

ИЗ ИСТОРИИ ФИЗИКИ

535(09)

ЭЙНШТЕЙН И ОПТИКА ***И. М. Франк****СОДЕРЖАНИЕ**

Введение	685
1. Ранние публикации работ Эйнштейна в СССР	686
2. Работа Эйнштейна «К электродинамике движущихся сред» и некоторые ее следствия	687
3. Пример сверхсветовой скорости	688
4. Применение Эйнштейном законов сохранения энергии и импульса. Закон $E = mc^2$. Эйнштейновские коэффициенты вероятности перехода	690
5. Эффект Допплера в преломляющей среде	694
П р и л о ж е н и е 1. Обсуждение особенностей, возникающих при сверхсветовой скорости	699
П р и л о ж е н и е 2. Квантовый вывод формулы Допплера для среды и преобразования частот при аномальном рассеянии света	700
Цитированная литература	703

ВВЕДЕНИЕ

Вряд ли есть необходимость говорить, что Эйнштейн оказал на физиков нашего поколения огромное влияние. Размышляя об этом, я обратился к четырехтомному собранию научных трудов Эйнштейна, изданных на русском языке в серии «Классики науки»¹⁻⁴. Это чтение принесло чувство радости, восхищения и вместе с тем понимания того, что многие из близких мне результатов могут служить иллюстрацией к основополагающим работам Эйнштейна или же полезны для их обсуждения. Для рассмотрения избраны в основном две проблемы — вопрос о скорости, превышающей скорость света, и эффект Допплера в преломляющей среде в его классической и квантовой интерпретации. Обе эти проблемы органически связаны со знаменитыми работами Эйнштейна 1905 г.: работой⁵, в которой была сформулирована теория относительности **), и работой⁶, заложившей основы квантовой теории излучения ***)⁶. Для обсуждения существенно и развитие Эйнштейном его идей в последующие 5—10 лет. Вклад Эйнштейна в развитие проблем оптики, разумеется, значительно шире того, что содержится в статье.

*) Расширенный текст доклада, прочитанного 2 марта 1979 г. в Берлине на сессии Академии наук и Физического общества ГДР, посвященной 100-летию со дня рождения Альберта Эйнштейна, и 28 марта 1979 г. на посвященной Эйнштейну совместной Научной сессии Отделения общей физики и астрономии и Отделения ядерной физики Академии наук СССР.

**) «Zur Elektrodynamik bewegter Körper» (1905)⁵ (см. ¹, с. 7—35).

***) «Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt» (1905)⁶ (см. ³, с. 92—107).

1. РАННИЕ ПУБЛИКАЦИИ РАБОТ ЭЙНШТЕЙНА В СССР

Мировая слава Эйнштейна особенно широко распространилась среди физиков всего света после окончания первой мировой войны. Сам Эйнштейн в 1919 г. пишет о своей радости по поводу восстановления научных связей с другими странами «после печального периода, когда разорвалось активное общение между учеными...» *)⁷. Мне кажется, это было особенно существенно для науки молодого Советского государства. До Октябрьской революции 1917 г. имя Эйнштейна было у нас известно только узкому кругу ученых, специалистов в области теоретической физики **). Положение резко меняется с начала 20-х годов. Знаменитая лекция Эйнштейна «Геометрия и опыт»¹⁰, прочитанная в Академии наук в Берлине в январе 1921 г. ***), уже в следующем 1922 г. опубликована на русском языке. В том же году выходит книга «О физической природе пространства»¹¹, содержащая и эту лекцию и статью «Эфир и теория относительности» ****)¹². Для этого издания Эйнштейн пишет предисловие.

За этим следует целая серия книг Эйнштейна на русском языке. Только в период 1921—1923 гг. я насчитал семь книг *****).

Популярность Эйнштейна в нашей стране уже тогда была исключительной, а широкое распространение книг по теории относительности — свидетельство жадного интереса молодой советской науки ко всему новому и прогрессивному, что происходит в мире.

Я хорошо помню это время, хотя тогда был еще школьником. Дело в том, что мой отец, математик, был блестящим популяризатором теории относительности. Некоторые из его прекрасных лекций я слышал, и с этого началось мое знакомство с трудами Эйнштейна. Однако для советской науки характерно не просто овладение знаниями. В 1922 г. появляется знаменитая теперь статья ленинградского ученого Александра Фридмана²³ «О кривизне пространства» *****).

Хорошо известно, что Эйнштейном в 1917 г. были заложены основы новой науки — релятивистской космологии¹⁸. Фридман сделал здесь следующий шаг, все исключительное значение которого раскрылось лишь позже.

*) Статья в «Таймс» от 28 ноября 1919 г. ⁷ (см. ¹, с. 677—681).

**) В каталоге библиотеки Физического института АН СССР я нашел лишь две публикации работ Эйнштейна на русском языке до 1917 г. Не случайно, конечно, это были такие знаменитые статьи, как «О развитии наших взглядов на сущность и строение лучеиспускания» (1909)⁸ и «Принципы относительности и его следствия в современной физике» (1910)⁹. Эти статьи были помещены в сборниках «Новые идеи в физике», сыгравших значительную роль в развитии русской физики.

***). См. ², с. 83—94.

****). См. ¹, с. 682—689.

*****). В 1921 г., также с предисловием Эйнштейна, опубликован перевод книги «О специальной и общей теории относительности» (общедоступное изложение)¹³. (Характерно, что часть первых публикаций для русского читателя печаталась в Берлине.) Последующие издания — это главным образом публикации переводов с различных немецких изданий этой же книги по теории относительности, впервые опубликованной на немецком языке в 1917 г. и печатавшейся в Германии неоднократно¹³ (см. ¹, с. 530—600).

*****). Известно, что Эйнштейн первоначально встретил эту работу с недоверием, опубликовав заметку¹⁴, в которой говорил, что «результаты представляются мне подозрительными» (см. ², с. 118). Однако, получив разъяснения автора, он тут же признал свою ошибку, заявив об этом в печати¹⁵: «Моя критика, как я убедился из письма Фридмана, переданного мне г-ном Крутковым, основывалась на ошибке в вычислениях. Я считаю работу Фридмана правильной и проливающей новый свет» (см. ², с. 119).

2. РАБОТА ЭЙНШТЕЙНА «К ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ ДВИЖУЩИХСЯ СРЕД» И НЕКОТОРЫЕ ЕЕ СЛЕДСТВИЯ

В своем рассмотрении я буду неоднократно обращаться к знаменитой работе Эйнштейна 1905 г. «К электродинамике движущихся сред»⁵. Сопоставление содержащихся в ней результатов с тем, что было получено Лоренцем и Пуанкаре, не входит в мою задачу. Мне достаточно только понимания того, что теория относительности сформулирована здесь сразу в почти завершенном виде. Ясность постулатов, лежащих в основе работы, новизна и значение ряда их следствий говорят сами за себя.

Два своих теперь широко известных постулата Эйнштейн формулирует так: «...для всех координатных систем, для которых справедливы уравнения механики, справедливы те же самые электродинамические и оптические законы...». «Это предположение (содержание которого в дальнейшем будет называться «принципом относительности») мы намерены превратить в предпосылку и сделать, кроме того, добавочное допущение, находящееся с первым лишь в кажущемся противоречии, а именно, что свет в пустоте распространяется с определенной скоростью c , не зависящей от состояния движения излучающего тела» (см.¹, с. 7) *). Пожалуй, самое поразительное в этой работе то, как устраняется Эйнштейном это кажущееся противоречие. Нужна была гениальность Эйнштейна, чтобы заметить, что, казалось бы, очевидное понятие одновременности на самом деле требует определения. Для синхронизации часов в точках A и B , неподвижных относительно друг друга, он предлагает использовать обмен между ними световыми сигналами. Необходимое для этого время прохождения светового сигнала тем больше, чем больше расстояние между точками A и B : время может служить мерой расстояния и наоборот **).

Следует отметить, что Эйнштейн нигде в первой работе не утверждает, что скорость света в пустоте c — предельная, превышение которой невозможно. Он обсуждает этот вопрос позже, в 1907 г.¹⁷, используя закон сложения скоростей. Если в какой-либо системе координат возможно получить сигнал, распространяющийся со скоростью V , превышающей скорость света c , то, наблюдая этот сигнал в системе координат, убегающей от него со скоростью u , меньшей c , можно получить (как следует из теории сложения скоростей) отрицательное время прохождения сигнала. «Этот результат показывает, что мы вынуждены считать возможным механизм передачи сигнала, при использовании которого достигаемое действие предшествует причине. Хотя этот результат с чисто логической точки зрения и не содержит, по-моему, в себе никаких противоречий, он все же настолько противоречит характеру всего нашего опыта, что невозможность $V > c$ представляется в достаточной степени доказанной» (см.¹, с. 76).

Если теперь, через семьдесят лет после того как это было сказано, задать вопрос, возможна ли скорость, большая скорости света, то ответ обычно бывает таков: невозможна скорость, большая скорости света c в пустоте, но вполне возможна скорость, превышающая скорость света в преломляющей среде для оптической области частот. Именно этот случай, как известно, осуществляется в эффекте Вавилова — Черенкова.

Ответ это, по крайней мере, неполный. Утверждение Эйнштейна в действительности иное: он утверждает только, что невозможно распространение сигнала со скоростью, большей скорости света в пустоте. Что касается скорости, не связанной с передачей сигнала, то теория относительности не накладывает здесь ограничения. Более того, мы встречаемся с такими скоростями постоянно. Стоит остановиться на этом вопросе подробнее.

*) В этой работе Эйнштейн, вместо общепринятого теперь обозначения скорости света буквой c , обозначает ее буквой V .

**) Это время τ , очевидно, равно $\tau = 2AB/c$.

3. ПРИМЕР СВЕРХСВЕТОВОЙ СКОРОСТИ

Как уже отмечалось выше, хорошо известны примеры оптики сверхсветовых скоростей в случае, когда источник излучения движется в среде со скоростью, превышающей скорость света в этой среде (для какой-либо области частот). Скорость его движения V всегда меньше c , и он пробегает путь (например, от точки A до точки B) медленнее, чем свет в пустоте. При этом оказывается, что даже в среде он не может полностью обгонять все спектральные компоненты испускаемого им света^{24,25}. Тем не менее в той области частот, где скорость V превышает фазовую скорость света c/n , наблюдаются характерные особенности, ожидаемые для сверхсветовых скоростей. Так, равномерно и прямолинейно движущаяся заряженная частица испускает свет, затрачивая на это свою кинетическую энергию.

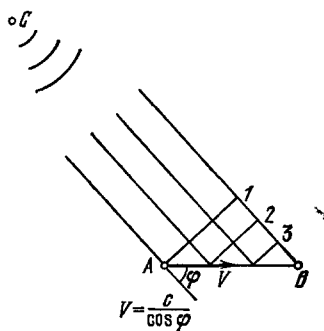


Рис. 1. Короткий световой импульс, испускаемый из удаленной точки C , достигнув точки A , бежит вдоль прямой AB со скоростью $V > c$.

Вместо частицы, движущейся из A в B , можно рассматривать световой импульс, бегущий по плоскости вдоль прямой AB . Нетрудно убедиться, что при этом отпадают какие-либо ограничения в скорости. В самом деле, предположим, что в вакууме из некоторой точки C , далеко удаленной от AB , испускается короткий световой импульс. В случае, показанном на рис. 1, он достигает сначала точки A (положение импульса 1), а затем побегит от A к B со скоростью $V = c/\cos \varphi$ (положения 2 и 3). Таким образом, скорость его распространения больше c , и тем больше, чем ближе φ к $\pi/2$.

При $\varphi = \pi/2$, т. е. при нормальном падении света, скорость V становится бесконечно большой — в A и B световой сигнал приходит одновременно. Можно, следовательно, с его помощью одновременно синхронизировать часы в обеих этих точках. При этом световой импульс, бегущий по плоскости от A к B , совершенно реален. В этом легко убедиться, поместив, например, на пути от A к B рассеиватели света. Попадание в них светового импульса будет сопровождаться излучением из этих точек световых вспышек. В этом случае нет, в сущности, различия с частицей, движущейся от A к B и излучающей свет. Противоречит ли Эйнштейну то, что при этом скорость V больше скорости c ? Противоречит ли Эйнштейну то, что часы в A и в B , независимо от расстояния между ними, можно синхронизировать сколь угодно быстро и даже мгновенно? Прежде всего легко убедиться, что здесь нет противоречия с теорией относительности, так как ею запрещена не скорость, большая c , а только скорость распространения сигнала, превышающая скорость света в пустоте. В данном же случае импульс, приходящий в B , никакой информации о точке A не несет, и он не может рассматриваться как сигнал, идущий из A . Световой импульс придет в B , даже если точки A не существует. Что касается возможности синхронизации часов, то она также не противоречит Эйнштейну. Действительно, в рассматриваемом случае световой сигнал посылается из C в точки A и B и он может быть использован одновременно для синхронизации часов в C с часами в A , равно как и в B *).

*) В работе⁵ Эйнштейн постулирует: «Если часы в C идут синхронно с часами A и с часами B , то часы B и C также идут синхронно относительно друг друга». Именно это и имеет место в данном случае (см. ¹, с. 10; нами, по сравнению с текстом Эйнштейна, изменено обозначение букв).

Рассматриваемый вопрос, однако, не столь элементарен, как может показаться на первый взгляд. В самом деле, V действительно имеет реальный смысл. Чтобы убедиться в этом, допустим, например, что отрезок AB движется со скоростью u вдоль своего направления, убегая от источника света (рис. 2). Тогда в силу aberrации света угол φ между направлением лучей и прямой AB изменится и превратится в φ' , а V в V' . Острый угол φ' может при $u = u_1$ стать прямым (рис. 2, б), и тогда скорость V' делается бесконечной. При дальнейшем увеличении u до $u = u_2$, φ' превратится в тупой угол, и скорость V' изменит свой знак, так что световой импульс побежит от B к A (рис. 2, в). При этом легко убедиться, что трансформация V' происходит в точном согласии с релятивистским законом сложения скорости V и u , что, разумеется, не случайно (см. приложение 1). Мы получаем в соответствии со сказанным те же следствия, какие получил Эйнштейн для V , большей c . Если бы

попадание импульсов в A и B можно было рассматривать как сигнал, выходящий из A (причина), а приходящий в B — как следствие, то изменение знака V' означало бы, что следствие предшествует причине: импульс в B возникает раньше импульса в A . Но в данном случае скорость V , большая c , хотя и реальна, однако не приводит к противоречию с законом причинности.

Рассмотрим другой пример, из которого также видно, что рассматриваемая скорость V имеет близкую аналогию со скоростью частицы. Будем считать AB границей раздела двух сред, плоскость которой перпендикулярна к плоскости чертежа. Пусть преломляющая среда II с показателем преломления n_2 заполняет полупространство ниже границы AB , тогда световой импульс из C , бегущий вдоль границы раздела, приведет к появлению преломленной волны в среде II , идущей под углом θ к границе раздела (рис. 3). Если воспользоваться

законом преломления света (см. приложение 1) и принять во внимание, что $\cos \varphi$ связан со скоростью распространения волны вдоль границы раздела V , то получим, что $\cos \theta = c/Vn_2$, т. е. удовлетворяет тому же соотношению, как и характерный угол эффекта Вавилова — Черенкова для частицы со скоростью V (см. рис. 3). Эта аналогия может быть продолжена. Легко убедиться, например, что пороговой скорости в эффекте Вавилова — Черенкова здесь соот-

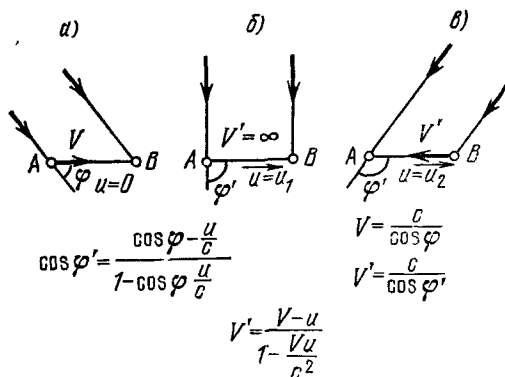


Рис. 2. В отличие от рис. 1, отрезок AB движется со скоростью u (рис. б и в), тогда в результате aberrации света угол φ превращается в φ' ; см. на рисунке релятивистскую формулу, связывающую $\cos \varphi$ с $\cos \varphi'$.

Углу φ' соответствует скорость распространения импульса вдоль прямой AB , равная V' . При $u = u_1$ величина $V' = \infty$ (угол $\varphi' = \pi/2$), а при $u = u_2$ величина V' отрицательна. Последовательность событий в этом случае меняется — импульс приходит в B раньше, чем в A . Легко убедиться (см. рисунок), что V' связано с V и u релятивистской формулой сложения скоростей.

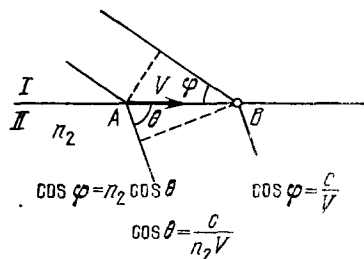


Рис. 3. Отрезок AB лежит на плоской границе раздела вакуума и среды II с показателем преломления n_2 .

Световой импульс, приходящий на границу раздела, создает преломленную волну под углом θ к поверхности. Нетрудно убедиться, что косинус θ связан со скоростью V тем же соотношением, как и характерный угол в излучении Вавилова — Черенкова, а именно, $\cos \theta = c/Vn_2$.

ветствует такое V , меньшее V_0 , при котором начинается полное внутреннее отражение от среды II , т. е. преломленный луч исчезает (см. приложение 1). Однако если в эффекте Вавилова — Черенкова скорость частицы всегда меньше C , то здесь она может быть любой *). Из сказанного видно, насколько существенно утверждение Эйнштейна о том, что ограничена только скорость распространения сигнала.

4. ПРИМЕНЕНИЕ ЭЙНШТЕЙНОМ ЗАКОНОВ СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ И ИМПУЛЬСА: ЗАКОН $E = mc^2$. ЭЙНШТЕЙНОВСКИЕ КОЭФФИЦИЕНТЫ ВЕРОЯТНОСТИ ПЕРЕХОДА

В разделе статьи, который следует за этим, обсуждается проблема эффекта Допплера. В этой связи заслуживает внимания один из результатов Эйнштейна, приведенный в первой его работе по теории относительности⁵. Эйнштейн рассматривает случай, когда излучение света происходило в течение заданного короткого промежутка времени τ . Тогда излученный световой поток, распространяющийся от источника, в каждый момент времени t заключен внутри сферы, радиус которой возрастает как ct .

В движущейся системе координат эта сфера трансформируется в эллипсоид, и при этом количество энергии, распространяющейся в каждом заданном направлении, зависит от угла наблюдения. Оказалось, что в движущейся системе координат энергия светового комплекса трансформируется так же, как частота. Качественно об этом мы теперь сказали бы так: в данном направлении излучено N квантов, энергия которых $N\hbar\omega_0$. В движущейся системе координат в силу эффекта Допплера частота из ω_0 станет ω и их суммарная энергия $N\hbar\omega$. Таким образом, энергия трансформируется как частота (см. приложение 2). Заметил ли эту особенность Эйнштейн? Безусловно, заметил, и, приводя этот результат, он пишет⁵: «Замечательно то, что и энергия, и частота светового комплекса с изменением состояния движения наблюдателя меняются по одному и тому же закону» (см. ¹, с. 28). О квантах ни здесь, ни вообще в этой статье не сказано ни слова. Между тем за несколько месяцев до этого в другой, не менее знаменитой статье, заложившей основы теории квантов⁶, он писал: «Согласно этому сделанному здесь предположению, энергия пучка света, вышедшего из некоторой точки, не распределяется непрерывно во все возрастающем объеме, а складывается из конечного числа локализованных в пространстве неделимых квантов энергии, поглощаемых или возникающих только целиком» (см. ³, с. 93). Разумеется, Эйнштейн не забыл эти свои слова, сказанные в том же 1905 г., и можно думать, что именно поэтому он отметил, как замечательный факт, одинаковость преобразования энергии и частоты. Однако в работе, посвященной макроскопическим свойствам света, он считал излишним говорить о квантах.

В статье 1907 г.¹⁸, обсуждая вопрос о необходимости квантовых представлений и вместе с тем отмечая их неполноту, он, на основании весьма веских аргументов, пишет: «Тем не менее, пока в нашем распоряжении еще нет картины мира, отвечающей указанным требованиям, мы, не боясь впасть в ошибку, будем, естественно, пользоваться существующей теорией во всех вопросах, не касающихся превращений

*) Первоначально внимание к рассмотренному здесь случаю привлекла именно аналогия с эффектом Вавилова — Черенкова²⁶, затем был отмечен и обсужден вопрос о скоростях, больших скорости света в пустоте, включая и этот случай²⁷. В книге В. Л. Гинзбурга²⁸ этой проблеме посвящена отдельная глава — «О сверхсветовых источниках излучения».

элементарно малых количеств энергии, а также не затрагивающих соотношений, в которые входит энтропия» (см. ¹, с. 54).

Если результат о трансформации энергии не был использован в связи с квантовыми представлениями, то он послужил основой для получения другого важнейшего результата 1905 г., в сущности, завершившего специальную теорию относительности, а именно, установления закона пропорциональности величин энергии и массы ¹⁹ — знаменитого соотношения

$$E = mc^2.$$

Эйнштейн рассматривает для этого очень простой мысленный опыт, в котором впервые применяет к процессам излучения света законы сохранения энергии и импульса: покоящийся излучатель испускает в противоположные стороны две равные порции энергии. Очевидно, что свет уносит импульс, равный нулю, и излучатель остается покоящимся. В движущейся системе координат он будет иметь ту же скорость, какую имел бы излучатель, не испустивший света. Рассматривая трансформацию энергии света при переходе в движущуюся систему координат и применяя закон сохранения энергии, Эйнштейн показал, что кинетическая энергия источника света, излучившего энергию, должна быть иной, чем у не излучившего. При одинаковой скорости кинетическая энергия может быть разной, только если неодинаковы массы. Отсюда однозначно следовало, что энергия света E унесла с собой массу m такую, что $E = mc^2$.

Этому результату, полученному в 1905 г., Эйнштейн придает, несомненно, очень большое значение, и в 1906 и 1907 гг. он вновь посвящает ему статьи ^{18, 20}, чтобы обосновать предположение, что соотношение $E = mc^2$ является универсальным. Быть может, следует отметить, что у Эйнштейна нет даже намек на очень распространенную ошибочную формулировку о якобы возможном превращении массы в энергию. Уже первая статья 1905 г. ¹⁹ кончается словами: «Если теория соответствует фактам, то излучение переносит инерцию между излучающими и поглощающими телами» (см. ¹, с. 38). Таким образом, энергия обладает массой, которую переносит. Статья 1906 г. озаглавлена «Закон сохранения движения центра тяжести и инерция энергии» ²⁰ и статья в 1907 г. — «Об инерции энергии, требуемой принципом относительности» ¹⁸. Итак, всякая энергия обладает массой, и всякая масса содержит эквивалентное количество энергии.

Следует отметить, что законы сохранения энергии и импульса Эйнштейн считал настолько фундаментальными, что вытекающее из них соотношение $E = mc^2$ для него было несомненным, хотя проверить его экспериментально в то время не представлялось возможным. Нельзя было ожидать, что менее чем три десятилетия практическое применение этого закона станет необходимым для ядерной физики. Это стало очевидным лишь после того, как появилась возможность изучать процессы, происходящие с отдельными частицами вещества. В частности, были исследованы электромагнитные процессы, в которых вся масса частиц возникает за счет массы фотона. На рис. 4 показан случай рождения пары из электрона и позитрона, возникающих в криптона при исчезновении частицы света — фотона с энергией $E = 2,6$ МэВ.

Для дальнейшего существенно, что законы сохранения энергии и импульса Эйнштейн применил в своей квантовой теории излучения. Он показал, что, в отличие от случая, когда применимы классические представления, согласно которым излучаемая волна обычно распространяется во все стороны, вылет кванта света всегда направлен.

В замечательной работе 1916 г. «К квантовой теории излучения» ²¹ курсивом выделена фраза: «Оказывается, что к непротиворечивой теории

мы придем только в том случае, если все элементарные процессы будем считать полностью направленными» (см.³, с. 394). Отсюда следует, что: «В элементарном процессе спонтанного излучения молекула получает



Рис. 4. Фотография электрон-позитронной пары, возникшей под действием γ -лучей с энергией фотонов 2,6 МэВ.
(Снимок в камере Вильсона, полученный Л. В. Грошевым и И. М. Франком.)

импульс отдачи, величина которого равна $h\nu/c$, а направление определяется, согласно современному состоянию теории, лишь «случайностью» (см.³, с. 406). Зная все это и пользуясь законами сохранения энергии и импульса, можно из элементарного квантового рассмотрения получить, в частности, и закон Доплера. Насколько я знаю, это было впервые сделано Шрёдингером в 1922 г.²⁰ Как в уже упомянутой нами работе Эйнштейна 1916 г.²¹, так и в предшествующей ей работе того же года²² впервые были введены и использованы для вывода формулы Планка коэффициенты вероятностей перехода:

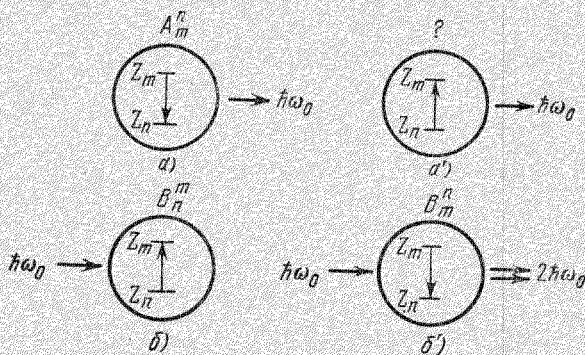


Рис. 5. Иллюстрация к эйнштейновским коэффициентам вероятностей переходов A и B . В кружках указаны соответствующие им квантовые переходы. Коэффициент A_n^m отсутствует (знак вопроса над кружком рис. a').

в энергетически более низкое Z_n , при котором излучается квант $h\omega$ (рис. 5, a);

2) индуцированного излучения, которое «...может вызывать с равным успехом как уменьшение энергии, так и приращение энергии»²² (см.³, с. 390).

1) спонтанного перехода A_m^n из состояния Z_m

В первом случае испускается индуцированный фотон и вероятность перехода пропорциональна B_m^n , т. е. падающий фотон рождает еще один фотон $\hbar\omega_0$ и, следовательно, превращается в два фотона (рис. 5, б'). Во втором случае фотон поглощается. Вероятность пропорциональна B_n^m (см. рис. 5, б).

Существенно квантовыми Эйнштейн считает все три процесса уже потому, что переход происходит между двумя дискретными боровскими состояниями. Однако он не выделяет процесс индуцированного испускания фотона как чисто «квантовый», в отличие от того, как это обычно делается теперь. У него B_m^n и B_n^m равноправны. По этому поводу он пишет ²¹: «Если резонатор Планка находится в поле излучения, то энергия резонатора изменяется благодаря тому, что электромагнитное поле совершает над резонатором работу; эта работа может быть положительной или отрицательной, в зависимости от соотношения фаз резонатора и осциллирующего поля» (см. ³, с. 396). К сожалению, об этой классической аналогии поглощения и индуцированного испускания теперь часто забывают *).

Обращает на себя внимание то, что если для индуцированного процесса имеются переходы $Z_m \rightarrow Z_n$ и $Z_n \rightarrow Z_m$, то для спонтанного процесса только $Z_m \rightarrow Z_n$. Соответственно этому для спонтанного процесса есть только коэффициент A_m^n , а коэффициент A_n^m нет. Различие представляется очевидным — спонтанный процесс возможен только с выделением энергии, поскольку никакого внешнего воздействия, которое могло бы поставлять энергию, здесь нет. Однако это перестает быть очевидным, если представить себе, что источник излучения движется в среде и его кинетическая энергия много больше, чем энергия испускаемого фотона. Закон сохранения энергии в этом случае не будет нарушаться, так как кинетической энергии достаточно и для испускания фотона и для перехода $Z_n \rightarrow Z_m$. Почему же и всегда ли невозможен для спонтанного процесса наряду с коэффициентом A_m^n и коэффициент A_n^m ? Ответ состоит в том, что, кроме закона сохранения энергии, должен быть удовлетворен и закон сохранения импульса. Не случайно Эйнштейн многократно подчеркивает важность для процессов излучения обоих этих законов. Особенно он сосредоточивает на этом внимание в статье «К квантовой теории излучения» ¹⁷. Он пишет в выводах статьи: «Почти все теории теплового излучения основываются на рассмотрении взаимодействия между излучением и молекулами. Однако в общем ограничиваются рассмотрением обмена энергией, не учитывая обмена импульсом» (см. ³, с. 406). Это происходит потому, говорит Эйнштейн, что величина изменения импульса обычно мала. «Но в теоретическом рассмотрении такие малые действия нужно считать равнозначными наряду с бросающимися в глаза переносом энергии посредством излучения» (см. ³, с. 406). И за несколько строк до этого, говоря о значении полученных им результатов, пишет: «...Самым важным является вывод, касающийся импульса, который передается молекуле при спонтанном и индуцированном излучениях» (см. ³, с. 405).

Применяя совместно оба эти закона, легко убедиться, что при равномерном и прямолинейном движении заряда в вакууме со скоростью, меньшей скорости света удовлетворить их одновременно нельзя **). В соответствии с законами электродинамики при таком движении электрический заряд в самом деле не излучает свет. Иное положение имеет место для заряда, движущегося в среде. Скорость излучателя здесь может быть боль-

*) Как отметил при обсуждении моего доклада Н. Г. Басов, это, вероятно, происходит потому, что в действительности аналогия не очень элементарна.

**) Чтобы убедиться в этом, достаточно перейти в систему координат, в которой заряд покоится. Такая система координат, очевидно, равноправна с исходной.

ше и фазовой и групповой скорости света для какой-либо области частот. Процесс спонтанного излучения становится возможным, и в самом деле появляется хорошо известное всем излучение Вавилова — Черенкова. Если же излучатель не имеет заряда, но обладает собственной частотой, то возникает так называемый аномальный эффект Доплера.

5. ЭФФЕКТ ДОППЛЕРА В ПРЕЛОМЛЯЮЩЕЙ СРЕДЕ

К числу основных вопросов, рассмотренных в первой работе по теории относительности⁵, относится и эффект Доплера. Эйнштейн считал эту проблему фундаментальной. Много позже, в 1916 г. в статье «К квантовой теории излучения»²¹ он пишет: «...Какую бы форму ни принимала теория электромагнитных процессов, принцип Доплера и закон абсорбции во всяком случае сохраняется...» (см.³, с. 409).

$$\beta n(\omega) \cos \theta < 1$$

$$\omega' = \frac{\omega_0 \sqrt{1-\beta^2}}{1 - \beta n(\omega) \cos \theta}$$

$$\beta n(\omega'') \cos \theta > 1$$

$$\omega'' = \frac{\omega_0 \sqrt{1-\beta^2}}{\beta n(\omega'') \cos \theta - 1}$$

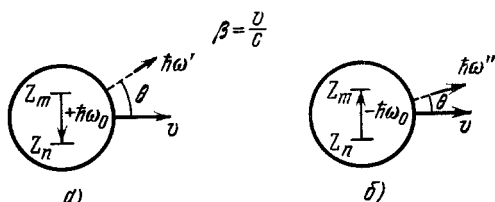


Рис. 6. Формулы Доплера для среды (источник света движется, а среда покоится). Нормальный эффект Доплера слева и аномальный — справа. Внизу показаны соответствующие возникновению нормальных и аномальных частот квантовые переходы.

Формулу Доплера Эйнштейн рассматривал неоднократно, приводя ее и для случая, когда источник света покоится, а среда движется (см., например,⁵), и, наоборот, для движения источника и покоящейся среды (см., например,¹⁷). Обе эти формулы, разумеется, элементарным образом связаны друг с другом.

Если покоящаяся среда заполнена веществом с показателем преломления $n(\omega)$, отлича-

емым от 1, то закон Доплера легко получить по аналогии со случаем вакуума из простых волновых соображений. Для нерелятивистских скоростей доплеровское смещение в преломляющей среде было известно давно и рассматривалось, в частности, Эйнштейном уже в работе 1905 г.⁵ в связи с проблемой увлечения света движущейся средой. В общем виде для той же проблемы оно было рассмотрено им в 1907 г.¹⁷

Для релятивистской скорости закон Доплера имеет вид, представленный формулой на рис. 6, а. Она соответствует случаю, когда в среде движется источник света, имеющий собственную частоту ω_0 , а среда покоится. При этом θ — угол между лучом света и скоростью частицы, измеряемый в неподвижной системе координат, связанной со средой. Отличие этой формулы от случая вакуума лишь в том, что косинус в знаменателе дополнительно умножен на величину показателя преломления. Это вполне естественно — вместо отношения скорости частицы v к скорости света в пустоте, т. е. β , здесь входит отношение скорости частицы к скорости распространения волны в среде c/n , которая меньше, чем в вакууме, в $n(\omega)$ раз, т. е. $\beta n(\omega)$.

Так как доплеровская частота ω' — это величина существенно положительная, то необходимо выполнение неравенства рис. 6, а. При этом и в него, и в уравнение Доплера входит показатель преломления не для собственной частоты излучателя ω_0 , а для доплеровской ω' . Это обстоятельство в ряде случаев может приводить к существенным особенностям. Возможно, например, что в данном направлении θ при заданном ω_0 и β излучается не одна, а сразу несколько доплеровских частот — это так

называемый сложный эффект Допплера *)²⁶ (уравнения рис. 6 имеют несколько решений).

Спектр доплеровских частот, определяемых уравнением рис. 6, а, называют нормальным. Это уравнение имеет решение всегда, т. е. для любого ω_0 и произвольного β , в том числе даже и в плотной среде при малых θ ²⁶. Для релятивистской частицы при $\beta n(\omega_0) > 1$ выполнение неравенства рис. 6, а обеспечивается в этом случае тем, что доплеровская частота смещается в область аномальной дисперсии, где $n(\omega')$ близко к единице или меньше ее.

В нижней части рис. 6, а схематически показан механизм возникновения нормальных доплеровских частот. В излучателе, как и обычно, происходит спонтанный переход с уменьшением внутренней энергии на величину $\hbar\omega_0$, и при этом возникает фотон с энергией $\hbar\omega'$.

Для дальнейшего существенно, что уравнение рис. 6, а не является единственным. В плотной среде с $n(\omega)$ больше единицы и для релятивистской частицы возможен так называемый аномальный эффект Допплера²⁶, определяемый уравнением рис. 6, б.

Очевидно, что для того, чтобы в знаменателе уравнения рис. 6, б стояла положительная величина, также необходимо выполнение неравенства, но уже обратного по сравнению с рис. 6, а. Нетрудно убедиться, что доплеровская частота, определяемая этим уравнением, ведет себя совсем необычным образом. В самом деле, мы привыкли, что движущийся источник света вперед излучает свет наиболее высоких частот (синее смещение в спектре), а назад — наиболее низкие (красное смещение).

Для аномального эффекта Допплера эта зависимость иная. Так, в области спектра, в которой показатель преломления мало меняется, доплеровская частота с увеличением угла θ не уменьшается, а, наоборот, растет. Легко убедиться, что аномальный эффект Допплера возможен только для острых углов θ , и для каждой ω_0 , для которой он возможен, имеется пороговая скорость, необходимая для его возникновения. Эффект Допплера при этом всегда сложный не только потому, что в некоторой области частот нормальные и аномальные частоты возникают вместе, но и потому, что аномальный эффект сам всегда сложный. Возникает вопрос, какова природа излучения, при котором возникает аномальный эффект Допплера, чем она отличается от нормального вида излучения? Забегая вперед, скажу, что при аномальном эффекте Допплера происходит спонтанное возбуждение излучателя с излучением фотона $\hbar\omega''$ (см. рис. 6, б).

Мы привыкли к тому, что если имеется излучающий свет осциллятор, то создаваемое им электромагнитное поле должно действовать на него так, чтобы колебания затухали. Это естественно, так как излучение света уносит энергию и, следовательно, по закону сохранения энергии должно происходить уменьшение энергии колебаний, т. е. их затухание. Однако заранее не очевидно, какова будет реакция поля на излучатель, если он движется быстрее, чем световая волна. Источник света будет обгонять волну, и в системе координат, с ним связанной, волна будет представляться движущейся навстречу ему — вектор \mathbf{k} изменит при этом свой знак. Оказывается, это приведет к тому, что изменится и реакция поля на излучатель и возникнет сила, стремящаяся раскатать его излучаемой им волной. Нетрудно убедиться, что здесь не возникает никаких противоречий с законом сохранения энергии. В самом деле, поле излучения может тор-

*) Более детальное рассмотрение показывает, что для возникновения сложного эффекта Допплера существенна не только величина $n(\omega')$ и ее зависимость от частоты, т. е. не только фазовая скорость, которая непосредственно входит в формулу Допплера. Оказывается, существенна и величина групповой скорости света. Это интересный вопрос, который выходит за рамки моего сообщения²⁴.

мозить движущуюся частицу, и, следовательно, кинетическая энергия движения излучателя будет трансформироваться в энергию колебаний и излучения *). То, что излучение воздействует на поступательное движение, вполне очевидно, если стать на квантовую точку зрения. Изучаемый фотон уносит импульс, и, следовательно, излучатель получает отдачу. Если отдача направлена навстречу скорости, то движение тормозится, а если в том же направлении, то ускоряется. Таким образом, для понимания эффекта Допплера необходимо рассмотреть законы сохранения энергии и импульса применительно к движущемуся источнику света. Это прямо возвращает нас к замечательным работам Эйнштейна по теории излучения и является, как уже отмечалось, их элементарным следствием. При этом существенны слова Эйнштейна о том, что «какую бы форму ни принимала» теория излучения, «принцип Допплера... во всяком случае сохраняется». В самом деле, если при квантовом рассмотрении допустить, что энергия излучаемого фотона мала по сравнению с кинетической энергией движения (что соответствует допущению, что движение происходит с постоянной скоростью), то обязаны получиться классические формулы Допплера. Не вполне элементарным в таком рассмотрении является только вопрос о том, какой импульс следует приписать фотону в среде. Впервые в квантовой теории эффекта Вавилова — Черенкова В. Л. Гинзбургом было показано, что этот импульс в среде в $n(\omega)$ раз отличается от импульса фотона в вакууме, где $n(\omega)$ — показатель преломления³³. Таким образом, в среде импульс **) $p = \hbar k = \frac{\hbar \omega n(\omega)}{c}$.

Принимая это во внимание, легко написать законы сохранения энергии и импульса для движущегося источника света. При этом, если излучатель света, испуская фотон, переходит из одного энергетического состояния в другое, то в соответствии с Эйнштейном следует принимать во внимание, что происходит изменение массы покоя, меняющее при заданной скорости и кинетическую энергию. Исходя из этого, с помощью элементарных вычислений в самом деле приходим к классическим формулам Допплера рис. 6^{25,35} (см. приложение 2). Из результатов рассмотрения при этом однозначно следует, что нормальный эффект Допплера (формула рис. 6, а) соответствует обычному для излучения процессу — спонтанному переходу из более высокого энергетического состояния в более низкое, отличающееся по энергии на величину $\hbar \omega_0$. Что касается аномального эффекта Допплера, то спонтанное излучение фотона $\hbar \omega$ в самом деле сопровождается самовозбуждением, т. е. переходом в более высокое энергетическое состояние, отстоящее от исходного на величину $\hbar \omega_0$ ³⁶. Мы видим, таким образом, что в спонтанном излучении могут быть существенны не только эйнштейновский коэффициент A_m^n , но и коэффициент A_m^m , причем, так же как у Эйнштейна, это не только разрешает, но и требует применения законов сохранения. Это, однако, происходит лишь тогда, когда скорость излучателя превосходит фазовую скорость света для излучаемой частоты. Следует иметь в виду, что хотя формулы рис. 6 для эффекта Доп-

*) Особенно наглядно влияние пороговой скорости, при которой скорость излучателя начинает превышать фазовую скорость света для какой-либо частоты, проявляется в случае равномерного и прямолинейного движения заряда. Пока скорость ниже пороговой, движение происходит свободно — реакция поля на движущийся заряд отсутствует. Однако выше порога компоненты поля тех частот, для которых вектор \mathbf{k} меняет свой знак, создают силу, тормозящую движение. Работа этой силы, как и следовало ожидать, равна энергии излучения Вавилова — Черенкова³⁰. То же самое имело бы место и для заряда, движущегося в пустоте со скоростью, большей c . Это было выяснено А. Зоммерфельдом еще в 1904—1905 гг.³¹, а И. Е. Таммом показано, что здесь существует прямая аналогия с эффектом Вавилова — Черенкова³².

**) Необходимость такой величины p обсуждается в работе³⁴.

плера в среде не отличаются от классических, но их интерпретация при квантовом подходе иная. При классическом рассмотрении движущийся осциллятор излучает одновременно и нормальную и аномальные частоты (если они возможны). Реакция поля для нормальных частот стремится вызвать затухание колебаний осциллятора, а излучение нормальных частот — их раскачку*). С точки зрения квантовой эти процессы не одновременны, а происходят последовательно: например, происходит спонтанное возбуждение излучателя с излучением аномальной частоты, а затем спонтанный переход в нижнее состояние с излучением нормальной частоты (рис. 7) и т. д. Источником энергии является кинетическая энергия движения, которая должна при этом уменьшаться³⁰.

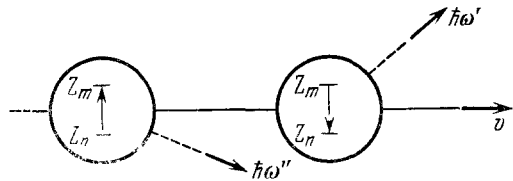


Рис. 7. Спонтанное излучение света в случае, когда возможен аномальный эффект Доплера.

Испускание фотонов, соответствующих аномальному эффекту Доплера: $h\omega'$, и нормальному: $h\omega''$, следуют друг за другом.

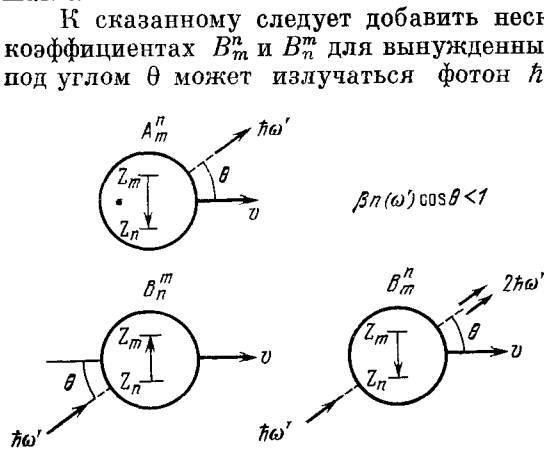


Рис. 8. Роль эйнштейновских коэффициентов A и B в случае нормального эффекта Доплера.

Все происходит так, как указано Эйнштейном (см. рис. 5).

имеет место переход в низшее состояние. В случае аномального процесса, $\beta n(\omega'') \cos \theta > 1$, как мы видели при спонтанном излучении, происходит возбуждение излучателя (рис. 9), и, следовательно, при поглощении фотона $h\omega''$ должен происходить переход из верхнего состояния в нижнее. Что касается индуцированного испускания фотона, то оно, наоборот, должно сопровождаться возбуждением. Таким образом, роль эйнштейновских коэффициентов B_m^n и B_n^m взаимно меняется, как это показано на рис. 9. Напомним, что никакого противоречия с законом сохранения энергии здесь не возникает, так как в балансе энергии участвует и внутренняя энергия излучателя, и его кинетическая энергия.

В случае рассеяния света частицей, движущейся в среде, также можно обнаружить существенные особенности. При действии света на частицу,

*) Такое рассмотрение в рамках классической теории содержится в работе³⁶. Превалирующим в изотропной среде является затухание колебаний.

движущуюся в вакууме, возникает рассеянный фотон, но индуцированного испускания света быть не может, так как для этого свет должен взаимодействовать с уже осциллирующей частицей. В среде иное положение — фотон индуцированного излучения может возникать не при затухании, а, наоборот, при раскатке колебаний. Например, если в среде распространяется свет в том же направлении, в каком движется частица, при-

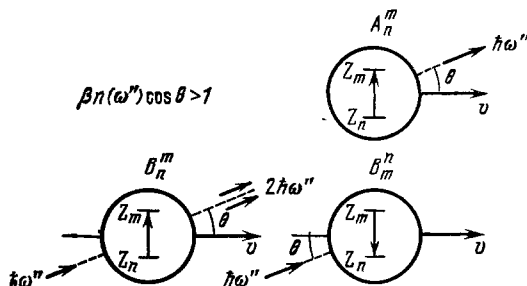


Рис. 9. Роль эйнштейновских коэффициентов A и B в случае аномального эффекта Доплера.

В отличие от привычного, спонтанное излучение определяется коэффициентом A_n^m . Что касается коэффициентов B , то их роли меняются местами: коэффициенту B_m^n соответствует поглощение, а B_n^m — вынужденное испускание света (ср. с рис. 5).

чем скорость частицы больше фазовой скорости света, то результат будет неожиданным, как показано на рис. 10. Не только может возникнуть рассеянный фотон частоты более высокой, чем исходный, но исходный фотон вызовет индуцированный, т. е. превратится в два фотона (см. приложение 2). В результате рассеяния света интенсивность исходного пучка будет возрастать³⁷

Поскольку возможен индуцированный процесс, то возможен и спонтанный. Легко убедиться, что это будет излучение Вавилова — Черенкова с испусканием сразу двух фотонов³⁷. Такой процесс экспериментально пока не изучен.

Возвращаясь к проблеме спонтанного излучения, мы можем сказать следующее: невозможно движение частицы со скоростью, большей скорости света в пустоте, однако в среде возможно движение со скоростью, большей фазовой скорости волн. Тем не менее природа не полностью снимает свой запрет. В самом деле, на примере эффекта Вавилова — Черенкова и аномального эффекта Доплера мы видим, что при этом возникает спонтанное излучение. Поскольку при этом на излучение затрачивается кинетическая энергия, то, следовательно, движение перестает быть свободным, оно тормозится.

Я рассмотрел в своей статье только ограниченный круг проблем, связанных со специальной теорией относительности и квантовой теорией излучения.

Великолепное здание общей теории относительности с ее удивительными следствиями для современной физики и астрофизики осталось вне поля зрения. Было бы невозможно охватить все это в одном сообщении

Рис. 10. Аномальное рассеяние света на частице, движущейся в преломляющей среде. Падающий фотон $\hbar\omega_1$ вызывает индуцированный фотон, и, кроме того, возникает рассеянный фотон $\hbar\omega_2$. Соответствующий этому спонтанный процесс — одновременное испускание фотонов $\hbar\omega_1$ и $\hbar\omega_2$ (двухфотонный эффект Вавилова — Черенкова). В обоих случаях необходимо, чтобы было $\beta n(\omega_1) \cos \theta_1 > 1$ и $\beta n(\omega_2) \cos \theta_2 > 1$ или наоборот.

Рис. 10. Аномальное рассеяние света на частице, движущейся в преломляющей среде. Падающий фотон $\hbar\omega_1$ вызывает индуцированный фотон, и, кроме того, возникает рассеянный фотон $\hbar\omega_2$. Соответствующий этому спонтанный процесс — одновременное испускание фотонов $\hbar\omega_1$ и $\hbar\omega_2$ (двухфотонный эффект Вавилова — Черенкова). В обоих случаях необходимо, чтобы было $\beta n(\omega_1) \cos \theta_1 > 1$ и $\beta n(\omega_2) \cos \theta_2 > 1$ или наоборот.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1
ОБСУЖДЕНИЕ ОСОБЕННОСТЕЙ, ВОЗНИКАЮЩИХ
ПРИ СВЕРХСВЕТОВОЙ СКОРОСТИ

Как уже отмечалось, скорость распространения светового импульса V вдоль направления AB (см. рис. 1 и 2) в самом деле обладает многими свойствами, привычными для скорости частицы. Если отрезок AB движется со скоростью u в направлении AB , то в системе координат, связанной с AB , угол между направлением лучей и AB , в силу абберрации света, изменится. Из φ он станет φ' (см. рис. 2, б и в), и при этом скорость V превратится в V' . Скорость V' может быть найдена из релятивистского закона сложения скоростей V и u . Это очевидный результат, так как закон абберрации был получен Эйнштейном из закона сложения скоростей, поэтому и обратное преобразование также должно быть правильно. В самом деле, для абберрации света имеем

$$\cos \varphi' = \frac{\cos \varphi - (u/c)}{1 - \cos \varphi (u/c)}. \quad (1.1)$$

Достаточно положить, что $V = c/\cos \varphi$, т. е. $\cos \varphi = c/V$, и соответственно $\cos \varphi' = c/V'$, как из (1.1) сразу получим

$$V' = \frac{V - u}{1 - (Vu/c^2)}. \quad (1.2)$$

Допустим теперь, что точки AB покоятся и лежат на поверхности раздела полупространства, в котором находится источник света C со средой II , имеющей показатель преломления n_2 (см. рис. 3). Из закона преломления следует $\cos \varphi = n_2 \cos \theta$, или, следовательно,

$$\cos \theta = \frac{c}{n_2 V}, \quad (1.3)$$

т. е. θ удовлетворяет тому же соотношению, что и угол излучения в эффекте Вавилова — Черенкова. Этот результат тривиален, потому что он означает только, что фазы — как падающей, так и преломленной волны — распространяются вдоль границы раздела с одинаковой скоростью V . (В среде II эта скорость $V_2 = c/n_2 \cos \theta = V$.) Вместе с тем требование, чтобы фаза волны бежала в направлении движения частицы со скоростью, равной ее скорости v , является и условием возникновения эффекта Вавилова — Черенкова. Именно поэтому v , при котором возникает излучение Вавилова — Черенкова, не может быть меньше фазовой скорости c/n . В данном случае V больше c и это условие выполнено для любого n_2 , большего 1. Преломляющий луч при этом, очевидно, всегда возникает. Можно, однако, считать, что точка C также лежит в среде, имеющей показатель преломления n_1 , причем будем считать, что n_1 больше n_2 . Тогда скорость V_1 для падающих на границу раздела лучей будет в n_1 раз меньше, чем в случае вакуума $V_1 = c/n_1 \cos \varphi$. Поскольку мы предположили, что $n_1 > n_2$, становится возможным полное внутреннее отражение. Нетрудно убедиться, что для угла полного внутреннего отражения φ_0 выполняется условие

$$V_0 = \frac{c}{n_2}, \quad (1.4)$$

где $V_0 = c/n_1 \cos \varphi_0$. Из сказанного выше очевидно, что здесь в самом деле имеется аналогия с пороговой скоростью в эффекте Вавилова — Черенкова.

Бегущий вдоль границы раздела двух сред световой импульс может быть использован и для пояснения эффекта Доплера (это было сделано еще в работе ²⁶). Для этого допустим, что на преломляющую свет поверхность нанесена дифракционная решетка, штрихи которой перпендикулярны к направлению AB . Решетка, период которой равен l , будет модулировать интенсивность светового импульса с периодом

$$T = \frac{l}{V_1} = \frac{2\pi}{\omega'_0}, \quad (1.5)$$

где ω'_0 — частота модуляции.

Рассмотрим дифракционный спектр первого порядка в среде II . Волна частоты ω , направленная под углом θ , распространяется в среде II вдоль направления AB со скоростью V_2 , которая, как мы видели, равна $V_2 = c/n_2 \cos \theta$. Расстояние l вдоль поверхности эта волна проходит за время

$$T_2 = \frac{l}{V_2} = \frac{l}{c} n_2 \cos \theta = \frac{2\pi}{\omega'_0} \frac{V_1}{c} n_2 \cos \theta. \quad (1.6)$$

В правой части (1.6) величина l исключена с помощью равенства (1.5). Равенство $V_2 = V_1$, которым мы пользовались до сих пор, соответствует дифракционному спектру

нулевого порядка, т. е. преломлению света. Для спектра первого порядка, который мы будем рассматривать, $V_2 \neq V_1$, фаза волны в среде II должна опережать или отставать при прохождении одного шага решетки от волны в среде I на время

$$T_\omega = \frac{2\pi}{\omega}, \quad (1.7)$$

где ω — частота волны в спектре дифракции. Таким образом, должно быть *)

$$T_2 - T = \pm T_\omega, \quad (1.8)$$

Используя (1.5) — (1.7), из (1.8) сразу получим аналог уравнения Допплера

$$\omega = \frac{\pm \omega_0}{(V/c) n_2 \cos \theta - 1}. \quad (1.9)$$

Знак плюс соответствует аномальному эффекту Допплера $\omega = \omega''$, а знак минус — нормальному $\omega = \omega'$ (см. рис. 6). При этом ω_0 имеет смысл частоты, измеренной в неподвижной системе координат, т. е.

$$\omega_0^* = \omega_0 \sqrt{1 - \beta^2},$$

Задавая зависимость n_2 от частоты, можно исследовать эти решения.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

КВАНТОВЫЙ ВЫВОД ФОРМУЛЫ ДОППЛЕРА В СРЕДЕ И ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЧАСТОТ ПРИ АНОМАЛЬНОМ РАССЕЯНИИ СВЕТА

Следуя Эйнштейну, применим законы сохранения энергии и импульса к движущейся частице, излучающей свет. Полная энергия частицы и ее импульс равны

$$W = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - (v^2/c^2)}}, \quad p = \frac{mv}{\sqrt{1 - (v^2/c^2)}}. \quad (2.1)$$

Будем полагать, что фотон уносит энергию и импульс, малые по сравнению с величинами W и p . В этом случае квантовое рассмотрение обязательно приводит к соотношениям, полученным из классических волновых соображений.

Дифференцируя (2.1) по v и предполагая, что масса покоя неизменна, получим

$$\Delta W = v \Delta p; \quad (2.2)$$

здесь Δp — изменение p в формуле (2.1), т. е. изменение его абсолютной величины. Величина $\Delta W = -\hbar\omega$ должна быть равна энергии излученного кванта, а Δp — изменению импульса частицы, происходящему в результате отдачи, получаемой при испускании фотона. В. Л. Гинзбург³³, как уже отмечалось, из квантовых соображений принял величину импульса фотона в среде равной

$$p(\omega) = \frac{n(\omega)}{c} \hbar\omega, \quad (2.3)$$

где $n(\omega)$ — показатель преломления для частоты ω . Если фотон испускается под углом θ_0 к направлению скорости частицы, то при $\Delta p/p \ll 1$ величина Δp должна быть равна

$$\Delta p = -\frac{n(\omega)}{c} \hbar\omega \cos \theta_0. \quad (2.4)$$

Подставляя это Δp в (2.2) и полагая в нем $\Delta W = -\hbar\omega$, получим

$$\cos \theta_0 = \frac{c}{vn(\omega)}. \quad (2.5)$$

Это в самом деле хорошо известное из классической физики соотношение для угла θ_0 излучения Вавилова — Черенкова.

*) Здесь мы все время рассматриваем бегущий по поверхности световой импульс, чтобы иметь аналогию с движущейся частицей. Однако ни для преломления, ни для дифракции это не существенно, и тот же результат получится для непрерывного потока белого света. В этом легко убедиться, рассматривая его как бесконечную последовательность световых импульсов.

Из сказанного следует, во-первых, что условие (2.3) для величины импульса в самом деле правильно. Второе фундаментальное следствие состоит в том, что законы сохранения энергии и импульса допускают спонтанное излучение света равномерно движущейся частицей, если выполнено (2.5), т. е. скорость частицы превышает фазовую скорость света

$$v > \frac{c}{n(\omega)}. \quad (2.6)$$

Сделаем теперь следующий шаг и допустим, что излучение света связано со спонтанным переходом из одного квантового состояния в другое и, следовательно, масса покоя меняется на величину

$$\Delta m = m_2 - m_1 = \frac{\hbar \omega_0}{c^2}, \quad (2.7)$$

где ω_0 — собственная частота в системе координат неподвижной относительно излучателя. При этом положительному Δm соответствует переход от меньшей массы m_1 к большей m_2 , т. е. возбуждение излучателя. Соотношение (2.2) в этом случае при $\Delta m/m \ll 1$ запишется так:

$$\Delta W = v \Delta p + c^2 \Delta m \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}. \quad (2.8)$$

Остается теперь вновь положить $\Delta W = -\hbar \omega''$, $\Delta p = -\frac{n(\omega'')}{c} \hbar \omega'' \cos \theta$ и заменить Δm величиной, стоящей в правой части (2.7); тогда получим

$$-\omega'' = -\omega'' v \frac{n(\omega'')}{c} \cos \theta + \omega_0 \sqrt{1 - \beta^2}, \quad (2.9)$$

откуда

$$\omega'' = \frac{\omega_0 \sqrt{1 - \beta^2}}{\beta n(\omega'') \cos \theta - 1}. \quad (2.10)$$

Это — уравнение Допплера, при котором происходит спонтанное возбуждение излучателя (Δm положительно), и которое разрешено, только если знаменатель (2.10) положителен, т. е.

$$\beta n(\omega'') \cos \theta > 1. \quad (2.11)$$

Допустим теперь, что Δm отрицательно и, следовательно, происходит переход из возбужденного состояния с массой m_2 в состояние с массой m_1 , т. е. в (2.7) $\Delta m = -\hbar \omega_0/c^2$. Тогда вместо (2.9) получим

$$-\omega' = -\omega' v \frac{n(\omega')}{c} \cos \theta - \omega_0 \sqrt{1 - \beta^2}. \quad (2.12)$$

Это приводит к формуле нормального эффекта Допплера:

$$\omega' = \frac{\omega_0 \sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \beta n(\omega') \cos \theta}, \quad (2.13)$$

которая требует

$$\beta n(\omega') \cos \theta < 1. \quad (2.14)$$

Формулы (2.10) и (2.13) для доплеровской частоты не содержат \hbar и совпадают с полученными из классических волновых соображений. В связи с этим возникает вопрос: является ли примененный здесь для их вывода метод специфически квантовым? Рассмотрим этот вопрос подробнее. Можно допустить, что движущийся в вакууме излучатель испускает в направлении θ порцию энергии, равную в системе координат, связанной с источником ΔE_0 . Эту величину не будем считать квантованной. Нет ничего специфически квантового и в излучении света в заданном направлении. Всегда можно предположить, что для этого используется какая-то оптическая система, например, параболическое зеркало.

Наличие давления света, в соответствии со следствиями классической электродинамики, приведет к появлению импульса, который воспримет излучающая свет система. Проекция величины этого импульса на направление скорости, очевидно, равна $\Delta p = (\Delta E'/c) \cos \theta$ (здесь $\Delta E'$ — энергия, соответствующая ΔE_0 в системе координат, относительно которой движется источник света).

Таким образом, в уравнении (2.8) можно положить

$$\Delta W = -\Delta E', \quad \Delta p = -\frac{\Delta E'}{c} \cos \theta, \quad \Delta m = -\frac{\Delta E_0}{c^2}.$$

Отсюда

$$\Delta E' = \frac{\Delta E_0 \sqrt{1-\beta^2}}{1-\beta \cos \theta}. \quad (2.15)$$

Мы получаем, следовательно, результат, о котором Эйнштейн сказал: «Замечательно то, что энергия и частота светового комплекса с изменением состояния движения наблюдателя меняются по одному и тому же закону»⁵.

Для перехода отсюда к соотношению Доплера достаточно допустить, что ΔE_0 и $\Delta E'$ состоят из одинакового количества световых квантов. Это и есть единственное специфически квантовое допущение, содержащееся в примененном здесь выводе, исполняющем законы сохранения энергии и импульса. В сущности это допущение уже заложено в классической физике и даже однозначно из нее следует, если сопоставить уравнение (2.15) с формулой Доплера, вытекающей из простых волновых соображений. Произвольным здесь остается, в сущности, только величина \hbar .

Рассмотрим теперь вопрос о поглощении света и индуцированном его испускании движущимся излучателем. Если происходит не испускание фотона $\hbar\omega$, а его поглощение, то в формулах (2.9) и (2.12) надо изменить знак обоих членов, содержащих ω , на обратный. Чтобы для ω'' снова получились (2.10) и (2.11), а для ω' — уравнения (2.13) и (2.14), нужно изменить знак и при ω_0 . Это очевидно: при поглощении и испускании света, знак при Δm должен меняться на обратный. Следовательно, в случае аномального процесса (2.11) поглощение света сопровождается переходом из возбужденного состояния в нижележащее. Наоборот, при выполнении (2.14) поглощение света, как и в обычном случае, приводит к увеличению массы излучателя, т. е. к его возбуждению. Легко также рассмотреть вопрос об индуцированном испускании света. Очевидно, в этом случае падающий фотон поглощается и испускается снова, и поэтому он не меняет ни импульса, ни энергии. Что касается второго фотона, индуцированного, то он испускается, и, следовательно, мы снова придем к уравнениям (2.9) или (2.12). Из них следует, что в случае (2.14) индуцированный фотон вызывает переход из верхнего состояния в нижнее, а в случае (2.11) — наоборот. Таким образом, в случае (2.11) в индуцированных процессах в поглощении и испускании фотона эйнштейновские коэффициенты B меняются местами (см. рис. 8 и 9).

Остается только рассмотреть вопрос о рассеянии света, о котором упомянуто в конце статьи.

Для этого вернемся снова к уравнению (2.2) и примем во внимание, что первичный фотон $\hbar\omega_1$ поглощается, а вторичный $\hbar\omega_2$ испускается. Поэтому из (2.2), учитывая (2.4), получим

$$\hbar\omega_1 - \hbar\omega_2 = \frac{vn(\omega_1)}{c} \hbar\omega_1 \cos \theta_1 - \frac{vn(\omega_2)}{c} \hbar\omega_2 \cos \theta_2. \quad (2.16)$$

Отсюда для рассеянного фотона ω_2 следует

$$\omega_2 = \frac{\omega_1 [1 - \beta n(\omega_1) \cos \theta_1]}{1 - \beta n(\omega_2) \cos \theta_2}. \quad (2.17)$$

Это так называемое уравнение нормального рассеяния света. Оно требует, чтобы и для ω_1 , и для ω_2 было выполнено (2.11) или также для обоих частот выполнено (2.14). Допустим теперь, что рассеяние света сопровождается индуцированным испусканием света. Тогда, как мы видели, не надо учитывать первичный фотон в законах сохранения, а только фотон индуцированного испускания, т. е. в (2.16) изменить на обратный знак в обоих членах, содержащих ω_1 (испускаются и фотон $\hbar\omega_1$, и фотон $\hbar\omega_2$). Мы получим тогда³⁷

$$\omega_2 = \frac{\omega_1 [\beta n(\omega_1) \cos \theta_1 - 1]}{1 - \beta n(\omega_2) \cos \theta_2}. \quad (2.18)$$

Для выполнения уравнения (2.18) необходимо, чтобы в случае, если для ω_1 выполнено (2.11), для ω_2 обязательно выполнялось неравенство (2.14) или наоборот. При этом индуцированный фотон в равной мере может удовлетворять либо тому, либо другому неравенству при условии, если для второго фотона выполнено обратное соотношение.

В заключение несколько слов об эффекте Вавилова — Черенкова. Уравнение (2.16), если изменить в нем знаки при членах, содержащих ω_1 , — это следствие закона сохранения энергии и импульса для случая спонтанного испускания двух фотонов; таким образом, это условие двухфотонного эффекта Вавилова — Черенкова, о котором упомянуто в докладе.

Наконец последние замечания, которые, может быть, полезно сделать. Уравнение (2.2) приводит, как мы видели, при выполнении (2.6) к возможности спонтанного излучения. Естественно, что задачу можно обернуть, и тогда уравнение (2.5) является и условием поглощения фотона движущимся зарядом. Это же условие можно рас-

смагивать и как условие вынужденного испускания фотона. Возвращаясь к тому, что говорил Эйнштейн о коэффициенте B , следует отметить, что вопрос о том, будет ли поглощение фотона или вынужденное испускание и в данном случае, определяется фазой волны, действующей на движущуюся частицу.

Объединенный институт ядерных исследований,
Дубна (Московская обл.)

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Эйнштейн А. Собрание научных трудов. Т. 1: Работы по теории относительности. 1905—1920.— М.: Наука, 1965.
2. То же. Т. 2: Работы по теории относительности. 1921—1955.— М.: Наука, 1966.
3. То же. Т. 3: Работы по кинетической теории, теории излучения и основам квантовой механики. 1901—1955.— М.: Наука, 1966.
4. То же. Т. 4: Статьи, рецензии, письма, «Эволюция физики».— М.: Наука, 1967.
5. Einstein A.—Ann. d. Phys., 1905, Bd. 17, S. 891—921.— Перевод см. ¹, с. 7—35.
6. Einstein A.—Ibid., S. 132—148.— Перевод см. ³, с. 92—107.
7. Einstein A.—In: Ideas and Opinions.— N.Y.: Grown Publishers Inc., 1954.— Перевод см. ¹, с. 677—681.
8. Эйнштейн А.—В кн. Новые идеи в физике. Сб. 5: Природа света.— СПб.: Образование, 1912; Phys. Zs., 1909, Bd. 10, S. 817—825.— См. ³, с. 181—195.
9. Эйнштейн А.—В кн. Новые идеи в физике. Сб. 3: Принципы относительности.— СПб.: Образование, 1912; Arch. Sci. et Phys. Natur. Ser. 4, 1910, p. 5—28, 125—144.— См. ¹, с. 138—164.
10. Эйнштейн А. Геометрия и опыт.— Пг.: Научное книгоиздательство, 1922; Geometrie und Erfahrung.— Berlin: Verlag von J. Springer, 1921.— См. ², с. 83—94.
11. Эйнштейн А. О физической природе пространства.— [Берлин]: Слово, 1922.
12. Einstein A. Äther und Relativitätstheorie.— Berlin: Verlag von J. Springer, 1920.— Перевод см. ¹, с. 682—689.
13. Эйнштейн А. Теория относительности: (общедоступное изложение).— [Берлин]: Слово, 1921; Über die spezielle und die allgemeine Relativitätstheorie (gemeinverständlich), 1917.— См. ¹, с. 530—600.
14. Einstein A.—Zs. Phys., 1922, Bd. 11, S. 326.— Перевод см. ², с. 118.
15. Einstein A.—Ibid., 1923, Bd. 16, S. 228.— Перевод см. ², с. 119.
16. Einstein A.—Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss., 1917, Bd. 4, S. 142—152.— Перевод см. ¹, с. 601—612.
17. Einstein A.—Jahrb. Radioaktivität und Elektronik, 1907, Bd. 4, S. 411—462.— Перевод см. ¹, с. 65—115.
18. Einstein A.—Ann. d. Phys., 1907, Bd. 23, S. 371—384.— Перевод см. ¹, с. 53—122.
19. Einstein A.—Ibid., 1905, Bd. 18, S. 639—641.— Перевод см. ¹, с. 36—38.
20. Einstein A.—Ibid., 1906, Bd. 20, S. 627—633.— Перевод см. ¹, с. 39—44.
21. Einstein A.—Mitt. Phys. Ges. (Zürich), 1916, Nr. 18, S. 47—62.— Перевод см. ³, с. 393—406.
22. Einstein A.—Verhandl. Deutsch. Phys. Ges., 1916, Bd. 18, S. 318—323.— Перевод см. ³, с. с. 386—406.
23. Friedmann A.—Zs. Phys., 1922, Bd. 10, S. 377—386.
24. Франк И. М.—ЖЭТФ, 1959, т. 36, с. 823.
25. Frank I. M. Optics of Light Sources Moving in Refractive Media. (Нобелевская лекция).— См., например: Science, 1960, v. 131, p. 702; УФН, 1959, т. 68, с. 397.
26. Франк И. М.—Изв. АН СССР. Сер. физ., 1942, т. 6, с. 3.
27. Болотовский В. М., Гинзбург В. Л.—УФН, 1972, т. 106, с. 577.
28. Гинзбург В. Л. Теоретическая физика и астрофизика (дополнительные главы).— М.: Наука, 1975.
29. Schrödinger E.—Phys. Zs., 1922, Bd. 23, S. 301.
30. Франк И. М.—УФН, 1946, т. 30, с. 149.
31. Sommerfeld A.—Gött. Nachr., 1904, Bd. 99, S. 368; 1905, S. 205.
32. Tamm Ig.—J. Phys. USSR, 1939, v. 1, p. 439.
33. Гинзбург В. Л.—ЖЭТФ, 1940, т. 10, с. 584.
34. Франк И. М. Препринт ОИЯИ Р4-9589.— Дубна, 1976; Rev. Roum. Phys., 1978, t. 23, p. 715.
35. Гинзбург В. Л., Франк И. М.—ДАН СССР, 1947, т. 56, с. 583.
36. Гинзбург В. Л., Эйрман В. Я.—ЖЭТФ, 1959, т. 36, с. 1823.
37. Франк И. М.—ЯФ, 1968, т. 7 с. 1100.