

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

537.312.62

СВЕРХПРОВОДЯЩИЕ СЛАБЫЕ СВЯЗИ: СТАЦИОНАРНЫЕ ПРОЦЕССЫ**К. К. Лихарев****СОДЕРЖАНИЕ**

1. Введение	185
а) Причины интереса к слабым связям (185). б) Цель и структура обзора (187). в) Типы слабых связей и их параметры (188). г) Соотношение $I_S(\varphi)$ и его связь с наблюдаемыми характеристиками (189).	
2. Короткие слабые связи	191
а) Теория Асламазова и Ларкина (191). б) Общие свойства функции $I_S(\varphi)$ (193). в) Произвольные температуры (195). г) Чистая короткая слабая связь (197).	
3. Зависимость свойств слабой связи от длины	200
а) Модель ODSEE (200). б) Температуры, близкие к критическим (201). в) Произвольные температуры (203). г) Чистые слабые связи (205).	
4. Соотношение $I_S(\varphi)$ и эффект Джозефсона	205
а) Вихри в слабых связях (205). б) «Взрыв» ядра (207). в) Влияние ширины на критическую длину (208). г) Граница эффекта Джозефсона (209).	
5. Экспериментальная ситуация	209
а) Структуры без концентрации тока (209). б) Мостики Дайема (211). в) Структуры с сильной концентрацией тока (213).	
6. Заключение	215
а) Основные позитивные утверждения (216). б) Основные нерешенные вопросы в области стационарных процессов (216).	
Цитированная литература	217

1. ВВЕДЕНИЕ

Слабыми связями (англ. «weak links») в современной литературе обычно называются такие проводящие соединения между массивными сверхпроводящими образцами (электродами), критический ток которых значительно меньше критического тока электродов. При этом чаще всего этот термин используется, чтобы выделить структуры именно с непосредственной (нетуннельной) проводимостью и тем самым отделить их от хорошо известных сверхпроводящих туннельных переходов.

а) Причины интереса к слабым связям

Сверхпроводящие слабые связи привлекают в последние годы большой интерес (свыше 100 публикаций в год) в основном по следующим причинам.

Во-первых, оказывается, что если размеры слабой связи малы, то в ней четко проявляется одно из макроскопических квантовых явлений — эффект Джозефсона¹ (см. обзоры²⁻⁵ и монографии^{6, 7}). Суть его состоит

в том, что ток I через слабый контакт электродов может содержать часть I_s («сверхток» *)), зависящую не непосредственно от напряжения V между электродами, а от разности фаз

$$\varphi = \chi_1 - \chi_2, \quad (1.1)$$

где $\chi_{1,2}$ суть значения фазы параметра порядка в глубине электродов:

$$\Delta_{1,2} = |\Delta|_{1,2} e^{i\chi_{1,2}}. \quad (1.2)$$

В силу основных принципов квантовой механики (см., например, ⁸) значение φ связано с напряжением V фундаментальным соотношением

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{2e}{\hbar} V. \quad (1.3)$$

В простейшем случае зависимость сверхтока от фазы синусоидальна:

$$I_s = I_C \sin \varphi, \quad (1.4)$$

где величина I_C играет роль критического тока.

Эффект Джозефсона сильно расширил физические представления о квантовых макроскопических эффектах и о природе сверхпроводящего состояния. Кроме того, он нашел значительное и растущее число применений для создания уникальных измерительных приборов. Обсуждение современного состояния этих применений можно найти в обзорах ⁹⁻¹¹ (сверхпроводящие квантовые интерферометры — «сквиды»), ^{4, 12} (метрология), ^{13, 14} (приемники слабых СВЧ сигналов), ¹⁵⁻¹⁷ (элементы ЭВМ); см. также монографию ¹⁸.

Эффект Джозефсона был предсказан теоретически в 1962 г. для случая туннельных переходов и именно в них впервые был наблюден экспериментально. Поэтому его иногда неправильно идентифицируют со сверхпроводящим туннелированием, хотя на самом деле область его проявления много шире **).

Действительно, еще в 1964 г. эффект Джозефсона четко наблюдался в структурах с непосредственной проводимостью ^{19, 20}, а к 1966 г. в слабых связях удалось наблюдать практически все основные проявления этого эффекта ²¹⁻²³. Более того, именно слабые связи имеют наилучшие параметры для приложений, в частности малую собственную емкость, и поэтому широко применяются в устройствах, основанных на эффекте Джозефсона ⁹⁻¹⁸.

Второй причиной интереса к слабым связям является то, что при увеличении длины такой структуры (т. е. расстояния между электродами) мы неизбежно переходим либо к «обычной» сверхпроводимости, если материал слабой связи сверхпроводит при данной температуре, либо к обычной нормальной проводимости, если материал слабой связи является нормальным. Поэтому изучение слабых связей дает возможность проследить переход от эффекта Джозефсона к обычной сверхпроводимости и тем самым лучше понять соотношение различных квантовых макроскопических эффектов в сверхпроводниках.

Наконец, важным является и следующее обстоятельство. К настоящему времени в сверхпроводимости хорошо изучены (по крайней мере

*) Этот термин (англ. «supercurrent») следует, на взгляд автора, решительно предпочесть по сравнению с иногда встречающимся словосочетанием «сверхпроводящий ток», лишенным физического смысла.

**) Такая недооценка значения слабых связей явилась одной из причин того, что, в то время как стационарные свойства туннельных переходов были объяснены уже в 1963 г., для слабых связей аналогичное понимание было достигнуто лишь в самое последнее время (1974—1977 гг.).

в принципе) линейные стационарные и нестационарные электродинамические процессы, однако в изучении нелинейных нестационарных явлений делаются лишь первые шаги. Несмотря на то, что предложен ряд фундаментальных теорий таких процессов, ясное физическое понимание многих экспериментальных явлений пока отсутствует. Слабые связи привлекательны для теоретического изучения нелинейных нестационарных процессов и сравнения результатов с экспериментом потому, что при выполнении ряда условий в этих структурах реализуется очень простая геометрия. Это позволяет адекватно описывать процессы теорией с одним пространственным аргументом и простыми граничными условиями.

б) Цель и структура обзора

Основная цель настоящей статьи — кратко изложить современное состояние исследований стационарных процессов в сверхпроводящих слабых связях. Под стационарным процессом понимается процесс, где во времени постоянны все описывающие систему переменные, в том числе разность фаз φ . В силу соотношения (1.3) это означает, что напряжение V на слабой связи при этом отсутствует; следовательно, равен нулю и нормальный ток, так что через слабую связь может течь лишь сверхток I_S . Оказывается, что изучение уже лишь стационарных процессов дает богатую информацию о слабых связях и позволяет дать довольно определенный ответ на вопрос о границах существования эффекта Джозефсона.

Отличительной (и весьма привлекательной) чертой слабой сверхпроводимости является то, что для нее характерно скорее хорошее, чем «удовлетворительное» согласие эксперимента с расчетами, проводимыми на основе очень простых уравнений. С другой стороны, возможные геометрии слабых связей, а следовательно, и соответствующие им решения этих уравнений весьма разнообразны. Это обстоятельство делает роль теории в данной области весьма существенной.

Такая ситуация не могла не отразиться на структуре обзора, хотя автор и старался сделать основной упор на обсуждение общей физической картины явлений, отвлекаясь от многих нюансов теории. Вместе с тем объем статьи не позволил сколько-нибудь полно остановиться на деталях экспериментов и вопросах технологии изготовления слабых связей различных типов. От читателя предполагалось знание основных сведений о физике сверхпроводников (например, в рамках книги де Жена ²⁴), а также знакомство с эффектом Джозефсона по одному из упомянутых выше обзоров или монографий.

Статья начинается с обзора основных типов слабых связей, их классификации и методов сопоставления теории с экспериментом. Гл. 2 посвящена обсуждению «коротких» слабых связей, эффективная длина которых $L_{эфф}$ меньше длины когерентности ξ , при различных соотношениях $L_{эфф}$ и длины свободного пробега Λ . В гл. 3 рассматривается изменение свойств слабых связей при увеличении их размеров. Полученные здесь результаты делают возможным обсуждение в гл. 4 вопроса о границе существования эффекта Джозефсона в слабых связях.

В гл. 3, 4 влияние длины на свойства слабых связей изучается в рамках простой модели (ODSEE), в которой нелинейные эффекты являются четко локализованными в пространстве. В реальных слабых связях возможны существенные отклонения от этой модели. Вопрос о степени и характере этих отклонений обсуждается в гл. 5, где более подробно анализируется различие типов слабых связей, а также затрагивается вопрос о более сложных слабосвязанных сверхпроводящих структурах.

Наконец, в заключении подводится итог состоянию знаний о стационарных эффектах в сверхпроводящих слабых связях. В список литературы включены лишь важнейшие для изложения работы, опубликованные в основном до зимы 1977 г.

в) Типы слабых связей и их параметры

Относительная слабость связи, т. е. малость ее критического тока, обеспечивается по-разному в структурах разных типов, основные из которых схематически показаны на рис. 1. В туннельных переходах (а) два

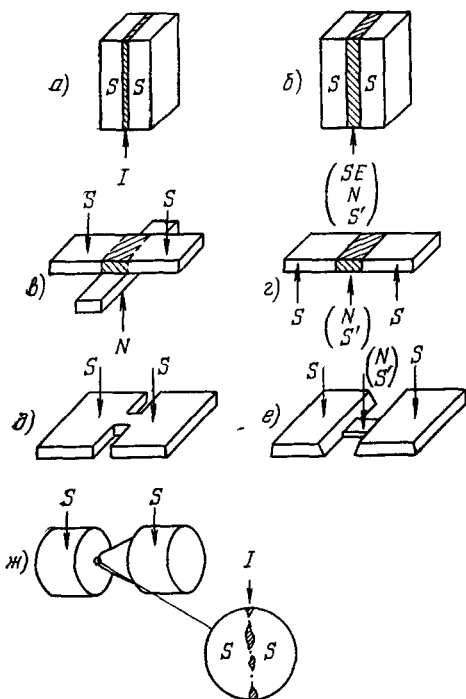


Рис. 1. Различные типы структур, в которых может происходить эффект Джозефсона.

а) Туннельный переход; б — ж) слабые связи: сэндвич (б), мостик на эффекте близости (в), мостик с ионной имплантацией (г), мостик Дайема (д), мостик переменной толщины (е), точечный контакт (ж). В кружке схематически показана структура проводящих участков точечного контакта. Обозначения: S, S' — сверхпроводники, N — нормальный материал, SE — полупроводник, I — изолятор.

сверхпроводящих электрода разделены очень тонким ($\sim 2 \cdot 10^{-7}$ см) слоем диэлектрика, чтобы обеспечить заметную вероятность туннелирования электронов через образующийся таким образом потенциальный барьер. В отличие от этого в структурах с непосредственной проводимостью — слабых связях (б — ж) — расстояние между электродами значительно больше. Так, если между сверхпроводниками поместить слой нормального металла, то мы получим структуру типа «сэндвич S—N—S» (б), которая осуществляет слабую связь лишь при толщине прослойки, составляющей несколько «длин затухания» («decay length») ξ_N ($\sim 10^{-5}$ см). Действительно, в силу хорошо известного эффекта близости куперовские пары проникают в глубь нормального металла на глубину порядка ξ_N . Связь будет слабой, если области наведенной сверхпроводимости в прослойке перекрываются лишь незначительно, т. е. при толщинах порядка нескольких ξ_N . Если материал прослойки является сверхпроводящим (S—S'—S-сэндвич), то слабость связи может быть обеспечена лишь за счет малости плотности критического тока j_c материала S' по сравнению с материалом S.

Близкая к сэндвичам ситуация создается в «мостиках на эффекте близости» (в) и мостиках, созданных ионной имплантацией (г). В обоих случаях в узкой ($\sim 10^{-3}$ см) полоске из тонкой ($\sim 10^{-5}$ см) сверхпроводящей пленки создается короткий (от 10^{-4} до 10^{-3} см) участок с пониженным значением j_c . В первом случае он образуется за счет эффекта близости с подслоем из нормального металла, а во втором — за счет имплантации ионов.

Совершенно другой способ создания слабой связи реализуется в двух других типах мостиков — постоянной толщины («мостиках Дайема») (д)

и мостиках переменной толщины (e). Здесь малость I_S достигается за счет того, что ширина (в первом случае) или ширина и толщина (во втором случае) перемычки мостика много меньше, чем у его «берегов» — электродов. Типичная толщина пленки берегов опять $\sim 10^{-5}$ см, а толщина перемычки может составлять несколько единиц 10^{-6} см. Длину мостиков стараются делать как можно меньше — до нескольких единиц 10^{-5} см.

Более сложна геометрия в слабых связях типа точечных контактов ($ж$) и в других сходных структурах — «каплях Кларка», микропроколах и т. п. В них в разделяющем электродах окисном слое (обычно толщиной порядка 10^{-6} см) образуются «микрозакоротки». Обычно типичный размер закоротки порядка 10^{-6} см и много меньше размеров площади механического контакта электродов. Таким образом, слабость связи здесь также достигается за счет сильной концентрации тока.

Несмотря на разнообразие типов слабых связей, их можно разделить на близкие по поведению классы, если ввести понятие *эффективной длины структуры* $L_{эфф}$. Под этой величиной подразумевается расстояние вдоль направления тока через слабую связь, на которой локализованы нелинейные эффекты при протекании значительных токов. Дело в том, что эффект Джозефсона — сугубо нелинейное явление (см., например, формулу (1.4)) и, следовательно, сопровождается изменением значений $|\Delta|$ в области слабой связи. Если материал электродов не вовлечен в эти изменения (условия, при которых это реализуется, рассматриваются в гл. 6), то эффективная длина $L_{эфф}$ просто совпадает с физической длиной L , т. е. с расстоянием между электродами.

Свойства слабых связей существенно различаются в зависимости от соотношения величины $L_{эфф}$ с характерными длинами материала слабой связи, в частности с длиной когерентности ξ и длиной свободного пробега Λ^*).

Мы будем называть связь «грязной», если выполняется условие

$$\Lambda \ll L_{эфф}, \quad (1.5)$$

и «чистой» в противоположном случае. Не следует путать понятие грязной слабой связи с понятием грязного сверхпроводящего материала, под которым имеется в виду малость Λ по сравнению с ξ . Особый интерес к грязным слабым связям объясняется тем, что с экспериментальной и прикладной точек зрения важное значение имеют мостиковые структуры (рис. 1, e — e), в которых соотношение (1.5) хорошо выполняется из-за диффузного рассеяния электронов на поверхности пленки ($\Lambda \lesssim d$).

Ниже мы увидим, что область «действительного» эффекта Джозефсона ограничивается величинами $L_{эфф}$, не превышающими нескольких ξ . Поэтому естественно называть слабые связи «короткими» или «длинными» в зависимости от соотношения их эффективной длины с ξ .

г) Соотношение $I_S(\varphi)$ и его связь с наблюдаемыми характеристиками

В стационарном состоянии ($V = 0$) описание слабой связи сводится просто к нахождению зависимости сверхтока I_S от разности фаз φ . Через эту функцию могут быть выражены все измеряемые стационарные характеристики слабой связи; так, максимальное значение $I_S(\varphi)$ дает критиче-

*) Третья характерная длина сверхпроводника — глубина проникновения магнитного поля λ — в слабых связях не столь важна. Пока не будет упомянуто противоположное, мы везде будем считать, что размеры слабой связи меньше λ и поэтому эффект Мейсснера мал.

ский ток структуры I_C . Для более сложных случаев важно не только максимальное значение, но и форма зависимости $I_S(\varphi)$.

Например, в очень распространенном эксперименте *), когда слабая связь замыкает сверхпроводящее кольцо, фаза φ непосредственно связана с полным потоком Φ магнитного поля через кольцо. Действительно, интегрируя уравнение Максвелла для $\text{rot } \mathbf{E}$ по контуру внутри кольца и сравнивая полученное выражение для V с соотношением Джозефсона (1.3), получаем

$$\varphi = \frac{\hbar c}{2e} \Phi. \quad (1.6)$$

В силу этого равенства соотношение $I_S(\varphi)$ непосредственно определяет связь циркулирующего в кольце интерферометра незатухающего тока I_S с потоком через кольцо Φ .

Вид функции $I_S(\varphi)$ определяет поведение и более сложных систем, таких, например, как двухконтактные интерферометры⁹⁻¹¹ и слабые связи с большими размерами поперечного сечения⁵⁻⁹. Для последних структур («распределенных джозефсоновских переходов») знание соотношения $j_S(\varphi)$ необходимо для нахождения распределения фазы и плотности сверхтока j_S по плоскости поперечного сечения.

Рассмотренные выше процессы лежат также в основе методов экспериментального исследования стационарных процессов. Хотя часто ограничиваются измерениями критического тока I_C , например, как функции температуры T , значительно бóльшую информацию дает нахождение формы зависимости $I_S(\varphi)$.

Наиболее совершенным методом для этого является измерение зависимости $I_S(\Phi)$ одноконтактного интерферометра с изучаемой слабой связью^{87, 88, 95, 96}. При этом ток находится из соотношения

$$\Phi = \Phi_e - \frac{\mathcal{L} I_S}{c}, \quad (1.7)$$

где Φ_e — та часть полного потока Φ , которая связана с приложенным извне магнитным полем, а \mathcal{L} — индуктивность кольца. Основным ограничением является требование $\mathcal{L} I_C / c \lesssim \hbar c / 2e$, необходимое для отсутствия неоднозначности в зависимости $\Phi(\Phi_e)$. Это делает довольно трудным измерение $I_S(\varphi)$ для значений больше примерно 10 мкА (при реализуемых величинах $\mathcal{L} \gtrsim 3 \cdot 10^{-11}$ Гн).

Могут применяться также мостовые методы измерения $I_S(\varphi)$ ^{136, 137}. Фактически они отличаются от описанного лишь тем, что поток Φ не измеряется непосредственно, а компенсируется до нуля потоком $\Phi_K = = \mathcal{L}_K I_K / c$, вводимым в кольцо внешним током I_K , текущим через известную калиброванную индуктивность \mathcal{L}_K . Упомянутое выше ограничение на I_C остается при этом в силе.

Более затруднительным является извлечение информации о Φ из измерений критических токов двухконтактных интерферометров¹¹⁵ или распределенных переходов. Наконец, о форме соотношения можно косвенно судить по некоторым нестационарным процессам, в частности по зависимости высоты джозефсоновских ступеней тока на вольт-амперной характеристике слабых связей от мощности вызывающего их внешнего СВЧ излучения (см., например,^{18, 98}).

*) Именно эта система («одноконтактный интерферометр») является основой наиболее распространенных — одноконтактных — сквидов⁹⁻¹¹.

2. КОРОТКИЕ СЛАБЫЕ СВЯЗИ

а) Теория Асламазова и Паркина

По изложенным выше причинам мы начнем анализ со случая короткой и грязной слабой связи: $L_{\text{эфф}} \ll \xi, \lambda$. Основа понимания того, как происходит эффект Джозефсона в слабых связях, была заложена теорией Асламазова и Паркина (АП) ²⁵. Они рассмотрели случай, когда температура достаточно близка к критической, что позволяет пользоваться уравнениями Гинзбурга — Ландау (ГЛ), которые можно записать в следующем виде:

$$\xi^2 \left(\nabla - i \frac{2e}{\hbar c} \mathbf{A} \right)^2 \Delta + \left(\pm 1 - \frac{|\Delta|^2}{\Delta_0^2} \right) \Delta = 0, \quad (2.1a)$$

$$\mathbf{j}_S = C_J \operatorname{Im} \left[\Delta^* \left(\nabla - i \frac{2e}{\hbar c} \mathbf{A} \right) \Delta \right]; \quad (2.1b)$$

здесь \mathbf{A} — вектор-потенциал, \mathbf{j}_S — плотность сверхтока. В наиболее реальном случае ($\Delta \ll \xi_0$ *) длина когерентности дается выражением

$$\xi^2 = \frac{\pi \hbar D}{8k_B (T_C - T)}, \quad \xi(T) \approx 0,852 (\xi_0 \Lambda)^{1/2} \left(\frac{T_C - T}{T_C} \right)^{-1/2}, \quad (2.2)$$

а коэффициент C_J равен

$$C_J = \frac{\pi}{4} \frac{\sigma_N}{ek_B T}, \quad (2.3)$$

где $\sigma_N = 2e^2 N(0) D$ — нормальная проводимость, $N(0)$ — плотность состояний на поверхности Ферми, $D = v_F \Lambda / 3$ — коэффициент диффузии.

Через Δ_0 обозначено характерное значение модуля параметра порядка, которое при $T < T_C$ равно равновесному значению (т. е. значению в массивном образце из того же материала в отсутствие токов):

$$\Delta_0^2(T) = \frac{8\pi^2}{7\zeta(3)} k_B^2 T (T_C - T), \quad \zeta(3) \approx 1,202. \quad (2.4)$$

При $T > T_C$ (уравнения ГЛ могут применяться и для этого случая) можно опять пользоваться формулами (2.2), (2.4); при этом в уравнении (2.1a) нужно взять перед единицей знак минус.

Уравнения (2.1) следуют из микроскопической теории сверхпроводимости при условии, что параметр порядка мал ($|\Delta| \ll k_B T$) и, кроме того, величины Δ и j_S меняются в пространстве не слишком быстро (см. ²⁶, а также ²⁴), а именно на расстояниях много больше соответственно $\min [V \xi_0 \Lambda, \xi_0]$ и $\min [\Lambda, \xi_0]$. Оба эти условия выполняются в грязной короткой слабой связи,

$$\Lambda \ll L_{\text{эфф}} \ll \xi, \quad (2.5)$$

поскольку в ней Δ и j_S существенно меняются именно на расстояниях порядка $L_{\text{эфф}}$.

Малость $L_{\text{эфф}}$ по сравнению с ξ и λ позволяет существенно упростить уравнения ГЛ. Действительно, при $L_{\text{эфф}} \ll \xi$ можно пренебречь в уравнении (2.1a) всеми членами, кроме первого («градиентного»), поскольку его величина имеет порядок $(\xi/L_{\text{эфф}})^2 \Delta$, в то время как остальные члены порядка Δ . Далее, соотношение $L_{\text{эфф}} \ll \lambda$ дает возможность в вектор-потенциале \mathbf{A} , который должен, в принципе, рассчитываться из уравнений Максвелла совместно с (2.1), пренебречь вкладом от токов через слабую связь. Оставшуюся часть (\mathbf{A}_0), отражающую вклад удаленных источ-

*) Как известно, характерный размер куперовской пары ξ_0 связан с параметрами материала соотношением $\xi_0 = \hbar v_F / \pi \Delta_0(0)$.

ников поля, можно представить в виде градиента некоторой скалярной функции. Но поскольку величина A всегда определена с точностью до такого градиента, мы можем выбрать калибровку

$$A = A_0 = 0, \quad (2.6)$$

включая тем самым влияние внешних полей в фазу Δ .

Таким образом, уравнение (2.1a) сводится просто к линейному уравнению Лапласа

$$\nabla^2 \Delta = 0, \quad (2.7)$$

что позволяет решить задачу до конца даже при произвольной форме слабой связи. Это уравнение нужно решать с естественными граничными условиями

$$\Delta = \begin{cases} \Delta_1 e^{ix_1} & \text{в глубине электрода 1,} \\ \Delta_2 e^{ix_2} & \text{в глубине электрода 2,} \end{cases} \quad (2.8a)$$

$$\left. \frac{\partial \Delta}{\partial n} \right|_{\sigma} = 0, \quad (2.8b)$$

где σ — поверхность раздела слабой связи с окружающим диэлектриком, n — нормаль к этой поверхности. Последнее условие следует из равенства нулю тока через поверхность σ .

Как было замечено в работе АЛ и как можно убедиться прямой подстановкой, решение (единственное) краевой задачи (2.7)–(2.8) имеет вид

$$\Delta = \Delta_1 e^{ix_1} f + \Delta_2 e^{ix_2} (1 - f), \quad (2.9)$$

где $f(\mathbf{r})$ — действительная функция координат, удовлетворяющая следующей краевой задаче:

$$\nabla^2 f = 0, \quad \left. \frac{\partial f}{\partial n} \right|_{\sigma} = 0, \quad (2.10)$$

$$f = \begin{cases} 1 & \text{в глубине электрода 1,} \\ 0 & \text{в глубине электрода 2.} \end{cases}$$

Подставляя решение (2.9) в (2.1б), получаем для плотности сверхтока

$$j_S(\mathbf{r}) = C_J \nabla f(\mathbf{r}) \Delta_1 \Delta_2 \sin \varphi. \quad (2.11)$$

Таким образом, плотность тока в каждой точке слабой связи и, следовательно, полный ток I_S пропорциональны $\sin \varphi$, т. е. мы пришли к соотношению (1.4), всегда справедливому для туннельных переходов.

Для нахождения I_C заметим, что через функцию $\nabla f(\mathbf{r})$ выражается и ток j_N в той же слабой связи в нормальном состоянии. Действительно, опять подстановкой убеждаемся, что решение краевой задачи для скалярного потенциала μ :

$$\nabla^2 \mu = 0, \quad \left. \frac{\partial \mu}{\partial n} \right|_{\sigma} = 0, \quad (2.12)$$

$$\mu = \begin{cases} \mu_1 & \text{в глубине электрода 1,} \\ \mu_2 & \text{в глубине электрода 2,} \end{cases}$$

$$\mu_2 - \mu_1 = V,$$

записывается аналогично (2.9):

$$\mu = \mu_1 f + \mu_2 (1 - f), \quad (2.13)$$

и поэтому ток в нормальном состоянии

$$j_N = \sigma_N E = -\sigma_N \nabla \mu = \nabla f(\mathbf{r}) \sigma_N V. \quad (2.14)$$

Отсюда сразу имеем

$$\frac{I_S}{I_N} = \frac{j_S}{j_N} = \frac{C_j \Delta_1 \Delta_2}{\sigma_N V} \sin \varphi, \quad (2.15)$$

так что I_C выражается через нормальное сопротивление слабой связи $R_N = V/I_N$:

$$I_C = C_j \frac{\Delta_1 \Delta_2}{\sigma_N R_N}. \quad (2.16)$$

В случае $\Lambda \ll \xi_0$, когда справедливо равенство (2.3), мы получаем, что I_C выражается той же формулой, что и в случае туннельного перехода в той же области температур ($\Delta_{1,2} \ll k_B T$):

$$I_C = \frac{\pi}{4} \frac{\Delta_1 \Delta_2}{R_N k_B T}. \quad (2.17)$$

При одинаковых материалах электродов это дает с учетом (2.4) линейную зависимость критического тока от температуры:

$$I_C = \alpha \frac{T_C - T}{R_N}, \quad \alpha = \frac{2\pi^3 k_B}{7\zeta(3)e} \approx 635 \text{ мкВ/}^\circ\text{K}. \quad (2.18)$$

При получении формулы (2.18) мы нигде не использовали предположения о том, что материал слабой связи и электродов одинаков, причем T_C в ней есть критическая температура электродов. Таким образом, произведение $I_S R_N$ не зависит от свойств материала слабой связи, если только выполняются условия (2.5) на его параметры.

Заметим, что теория АЛ не только описывает эффект Джозефсона в слабых связях, но и дает возможность очень ясно усмотреть его физическое происхождение. Действительно, формула (2.9) показывает, что в области слабой связи ($0 < f < 1$) параметр порядка есть линейная суперпозиция двух членов, каждый из которых пропорционален значению Δ в одном из электродов и координатному множителю, плавно спадающему при удалении от данного электрода в глубь слабой связи. Таким образом, внутри слабой связи происходит интерференция двух волновых функций, источниками которых являются конденсаты куперовских пар в сверхпроводящих электродах. Такая интерференция немедленно дает ток $j_S \propto \sin \varphi$, т. е. эффект Джозефсона.

【б】 Общие свойства функции $I_S(\varphi)$

Перед разбором случая произвольных температур отметим некоторые общие свойства соотношения $I_S(\varphi)$, не зависящие от конкретных свойств слабых связей.

Во-первых, изменение фазы χ в электроде на 2π не приводит к изменению физического состояния системы и поэтому зависимость $I_S(\varphi)$ всегда 2π -периодична:

$$I_S(\varphi + 2\pi n) = I_S(\varphi). \quad (2.19)$$

Во-вторых, сверхток может течь лишь в присутствии градиента фазы параметра порядка (см., например, уравнение (2.16), где $j_S \propto |\Delta|^2 \nabla \chi$). Поэтому отсутствие тока через слабую связь возможно лишь в двух случаях, показанных на рис., 2, б, в. В первом случае разность фаз равна нулю, а во втором — π . Следовательно, кривая $I_S(\varphi)$ пересекает горизонтальную ось в точках $\varphi = \pi n$:

$$I_S(\pi n) = 0. \quad (2.20)$$

Кроме того, в сверхпроводнике в пренебрежении собственным магнитным полем тока противоположные значения тока равноправны и поэтому функция $I_S(\varphi)$ антисимметрична:

$$I_S(-\varphi) = -I_S(\varphi). \quad (2.21)$$

Типичные примеры функции $I_S(\varphi)$ схематически показаны на рис. 3. Для нахождения всей кривой достаточно найти лишь один из ее отрезков, например соединяющий точки $\varphi = 0$ и $\varphi = \pi$.

Соотношение $I_S(\varphi)$ удобно характеризовать двумя константами: критическим током

$$I_C = \max I_S(\varphi) \quad (2.22)$$

и безразмерным параметром

$$l = I_C \left(\frac{dI_S}{d\varphi} \right)^{-1}_{\varphi=\pi} + 1, \quad (2.23)$$

геометрический смысл которого ясен из рис. 3. При синусоидальной зави-

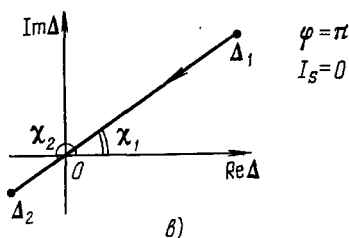
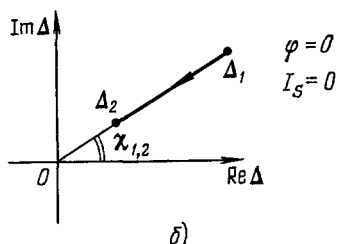
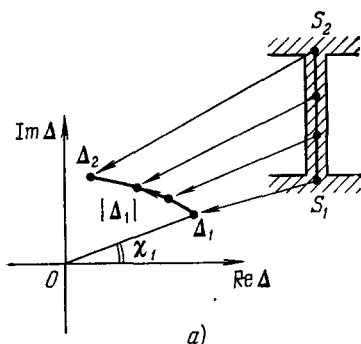


Рис. 2. Представление состояния слабой связи на фазовой плоскости параметра порядка (а) и два типа траекторий, соответствующих отсутствию тока: $\varphi = 2\pi n$ (б), $\varphi = \pi(2n + 1)$ (в).

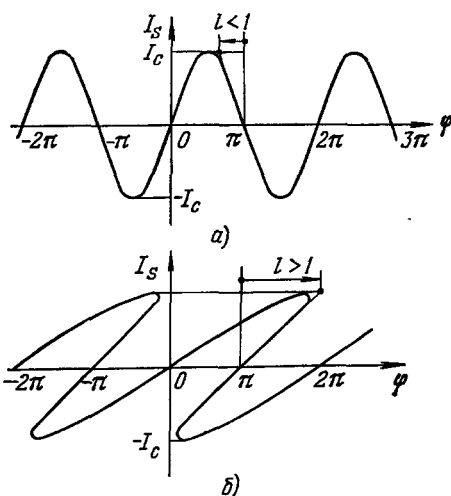


Рис. 3. Возможные зависимости $I_S(\varphi)$ в слабых связях (схематически).

симости $I_S(\varphi)$ $l = 0$, при «перекосе» кривой вправо l возрастает и становится большим единицы в момент, когда функция $I_S(\varphi)$ становится неоднозначной (см. рис. 3, б).

Физический смысл величины l можно выяснить, заметив, что зависимости $I_S(\varphi)$ типа показанных на рис. 3 можно приближенно описать формулой

$$\varphi = \varphi_1 + \frac{2e}{\hbar c^2} I_S \mathcal{L}(I_S), \quad I_S \approx I_C \sin \varphi_1. \quad (2.24)$$

В силу соотношения Джозефсона (1.3) равенство (2.24) показывает, что слабую связь можно приближенно представить в виде последовательного соединения «идеального» джозефсоновского перехода и нелинейной

индуктивности \mathcal{L} (I_S). Индуктивность \mathcal{L} может быть связана не с запасенным в системе собственным магнитным полем тока I_S (этим полем мы пренебрегаем, считая $\mathbf{A} = 0$), а с кинетической энергией конденсата. Достаточно очевидно, что эта «кинетическая индуктивность»²⁷⁻³⁰ должна быть особенно велика в очень длинных слабых связях ($\mathcal{L} \propto L$). Подставляя (2.24) в определение l (2.23), получаем

$$l = \frac{2e}{\hbar c^2} I_S \mathcal{L}(0), \quad (2.25)$$

так что l имеет смысл кинетической индуктивности для малого тока, нормированной обычным для джозефсоновских систем образом (см., например,¹⁸).

в) Произвольные температуры

Проведение расчетов для слабых связей при произвольных температурах стало возможным в значительной степени в результате предшествующих работ по общей теории сверхпроводимости. В 1968 г. Эйленбергер показал³¹, что весьма сложные общие уравнения стационарной сверхпроводимости³² можно привести к значительно более простому виду. Вскоре Узадель свел³³ уравнения Эйленбергера для грязного предела ($\Lambda \ll \xi$) к еще более простым уравнениям для функций F^*), зависящих только от точки (\mathbf{r}) и «мацубаровской частоты» ω :

$$\hbar\omega = 2\pi k_B T \left(n + \frac{1}{2} \right), \quad (2.26)$$

т. е. фактически от целого индекса n .

Особенно просто уравнения Узаделя записываются с использованием функции $G = \sqrt{1 - FF^*}$:

$$2\hbar\omega - \hbar D \left(\nabla - i \frac{2e}{\hbar c} \mathbf{A} \right) \left[G \left(\nabla - i \frac{2e}{\hbar c} \mathbf{A} \right) F - F \nabla G \right] = 2\Delta G. \quad (2.27)$$

Все измеряемые величины получаются из $F(\mathbf{r}, \omega)$ суммированием по ω . В частности, выражения для параметра порядка $\Delta(\mathbf{r})$ и плотности тока $\mathbf{j}_S(\mathbf{r})$ имеют вид

$$\Delta \ln \frac{T_C}{T} = 2\pi k_B T \sum_{\omega > 0} \left(\frac{\Delta}{\hbar\omega} - F \right), \quad (2.28)$$

$$\mathbf{j}_S = \frac{2\pi k_B T \sigma_N}{e} \operatorname{Im} \sum_{\omega > 0} \left[F^* \left(\nabla - i \frac{2e}{\hbar c} \mathbf{A} \right) F \right]. \quad (2.29)$$

Для однородного образца, не несущего ток ($\nabla = \mathbf{A} = 0$), из (2.27) сразу следует

$$\Delta = |\Delta|, \quad F = \frac{\Delta}{\sqrt{(\hbar\omega)^2 + \Delta^2}}, \quad (2.30)$$

и уравнение самосогласования (2.28) приобретает вид

$$2\pi k_B T \sum_{\omega > 0} \left[\frac{1}{n\omega} - \frac{1}{(\hbar\omega)^2 + \Delta^2} \right] = \ln \frac{T_C}{T}. \quad (2.31)$$

Решение этого уравнения дает известную зависимость $\Delta(T)$ теории БКШ. При $T \rightarrow T_C$ уравнения Узаделя переходят в уравнение ГЛ (2.1) с параметрами C_j и ξ , соответствующими грязному пределу (2.2)–(2.3).

*) Эти функции представляют собой пространственно изотропные части функций Эйленбергера $f(\mathbf{r}, \mathbf{v}_F, \omega)$ (см. ниже).

В 1975 г. Кулик и Омелянчук применили ³⁴ уравнения Узаделя для обобщения теории АЛ на произвольные температуры. Идентичность выражений для функций $I_S(\varphi)$ и $I_C(T)$ в коротких слабых связях с соответствующими выражениями для туннельных переходов при $T \rightarrow T_C$ позволяла ранее надеяться, что и при произвольных температурах стационарный эффект Джозефсона в этих структурах происходит одинаково (см., например, ^{35,36}). Однако в работе ³⁴ (далее обозначается КО-1) было показано, что это не так.

Пусть размер слабой связи произвольной формы настолько мал, что в уравнении (2.27) опять можно пренебречь всеми членами, кроме градиентного, что можно сделать, когда $L_{эфф} \ll \xi$. Вводя *) функции $\Phi(\mathbf{r}, \omega)$ такие, что

$$F = \frac{\Phi}{\sqrt{(\hbar\omega)^2 + \Phi\Phi^*}}, \quad G = \frac{\hbar\omega}{\sqrt{(\hbar\omega)^2 + \Phi\Phi^*}}, \quad (2.32)$$

мы получаем, что уравнение (2.27) сводится к простому виду ($A = 0$):

$$\nabla(G^2 \nabla \Phi) = 0. \quad (2.33)$$

Согласно формулам (2.30) и (2.32) значения Φ в глубине электродов совпадают со значениями Δ , и поэтому граничные условия для Φ точно такие же, как для Δ в теории АЛ (2.8).

Теперь легко по аналогии с решением АЛ (2.9) выписать решение уравнения (2.33), в справедливости которого легко убедиться подстановкой. Для случая $\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta$, взяв для определенности $\chi_1 = -\chi_2 = \varphi/2$, имеем

$$\Phi = \Delta \cos \frac{\varphi}{2} + i \sqrt{\Delta^2 \cos^2 \frac{\varphi}{2} + (\hbar\omega)^2} \operatorname{tg} \left[(1 - 2f) \operatorname{arctg} \frac{\Delta \sin(\varphi/2)}{\sqrt{\Delta^2 \cos^2(\varphi/2) + (\hbar\omega)^2}} \right], \quad (2.34)$$

где функция f та же, что в теории АЛ (2.10). Вычисляя по формуле (2.29) плотность сверхтока и сравнивая ее с плотностью тока в нормальном состоянии (2.14), получаем

$$I_S R_N = \frac{2\pi k_B T}{e} \sum_{\omega > 0} \frac{2\Delta \cos(\varphi/2)}{\sqrt{\Delta^2 \cos^2(\varphi/2) + (\hbar\omega)^2}} \operatorname{arctg} \frac{\Delta \sin(\varphi/2)}{\sqrt{\Delta^2 \cos^2(\varphi/2) + (\hbar\omega)^2}}. \quad (2.35)$$

При $T \rightarrow T_C$ эта зависимость совпадает с результатом теории АЛ, т. е. зависимость $I_S(\varphi)$ синусоидальна, а произведение $I_C R_N$ дается формулой (2.18). Однако при уменьшении температуры функция $I_S(\varphi)$ несколько деформируется (рис. 4), так что производная $(dI_S/d\varphi)_{\varphi=\pi}$ при $T \rightarrow 0$ логарифмически стремится к бесконечности ($l \rightarrow 1$). Произведение $I_C R_N$ в теории КО-1 (рис. 5) выходит при $T \rightarrow 0$ на значение

$$I_C(0) R_N \approx 2,07 \frac{\Delta(0)}{e}, \quad (2.36)$$

которое на $\sim 32\%$ больше максимального значения $I_C R_N$ для туннельных переходов

$$I_C(0) R_N = \frac{\pi}{2} \frac{\Delta(0)}{e}. \quad (2.37)$$

Факт расхождения даже простейших (стационарных) свойств у слабых связей малых размеров со свойствами туннельных переходов показывает существенную разницу между этими двумя типами структур. В туннель-

*) Метод принадлежит М. Ю. Куприянову.

ных структурах электроны не рассеиваются внутри разделяющего электрода барьера и поэтому на процесс протекания тока влияют только значения Δ в электродах. Если же длина свободного пробега Λ меньше длины слабой связи, как это считается в теории КО-1, то из-за сильного

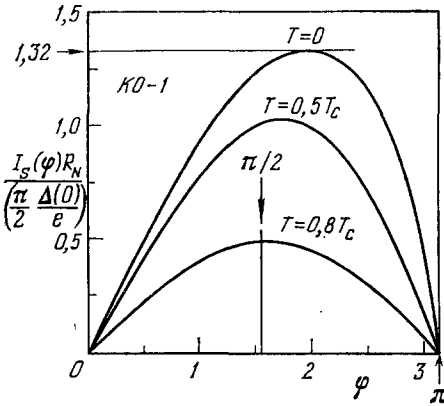


Рис. 4. Соотношение $I_S(\varphi)$ по теории КО-1³⁴ для грязной короткой слабой связи ($\Lambda \ll L_{\text{эфф}} \ll \xi$) при различных температурах.

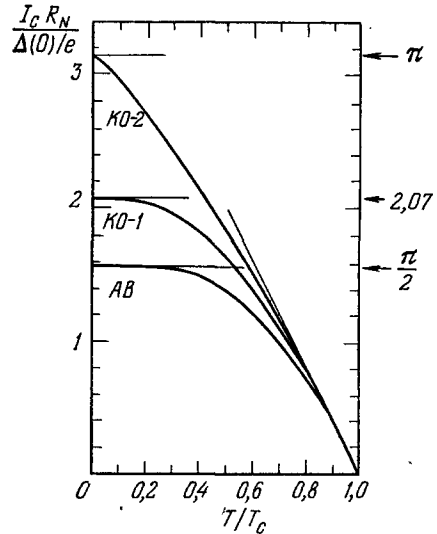


Рис. 5. Зависимости критического тока от температуры для туннельных переходов (кривая AB) и для грязных (КО-1) и чистых (КО-2) слабых связей малых размеров ($L_{\text{эфф}} \ll \xi$).

рассеяния электронов в каждой точке структуры устанавливается само-согласованное значение Δ , влияющее на процесс протекания тока.

Казалось бы, что если рассеяние внутри короткой слабой связи мало,

$$L_{\text{эфф}} \ll \Lambda, \xi, \quad (2.38)$$

то аналогия с туннельным контактом становится полной.

Такой факт имел бы большое значение, поскольку дал бы основания и нестационарные процессы в таких слабых связях описывать хорошо развитой теорией для туннельных переходов. Однако недавно Кулик и Омелянчук показали (³⁷, ниже обозначается КО-2), что это не так.

г) Чистая короткая слабая связь

Для анализа случая (2.38) при произвольных температурах необходимо обратиться уже к уравнениям Эйленберга³¹, пригодных при любых соотношениях Λ , ξ и $L_{\text{эфф}}$. Эти уравнения записываются для комплексных функций f и g , каждая из которых зависит уже не только от точки \mathbf{r} и частоты ω (2.26), но и от направления в пространстве, обычно формально представляемого направлением вектора \mathbf{v}_F . Функции f и g представляют собой проинтегрированные по энергиям соответственно аномальную и нормальную термодинамические функции Грина и связаны условием

$$g^2 + ff^* = 1, \quad (2.39)$$

где для удобства вводится еще и функция f^* , определяемая равенством

$$f^+(\mathbf{r}, \mathbf{v}_F, \omega) = f^*(\mathbf{r}, -\mathbf{v}_F, \omega). \quad (2.40)$$

Уравнения Эйленбергера для f в случае изотропного рассеяния электронов выглядят весьма просто:

$$\left[2\hbar\omega + \hbar v_F \left(\nabla - i \frac{2e}{\hbar c} \mathbf{A} \right) \right] f = 2\Delta g + \hbar\tau^{-1} (g \langle f \rangle - f \langle g \rangle), \quad (2.41)$$

где параметр порядка зависит только от \mathbf{r} и выражается формулой (2.28) с заменой $F \rightarrow \langle f \rangle$. Угловые скобки означают усреднение по всем направлениям вектора \mathbf{v}_F , $\tau = \Lambda/v_F$. Плотность сверхтока определяется выражением

$$\mathbf{j}_S = -i2eN(0) \cdot 2\pi k_B T \sum_{\omega > 0} \langle \mathbf{v}_F g \rangle. \quad (2.42)$$

В «грязном» пределе функции f и g становятся почти изотропными; при этом уравнения Эйленбергера переходят в уравнения Узаделя с $F = \langle f \rangle$ и $G = \langle g \rangle$. Для однородного сверхпроводника без тока величина $\langle f \rangle$ подчиняется соотношениям (2.30), (2.31), дающим обычные результаты теории БКШ.

Возвращаясь к теории КО-2, заметим, что при выполнении условия (2.38) мы можем отдельно рассмотреть две области структуры: сам объем слабой связи с прилегающими малыми участками электродов ($r \ll \xi, \Lambda$) и более отдаленные участки электродов, из которых слабая связь видна под малым телесным углом $\Omega(\mathbf{r}) \ll 4\pi$.

Рассмотрим вначале точку \mathbf{r} , лежащую в одном из этих последних участков: $L_{\text{эфф}} \ll r \sim \xi, \Lambda$. Как будет показано ниже, в такой точке величины Δ , $\langle f \rangle$ и $\langle g \rangle$ можно в нулевом приближении по Ω считать постоянными и равными своим равновесным значениям (2.30):

$$\begin{aligned} \Delta &= \Delta e^{\pm i\varphi/2}, \quad \langle f \rangle = \frac{\Delta}{E} e^{\pm i\varphi/2}, \quad \langle f^+ \rangle = \frac{\Delta}{E} e^{\mp i\varphi/2}, \\ \langle g \rangle &= \frac{\hbar\omega}{E}, \quad E^2 = \Delta^2 + (\hbar\omega)^2. \end{aligned} \quad (2.43)$$

Поэтому уравнение (2.41) становится линейным относительно функций f и g . Используя выражения (2.39), (2.40), можно выписать такие же уравнения для f^+ и g и, таким образом, получить систему линейных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \left(2\hbar\omega + \hbar\tau^{-1} \langle g \rangle + \hbar v_F \frac{\partial}{\partial s} \right) f - (2\Delta + \hbar\tau^{-1} \langle f \rangle) g &= 0, \\ \left(2\hbar\omega + \hbar\tau^{-1} \langle g \rangle - \hbar v_F \frac{\partial}{\partial s} \right) f^+ - (2\Delta + \hbar\tau^{-1} \langle f \rangle)^* g &= 0, \\ (2\Delta + \hbar\tau^{-1} \langle f \rangle)^* f - (2\Delta + \hbar\tau^{-1} \langle f \rangle) f^+ - \left(2\hbar v_F \frac{\partial}{\partial s} \right) g &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (2.44)$$

где s — координата вдоль «траектории», т. е. вдоль прямой, проходящей через данную точку в направлении \mathbf{v}_F . Решение этой системы находится элементарно:

$$f = \sum_{\kappa} f_{\kappa} e^{\kappa s}, \quad g = \sum_{\kappa} g_{\kappa} e^{\kappa s}, \quad (2.45)$$

где для κ имеем три значения:

$$\kappa = \kappa_0, \pm \kappa_1; \quad \kappa_0 = 0, \quad \kappa_1 = \left(E + \frac{\hbar\tau^{-1}}{2} \right) \frac{1}{\hbar v_F}, \quad (2.46)$$

так что выражения (2.45) описывают релаксацию f и g к своим равновесным значениям (2.43) на расстояниях $r \sim \kappa_1^{-1} \sim \min [\xi, \Lambda] \gg L_{\text{эфф}}$. Значения f_k и g_k постоянны вдоль траекторий, но различны для различных траекторий.

Для тех траекторий, которые не проходят через слабую связь в другой электрод (рис. 6, а), мы можем считать f и g постоянными, т. е.

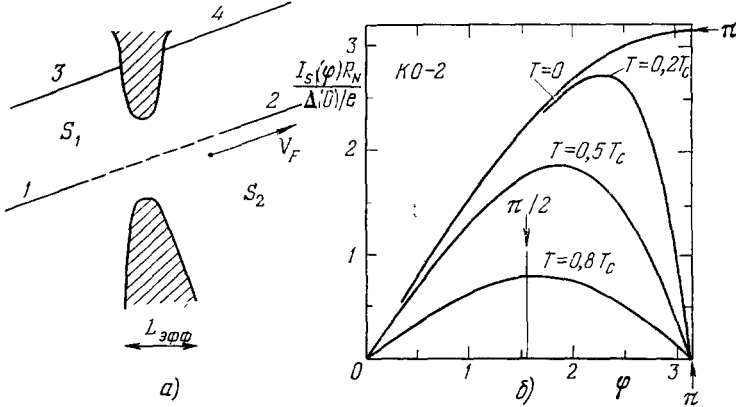


Рис. 6. К теории КО-2³⁷ для чистых слабых связей ($L_{\text{эфф}} \ll \xi, \Lambda$).

а) Различные типы траекторий в электродах: 1, 2 — «приходящий» и «уходящий» участки сквозной траектории, 3, 4 — несквозные траектории; б) соотношение $I_S(\varphi)$ при различных температурах.

взять в (2.45) лишь члены с $\kappa_0 = 0$. Из системы (2.44) тогда сразу следует, что на этих траекториях f и g равны своим равновесным значениям в данном электроде (2.43).

Что же касается траекторий, проходящих через слабую связь, то на них f и g уже не могут быть постоянными, поскольку при $\varphi \neq 0$ значения f в электродах различны. Поэтому, учитывая конечность f и g при $\rightarrow \infty$, получаем, что для «уходящего» участка сквозной траектории

$$f_y = \langle f \rangle + \tilde{f}_y e^{-\kappa_1 s}, \quad g_y = \langle g \rangle + \tilde{g}_y e^{-\kappa_1 s}, \quad (2.47a)$$

а для «приходящего» участка этой траектории

$$f_{\pi} = \langle f \rangle^* + \tilde{f}_{\pi} e^{\kappa_1 s}, \quad g_{\pi} = \langle g \rangle + \tilde{g}_{\pi} e^{\kappa_1 s}. \quad (2.47b)$$

Подставляя эти выражения в (2.44), находим связь между \tilde{f} и \tilde{g} :

$$\frac{\tilde{f}_y}{\tilde{g}_y} = \frac{2\Delta + \hbar\tau^{-1} \langle f \rangle}{2\hbar\omega - \hbar\tau^{-1} \langle g \rangle - [E + (\hbar\tau^{-1}/2)]}; \quad (2.48)$$

для \tilde{f}_{π} и \tilde{g}_{π} нужно поменять знак перед круглой скобкой.

Теперь для окончательного определения f и g нужно найти связь f и g на приходящем и уходящем участках сквозной траектории. Для этого рассмотрим область самой слабой связи ($r \sim L_{\text{эфф}}$). В этой области, согласно соотношениям (2.38), в уравнениях Узаделя можно оставить лишь градиентные члены, что дает равенства

$$\mathbf{v}_F \nabla f = 0, \quad \mathbf{v}_F \nabla g = 0, \quad (2.49)$$

означающие просто постоянство f и g вдоль траектории на таких расстояниях. Поэтому в равенствах (2.47) значения f и g на самой слабой связи

($s=0$) можно считать одинаковыми на обоих участках траектории:

$$\langle f \rangle + \tilde{f}_y = \langle f \rangle^* + \tilde{f}_n, \quad \tilde{g}_y = \tilde{g}_n. \quad (2.50)$$

Совместное решение уравнений (2.48), (2.50) дает

$$\begin{aligned} \tilde{f} &= \frac{i\Delta^3 \sin(\varphi/2)}{E(\hbar\omega - E)[E \cos(\varphi/2) + i\hbar\omega \sin(\varphi/2)]}, \\ \tilde{g} &= \frac{i\Delta^2 \sin(\varphi/2)}{E[E \cos(\varphi/2) + i\hbar\omega \sin(\varphi/2)]}. \end{aligned} \quad (2.51)$$

Теперь из формулы (2.42) можно найти ток, который удобно вычислять при $s=0$, т. е. в районе слабой связи. Учитывая выражение для сопротивления чистой слабой связи в нормальном состоянии ³⁸

$$R_N^{-1} = e^2 v_F N(0) S, \quad (2.52)$$

где S — площадь поперечного сечения слабой связи, получаем результат

$$I_S R_N = \frac{\pi\Delta}{e} \sin \frac{\varphi}{2} \operatorname{th} \frac{\Delta \cos(\varphi/2)}{2k_B T}, \quad (2.53)$$

не зависящий от соотношения Λ и ξ .

Остается проверить, справедливо ли начальное предположение о постоянстве $\langle f \rangle$ и $\langle g \rangle$ в области $r \gg L_{\text{эфф}}$. Производя усреднение, значения f и g нужно взять равновесными на несквозных траекториях и возмущенными (2.47) — на сквозных. Но в силу малости угла $\Omega(r)$ общее количество сквозных траекторий мало, и поэтому $\langle f \rangle$, $\langle g \rangle$ (и, следовательно, Δ) действительно отличаются от равновесных лишь на величину порядка $\Omega/4\pi \ll 1$. Сильное изменение $\langle f \rangle$, $\langle g \rangle$ и Δ происходит лишь в районе самой слабой связи, где $r \sim L_{\text{эфф}}$ и $\Omega \sim 2\pi$.

Зависимость $I_S(\varphi)$, даваемая теорией КО-2 (2.53), показана на рис. 6, б, а зависимость $I_C(T)$ — на рис. 5. При $T \rightarrow T_C$ зависимость $I_C(\varphi)$ синусоидальна, а I_C опять дается формулой (2.18); однако при понижении температуры результаты существенно отличаются от даваемых как туннельной теорией, так и теорией КО-1. При $T=0$ зависимость $I_S(\varphi)$ испытывает скачки в точках $\varphi = 2\pi[n + (1/2)]$, а величина $I_C R_N$ вдвое превышает значение в туннельных переходах:

$$I_C(0) R_N = \frac{\pi\Delta(0)}{e}. \quad (2.54)$$

Чтобы понять причину различия результатов для чистых слабых связей и для туннельных переходов, отметим, что в последнем случае функции Эйленбергера мало отличаются от равновесного значения в любой точке структуры и для любого направления. В то же время в чистой слабой связи на пролетных траекториях значения f и g могут сильно отличаться от равновесных (2.51), что является следствием большой прозрачности слабой связи для таких траекторий. Эта разница и определяет различие результатов, получаемых даже для коротких ($L_{\text{эфф}} \ll \xi$) джоузефсоновских структур.

3. ЗАВИСИМОСТЬ СВОЙСТВ СЛАБОЙ СВЯЗИ ОТ ДЛИНЫ

а) М о д е л ь ODSEE

Для анализа влияния конечной длины слабой связи уже необходимо более или менее конкретизировать ее геометрию. Наиболее простой и естественной геометрической моделью слабой связи является модель ODSEE (англ. «One-Dimensional Structure with Electrodes in Equilibrium»), в которой считаются выполненными следующие два условия:

1) Площадь поперечного сечения слабой связи мала и постоянна вдоль направления тока на всей длине структуры L . Из-за этого все переменные можно считать не меняющимися в плоскости поперечного сечения и зависящими лишь от координаты x в направлении тока:

$$f(\mathbf{r}) = f(x), \quad 0 < x < L. \quad (3.1)$$

2) Нелинейные процессы локализованы на длине L , т. е. модуль параметра порядка не меняется вне слабой связи. В силу этого значение $|\Delta(x)|$ на границах слабой связи равно своему равновесному значению в электродах:

$$|\Delta(0)| = \Delta_1, \quad |\Delta(L)| = \Delta_2. \quad (3.2)$$

Другими словами, в модели ODSEE эффективная длина слабой связи $L_{\text{эфф}}$ равна ее геометрической длине.

Условие (3.1), как видно из рис. 1, не выполняется лишь для мостиков Дайема (∂) и структур со случайной геометрией типа точечных контактов, однако второе условие более жесткое. Выполнение этого условия сильно облегчено в структурах с сильной концентрацией тока, например в мостиках переменной толщины. Напротив, в структурах без концентрации тока (см. рис. 1, $a-g$) для выполнения условия (3.2) необходимо выполнение существенных условий на соотношение параметров материалов слабой связи и электродов (см. гл. 5). Поэтому результаты, полученные в модели ODSEE, имеют для таких структур ограниченную применимость.

Следует отметить, что фактически модель ODSEE многократно применялась в теоретических работах и без упоминания о тех условиях, когда она справедлива, что привело к ряду конкретных ошибок в интерпретации экспериментальных результатов.

б. Температуры, близкие к критическим

Начнем со случая, когда применимы уравнения ГЛ (2.1). Это ограничивает нас областью, когда критические температуры как материала слабой связи (T'_c), так и электродов (T_c) близки к физической температуре T и, следовательно, друг к другу:

$$(T_c - T), \quad |T'_c - T| \ll T. \quad (3.3)$$

Знак величины $T'_c - T$ показывает, сверхпроводит ли материал слабой связи при данной температуре, т. е. имеем ли мы дело со структурой $S-S'-S$ -типа ($T'_c > T$) или $S-N'-S$ -типа ($T'_c < T$). Для модели ODSEE уравнения ГЛ (2.1) могут быть записаны в простом виде:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \psi(\pm 1 - |\psi|^2) = 0, \quad (3.4a)$$

$$J = \text{Im} \left(\psi^* \frac{d\psi}{dx} \right), \quad (3.4b)$$

где $\psi = \Delta/\Delta_0$, координата x нормирована на $\xi'(T)$ (штрих везде обозначает материал слабой связи), ток — на характерное значение

$$I_0 = \frac{c^2 \hbar S}{8e (\lambda')^2 \xi'} = \frac{\pi}{4} \frac{\Delta_0^2}{ek_B T R_N} \frac{L}{\xi'}, \quad R_N = \frac{L}{\sigma_N S}, \quad (3.5)$$

так что ток «распаривания» (⁴⁰, см. также ²⁴) в единицах I_0 равен $2/3\sqrt{3}$. Граничные условия (3.2) принимают вид ($\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta$)

$$\Delta(0) = A e^{i\chi_1}, \quad \Delta\left(\frac{L}{\xi'}\right) = A e^{i\chi_2}, \quad (3.6)$$

где параметр A определяется формулой

$$A^2 = \frac{T_C - T}{|T'_C - T|} \quad (3.7)$$

и, согласно (2.4), имеет смысл отношения характерных значений $|\Delta|$ в материалах берега и слабой связи.

Анализ уравнений (3.4) показывает, что если длина слабой связи мала, то решение близко к решению АЛ и ток отличается от даваемого этой теорией лишь поправками:

$$I_C = (I_C)_{\text{АЛ}} \left\{ \left[1 \pm \frac{1}{6} \left(\frac{L}{\xi'} \right)^2 - \frac{1}{10} \left(\frac{AL}{\xi'} \right)^2 \right] \sin \varphi - \frac{1}{30} \left(\frac{AL}{\xi'} \right)^2 \sin 2\varphi \right\}, \quad (3.8)$$

которые малы при условии

$$L \ll \xi', \quad \frac{\xi'}{A}. \quad (3.9)$$

Знаки берутся в соответствии с формулой (2.1а). Как следует из (2.2) и (3.7), величина ξ'/A равна длине когерентности материала слабой связи, формально взятой при температуре $T - (T_C - T'_C) < T$.

Увеличение длины выше предела (3.9) ведет к различным эффектам для $S - N' - S$ - и $S - S' - S$ -структур, рассчитанным в работе ³⁹ численно.

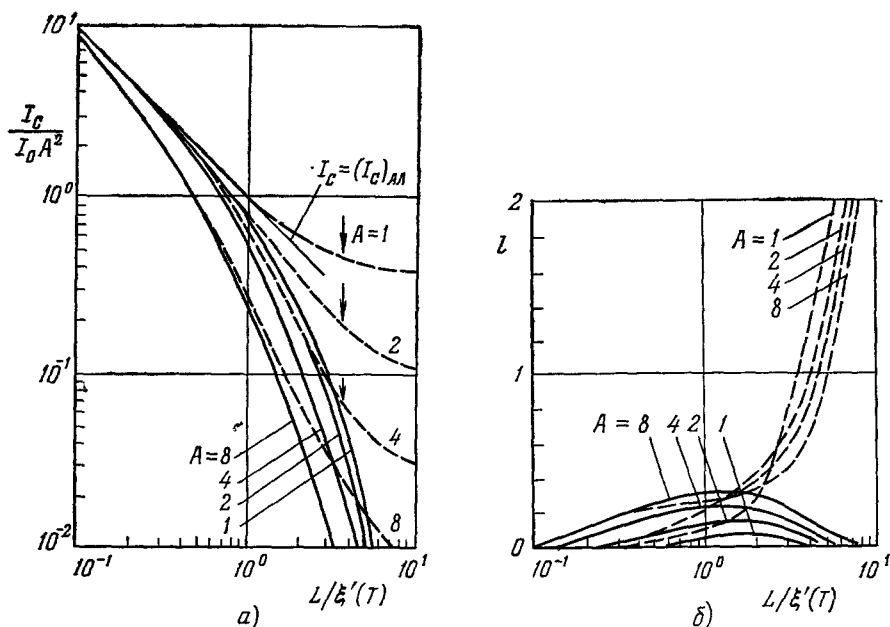


Рис. 7. Изменения критического тока (а) и параметра l (б) при изменении длины грязной слабой связи в модели ODSEE ³⁹.

и показанным на рис. 7 соответственно сплошными и штриховыми линиями. В первом случае увеличение L выше нескольких ξ' вызывает экспоненциальное падение критического тока при почти точном сохранении синусоидальности функции $I_S(\varphi)$ ($l \approx 0$). При $L \gg \xi'$

$$J = \frac{8A^2}{[1 + \sqrt{1 + (A^2/2)}]^2} e^{-L/\xi'} \sin \varphi. \quad (3.10)$$

Это падение является следствием того, что при эффекте близости параметр порядка экспоненциально спадает при удалении от границы со сверхпроводником. Сам этот факт давно известен^{24, 40, 41}, однако конкретный вид коэффициента перед экспонентой определяется граничными условиями, в данном случае (3.10)—моделью ODSEE.

Если $T < T'_C$ (слабая связь $S-S'-S$ -типа), критический ток при увеличении длины сначала падает в соответствии с результатом АЛ, а при $L \gg 10\xi'$ выходит на постоянное значение, соответствующее эффекту

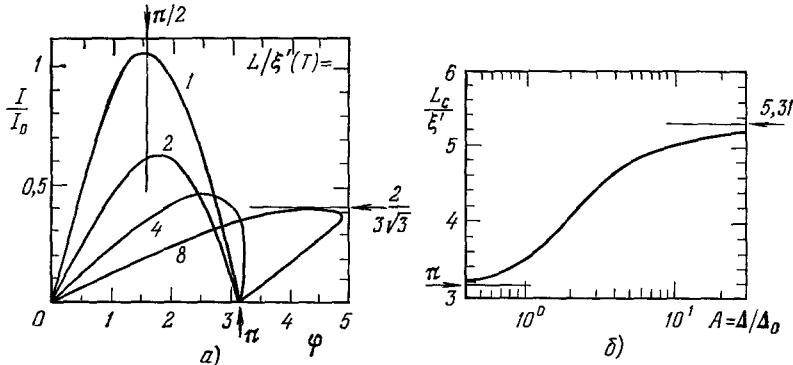


Рис. 8. Деформация зависимости $I_S(\varphi)$ при увеличении длины слабой связи (а) и зависимость критической длины от параметра A (б)³⁹.

распаривания *). Здесь с формой функции $I_S(\varphi)$ происходят сильные изменения, показанные на рис. 8, а. С ростом длины параметр кинетической индуктивности растет и при некоторой критической длине L_C (рис. 8, б) становится больше единицы, так что зависимость $I_S(\varphi)$ становится неоднозначной (см. также рис., 3, б). При этом «прямая» ветвь функции $I_S(\varphi)$, идущая из точки $\{\varphi = 0, I_S = 0\}$ в точку $I_S = I_C$, соответствует более или менее равномерному подавлению параметра порядка по всей длине слабой связи в силу эффекта распаривания. Нестабильная обратная ветвь, идущая из точки $I_S = I_C$ в точку $\{\varphi = \pi, I_S = 0\}$, соответствует резкому подавлению $|\Delta|$ на участке длиной $\sim \xi'$ в центре слабой связи.

в) Произвольные температуры

Влияние длины на соотношение $I_S(\varphi)$ при произвольных температурах было рассчитано в работе⁴² для того частного случая, когда материал связи — грязный «истинно нормальный» материал (N), имеющий критическую температуру $T'_C = 0$. Для такой $S-N-S$ -структуры, согласно формуле (2.28), $\Delta = 0$ при $0 < x < L$ (т. е. мы имеем дело с бесщелевой сверхпроводимостью) и правые части уравнений Узаделя (2.27) равны нулю. Уравнения для ω при этом расцепляются, что позволяет аналитически найти их первый интеграл и затем сравнительно легко провести в модели ODSEE их численное решение, результаты которого показаны на рис. 9. Длина слабой связи нормируется на естественно возникающую из уравнений (2.27) длину когерентности нормального материала слабой связи

$$\xi_N(T) = \sqrt{\frac{\hbar D}{2\pi k_B T}} \approx 0,577 \sqrt{\frac{\hbar v_F \Lambda}{2\pi k_B T}}, \quad (3.11)$$

*) Обратим внимание на то, что при эффекте Джозефсона критический ток может быть много большим критического тока распаривания.

формально взятую при температуре, равной критической температуре берегов.

Кривые $L/\xi_N = 0$ показывают результат теории КО-1 (2.35), которая хорошо работает при $L \ll \xi_N(T_C)$. При увеличении длины критический ток падает экспоненциально при $T \approx T_C$:

$$I_S R_N = \frac{\pi \Delta^2}{4ek_B T} \sum_{n \geq 0} \frac{8}{\pi^2 (2n+1)^2} \frac{x_n}{\text{sh } x_n} \sin \varphi, \quad x_n = \frac{L}{\xi_N(T)} \sqrt{2n+1}, \quad (3.12)$$

$$I_S R_N \rightarrow \frac{4}{\pi} \frac{\Delta^2}{ek_B T} \frac{L}{\xi_N} e^{-L/\xi_N} \sin \varphi \quad \text{при} \quad \frac{L}{\xi_N} \rightarrow \infty, \quad (3.13)$$

и более медленно при $T \approx 0$:

$$I_C R_N \propto L^{-2} \quad \text{при} \quad \xi_N(T_C) \ll L \ll \xi_N(T). \quad (3.14)$$

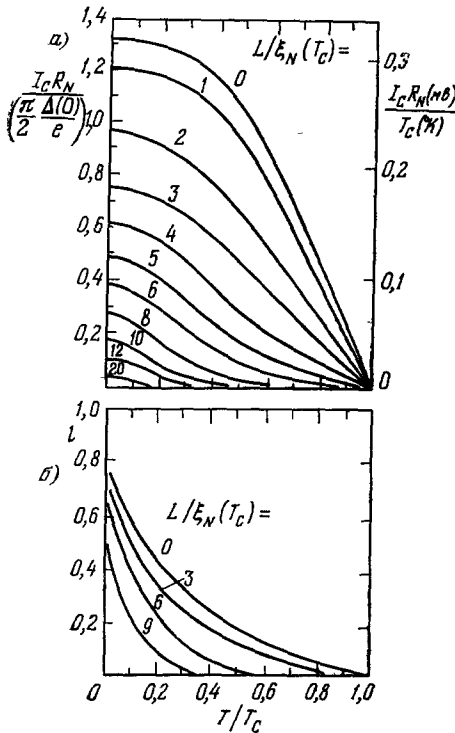
Как показывает рис. 9, б, зависимость $I_S(\varphi)$ в данном случае всегда однозначна ($l < 1$) и существенно отличается от синусоидальной лишь при очень низких температурах.

Хотя расчеты влияния длины для произвольных значений T и T_C до сих пор не опубликованы, приведенные выше результаты позволяют сделать вывод, что «классический» эффект Джозефсона, т. е. однозначная зависимость $I_S(\varphi)$ и предельно высокие значения произведения $I_C R_N$, не зависящие от материала слабой связи, сохраняется при

$$L \lesssim (2 \div 4) \min [\xi'(T), \xi'(T_C)]. \quad (3.15)$$

Это соотношение показывает, что материал слабой связи выполняет лишь «транспортные» функции, осуществляя передачу волновых функций сверхпроводящего конденсата от электродов в глубь слабой связи, где и происходит их интерференция — эффект Джозефсона. На величину параметра, входящего в правую часть соотношения (3.15), при фиксированном Λ влияет практически лишь величина v_F материала, примерно одинаковая у большинства хорошо проводящих материалов — как сверхпроводников, так и нормальных металлов. Поэтому для получения эффекта Джозефсона от материала слабой связи не требуется каких-то

Рис. 9. Изменения критического тока (а) и параметра l (б) с температурой для слабой связи $S-N-S$ ($T_C = 0$) в модели ODSEE.



«сверхпроводящих» свойств в смысле конечной и тем более высокой критической температуры T_C . Сверхпроводящие свойства требуются лишь от материала электродов, так как значение $|\Delta|$ на границах слабой связи, растущее с увеличением T_C , увеличивает величину $I_C R_N$, т. е. усиливает эффект Джозефсона.

г) Чистые слабые связи

Вопрос о влиянии конечных размеров на свойства чистых слабых связей был также рассмотрен лишь для случая $T_c = 0$, т. е. структур $S-N-S$. Кроме того, считалось, что система одномерна (3.1) и выполняется соотношение

$$L \gg \xi_0, \quad (3.16)$$

что позволяет на большей части длины слабой связи пренебречь эффектом близости и считать $\Delta = 0$ при $0 < x < L$ ⁴³. Для такой модели при $\Lambda/L \rightarrow \infty$ были рассчитаны соотношения $I_S(\varphi)$ при $T = 0$ ⁴⁴ и при $T \neq 0$ ⁴⁵⁻⁴⁷ (см. также введение к работе⁴⁸). Влияние конечной длины свободного пробега было рассмотрено в работе⁴⁹ *).

Мы, однако, не будем подробно разбирать результаты этих работ. Дело в том, что полученные в работе⁴⁹ формулы не переходят при $\Lambda \ll \xi \ll L$ в результаты, следующие из справедливых в этом случае уравнений Узаделя, в частности в результат (3.13). Автор настоящей статьи считает возможным, что при проведенном в работах⁴³⁻⁴⁹ анализе допущалась ошибка в определении граничных условий для волновых функций. Существует явный способ выяснить это недоразумение: провести анализ чистой $S-N-S$ структуры, используя не сложный аппарат упомянутых работ, а уравнения Эйленбергера, граничные условия для которых достаточно ясны.

4. СООТНОШЕНИЕ $I_S(\varphi)$ И ЭФФЕКТ ДЖОЗЕФСОНА

Выше мы везде предполагали, что площадь поперечного сечения слабой связи настолько мала, что эффектом Мейсснера можно пренебречь. Поскольку поперечное сечение слабой связи обычно сильно вытянуто, это условие удобно записывать в виде ограничения на его максимальный размер (ширину):

$$W \leq \lambda_{\text{эфф}}, \quad (4.1)$$

где $\lambda_{\text{эфф}}$ — некоторый характерный размер, определяющий проникновение магнитного поля, обычно много больший λ и ξ (см., например,^{6, 24}). Однако, даже если соотношение (4.1) выполнено, однородное течение конденсата по поперечному сечению слабой связи может быть неустойчиво по отношению к образованию вихревых нитей, несущих один или несколько квантов магнитного потока $\Phi_0 = \pi\hbar c/e$, — абрикосовских вихрей^(50, см. также 51-53).

а) Вихри в слабых связях

Многочисленные эксперименты, а также теоретический анализ условий вхождения вихрей в длинные сверхпроводящие массивные^{52, 53} и пленочные⁵⁴⁻⁵⁶ образцы под действием проходящего через них тока показывают, что это вхождение (и, следовательно, нарушение однородного токового состояния) может происходить задолго до достижения в образце тока распаривания. Это справедливо даже для образцов с малым поперечным сечением (4.1), в которых ток в отсутствие вихрей распределен по поперечному сечению равномерно.

Дело в том, что неизбежные малые неоднородности (размерами $\gg \xi$) края образца обуславливают наличие «слабых мест» на нем, где плот-

*) Работы^{40 48} посвящены анализу подобных структур при малой прозрачности границ $S-N$.

ность тока распаривания достигается много раньше, чем этого уровня достигает средний ток. Эти места и являются точками зарождения («вхождения») в образец абрикосовских вихрей. Особенно облегчается такое вхождение в образцах с вытянутым поперечным сечением (например, в пленочных полосках), в которых оси вихрей ориентированы вдоль наименьшего размера сечения (толщины пленки). Поэтому достижение токов распаривания в таких образцах возможно, лишь если, во-первых, ширина очень мала (4.1), а, во-вторых, края пленки весьма совершенны (см. например, эксперименты ^{57, 58}).

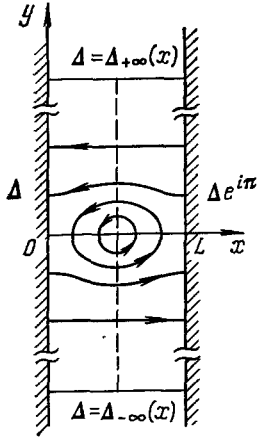


Рис. 10. Абрикосовский вихрь в слабой связи (схематически) при $l > 1$.

В слабых связях также возможно образование и движение абрикосовских вихрей ^{59, 60}. Поэтому есть опасность, что проведенные выше расчеты критических токов даже узких (4.1) слабых связей окажутся неадекватными из-за того, что задолго до их достижения стационарное состояние окажется нарушенным движением вихрей поперек слабой связи. К счастью, оказывается, что в наиболее интересном случае однозначного соотношения $I_s(\varphi)$ этого произойти не может: вихри Абрикосова просто не могут существовать ⁶¹.

Рассмотрим единичный вихрь, вошедший по какой-либо причине в слабую связь, взяв за основу граничные условия (3.2) модели ODSEE, согласно которым слабая связь есть перемычка между двумя невозмущенными электродами. Вихрь существенно отталкивается от своих позитивных изображений в электродах ⁵⁹, и поэтому его ось расположена посередине между ними (рис. 10). Проведем анализ в рамках уравнений ГЛ (2.4), причем теперь необходимо считать, что Δ и \mathbf{j}_s могут зависеть как от x , так и от y . Представив Δ в декартовом виде:

$$\Delta = R(x, y) + iI(x, y), \quad (4.2)$$

получаем из (2.1а) следующие уравнения для действительных R и I :

$$\xi^2 \nabla^2 R + R \left(\pm 1 - \frac{R^2 + I^2}{\Delta_0^2} \right) = 0, \quad (4.3a)$$

$$\xi^2 \nabla^2 I + I \left(\pm 1 - \frac{R^2 + I^2}{\Delta_0^2} \right) = 0. \quad (4.3b)$$

Согласно условию (3.2) модели ODSEE, модули Δ в электродах постоянны, а согласно условию (4.1), в каждом берегу постоянны и фазы χ . Учитывая теперь то, что при обходе центра вихря фаза меняется на π , а также очевидную симметрию задачи, мы можем взять $\chi_1 = 0$, $\chi_2 = \pi$ ($\varphi = \pi$), что дает граничные условия для R и I :

$$\begin{aligned} R(0, y) &= \Delta, & I(0, y) &= 0, \\ R(L, y) &= -\Delta, & I(L, y) &= 0. \end{aligned} \quad (4.4)$$

Для получения граничных условий на боковых краях слабой связи ($y = \pm W/2$) рассмотрим вначале случай $W \gg L$. Тогда при удалении от центра вихря (от которого мы будем отсчитывать поперечную

координату y) Δ должно выйти на однородное решение (см. рис. 10):

$$\begin{aligned} R(x, \pm\infty) &= R_{\pm\infty}(x), \\ I(x, \pm\infty) &= I_{\pm\infty}(x), \end{aligned} \quad (4.5)$$

— то самое, которое получается в модели ODSEE.

б) «Взрыв» керна

Если длина и материал слабой связи таковы, что найденная ранее функция $I_S(\varphi)$ неоднозначна, то нужному нам сейчас значению $\varphi = \pi$ соответствует несколько (по крайней мере три) значений тока I_S (см. рис. 3, б) и, следовательно, столько же решений однородной задачи $\Delta_\infty(x)$. С двух сторон от вихря токи равны и противоположны (см. рис. 10). Как видно из рис. 2, а, это значит, что соответствующие решения комплексно сопряжены:

$$I_{+\infty} = -I_{-\infty} \neq 0 \quad \text{при } l > 1. \quad (4.6)$$

В этом случае решения уравнений (4.3) описывает керна абрикосовского вихря с распределением токов, искаженным близостью берегов (см. рис. 10). Керна вихря несколько сплюснен в направлении оси x и расширен вдоль оси y .

Когда L настолько мало, что $l < 1$, ситуация принципиально другая. В этом случае одномерная задача имеет лишь одно решение с $I_S(\pi) = 0$, которое, согласно диаграмме рис. 2, в, имеет $\nabla\chi(x) \equiv 0$, и, следовательно,

$$I_{\pm\infty} = 0 \quad \text{при } l < 1. \quad (4.7)$$

Теперь однородное дифференциальное уравнение для I (4.3б) имеет нулевые граничные условия (4.4), (4.5), (4.7) на всех границах области и, следовательно, имеет лишь тривиальное решение

$$I(x, y) \equiv 0, \quad (4.8)$$

которое дает во всей слабой связи нулевую плотность тока:

$$\Delta(x, y) = \Delta_\infty(x) = R_\infty(x), \quad j_S(x, y) \equiv 0. \quad (4.9)$$

Таким образом, керна вихря при $l < 1$ ($L < L_c$) перестает существовать. Численное решение уравнений (4.3) показывает, что заметная деформация керна начинается при значениях L , лишь на несколько процентов превышающих L_c , так что керна буквально «взрывается», когда длина слабой связи сравнивается с критической.

Куда же девается сам вихрь в момент этого взрыва? Анализ показывает, что он превращается в образование, где ток нарастает и спадает на расстояниях от центра одного порядка ($\lambda_{\text{эфф}}$), т. е. превращается в хорошо известный джозефсоновский вихрь¹⁻⁷. При вхождении и движении таких вихрей ток на расстояниях порядка L практически не меняется и направлен по оси y , и, следовательно, в узких слабых связях (4.1) однородность тока не нарушается. Таким образом, при $l < 1$ справедливы все проведенные выше расчеты, даже при наличии малых неоднородностей в структуре.

Факт отсутствия при $l < 1$ решений, описывающих абрикосовские вихри, никак не связан с конкретным видом уравнений (4.3). Поэтому даже если они отличаются от формы ГЛ (например, уравнения Узаделя), то вывод остается тем же: если в слабой связи зависимость плотности тока от фазы однозначна, то однородное течение конденсата всегда устойчиво

к образованию двумерных структур типа абрикосовских вихрей. В частности, в слабых связях $S-N-S$ -типа, как мы видели, функция $I_S(\varphi)$ всегда однозначна и существование абрикосовских вихрей невозможно ни при какой длине.

в) Влияние ширины на критическую длину

В работе⁶² был проведен численный расчет изменения критической длины для слабой связи $S-S'-S$ с изменением ее ширины W . При этом граничные условия (4.5) нужно заменить на более общие:

$$\frac{\partial R}{\partial y} \left(x, \pm \frac{W}{2} \right) = 0, \quad \frac{\partial I}{\partial y} \left(x, \pm \frac{W}{2} \right) = 0, \quad (4.10)$$

следующие из отсутствия тока через боковые края слабой связи. Результат расчета для случая $A = 1$, т. е. одинаковых материалов слабой связи и электродов ($T'_C = T_C$), показан сплошной линией на рис. 11. Вертикальная асимптота этой кривой

$$W \rightarrow W_C \approx 4,41\xi(T) \quad \text{при} \quad \frac{L}{\xi} \rightarrow \infty \quad (4.11)$$

не зависит от A . Видно, что с уменьшением W критическая длина растет, так что нахождение абрикосовского вихря в середине образца шириной больше W_C (4.11) не возможно ни при какой длине слабой связи.

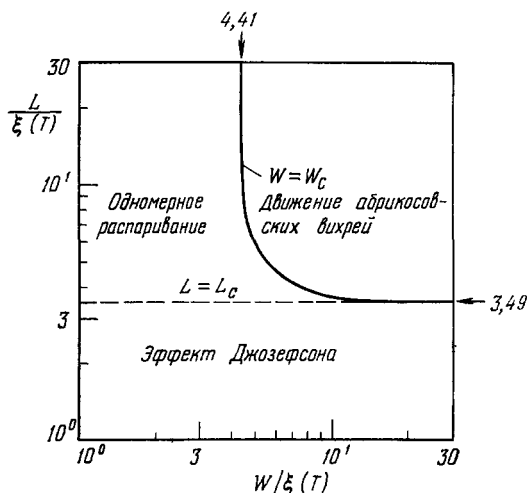


Рис. 11. Диаграмма возможных размеров слабой связи, количественно справедливая при $T \approx T'_C = T_C$ в модели ODSEE.

Следует, однако, предостеречь от слишком широкой интерпретации результатов этого расчета. В нем считалось, что одиночный вихрь находится в статическом положении в центре слабой связи. Из-за притяжения вихря к краям такое положение является неустойчивым, и вихрь может быть удержан в нем лишь внешним магнитным полем, параллельным его оси. При $W \gg L$ необходимые для этого поля слабы ($\ll H_{C2}$) и не требуют внесения коррективов в расчеты. Однако при $W \sim \xi$ поле должно быть сильным ($\sim H_{C2}$), так что асимптота (4.11) не дает границы существования вихрей.

В частности, при $B \approx H_{C2}$ граница должна сдвигаться влево к значениям $\sim 3\xi$. Напротив, в наиболее интересном случае, когда движение вихрей происходит лишь под действием тока через слабую связь, граница может сдвигаться лишь вправо.

Тем не менее указанные сдвиги границы не носят принципиального характера, так что для качественного обсуждения вполне можно пользоваться сплошной линией на рис. 11 как границей области существования абрикосовских вихрей.

г) Г р а н и ц а э ф ф е к т а Д ж о з е ф с о н а

Теперь мы обладаем необходимыми данными, чтобы обсудить вопрос о том, при каких размерах слабой связи в ней еще происходит эффект Джозефсона. В этом вопросе в литературе существуют значительные расхождения, связанные с неточностью самого термина «эффект Джозефсона».

Дело в том, что при когерентном (синхронном) движении вихрей в сверхпроводящих образцах даже больших размеров ($L, W \gg \xi, \lambda$) могут наблюдаться явления, сопутствующие и «классическому» эффекту Джозефсона (см. эксперименты ⁶³⁻⁶⁶ и теоретические работы ^{59, 60, 67-69}). В частности, при отличном от нуля среднем напряжении \bar{V} на образце из него может наблюдаться излучение на частотах

$$\omega = \frac{m}{n} \frac{2e\bar{V}}{\hbar}, \quad m, n — \text{целые}, \quad (4.12)$$

и, наоборот, при внешнем облучении на вольт-амперной характеристике образца могут появляться ступени тока при напряжениях (4.12).

Однако в таких образцах все эффекты не отличаются воспроизводимостью, поскольку небольшие неоднородности легко разрушают когерентность движущейся решетки вихрей и тем самым подавляют наблюдаемые явления. Кроме того, для большинства применений эффекта Джозефсона принципиальным является наличие однозначного соотношения между током и фазой ($l < 1$ *).

По этим соображениям представляется разумным считать (разумеется, условно) областью «действительного» эффекта Джозефсона такие условия, при которых функция $I_S(\varphi)$ однозначна и, следовательно, развитие неустойчивостей с малыми характерными размерами ($\sim \xi$) невозможно. На рис. 11 эта область расположена ниже штриховой прямой $L = L_c$. В области больших длин и ширин однородное токовое состояние разрушается за счет вхождения абрикосовских вихрей, а в области малых ширин и больших длин — за счет образования при эффекте распаривания одномерных ($f = f(x)$) «центров проскальзывания фазы» ¹³⁸.

5. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ СИТУАЦИЯ

В реальных слабых связях могут происходить заметные отклонения от модели ODSEE, в которой проведены почти все теоретические расчеты. Анализ экспериментов необходимо проводить с учетом этих отклонений, которые различны в различных типах слабых связей.

а) С т р у к т у р ы б е з к о н ц е н т р а ц и и т о к а

В таких структурах (см. рис. 1, б—г) отклонения от модели ODSEE, т. е. изменения $|\Delta|$ в электродах, наиболее сильны. Они связаны в основном с двумя причинами.

Во-первых, значение $|\Delta|$ в областях электродов длиной $\sim \xi$ вблизи границы со слабой связью может приближаться к значению $|\Delta|$ в слабой связи в силу эффекта близости. Степень понижения $|\Delta|$ в этих областях зависит, разумеется, от его значения в слабой связи и, следовательно, от тока (и фазы).

*) Важным исключением являются скивды, работающие в гистерезисном режиме, где увеличение l ведет лишь к падению чувствительности, пропорциональному $l^{-1/2}$ ^{9, 10, 18}.

Для оценки этого эффекта в наиболее интересном грязном случае ($\Lambda \lesssim L$, ξ) учтем, что на плоской прозрачной границе двух металлов должны быть непрерывны как сами функции Узаделя F , так и величины $\sigma_N \nabla F$). Отклонение F в электроде от равновесного значения пропорционально $\xi \nabla F$, и поэтому оно много меньше, чем учтенное в модели ODSEE отклонение в слабой связи, при условии

$$\frac{\sigma'_N}{\xi'} \ll \frac{\sigma_N}{\xi} \quad (5.1)$$

Второй причиной зависимости $|\Delta|$ в электродах от ϕ может быть подавление $|\Delta|$ током из-за эффекта распаривания. Для оценки этого эффекта заметим, что согласно формуле (2.29) плотность тока распаривания при температурах, не слишком близких к критической ($|\Delta| \sim \sim k_B T$), имеет порядок ($F \sim 1$, $\nabla \sim \xi^{-1}$, $\sum_n \sim 1$)

$$j_p \sim \frac{\sigma_N \Delta}{e \xi}, \quad (5.2)$$

а джозефсоновский ток слабой связи

$$j_c \sim \frac{\sigma'_N \Delta}{e L}. \quad (5.3)$$

Отсюда следует, что при токах порядка j_c распаривание в берегах не сказывается при условии

$$\frac{\sigma'_N}{L} \ll \frac{\sigma_N}{\xi}, \quad (5.4)$$

которое при реальных толщинах $L \sim \xi'$ совпадает с условием (5.1). Таким образом, в структурах без концентрации тока условие (3.2) модели ODSEE выполняется лишь для материалов прослойки либо достаточно грязных ($\sigma_N/\xi \propto \sqrt{\Lambda}$), либо с малой концентрацией свободных электронов n (в газовой модели $\sigma_N/\xi \propto n^{2/3}$).

Такая ситуация была реализована в работах группы Ван-Дузера^{71, 72} с переходами типа сэндвич, где в качестве прослойки использовался легированный до высокой степени ($n \sim 10^{20} \text{ см}^{-3}$) кремний. При этом барьеры Шоттки на границах с электродами тонки и практически структура представляет собой сэндвич $S-N-S$ ^{139, 140}. Схожи по характеру процессы и в структурах типа мостик с перемычкой из висмута⁷³ из-за малой концентрации носителей в этом полуметалле ($\sigma_N \sim 10^3 \text{ ом}^{-1} \text{ см}^{-1}$). В обоих этих случаях удалось достигнуть значений параметра $I_c R_N$, близких к максимально возможным теоретическим ($\sim 10^{-3}$ е), и четко наблюдать эффект Джозефсона.

Если же величины σ_N/ξ в материалах прослойки и электродов одного порядка, то эффективная длина слабой связи становится порядка $L + 2\xi$, т. е. уменьшением L не может быть сделана много меньше ξ . Как следует из приведенных выше результатов, это значит, что в таких структурах нельзя добиться «действительного» эффекта Джозефсона с одновременно высокими значениями $I_c R_N$ и однозначной зависимостью $I_s(\phi)$. Это подтверждается как расчетами процессов в таких структурах^{24, 74-76}, так и экспериментами с сэндвичами $S-N-S$ ^{41, 77, 78}, мостиками на эффекте близости^{79, 80} и мостиками с ионной имплантацией⁸²⁻⁸⁵. Во всех этих

*) Эти условия обеспечивают непрерывность тока и совпадают с граничными условиями Зайцева⁷⁰.

структурах значение $I_C R_N$ не превышает единиц микровольт, т. е. по крайней мере в 10^3 раз меньше предельного уровня.

Фактически единственное количественное исследование, которое удастся провести на таких структурах, — это измерение значения ξ' материала слабой связи, используя то, что пропорциональность I_C величине $\exp(-L/\xi')$ при больших длинах (см. формулы (3.10), (3.13)) не зависит от типа граничных условий.

Исключением является работа ⁸⁵, где ионной имплантации подверглась не перемычка мостика, а электроды из Мо, у которого можно добиться

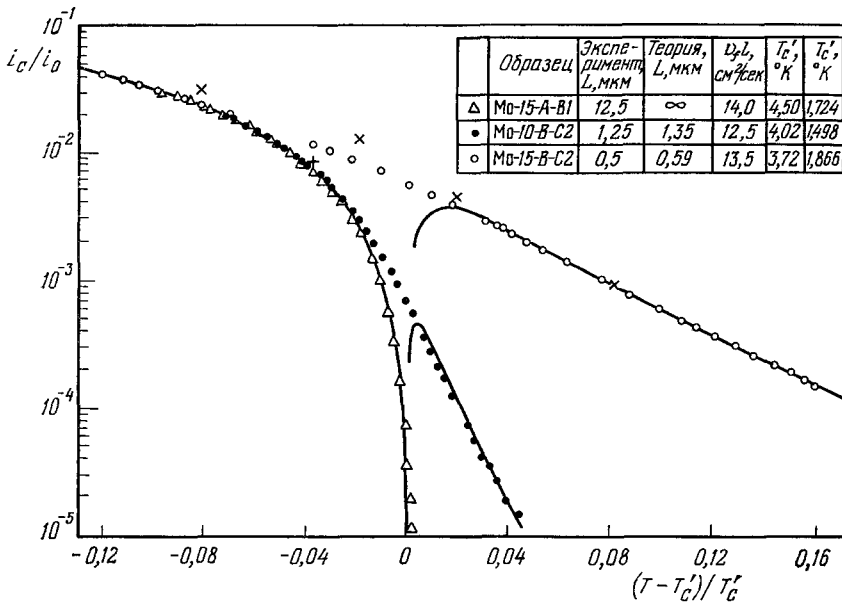


Рис. 12. Экспериментальная зависимость $I_C(T)$ для мостиков с $L_{эфф} \approx L$ (Δ, ●, ○), результаты численного расчета в модели ODSEE в приближении ГЛ (+, ×) и следующая из этой теории при $L \gg \xi(T)$ зависимость (3.10) (сплошные линии).

повышения T_C при имплантации. При этом значения Λ и $\xi \propto \sqrt{\xi_0 \Lambda}$ в берегах резко падают и эффективная длина $L_{эфф} \approx L + 2\xi$ близка к L . Поэтому при не слишком больших плотностях тока, когда распаривание в электродах не сказывается, граничные условия для $|\Delta|$ близки к модели ODSEE. На рис. 12 показана полученная в этой работе зависимость критического тока от температуры для трех мостиков различной длины. Видно хорошее согласие результатов с теорией ³⁹, развитой для случая ГЛ ($T \approx T'_C \approx T_C$), хотя в эксперименте значения T_C были существенно выше T'_C .

б) М о с т и к и Д а й е м а

Практически единственным представителем структур со слабой (в одном измерении) концентрацией тока являются мостики Дайема (см. рис. 1, б). В них материал перемычки и берегов один и тот же ($\sigma_N/\xi = \text{const}$), и поэтому, несмотря на концентрацию тока, вовлеченность электродов (берегов) в нелинейные процессы оказывается высокой.

Во-первых, подавление $|\Delta|$ током сильно сказывается в той области, где плотность тока J порядка максимальной (J_{\max}). Величина этой

области, как это видно из рис. 13,

$$L_{эфф} \approx \max [L, W] \quad (5.5)$$

и, следовательно, всегда больше геометрической длины мостика L .

Во-вторых, даже если величина $L_{эфф}$ сделана меньше ξ , к мостику Дайема непосредственно неприменимы простые теории АЛ и КО-1. Действительно, как легко убедиться, функция (2.10) расходится, как $\ln r$, при удалении от мостика в глубь берегов. Поэтому вся теория типа АЛ

для случая мостиков Дайема должна строиться заново, что и было сделано в работе ⁸⁶. В ней было показано, что при $L_{эфф} \ll \xi$ и $T \approx T_c$ критический ток опять дается формулой (2.18), если только под R_N понимать нормальное сопротивление той части структуры, которая расположена внутри окружности радиусом ξ :

$$R_N \rightarrow R_N(\xi) \approx 2R_{\square} \ln \frac{\xi}{L_{эфф}}, \quad R_{\square} = (\sigma_N d)^{-1}, \quad (5.6)$$

так что даже вблизи T_c зависимость $I_c(T)$ несколько отличается от линейной.

Вопрос же о соотношении $I_S(\varphi)$ для мостиков Дайема (так же как и для структур без концентрации тока) имеет лишь условный смысл, поскольку

Рис. 13. Концентрация тока в мостике Дайема с различными соотношениями геометрических размеров.

ку из-за расходимости функций $\chi \propto (f + \text{const})$ неясно, между какими точками нужно измерять разность φ . Если мы измеряем разность фаз $\varphi_{\mathcal{R}}$ между трехмерными сверхпроводящими электродами, присоединенными к берегам на расстояниях $R \gg \xi$ (чтобы они не влияли на процессы в мостике), то легко получить ^{89, 86}, что значение параметра l будет примерно равно

$$l_R \approx \frac{1}{\pi} \ln \frac{R}{L_{эфф}}, \quad (5.7)$$

так что даже минимальное значение l_R (при $R \sim \xi$) оказывается больше единицы. Действительно, измерения соотношения $I_S(\varphi)$ для мостиков Дайема, проведенные в работах ^{87, 88}, показали, что оно действительно неоднозначно ($l_{\mathcal{R}} > 1$). Одна из таких экспериментальных зависимостей для оловянного мостика с $L_{эфф} \approx 1$ мкм показана на рис. 14, а.

Таким образом, в мостиках Дайема берега довольно существенно вовлечены в нелинейные процессы и они плохо подходят для сравнения с теорией, развитой в модели ODSEE. Это тем более относится к таким мостикам относительно больших размеров ($L_{эфф} \gg \xi$), в которых разрушение достигается из-за нахождения абрикосовских вихрей. В последнее время многими группами были потрачены значительные силы на изготовление мостиков Дайема из таких сверхпроводников, как Nb_3Sn , NNb .

и т. д., имеющих очень малую длину когерентности (порядка 10^{-6} см), что существенно меньше достижимых сейчас размеров $L_{\text{эфф}}$ ($\sim 2 \cdot 10^{-5}$ см и больше). Сейчас трудно представить себе какое-либо разумное применение таких мостиков как в физических исследованиях, так и в устройствах, основанных на эффекте Джозефсона, за исключением, возможно, сквидов невысокой чувствительности.

в) Структуры с сильной концентрацией тока

В структурах (см. рис. 1, е, ж), в которых концентрация тока происходит в двух измерениях, можно добиться выполнения условий модели ODSEE при произвольных материалах электродов и слабой связи^{59, 89, 90}. Действительно, изменение $|\Delta|$ из-за эффекта близости в них энергетически менее выгодно из-за того, что объем материала электродов на расстоянии $\sim \xi$ от границы со слабой связью много больше, чем аналогичный объем материала слабой связи. Что же касается подавления сверхпроводимости в берегах током через слабую связь, то оно также мало из-за резкого падения плотности тока при его вхождении в электроды. Поэтому значения $|\Delta|$ на границах слабой связи оказываются близкими к равновесным значениям в глубине электродов.

Кроме того, ток, растекаясь в электродах по двум измерениям, падает с увеличением расстояния от слабой связи достаточно быстро ($j_s \propto r^{-2}$), так что паразитный набег фазы в берегах мал. Поэтому разность фаз на границах слабой связи (которая вычисляется в модели ODSEE) практически совпадает с измеряемой экспериментально разностью фаз между глубинными участками электродов.

Вплоть до недавнего времени были известны структуры с сильной концентрацией тока, лишь имеющие случайную геометрию, — точечные контакты (см. обзор³⁵) и сходные структуры: капли Кларка⁹¹, микропроколы⁹²⁻⁹⁴ и т. п. Основным недостатком таких систем является неизвестность и практически полная невоспроизводимость их геометрии. Поэтому использование точечных контактов и сходных структур разумно лишь для проверки тех теорий, где точная геометрия не важна, в частности теорий КО-1 и КО-2*). При этом, однако, следует очень тщательно проверять выполнение соотношения $L_{\text{эфф}} \ll \xi$, поскольку, как мы видели в гл. 3, увеличение длины слабой связи дает примерно те же изменения функций $I_S(\varphi)$ и $I_C(T)$, что предсказываются этими теориями.

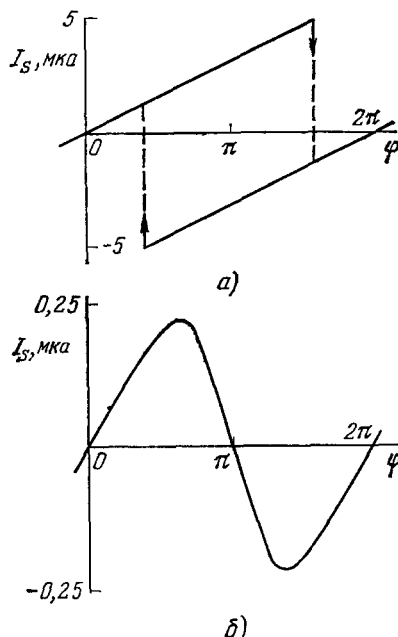


Рис. 14. Экспериментальные зависимости⁸⁸ $I_S(\varphi)$ для мостика Дайема (Sn, $L \approx W \approx 1$ мкм) (а) и для мостика с уменьшенной толщиной перемычки (In, $L \approx 0,7$ мкм, $W \approx 0,5$ мкм) (б) при $T_c - T \lesssim 0,02^\circ\text{K}$. Из-за флуктуаций в эксперименте не регистрируются закругленные концы метастабильных участков ($|\varphi| > \pi$), так что реальные I_R для случая а) даже больше следующего из рисунка значения $I_R \approx 5$.

*) До сих пор получены лишь свидетельства однозначности зависимости $I_S(\varphi)$ в точечных контактах^{87, 88, 95, 96}.

Фактически единственной структурой с сильной концентрацией тока и контролируемой геометрией являются мостики переменной толщины⁵⁹ (см. рис. 1, е). Уже первые эксперименты с такими мостиками⁶⁴ подтвердили вывод теории⁵⁹ о локализации нелинейных эффектов в перемычке мостика. Сразу же после изготовления в той же группе мостиков относительно малых размеров ($\sim 10^{-4}$ см), имеющих $L \lesssim \xi'$ в заметной области температур вблизи T_C , эти мостики показали хорошие джозефсоновские свойства⁹⁷⁻⁹⁹. На них удалось экспериментально проверить основные выводы теории стационарных процессов в модели ODSEE при $T \approx T_C$, включая диаграмму рис. 11. Так, на рис. 15 показана плоскость размеров, на которой отложены параметры нескольких мостиков переменной толщины при различных температурах⁹⁸. Сплошные кружки соответствуют чисто джозефсоновскому поведению мостиков в СВЧ поле, пустые кружки — заметному отклонению зависимости $I_S(\varphi)$ от синусоидальной, а треугольники — поведению, ожидаемому при движении джозефсоновских вихрей.

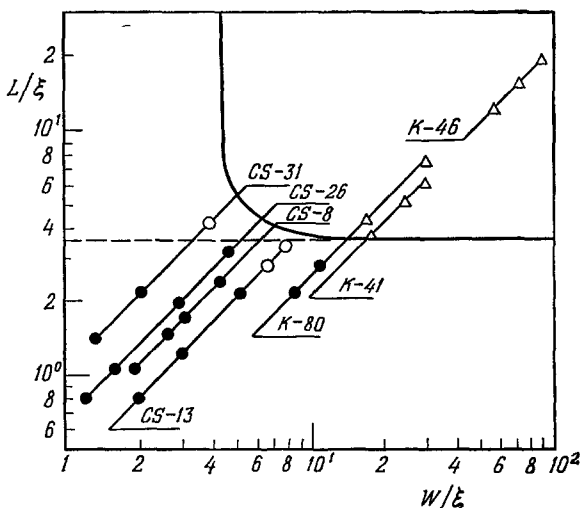


Рис. 15. Поведение оловянных мостиков переменной толщины ($L = 0,04 - 0,8$ мкм, $W = 0,3 - 30$ мкм, $d' = 100 - 500$ Å, $d = (2 - 5) \cdot 10^3$ Å) вблизи T_C при различных значениях их параметров (пояснения в тексте).

Как мы видели в гл. 3, нормальные материалы с высокими значениями v_F (Au, Ag, Cu, Al) могут выполнять функции материала слабой связи с не меньшим успехом, чем лучшие в этом отношении сверхпроводники (Sn, In): использование нормальных металлов при этом имеет ряд технологических преимуществ. Эти соображения привели авторов работы¹⁰⁴ к созданию мостиков переменной толщины Nb—Au Cr—Nb, имевших четко выраженный эффект Джозефсона и большие значения $I_C R_N$ ($\sim 4 \cdot 10^{-4}$ в).

По своим свойствам близки к мостикам переменной толщины и другие структуры, например мостики на эффекте близости с уменьшенной толщиной перемычки¹⁰⁵, $S-N-S$ -структуры, исследованные в работах^{106, 107}, и, наконец, мостики, изготовленные методом «двойного царапания»¹⁰⁸, если только в них глубина первой канавки меньше толщины напыляемой пленки^{109, 110}.

И действительно, такие мостики показывают однозначную зависимость $I_S(\varphi)$. Так, на рис. 14, б показана экспериментальная зависимость для мостика последнего типа, близкая к рассчитанной теоретически в модели ODSEE (см. рис. 8, а).

Однако, разумеется, чтобы быть уверенным в соответствии модели ODSEE, желательно проведение экспериментов с «истинными» мостиками переменной толщины, в которых толщина перемычки много меньше толщины берегов.

Используя соответствие таких мостиков простой модели ODSEE, ряд групп уже начали исследования наиболее неизученного класса явлений в сверхпроводимости, а именно нелинейных нестационарных явлений. Так, в работах ^{99, 103} начато количественное изучение характерной особенности — «горба» — на вольт-амперной характеристике, для которого недавно предложено ¹¹¹ объяснение, базирующееся на микроскопической теории. На очереди стоит изучение и других нестационарных явлений в слабых связях и их проявлений, которые ранее исследовались лишь качественно: зависимости высокочастотной проводимости от положения рабочей точки на сверхпроводящем участке ¹¹²⁻¹¹⁶ и резистивном участке ¹¹⁷ вольт-амперной характеристики, эффектов самонагрева ¹¹⁸, избыточного тока ¹¹⁹, СВЧ стимуляции сверхпроводимости (см. обзор ¹²⁰), а также высокочастотного предела эффекта Джозефсона и ряда других.

Все эти эффекты не могут быть полностью объяснены простой резистивной моделью нестационарных процессов ²⁵ (см. также ¹⁸). Для большинства из них уже предложены объяснения в рамках модели ODSEE ^{89, 120, 123-126, 141, 142}, так что теперь вопрос стоит об аккуратной проверке соответствия этих теорий эксперименту *). По всей вероятности, использование таких слабых связей, подчиняющихся модели ODSEE, сейчас один из наиболее перспективных путей разработки адекватной эксперименту теории нелинейных нестационарных эффектов в сверхпроводниках.

Стоит отметить, что мостики переменной толщины являются также одним из типов слабых связей, наиболее перспективных для использования в приложениях эффекта Джозефсона из-за того, что в них удастся избежать ряда недостатков, свойственных другим типам связей (подробнее см. ¹⁶). Их основными конкурентами здесь являются туннельные переходы с очень малой площадью ($\sim 10^{-8} \text{ см}^2$) и очень высоким критическим током ($\sim 10^5 \text{ а/см}^2$) и переходы типа «сэндвич» $S-N-S$ с прослойкой из полупроводников или других высокоомных материалов ($\sigma_N \sim 10^3 - 10^4 \text{ ом}^{-1}\text{см}^{-1}$).

В заключение отметим, что в последнее время был реализован (или лишь предложен) ряд типов слабых связей, которые образуются и могут существовать благодаря внешнему воздействию какой-либо природы: СВЧ или светового облучения, тока или магнитного поля ¹²⁹⁻¹³². Изучение таких структур может быть, в принципе, полезно для изучения физики взаимодействия внешнего агента со сверхпроводником. Однако следует заметить, что все предложенные до сих пор структуры не имели заметной концентрации тока в области слабой связи. Как мы видели выше, это значит, что в происходящие процессы в слабой связи сильно вовлечены и электроды, что существенно усложняет пересчет внешнего воздействия в наблюдаемые свойства и тем самым затрудняет интерпретацию получаемых результатов.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Ниже сделана попытка перечислить основные ясные факты в области изучения слабых связей и те из нерешенных проблем, которые, по мнению автора статьи, являются в настоящее время узловыми.

*) В работах ^{127, 128} было рассмотрено также влияние конечной ширины на процессы в мостиках. В частности, было показано, что по электродинамике эффекта самоограничения тока (т. е. фактически эффекта Мейсснера) они могут иметь заметные отличия от джозефсоновских переходов типа «сэндвич».

а) Основные позитивные утверждения

1) В любых достаточно малых слабых связях, а именно имеющих эффективную длину $L_{\text{эфф}}$ меньше длины когерентности ξ' материала слабой связи (но не материала электродов!), происходит «действительный» эффект Джозефсона, т. е. зависимость сверхтока I_S через слабую связь от разности фаз φ электродов однозначна и 2π -периодична. Таким образом, эффект Джозефсона не связан непосредственно со сверхпроводящим туннелированием, и туннельные переходы являются лишь одной из систем, обладающих этим эффектом.

2) В большинстве случаев эффект Джозефсона даже в коротких слабых связях происходит не так, как в туннельных переходах: зависимость $I_S(\varphi)$ отличается как по форме (параметру l), так и по величине критического тока. Эта зависимость также чувствительна к соотношению $L_{\text{эфф}}$ и длины свободного пробега электронов в области слабой связи Λ (см. рис. 4—6).

3) Для слабых связей малых размеров не имеет значения, является ли материал слабой связи нормальным или сверхпроводящим. Однако при увеличении длины структуры до нескольких ξ' соотношение $I_S(\varphi)$ начинает зависеть от этого материала. Если он нормальный, то предел эффекту Джозефсона кладется экспоненциальным падением сверхтока с ростом длины (см. рис. 7), а если материал сверхпроводящий — то появлением неоднозначности функции $I_S(\varphi)$ (см. рис. 8).

4) Однородное токовое состояние в слабых связях с неоднозначной зависимостью $I_S(\varphi)$ (см. рис. 4, 8) даже относительно малых размеров ($L, W \ll \lambda_{\text{эфф}}$) может быть неустойчиво по отношению к образованию абрикосовских вихрей (при $W > W_C$) или центров проскальзывания фазы (при $W < W_C$). Оба эти эффекта весьма чувствительны к слабым неоднородностям и являются причиной сильной невоспроизводимости. Это делает разумным считать за границу «действительного» эффекта Джозефсона момент появления неоднозначности функции $I_S(\varphi)$.

5) Различные типы слабой связи (см. рис. 1) отличаются в основном степенью вовлеченности электродов в происходящие в слабой связи нелинейные процессы. В пределе, когда эта вовлеченность мала, применима простая модель ODSEE. Выполнение этой модели, в которой получено большинство теоретических результатов, легче обеспечить в структурах с сильной концентрацией тока в области слабой связи. Из структур с контролируемой геометрией таким свойством обладают мостики переменной толщины (см. рис. 1, e). Именно такие слабые связи наиболее перспективны для изучения нелинейных нестационарных эффектов в сверхпроводниках.

б) Основные нерешенные вопросы в области стационарных процессов

1) Можно ли получить известные теоретические результаты для чистых ($\Lambda \gg \xi_0$) длинных ($L \gg \xi_0$) $S-N-S$ -структур из уравнений Эйленберга? Как происходит в таких слабых связях переход к грязному пределу при уменьшении Λ ?

2) Как количественно влияет конечная критическая температура материала слабой связи на величину I_C и форму функции $I_S(\varphi)$ в модели ODSEE при произвольных T (грязный предел)?

3) Каковы оптимальные параметры материала прослойки и ее толщина в слабых связях типа «сэндвич» для получения максимальных значений $I_C R_N$ при сохранении однозначности зависимости $I_S(\varphi)$?

Легко заметить, что нерешенные проблемы в области стационарных процессов в слабых связях носят достаточно частный характер, хотя вопрос 3) весьма важен для применений. Напротив, в области нестационарных процессов в слабых связях вопросов пока намного больше, чем ответов¹⁴³. Появление в самое последнее время заметного количества теоретических работ, а также таких удобных для физических исследований структур, как мостики переменной толщины, позволяет надеяться на быстрый прогресс в этой области.

Автор признателен А. Б. Зорину, И. О. Кулику, М. Ю. Куприянову, А. Н. Омелянчуку за обсуждение отдельных затронутых в статье вопросов, В. В. Шмидту — за прочтение рукописи и ряд ценных замечаний.

Московский государственный университет
им. М. В. Ломоносова

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Josephson B. D.— *Phys. Lett.*, 1962, v. 1, p. 251.
2. Жарков Г. Ф.— *УФН*, 1966, т. 88, с. 419.
3. Лангенберг Д. Н., Скалапино Д. Дж., Тэйлор Б. Н.— *УФН*, 1967, т. 91, с. 318.
4. Кларк Дж.— *УФН*, 1971, т. 104, с. 95.
5. Deaver B. S., Jr., Vincent D. A.— In: *Methodes of Experimental Physics*.— N.Y.; Lnd.: Academic Press, 1974.— V. 11, p. 199.
6. Кулик И. О., Янсон И. К. Эффект Джозефсона в сверхпроводящих туннельных структурах.— М.: Наука, 1970.
7. Солимар Л. Туннельный эффект в сверхпроводниках и его применения.— М.: Мир, 1974.
8. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике.— М.: Мир, 1967.— Т. 9, гл. 19.
9. Giffard R. P., Gallor J. P., Petley B. W.— *Progr. Quantum Electron.*, 1976, v. 5, p. 1.
10. Clarke J.— In: *Superconductor Applications: Squids and Machines*.— N.Y.; Lnd.: Plenum Press, 1977.— P. 67.
11. Simmonds M. B.— *Ibid.*— P. 403.
12. Kamper R. A.— *Ibid.*— P. 189.
13. Губанов В. Н., Лихарев К. К.— *Радиотехн. и электрон.*, 1975, т. 20, с. 1.
14. Надь Ф. Я.— *ПТЭ*, 1975, № 7, с. 7.
15. Anacker W.— *IEEE Trans. Magn.*, 1969, v. Mag-5, p. 968.
16. Войтович И. Д., Ченцов Р. А.— *Управляющие системы и машины*, 1975, № 2, с. 71.
17. Зарре Н. Н.— *Japan J. Appl. Phys.*, 1977, v. 16, Suppl., p. 247.
18. Лихарев К. К., Ульрих Б. Т. Системы с джозефсоновскими контактами.— М.: Изд-во Моск. ун-та, 1978.
19. Anderson P. W., Dayem A. H.— *Phys. Rev. Lett.*, 1964, v. 13, p. 195.
20. Lambe J., Silver A. H., Mercereau J. E., Jaklevič R. C.— *Phys. Rev. Lett.*, 1964, v. 11, p. 16.
21. Zimmerman J. E., Silver A. H.— *Ibid.*, 1964, v. 10, p. 47; *Phys. Rev.*, 1966, v. 141, p. 376; *Sol. State Comm.*, 1966, v. 4, p. 133.
22. Dayem A. H., Grimes C. C.— *Appl. Phys. Lett.*, 1966, v. 9, p. 47.
23. Grimes C. C., Richards P. L., Shapiro S.— *Phys. Rev. Lett.*, 1966, v. 17, p. 431.
24. Де Жен П. Сверхпроводимость металлов и сплавов.— М.: Мир, 1968.
25. Асламазов Л. Г., Ларкин А. И.— *Письма ЖЭТФ*, 1969, т. 9, с. 150.
26. Горьков Л. П.— *ЖЭТФ*, 1959, т. 37, с. 1407.
27. Sass A. R., Stewart W. C.— *J. Appl. Phys.*, 1968, v. 39, p. 1956.
28. Bura P.— *RCA Rev.*, 1968, v. 29, p. 386.
29. Meservey R., Tedrow P. M.— *J. Appl. Phys.*, 1969, v. 40, p. 2028.
30. Лихарев К. К.— *Изв. вузов. Сер. «Радиофизика»*, 1971, т. 14, с. 909.
31. Eilenberger G.— *Zs. Phys.*, 1968, Bd. 214, S. 195.
32. Горьков Л. П.— *ЖЭТФ*, 1958, т. 35, с. 735.
33. Абрикосов А. А., Горьков Л. П., Дзялошинский И. Е. Методы квантовой теории поля в статистической физике.— М.: Физматгиз, 1962.
33. Usadel K. S.— *Phys. Rev. Lett.*, 1970, v. 25, p. 507.

34. Кулик И. О., Омелянчук А. Н.— Письма ЖЭТФ, 1975, т. 21, с. 216.
35. Zimmerman J. E.— In: Proc. of 1972 Applied Superconductivity Conference.— Annapolis: Publ. of IEEE, 1972.— P. 544.
36. Зорин А. Б., Лихарев К. К.— ФНТ, 1977, т. 3, с. 148.
37. Кулик И. О., Омелянчук А. Н.— Ibid., с. 945; 1978, т. 4, с. 296.
38. Омелянчук А. Н., Кулик И. О., Шехтер Р. И.— Письма ЖЭТФ, 1977, т. 25, с. 465.
39. Лихарев К. К., Якобсон Л. А.— ЖТФ, 1975, т. 45, с. 1503.
40. Асламазов Л. Г., Ларкин А. И., Овчинников Ю. Н.— ЖЭТФ, 1968, т. 55, с. 323.
41. Clarke J.— Proc. Roy. Soc. Ser. A, 1969, v. 308, p. 447.
42. Лихарев К. К.— Письма ЖТФ, 1976, т. 2, с. 809.
43. Кулик И. О.— ЖЭТФ, 1969, т. 57, с. 1745.
44. Ishii C.— Progr. Theor. Phys., 1970, v. 44, p. 1525; 1972, v. 47, p. 1464.
45. Свидзинский А. В., Анцыгина Т. Н., Братусь Е. Н.— ЖЭТФ, 1971, т. 61, с. 1612.
46. Vardeen J., Johnson J. L.— Phys. Rev. Ser. B, 1972, v. 5, p. 72.
47. Кулик И. О. Слабая сверхпроводимость: Препринт ИФМ АН СССР.— Свердловск: 1973.
48. Безуглый А. И., Кулик И. О., Мицай Ю. Н.— ФНТ, 1975, т. 1, с. 57.
49. Кулик И. О., Мицай Ю. Н.— Ibid., с. 906.
50. Абрикосов А. А.— ЖЭТФ, 1957, т. 32, с. 1442.
51. Сан-Жан Д., Сарма Г., Томас Е. Сверхпроводимость второго рода.— М.: Мир, 1976.
52. Кэмпбелл А., Иветс Дж. Критические токи в сверхпроводниках.— М.: Мир, 1975.
53. Шмидт В. В., Мкртчян Г. С.— УФН, 1974, т. 112, с. 459.
54. Лихарев К. К.— Изв. вузов. Сер. «Радиофизика», 1971, т. 14, с. 919.
55. Ларкин А. И., Овчинников Ю. Н.— ЖЭТФ, 1973, т. 65, с. 1704.
56. Куприянов М. Ю., Лихарев К. К.— ФТТ, 1974, т. 16, с. 2829.
57. Hunt T. K.— Phys. Rev., 1966, v. 151, p. 325.
58. Андрацкий В. П., Грундель Л. М., Губанков В. Н., Павлов Н. Б.— ЖЭТФ, 1973, т. 65, с. 1591.
59. Лихарев К. К.— ЖЭТФ, 1972, т. 61, с. 1700.
60. Асламазов Л. Г., Ларкин А. И.— ЖЭТФ, 1975, т. 68, с. 766.
61. Лихарев К. К.— ФТТ, 1976, т. 17, с. 2787.
62. Kuriguanov M. Yu., Likharev K. K., Maslova L. A.— In: Proc. of 14th Intern. Conference on Low Temperature Physics.— Helsinki: 1975.— V. 4, p. 104.
63. Flogu A. T.— Phys. Rev. Lett., 1971, v. 27, p. 501.
64. Губанков В. Н., Кошелец В. П., Лихарев К. К., Овсянников Г. А.— Письма ЖЭТФ, 1973, т. 18, с. 292.
65. Martinoli P., Daldini O., Leemann C., van der Brandt B.— Phys. Rev. Lett., 1976, v. 36, p. 382.
66. Huebener R. P., Chimenti D. E.— Phys. Lett. Ser. A, 1976, v. 55, p. 431.
67. Кулик И. О.— ЖЭТФ, 1966, т. 50, с. 1617.
68. Schmid A., Hauger W.— J. Low Temp. Phys., 1973, v. 11, p. 667.
69. Ларкин А. И., Овчинников Ю. Н.— ЖЭТФ, 1973, т. 65, с. 1915.
70. Зайцев Р. О.— ЖЭТФ, 1966, т. 50, с. 1055.
71. Huang C. L., van Duzer T.— Appl. Phys. Lett., 1974, v. 25, p. 753.
72. Schuffer M., Maah-Sango J., Raley N., Ulrich B. T., van Duzer T.— IEEE Trans. Magn., 1977, v. Mag-13, p. 862.
73. Ohta H., Feldman M. J., Parrish P. T., Chiao R. Y.— Rev. Phys. Appl., 1974, t. 9, p. 187.
74. Галайко В. П., Свидзинский А. В., Слюсарев В. А.— ЖЭТФ, 1969, т. 56, с. 835.
75. Baratoff A., Blackburn J. A., Schwartz B. B.— Phys. Rev. Lett., 1970, v. 25, p. 1096, 1738.
76. Blackburn J. A., Schwartz B. B., Baratoff A.— Phys. Lett. Ser. A, 1972, v. 42, p. 31; J. Low Temp. Phys., 1975, v. 20, p. 523.
77. Clarke J.— Phys. Rev. Ser. B, 1971, v. 4, p. 2963.
78. Бондаренко С. И., Дмитренко И. М., Баланов Е. И.— ФТТ, 1970, v. 12, p. 1417.
79. Notarys H. A., Mercereau J. E.— Physica (Utr.), 1971, v. 55, p. 424.
80. Kirshman R. K., Notarys H. A., Mercereau J. E.— Phys. Lett. Ser. A, 1971, v. 34, p. 209.
81. Arrington III. C. H., Deaver B. S., Jr.— Appl. Phys. Lett., 1975, v. 26, p. 204.

82. Kirshman R. K., Hutchby J. A., Burgess J. W.—IEEE Trans. Magn., 1977, v. Mag-13, p. 731.
83. Rachford F. J., Hirvonen J. K., Wolf S. A., Kennedy J., Nisenoff M.—Ibid., p. 875.
84. Boone B. G., Arrington III C. H., Wang L.-K., Deaver B. S., Jr.—Ibid., p. 735.
85. Harris E. P., Laibowitz R. B.—Ibid., p. 724.
86. Волков А. Ф.—ФТТ, 1973, т. 15, с. 1364.
87. Jackel L. D., Clark T. D., Burhman R. A.—IEEE Trans. Magn., 1975, v. Mag-11, p. 732.
88. Jackel L. D., Warlaumont J. M., Clark T. D., Brown J. C., Buhman R. A., Levinson M. T.—Appl. Phys. Lett., 1976, v. 28, p. 353.
89. Лихарев К. К., Якобсон Л. А.—ЖЭТФ, 1975, т. 68, с. 1150.
90. Кулик И. О., Омелянчук А. Н.—Ibid., с. 2139.
91. Clarke J.—Phil. Mag., 1966, v. 13, p. 115.
92. Бондаренко С. И., Баланов Е. И., Колинко Л. Е., Нарбут Т. П.—ПТЭ, 1970, № 1, с. 235.
93. Янсон И. К.—ФНТ, 1976, т. 1, с. 141.
94. Lum W. Y., van Duzer T.—J. Appl. Phys., 1975, v. 46, p. 3216.
95. Jackel L. D., Buhman R. A., Webb W. W.—Phys. Rev. Ser. B, 1974, v. 10, p. 2782.
96. Rifkin R., Deaver B. S., Jr.—Ibid., 1976, v. 13, p. 3894.
97. Губанков В. Н., Кошелец В. П., Овсянников Г. А.—Письма ЖЭТФ, 1975, т. 21, с. 489.
98. Губанков В. Н., Кошелец В. П., Овсянников Г. А.—ЖЭТФ, 1976, т. 71, с. 348.
99. Губанков В. Н., Кошелец В. П., Овсянников Г. А.—ЖЭТФ, 1977, т. 73, с. 1435.
100. Klarwijk T. M., Veenstra T. B.—Phys. Lett. Ser. A 1974, v. 47, p. 351.
101. Klarwijk T. M., Mooij J. E.—IEEE Trans. Magn., 1975, v. Mag-11, p. 858.
102. Octavio M., Skocpol W. J., Tinkham M.—Ibid., 1977, v. Mag-13, p. 739; Preprint.—1977.
103. Sandell R. D., Dolan G. J., Lukens J. E.—In: Squids and Their Applications.—West Berlin: Walter and Gruyter, 1977.—P. 26.
104. Комаровских Н. И., Ланир Г. М., Самусь А. Н., Семенов В. К.—Письма ЖЭТФ, 1975, т. 1, с. 1002.
105. Mercereau J. E.—Rev. Phys. Appl., 1974, t. 9, p. 47.
106. Romagnan J. P., Gilabert A., Laheurte J.-P., Noiray J. C., Guyon E.—Sol. State Comm., 1975, v. 16, p. 359.
107. Gilabert A., Laheurte J.-P., Romagnan J. P., Noiray J. C.—Цитир. в ⁶² сб.—V. 4, p. 92.
108. Gregers-Hansen P. E., Levinson M. T., Pedersen L., Siöström C. L.—Sol. State Comm., 1971, v. 9, p. 661.
109. Chiao R. Y., Feldman M. J., Ohta M., Parrish P. T.—Rev. Phys. Appl. 1974, t. 9, p. 183.
110. Pedersen N. F., Soerensen O. H., Mygind J., Lindelof P. E., Levinson M. T., Clark T. D., Danielsen M.—Phys. Lett., 1976, v. 28, p. 562; IEEE Trans. Magn., 1977, v. Mag-13, p. 248.
111. Асламазов Л. Г., Ларкин А. И.—ЖЭТФ, 1975, т. 68, с. 766.
112. Vincent D. A., Deaver B. S., Jr.—Phys. Rev. Lett., 1974, v. 32, p. 212.
113. Nisenoff M., Wolf S.—Phys. Rev. Ser. B, 1975, v. 12, p. 1712.
114. Callegari A., Atwater H. A., Deaver B. S., Jr.—Phys. Lett. Ser. A, 1976, v. 59, p. 55.
115. Fulton T. A., Dynes R. C.—Phys. Rev. Lett., 1970, v. 25, p. 794.
116. Rifkin R., Vincent D. A., Deaver B. S., Jr., Hansma P. K.—J. Appl. Phys., 1976, v. 47, p. 2645.
117. Выставкин А. Н., Губанков В. Н., Кузьмин Л. С., Лихарев К. К., Мигулин В. В., Спицын А. М.—Письма ЖЭТФ, 1973, т. 17, с. 284.
118. Губанков В. Н., Лихарев К. К., Марголин Н. М.—ФТТ, 1972, т. 14, с. 935.
119. Rankove J. I.—Phys. Lett., 1966, v. 21, p. 406.
120. Klarwijk T. M., van der Bergh J. N., Mooij J. E.—J. Low Temp. Phys., 1977, v. 26, p. 385.
121. Голуб А. А.—ЖЭТФ, 1976, т. 71, с. 341.
122. Deaver B. S., Jr., Rifkin R., Sandell R. D.—J. Low Temp. Phys., 1976, v. 25, p. 407.
123. Hunt T. K., Mercereau J. E.—Phys. Rev. Lett., 1967, v. 18, p. 551.

124. Notarys H. A., Yu M. L., Mercereau J. E.— Ibid., 1973, v. 30, p. 743.
125. Lindelof P. E.— Sol. State Comm., 1976, v. 18, p. 283.
126. Мицай Ю. Н.— ФНТ, 1976, т. 2, с. 189.
127. Лапир Г. М., Лихарев К. К., Маслова Л. А., Семенов В. К.— ФНТ, 1975, т. 1, с. 1252.
128. Куприянов М. Ю., Лихарев К. К., Семенов В. К.— ФНТ, 1976, т. 2, с. 706.
129. Волков А. Ф.— ЖЭТФ, 1971, т. 60, с. 1500.
130. Wong T.-W., Yeh J. T. C., Langenberg D. N.— Phys. Rev. Lett., 1976, v. 37, p. 150; v. 38, p. 795; IEEE Trans. Magn., 1977, v. Mag-13, p. 743.
131. Dolan G. J., Lukens J. E.— Ibid., p. 581.
132. Бевза Ю. Г., Цах Г. Г., Карамушко В. И., Дмитренко И. М.— Письма ЖТФ, 1976, т. 2, с. 367.
133. Wang L.-K., Callegari A., Deaver B. S., Jr., Barr D. W., Mat-
tauch R. J.— Appl. Phys. Lett., 1977, v. 31, p. 306.
134. Klarwijk T. M., Sengers M., Mooij J. E.— J. Low Temp. Phys., 1977, v. 27, p. 801.
135. Yeh J. T. C., Buhrman R. A.— Appl. Phys. Lett., 1977, v. 31, p. 362.
136. Waldram J. R., Lumley J. M.— Rev. Phys. Appl., 1975, t. 10, p. 7.
137. Meservey J. E., Tedrow P. W.— IEEE Trans. Magn., 1975, v. Mag-11, p. 720.
138. Skocpol W. J., Beasley M. R., Tinkham M.— J. Low Temp. Phys., 1974, v. 16, p. 145.
139. Hu E. L., Jackel L. D., Struad A. R., Erworth R. W., Lu-
sey R. F., Zogg C. A., Gornik E.— Appl. Phys. Lett., 1978, v. 32, p. 584.
140. Кандыба П. Е., Колесников Д. П., Колясников В. А., Корец-
кая С. Т., Лаврищев В. П., Рыжков В. А., Самусь А. Н., Се-
менов В. К.— Микроэлектроника, 1978, т. 7, с. 184.
141. Асламазов Л. Г., Ларкин А. И.— ЖЭТФ, 1978, т. 74, с. 2184.
142. Артеменко С. Н., Волков А. Ф., Зайцев А. В.— Письма ЖЭТФ, 1978, т. 28, с. 637.
143. Likharev K. K.— Rev. Mod. Phys., 1979, v. 51, p. 3.