

ИЗ ИСТОРИИ ФИЗИКИ

534.222 (09)

**Л. И. МАНДЕЛЬШТАМ И РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЗВУКА
В МИКРОНЕОДНОРОДНЫХ СРЕДАХ *)***М. А. Исакович*

Распространение волн в микронеоднородных средах интересовало Л. И. Мандельштама почти с самого начала его научной деятельности. Настоящий доклад посвящен одной сравнительно мало известной идее Л. И. Мандельштама в этой области.

В 30-е годы акустику постигла ультразвуковая катастрофа: с одной стороны, во всем освоенном ультразвуковом диапазоне частот (до 10^8 Гц) в большинстве жидкостей наблюдался согласный с классической теорией квадратичный рост коэффициента поглощения звука с частотой, однако, величина коэффициента поглощения намного превосходила значение, рассчитанное по ньютоновской вязкости жидкости.

С другой стороны, в тех же жидкостях наблюдались резкие линии дублета Мандельштама — Бриллюэна, предсказанные Мандельштамом как результат рассеяния света на гиперзвуковых дебаевских волнах (10^{10} Гц) как на дифракционных решетках.

Но при квадратичном росте коэффициента поглощения расчет дает ослабление дебаевских высокочастотных волн в сотни и тысячи раз на протяжении одной длины волны, а значит, никакого дублета не должно было быть видно.

В 1936 г. Л. И. Мандельштам в совместной работе с М. А. Леонтовичем ¹ отметил, что это противоречие легко разрешается, если принять, что аномально большое значение коэффициента поглощения ультразвука вызвано второй вязкостью, но что она имеет релаксационный характер, подобный, как уже ранее указывал М. А. Леонтович ², кнезеровым явлениям в многоатомных газах (запаздывающий обмен энергией между поступательными и внутренними степенями свободы молекул). Первый коэффициент поглощения, хотя и продолжает расти по квадратичному закону, но он мал даже на высоких частотах: для релаксирующей же второй вязкости квадратичный рост коэффициента поглощения сохраняется только в низкочастотной области, а при приближении к характерной частоте релаксации — быстро снижается в результате «замерзания» внутренних степеней свободы молекул. Если принять, что эта частота лежит где-то в районе 10^8 — 10^9 Гц, то кажущееся несогласование между акустическими и оптическими данными устраняется. Дальнейшее развитие акустики и оптики блестяще подтвердило это предположение.

*) Доклад на совместной Научной сессии Отделения общей физики и астрономии и Отделения ядерной физики АН СССР, посвященной 100-летию со дня рождения академика Л. И. Мандельштама.

(Выражение «ультразвуковая катастрофа» выбрано, конечно, по аналогии с термином «ультрафиолетовая катастрофа»: в обоих случаях спасение в том, что не все степени свободы возбуждаются.)

Но в работе 1936 г. сказано еще, что, помимо явлений типа кнезеровых, возможен и второй релаксационный механизм. Именно, сказано следующее:

«Такое обобщение кнезеровой теории можно провести; это будет сделано в другом месте, здесь же мы заметим только, что при определенных предположениях о существовании в жидкости двух компонент, коэффициент поглощения звука в жидкости дается выражением, подобным формуле (2)», — т. е. приведенной в работе формуле кнезеровой теории. Заметим, что здесь сказано «подобным», а не «таким же».

Обобщение, о котором здесь говорится (обобщение кнезеровых представлений на жидкости), было дано Мандельштамом в его следующей работе с Леонтовичем³. Эта работа сразу легла в основу теоретических трактовок аномального поглощения и дисперсии скорости звука, а также явлений тонкой структуры рассеяния света в чистых жидкостях.

Второй релаксационный механизм, которому в основном и посвящен этот доклад, начал свой путь в акустике гораздо скромнее: сам Мандельштам об этом механизме больше ничего не писал, и, если бы мы располагали только процитированными несколькими строчками работы 1936 г., мы могли бы и не догадаться, что он имел в виду. Но в том же году он предложил С. М. Рытову и его дипломникам В. В. Владимирскому и М. Д. Галанину рассмотреть в качестве модели среды со вторым механизмом релаксации взвесь тяжелых частиц в жидкости. Выполненный ими расчет дал и аномальное поглощение на низких частотах, и характерное для релаксационных процессов замедление роста коэффициента поглощения при повышении частоты. Дипломники, измерившие поглощение ультразвука в эмульсии ртути в воде, получили хорошее согласие расчета с опытом⁴⁻⁶.

Модель Мандельштама вводит в акустику новый объект — микroneоднородную среду (среду с малыми неоднородностями и расстояниями между ними в сравнении с длиной волны, но с достаточной равномерностью распределения неоднородностей, чтобы среду можно было считать макрооднородной на участках еще малых по сравнению с длиной волны, но уже содержащих множество неоднородностей). Микroneоднородная среда акустически ведет себя как однородная, но ее акустические, и вообще макроскопические, свойства зависят от свойств компонент иногда неожиданным образом и, вообще, не получаются в виде каких-либо средних от свойств компонент. Например, плотность, входящую в выражение для скорости звука, нельзя определить, взвешивая на весах стакан, наполненный такой средой. В этом смысле в микroneоднородных средах инертная и гравитационная массы не равны, а многие свойства таких сред оказываются зависящими от частоты.

С распространением волн в микroneоднородных средах Мандельштам встретился в 1936 г. не впервые. Его первая работа в этой области «Об оптически однородных и мутных средах»⁷ (диссертация на право преподавания в качестве приват-доцента в Страсбургском университете) относилась, правда, не к акустическим, а к световым волнам, и рассматривала не поглощение, а рассеяние, но в те времена интерес физиков сосредоточивался именно на рассеянии в таких средах; занимались они этим уже очень давно и, на наш теперешний взгляд, о многом судили довольно наивно. Так Джон Гершель в своем «Essay on Sound» пишет, что в статье, опубликованной в Трудах Лондонского Королевского общества за 1708—1709 гг.⁸ Дирхем нашел, что туман, дождь, а особенно, падающий снег

сильно препятствуют распространению звука в атмосфере. В Англии эта статья была принята на веру и свыше полутора столетий вызывала повышенное внимание к источникам света для маяков — и сомнение в надежности сирен и других звуковых туманных сигналов. Неспособность звука проникать сквозь туман «подтверждается повседневным опытом» — писали англичане еще сто лет тому назад, ссылаясь, в частности, на то, что во время знаменитых лондонских туманов стук экипажей слышен как-то глуше (думаю, что кучера просто придерживали лошадей, боясь столкновений ...). Говорили, что непропускание звука туманом вызвано отражением и потерей колебательного движения на бесчисленных границах между воздухом и капельками воды (так считал, в частности, и Джон Гершель), иными словами — рассеянием звука на каплях. Даже Осборн Рейнольдс разделял общую точку зрения на неблагоприятную роль тумана, хотя справедливо полагал, что трение воздуха о капли должно играть большую роль, чем рассеяние.

Вопрос был решен только Тиндалем⁹, научным консультантом Тринити-Хауза, после того, как он совместно со «Старшими Собратьями» этой организации провел натурные опыты в море и убедился, что никакого непропускания через туман и дождь вовсе нет и что как раз сквозь туман слышно лучше всего, так как воздух однороден по всей своей толще, а при ясном небе и ярком солнце слышимость на большие расстояния как раз резко ухудшается, потому что звук отражается обратно к источнику от больших масс неравномерно нагретого и движущегося воздуха.

И все же почти через 200 лет после Дирхема задача о распространении волн в микронеоднородной среде решалась неправильно, на этот раз для световых волн: Планк утверждал, что световая волна должна затухать в результате рассеяния на молекулах среды даже в строго макрооднородной («оптически однородной») среде. По существу — это повторение ошибки тех, кто пытался теоретически объяснить утверждение Дирхема, еще не зная, что утверждение ошибочно. В диссертации Мандельштама было показано, что такого затухания нет, однако, возникла дискуссия с Планком, и для ее завершения потребовались еще три статьи Мандельштама.

И все же еще через 60 лет, совсем недавно, ошибка Планка была повторена снова, на этот раз — снова на языке Дирхема, на акустическом языке.

По-видимому, этот вопрос действительно представляет известную трудность, но для Мандельштама он был совершенно ясен.

Вернемся к задачам о поглощении и дисперсии скорости звука в микронеоднородной среде. Модель Мандельштама — не единственный пример среды со вторым механизмом релаксации: к таким средам относятся также поликристаллы, жидкости с пузырьками, эмульсии с одинаковыми плотностями, но различными термодинамическими характеристиками компонент и т. п.

Рассматривая эти модели, мы убеждаемся, что первый и второй релаксационные механизмы принципиально различны: в «настоящем» (кнезеровом) механизме релаксационные процессы идут в каждом элементе среды локально, будь то обмен энергией между степенями свободы в каждой отдельной молекуле газа, будь то изменение параметра, характеризующего, наряду с плотностью и температурой, состояние жидкости в данной точке, как в теории Мандельштама и Леонтовича. Во втором же механизме процессы нелокальны и заключаются в обмене тем или иным фактором между различными элементами среды, происходящем по диффузионному закону. Так, во взвеси при прохождении волны тяжелые частицы, отстающая от среды, создают в ней вязкие волны, отходящие от границ частиц и стремящиеся уравнивать скорости компонент: это и есть нелокальный

процесс (обмен импульсом между различными частицами среды). Запаздывание обмена относительно звуковой волны и приводит к дополнительному поглощению и дисперсии скорости звука.

Когда академик Н. Н. Андреев заметил, что сметана должна сильно поглощать звук, сразу стало ясно, что, хотя эффекта различия плотностей нет, — компоненты этой эмульсии, вода и капельки жира, имеют почти одинаковую плотность — пойдет игра на различии адиабатического нагревания компонент при сжатиях и разрежениях: жировые капельки сильно нагреваются и охлаждаются при сжатиях и разрежениях, тогда как температура воды почти не меняется. Образующиеся на границах капелек температурные скачки сглаживаются температурными волнами, бегущими от границы в воду и в капельку. Такое перераспределение температур путем теплообмена между различными участками среды — тоже нелокальный процесс, который также подчиняется диффузионному уравнению и снова приводит к аномальному поглощению и дисперсии¹⁰.

Таким образом, хотя поведение микронеоднородной среды до известной степени имитирует «настоящий» релаксационный процесс, по существу они совершенно различны. Формально это выражается в том, что «настоящий» релаксационный процесс описывается обыкновенными

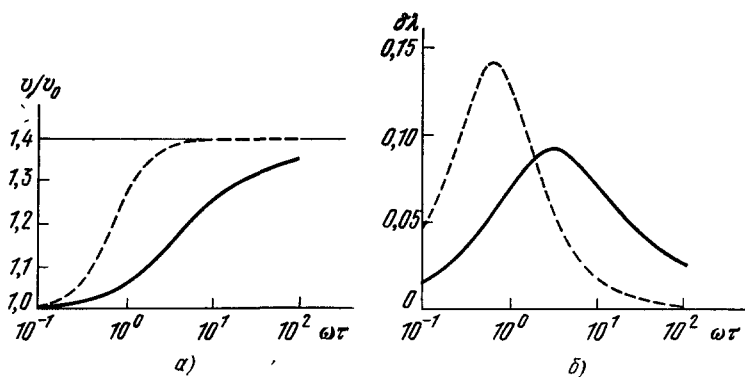


Рис. 1. Штриховые кривые — «настоящая» релаксация, сплошные — нелокальная релаксация.

дифференциальными уравнениями, тогда как нелокальный характер второго типа релаксации требует уравнений в частных производных. В результате при всем качественном сходстве между действием локальной и нелокальной релаксации, количественные соотношения оказываются существенно различными (напомню, что и Мандельштам говорил ведь только о подобии законов поглощения). Это различие видно на рис. 1, на котором показан ход дисперсии скорости (а) и поглощения на одну длину волны (б) при одинаковом дисперсионном скачке $v_{\infty}/v_0 = 1,4$ для этих двух типов релаксации. В качестве аргумента выбрана безразмерная величина $\omega\tau$ (ω — частота, τ — время релаксации). Различие между «кнезеровыми» и «некнезеровыми» жидкостями особенно велико при больших значениях $\omega\tau$: для «настоящей» релаксации отклонение скорости от ее высокочастотной асимптотики и поглощение на одну длину волны убывают быстро — как $1/(\omega\tau)^2$ и $1/\omega\tau$, соответственно, тогда как для двухкомпонентной среды с нелокальным механизмом релаксации убывание этих обеих величин медленное — как $1/\sqrt{\omega\tau}$. Поэтому, в частности, дисперсионная область при нелокальной релаксации гораздо шире, чем при кнезеровой релаксации.

Любопытно, что особенности нелокального механизма релаксации в микронеоднородных средах лишь с затруднением осваивались акустикой. Так, в 1938 г. Зинер, изучая поглощение в поликристаллах, упустил из виду температурный обмен между соседними кристаллитами и получил ошибочную частотную зависимость для поглощения звука (попавшую даже в «Механику сплошных сред», 1944). Не учли нелокального теплообмена и английские акустики, весьма детально изучавшие повышенное затухание в эмульсиях с одинаковой плотностью компонент и измышлявшие остроумные, но неправильные объяснения наблюдавшегося аномального поглощения. Учет теплообмена, осуществляемого температурными волнами между компонентами эмульсии, сразу устранил расхождение теории с экспериментом ¹¹.

С течением времени все привыкли к тому, что микронеоднородные среды, помимо своего собственного интереса, дают наглядную модель релаксирующей чистой жидкости, но и только, и что компоненты в такой модели должны быть различными веществами. Как модель «настоящей» релаксирующей жидкости микронеоднородную среду ценили, но в теории чистых жидкостей господствовала «настоящая» релаксационная теория. Вскоре, однако, наступили перемены.

Выяснилось, что большой класс жидкостей никак не уместается в рамки теорий кнезерова типа; это сильновязкие жидкости, глицерин, триацетин, бутандиол, множество других органических веществ (а также и некоторые неорганические вещества — расплавленные стекла). Это — переохлаждающиеся жидкости, их вязкость сильно зависит от температуры — стоит охладить их на несколько десятков градусов ниже комнатной температуры, как их вязкость возрастает на 5, 7, 10 порядков. В этих средах возможны слабозатухающие и сильно диспергирующие поперечные волны. Дисперсия скорости звука вместо 10—15 % в маловязких жидкостях достигает в них 50 и более процентов. Дисперсионная область в них велика — несколько порядков по частоте — и совпадает для звуковых, для поперечных и для электромагнитных волн. Все это совсем другое поведение, чем у маловязких жидкостей, для которых в основном и была развита теория Мандельштама и Леонтовича. Но дублет Мандельштама — Бриллюэна виден отчетливо и в этих жидкостях и, следовательно, — это тоже релаксирующие жидкости.

Многие акустики даже перед лицом таких больших различий не хотели отказываться от привычных локальных теорий. Но это обходилось им недешево: приходилось постулировать наличие в сильновязкой жидкости не каких-либо двух-трех локальных релаксационных процессов, но целого богатого спектра их, причем необходимо было подбирать отдельный спектр для звуковых волн, отдельный — для поперечных волн и отдельный — для электромагнитных. Такая подгонка теории под эксперимент ничего не объясняла и вряд ли сами ее авторы относились к таким построениям серьезно.

А тем временем экспериментаторы установили (в основном И. Г. Михайлов ¹² — для поглощения и И. Л. Фабелинский с сотрудниками ¹³ — для дисперсии), что для самых разных сильновязких жидкостей справедлив тот же закон корня квадратного ($1/\sqrt{\omega\tau}$), что и для микронеоднородных сред с нелокальным типом релаксационного процесса. Возникло предположение: а может быть сильновязкие жидкости — это и в действительности микронеоднородные среды со своим нелокальным механизмом релаксации? Может быть, мы теперь вынуждены перестать рассматривать двухкомпонентные среды только как модели и должны принять те несколько строчек из статьи Мандельштама и Леонтовича в буквальном смысле? То есть так, как они, вероятно, и были написаны?

Раньше всего была сделана попытка подойти к вопросу чисто феноменологически ¹⁴: приняли, что сильновязкая жидкость действительно есть нечто вроде эмульсии, что волна вызывает в ней нарушение равновесия между каплями и заполняющей средой по некоторому параметру, от которого зависит удельный объем среды (подобно температуре в настоящей эмульсии), что нарушенное равновесие выравнивается путем диффузии

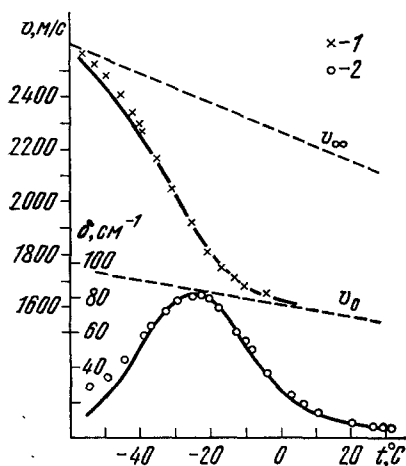


Рис. 2. Теоретические кривые и экспериментальные точки температурной зависимости скорости звука v (1) и коэффициента поглощения δ (2) для бутандиола-1,3 при частоте 22,5 МГц ¹⁵.

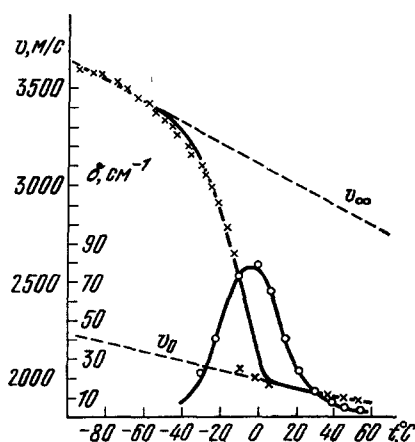


Рис. 3. То же, что и на рис. 2, для глицерина при частоте 22,3 МГц ¹⁶.

этого параметра между компонентами и что запаздывание этого выравнивания и приводит к аномальному поглощению и дисперсии скорости звука. Теория строилась так, чтобы в ней не было ни одного произвольного параметра: все входящие в нее величины должны были получаться из независимых опытов. Схема теории близко следовала расчету настоящей эмульсии

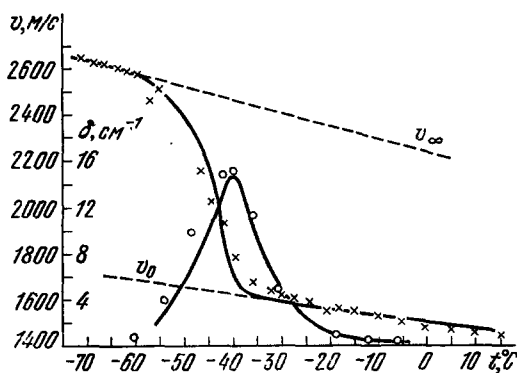


Рис. 4. То же для триацетина при частоте 3 МГц ¹³.

с различными термодинамическими свойствами компонент. Из опыта брались: 1) температурный ход дисперсионного скачка, 2) коэффициент поглощения звука на низких частотах (в области применимости квадратичного закона роста с частотой), 3) температурный ход ньютоновой вязкости.

На рис. 2—6 дано сравнение теории с опытом. На рис. 2—5 на теоретические графики для скорости звука и коэффициента поглощения для нескольких сильновязких жидкостей нанесены экспериментальные точки. Сплошные линии — теоретические кривые, крестики и точки — экспериментальные данные. Штриховые линии — известные из опыта данные по асимптотическим значениям скорости звука при низких (v_0) и высоких (v_∞) частотах. Для бутандиола и глицерина «эмульсионная» нелокальная

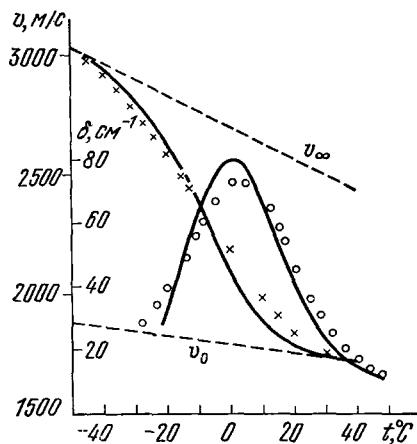


Рис. 5. То же для гексантиола [при частоте 22 МГц ¹⁵.

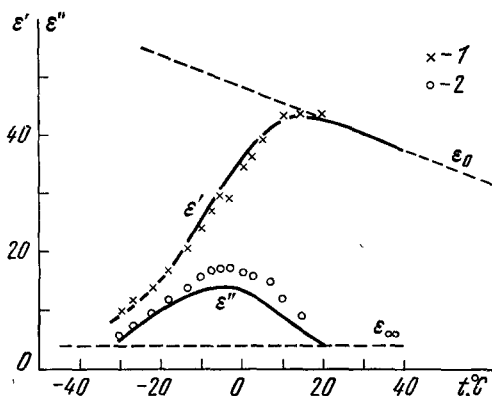


Рис. 6. Теоретические кривые и экспериментальные точки температурной зависимости вещественной ϵ' (1) и мнимой ϵ'' (2) части диэлектрической проницаемости глицерина при частоте 30 МГц ^{17,18}.

теория была уточнена путем учета релаксирующих сдвиговых напряжений. На рис. 6 дано сравнение теории с опытом для диэлектрической проницаемости (глицерин). Приведенные экспериментальные данные получены не путем изменения частоты, а путем изменения времени релаксации при изменении температуры жидкости. Время релаксации τ пропорционально ньютоновой вязкости среды, а вязкость, как уже было сказано, сильно зависит от температуры; это позволяет пройти всю дисперсионную область по отношению к параметру $\omega\tau$ при фиксированной частоте, просто нагревая и охлаждая жидкость, что сильно упрощает эксперимент. Установление же самого факта пропорциональности τ и коэффициента вязкости, конечно, требовало опытов именно на разных частотах. В соответствии с фактическим проведением опытов, графики так и построены — величины даются в функции от температуры, откладываемой по оси абсцисс. Сравнение теоретических кривых с экспериментальными точками показало, что удовлетворительное совпадение наблюдается практически во всей дисперсионной области. Такое же совпадение имеет место и для ряда других жидкостей, а также для частотной зависимости изменения параметров жидкости при фиксированной температуре.

После того, как было установлено удовлетворительное согласие феноменологической теории с опытом, была предложена следующая молекулярная трактовка феноменологической картины ^{19, 20}. Было предположено, что сильновязкая жидкость состоит из неупорядоченной фазы — заполняющей среды и находящихся в ней упорядоченных областей, играющих роль капель эмульсии. Число и размеры упорядоченных областей при равновесии зависят только от температуры и гидростатического давления. Было также предположено, что границы упорядоченных участков резкие

(что существенно для нелокальной теории), а также что участки малы по сравнению с длиной световой волны — иначе жидкость была бы мутной. Далее было принято, что параметр феноменологической теории — это концентрация в компонентах так называемых дырок (по Френкелю), что в невозмущенной жидкости эти концентрации имеют определенные равновесные значения, которые меняются при изменении внешних условий: при изменении давления (звуковая волна), сдвиговых напряжений (поперечная волна), электрического поля (электромагнитная волна). Внешние воздействия нарушают равновесие, и начинается диффузия дырок между компонентами, аналогичная теплообмену в эмульсии, стремящаяся установить новое состояние равновесия. Запаздывание этого нелокального процесса относительно внешнего воздействия и приводит к аномальному поглощению и дисперсии.

Такая молекулярная картина автоматически объясняет наблюдаемое на опыте совпадение дисперсионных областей для волн разных типов: звуковых, поперечных и электромагнитных. Впоследствии было показано, что эта картина объясняет также особенности ядерного магнитного резонанса в сильновязких жидкостях ²¹ и дает наглядное представление о стекловании сильновязких жидкостей, а также позволяет объяснить скачки теплоемкости и других параметров этих жидкостей, наблюдающиеся при переходе через точку стеклования ²².

В настоящее время исследован уже целый ряд сильновязких жидкостей, и для них нелокальная теория хорошо совпадает с опытом в широком диапазоне изменения параметра $\omega\tau$. Другие предлагавшиеся теории либо дают неподходящие частотные зависимости акустических характеристик, либо приводят к величинам, порядка на два меньше наблюдаемых.

Такое совпадение теории с опытом на большом числе сильновязких жидкостей и для волн разного типа говорит, конечно, в пользу предположения о микронеоднородной структуре сильновязких жидкостей. Тем не менее, естественно возникает желание попытаться убедиться каким-либо независимым способом в том, что данная чистая прозрачная жидкость на самом деле — нечто вроде сметаны. Можно, например, попытаться разрушить упорядоченные области или, наоборот, создать упорядоченные области размеров больших, чем при равновесии; в результате должны будут измениться и макроскопические свойства жидкости, и эти изменения должны быть согласованы между собой. Опыт должен установить, действительно ли можно получить такие изменения.

Оказалось, что воздействовать на упорядоченные области в сильновязких жидкостях действительно возможно. Такие опыты были недавно выполнены по предложению И. А. Чабан в физико-техническом институте Академии наук Туркм. ССР, в котором за последние годы уделялось большое внимание акустическому поведению сильновязких жидкостей ²³. Сотрудники этого института Б. Хемраев и В. А. Лысенко применили для воздействия на упорядоченные участки перегонку жидкости под вакуумом с конденсацией на подложку, удерживаемую при той или иной фиксированной температуре. Если перегонка в самом деле нарушала равновесное число и размеры упорядоченных областей, то свойства жидкости должны были измениться, а возвращение к равновесным значениям, и следовательно, к исходным свойствам жидкости должно было потребовать некоторого времени и совершаться постепенно. Неизвестно было только, успеет ли экспериментатор обнаружить эту неравновесность состава двухкомпонентной жидкости. Следует отметить, что первые несистематические указания на изменение свойств жидкости в результате перегонки были приведены еще ранее, в работах Кривохижи и Фабелинского ²⁴, а также Рэнка, Клееса и Финка ²⁵.

Б. Хемраев и В. А. Лысенко измеряли акустические и некоторые другие параметры перегнанной жидкости немедленно после перегонки, а затем повторяли измерения по той же программе в течение ряда последующих дней. Их работа еще не опубликована, но они любезно дали разрешение сообщить в этом докладе о предварительных результатах выполненных ими измерений. Они определяли температурную зависимость скорости звука, коэффициента поглощения и плотности для нескольких сильновязких жидкостей. Они обнаружили, что эти величины действительно изменяются ото дня ко дню и что через несколько дней измеряемые величины достигают устойчивых значений. Было обнаружено также, что при повторных и последующих перегонках данного образца жидкости, весь цикл повторяется снова и данные измерений снова проходят через те же значения. Во всех случаях погрешность измерений была примерно на порядок меньше обнаруженного различия между результатами измерений сразу после перегонки и после достижения устойчивых значений. Ожидаемый эффект был, таким образом, получен на опыте.

Характер наблюдаемых изменений свойств жидкости укладывается в схему нелокальной релаксационной теории. Интересно отметить, что для глицерина в тех же условиях перегонки, изменений свойств обнаружено не было. Можно предположить, что это связано с тем, что вязкость глицерина на порядок выше, чем у остальных исследованных жидкостей, и поэтому для получения эффекта придется вести конденсацию на более теплую подложку.

Таковы дополнительные доводы в пользу предположения о микро-неоднородности структуры сильновязких жидкостей.

Мне кажется, что судьба второго релаксационного механизма, указанного Л. И. Мандельштамом, оказалась не менее интересной, чем судьба механизма «настоящей» релаксации.

Акустический институт им. Н. Н. Андреева
АН СССР

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Мандельштам Л. И., Леонтович М. А.— ДАН СССР, 1936, т. 3 (XII), с. 111; то же: Мандельштам Л. И. Полное собр. трудов.— М.: Изд-во АН СССР, 1947.— Т. 2, с. 170.
2. Леонтович М. А.— ЖЭТФ, 1936, т. 6, с. 561.
3. Мандельштам Л. И., Леонтович М. А.— ЖЭТФ, 1937, т. 7, с. 438; то же: Мандельштам Л. И. Полное собр. трудов.— М.: Изд-во АН СССР, 1947.— Т. 2, с. 176.
4. Рытов С. М., Владимирский В. В., Галанин М. Д. ЖЭТФ, 1938, т. 8, с. 614.
5. Владимирский В. В., Галанин М. Д.— ЖЭТФ, 1939, т. 9, с. 233.
6. Владимирский В. В.— Научный сб. студентов МГУ. Сер. II «Физика», 1939, т. 10, с. 5.
7. Mandelstam L.— Ann. d. Phys., 1907, Bd. 23, S. 626; то же: Мандельштам Л. И. Полное собр. трудов. Т. 1— М.: Изд-во АН СССР, 1948, с. 109.
8. Derham D. W.— Phil. Trans. Roy. Soc. London, 1708—1709.
9. Tyndall J. The Science of Sound.— N. Y.: Philos. Library, 1964.— Ch. 7.
10. Исакович М. А.— ЖЭТФ, 1948, т. 18, с. 907.
11. Ратинская (Чабан) И. А.— Акуст.ж., 1962, т. 8, с. 210.
12. Михайлов И. Г. Распространение ультразвуковых волн в жидкостях — М.: Гостехиздат, 1949.— § 8.
13. Кривохижа С. В., Фабелинский И. Л.— ЖЭТФ, 1966, т. 50, с. 3.
14. Исакович М. А., Чабан И. А.— ДАН СССР, 1965, т. 165, с. 299.
15. Meister R., Marghoeffter C. J., Sciamanda R., Cotter L., Litovitz T.— J. Appl. Phys., 1960, v. 31, p. 854.
16. Piccerelly R., Litovitz T.— JASA, 1957, v. 29, p. 1009.
17. Onsager L.— J. Am. Chem. Soc., 1936, v. 58, p. 1866.

18. Litovitz T., Sette D.— J. Chem. Phys., 1953, v. 21, p. 17.
19. Исакович М. А., Чабан И. А.— ЖЭТФ, 1966, т. 50, с. 1343.
20. Чабан И. А.— ФТТ, 1978, т. 20, с. 1947.
21. Чабан И. А.— ЖЭТФ, 1967, т. 53, с. 556.
22. Кожевников Е. Н., Чабан И. А.— Акуст. ж., 1974, т. 20, с. 565.
23. Бердыев А. А., Лысенко В. А., Хемраев Б.— ЖЭТФ, 1973, т. 65, с. 1040.
24. Fabelinskii I. L., Krivokhizha S. V.— J. de Phys., 1972, t. 33, Suppl. Nr. 2—3, p. 1.
25. Rank D. H., Kless E. D., Fink U.— JASA, 1966, v. 56, p. 163.