

535.44

## ОПТИКА ХОЛЕСТЕРИЧЕСКИХ ЖИДКИХ КРИСТАЛЛОВ

В. А. Беляков, В. Е. Дмитриенко, В. П. Орлов

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение . . . . .	221
2. Кинематическое рассмотрение . . . . .	224
а) Сечение рассеяния (225). б) Поляризационные характеристики (226).	
3. Случай нормального падения . . . . .	227
а) Собственные волны (227). б) Решение граничной задачи (228). в) Коэффициент отражения (229). г) Вращение плоскости поляризации (231).	
д) Вращение плоскости поляризации в тонких слоях (232). е) Предел $\lambda \ll p$ (233).	
4. Наклонное падение света . . . . .	234
а) Система динамических уравнений (235). б) Первый порядок дифракционного отражения (235). в) Собственные решения (236). г) Толстые кристаллы (237). д) Высшие порядки отражения (239).	
5. Оптика ХЖК во внешнем поле . . . . .	241
а) Структура и диэлектрические свойства ХЖК в поле (241). б) Система динамических уравнений (242). в) Отражение от толстых кристаллов (242).	
6. Поглощающие ХЖК . . . . .	244
а) Подавление поглощения (244). б) Вращение плоскости поляризации (245).	
7. Несовершенные ХЖК . . . . .	246
а) Тонкие несовершенные кристаллы (247). б) Учет многократного рассеяния (249). в) Нормальное падение света (250). г) Случай линейно поляризованного света (251).	
8. Хиральные смектические жидкие кристаллы . . . . .	251
а) Диэлектрические свойства СЖК* (252). б) Второй порядок дифракционного отражения (252). в) Первый порядок отражения (253). г) Граничная задача (253).	
9. Когерентное излучение быстрых заряженных частиц в ХЖК . . . . .	254
а) Кинематическое рассмотрение (254). б) Излучение Вавилова — Чerenкова в ХЖК (255).	
10. Заключение . . . . .	257
Цитированная литература . . . . .	258

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Проявляющийся в последнее время устойчивый интерес к жидким кристаллам связан с очень интересной физикой жидкокристаллического состояния<sup>1-9</sup>, их ролью в биологических системах<sup>10, 11</sup> и, наконец, но не в последнюю очередь, с широкими возможностями их разнообразных приложений. В приложениях прежде всего используются необычные оптические свойства жидкких кристаллов и, в особенности, возможность путем малых воздействий (электрических, магнитных, механических и т. д.) управлять этими свойствами<sup>12-14</sup>. Известны три разновидности жидкких кристаллов: нематические (НЖК), смектические (СЖК) и холестерические (ХЖК). Их всех наиболее удивительными и разнообразными оптическими свойствами обладают холестерические жидккие кристаллы<sup>5, 15-20</sup>.

Настоящий обзор посвящен оптике холестерических и, отчасти, хиральной фазы смектических жидкких кристаллов. К настоящему време-

ни опубликовано большое число экспериментальных и теоретических работ по этой теме, удалось продвинуться не только в качественном понимании необычных оптических свойств ХЖК, но и провести их количественное описание. По крайней мере по отношению к совершенным образцам ХЖК при теоретическом описании оптических свойств вопрос стоит уже не о выявлении физической сущности наблюдаемых явлений, а о том, какой из разработанных теоретических подходов лучше всего соответствует рассматриваемой ситуации. Тем не менее, несмотря на отмеченный прогресс, получить целостное представление о предмете (особенно начинаяющим интересоваться этим вопросом) довольно-таки сложно. Причина этого в том, что в монографиях и обзорах общего характера<sup>1-20</sup> оптика ХЖК излагается слишком бегло, а многочисленные оригинальные статьи посвящены частным проблемам и нередко дублируют друг друга, что также не всегда способствует ясности при ознакомлении с предметом. Вопросы же оптики ХЖК, несомненно, заслуживают самостоятельного изложения, так как в случае ХЖК реализуется уникальная для длин волн оптического диапазона ситуация, в которой осуществляется дифракция света на сложной пространственной структуре ХЖК. По существу, вся специфика и необычность оптических свойств ХЖК оказывается связанной с дифракционным рассеянием света.

Цель настоящей статьи — с единных позиций изложить состояние теории оптических свойств холестерических жидкких кристаллов и сопоставить ее выводы с результатами экспериментальных исследований. Как представляется авторам, ознакомление с достижениями и проблемами оптики ХЖК может быть полезным не только для специалистов по жидким кристаллам, но и для более широкого круга лиц, интересующихся вопросами когерентного взаимодействия различных видов излучений с кристаллами.

ХЖК обладают удивительными оптическими свойствами<sup>5, 15-20</sup>. Они избирательно отражают свет определенной поляризации и определенной длины волны. Так, например, при падении на ХЖК луча вдоль оптической оси в сравнительно узком интервале длин волн свет одной круговой поляризации отражается от кристалла, а свет другой (ортогональной) круговой поляризации проникает в кристалл, не отражаясь. Окраска ХЖК зависит от угла, под которым рассматривается кристалл. В тонких слоях наблюдаемое вращение плоскости поляризации света достигает нескольких тысяч градусов на миллиметр, что не может быть объяснено естественной оптической активностью молекул. При наложении внешних полей (электрического, магнитного и т. д.) или изменении температуры изменяется длина волны света, на которой проявляются описанные аномальные оптические свойства.

Природа оптических особенностей ХЖК оказывается связанной с его структурой, которая для монокристаллических слоев изображена на рис. 1. Длинные оси молекул, образующих ХЖК, изображенные на рис. 1 овальными черточками, в любой плоскости, перпендикулярной оптической оси (ось  $z$ ), ориентированы одинаково, причем отсутствует дальний порядок в расположении центров тяжести молекул. Ориентация осей молекул как функция координат меняется по закону

$$\varphi(z) = \frac{2\pi z}{p}, \quad (1.1)$$

где  $\varphi(z)$  — угол поворота оси молекулы в плоскости. Величину  $p$  называют периодом или шагом холестерической спирали. На расстоянии  $p$  вдоль оси  $z$  оси молекул поворачиваются на угол, равный  $2\pi$ . Характер-

ное значение величины  $p$  для большинства ХЖК составляет несколько сотен или тысяч ангстрем, хотя встречаются ХЖК и с большим значением  $p$ .

Нарисованная выше картина строения ХЖК является идеализированной. В частности, для фиксированного значения  $z$  ориентации отдельных молекул могут слегка отличаться друг от друга, а выражение (1.1) описывает зависимость от  $z$  средней ориентации молекул. Направление

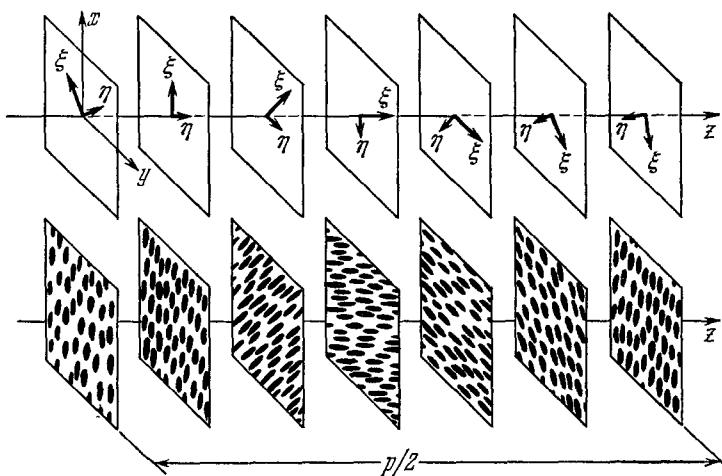


Рис. 1. Схематическое изображение структуры холестерического жидкого кристалла (внизу) и соответствующая этой структуре координатная зависимость ориентации главных осей тензора диэлектрической проницаемости (вверху).<sup>3</sup>

средней ориентации молекул принято описывать единичным вектором  $\mathbf{n}$ , называемым директором. Степень упорядоченности молекул характеризуется параметром порядка <sup>3, 5</sup>

$$S = \frac{1}{2} (3 \langle \cos^2 \theta \rangle - 1), \quad (1.2)$$

где  $\langle \cos^2 \theta \rangle$  — средний квадрат косинуса угла отклонения длинной оси молекул от направления директора  $\mathbf{n}$ . Таким образом, формула (1.1) описывает пространственное изменение ориентации директора, которая при  $S \neq 1$  только в среднем совпадает с ориентацией осей молекул.

Холестерической фазой (или, как говорят, холестерической мезофазой) могут обладать органические соединения, имеющие незеркально-симметричные (хиральные) удлиненные молекулы. Типичными представителями таких соединений являются производные холестерина. Отсюда и произошло название холестерические кристаллы. Холестерическая фаза обычно существует в некотором температурном интервале непосредственно от точки плавления обычной кристаллической фазы и до более высокой температуры, соответствующей переходу холестерический жидкий кристалл — изотропная жидкость. Обычно при повышении температуры шаг холестерической спиралей уменьшается, хотя в некоторых случаях может иметь место обратное изменение шага. Одно и то же соединение может также обладать смектической и холестерической фазами <sup>3, 5</sup>. В этих случаях смектическая фаза предшествует холестерической, т. е. при плавлении кристалла сначала возникает СЖК, а затем при повышении температуры происходит фазовый переход в ХЖК.

Величина закрученности холестерической фазы в молекулярном масштабе очень мала ( $a/p \sim 10^{-2}-10^{-3}$ , где  $a$  — характерный размер молекул), что является следствием малости отклонения симметрийных свойств молекулы от свойств зеркальной симметрии. Подробное изложение физики холестерической мезофазы выходит за рамки данной статьи и может быть найдено, например, в недавно вышедших книгах<sup>13</sup>.

Природа аномальных оптических свойств ХЖК (таких, как избирательное отражение света определенной поляризации и определенной длины волны, уникально большое вращение плоскости поляризации света в тонких слоях, зависимость окраски образца от температуры, а также от угла, под которым он рассматривается, и т. д.) в общих чертах понята достаточно давно, уже в тридцатых годах, после работ Осеяна<sup>21, 22</sup>. Физической причиной названных «аномалий» оптических свойств ХЖК является дифракция света на его пространственной периодической структуре (холестерической спирале), период которой обычно находится в области длин волн оптического диапазона. При этом находит естественное объяснение изменение с температурой (или при наложении внешнего поля) области длии волн, в которой наблюдаются оптические аномалии. Действительно, при названных воздействиях происходит изменение шага холестерической спиралы  $p$ , что и ведет к наблюдаемым следствиям. Однако несмотря на то, что дифракционная природа оптических аномалий ХЖК не вызывала сомнений, ряд важных количественных характеристик и качественных эффектов, проявляющихся в оптике ХЖК, нашли адекватное теоретическое описание только в последнее время.

Наиболее естественный способ описания оптических свойств ХЖК заключается в решении уравнений Максвелла (с соответствующими задаче граничными условиями), в которых диэлектрические свойства ХЖК описываются зависящим от координат тензором диэлектрической проницаемости  $\hat{\epsilon}(\mathbf{r})$ <sup>5</sup>. Зависимость тензора  $\hat{\epsilon}$  от координат состоит в изменении от точки к точке ориентации главных осей тензора, локальное направление которых определяется ориентацией молекул ХЖК в рассматриваемой точке.

Для совершенной холестерической структуры  $\hat{\epsilon}(\mathbf{r})$  имеет вид

$$\hat{\epsilon}(\mathbf{r}) = \begin{pmatrix} \bar{\epsilon} + \bar{\epsilon}\delta \cos \tau z & \pm \bar{\epsilon}\delta \sin \tau z & 0 \\ \pm \bar{\epsilon}\delta \sin \tau z & \bar{\epsilon} - \bar{\epsilon}\delta \cos \tau z & 0 \\ 0 & 0 & \bar{\epsilon}_3 \end{pmatrix}, \quad (1.3)$$

где ось  $z$  направлена вдоль оптической оси,  $\tau = 4\pi/p$ ,  $p$  — шаг холестерической спиралы,  $\bar{\epsilon}_1 = \bar{\epsilon}_2 = \bar{\epsilon}_3$  — главные значения тензора диэлектрической проницаемости,  $\bar{\epsilon} = (\bar{\epsilon}_1 + \bar{\epsilon}_2)/2$ ,  $\delta = (\bar{\epsilon}_1 - \bar{\epsilon}_2)/(\bar{\epsilon}_1 + \bar{\epsilon}_2)$ . Как видно из (1.3), период изменения диэлектрических свойств ХЖК равен половине шага. Два знака в (1.3) соответствуют двум геометрическим возможностям: плюс — правой, а минус — левой холестерической спирали.

Трудности в решении сформулированной задачи определяются сложным видом тензора  $\hat{\epsilon}$ . Однако в целом следует констатировать, что к настоящему времени достигнуто полное физическое понимание необычных оптических свойств ХЖК. Выбор же способа оптимального теоретического описания эксперимента определяется его конкретными условиями и требуемой точностью. В связи с тем, что аномалии в оптических свойствах ХЖК непосредственно проявляются в излучении Бавилова — Черенкова, в обзоре также излагается теория когерентного излучения быстрых заряженных частиц в ХЖК.

## 2. КИНЕМАТИЧЕСКОЕ РАССМОТРЕНИЕ

Многие из перечисленных выше аномалий оптических свойств ХЖК следуют из элементарного, так называемого кинематического, рассмотрения дифракции света на периодической структуре ХЖК. Соответствующий подход применим в случае малой интенсивности рассеянного пучка по сравнению с падающим, хорошо разработан

и широко используется при описании рассеяния на кристаллах рентгеновских лучей и тепловых нейтронов<sup>23, 24</sup>, а его результаты допускают четкую физическую интерпретацию. Поэтому мы начнем описание оптических свойств ХЖК с кинематического приближения.

### а) Сечение рассеяния

Для определенности будем рассматривать прохождение и отражение света для случая так называемой планарной текстуры, т. е. монокристаллического образца ХЖК в виде плоскопараллельной пластины с оптической осью (ось  $z$ ), перпендикулярной поверхности (рис. 2). Чтобы упростить рассмотрение, здесь мы не будем учитывать отражение света на границах, обусловленное просто различными значениями показателя преломления в образце и вне его.

В кинематическом приближении сечение рассеяния света на ХЖК описывается выражением (см., например,<sup>6, 25</sup>)

$$\frac{d\sigma(\mathbf{k}_0, \mathbf{e}_0; \mathbf{k}_1, \mathbf{e}_1)}{d\Omega_{\mathbf{k}_1}} = \left( \frac{\omega^2}{4\pi c^2} \right)^2 \times \left| \int (\mathbf{e}_1^* \hat{\epsilon} \mathbf{e}_0) \exp[i(\mathbf{k}_0 - \mathbf{k}_1) \mathbf{r}] d\mathbf{r} \right|^2, \quad (2.1)$$

где  $\mathbf{k}_0, \mathbf{k}_1, \mathbf{e}_0, \mathbf{e}_1$  — волновые векторы и векторы поляризации падающей и рассеянной волн, а интегрирование ведется по объему образца. Используем для  $\hat{\epsilon}(\mathbf{r})$  (1.3) разложение в ряд Фурье

$$\hat{\epsilon}(\mathbf{r}) = \sum_{s=-\infty}^{\infty} \hat{\epsilon}_s \exp(is\tau\mathbf{r}), \quad (2.2)$$

где

$$\hat{\epsilon}_0 = \begin{pmatrix} \bar{\epsilon} & 0 & 0 \\ 0 & \bar{\epsilon} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_s \end{pmatrix}, \quad \hat{\epsilon}_1 = \hat{\epsilon}_{-1}^* = \frac{\bar{\epsilon}\delta}{2} \begin{pmatrix} 1 & \mp i & 0 \\ \mp i & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{\epsilon}_s = 0 \text{ при } |s| > 1;$$

здесь  $\tau$  — вектор обратной решетки ХЖК ( $\tau = (z/|z|) \cdot 4\pi/p$ ). Из (2.1) и (2.2) получаем

$$\frac{d\sigma(\mathbf{k}_0, \mathbf{e}_0; \mathbf{k}_1, \mathbf{e}_1)}{d\Omega_{\mathbf{k}_1}} = \left( \frac{\omega^2}{4\pi c^2} \right)^2 | \mathbf{e}_1^* \hat{\epsilon}_s \mathbf{e}_0 |^2 \left| \int \exp[i(\mathbf{k}_0 - \mathbf{k}_1 + s\tau) \mathbf{r}] d\mathbf{r} \right|^2. \quad (2.3)$$

В пределе неограниченных размеров образца интеграл в (2.3) оказывается пропорциональным дельта-функции  $\delta(\mathbf{k}_0 - \mathbf{k}_1 + s\tau)$  и сечение рассеяния приобретает вид, хорошо известный из теории рассеяния рентгеновских лучей и нейтронов<sup>23, 24</sup>. В частности, направления рассеяния определяются чисто кинематическим, ничего не говорящим об интенсивности и поляризационных свойствах рассеяния, соотношением, известным как условие Брэгга:

$$\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_0 = s\tau, \quad |\mathbf{k}_1| = |\mathbf{k}_0| \quad \text{или} \quad \sin \theta = \frac{s\lambda}{p}, \quad (2.4)$$

где  $2\theta$  — угол рассеяния (см. рис. 2),  $\lambda = 2\pi c/\omega \sqrt{\bar{\epsilon}}$  — длина волны света. Отметим, что в формулах (2.1) — (2.4), строго говоря, следует использовать значения волновых векторов и векторов поляризации внутри образца. В частности,  $\mathbf{k}_1^2 = \mathbf{k}_0^2 = (\omega/c)^2 \bar{\epsilon}$ , а направления волновых векторов в образце и вне его связаны обычными законами преломления.

Зависимость же интенсивности и поляризационных характеристик рассеяния от деталей структуры образца определяется структурным фактором

$$F(\mathbf{k}_0, \mathbf{e}_0; \mathbf{k}_1, \mathbf{e}_1) = \mathbf{e}_1^* \hat{\epsilon}_s \mathbf{e}_0. \quad (2.5)$$

Величина  $F$  является аналогом рентгеновской структурной амплитуды<sup>23</sup> и в ХЖК отлична от нуля только для первого порядка дифракционного отражения ( $s = 1$ ).

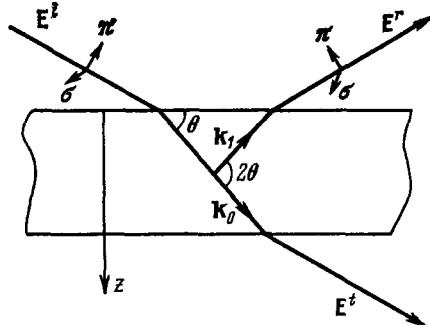


Рис. 2. Геометрия рассеяния на планарной структуре ХЖК.  
Оптическая ось ХЖК — ось  $z$  — перпендикулярна поверхности образца.

Выражение (2.4) объясняет зависимость окраски ХЖК от угла наблюдения, а также изменение окраски образца при изменении температуры ХЖК. Различным углам наблюдения  $\theta$  соответствуют различные длины волн, дифракционным образом отражаемых кристаллом, т. е. различная окраска. В частности, при нормальном падении дифракционное отражение испытывает свет с длиной волны  $\lambda = p$ .

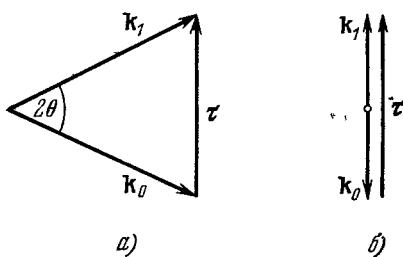


Рис. 3. Иллюстрация дифракционной природы селективного рассеяния света в ХЖК: брэгговское условие при наклонном (a) и нормальном (b) падении света на образец.

На рис. 3 случаю нормального падения соответствует ситуация, в которой  $k_0$  и  $k_1$  направлены в прямо в противоположные стороны, т. е. избирательное отражение света при нормальном падении — это просто частный случай дифракционного отражения. Температурные изменения окраски ХЖК также объясняются формулой (2.4) и просто соответствуют изменению длины волны света, дифрагирующего на ХЖК, обусловленному изменением с температурой шага холестерической спирали  $p$ .

#### б) Поляризационные характеристики

Выражение (2.3) также объясняет поляризационные зависимости отражения и прохождения света в ХЖК. Выберем в качестве вектора  $\sigma$  в направлении, перпендикулярном плоскости  $k_0$ ,  $k_1$ , и запишем векторы поляризации  $e_0$ ,  $e_1$  в виде

$$e_0 = \sigma \cos \alpha_0 + i\pi_0 \sin \alpha_0, \quad e_1 = \sigma \cos \alpha_1 + i\pi_1 \sin \alpha_1, \quad (2.6)$$

где векторы  $\sigma$ ,  $\pi_0$ ,  $k_0$  ( $\sigma$ ,  $\pi_1$ ,  $k_1$ ) образуют правую тройку. При этом выражение (2.5) принимает вид

$$F(k_0, e_0; k_1, e_1) = -\frac{\bar{\epsilon}\delta}{2} (\cos \alpha_1 \pm \sin \alpha_1 \sin \theta) (\cos \alpha_0 \pm \sin \alpha_0 \sin \theta). \quad (2.7)$$

Найдя экстремумы выражения (2.7) относительно  $\alpha_0$ , получим, что на ХЖК дифракционным образом рассеивается свет с эллиптической поляризацией, для которой в (2.6) параметр  $\alpha_0^d = \alpha_0^d$  зависит от угла  $\theta$  и дается выражением

$$\alpha_0^d = \pm \arctg(\sin \theta). \quad (2.8)$$

Не взаимодействует с ХЖК ортогональная поляризация:  $\alpha_1^d = \mp \arctg(1/\sin \theta)$ . Поляризация рассеянной волны тоже зависит от угла падения и соответствует параметру  $\alpha_1 = \alpha_1^d = \alpha_0^d$ , т. е. также определяется формулой (2.8).

Таким образом, кинематический подход объясняет также избирательное отражение и пропускание различным образом поляризованных волн и их зависимость от угла падения. В частном случае нормального падения ( $\theta = \pi/2$ ) избирательным образом рассеивается в ХЖК круговая поляризация; левая — в случае левой холестерической спирали и правая — в случае правой спирали.

Изложенное здесь кинематическое приближение дает ясную физическую картину природы особенностей оптики ХЖК и ряд полезных для описания эксперимента соотношений. Однако на ее основе количественное описание эксперимента возможно только в ситуациях, когда размеры областей, когерентно рассеивающих свет, малы, так что можно пренебречь ослаблением света за счет рассеяния в когерентно рассеивающей области. Такая ситуация реализуется либо в очень тонких совершененных образцах ( $(L\delta/p) \ll 1$ , где  $L$  — толщина образца), либо в поликристаллических образцах ХЖК с малыми размерами отдельных кристаллитов.

При большой толщине кристалла, когда начинают играть заметную роль процессы многократного брэгговского рассеяния, кинематическое приближение не годится для количественного описания эксперимента и даже для объяснения ряда качественных эффектов, например таких, как высшие порядки дифракционного отражения, вращение плоскости поляризации света и др.

Для объяснения названных явлений недостаточен учет однократного рассеяния и необходимо более строгое рассмотрение взаимодействия света с ХЖК. В следующих разделах излагаются результаты, выходящие за рамки кинематического приближения.

### 3. СЛУЧАЙ НОРМАЛЬНОГО ПАДЕНИЯ

Как уже отмечалось выше, решения уравнений Максвелла в ХЖК в общем случае чрезвычайно сложны. Поэтому начнем изложение результатов, выходящих за рамки кинематического приближения, с наиболее простого случая распространения света вдоль оптической оси ХЖК. Этот случай представляет большой интерес как в связи с обилием посвященных ему экспериментальных работ, так и в связи с тем, что для него известно точное решение. Выполненный для этого случая анализ решений оказывается, кроме того, полезным для исследования и понимания решений в общем случае.

#### а) Собственные волны

Следуя работам Осеена<sup>21,22</sup>, де Ври и Каца<sup>26,27</sup>, получим решения уравнений Максвелла в ХЖК с диэлектрической проницаемостью (1.3). Для волны, распространяющейся вдоль оптической оси, уравнения принимают вид

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2} = \frac{\hat{\epsilon}}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}, \quad (3.1)$$

где ось  $z$  направлена вдоль оптической оси,  $\vec{E}$  — вектор электрического поля в среде, перпендикулярный в данном случае оси  $z$ . Поле в кристалле будем искать в виде суперпозиции двух плоских волн:

$$\vec{E} = \mathbf{n}_+ E_+ \exp \left[ i \left( \beta + \frac{\tau}{2} \right) z - i\omega t \right] + \mathbf{n}_- E_- \exp \left[ i \left( \beta - \frac{\tau}{2} \right) z - i\omega t \right], \quad (3.2)$$

где  $\mathbf{n}_\pm = (\sigma \pm i\pi_0)/\sqrt{2}$  — орты круговых поляризаций,  $\omega$  — частота света, т. е. решение ищется в виде блоховской волны, как того требует периодичность ХЖК. Для амплитуд  $E_+$  и  $E_-$  из (3.1), (3.2) получается следующая система уравнений:

$$\begin{aligned} \left[ \kappa^2 - \left( \beta + \frac{\tau}{2} \right)^2 \right] E_+ + \kappa^2 \delta E_- &= 0, \\ \kappa^2 \delta E_+ + \left[ \kappa^2 - \left( \beta - \frac{\tau}{2} \right)^2 \right] E_- &= 0, \end{aligned} \quad (3.3)$$

где  $\kappa^2 = \omega^2 \epsilon / c^2$ . Система (3.3) имеет отличные от нуля решения, когда ее детерминант равен нулю, т. е.

$$\left[ \kappa^2 - \left( \beta + \frac{\tau}{2} \right)^2 \right] \left[ \kappa^2 - \left( \beta - \frac{\tau}{2} \right)^2 \right] - \kappa^4 \delta^2 = 0. \quad (3.4)$$

Из (3.4) получаем выражение, определяющее  $\beta$  как функцию частоты волны, периода спирали и параметра анизотропии  $\delta$ :

$$\beta_j = \pm \sqrt{\kappa^2 + \frac{\tau^2}{4} \pm \kappa \sqrt{\tau^2 + \kappa^2 \delta^2}}, \quad j = 1, 2, 3, 4. \quad (3.5)$$

Нумерация решений  $\beta_j$  в (3.5) и их зависимость от частоты приведены на рис. 4. Четыре решения (3.5) уравнения (3.4) определяют четыре возможные (при данной частоте  $\omega$ ) суперпозиции волн (3.2) (мы будем называть их собственными решениями), каждая со своим отношением

амплитуд  $E_+$  и  $E_-$ :

$$\xi_j = \left( \frac{E_-}{E_+} \right)_j = \frac{\kappa^2 \delta}{[\beta_j - (\tau/2)]^2 - \kappa^2}. \quad (3.6)$$

Из (3.2), (3.5) и (3.6) следует, что два собственных решения 1 и 4 (отвечающие знаку плюс под корнем в (3.5)) соответствуют волнам, слабо взаимодействующим с ХЖК и распространяющимся соответственно вдоль оси и против  $z$ . Два других собственных решения 2 и 3, отвечающие знаку минус под корнем, представляют собой каждое суперпозицию двух волн, сильно взаимодействующих с ХЖК и распространяющихся вдоль и против  $z$ , причем в одном из решений сильнее представлена волна, бегущая вдоль  $z$ , а в другом — против  $z$ . Волны  $E_+$  и  $E_-$  в собственных решениях оказываются поляризованными по кругу в направлении, противоположном винту холестерической спирали, для «слабо взаимодействующих» решений и в направлении, совпадающем с винтом спирали, для «сильно взаимодействующих» решений. Вблизи брэгговской частоты  $\omega_B = \tau c / 2 \sqrt{\epsilon_{\text{в}}}$  в области частот  $\omega_B / \sqrt{1 + \delta} < \omega < \omega_B / \sqrt{1 - \delta}$  решения 2 и 3 уравнения (3.4) становятся мнимыми. Волны соответствующей круговой поляризации не могут распространяться в кристалле (т. е. имеется «запрещенная зона»; см. рис. 4). Для решений в запрещенной зоне  $|E_-/E_+|_{2,3}^2 = 1$ . Как мы увидим ниже, в этой области и происходит селективное отражение света, соответствующее брэгговскому дифракционному рассеянию (см. ниже рис. 5).

Рис. 4. Зависимость корней дисперсионного уравнения от частоты при распространении света вдоль оси ХЖК. Сплошная кривая —  $\text{Re}\beta_j$ , штриховая —  $\text{Im}\beta_j$ .

кисталле (т. е. имеется «запрещенная зона»; см. рис. 4). Для решений в запрещенной зоне  $|E_-/E_+|_{2,3}^2 = 1$ . Как мы увидим ниже, в этой области и происходит селективное отражение света, соответствующее брэгговскому дифракционному рассеянию (см. ниже рис. 5).

Подчеркнем, что при распространении света вдоль оптической оси дифракционное отражение испытывает только свет с круговой поляризацией, совпадающей с винтом холестерической спирали, причем отражения в высших порядках, соответствующие  $\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_0 = s\mathbf{t}$  при  $s \geq 2$ , отсутствуют. Последнее утверждение является отражением того факта, что в найденном точном решении параметр  $\beta_j$  оказывается мнимым в единственной области частот вблизи  $\omega_B$ .

### б) Решение граничной задачи

Для того чтобы найти амплитуды отраженной от ХЖК и прошедшей через образец волны, надо определить, какие из четырех решений системы (3.3) возбуждаются падающей на кристалл волной. Это делается с помощью граничных условий, задаваемых на обеих сторонах жидкокристаллической пластиинки (см. рис. 2). Для случая нормального падения эти условия состоят в том, что электрическое поле  $\vec{E}$  и магнитное поле  $\mathbf{H} = (ic/\omega) \text{rot } \vec{E}$  непрерывны на границах кристалла.

Пусть на кристалл падает волна  $\vec{E}^i = (E_+^i \mathbf{n}_+ + E_-^i \mathbf{n}_-) e^{i(\kappa_0 z - \omega t)}$ , где  $\kappa_0$  — волновой вектор в среде, окружающей кристалл,  $E_+^i$  и  $E_-^i$  — амплитуды право- и левополяризованных компонент в падающей волне. Общее решение уравнения (3.1) для поля в кристалле имеет вид

$$\vec{E}(\mathbf{z}, t) = e^{-i\omega t} \sum_{j=1}^4 (E_+)_j (\mathbf{n}_+ e^{i[\beta_j + (\tau/2)]z} + \xi_j \mathbf{n}_- e^{i[\beta_j - (\tau/2)]z}). \quad (3.7)$$

Амплитуды отраженной и прошедшей волн ищем в виде

$$\vec{E}^r = (E_+^r \mathbf{n}_+ + E_-^r \mathbf{n}_-) e^{-i(\kappa_0 z + \omega t)}, \quad \vec{E}^t = (E_+^t \mathbf{n}_+ + E_-^t \mathbf{n}_-) e^{i(\kappa_0 z - \omega t)}, \quad (3.8)$$

где  $E_+^r$  и  $E_-^r$  ( $E_+^t$  и  $E_-^t$ ) — амплитуды право(лево)поляризованных компонент. Воспользовавшись непрерывностью  $\vec{E}$  и  $\mathbf{H}$  на границах кристалла, получаем следующее выражение для  $E_+^r$ :

$$E_+^r = -D^{-1} \times \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & E_+^i \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & E_-^i \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & 0 \\ \hline a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & 0 \\ \hline a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & 0 \end{vmatrix}, \quad (3.9)$$

$a_{1j} = \beta_j + (\tau/2) + \kappa_0$ ,  $a_{2j} = \xi_j(\beta_j - (\tau/2) + \kappa_0)$ ,  $a_{3j} = \xi_j^+(\beta_j + (\tau/2) - \kappa_0)$ ,  $a_{4j} = \xi_j \xi_j^-(\beta_j - (\tau/2) - \kappa_0)$ ,  $a_{5j} = \xi_j(\beta_j - (\tau/2) - \kappa_0)$ , где  $\xi_j^\pm = \exp\{i[\beta_j \pm (\tau/2)]L\}$ ,  $L$  — толщина кристалла, буквой  $D$  обозначен определитель, обведенный в (3.9) штриховыми прямыми. Выражения для остальных амплитуд круговых волн в (3.8) также даются формулой (3.9), если в ней изменить пятую строку определителя. Для получения  $E_-^r$  следует заменить компоненты пятой строки  $a_{5j}$  на  $\beta_j + (\tau/2) - \kappa_0$ ; для  $E_+^t - a_{5j}$  — на  $\xi_j^+(-\beta_j - (\tau/2) - \kappa_0)$ , для  $E_-^t - a_{5j}$  — на  $\xi_j \xi_j^+(-\beta_j + (\tau/2) - \kappa_0)$ .

Выражения (3.8), (3.9) для  $\vec{E}^r$  и  $\vec{E}^t$ , наряду с дифракционным отражением, учитывают отражения на границах ХЖК. Подробный анализ влияния отражений на границах проведен в <sup>28-30</sup>. При нормальном падении отражение на границах может оказаться существенным либо в очень тонких образцах, либо вдали от области селективного отражения. Однако количественный учет отражений фактически требует численных расчетов.

Если пренебречь обычно не очень существенным отражением на границах и учесть, что для ХЖК обычно  $\delta \lesssim 0,1$ , то из (3.9) получаются более простые выражения, которые проанализированы ниже.

### в) Коеффициент отражения

Решая таким образом граничную задачу (считая для определенности холестерическую спираль правой), мы увидим, что левополяризованная волна «возбуждает» в кристалле только решение 1 или 4 (в зависимости от того, с какой стороны она падает на кристалл) и проникает в ХЖК, не испытывая селективного отражения. Правополяризованная волна вблизи частоты  $\omega_B$  возбуждает в кристалле две собственные волны 2 и 3. Она испытывает отражение от кристалла, и квадрат отношения амплитуды отраженной волны  $E_+^r$  к амплитуде падающей волны  $E_+^i$  дается следующим выражением:

$$R_+ = \left| \frac{E_+^r}{E_+^i} \right|^2 = \frac{\kappa^4 \delta^2 \sin^2 \beta_3 L}{\tau^2 \beta_3^2 + \kappa^4 \delta^2 \sin^2 \beta_3 L}, \quad (3.10)$$

где  $\beta_3^2 = \kappa^2 + (\tau^2/4) - \kappa \sqrt{\tau^2 + \kappa^2 \delta^2}$ .

Отметим, что селективное отражение от ХЖК правополяризованного света приводит к правой круговой поляризации и в отраженной волне, тогда как при отражении от обычных веществ (т. е. при недифракционном отражении) круговая поляризация меняется на противоположную.

Рассмотрим выражение (3.10) подробнее. В области частот  $\omega_B / \sqrt{1 + \delta} < \omega < \omega_B / \sqrt{1 - \delta}$  (т. е. когда  $|\kappa^2 - \tau^2/4| < \kappa^2 \delta$ ) величина  $\beta_3$  становится мнимой, поэтому в (3.10)  $\sin \beta_3 L$  переходит в  $i \operatorname{sh} |\beta_3| L$ . При достаточно большой толщине кристалла  $L \gg p/\delta \pi$  имеем  $\operatorname{sh} |\beta_3| L \gg 1$  и, следовательно,  $R_+ \approx 1$ , т. е. происходит полное селективное отражение

света правой круговой поляризации (рис. 5). Частотная ширина области отражения  $\Delta\omega = \omega_B/\sqrt{1-\delta} - \omega_B/\sqrt{1+\delta} \approx \delta\omega_B$ , т. е. определяется анизотропией диэлектрической проницаемости  $\delta$ . Вне области селективного отражения интенсивность отраженного света по мере удаления частоты от области сильного отражения, согласно (3.10), уменьшается не плавно, а осциллируя. Эти осцилляции есть следствие дифракции света

в ограниченном объеме и не связаны с отражением от границ. Обычно в эксперименте эти осцилляции не наблюдаются из-за несовершенства образцов.

В случае тонких кристаллов ( $L \ll p/\delta\pi$ )

$$R_+ \approx \delta^2 \frac{\sin^2 [\kappa - (\tau/2)] L}{[(2\kappa - \tau)/\tau]^2}, \quad (3.11)$$

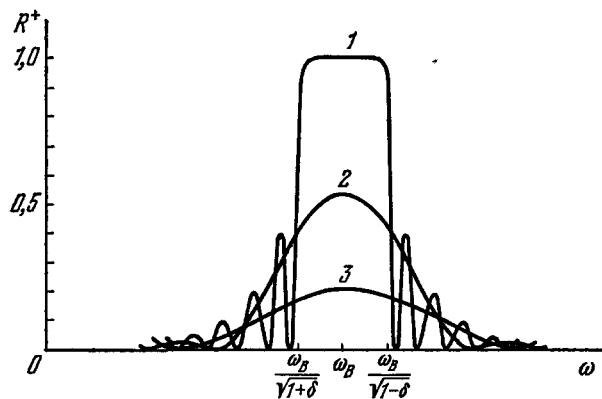


Рис. 5. Коэффициент отражения света с дифрагирующими круговой поляризацией при нормальном падении для различных толщин образца.

1 —  $L\delta/p \gg 1$  (толстый образец), 2 —  $L\delta/p \sim 1$ , 3 —  $L\delta/p \ll 1$  (тонкий образец).

(2.3) кинематического приближения. Промежуточный случай  $L \sim p/\delta\pi$  также показан на рис. 5. При характерных значениях  $p \sim 6000 \text{ \AA}$ ,  $\delta \sim 0,02$  имеем  $p/\delta\pi \sim 10 \text{ мкм}$ , т. е. в эксперименте могут быть реализованными оба предельных случая  $L \geq p/\delta\pi$ . Для поляризации  $n_+$  интенсивность прошедшей через кристалл волны  $|E_+^t|^2$  и коэффициент прохождения  $T_+$  (для непоглощающего кристалла) определяются выражением

$$T_+ = \left| \frac{E_+^t}{E_+^i} \right|^2 = \frac{\tau^2 \beta_3^2}{\tau^2 \beta_3^2 + \kappa^4 \delta^2 \sin^2 \beta_3 L}. \quad (3.12)$$

В эксперименте часто удобно измерять разницу коэффициентов прохождения циркулярных поляризаций, т. е. величину кругового дихроизма  $D = (T_- - T_+)/T_+$ , где  $T_-$  — коэффициент прохождения для поляризации  $n_-$ . Выражение для  $D$  в случае непоглощающих кристаллов может быть представлено в виде

$$D = \frac{1 - T_+}{1 + T_+} = \frac{\kappa^4 \delta^2 \sin^2 \beta_3 L}{2\tau^2 \beta_3^2 + \kappa^4 \delta^2 \sin^2 \beta_3 L}. \quad (3.13)$$

Как следует из приведенных формул, в непоглощающем ХЖК круговой дихроизм и его частотная зависимость обусловлены дифракцией света, определяются структурными параметрами ХЖК и непосредственно не связаны с собственным дихроизмом молекул. Однако для частот света в области полос поглощения молекул влияние собственного дихроизма молекул может быть весьма существенным и рассмотрено в разделе, посвященном поглощающим ХЖК.

## г) Вращение плоскости поляризации

Вращение плоскости поляризации света в среде происходит из-за различия фазовых скоростей волн с правой и левой циркулярными поляризациями. Из-за своей дифракционной природы вращение плоскости поляризации в ХЖК в области селективного отражения оказывается несравненно больше «собственного вращения», обусловленного просто оптической активностью молекул ХЖК, и имеет ряд качественных особенностей.

Одна из них связана с тем, что волна правой циркулярной поляризации сильно затухает в ХЖК за счет дифракционного отражения. Поэтому прошедший через кристалл свет меняет свою поляризацию и имеет не линейную, а эллиптическую, зависящую от толщины образца поляризацию. В связи с этим следует говорить о повороте, скажем, большей оси эллипса поляризации. Отношение осей эллипса поляризации в прошедшем через образец волне определяется следующим выражением (при условии, что падающий на кристалл свет имеет линейную поляризацию):

$$b = \frac{1 - \sqrt{T_+}}{1 + \sqrt{T_+}}. \quad (3.14)$$

где  $T_+$  дается (3.12).

Другая особенность проявляется в том, что даже вдали от полос поглощения вращение плоскости поляризации очень сильно зависит от частоты и направление вращения оказывается различным по разные стороны от брэгговской частоты  $\omega_B$ . Для самой же частоты  $\omega_B$  вращение плоскости поляризации обращается в нуль. Такая зависимость величины и знака вращения от частоты имеет простое и естественное объяснение. Из двух собственных волн, отвечающих круговой поляризации, дифрагирующей на структуре ХЖК, и представленных в разложении (3.7), одна обладает меньшей фазовой скоростью, чем волна, не дифрагирующая на ХЖК, а другая — большей. В зависимости от знака расстройки частоты падающей волны относительно  $\omega_B$  в кристалле в основном возбуждается либо «медленная», либо «быстрая» дифрагирующая волна, что и приводит к наблюдаемой зависимости величины и знака вращения от частоты. И наконец, упомянем еще необычное свойство, которое отличает ХЖК от обычных гиротропных сред: угол поворота плоскости поляризации (вернее, оси эллипса поляризации) нелинейным образом зависит от толщины образца.

Из решения граничной задачи получаем, что амплитуда вышедшей из кристалла волны дается следующим выражением (падающая волна линейно поляризована):

$$\vec{E}^i = \frac{E^i}{\sqrt{2}} \left\{ \mathbf{n}_- e^{i(\beta_1 - \tau/2)L} + \mathbf{n}_+ \frac{\beta_3 \tau e^{i\pi L/2}}{\beta_3 \tau \cos \beta_3 L + i[\beta_3^2 + (\tau/2)^2 - \kappa^2] \sin \beta_3 L} \right\}, \quad (3.15)$$

где  $\beta_1$  и  $\beta_3$  определены в (3.5).

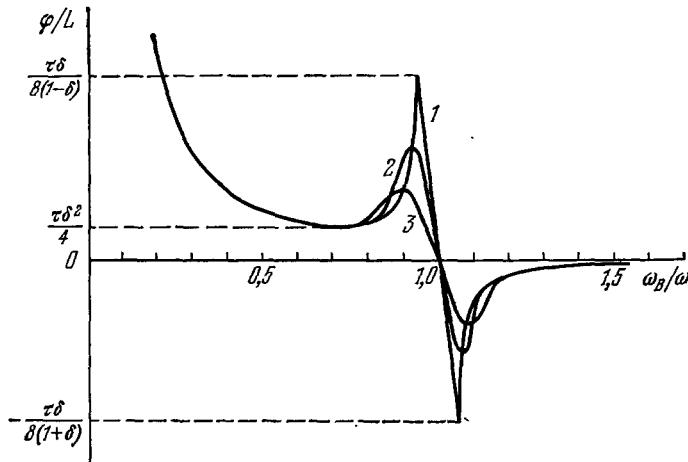
Разность фаз двух слагаемых в (3.15) определяет угол поворота плоскости поляризации  $\varphi$ :

$$\varphi = \frac{1}{2} \left\{ (\beta_1 - \tau) L + \arctg \left[ \frac{\beta_3^2 + (\tau^2/4) - \kappa^2}{\beta_3 \tau} \operatorname{tg} \beta_3 L \right] \right\}. \quad (3.16)$$

Для кристаллов большой толщины выражение (3.16) упрощается:

$$\frac{\varphi}{L} \approx \operatorname{Re} \frac{\beta_1 - \beta_3 - \tau}{2}. \quad (3.17)$$

Частотные зависимости вращения плоскости поляризации, описываемые выражениями (3.16), (3.17), приведены на рис. 6. Выражения (3.16),



Кривая 1 — для  $L\delta/p \gg 1$ , 2 — для  $L\delta/p = 1$ , 3 — для  $L\delta/p = 0,5$ ; кривые построены для  $\delta \approx 0,1$ .

(3.17) вдали от области селективного отражения переходят в известную формулу де Бри<sup>26</sup>:

$$\frac{\Phi}{L} \approx \frac{\kappa^4 \delta^2}{\tau (4\kappa^2 - \tau^2)}. \quad (3.18)$$

Формула де Бри обладает тем недостатком, что  $\varphi/L$  стремится к  $\pm\infty$  в области селективного отражения, чего нет в точном выражении (3.16).

## д) Вращение плоскости поляризации в тонких слоях

В случае, когда отражение от кристалла не слишком велико (а именно такие образцы обычно используются для наблюдения вращения), из (3.16) получается приближенное выражение, которое хорошо работает и в области селективного отражения, и вдали от нее:

$$\frac{\Phi}{L} \approx \frac{\kappa^4 \delta^3}{4\tau^2} \left[ -\frac{1}{\kappa + (\tau/2)} + \frac{\kappa - (\tau/2)}{\delta_3^2} \left( 1 - \frac{\sin 2\delta_3 L}{2\delta_3 L} \right) \right]. \quad (3.19)$$

Для более грубых расчетов можно положить  $\beta_3 \approx \kappa - (\tau/2)$  и получить из (3.19) совсем простое выражение:

$$\frac{\varphi}{L} \approx \frac{\kappa^4 \delta^2}{\tau (4\kappa^2 - \tau^2)} - \frac{\kappa^4 \delta^2 \sin(2\kappa - \tau)L}{2\tau^2 (2\kappa - \tau)^2 L} . \quad (3.20)$$

Первое слагаемое в (3.20) совпадает с выражением де Бри (3.18); второе слагаемое в (3.20) существенно только в области селективного отражения, при  $\chi \rightarrow \tau/2$ . В сумме они дают правильную зависимость угла поворота для всех частот. Количественно выражения (3.19), (3.20) мало отличаются от точного (3.16), если толщина образца мала,  $L < p/\lambda b$ . Фактически выражения (3.19) и (3.20) можно применять, если угол поворота  $\varphi < 1$ . Отметим еще раз, что формулы (3.16), (3.19), (3.20) дают в области селективного отражения нелинейную зависимость угла поворота  $\varphi$  от толщины  $L$ . Так, при малых  $L$  вблизи максимумов вращения (см. рис. 6)  $\varphi \sim L^2$ , а вблизи частоты, соответствующей изменению знака вращения,  $\varphi \sim L^3$ .

e) Предел  $\lambda \ll r$ 

В этом случае в кристалле возбуждаются только волны 1 и 3 (или 2 и 4), в зависимости от направления распространения падающей волны. Из формул (3.9) получаем для амплитуды прошедшей волны (3.8) следующие выражения:

$$\begin{aligned} E_+^t = & \left[ E_+^i \left( \cos \frac{\beta_1 - \beta_3}{2} L - it \sin \frac{\beta_1 - \beta_3}{2} L \right) + \right. \\ & \left. + E_-^i it \frac{\kappa \delta}{\tau} \sin \frac{\beta_1 - \beta_3}{2} L \right] \exp \left[ i (\beta_1 + \beta_3 + \tau) \frac{L}{2} \right], \\ E_-^t = & \left[ E_-^i \left( \cos \frac{\beta_1 - \beta_3}{2} L + it \sin \frac{\beta_1 - \beta_3}{2} L \right) + \right. \\ & \left. + E_+^i it \frac{\kappa \delta}{\tau} \sin \frac{\beta_1 - \beta_3}{2} L \right] \exp \left[ i (\beta_1 + \beta_3 - \tau) \frac{L}{2} \right], \end{aligned} \quad (3.21)$$

где  $t = 1/\sqrt{1 + (\kappa^2 \delta^2/\tau^2)}$ . Угол поворота  $\phi$  нелинейно изменяется с толщиной кристалла и зависит, вообще говоря, от направления первоначальной поляризации.

При принятых ограничениях на  $\kappa$  возможны два случая. Если  $\kappa \ll \tau/\delta$ , то из (3.21) следует формула (3.18), и в этом случае угол поворота не зависит от первоначальной поляризации.

В предельном случае  $\kappa \gg \tau/\delta$ , т. е. при очень малых длинах волн, результаты зависят от ориентации молекул на поверхности ХЖК. В общем случае из (3.21) следует, что линейно поляризованный падающий свет дает на выходе эллиптически поляризованный. Если плоскость поляризации падающего света параллельна (перпендикулярна) ориентации молекул ХЖК на входной поверхности, то выходящий свет линейно поляризован и его плоскость поляризации также параллельна (перпендикулярна) ориентации молекул на выходной поверхности. Таким образом, плоскость поляризации как бы «следит» за ориентацией молекул ХЖК и угол  $\phi$  определяется числом витков холестерической спирали, т. е.  $\phi = 2\pi L/r$ . Для оптических длин волн соотношение  $\kappa \gg \tau/\delta$  может реализоваться в смесях право- и левовращающих ХЖК<sup>31</sup>, а также в закрученных нематических твист-ячейках<sup>6, 13</sup>; впервые этот случай исследован Могэном<sup>32</sup>.

Выше мы рассмотрели оптические свойства ХЖК при распространении света вдоль оси спирали<sup>21, 22, 26, 27</sup> (см. также<sup>33-38</sup> и работу<sup>146</sup>, в которой найдено точное решение в магнитном поле). Эта же задача в ряде работ Чандraseкхара и других авторов<sup>39-41</sup> решалась приближенными методами, причем результаты, полученные приближенными методами, при малых  $\delta$  близки к точным<sup>8, 42</sup>.

Случай нормального падения света на ХЖК подробно исследован экспериментально. Результаты экспериментальных работ хорошо согласуются с теоретическими выводами.

В работах<sup>40, 43-51</sup> исследовалось отражение света от ХЖК и круговой дихроизм. Результаты этих работ подтверждают дифракционную природу отражения и кругового дихроизма в ХЖК. В частности, это следует из наблюдаемой зависимости отражения и дихроизма от частоты света и толщины образца<sup>46, 47, 50</sup> (рис. 7). На рис. 7, а видны также следующие из теории дифракционные биения коэффициента отражения с частотой на краях кривой отражения.

Вращение плоскости поляризации в ХЖК исследовалось в большом числе работ как в области селективного отражения<sup>43, 44, 46, 49, 53-55</sup>, так и вне этой области<sup>56-62</sup> (см. рис. 7). Результаты измерений хорошо совпадают с теорией и, как показано в работе Сонина и соавторов<sup>54</sup>, могут быть использованы для определения параметров ХЖК и их зависимости от температуры.

Отмечавшаяся выше нелинейная зависимость поворота плоскости поляризации от толщины образца четко проявляется в эксперименте (ср. рис. 7, а и б).

Отметим также, что измеряемые в эксперименте как независимые величины круговой дихроизм и вращение плоскости поляризации связаны между собой дисперсионными соотношениями<sup>63,64</sup>. Это значит, что

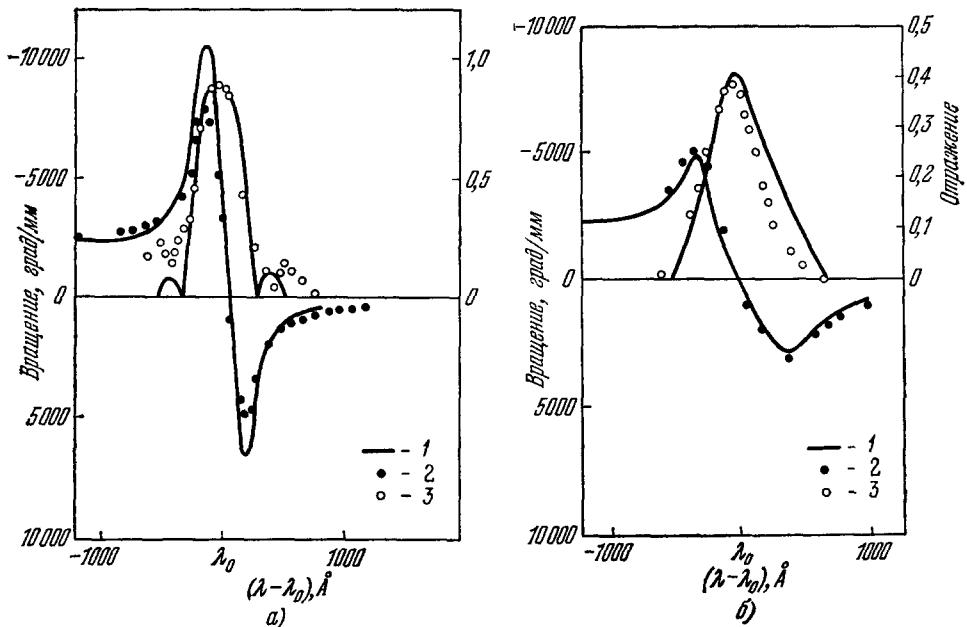


Рис. 7. Рассчитанные и измеренные величины дисперсии вращения плоскости поляризации и отражения для образца холестериллинамата толщиной 3  $\mu\text{м}$  (а) и 1  $\mu\text{м}$  (б)<sup>46</sup>.

1 — теория, 2 — эксперимент по вращению плоскости поляризации, 3 — эксперимент по отражению.

знание во всем частотном интервале одной из величин позволяет, в принципе, определить другую. Поэтому представляется полезным использовать такую связь для проверки согласованности измерений вращения и кругового дихроизма. В связи с этим не изученный в настоящее время вопрос о дисперсионных соотношениях в условиях оптической активности дифракционной природы было бы интересно исследовать теоретически и экспериментально.

#### 4. НАКЛОННОЕ ПАДЕНИЕ СВЕТА

Этот случай более сложен для анализа, так как точное решение уравнений Максвелла здесь неизвестно. Поэтому в ряде работ был выполнен общий анализ структуры и свойств решений<sup>21,22,65-67</sup>. Для получения же решений при конкретных значениях параметров задачи использовались численные методы<sup>68-71</sup>. Однако наличие малого параметра (анизотропии диэлектрических свойств  $\delta$ ) позволяет развить достаточно точную приближенную теорию<sup>27,72-74</sup>.

Было показано, что в случае наклонного падения света проявляются качественные отличия в оптике ХЖК. Существуют высшие порядки отражения на частотах, кратных брэгговской частоте. Существенно меняется отражение и в первом порядке: появляется область отражения света с любой поляризацией, и усложняются поляризационные свойства решений. Физическая причина этих особенностей состоит в том, что при описании распространения волны под углом к оси спирали, помимо дифракционного рассеяния света с поляризацией, определяемой (2.8),

необходимо принимать во внимание двупреломление света, которое, в частности, оказывает влияние на поляризационные характеристики решений. Существование дифракционного рассеяния любой поляризации приводит к более сложной, чем при нормальном падении, картине дифракции света на ХЖК в случае наклонного падения.

Результаты, полученные приближенными методами<sup>27,72-74</sup>, по существу аналогичны и согласуются с результатами общего анализа, однако отличаются от них большей простотой и дают аналитическое описание задачи. Поэтому ниже случай наклонного падения мы изложим, в основном следуя работам<sup>72-74</sup>, в которых для описания оптических свойств ХЖК применяются методы динамической теории дифракции<sup>75-77</sup>.

### а) Система динамических уравнений

Уравнение для вектора электрического поля в случае произвольного направления распространения света в ХЖК имеет вид

$$\hat{\varepsilon} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = -c^2 \operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{E}, \quad (4.1)$$

где  $\hat{\varepsilon}$  дается выражением (1.3).

Ввиду периодичности ХЖК решение уравнения (4.1) имеет вид блоховской волны:

$$\vec{E}(\mathbf{r}, t) = \exp(i\mathbf{k}_0 \mathbf{r} - \omega t) \sum_{s=-\infty}^{\infty} \mathbf{E}_s \exp(ist\mathbf{r}). \quad (4.2)$$

Подставляя (4.2) в (4.1), получим однородную систему уравнений для определения  $\mathbf{E}_s$ :

$$-\mathbf{k}_s^2 \mathbf{E}_s + \frac{\omega^2}{c^2} \sum_{s'=-\infty}^{\infty} \hat{\varepsilon}_{s-s'} \mathbf{E}_{s'} + (\mathbf{k}_s \mathbf{E}_s) \mathbf{k}_s = 0, \quad (4.3)$$

где  $\mathbf{k}_s = \mathbf{k}_0 + s\mathbf{t}$ , а  $\hat{\varepsilon}_s$  определены в (2.2). Общие свойства уравнения (4.1) анализировались в работе Дреера и Мейера<sup>67</sup>, где с помощью теоремы Флока (см. 78) показано, что при фиксированных частоте и угле падения в кристалле существуют четыре значения  $\mathbf{k}_{0j}$ , при которых уравнение (4.1) имеет нетривиальные решения вида (4.2).

Применение численных методов для решения системы (4.3)<sup>68</sup> позволяет получить ее решение с любой степенью точности. Однако для анализа свойств решений удобней иметь аналитические выражения. Поэтому ниже для решения (4.3) будет использовано хорошо известное из электродинамики периодических сред и дифракции рентгеновских лучей двухволновое приближение динамической теории дифракции<sup>75-77, 79</sup>. Это приближение использует тот факт, что в системе (4.3) при выполнении условия Брэгга (2.4) только две амплитуды  $\mathbf{E}_0$  и  $\mathbf{E}_s$  имеют большую величину — порядка амплитуды падающей на кристалл волны, а остальные, по крайней мере, в  $\delta$  раз меньше.

### б) Первый порядок дифракционного отражения

Рассмотрим отражение первого порядка,  $s = 1$ . Из системы (4.3) выделяем два векторных уравнения для волн  $\mathbf{E}_0$  и  $\mathbf{E}_1$  с волновыми векторами  $\mathbf{k}_0$  и  $\mathbf{k}_1 = \mathbf{k}_0 + \mathbf{t}$ :

$$\left( \hat{\varepsilon}_0 - \frac{\mathbf{k}_0^2 c^2}{\omega^2} \right) \mathbf{E}_0 + \hat{\varepsilon}_{-1} \mathbf{E}_1 = 0, \quad (4.4)$$

$$\hat{\varepsilon}_1 \mathbf{E}_0 + \left( \hat{\varepsilon}_0 - \frac{\mathbf{k}_1^2 c^2}{\omega^2} \right) \mathbf{E}_1 = 0.$$

Точность используемого приближения позволила в (4.4) пренебречь малой, порядка  $\delta$ , непоперечностью волн  $E_0$  и  $E_1$  и считать  $E_0$  и  $E_1$  ортогональными  $k_0$  и  $k_1$  соответственно.

Для решения системы (4.4) ее удобно привести к виду, обычно используемому в динамической теории дифракции <sup>77</sup>:

$$\left. \begin{aligned} \left( 1 - \frac{k_0^2}{\kappa^2} + \frac{\delta}{2} \cos^2 \theta \right) E_0^\sigma - \frac{\delta}{2} E_1^\sigma + \frac{i\delta}{2} \sin \theta \cdot E_1^\pi &= 0, \\ \left( 1 - \frac{k_0^2}{\kappa^2} - \frac{\delta}{2} \cos^2 \theta \right) E_0^\pi - \frac{i\delta}{2} \sin \theta E_1^\sigma - \frac{\delta}{2} \sin^2 \theta \cdot E_1^\pi &= 0, \\ -\frac{\delta}{2} E_0^\sigma + \frac{i\delta}{2} \sin \theta \cdot E_0^\pi + \left( 1 - \frac{k_1^2}{\kappa^2} + \frac{\delta}{2} \cos^2 \theta \right) E_1^\sigma &= 0, \\ -\frac{i\delta}{2} \sin \theta E_0^\sigma - \frac{i\delta}{2} \sin^2 \theta \cdot E_0^\pi + \left( 1 - \frac{k_1^2}{\kappa^2} - \frac{\delta}{2} \cos^2 \theta \right) E_1^\pi &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (4.5)$$

где  $E^\sigma$ ,  $E^\pi$  —  $\sigma$ - и  $\pi$ -компоненты амплитуд  $E_0$ ,  $E_1$ ,

$$\kappa = \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{\epsilon}{\epsilon} \left( 1 - \frac{\delta}{2} \cos^2 \theta \right)}$$

— среднее значение волнового вектора волны, распространяющейся в ХЖК под углом  $\pi/2 - \theta$  к оптической оси.

Приравнивая нуль детерминант системы (4.5), получаем условие ее разрешимости в виде, аналогичном (3.4):

$$q^4 - (2\Delta^2 + 2m^2 - 1)q^2 + \Delta^4 - (2m^2 + 1)\Delta^2 + 2m^2\Delta = 0, \quad (4.6)$$

где введены следующие обозначения:

$$\begin{aligned} q &= \frac{k_1^2 - k_0^2}{\kappa^2 \delta (1 + \sin^2 \theta)}, \quad m = \frac{\cos^2 \theta}{1 + \sin^2 \theta}, \\ \Delta &= \frac{2\kappa^2 - k_0^2 - k_1^2}{\kappa^2 \delta (1 + \sin^2 \theta)}. \end{aligned} \quad (4.7)$$

### в) Собственные решения

Соотношения (4.6), (4.7) определяют области значений волновых векторов  $k_0$ ,  $k_1$ , совместимых с условием Брэгга (2.4) и удовлетворяющих уравнениям Максвелла. Эти области в  $\mathbf{k}$ -пространстве образуют так называемые дисперсионные поверхности <sup>75,76,78</sup>. Ниже, не останавливаясь на анализе дисперсионных поверхностей, приведем сразу решения, удовлетворяющие граничным условиям.

В случае, когда оптическая ось перпендикулярна поверхности ХЖК, параметр  $\Delta$  связан с отклонением угла падения или длины волны света от величин, определяемых условием Брэгга (2.4), и может быть представлен в виде

$$\Delta = \frac{2(2\kappa \sin \theta - \tau) \sin \theta}{\kappa \delta (1 + \sin^2 \theta)}. \quad (4.8)$$

В частности, для фиксированного угла  $\theta$   $\Delta = 4(\omega - \omega_B) \sin^2 \theta / \omega \delta (1 + \sin^2 \theta)$ , где  $\omega_B = \tau c / 2 \sin \theta \sqrt{\epsilon (1 - (\delta/2) \cos^2 \theta)}$ , а для фиксированной частоты  $\omega$   $\Delta \approx 2(\theta - \theta_B) \sin 2\theta_B / \delta (1 + \sin^2 \theta_B)$ , где  $\sin \theta_B = \tau / 2\kappa$ .

Величина  $q$ , определяемая из уравнения (4.6), описывает изменение волнового вектора, обусловленное дифракцией, и аналогична  $\beta$  в (3.4).

Так как уравнение (4.6) биквадратное, легко найти его корни  $q_j$  ( $j = 1, 2, 3, 4$ ), соответствующие собственные решения  $E_{0j}$ ,  $E_{1j}$  систем (4.4), (4.5) и, следовательно, решения уравнения (4.1):

$$\vec{E}_j(\mathbf{r}, t) = (E_{0j} e^{i\mathbf{k}_0 j \cdot \mathbf{r}} + E_{1j} e^{i\mathbf{k}_1 j \cdot \mathbf{r}}) e^{-i\omega t}, \quad (4.9)$$

где

$$\left. \begin{aligned} E_{0j} &= E_{0j}^\sigma \sigma + E_{0j}^\pi \pi_0, & E_{1j} &= E_{1j}^\sigma \sigma + E_{1j}^\pi \pi_1, \\ E_{0j}^\sigma &= (\Delta - m + q_j) [(\Delta - q_j)^2 - m^2], \\ E_{0j}^\pi &= -i \sin \theta_B (\Delta + m + q_j) [(\Delta - q_j)^2 - m^2], \end{aligned} \right\} \quad (4.10)$$

$$\left. \begin{aligned} E_{1j}^\sigma &= (\Delta - m - q_j) (\Delta + q_j - m^2), \\ E_{1j}^\pi &= -i \sin \theta_B (\Delta + m - q_j) (\Delta + q_j - m^2), \\ \mathbf{k}_{0j} &= \mathbf{x}_0 + \mathbf{n} \frac{\kappa \delta (\Delta + m + q_j)}{2 \sin \theta (1 + m)}, & \mathbf{k}_{1j} &= \mathbf{k}_{0j} + \boldsymbol{\tau}. \end{aligned} \right\} \quad (4.11)$$

Соотношение (4.11) получено с использованием граничных условий на волновые векторы (непрерывность их тангенциальных составляющих) для случая поверхности образца, перпендикулярной оптической оси ХЖК. В (4.11)  $\mathbf{x}_0$  — волновой вектор падающей на ХЖК волны вне образца,  $\mathbf{n}$  — нормаль к поверхности кристалла.

Собственные решения (4.9) представляют собой суперпозиции двух волн с волновыми векторами  $\mathbf{k}_{0j}$  и  $\mathbf{k}_{1j}$ , обладающих, вообще говоря, эллиптическими поляризациями. Общее решение уравнения (4.1) является суперпозицией собственных решений (4.9):

$$\vec{\mathcal{E}}(r, t) = \sum_{j=1}^4 C_j \vec{\mathcal{E}}_j(r, t), \quad (4.12)$$

с коэффициентами  $C_j$ , которые определяются из граничных условий, аналогичных случаю нормального падения. Найдя  $\vec{\mathcal{E}}(r, t)$  в кристалле, легко найти и выходящие из кристалла волны — отраженную и прошедшую. Решение этой задачи в предположении о малости отражения на границах за счет различия показателей преломления приведено в <sup>73</sup> (см. также <sup>77</sup>). Здесь мы только обсудим получающиеся результаты.

Если кристалл достаточно тонкий ( $L \ll p/\delta$ ), то, естественно, получаются результаты, совпадающие с кинематическим приближением. А именно, отражается только волна с поляризацией, определяемой (2.8), и отраженная волна имеет ту же поляризацию.

### г) Толстые кристаллы

Для толстых кристаллов ( $L \gg p/\delta$ ) решение граничной задачи упрощается по сравнению со случаем  $L \sim p/\delta$ , поскольку в этом случае отличные от нуля коэффициенты в суперпозиции (4.12) имеют только собственные решения, соответствующие затуханию волн при ее распространении в глубь кристалла. Наличие затухания собственных решений (при действительном  $\epsilon$ ) обусловлено дифракционным рассеянием и соответствует существованию отличных от нуля мнимых частей в выражениях (4.11) для  $\mathbf{k}_0$  и  $\mathbf{k}_1$  в некоторых областях значений параметра  $\Delta$ . Последнее означает существование в  $k$ -пространстве запрещенных для распространения волны зон. Это в свою очередь приводит к возникновению зон дифракционного отражения <sup>67, 68, 72, 73</sup>. Границы этих зон проще всего определить из уравнения (4.6).

Как следует из (4.6), в зависимости от отклонения (по углу падения или частоте) от условия Брэгга (2.4), т. е. от величины параметра  $\Delta$  (4.8), в отражении света ХЖК можно выделить три различных случая:

1) Если  $\Delta$  таковы, что все решения  $q_j$  уравнения (4.6) действительны, то волновые векторы (4.11) всех решений (4.9) также действительны. Такие волны проходят через кристалл без ослабления, и коэффициент отражения в этой области мал.

2) Другой характерный случай — такие значения  $\Delta$ , когда два решения  $q_{1,2}$  — мнимые (и отличаются только знаком), а два других  $q_{3,4}$  — действительные. Из (4.9) видно, что в этом случае одна из собственных волн (скажем,  $\vec{E}_1$ ) экспоненциально затухает в глубь кристалла, а другая ( $\vec{E}_2$ ) — возрастает. При этом падающая на кристалл волна с эллиптической поляризацией, соответствующей  $E_{01}$ , полностью отражается, а волна

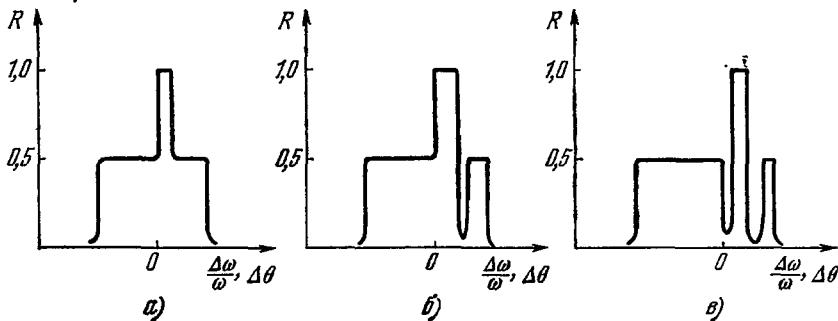


Рис. 8. Качественный вид коэффициента отражения  $R$  неполяризованного света как функция отклонения по частоте (или углу) от условия Брэгга. В зависимости от угла падения  $\theta$  реализуется одна ( $90^\circ > \theta \geq 32^\circ$ ) (а), две ( $32^\circ \geq \theta \geq 25^\circ$ ) (б), три ( $25^\circ > \theta > 0$ ) (в) области селективного отражения.

с ортогональной поляризацией возбуждает в кристалле незатухающие волны  $\vec{E}_3$  и  $\vec{E}_4$  и дает очень слабый вклад в отражение. Для этой области значений  $\Delta$  коэффициент отражения неполяризованного света практически равен 1/2.

3) Имеется еще область значений параметра  $\Delta$ , в которой все четыре корня  $q_j$  комплексные (и попарно комплексно сопряженные). В этой области свет с любой поляризацией практически полностью отражается и коэффициент отражения для неполяризованного света равен 1.

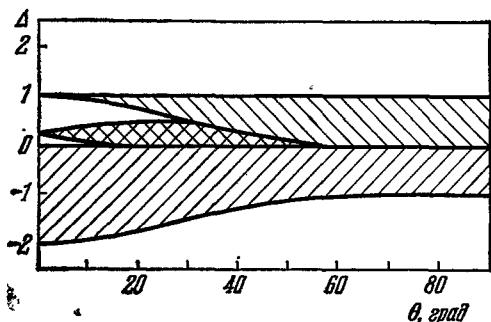


Рис. 9. Области дифракционного отражения в зависимости от угла падения света на ХЖК.

Параметр  $\Delta$  (см. (4.8)) характеризует отклонение от условия Брэгга. Одинарной штриховкой даны области избирательного отражения поляризации, двойной штриховкой — область отражения любой поляризации.

Подробнее поляризационные свойства отражения в ХЖК описаны в<sup>73</sup>. Как показано в<sup>67, 68, 72, 73</sup>, угловые (частотные) области избирательного отражения поляризации и отражения света любой поляризации могут как примыкать друг к другу, так и быть разделенными областями слабого отражения. Качественно характер отражения неполяризованного света иллюстрирует рис. 8. Коэффициент отражения 1/2 соответствует области отражения света с одной, изменяющейся вдоль кривой отражения, областью отражения любой поляризации.

поляризацией; единице соответствует область отражения любой поляризации. Области полного и избирательного отражения при малых углах отражения  $\theta$  могут не примыкать друг к другу и быть разделенными интервалами очень слабого отражения. Это, в частности, следует из рис. 9, на котором

приведена полученная из (4.6) структура зон отражения в зависимости от длины волны и угла падения на кристалл<sup>72,73</sup>. Видно, что при нормальном падении ( $\theta = 90^\circ$ ) ширина области отражения света с любой поляризацией обращается в нуль в соответствии с результатами точного решения.

Изложенное выше аналитическое описание согласуется с результатами численных расчетов и экспериментальных исследований оптических

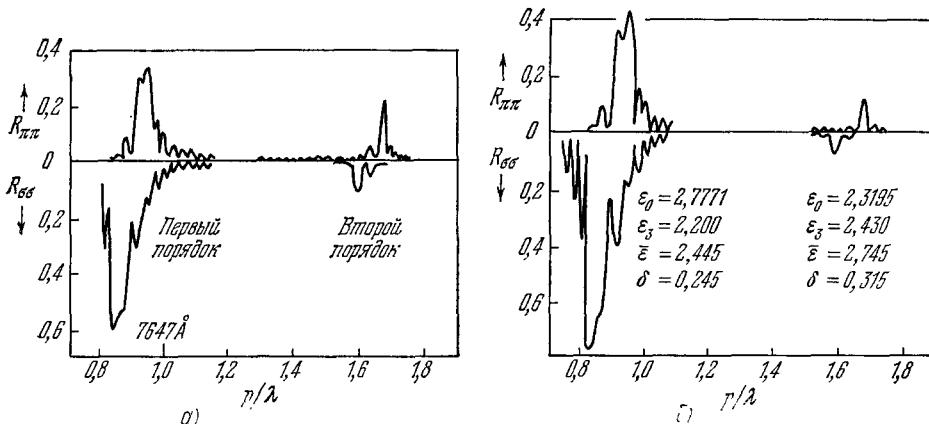


Рис. 10. Измеренные (а) и рассчитанные (б) частотные и поляризационные зависимости в первом и втором порядках отражения для двухкомпонентного холестерического образца<sup>70</sup>.

$R_{\pi\pi}$  ( $R_{\sigma\sigma}$ ) — коэффициент отражения  $\pi$  ( $\sigma$ )-поляризации в  $\pi$  ( $\sigma$ )-поляризацию; угол падения  $45^\circ$ ; толщина образца  $L = 11,47 \text{ мкм}$ ;  $L/p = 15$ ;  $\epsilon_0$  — диэлектрическая проницаемость среды вне образца.

характеристик ХЖК при наклонном падении. В работах Берремана и Шеффера<sup>69-71</sup> (рис. 10) продемонстрировано соответствие численных расчетов с результатами оптических измерений на холестерико-нematicких смесях. В частности, обращает на себя внимание появление высших порядков отражения при наклонном падении света.

#### д) Высшие порядки отражения

Рассмотрим еще одну особенность случая наклонного падения — существование высших порядков отражения, т. е. существование дифракционного отражения в ХЖК не только при  $s = 1$  в формуле (2.4), но и при  $s > 1$ . При фиксированном угле падения высшие порядки проявляются в существовании дифракционного отражения света не только в области частоты  $\omega_B$ , но и в областях  $s\omega_B$ , где  $s$  — порядок отражения.

Впервые теоретически высшие порядки отражения были получены путем численного решения уравнений Максвелла<sup>68-71</sup>, а в работах<sup>69-71</sup> они наблюдались и экспериментально.

При нормальном падении отражение на частотах, кратных  $\omega_B$ , как отмечалось, отсутствует. При наклонном падении, как показывают результаты кинематического приближения, также не может быть прямого рассеяния света с изменением волнового вектора на  $\pi$ , если  $s > 1$ , так как отсутствуют соответствующие гармоники в фурье-разложении (2.2) тензора  $\hat{\epsilon}$ . Однако, используя динамическую теорию дифракции, в частности уравнения (4.3), можно не только показать, что при наклонном падении существуют высшие порядки отражения, но и проанализировать их зависимость от  $s$ . При этом оказывается, что «сила» дифракционного отражения быстро спадает с ростом порядка отражения  $s$ .

Несмотря на то, что прямое рассеяние волны  $E_0$  в  $E_s$  отсутствует, тем не менее такое рассеяние оказывается возможным через промежуточные волны  $E_1, \dots, E_{s-1}$ <sup>74</sup>. Чтобы описать такие процессы, в системе (4.3) необходимо удержать, как минимум,  $s+1$  уравнение, содержащее амплитуды промежуточных волн. Эти амплитуды  $E_1, \dots, E_{s-1}$ , по крайней мере, в  $s$  раз меньше, чем  $E_0$  и  $E_s$ . Их можно исключить из (4.3), выразив через  $E_0$  и  $E_s$ . Для  $E_0$  и  $E_s$  получается в результате система уравнений,

аналогичная (4.4), в которой вместо  $\hat{e}_{\pm 1}$  стоит  $\hat{F}_s e_{\pm 1}$ , где

$$F_s = \left(\frac{\delta}{8}\right)^{s-1} \frac{s^{2s}}{(s!)^2} (\operatorname{ctg} \theta)^{2s-2}. \quad (4.13)$$

Точно так же, как в первом порядке отражения  $\delta$ , величина  $F_s \delta$  теперь определяет характерные интервалы углов (или частот) дифракционного отражения, которые оказываются порядка  $\delta^s$ , т. е. быстро убывают с ростом  $s$ . Следует также отметить, что для наблюдения отражений  $s$ -го порядка необходима довольно большая толщина кристалла ( $L \sim p/\delta F_s$ ), и фактически об их наблюдении можно говорить только для не слишком больших  $s$ .

На рис. 11 показана зависимость коэффициента отражения неполяризованного света от частоты для второго порядка отражения <sup>74</sup>. Два боковых максимума отстоят

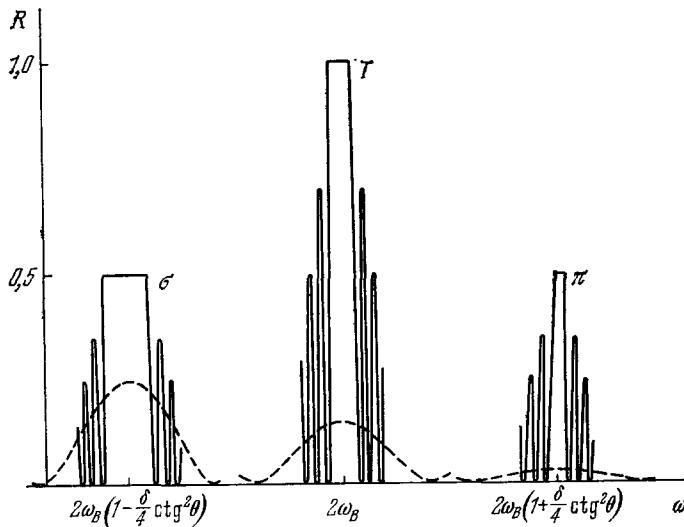


Рис. 11. Рассчитанная зависимость коэффициента отражения  $R$  неполяризованного света от частоты во втором порядке <sup>74</sup>.

$\sigma$  — отражается  $\sigma$ -поляризация,  $T$  — полное отражение любой поляризации,  $\pi$  — отражается  $\pi$ -поляризация (сплошная кривая — для толстого образца, штриховая — для тонкого).

от центрального на расстояниях  $\pm (\omega \delta/4) \operatorname{ctg}^2 \theta$ ,  $\theta$  — угол падения на кристалл. Ширина максимума  $\sigma$   $\Delta \omega_\sigma = \omega \delta^2 \cos^2 \theta / 4 \sin^4 \theta$ . В нем происходит отражение света с линейной  $\sigma$ -поляризацией также в  $\sigma$ -поляризованный свет. В максимуме  $\pi$  происходит отражение  $\pi$ -поляризованного света в  $\pi$ -поляризованный; его ширина  $\Delta \omega_\pi = (\omega \delta^2/4) \operatorname{ctg}^2 \theta$ . В центральном максимуме происходит отражение света с любой поляризацией, при этом  $\sigma$ -поляризация при отражении дает  $\pi$ -поляризацию, и наоборот. Ширина этого максимума  $\Delta \omega_T = (\omega \delta^2/4) \cos^2 \theta / \sin^3 \theta$ . Если толщина кристалла  $L$  мала, максимумы на рис. 11 уширяются (как показано штриховой линией) и становятся слабо выраженными (что видно также из рис. 10).

Такую же картину трех максимумов можно наблюдать и при изменении угла падения при неизменной частоте. Второй порядок отражения имеет место вблизи брэгговского угла  $\theta_B = \arcsin(\tau/\kappa)$ , а угловые ширины максимумов  $\sigma$ ,  $\pi$  и  $T$  определяются следующим образом:

$$\frac{\Delta \theta_\sigma}{\Delta \omega_\sigma} = \frac{\Delta \theta_\pi}{\Delta \omega_\pi} = \frac{\Delta \theta_T}{\Delta \omega_T} = \frac{1}{\omega} \operatorname{tg} \theta. \quad (4.14)$$

Подобного экспериментального исследования отражений второго и более высоких порядков пока не проводилось (за исключением <sup>69-71</sup>).

Исследования отражений высших порядков (в частности, второго) могли бы быть полезны для изучения холестерических кристаллов с большими периодами спирали, для которых первый порядок реализуется в инфракрасной области частот. Отметим, что в таких кристаллах брэгговские углы малы, что упрощает наблюдение высших порядков отражения. Действительно, как видно из вышеприведенных формул, в этом случае увеличиваются частотные, а следовательно, и угловые ширины областей отражения (а также уменьшается необходимая для эффективного наблюдения толщина кристалла).

## 5. ОПТИКА ХЖК ВО ВНЕШНЕМ ПОЛЕ

В связи с широким использованием жидких кристаллов в электро(магнито)оптических устройствах представляет существенный интерес изучение влияния внешних полей на оптические свойства ХЖК. В основе такого влияния лежит анизотропия локальной диэлектрической (магнитной) восприимчивости ХЖК, которая приводит к силам, искажающим структуру ХЖК при наложении внешнего поля. Изменение же структурных свойств в свою очередь отражается на оптических характеристиках ХЖК.

Проявления воздействия внешних полей на структуру (а следовательно, и оптические свойства) весьма разнообразны и зависят от соотношения восприимчивостей вдоль длиной оси молекул  $\chi_{||}$  и в поперечном направлении  $\chi_{\perp}$ , ориентации прилагаемого поля и геометрии эксперимента (размеров оптической ячейки, исходной текстуры ХЖК и т. д. <sup>5, 13, 80</sup>). Например, при  $\chi_{\perp} > \chi_{||}$  поле, параллельное оптической оси, оказывает стабилизирующее воздействие на структуру ХЖК: несовершенный или даже поликристаллический образец ХЖК во внешнем поле может быть переведен в планарную текстуру. Если  $\chi_{\perp} < \chi_{||}$ , то, как показано де Женом и Меером <sup>81, 82</sup>, в поле, перпендикулярном оптической оси, происходит искажение холестерической спиралы и увеличение ее шага  $r$  по мере роста поля, а по достижении некоторого критического поля происходит полная раскрутка спирали.

Приведенные выше примеры соответствуют ситуациям, в которых несущественные поверхностные эффекты. В тонких же холестерических слоях (оптических ячейках) поверхностными эффектами пренебречь нельзя, в связи с чем поведение ХЖК в поле усложняется и определяется конкуренцией поверхностных и «полевых» сил. Так, например, при  $\chi_{\perp} < \chi_{||}$  наложение на планарную текстуру поля, параллельного оптической оси ХЖК, приводит к двумерным, зависящим от толщины образца, периодическим деформациям структуры ХЖК <sup>83</sup>. Говоря о влиянии поля на оптические свойства, мы не конкретизировали, какое это поле, электрическое или магнитное, поскольку каждое магнитооптическое явление имеет свой электрооптический аналог. Однако следует иметь в виду, что полная аналогия электро- и магнитооптических явлений существует, только если электрические поля не приводят к возникновению токов в ХЖК (см. недавние обзоры Блинова и Беляева <sup>13, 80</sup>). Электрооптические явления, связанные с протеканием токов, например динамическое рассеяние света, могут не иметь магнитных аналогов.

## а) Структура и диэлектрические свойства ХЖК в поле

Мы ниже рассмотрим оптические свойства ХЖК, обладающего положительной магнитной или электрической анизотропией ( $\chi_{||} > \chi_{\perp}$ ), в поле, перпендикулярном его оптической оси. Как показано в <sup>81, 82</sup>, при таком направлении внешнего поля угол поворота молекул в (1.1) перестает быть линейной функцией координаты  $z$ ,  $\Phi(z)$  преобразуется в эллиптическую амплитуду Якоби, а в соответствии с этим  $\sin \Phi$  и  $\cos \Phi$  в формулах (1.3) для тензора  $\varepsilon(z)$  заменяются эллиптическими синусом и косинусом <sup>84</sup>. Вследствие этого в фурье-разложении тензора  $\hat{\varepsilon}(z)$  присутствуют все гармоники:

$$\hat{\varepsilon}(z) = \sum_{s=-\infty}^{+\infty} \hat{\varepsilon}_s \exp \left( -\frac{4\pi i s z}{p_F} \right), \quad (5.1)$$

где  $p_F = (2/\pi)^2 K(k) E(k)$  — шаг спирали во внешнем поле  $F$ ;  $K(k)$ ,  $E(k)$  — полные эллиптические интегралы <sup>84</sup>; их модуль  $k$  находится из уравнения  $k/E(k) = F/F_c$ , где  $F$  — внешнее поле,  $F_c = (\pi^2/p) \sqrt{k_{22}/(\chi_{||} - \chi_{\perp})}$  — значение критического поля (магнитного или электрического), которое полностью раскручивает холестерическую

спираль;  $k_{22}$  — упругая постоянная кручения. Фурье-компоненты  $\hat{\varepsilon}_s$  оказываются следующими:

$$\hat{\varepsilon}_0 = \begin{pmatrix} \bar{\varepsilon} + \frac{\bar{\varepsilon}\delta\rho_0}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \bar{\varepsilon} - \frac{\bar{\varepsilon}\delta\rho_0}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_3 \end{pmatrix}, \quad (5.2)$$

$$\hat{\varepsilon}_{s \geq 1} = \frac{\bar{\varepsilon}\delta}{2} \begin{pmatrix} \rho_s & \mp i\rho'_s & 0 \\ \mp i\rho'_s & -\rho_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{\varepsilon}_{-s} = \hat{\varepsilon}_s^*,$$

где

$$\rho_0 = 4 \frac{K(k) - E(k)}{k^2 K(k)} - 2, \quad \rho_s = \frac{4\pi^2 s \eta^s}{k^2 (1 - \eta^{2s}) K^2(k)}, \quad (5.3)$$

$$\rho'_s = \rho_s \frac{1 - \eta^{2s}}{1 + \eta^{2s}}, \quad \eta = \exp \left[ -\frac{\pi K(\sqrt{1 - k^2})}{K(k)} \right].$$

### б) Система динамических уравнений

Волновое уравнение (3.1) с диэлектрической проницаемостью (5.1) не удается точно решить даже в случае нормального падения. В работах <sup>85-87</sup> некоторые частные решения были получены численными методами. Здесь, как и выше, мы рассмотрим оптику ХЖК во внешнем поле на основе двухволнивого приближения динамической теории дифракции <sup>87, 88</sup>, что позволяет получить аналитические выражения. Хотя такой подход дает возможность рассмотреть и случай произвольного угла падения света на кристалл <sup>88</sup>, мы ограничимся здесь изложением только случая нормального падения, так как в этом случае внешнее поле меняет оптические свойства ХЖК наиболее радикально. В частности, наличие всех фурье-компонент в разложении  $\hat{\varepsilon}$  приводит к возникновению высших порядков отражения даже при нормальном падении.

Уравнения динамической теории дифракции при наличии внешнего поля имеют вид, аналогичный (4.4):

$$\left( \hat{\varepsilon}_0 - \frac{k_0^2 c^2}{\omega^2} \right) E_0 + \hat{\varepsilon}_{-s} E_s = 0, \quad (5.4)$$

$$\hat{\varepsilon}_s E_0 + \left( \hat{\varepsilon}_0 - \frac{k_s^2 c^2}{\omega^2} \right) E_s = 0,$$

где  $\hat{\varepsilon}_0$  и  $\hat{\varepsilon}_{\pm s}$  определены в (5.2). Из условия разрешимости системы (5.4) для случая нормального падения получаем секулярное уравнение, аналогичное (4.6):

$$q^4 - 2(\rho_0^2 - \rho_s^2 - \rho'_s{}^2 + \Delta^2) q^2 + \Delta^4 - 2(\rho_0^2 + \rho_s^2 + \rho'_s{}^2) \Delta^2 + (\rho_0^2 - \rho_s^2 + \rho'_s{}^2)^2 = 0, \quad (5.5)$$

где

$$q = \frac{k_s^2 - k_0^2}{\chi^2 \delta}, \quad \Delta = 4 \frac{\omega - \omega_B}{\omega \delta}, \quad \omega_B = \frac{2\pi c}{p_F \sqrt{\bar{\varepsilon}}}.$$

Таким образом, случай нормального падения при наличии поля оказывается похожим на случай наклонного падения света на ХЖК в отсутствие поля, поэтому анализ свойств селективного отражения в поле аналогичен выполненному в гл. 4.

Поляризационные характеристики рассеяния в поле, в отличие от случая нормального падения света на неискаженный полем ХЖК, оказываются зависящими от толщины образца.

### в) Отражение от толстых кристаллов

Рассмотрим сначала отражения различных порядков от толстых кристаллов. При наложении поля область селективного отражения круговой поляризации первого порядка сдвигается по частоте в соответствии с изменением периода спирали <sup>81, 82</sup>. В середине области селективного отражения возникает область полного отражения света любой поляризации, в которой каждая поляризованный по кругу компонента при отражении переходит в самое себя. Следует отметить, что утверждение о циркулярности избирательно отражаемых поляризаций является приближенным и нарушается при полях, близких к критическому. При полях, близких к  $F_c$ , область отражения первого порядка распадается на три пика и картина отражения становится похожей на отражение в высших порядках (см. ниже). Расчет дает, что расщепление

области отражения происходит при поле  $F \geq 0,98F_c$ . Для  $F \leq 0,98F_c$  зависимости от  $F$  полной ширины области селективного отражения  $\Delta\omega_s$  и области отражения света с любой поляризацией  $\Delta\omega_T$  даются выражениями

$$\Delta\omega_s = \omega_B \delta (\sqrt{\rho_0^2 + \rho_1^2} + \rho_1), \quad (5.6)$$

$$\Delta\omega_T = \omega_B \delta (\sqrt{\rho_0^2 + \rho_1^2} - \rho_1). \quad (5.7)$$

Зависимость (5.7) представлена на рис. 12 кривой 1. Центры областей расположены на частоте  $\omega_B = 2\pi c/p_F \sqrt{\frac{\epsilon}{\epsilon_0}}$ .

В первом порядке при  $F \geq 0,98F_c$  и во втором и высших порядках при всех значениях  $F$  дифракционное отражение реализуется в трех несвязанных частотных интервалах.

В интервалах частот

$$-\frac{\delta}{2} (\sqrt{\rho_0^2 + \rho_s'^2} + \rho_s) < \frac{\Delta\omega}{\omega} < -\frac{\delta}{2} (\sqrt{\rho_0^2 + \rho_s'^2} - \rho_s), \quad (5.8)$$

$$\frac{\delta}{2} (\sqrt{\rho_0^2 + \rho_s'^2} - \rho_s) < \frac{\Delta\omega}{\omega} < \frac{\delta}{2} (\sqrt{\rho_0^2 + \rho_s'^2} + \rho_s) \quad (5.9)$$

(здесь  $\Delta\omega = \omega - s\omega_B$ ) отражается только волна с зависящей от  $\Delta\omega$  эллиптической поляризацией, определяемой соответствующим собственным решением системы (5.4).

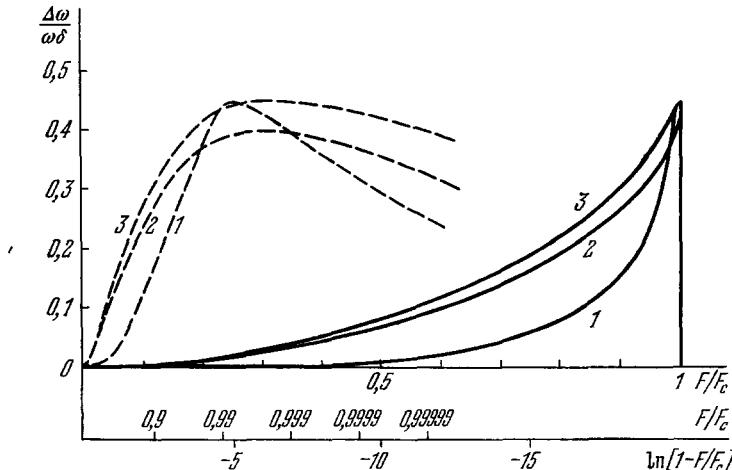


Рис. 12. Зависимость от поля частотных интервалов селективного отражения при нормальном падении света на ХЖК<sup>88</sup>.

Кривые 1, 2 дают ширину областей полного отражения в первом и втором порядках соответственно, кривая 3 — ширину областей селективного отражения поляризации во втором порядке (штриховые кривые соответствуют логарифмическому масштабу).

Для третьего и высших порядков поляризации, испытывающие избирательное отражение, близки к линейным, направленным вдоль поля для интервала частот (5.8) и направленным перпендикулярно полю для интервала (5.9). Частотная ширина областей (5.8) и (5.9) одинакова, а ее зависимость от  $F$  для второго порядка представлена кривой 3 на рис. 12.

Междудо интервалами (5.8) и (5.9) находится область частот

$$-\frac{\delta}{2} \left( \frac{\rho_s' \sqrt{\rho_0^2 - \rho_s'^2}}{\rho_0} \right) < \frac{\Delta\omega}{\omega} < \frac{\delta}{2} \left( \frac{\rho_s' \sqrt{\rho_0^2 - \rho_s'^2}}{\rho_0} \right), \quad (5.10)$$

в которой отражается волна с любой поляризацией. Зависимость ширины этой области от  $F$  для второго порядка изображается на рис. 12 кривой 2. В третьем и более высоких порядках в области (5.10) волна, поляризованная по полю, при отражении дает волну, поляризованную перпендикулярно полю, и наоборот (ср. с. п. д. гл. 4).

При малых полях частотные интервалы (5.8) — (5.10) ведут себя как  $(F/F_c)^{2s-2}$ . Таким образом, ширина области отражения второго порядка пропорциональна  $(F/F_c)^2$ , т. е. чувствительнее к малым полям, чем, например, изменение периода холестериче-

ской спирали, которое в малых полях порядка  $(F/F_c)^4$ . При  $F \gg F_c$  пространственная периодичность ориентации молекул с ХЖК исчезает и дифракционное отражение отсутствует.

Отметим, что для того, чтобы в  $s$ -м порядке коэффициент отражения был близок к единице, т. е. образец можно было считать толстым, необходимо, чтобы толщина кристалла  $L$  удовлетворяла соотношению

$$L \gg p_F \left( \frac{\Delta\omega}{\omega} \right)_s^{-1}, \quad (5.11)$$

где  $(\Delta\omega/\omega)_s$  — характерный для данного порядка  $s$  частотный интервал, определяемый формулами (5.6) — (5.10).

При получении выражений (5.8), (5.10) предполагалось, что линейное двупреломление, индуцированное полем, больше, чем циркулярное двупреломление в неискаженном ХЖК<sup>87</sup>, т. е.

$$\delta\rho_0 > \frac{\delta\omega^3}{8\omega_B (\omega^2 - \omega_B^2)}. \quad (5.12)$$

Поскольку ясно, что в достаточно слабых полях  $\rho_0 \sim (F/F_c)^2$  и неравенство (5.12) нарушается, то выполненный анализ, строго говоря, справедлив для достаточно сильных полей, удовлетворяющих условию (5.12). Второй порядок отражения света от ХЖК, искаженного внешним полем (электрическим), экспериментально наблюдался в работе<sup>88</sup> для случая распространения света вдоль оси спирали.

## 6. ПОГЛОЩАЮЩИЕ ХЖК

До сих пор мы считали, что поглощение света в ХЖК отсутствует. На самом деле такое поглощение имеет место и может быть очень значительным вблизи зон поглощения молекул ХЖК или специально введенных веществ (например, красителей). Спиральная структура ХЖК оказывается на характере поглощения света и может радикально его изменить вплоть до почти полного подавления поглощения.

Как известно, поглощение света приводит к наличию мнимой части в тензоре диэлектрической проницаемости  $\hat{\epsilon}$ . Поэтому при рассмотрении оптики поглощающих ХЖК можно пользоваться приведенными выше, в разделах 1—4, выражениями, с тем отличием, что  $\hat{\epsilon}_1$ ,  $\hat{\epsilon}_2$  и  $\hat{\epsilon}_3$  — главные значения тензора  $\hat{\epsilon}$  — теперь представляют собой комплексные величины. Например, если в рассматриваемом интервале частот в спектре молекул ХЖК есть несколько полос поглощения, линейно поляризованных под углами  $\psi_j$  к длинной оси молекулы, то мнимые части  $\bar{\epsilon} = (\epsilon_1 + \epsilon_2)/2$  и  $\epsilon_a = \epsilon_1 - \epsilon_2$  даются следующими выражениями<sup>6, 90</sup>:

$$\begin{aligned} \text{Im } \bar{\epsilon} &= \sum_j \eta_j \left[ 1 + \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{3}{2} \sin^2 \psi_j \right) S \right], \\ \text{Im } \epsilon_a &= 3S \sum_j \eta_j \left( 1 - \frac{3}{2} \sin^2 \psi_j \right), \end{aligned} \quad (6.1)$$

где величина  $\eta_j$  пропорциональна силе соответствующего осциллятора,  $S$  — параметр порядка (см. (1.2)).

### а) П о д а в л е н и е п о г л о щ е н и я

Рассмотрим вначале влияние поглощения на оптические характеристики в области селективного отражения<sup>8, 91—93</sup>. Влияние поглощения на отражение света от ХЖК, как и обычно, проявляется в уменьшении коэффициента отражения. Однако ввиду того, что отражение в ХЖК носит дифракционный характер, поглощение света в области селективного отражения и соответственно уменьшение коэффициента отражения может быть существенно ослаблено. Подавление поглощения в условиях дифракции хорошо известно для рентгеновских лучей<sup>75, 76</sup>, а также мессбауэровских  $\gamma$ -квантов<sup>94</sup> и нейтронов<sup>95</sup> и называется эффектом Бормана. Для ХЖК эта задача рассмотрена в<sup>92</sup> для случая нормального падения и в<sup>93</sup> для произвольного угла падения света. В<sup>92, 93</sup> показано, что для осцилляторов поглощения, направленных вдоль длинной оси молекул (т. е. при  $\text{Im } \epsilon_1 \neq 0$ ,  $\text{Im } \epsilon_2 = \text{Im } \epsilon_3 = 0$ ), в случае идеального упорядочения молекул ( $S = 1$ ) в кристалле возможно полное подавление поглощения.

Это означает, что для определенной поляризации и угла падения интенсивность волны, отраженной толстым кристаллом, равна интенсивности падающей (рис. 13).

Например, в этом случае для нормального падения света полное подавление поглощения и обращение коэффициента отражения в единицу достигается на частоте  $\omega = \omega_B \sqrt{2\epsilon_0}/(\text{Re } \epsilon_1 + \epsilon_0)$  для дифрагирующей круговой поляризации. В этом можно непосредственно убедиться с помощью формул (3.5), (3.6), (3.10).

Физическая причина уменьшения поглощения заключается в том, что в возникающей в кристалле суперпозиции волн (4.12) вектор электрического поля в каждой

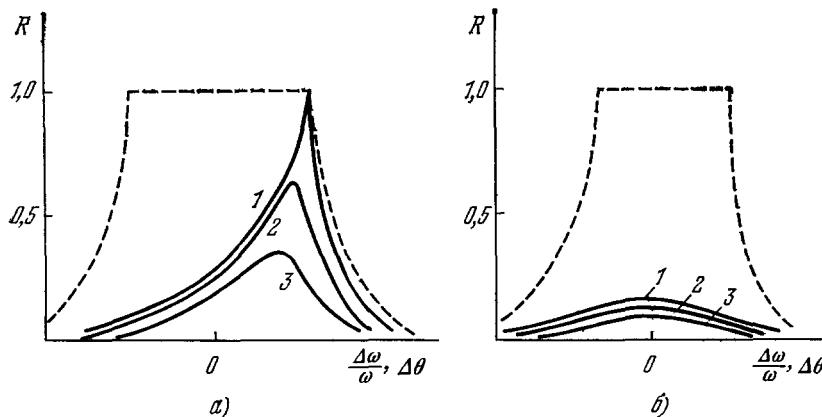


Рис. 13. Качественная зависимость коэффициента отражения  $R$  для толстых поглощающих ХЖК при наклонном падении.

Отражение света с поляризацией, испытывающей подавление поглощения (a), не испытывающей подавления поглощения (b). Кривые 1–3 — для значений параметра порядка  $S = 1; 0,9$  и  $0,7$  соответственно, штриховая кривая — в отсутствие поглощения.

точке ХЖК направлен перпендикулярно длинным осям молекул, а значит, и осцилляторам поглощения, а такие волны не испытывают поглощения. Для реальных кристаллов полное подавление поглощения не достигается, пик на кривой отражения (см. рис. 13) не достигает единицы и сильно зависит от величины параметра порядка  $S$ .

Подавление поглощения проявляется также в круговом дихроизме. Так, с помощью формул (3.13) и (3.15) для толстых поглощающих ХЖК выражение для величины кругового дихроизма  $D$  может быть представлено в виде

$$D = \text{th} \left[ \frac{1}{2} L \text{Im} (\beta_3 - \beta_1) \right], \quad (6.2)$$

где  $\beta_1, \beta_3$  определены выражением (3.5).

При  $\text{Im } \epsilon \gg |\delta|$  выражение (6.2) переходит в

$$D = \text{th} \left[ \frac{\kappa^2 L}{8\tau} \frac{\text{Im } \bar{\epsilon} (\text{Re}^2 \epsilon_a - \text{Im}^2 \epsilon_a) - \gamma \text{Im } \epsilon_a \text{Re } \epsilon_a}{\gamma^2 + 4 \text{Im}^2 \bar{\epsilon}} \right], \quad (6.3)$$

где  $\gamma = 2[1 - (\omega_B/\omega)^2]\text{Re } \bar{\epsilon}$ .

Из (6.3) следует, что величина  $D$  как функция частоты меняет знак. Изменение знака  $D$  означает, что в области дифракционного отражения проявляется не только подавление поглощения, но и его возрастание по сравнению со средним поглощением.

Подавление поглощения света и зависимость дихроизма от частоты экспериментально наблюдались в работе <sup>96</sup> по изменению интенсивности проходящего сквозь ХЖК луча в области селективного отражения.

### б) Вращение плоскости поляризации

Наличие анизотропного поглощения сильно изменяет также зависимость угла поворота плоскости поляризации от частоты. Если непоглощающий кристалл в области селективного отражения вращает практически одинаково и вправо и влево (см. рис. 7), то поглощающий кристалл вращает преимущественно в одну сторону <sup>92, 93</sup>. Такое изменение характера вращения плоскости поляризации в поглощающем ХЖК обусловлено тем, что теперь «медленная» и «быстрая» дифрагирующие волны, представ-

ленные в разложении (3.7), испытывают существенно различное поглощение в ХЖК. Это приводит к тому, что одна из волн оказывается подавленной в ХЖК и, как следствие, возникает асимметрия кривой вращения поляризации либо вообще отсутствует изменение знака вращения.

Угол поворота плоскости поляризации света, так же как для непоглощающих ХЖК, определяется разностью фаз слагаемых в выражении (3.15), в котором теперь необходимо учесть комплексность  $\bar{\epsilon}$ .

В тех же предположениях, что были сделаны при получении (6.3), для угла поворота плоскости поляризации найдем

$$\varphi = L \frac{\operatorname{Re}(\beta_1 - \beta_3) - \tau}{2} = \frac{\gamma^2 L}{8\tau} \frac{\gamma(\operatorname{Re}^2 \epsilon_a - \operatorname{Im}^2 \epsilon_a) + 4 \operatorname{Im} \bar{\epsilon} \operatorname{Im} \epsilon_a \operatorname{Re} \epsilon_a}{\gamma^2 + 4 \operatorname{Im}^2 \bar{\epsilon}}. \quad (6.4)$$

Вид зависимостей, описываемых выражением (6.4), приведен на рис. 14.

Рассмотрим теперь распространение света вдоль оси спирали для частот  $\omega$  вне области селективного отражения. Оказывается, что при этом на частотах, соответствующих полосам поглощения молекул, наблюдаются круговой дихроизм и дисперсия вращательной способности<sup>90, 91, 97-103</sup>, связанные со спиральной структурой ХЖК и проявляющиеся даже в отсутствие собственной оптической активности молекул. Наблюдаемый круговой дихроизм и дисперсия вращательной способности определяются характеристиками (в частности, поляризацией) полос поглощения (входящими в теорию через  $\bar{\epsilon}$ ) и вне области селективного отражения описываются выражениями (6.2), (6.4) при любой толщине кристалла  $L$  и произвольном значении  $\operatorname{Im} \bar{\epsilon}$ .

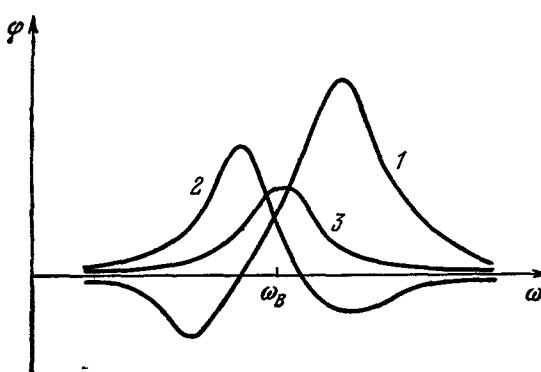


Рис. 14. Качественная зависимость угла поворота плоскости поляризации от частоты для различных значений поглощения в ХЖК.

1 —  $\operatorname{Re} \epsilon_a > \operatorname{Im} \epsilon_a$ , 2 —  $\operatorname{Re} \epsilon_a < \operatorname{Im} \epsilon_a$ , 3 —  $\operatorname{Re} \epsilon_a = \operatorname{Im} \epsilon_a$ .

кругового дихроизма ХЖК действительно определяются спектром линейного дихроизма молекул, образующих ХЖК. Следует отметить, что круговой дихроизм ХЖК, как видно из (6.3), имеет место, в частности, и при изотропном поглощении молекул ( $\operatorname{Im} \epsilon_a = 0$ ,  $\operatorname{Im} \bar{\epsilon} \neq 0$ ). Таким образом, по измеренным спектрам кругового дихроизма можно делать заключения о строении молекул и структуре ХЖК.

В работах<sup>48, 49</sup> измерения кругового дихроизма и дисперсии вращательной способности ХЖК производились вблизи длинноволнового края электронной полосы поглощения, однако полной теоретической интерпретации эти результаты пока не получили.

## 7. НЕСОВЕРШЕННЫЕ ХЖК

Изображенную на рис. 2 идеальную холестерическую структуру довольно трудно получить в толстых образцах. При переходе изотропная жидкость — ХЖК обычно образуется так называемая конфокальная текстура<sup>1, 2, 5</sup>, в которой локальная ориентация оптической оси ХЖК в различных точках различна, и кристалл рассеивает свет по всем направлениям. Поэтому в экспериментальных ситуациях часто имеют дело с неидеальными ХЖК.

Планарную же текстуру (до толщин 100—200 мкм) получают путем наложения на ХЖК внешних полей<sup>13, 80</sup> или с помощью механических воздействий в процессе приготовления образцов<sup>1, 2, 16, 18</sup>. Путем покрытия пластин поверхностью активными веществами в тонких слоях можно также добиться ориентации оси ХЖК, параллельной поверхности.

Подробное рассмотрение оптической активности и дихроизма ХЖК вне области селективного отражения содержится в<sup>91</sup>. Для этого случая справедливость выражений (6.2) — (6.4) проверялось экспериментально в работе<sup>90</sup>, в которой показано, что спектры

Как будет видно, несовершенство структуры ХЖК и, как следствие, отсутствие когерентности в рассеянии света отдельными кристаллитами ХЖК проявляется в интенсивности и поляризационных характеристиках рассеяния. Основным проявлением несовершенства ХЖК в поляризационных свойствах рассеяния оказывается деполяризация рассеянного света (в случае совершенной структуры рассеянный свет полностью поляризован). Для несовершенных кристаллов оказывается также иной, чем у идеальных, зависимость поляризационных характеристик рассеянного и прошедшего через ХЖК света от толщины образца.

Физическая причина названных отличий вполне понятна. Зависимость поляризации света от толщины обусловлена наличием двупреломления в ХЖК. Двупреломление приводит к тому, что поляризация прямой волны изменяется по мере ее проникновения в глубь образца. Аналогичные изменения происходят с поляризацией рассеянной волны по мере ее распространения в образце. По этой причине поляризация вышедшей из образца рассеянной волны оказывается зависящей от точки, в которой произошел акт рассеяния, а в целом поляризационные характеристики рассеяния проявляют зависимость от толщины образца. Деполяризация обусловлена тем, что наблюдаемое рассеянное излучение представляет собой некогерентную суперпозицию волн, рассеянных от отдельных участков ХЖК.

#### а) Тонкие несовершенные кристаллы

Для описания рассеяния света на тонких несовершенных образцах с разбросом ориентации оптической оси у отдельных кристаллитов может быть применена кинематическая теория. Для этого случая на основе условия Брэгга и законов преломле-

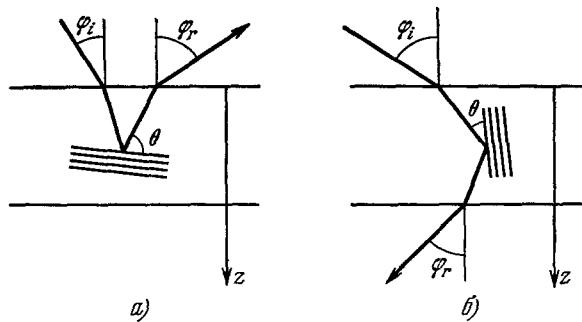


Рис. 15. Возможные геометрии рассеяния в несовершенных образцах ХЖК.

ния света на границах ХЖК Фергасоном<sup>15</sup>, а затем и другими авторами<sup>104, 105</sup> получены формулы, связывающие углы падения и отражения с длиной волны, соответствующей максимуму селективного отражения света, для случаев, изображенных на рис. 15, а и б соответственно:

$$\lambda = np \cos \left[ \frac{1}{2} \arcsin \left( \frac{\sin \varphi_i}{n} \right) + \frac{1}{2} \arcsin \left( \frac{\sin \varphi_r}{n} \right) \right], \quad (7.1a)$$

$$\lambda = np \sin \left[ \frac{1}{2} \arcsin \left( \frac{\sin \varphi_i}{n} \right) + \frac{1}{2} \arcsin \left( \frac{\sin \varphi_r}{n} \right) \right], \quad (7.1b)$$

где  $\lambda$  — длина волны света в вакууме,  $n = \sqrt{\epsilon}$  — показатель преломления ХЖК. Более общий случай, когда дифрагировавший луч не лежит в плоскости, образованной падающим лучом и нормалью к поверхности ХЖК, рассмотрен в<sup>106</sup>.

Формулы (7.1) чисто геометрические и ничего не говорят об интенсивности и поляризации дифрагировавшего пучка. Как показано в<sup>104</sup>, изучение зависимости интенсивности дифракции от угла  $\varphi_r$  при фиксированном  $\varphi_i$  (см. рис. 15) и от длины волны

позволяет делать заключения о величине разориентации кристаллитов в кристалле. Во всех случаях измерения показывают, что наиболее сильное отражение происходит при  $\varphi_r = \varphi_i$ , т. е. образцы состоят из кристаллитов, оси которых в основном параллельны поверхности в случае конфокальной текстуры и перпендикулярны в случае планарной текстуры<sup>104-106</sup>.

Рассмотрим теперь подробнее поляризационные свойства дифракции на несовершенных ХЖК. Для определенности ниже будем считать, что несовершенство ХЖК таково, что он является аналогом не поликристаллического образца, а мозаичного монокристалла. Это означает, что отдельные области ХЖК рассеивают некогерентно, однако их пространственная ориентация отличается мало. В этих условиях в связи с некогерентным характером интерференции в рассеянии от отдельных областей ХЖК от уравнений для амплитуд полей целесообразно перейти к уравнениям для величин, квадратичных по амплитудам. В качестве таких величин ниже будут использованы тензоры поляризации прямой и дифрагированной волн. Тензор поляризации  $\hat{I}$  (см., например,<sup>107</sup>) только нормировкой отличается от поляризационной матрицы плотности<sup>108</sup>: его компоненты квадратичны по амплитуде волны, а  $\text{Sp } \hat{I}$  дает интенсивность волны.

Будем сначала считать образец достаточно тонким, так что можно пренебречь ослаблением волны в образце и достаточно учитывать только однократное дифракционное рассеяние. Пусть на кристалл падает волна, характеризующаяся тензором поляризации  $\hat{I}^i$ . При распространении света под углом к оптической оси из-за наличия двупреломления его поляризация изменяется. Изменение тензора поляризации падающей волны  $\hat{I}_0$  описывается уравнением

$$\frac{d\hat{I}_0}{dz} = \hat{A}^0 \hat{I}_0, \quad (7.2)$$

где тензор  $A_{iklm}^0 = i(\omega/c)[(\hat{\varepsilon}_0)_{ik}^0 \delta_{lm} - \delta_{ik}(\hat{\varepsilon}_0)_{lm}^0]/\cos \varphi_i$ ,  $i, k, l, m = 1, 2$ , а используемые здесь компоненты тензора  $\hat{\varepsilon}_0$  из (2.2) описывают распространение света в направлении  $\mathbf{k}_0$ , т. е. записаны в системе координат, две из осей которой (1 и 2) ортогональны направлению распространения света, а третья совпадает с этим направлением;  $\cos \varphi_i = k_{0z}/|\mathbf{k}_0|$ .

Из (7.2) для тензора поляризации  $\hat{I}_0$  на глубине  $z$  от поверхности образца получим

$$\hat{I}_0^i(z) = \exp(z\hat{A}^0) \hat{I}^i, \quad (7.3)$$

Тензор поляризации рассеянной волны  $\hat{I}_1$  формируется за счет дифракции падающей волны на кристаллитах, расположенных на различных глубинах. Если на глубине  $z$  свет испытывает брэгговское рассеяние из волны  $\mathbf{k}_0$  в волну  $\mathbf{k}_1$ , то добавка  $\Delta\hat{I}_1$  к  $\hat{I}_1$  за счет этого рассеяния описывается выражением

$$(\Delta\hat{I}_1)_{ik} = C_{iklm}^{10} (\hat{I}_0(z))_{lm} \Delta z, \quad (7.4)$$

где  $\Delta z$  — характерный размер кристаллита,  $C_{iklm}^{10} = r F_{il} F_{km}^*$ ,  $r$  — зависящий от средних размеров и формы кристаллитов коэффициент, тензор  $\hat{F}$  совпадает со структурной амплитудой (2.5), т. е. его компоненты определяются соотношением

$$F_{il} = F(\mathbf{k}_0, \mathbf{e}_0)_i \cdot \mathbf{k}_1, \mathbf{e}_1)_l = \mathbf{e}_1^* \cdot \hat{\varepsilon}_1 \mathbf{e}_0_l. \quad (7.5)$$

Для того чтобы получить тензор поляризации волны, рассеянной всем образцом,  $\hat{I}^r$ , необходимо выражение (7.4) проинтегрировать по толщине образца, учитывая, что при распространении света с глубины  $z$  до поверхности кристалла тензор поляризации  $\hat{I}_1$  изменяется с координатой  $z$  по закону, аналогичному (7.2), (7.3). В результате выражение для  $\hat{I}^r$  преобирает вид

$$\hat{I}^r = \int_0^L \exp(z\hat{A}^1) \hat{C}^{10} \exp(z\hat{A}^0) dz \hat{I}^i, \quad (7.6)$$

где тензор  $\hat{A}^1$  определяется выражением для  $\hat{A}^0$  (см. (7.2)), если в нем использовать компоненты тензора  $\hat{\varepsilon}_0$ , описывающие распространение света в направлении рассеяния, т. е. записанные в системе координат, две оси которой (1 и 2) перпендикулярны направлению распространения рассеянного света, а третья ось совпадает с этим направлением.

Тензор поляризации (7.6) определяет все, в том числе и поляризационные, характеристики дифрагированного пучка<sup>107, 108</sup>.

Из (7.6) следует, что поляризационные характеристики рассеяния на мозаичном кристалле отличаются от случая идеального образца. В частности, рассеянный свет деполяризуется (даже при полностью поляризованном падающем пучке рассеянный свет оказывается поляризованным частично).

В общем случае выражение (7.6) для  $\hat{I}^r$  после взятия интеграла оказывается довольно громоздким. Если падающий свет неполяризован (т. е.  $(\hat{I}^i)_{ik} \sim \delta_{ik}$ ), то формула (7.6) упрощается и из нее вытекает следующее выражение для поляризационной матрицы плотности дифрагировавшего пучка  $\hat{\rho}^r = \hat{I}^r / \text{Sp } \hat{I}^r$ :

$$\begin{aligned} \rho_{11}^r &= \frac{1}{1 + \sin^2 \theta}, \quad \rho_{22}^r = \frac{\sin^2 \theta}{1 + \sin^2 \theta}, \\ \rho_{12}^r = \rho_{21}^{r*} &= \frac{\sin \theta \cos \varphi'_r \cdot \{\exp[-2i\kappa\delta L \sin^2 \varphi'_r / \cos \varphi'_r] - 1\}}{2\kappa\delta L \sin \varphi'_r (1 + \sin^2 \theta)}, \end{aligned} \quad (7.7)$$

где  $\cos \varphi'_r = k_{1z} / |k_1|$ .

Из (7.7) видно, что при достаточно большой толщине кристалла (при  $L \gg \sin \theta \cos \varphi'_r / \kappa\delta \sin \varphi'_r$ ) можно преибресть недиагональными элементами в (7.7) и выходящий из кристалла свет оказывается частично линейно поляризованным вдоль  $\sigma$ , со степенью поляризации  $P = \cos^2 \theta / (1 + \sin^2 \theta)$ . Таким образом, при малых углах  $\theta$  свет оказывается почти полностью поляризованным перпендикулярно оси спирали. Отметим, что выражение (7.7) справедливо и в случае, изображенном на рис. 15, б.

В проведенном выше рассмотрении мы считали, что свет испытывает только однократное брэгговское рассеяние внутри образца (аналогичный подход использовался для описания дифракции мёссбауэровского излучения в мозаичных кристаллах <sup>109, 110</sup>).

### б) Учет многократного рассеяния

Для толстых образцов ХЖК может стать существенным многократное рассеяние из падающей волны в отраженную и обратно. Это связано с тем, что в толстом образце интенсивность дифрагировавшей волны не мала по сравнению с интенсивностью падающей, и необходимо учитывать, что она также испытывает дифракционное рассеяние. Дифракционное рассеяние этой волны (а также двупреломление в ХЖК) можно учесть так же, как это было сделано выше, однако при этом необходимо принять во внимание ослабление воли в образце за счет дифракционного рассеяния <sup>111</sup>.

При этом оказывается, что в образце изменение с координатой тензоров поляризации  $\hat{I}_0$ ,  $\hat{I}_1$  первичной и дифрагировавшей волн описывается уравнениями

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{I}_0}{dz} &= \hat{A}^0 \hat{I}_0 - \hat{B}^0 \hat{I}_0 + \hat{C}^{01} \hat{I}_1, \\ \frac{d\hat{I}_1}{dz} &= \hat{A}^1 \hat{I}_1 - \hat{B}^1 \hat{I}_1 + \hat{C}^{10} \hat{I}_0. \end{aligned} \quad (7.8)$$

Тензоры  $\hat{A}^0$  и  $\hat{A}^1$  определяют изменения  $\hat{I}_0$  и  $\hat{I}_1$  с координатой  $z$  из-за наличия двупреломления и были введены выше (7.2). Тензоры  $\hat{B}^0$ ,  $\hat{B}^1$  и  $\hat{C}^{01}$ ,  $\hat{C}^{10}$  определяют связанное с брэгговским рассеянием изменение  $\hat{I}_0$  и  $\hat{I}_1$  ( $\hat{B}^0$  и  $\hat{B}^1$  — за счет ухода, а  $\hat{C}^{01}$  и  $\hat{C}^{10}$  — за счет прихода излучения в первичную или дифрагировавшую волну). Они выражаются через  $\hat{\varepsilon}_{\pm 1}$  (структурную амплитуду (2.5)) <sup>111</sup>. Например, выражение для  $\hat{C}^{10}$  определено в (7.4), а  $C_{iklm}^{01} = C_{lmik}^{10*}$ . При этом  $\hat{B}^0$ ,  $\hat{B}^1$ ,  $\hat{C}^{01}$ ,  $\hat{C}^{10}$  оказываются функциями частоты падающего на кристалл света и отличны от нуля лишь при выполнении условия Брэгга (2.4). Отметим, что уравнения (7.8) аналогичны уравнениям переноса, используемым для описания излучения в мутных средах <sup>112</sup> и магнитоактивной плазме <sup>107, 113</sup>. Отличие состоит в том, что в случае ХЖК оказывается существенным только брэгговское рассеяние и рассеяние на нулевой угол.

Для описания интенсивностей прямой и дифрагированной волн подобные уравнения используются при рассмотрении дифракции рентгеновских лучей<sup>114а</sup> и нейtronов<sup>114б</sup> на мозаичных кристаллах. В ХЖК в общем случае уравнения для интенсивностей (диагональных элементов тензоров  $\hat{I}_0$  и  $\hat{I}_1$ ) и для недиагональных элементов  $\hat{I}_0$ ,  $\hat{I}_1$  не разделяются из-за сложных поляризационных свойств рассеяния и из-за наличия двупреломления, что усложняет решение задачи по сравнению со случаем рентгеновских лучей.

### в) Нормальное падение света

Ниже приводятся решения системы (7.8) в наиболее простом случае, при нормальном падении света на образец<sup>111</sup>. В этом случае уравнения (7.8), записанные в циркулярных ортах  $n_+$ ,  $n_-$ , распадаются на несколько несвязанных систем уравнений. Их решение, с учетом граничных условий  $\hat{I}_0(z=0) = \hat{I}^i$ ,  $\hat{I}_1(z=L) = 0$ , имеет вид для отраженной волны

$$\begin{aligned} \hat{I}_{11}^r &= \hat{I}_{11}^i \frac{\mu_d \operatorname{sh}(\tilde{\mu}L)}{(\mu + \mu_d) \operatorname{sh}(\tilde{\mu}L) + \tilde{\mu} \operatorname{ch}(\tilde{\mu}L)}, \\ \hat{I}_{22}^r &= \hat{I}_{12}^r = \hat{I}_{21}^r = 0, \quad \tilde{\mu} = \sqrt{\mu^2 + 2\mu\mu_d}, \end{aligned} \quad (7.9)$$

где индексы 1 и 2 относятся к поляризациям  $n_+$  и  $n_-$  соответственно,  $\mu$  — коэффициент линейного поглощения,  $\mu_d$  — дифракционная длина экстинкции. Величина  $\mu_d$  резко зависит от частоты, достигает максимума при  $\omega = \omega_B$  и обращается в нуль вне условия Брэгга. Вид частотной зависимости  $\mu_d$  определяется размерами кристаллитов и их угловой разориентацией в образце<sup>111</sup>.

Выражения (7.9) дают вполне естественный результат: из всего падающего пучка отражение испытывает только свет с поляризацией  $n_+$ , и отраженный свет имеет ту же поляризацию. Коэффициент отражения для этой поляризации — это просто множитель, стоящий при  $\hat{I}_{11}^r$  в (7.9). Если поглощение мало, так что  $\tilde{\mu}L \ll 1$ , то

$$\hat{I}_{11}^r = \frac{\mu_d L}{1 + \mu_d L} \hat{I}_{11}^i. \quad (7.10)$$

Отсюда видно, что коэффициент отражения имеет заметную величину при  $\mu_d L \geq 1$ . При этом частотная ширина кривой отражения от толстого неидеального кристалла существенно возрастает по сравнению с частотной шириной функции  $\mu_d$ .

Для прошедшей волны

$$\hat{I}_{11}^t = \frac{\tilde{\mu} \hat{I}_{11}^i}{(\mu + \mu_d) \operatorname{sh}(\tilde{\mu}L) + \tilde{\mu} \operatorname{ch}(\tilde{\mu}L)}, \quad (7.11)$$

$$\hat{I}_{22}^t = \hat{I}_{22}^i e^{-\mu L}, \quad (7.12)$$

$$\hat{I}_{12}^t = \hat{I}_{21}^{t*} = \hat{I}_{12}^i \exp \left[ -\left( \mu + \frac{\mu_d}{2} + 2i\mu_r \right) L \right], \quad (7.13)$$

где  $\mu_r$  — связанный с дифракционным рассеянием средняя вращательная способность плоскости поляризации, определяемая свойствами отдельных кристаллов образца<sup>111</sup>.

Из (7.11), (7.12) видно, что вследствие дифракционного отражения интенсивность прошедшей волны с поляризацией  $n_+$  уменьшается с ростом толщины быстрее, чем интенсивность волны с поляризацией  $n_-$ , которая испытывает только обычное затухание.

Другой качественной особенностью является то, что прошедший свет, вообще говоря, деполяризуется. Как можно видеть из (7.11) — (7.13), степень поляризации прошедшего света минимальна для вполне определенной поляризации падающего света (эта поляризация зависит от толщины образца и определяется условием  $\hat{I}_{11}^t = \hat{I}_{22}^t$ ). В этом случае вышедший свет частично линейно поляризован и его степень поляризации равна

$$P_{\min} = \sqrt{\left[ \operatorname{ch}(\tilde{\mu}L) + \frac{\mu + \mu_d}{\tilde{\mu}} \operatorname{sh}(\tilde{\mu}L) \right]} \exp [-(\mu + \mu_d)L]. \quad (7.14)$$

Свет же с циркулярными поляризациями  $n_+$  и  $n_-$  не деполяризуется.

## г) Случай линейно поляризованного света

Рассмотрим в качестве примера случай линейно поляризованного падающего света, для которого тензор поляризации имеет вид

$$\hat{I}^i = \frac{I^i}{2} \begin{pmatrix} 1 & -i \\ i & 1 \end{pmatrix}, \quad (7.15)$$

где  $I^i$  — интенсивность падающего света (напомним, что в качестве базиса мы используем круговые орты поляризации).

Как уже отмечалось, отраженный свет оказывается циркулярно поляризованным, а прошедший через образец в общем случае — частично поляризованным (эллиптически).

Угол поворота эллипса поляризации на выходе  $\Phi$  дается выражением

$$\operatorname{tg} 2\Phi = \frac{\operatorname{Re} I_{12}^t}{\operatorname{Im} I_{12}^t} = \operatorname{tg} (2\mu_r L). \quad (7.16)$$

Видно, что  $\Phi$ , в отличие от идеальных ХЖК (см. (3.16)), пропорционален толщине кристалла.

Если коэффициент поглощения  $\mu$  мал, так что  $\mu L \ll 1$ , то из (7.11) — (7.13) получаются простые выражения и для остальных поляризационных характеристик: для степени поляризации

$$P = \sqrt{\mu_d^2 L^2 + 4(1 + \mu_d L)^2 \exp(-\mu_d L)} (2 + \mu_d L)^{-1}, \quad (7.17)$$

для отношения осей эллипса поляризации

$$b = \mu_d L \{ 2(1 + \mu_d L) \exp(-\mu_d L/2) + \sqrt{\mu_d^2 L^2 + 4(1 + \mu_d L)^2 \exp(-\mu_d L)} \}^{-1}, \quad (7.18)$$

для интенсивности прошедшего света

$$I^t = I^i \frac{1 + (\mu_d L/2)}{1 + \mu_d L}. \quad (7.19)$$

Зависимость от толщины  $P$ ,  $b$ ,  $I^t$  приведена на рис. 16: при малых толщинах  $P = 1$  и  $b = 0$ , так как падающий свет линейно поляризован, а влияние кристалла мало. С увеличением  $L$  степень поляризации сначала падает (из-за многократного некогерентного рассеяния), проходящий пучок становится частично поляризованным, однако при дальнейшем увеличении толщины степень поляризации опять стремится к единице, так как сквозь очень толстый кристалл проходит только поляризация  $n_-$ . Напомним, что поляризованный свет, проходя через идеальный кристалл, не испытывает деполяризации вообще.

Из рассмотрения случая нормального падения видно, что круговые поляризации  $n_+$  и  $n_-$  распространяются в ХЖК независимо, причем отражается только поляризация  $n_+$ . Однако в неидеальных ХЖК существует недифракционный механизм «перекачки» поляризации  $n_-$  в  $n_+$  (и обратно), который в результате приводит также к селективному ослаблению света с поляризацией  $n_-$ . Причиной такой перекачки являются, например, оптические неоднородности мозаичного кристалла<sup>111</sup>. Отметим, что селективное ослабление света недифрагирующей поляризации наблюдалось в работах Кизеля с соавторами<sup>48, 49</sup>.

В заключение этого раздела отметим, что количественно оптические свойства несовершенных ХЖК изучены пока что недостаточно. Кроме рассмотренных выше мозаичных ХЖК, в работах<sup>86, 115</sup> изучались ХЖК с градиентом шага спирали.

## 8. ХИРАЛЬНЫЕ СМЕКТИЧЕСКИЕ ЖИДКИЕ КРИСТАЛЛЫ

Изложенная выше теория оптических свойств ХЖК может быть применена к хиальным смектическим кристаллам (СЖК\*), интерес к которым повысился в последнее время в связи с обнаружением у них сегнетоэлектрических свойств<sup>5, 116</sup>. При этом оказывается, что в целом их оптические свойства аналогичны свойствам

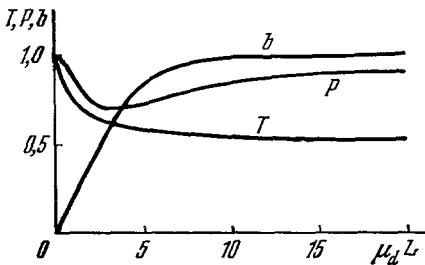


Рис. 16. Зависимость коэффициента прохождения  $T = I^t/I^i$ , степени поляризации  $P$  и отношения осей эллипса поляризации в прошедшем пучке  $b$  от толщины мозаичного образца для линейно поляризованного падающего света<sup>111</sup>.

ХЖК, однако существуют и определенные качественные отличия, обусловленные различием структур этих разновидностей жидкокристаллов.

Известно несколько разновидностей СЖК\*<sup>5, 117</sup>. Как и другие смектические кристаллы, СЖК\* являются слоистыми структурами, состоящими из мономолекулярных слоев, причем взаимодействие между слоями слабее, чем взаимодействие молекул внутри слоя<sup>117-123</sup>. Структура СЖК\* схематически может быть представлена рис. 1, изображающим структуру ХЖК, если на нем длины оси всех молекул вывести на один и тот же угол из плоскостей, не меняя при этом их азимутального угла.

### а) Диэлектрические свойства СЖК\*

Отличия в структуре ХЖК и СЖК\* приводят к отличию зависимостей от  $z$  их тензоров диэлектрической проницаемости. Если в ХЖК с изменением  $z$  происходит изменение ориентации только двух главных осей тензора  $\hat{\epsilon}(z)$  (направление третьей оси совпадает с  $z$ ), то в СЖК\* с изменением  $z$  изменяется ориентация всех трех главных осей тензора  $\hat{\epsilon}(z)$ , т. е. изменяются все его компоненты. В соответствии со структурой периодичность изменения диэлектрических свойств СЖК\* вдоль  $z$  совпадает с шагом спирали  $p$  (в ХЖК соответствующий период равен  $p/2$ ).

Естественно, что оптические свойства СЖК\* определяются видом тензора  $\hat{\epsilon}(z)$ . Не выписывая явный вид  $\hat{\epsilon}(z)$  в  $r$ -представлении, приведем используемое ниже его разложение в ряд Фурье.

Для СЖК\* компоненты  $\hat{\epsilon}_s$  в фурье-разложения (2.2) определяются следующими соотношениями:

$$\left. \begin{aligned} \hat{\epsilon}_1 = \hat{\epsilon}_{-1}^* &= \frac{1}{4} (\epsilon_2 - \epsilon_3) \sin 2\Theta \begin{pmatrix} 0 & 0 & \pm i \\ 0 & 0 & 1 \\ \pm i & 1 & 0 \end{pmatrix}, \\ \hat{\epsilon}_2 = \hat{\epsilon}_2^* &= \frac{1}{4} (\epsilon_1 - \epsilon_2 \cos^2 \Theta - \epsilon_3 \sin^2 \Theta) \begin{pmatrix} 1 & \mp i & 0 \\ \mp i & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\ \hat{\epsilon}_3 &= 0 \quad \text{при } |s| \geq 3. \end{aligned} \right\} \quad (8.1)$$

Верхний знак в (8.1) соответствует правой, а нижний — левой спирали.

В тензоре  $\hat{\epsilon}_0$  отличны от нуля только диагональные компоненты:

$$\begin{aligned} (\hat{\epsilon}_0)_{11} &= (\hat{\epsilon}_0)_{22} = \frac{1}{2} (\epsilon_1 + \epsilon_2 \cos^2 \Theta + \epsilon_3 \sin^2 \Theta), \\ (\hat{\epsilon}_0)_{33} &= \epsilon_2 \sin^2 \Theta + \epsilon_3 \cos^2 \Theta, \end{aligned} \quad (8.2)$$

где  $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$  — главные значения тензора диэлектрической проницаемости, а  $\Theta$  — угол, образуемый главной осью тензора  $\hat{\epsilon}(z)$ , соответствующей  $\epsilon_3$ , с осью  $z$  (считается, что ось, соответствующая  $\epsilon_2$ , лежит в плоскости смектического слоя). Обратим внимание, что в связи с отмеченным различием периодичности свойств СЖК\* и ХЖК теперь в разложении (2.2) следует считать  $\tau = 2\pi/p$  (а не  $4\pi/p$ , как для ХЖК). Отметим также, что фурье-разложение (8.1) не учитывает периодичности СЖК\*, связанный с их слоистостью, которая, ввиду малости соответствующего периода, может проявляться только в рассеянии рентгеновского излучения.

### б) Второй порядок дифракционного отражения

Из (8.1) видно, что вторая гармоника в фурье-разложении  $\hat{\epsilon}(z)$  для СЖК\* с точностью до коэффициента совпадает с первой гармоникой в соответствующем разложении для ХЖК (2.2). Это означает, что второй порядок дифракционного отражения в СЖК\* качественно аналогичен первому порядку в ХЖК. Количественный анализ может быть выполнен аналогично случаю ХЖК с использованием в уравнениях (4.4) фурье-компонент  $\hat{\epsilon}_0$  и  $\hat{\epsilon}_{\pm 2}$  из соотношений (8.1), (8.2).

При распространении света вдоль оптической оси СЖК\*, как показывает анализ известного для этого случая точного решения, реализуется только второй порядок дифракционного отражения. В этом случае оптические свойства СЖК\* оказываются полностью аналогичными свойствам ХЖК и описываются выражениями раздела 3 с заменой<sup>118</sup>

$$\bar{\epsilon} \text{ на } \bar{\epsilon}' = \frac{\epsilon_1 + \epsilon_2 \cos^2 \Theta + \epsilon_3 \sin \Theta}{2} - \frac{(\epsilon_2 - \epsilon_3)^2 \sin^2 2\Theta}{8\epsilon_3},$$

$$\delta \text{ на } \delta' = \left[ \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2 \cos^2 \Theta - \epsilon_3 \sin^2 \Theta}{2} + \frac{(\epsilon_2 - \epsilon_3)^2 \sin^2 2\Theta}{8\epsilon_3} \right] \frac{1}{\bar{\epsilon}}.$$

## в) Первый порядок отражения

Таким образом, качественные отличия в оптических свойствах СЖК\* по сравнению с ХЖК могут проявиться (и, как будет видно, проявляются) только для света, распространяющегося под углом к оптической оси, и только в первом порядке отражения. Поэтому ниже рассмотрение оптических свойств СЖК\* ограничивается первым порядком дифракционного отражения. В этом случае при подстановке  $\epsilon$  в виде (8.1), (8.2) в уравнение (4.1) система уравнений (4.4) распадается на две независимые системы:

$$\begin{cases} \left( \epsilon_0 - \frac{k_0^2}{\kappa_0^2} \right) E_0^\sigma + l E_1^\pi = 0, \\ l E_0^\pi + \left( \epsilon_\pi - \frac{k_1^2}{\kappa_0^2} \right) E_1^\sigma = 0, \end{cases} \quad \begin{cases} \left( \epsilon_\pi - \frac{k_0^2}{\kappa_0^2} \right) E_0^\pi + l E_1^\sigma = 0, \\ l E_0^\sigma + \left( \epsilon_0 - \frac{k_1^2}{\kappa_0^2} \right) E_1^\pi = 0, \end{cases} \quad (8.3)$$

где  $E^\sigma$  и  $E^\pi$  — амплитуды  $\sigma$ - и  $\pi$ -поляризованных волн,  $\kappa_0^2 = \omega^2/c^2$ ,  $\epsilon_0 = (\epsilon_0)_{11}$ ,  $\epsilon_\pi = (\epsilon_0)_{11} \sin^2 \theta + (\epsilon_0)_{33} \cos^2 \theta$ ,  $l = (1/4)(\epsilon_{21} - \epsilon_3) \sin 2\Theta \cos \theta$ ,  $(\pi/2) - \theta$  — угол между оптической осью и направлением распространения света.

Из уравнений (8.3) следует, что волна с  $\sigma$ -поляризацией дает при дифракции  $\pi$ -поляризованную волну и наоборот.

Решение каждой из систем (8.3) и соответствующей граничной задачи проще, чем в случае ХЖК, и полностью аналогично решениям в случае дифракции рентгеновских лучей (см., например, <sup>75-77</sup>). Поэтому мы сразу приведем конечные результаты, как и выше, для образца СЖК\* в виде плоскопараллельной пластины.

## г) Границная задача

В случае, когда ось спирали перпендикулярна поверхности СЖК\* (случай Брэгга), угловые (частотные) области отражения для  $\sigma$ - и  $\pi$ -поляризаций, даваемые системами (8.3), совпадают. При этом поляризационная и частотная (угловая) зависимости коэффициента отражения описываются выражением

$$R = |\mathbf{e}_1^* \hat{\mathbf{e}}_1 \mathbf{e}_0| \frac{\sin^2(\kappa_0 L \sqrt{\Delta_B^2 - l^2}/2 \sqrt{\epsilon} \sin \theta)}{\Delta_B^2 - l^2 \cos^2(\kappa_0 L \sqrt{\Delta_B^2 - l^2}/2 \sqrt{\epsilon} \sin \theta)}, \quad (8.4)$$

где  $\mathbf{e}_0$  и  $\mathbf{e}_1$  — векторы поляризации прямой и дифрагированной волн,  $\epsilon = (\epsilon_0 + \epsilon_\pi)/2$ ,  $L$  — толщина кристалла, параметр  $\Delta_B$ , как и раньше, характеризует отклонение от условия Брэгга:  $\Delta_B = (\pi/2\kappa_0^2)(2\kappa_0 \sqrt{\epsilon} - \cos^2 \theta - \tau)$ . Отметим, что результат суммирования выражения (8.4) по конечным поляризациям  $\mathbf{e}_1$  не зависит от  $\mathbf{e}_0$ , т. е. от поляризаций первичной волны зависит только поляризация рассеянной волны, а не ее интенсивность. Середина области отражения лежит при  $\Delta_B = 0$ , а границы определяются соотношением  $\Delta_B = \pm l$ .

Поляризационные характеристики рассеяния легко выявляются из анализа множителя  $|\mathbf{e}_1^* \hat{\mathbf{e}}_1 \mathbf{e}_0|^2$  в (8.4). Так, оказывается, что в первом порядке дифракционного отражения от СЖК\* правополяризованная по кругу волна переходит в левополяризованную и наоборот (напомним, что при нормальном падении в ХЖК одна круговая поляризация вообще не испытывает отражения, а взаимодействующая с ХЖК волна при рассеянии сохраняет свою поляризацию). При рассеянии линейно поляризованного света рассеянная волна поляризована линейно, а углы  $\Phi_0$  и  $\Phi_1$ , образуемые плоскостью поляризации с плоскостью рассеяния в падающей и рассеянной волне соответственно, связаны соотношением  $\Phi_1 = (\pi/2) - \Phi_0$ .

В случае, когда ось спирали параллельна поверхности образца (случай Лауэ) области отражений для  $\sigma$ - и  $\pi$ -поляризаций, вообще говоря, не совпадают, хотя и могут частично перекрываться. При этом, считая  $L \gg \kappa_0 p^2 \cos \theta$  (т. е. реализуется брэгговская дифракция, а не дифракция Рамана—Ната<sup>148</sup>), получим, что коэффициент отражения зависит от поляризации падающей волны и его частотная (угловая) зависимость для  $\sigma$ - и  $\pi$ -поляризаций дается выражением

$$R = \frac{l^2}{(\Delta_L \pm m)^2 + l^2} \sin^2 \left( \frac{\kappa_0 L \sqrt{(\Delta_L \pm m)^2 + l^2}}{2 \sqrt{\epsilon} \cos \theta} \right), \quad (8.5)$$

где

$$m = \frac{\epsilon_0 - \epsilon_\pi}{2} = \frac{\cos^2 \theta}{4} [\epsilon_1 + \epsilon_2 (1 - 3 \sin^2 \theta) + \epsilon_3 (1 - 3 \cos^2 \theta)],$$

$$\Delta_L = \frac{\tau}{2\kappa_0^2} (\tau - 2\kappa_0 \sin \theta).$$

Знак плюс в (8.5) дает коэффициент отражения  $\sigma$ -поляризованного света, а знак минус —  $\pi$ -поляризованного. Отметим, что при  $m = 0$  зоны отражения совпадают и поляризационные свойства в этом случае такие же, как в случае Брэгга. Как следует из (8.5), в случае Лауэ коэффициент отражения  $R$  периодически зависит от толщины  $L$ . Это — так называемые маятниковые биения, хорошо известные из дифракции рентгеновских лучей <sup>75-77</sup>.

Приведенные выше аналитические результаты (точные и полученные в рамках динамической теории дифракции) согласуются с результатами численных расчетов оптических свойств СЖК\* <sup>122</sup>. Отметим также, что для простоты использовалось оправданное физическими соображениями ограничение на вид тензора  $\varepsilon(z)$  для СЖК\* (одна из главных осей  $\varepsilon(z)$  лежит в плоскости смектического слоя). Снятие этого ограничения <sup>122</sup> не приводит к качественно новым эффектам и не вносит принципиальных усложнений в решение задачи, однако соответствующие выражения здесь не приводятся в связи с их громоздкостью.

Следует отметить, что такая же, как в СЖК\*, ориентация осей молекул относительно оптической оси (и, следовательно, аналогичные оптические свойства) может реализоваться у ХЖК вблизи точек фазовых переходов <sup>124</sup> или в поле, параллельном оси спирали <sup>82</sup>. Так, например, в ХЖК, помещенных во внешнее поле, дифракция света, соответствующая периодичности  $p$  (а не  $p/2$ ), наблюдалась в работе <sup>125</sup>. Однако не исключено, что наблюдаемая в <sup>126</sup> периодичность связана с доменной структурой образца (см., например, <sup>126</sup>).

## 9. КОГЕРЕНТНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ БЫСТРЫХ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В ХЖК

Выше были рассмотрены оптические свойства ХЖК. Естественно, что сложная пространственная структура ХЖК и, как следствие, неизотропные и неоднородные в пространстве диэлектрические свойства ХЖК должны проявляться также и в когерентном излучении быстрых заряженных частиц. Этому вопросу посвящен ряд теоретических работ <sup>127-130, 147</sup>, в которых выявлены интересные качественные особенности излучения Вавилова — Черенкова в ХЖК. Оказалось, что в ХЖК, по сравнению с однородной средой, существенным образом изменяется угловое распределение излучения Вавилова — Черенкова (реализуются два конуса черенковского излучения). Кроме того, существует когерентное излучение, отсутствующее в однородных средах, так называемое структурное излучение Вавилова — Черенкова <sup>128</sup>. Это излучение обусловлено пространственной периодичностью ХЖК и, в отличие от излучения Вавилова — Черенкова, существует как при скорости частицы  $v$  больше фазовой скорости света  $c_f = c/V\bar{\varepsilon}$ , так и при  $v < c_f$ .

Ниже излагаются вопросы теории когерентного излучения заряженных частиц в ХЖК.

### а) Кинематическое рассмотрение

Излучение, сопутствующее равномерно движущейся частице в среде, обусловлено когерентным излучением атомов этой среды, поляризованных полем частицы. Изложению этого вопроса для сред с простой структурой посвящена обширная литература (см., например, <sup>79, 131, 132</sup>). В среде со сложной структурой, какой является ХЖК, это излучение обладает рядом особенностей. Приведем его основные характеристики на основе кинематического рассмотрения. При движении частицы в периодической среде условие когерентного сложения излучения отдельных атомов приводит к следующей связи между направлением излучения и его частотой  $\omega$ :

$$\omega \left( 1 - \frac{v}{c_f} \cos \theta_e \right) = stv \cos \psi, \quad (9.1)$$

где  $\theta_e$  — угол между скоростью частицы и направлением излучения,  $\psi$  — угол между скоростью частицы и осью холестерической спирали,  $\tau = 4\pi/p$ ,  $s$  — целое число. При  $s = 0$  получаем известное условие черенковского излучения  $\cos \theta_e = c_f/v$ . При  $s \neq 0$  излучение существует только в пространственно-периодических средах и называется структурным излучением Вавилова — Черенкова (это излучение в литературе

также называют квазичеренковским, резонансным и переходным излучением в периодической среде). Ниже мы подробнее остановимся на структурном излучении в ХЖК.

Связь между направлением и частотой для ХЖК, даваемая формулой (9.1), совершенно аналогична случаю излучения в периодических средах со скалярной диэлектрической проницаемостью  $\epsilon^{122, 123}$ . Однако для ХЖК в связи с видом тензора  $\hat{\epsilon}(z)$  (2.2) для структурного излучения в формуле (9.1)  $s$  может принимать значения лишь  $\pm 1$ . Основные особенности структурного излучения в ХЖК проявляются в его поляризационных свойствах.

Ниже, для определенности, рассмотрим движение частицы вдоль оптической оси планарного образца ХЖК толщиной  $L$ . Поле структурного излучения  $E_1$  определяется решением уравнения

$$\Delta E_1 - \frac{\omega^2}{c_\phi^2} E_1 = -\text{rot rot} \frac{\hat{\epsilon} - \bar{\epsilon}}{\bar{\epsilon}} E_0, \quad (9.2)$$

где  $E_0$  — поле частицы в однородной среде с диэлектрической проницаемостью  $\bar{\epsilon}$ <sup>123</sup>. Решение уравнения (9.2) на больших расстояниях от образца имеет вид

$$E_1 = [k|kG|], \quad (9.3)$$

где

$$G = \frac{e^{ikR}}{4\pi R} \int \frac{\hat{\epsilon} - \bar{\epsilon}}{\bar{\epsilon}} E_0 e^{-ikr} dr;$$

здесь  $R$  — расстояние от кристалла до точки наблюдения; интегрирование ведется по всему кристаллу. В случае  $v < c_\phi$  число фотонов, испущенных в единичный телесный угол и единичный интервал частот, равно

$$\frac{d^2N}{d\Omega d\omega} = \frac{e^2}{\hbar c} \frac{\omega \delta^2}{4\pi^2 v^2} \left[ 1 - J_0 \left( \frac{\beta \sin \theta_e}{\sqrt{1 - \beta^2}} \right) \right]^2 \frac{1 + \cos^2 \theta_e}{\sin^2 \theta_e} \frac{\sin^2(\alpha L)}{\alpha^2}, \quad (9.4)$$

где  $\alpha = (\omega/v)(1 - \beta \cos \theta_e) - \tau$ ,  $\beta = v/c_\phi$ ,  $e$  — заряд частицы. Последний сомножитель в (9.4) при  $L \rightarrow \infty$  обращается в дельта-функцию и определяет угловые и частотные характеристики.

Нетрудно также получить из (2.2) и (9.3), что излучение поляризовано эллиптически, причем одна из осей эллипса поляризации лежит в плоскости  $k, v$ , а отношение осей равно  $\cos \theta_e$ . В частности, излучение вперед и назад поляризовано по кругу, а под углом  $\pi/2$  к траектории частицы оно поляризовано линейно, перпендикулярно плоскости  $k, v$ . Интенсивность структурного излучения мала по сравнению с черенковским ( $\sim \delta^2$ ). Однако оценки показывают, что это излучение доступно экспериментальному наблюдению. Действительно, для образца толщиной  $L \sim 10^{-2}$  см,  $v \sim 10^3$  Å,  $\delta \sim 10^{-2}$ ,  $\beta \sim 0,9$  число фотонов, испущенных одной частицей, составляет  $N \approx 10^{-3}$ .

В проведенном выше рассмотрении совершенно не учитывалось влияние периодичности ХЖК на распространение испущенных фотонов. Для некоторых частот и направлений испускания периодичность оказывается чрезвычайно существенной. Этими частотами и направлениями являются те, для которых происходит дифракционное рассеяние света на структуре ХЖК. Далее учесть влияния периодичности проведен для излучения Вавилова — Черенкова в ХЖК.

### б) Излучение Вавилова — Черенкова в ХЖК<sup>127, 128, 130</sup>

Как будет показано, в ХЖК, наряду с хорошо известным конусом черенковского излучения, реализуется второй конус когерентного излучения, происхождение которого связано с дифракцией света в ХЖК. Для каждого направления на втором, дифракционном, конусе излучение испускается на своей частоте  $\omega_B$ , более точно — в интервале частот  $\Delta\omega/\omega_B \sim \delta$ . Излучение в указанном интервале частот для черенковского и дифракционного конусов поляризовано не линейно, как обычно в черенковском излучении, а в общем случае эллиптически, причем поляризационные характеристики зависят как от направления излучения, так и от толщины кристалла. Отношение интенсивностей излучения на этих конусах зависит от толщины кристалла и для достаточно толстых кристаллов может быть порядка единицы.

Рассмотрим излучение Вавилова — Черенкова частицы, равномерно движущейся в направлении, составляющем произвольный угол с опти-

ческой осью ХЖК. Будем считать, что скорость частицы  $v$  удовлетворяет условию  $v > c_\phi$ . В ХЖК, вообще говоря, наряду с волной, лежащей на черенковском конусе и имеющей волновой вектор  $\mathbf{k}_0$ , генерируется волна той же частоты, связанная с ней условием Брэгга. Поэтому будем искать поле излучения частицы (его временные и пространственные фурье-компоненты) в виде суперпозиции двух волн  $\mathbf{E}(\mathbf{k}_0) \equiv \mathbf{E}_0$  и  $\mathbf{E}(\mathbf{k}_1) \equiv \mathbf{E}_1$ , где  $\mathbf{k}_0$  находится в области черенковского конуса, а  $\mathbf{k}_1 = \mathbf{k}_0 + \tau$ . Из уравнений Максвелла, аналогично (4.4), получаем систему уравнений

$$\left( \hat{\varepsilon}_0 - \frac{\mathbf{k}_0^2 c^2}{\omega^2} \right) \mathbf{E}_0 + \hat{\varepsilon}_{-1} \mathbf{E}_1 = \frac{i\epsilon \delta(\omega - \mathbf{k}_0 v)}{2\pi^2 \omega} \left[ \mathbf{v} - \frac{\mathbf{k}_0(\mathbf{k}_0 v)}{\omega^2} \right], \quad (9.5)$$

$$\hat{\varepsilon}_1 \mathbf{E}_0 + \left( \hat{\varepsilon}_0 - \frac{\mathbf{k}_1^2 c^2}{\omega^2} \right) \mathbf{E}_1 = 0.$$

Поле излучения в образце конечных размеров, которое надо определить для нахождения излучения из кристалла, представляет собой суперпозицию решений системы (9.5) с решениями однородной системы (4.4), получающейся из (9.5) отбрасыванием правых частей. Коэффициенты в этой суперпозиции определяются из граничных условий.

Частоты  $\omega_B$  и направления  $\mathbf{k}_0, \mathbf{k}_1$ , в окрестности которых излучаются две волны, определяются условиями

$$\omega_B - \mathbf{k}_0 \mathbf{v} = 0, \quad |\mathbf{k}_0 + \tau| = |\mathbf{k}_1| = \frac{\omega_B}{c_\phi}. \quad (9.6)$$

В пренебрежении частотной зависимостью  $\varepsilon$  из (9.6) получаем следующую зависимость  $\omega_B$  от направления вектора  $\mathbf{k}_0$ , лежащего на поверхности черенковского конуса:

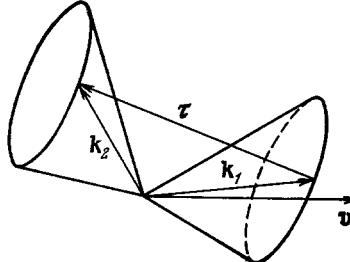


Рис. 17. Дифракционный конус черенковского излучения в ХЖК.

Волновые векторы излучения на дифракционном конусе  $\mathbf{k}_1$  определяются из условия  $\mathbf{k}_1 = \mathbf{k}_0 + \tau$ , где  $\mathbf{k}_0$  лежит на черенковском конусе.

ения (с изменением толщины кристалла или скорости частицы) в интенсивности волн  $\mathbf{E}_0$  и  $\mathbf{E}_1$ , в другом — сильная зависимость  $\mathbf{E}_0$  и  $\mathbf{E}_1$  от частоты в интервале  $|v| \leq \delta$ , где  $v = (\omega/\omega_B) - 1$ . Для иллюстрации сделанных утверждений ниже анализируется случай, допускающий упрощение общих выражений.

Рассмотрим ситуацию, в которой частица движется под углом к поверхности образца толщиной  $L$ , оптическая ось которого перпендикулярна поверхности, а на черенковском конусе существует направление  $\mathbf{k}_0$ , совпадающее с направлением оптической оси ХЖК. Для этого направления с помощью (9.7) найдем, что  $\omega_B = \tau c_\phi / 2$ , а вектор  $\mathbf{k}_1$  также направлен по оси ХЖК, но в сторону, противоположную  $\mathbf{k}_0$ . Вблизи найденных значений  $\omega_B, \mathbf{k}_0, \mathbf{k}_1$  динамическая система (9.5) распадается на две несвязанные системы двух уравнений, одна из которых описывает дифрагирующую

$$\omega_B = \frac{\tau c_\phi}{2 \cos \hat{\mathbf{k}}_0 \tau}. \quad (9.7)$$

Частоты  $\omega_B$ , определенные соотношением (9.6), и соответствующие им волновые векторы  $\mathbf{k}_0$  и  $\mathbf{k}_1$  можно также найти с помощью геометрического построения (рис. 17).

Максимумы амплитуд  $\mathbf{E}_i$  как функции  $\mathbf{k}_0$  в решении неоднородной системы (9.5), отвечающие максимумам излучения, достигаются в точках, соответствующих минимуму модуля  $D_1$  — детерминанта матрицы системы (9.5). Решение граничной задачи показывает, что для наблюдаемой картины излучения из кристалла характерными являются два случая. В одном случае появляются би-

щую  $n_+$ , а другая недифрагирующую  $n_-$  циркулярно поляризованные волны <sup>129</sup>. Для  $n_-$  матрица диагональна и дифракционное рассеяние отсутствует. Для  $n_+$  решение динамической системы с учетом граничных условий выписывается в явном виде <sup>129</sup>. Амплитуды  $E_i$  резко зависят от частоты, и их минимум достигается для  $v = 0$ , а максимум при  $|v| \approx \delta/2$ . Интенсивности излучения, выходящего из кристалла, даются выражениями

$$I_0 = I_c \frac{v^2 - (1/2)(\delta/2)^2 [1 + (\sin 2\kappa Lq/2\kappa Lq)]}{v^2 - (\delta/2)^2 \cos^2 \kappa Lq},$$

$$I_1 = I_c \frac{(1/2)(\delta/2)^2 [1 - \sin 2\kappa Lq/2\kappa Lq]}{v^2 - (\delta/2)^2 \cos^2 \kappa Lq}, \quad (9.8)$$

где

$$I_c = \frac{e^2 \omega_B}{2\pi c_F^2} \frac{\sin^2 \widehat{k_0 \tau}}{\cos \widehat{k_0 \tau}}$$

— спектральная плотность черенковского излучения в однородном образце толщины  $L$ ,  $q = \sqrt{v^2 - (\delta/2)^2}$ .

Таким образом, как следует из приведенных формул, интенсивность излучения на черенковском (вперед) и дифракционном (назад) конусах, как функция частоты, вблизи  $\omega_B$  испытывает резкие изменения в области  $|v| \leq \delta$  в связи с дифракционным рассеянием поляризации  $n_+$ . При  $v \gg \delta$  она стремится к  $I_c$  на черенковском конусе и к нулю на дифракционном. Что касается поляризации излучения, то на черенковском конусе она так же, как интенсивность, испытывает изменения с частотой, стремясь к линейной при  $v \gg \delta$ . На дифракционном конусе излучение имеет поляризацию  $n_+$ .

Как следует из проведенного выше рассмотрения, периодичность кристалла качественно меняет характер излучения Вавилова — Черенкова в окрестности выделенных частот и направлений. Размер угловых и частотных областей указанных изменений порядка  $\delta$  (характерные значения  $\delta \sim 10^{-1} — 10^{-2}$ ), т. е. изменения не только интегральных по углам, но и дифференциальных характеристик излучения хотя и невелики, но вполне доступны для экспериментального исследования.

#### 10. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящем обзоре основное внимание сосредоточено на оптических свойствах совершенных холестерических кристаллов. Названное ограничение не случайно — оно в общих чертах отражает состояние теории. Как уже отмечалось, полностью понятны и доступны количественному описанию в основном только оптические свойства совершенных ХЖК. В этой области теория, как явствует из изложенного, опережает эксперимент. Здесь еще предстоит проверить экспериментально ряд теоретических выводов и вынести заключение о степени их значимости для приложений. Что же касается неидеальных структур, то здесь ситуация обратная. Они — наиболее доступный объект для исследования, однако прогресс теории в описании соответствующих оптических экспериментов существенно более скромен и теория отстает от эксперимента.

По существу, исследованные теоретически ситуации (совершенные и мозаичные ХЖК) представляют собой два идеализированных предельных случаев, а реальная ситуация находится между ними и может лишь в большей или меньшей степени соответствовать этим пределам. Тем не менее наличие теоретических результатов только для двух обсуждаемых предельных моделей уже может быть использовано для получения

из экспериментальных данных количественной информации как о структурных параметрах, так и степени идеальности ХЖК. Такую информацию о совершенстве образца можно получить, сравнивая наблюдаемые оптические свойства ХЖК (например, частотные ширины областей селективного отражения или поляризационные характеристики) с теоретическими результатами для обсуждаемых моделей.

К настоящему времени теоретически и экспериментально в основном исследована частная геометрия рассеяния (планарная текстура с оптической осью, перпендикулярной поверхности). Представляет также интерес изучение оптики ХЖК для других геометрий рассеяния, например образцов с оптической осью, не перпендикулярной поверхности. Подобные ситуации могут реализоваться из-за ориентирующего воздействия границ или при наложении на ХЖК внешних полей.

В связи со сказанным уместно упомянуть еще раз некоторые вопросы оптики ХЖК, не исследованные пока на опыте, а также вопросы, разработка теории которых стимулируется современными возможностями эксперимента. Для совершенных ХЖК недостаточно экспериментально изучен случай наклонного падения и, в частности, высшие порядки отражения, а также поляризационные характеристики рассеяния. Значительный интерес представляют оптические исследования динамики, в частности, релаксационных процессов в ХЖК, исследования оптики поглощающих ХЖК и проявляющегося здесь эффекта Бормана (подавления поглощения). Отсутствует теоретическое описание изображения отдельных дефектов и особых линий (например, дисклиниций) в ХЖК. Пока что совершенно не изучено экспериментально излучение заряженных частиц в ХЖК. Требует также дальнейшего экспериментального и теоретического изучения оптика и электрооптика хиральных смектических жидкокристаллов.

Отметим, что актуальна также теоретическая разработка вопросов рассеяния света в ХЖК для не затрагивавшихся здесь направлений исследований: рассеяние и вращение плоскости поляризации вблизи точек фазовых переходов<sup>134-137, 124</sup>, нелинейная оптика ХЖК<sup>138-140</sup>.

Полезно также иметь в виду, что многие теоретические результаты, полученные в оптике ХЖК, могут быть использованы для описания дифракции излучений различных типов на совершенных и несовершенных периодических структурах (рассеяние мессбауэровского излучения<sup>141</sup> и нейтронов<sup>142</sup> на магнитоупорядоченных структурах, оптика магнитных спиральных структур<sup>143-145</sup> и т. д.).

Подчеркнем, что адекватное и простое физическое истолкование обсуждавшихся явлений дает изложенный выше дифракционный подход к оптике ХЖК. Поэтому можно надеяться, что его дальнейшее развитие окажется полезным для оптики ХЖК, тем более что в типичных ситуациях и количественные результаты этого подхода оказываются практически точными.

ВНИИ физико-технических и радиотехнических измерений,  
Менделеево (Московская обл.)

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Gray G. W. *Molecular Structure and Properties of Liquid Crystals*.— London; New York: Academic Press, 1962.
2. Чистяков И. Г. Жидкие кристаллы.— М.: Наука, 1966.
3. Чистяков И. Г.— УФН, 1966, т. 89, с. 563.
4. Brown G. H., Doane J. W., Neff V. D. *Review of the Structure and Physical Properties of Liquid Crystals*.— London: Butterworths, 1971.
5. Де Жен П. *Физика жидкокристаллов*.— М.: Мир, 1977.
6. Stephen M. I., Straley J. P.— *Rev. Mod. Phys.*, 1974, v. 46, p. 617.

7. *Advances in Liquid Crystals*/Ed. G. H. Brown.— New York; San Francisco; London: Academic Press, 1975.
8. Chandrasekhar S.— *Rept. Progr. Phys.*, 1976, v. 39, p. 613.
9. Папков С. П., Куличихин В. Г. Жидкокристаллическое состояние полимеров.— М.: Химия, 1977.
10. Mishra R. K.— *Mol. Cryst. and Liquid Cryst.*, 1975, v. 29, p. 201.
11. Чистяков И. Г., Усольцева В. А., Селезнев С. А., Максимов И. М.— *Успехи совр. биол.*, 1976, т. 82, с. 89.
12. Капустин А. П. Электрооптические и акустические свойства жидкокристаллов.— М.: Наука, 1974.
13. Блинов Л. М.— УФН, 1974, т. 114, с. 65; Электро- и магнитооптика жидкокристаллов.— М.: Наука, 1978.
14. Вистинь Л. К., Чистяков И. Г.— *Приборы и системы упр.*, 1975, № 3, с. 19.
15. Fergason J. L.— *Appl. Optics*, 1968, v. 7, p. 1729.
16. Чистяков И. Г., Александров В. Н.— Уч. зап. Ивановского пед. ин-та, 1970, т. 77, с. 34.
17. Priestley E. B.— *RCA Rev.*, 1974, v. 35, p. 81, 584.
18. Холестерические жидкокристаллы: Сб. статей/Под ред. Г. М. Жарковой.— Новосибирск: Ин-т теор. и прикл. мех. СО АН СССР, 1976.
19. Stegemeyer H.— *Ber. Bunsenges. phys. Chem.*, 1974, Bd. 78, S. 860.
20. Stegemeyer H.— *Arch. Eisenhüttenwer.*, 1975, Bd. 46, S. 609.
21. Oseen C. W.— *Ark. Mat. Astron. and Fys. Ser. A*, 1929, Bd. 21, Nr. 11, S. 14; Nr. 16, S. 1; Nr. 25, S. 1.
22. Oseen C. W.— *Trans. Farad. Soc.*, 1933, v. 29, p. 883.
23. Джеймс Р. Оптические принципы дифракции рентгеновских лучей.— М.: ИЛ, 1950.
24. Гуревич И. И., Тарасов Л. В. Физика пейтронов низких энергий.— М.: Наука, 1965.
25. Ландau Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред.— М.: Гостехиздат, 1957.— § 93, 99.
26. De Vries H.— *Acta Cryst.*, 1951, v. 4, p. 219.
27. Кап Е. И.— *ЖЭТФ*, 1970, т. 59, с. 1854.
28. Nityananda R., Kini U. D.— In: *Proc. of Intern. Liquid Crystals Conference*. Bangalore.— Pramana. Suppl., 1975, v. 1, p. 311.
29. Tsig M.— *Mol. Cryst. and Liquid Cryst.*, 1975, v. 29, p. 345.
30. Толмачев А. В., Сонин А. С.— *ФТТ*, 1975, т. 17, с. 3096; Кристаллография, 1976, т. 21, с. 794.
31. Chandrasekhar S., Ranganath G. S.— *Mol. Cryst. and Liquid Cryst.*, 1974, v. 25, p. 195.  
Ranganath G. S., Chandrasekhar S., Kini U. D., Suresh K. A., Ramaeshan S.— *Chem. Phys. Lett.*, 1973, v. 19, p. 556.
32. Mauguin C.— *Bull. Soc. Fr. Miner. et crist.*, 1911, t. 34, p. 3.
33. Conners G. H.— *J. Opt. Soc. Am.*, 1968, v. 58, p. 875.
34. Marathay A. S.— *Ibid.*, 1971, v. 61, p. 1363; *Opt. Comm.*, 1971, v. 3, p. 369.
35. Azzam R. M. A., Bashara N. M.— *J. Opt. Soc. Am.*, 1972, v. 62, p. 1252.
36. Aihara M., Inaba H.— *Opt. Comm.*, 1971, v. 3, p. 77; *Rept. Res. Inst. Tohoku Univ. Ser. B: Electron. Comm.*, 1971, v. 22, p. 89.
37. Nityananda R.— *Mol. Cryst. and Liquid Cryst.*, 1973, v. 21, p. 315.
38. Nityananda R.— *Pramana*, 1974, v. 2, p. 35.
39. Chandrasekhar S., Srinivasa Rao K. N. S.— *Acta Cryst. Ser. A*, 1968, v. 24, p. 445.
40. Chandrasekhar S., Shashidhara Prasad J.— *Mol. Cryst. and Liquid Cryst.*, 1971, v. 14, p. 115.
41. Ranganath G. S.— *Opt. Comm.*, 1976, v. 16, p. 369.
42. Chandrasekhar S., Ranganath G. S., Suresh K. A.— In: *Proc. of Intern. Liquid Crystals Conference*. Bangalore.— Pramana. Suppl., 1975, v. 1, p. 341.
43. Mathieu J. P.— *Bull. Soc. Fr. Miner. et cryst.*, 1938, t. 61, p. 174.
44. Fergason J. L.— *Mol. Cryst.*, 1963, v. 1, p. 293.
45. Leder L. B., Olehna D.— *Opt. Comm.*, 1971, v. 3, p. 295.
46. Prasad J. S., Madhava M. S.— *Mol. Cryst. and Liquid Cryst.*, 1973, v. 22, p. 165.
47. Wright J. J., Dawson J. D.— *J. Opt. Soc. Am.*, 1974, v. 64, p. 250.
48. Денисов Ю. В., Кизель В. А., Сухенко Е. П., Тищенко В. Г.— *Кристаллография*, 1976, т. 21, с. 991.
49. Денисов Ю. В., Кизель В. А., Сухенко Е. П., Тищенко В. Г.— *Кристаллография*, 1976, т. 21, с. 991.
50. Кизель В. А., Кудашев С. И.— *ЖЭТФ*, 1977, т. 72, с. 2180.

51. Сонин А. С., Толмачев А. В., Тищенко В. Г.— Кристаллография, 1976, т. 21, с. 1164.
52. Толмачев А. В., Тищенко В. Г., Лисецкий Л. Н.— ФТТ, 1977, т. 19, с. 1886.
53. Martin J. C., Cason R.— C. R. Ac. Sci. Ser. B, 1974, т. 278, р. 219.
54. Сонин А. С., Толмачев А. В., Тищенко В. Г., Рак В. Г.— ЖЭТФ, 1975, т. 68, с. 1951.
55. Martin J., Cason R.— Nouv. Rev. Opt., 1976, т. 7, р. 265.
56. Fridel G.— Ann. de Phys., 1922, т. 18, р. 273.
57. Robinson C.— Tetrahedron, 1961, в. 18, р. 219.
58. Александров В. Н., Чистяков И. Г.— Кристаллография, 1969, т. 14, с. 520.
59. Alexandrov V. N., Chistyakov I. G.— Mol. Cryst. and Liquid Cryst., 1968, в. 8, р. 19.
60. Chatelain P., Martin J. C.— C.R. Ac. Sci. Ser. C, 1969, т. 268, р. 758.
61. Teucher J., Ko K., Labes M. M.— J. Chem. Phys., 1972, в. 56, р. 3308.
62. Melamed L., Rubin D.— Appl. Opt., 1971, в. 10, р. 1103.
63. Джерасси К. Дисперсия оптического вращения.— М.: ИЛ, 1962.
64. Снатцке Г. Дисперсия оптического вращения и круговой дихроизм в органической химии.— М.: Мир, 1970.
65. Drehner R., Meier G., Saupé A.— Mol. Cryst. and Liquid Cryst., 1971, в. 13, р. 17.
66. Drehner R., Meier G.— Sol. State Comm., 1973, в. 13, р. 607.
67. Drehner R., Meier G.— Phys. Rev. Ser. A, 1973, в. 8, р. 1616.
68. Taupin D.— J. de Phys. Coll., 1969, т. 30, р. C4-32.
69. Bergeman D. W., Scheffer T. J.— Phys. Rev. Lett., 1970, в. 25, р. 577.
70. Bergeman D. W., Scheffer T. J.— Mol. Cryst. and Liquid Cryst., 1970, в. 11, р. 395.
71. Bergeman D. W., Scheffer T. J.— Phys. Rev. Ser. A, 1971, в. 5, р. 1397.
72. Elachi C., Yeh O.— J. Opt. Soc. Am., 1973, в. 63, р. 840.
73. Беляков В. А., Дмитриенко В. Е.— ФТТ, 1973, т. 15, с. 2724.
74. Дмитриенко В. Е., Беляков В. А.— Ibid., с. 3540.
75. Batterman B. W., Cole H.— Rev. Mod. Phys., 1964, в. 36, р. 681.
76. Пинскер З. Г. Динамическое рассеяние рентгеновских лучей в идеальных кристаллах.— М.: Наука, 1974.
77. Беляков В. А.— УФН, 1975, т. 115, с. 553.
78. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям.— М.: Наука, 1976.
79. Elachi C.— Proc. IEEE, 1976, в. 64, р. 1666.
80. Блинов Л. М., Беляев С. В.— Цитир. в <sup>18</sup> сб.— С. 69.
81. De Gennes P.— Sol. State Comm., 1968, в. 6, р. 163.
82. Meyer R. B.— Appl. Phys. Lett., 1968, в. 12, р. 281.
83. Helfrich W.— Ibid., 1970, в. 17, р. 531.
84. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений.— М.: Физматгиз, 1962.
85. Chou S. C., Cheung L., Meyer R. B.— Sol. State Comm., 1972, в. 11, р. 277.
86. Drehner R.— Ibid., 1973, в. 12, р. 519.
87. Shtrikman S., Tigr M.— J. Opt. Soc. Am., 1974, в. 64, р. 1178.
88. Беляков В. А., Дмитриенко В. Е.— ФТТ, 1975, т. 17, с. 491.
89. Blinov L. M., Belyaev S. V., Kizel' V. A.— Phys. Lett. Ser. A, 1978, в. 65, р. 33.
90. Holzwarth G., Chabay I., Holzwarth A. W.— J. Chem. Phys., 1973, в. 58, р. 4816.
91. Holzwarth G., Holzwarth A. W.— J. Opt. Soc. Am., 1973, в. 63, р. 324.
92. Nityananda R., Kini U. D., Chandrasekhar S., Suresh K. A.— In: Proc. of Intern. Liquid Crystals Conference. Bangalore— Pramana. Suppl., 1975, в. 1, р. 325.
93. Беляков В. А., Дмитриенко В. Е.— ФТТ, 1976, т. 18, с. 2880.
94. Афанасьев А. М., Каган Ю.— ЖЭТФ, 1965, т. 48, с. 327.
95. Каган Ю., Афанасьев А. М.— Ibid., т. 49, с. 1504.
96. Suresh K. A.— Mol. Cryst. and Liquid Cryst., 1976, в. 35, р. 267.
97. Chabay I.— Chem. Phys. Lett., 1972, в. 17, р. 283.
98. Chabay I.— J. Chem. Phys., 1973, в. 58, р. 4816.
99. Shrader B., Korte E. H.— Angew. Chem., 1972, Bd. 84, S. 218.
100. Shrader B., Korte E. H.— Angew. Chem. (Intern. Ed.), 1972, в. 11, р. 226.
101. Sakmann F., Voss J.— Chem. Phys. Lett., 1972, в. 14, р. 528.

102. Saeva F. D., Wysocki J. J.—J. Am. Chem. Soc., 1971, v. 93, p. 5928.  
 103. Saeva F. D.—Ibid., 1972, v. 94, p. 5135.  
 104. Adams J. E., Haas W., Wysocki J.—J. Chem. Phys., 1969, v. 50, p. 2458.  
 105. Adams J. E., Haas W., Wysocki J.—Mol. Cryst. and Liquid Cryst., 1969, v. 8, p. 9.  
 106. Adams J. E., Haas W.—Ibid., 1970, v. 11, p. 229.  
 107. Гиазбург В. Л. Теоретическая физика и астрофизика.—М.: Наука, 1975.  
 108. Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Релятивистская квантовая теория. Ч. 1.—М.: Наука, 1968.  
 109. Chukhovskii F. N., Rerstnev I. P.—Acta Cryst., 1972, v. A28, p. 467.  
 110. Перстнев И. П., Чуховский Ф. Н.—Кристаллография, 1973, т. 18, с. 926.  
 111. Дмитриенко В. Е., Беляков В. А.—ЖЭТФ, 1977, т. 73, с. 681.  
 112. Барабаненков Ю. Н.—УФН, 1975, т. 117, с. 49.  
 113. Сазонов В. Н., Цытович В. Н.—Изв. вузов. Сер. «Радиофизика», 1968, т. 11, с. 1287.  
 114. a) Zachariasen W. H. Theory of X-Ray Diffraction in Crystals.—N.Y.: J. Wiley and Sons, 1945.  
 б) Бэкона Дж. Дифракция нейтронов.—М.: ИЛ, 1957.  
 115. Mazzedan S., Melone S., Rustichelli F.—J. de Phys., 1976, т. 37, p. 731.  
 116. Meyer R. B.—Mol. Cryst. and Liquid Cryst., 1977, v. 40, p. 33.  
 117. Coates D., Gray G. W.—Mol. Cryst. and Liquid Cryst. (Lett.), 1976, v. 34, p. 1.  
 118. Saure A.—Mol. Cryst. and Liquid Cryst., 1969, v. 7, p. 59.  
 119. Agora S. L., Ferguson J. L., Saure A.—Ibid., 1970, v. 10, p. 243.  
 120. Helfrich W., Oh C. S.—Ibid., 1971, v. 14, p. 289.  
 121. Инденбом В. Л., Пикин С. А., Логинов Е. Б.—Кристаллография, 1976, т. 21, с. 1093.  
 122. Веггеман D. W.—Mol. Cryst. and Liquid Cryst., 1973, v. 22, p. 175.  
 123. Пикин С. А., Инденбом В. Л.—УФН, 1978, т. 125, с. 251.  
 124. Бразовский С. А., Дмитриев С. Г.—ЖЭТФ, 1975, т. 69, с. 979.  
 125. Kawachi M., Kato K., Kogure O.—Japan J. Appl. Phys., 1977, v. 16, p. 1263.  
 126. Беляев С. В., Румянцев В. Г., Беляев В. В.—ЖЭТФ, 1977, т. 73, с. 644.  
 127. Кац Е. И.—ЖЭТФ, 1971, т. 61, с. 1986.  
 128. Велияков V. A., Оглов V. P.—Phys. Lett. Ser. A, 1972, v. 42, p. 3.  
 129. Беляков В. А., Дмитриенко В. Е., Оглов В. П.—Письма ЖТФ, 1975, т. 1, с. 978.  
 130. Смирнов А. И., Федоров В. В. Препринт ЛИЯФ АН СССР № 277.—Ленинград: 1976.  
 131. Зрелов В. Н. Излучение Вавилова—Черенкова.—М.: Наука, 1968.  
 132. Тер-Микаэлян М. Л. Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях.—Ереван: Изд-во АН Арм. ССР, 1969.  
 133. Болотовский Б. М., Воскресенский Г. В.—УФН, 1968, т. 94, с. 378.  
 134. Yang C. C.—Phys. Rev. Lett., 1972, v. 28, p. 955.  
 135. Cheng J., Meyer R. B.—Phys. Rev. Ser. A, 1974, v. 9, p. 2744.  
 136. Кац Е. И.—ЖЭТФ, 1973, т. 65, с. 2487.  
 137. Дзялошинский И. Е., Дмитриев С. Г., Кац Е. И.—ЖЭТФ, 1975, т. 68, с. 2335.  
 138. Sheldon I. W., Shen Y. R.—Phys. Rev. Lett., 1970, v. 25, p. 23; 1971, v. 26, p. 538; Phys. Rev. Ser. A, 1972, v. 5, p. 1867.  
 139. Дмитриев С. Г.—ЖЭТФ, 1973, т. 65, с. 2466.  
 140. Акопян С. А., Аракелян С. М., Кочкиян Р. В., Нерсисян С. Ц., Чилингарян Ю. С.—Квант. электрон., 1977, т. 4, с. 1441.  
 141. Беляков В. А., Смирнов Е. В.—ЖЭТФ, 1975, т. 68, с. 608.  
 142. Беляков В. А., Бокун Р. Ч.—ФТТ, 1975, т. 17, с. 1758; 1976, т. 18, с. 2399.  
 143. Саланский Н. М., Ерухимов М. Ш., Тюрнев В. В.—ФТТ, 1974, т. 16, с. 3676.  
 144. Ерухимов М. Ш., Тюрнев В. В.—ФТТ, 1975, т. 17, с. 2440.  
 145. Тюрнев В. В., Ерухимов М. Ш.—ФТТ, 1976, т. 18, с. 1635.  
 146. Ерицян О. С.—В кн. Жидкие кристаллы.—Иваново: Гос. ун-т, 1977.—С. 89.  
 147. Шипов Н. В., Беляков В. А.—ЖЭТФ, 1978, т. 75, с. 1589.  
 148. Померанцев Н. М.—УФН, 1973, т. 111, с. 507.