1978 г. Май *Том 125, вып. 1*

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

ФИЗИКА НАШИХ ДНЕЙ

537.312.62+539.12

СВЕРХПРОВОДИМОСТЬ И ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ *)

Д. А. Киржниц

1. ВВЕДЕНИЕ

Возникнув около полувека назад, квантовая механика сразу же дала два могучих побега. Один из них — квантовая теория многих тел — стал теоретическим фундаментом спектроскопии, квантовой химии, физики твердого тела, физики атомного ядра и других наук, имеющих прямое практическое значение для человечества. Другой — квантовая теория поля — лег в основу физики элементарных частиц, открыв пути описания фундаментальных закономерностей строения вещества. За время совместного существования эти две важнейшие физические теории оказали друг на друга значительное воздействие, которое приняло наиболее яркие формы в последние годы, став одним из источников нынешнего прогресса в физике элементарных частиц.

На протяжении 30—50-х годов в теории элементарных частиц безраздельно господствовал подход, основанный на квантовой теории поля. Этот путь привел теорию к целому ряду выдающихся достижений: предсказанию античастиц и процессов рождения и аннигиляции пар, предсказанию мезонов, устранению расходимостей в квантовой электродинамике и созданию теории радиационных эффектов и др.

Несмотря на эти успехи, к концу 50-х годов появились серьезные сомнения в самой возможности квантовополевого описания элементарных частиц, порожденные рядом трудностей, с которыми столкнулась тогда теория. Сюда можно отнести невозможность устранить расходимости для некоторых классов взаимодействий (в том числе для слабого взаимодействия), аргументы в пользу исчезновения самого взаимодействия между частицами («нуль-заряд») во всех известных тогда моделях теории поля, трудности описания сильного взаимодействия вне рамок теории возмущений.

Одновременно всплыл, усугубив неуверенность в пригодности обычного квантовополевого подхода, и ряд старых «проклятых» вопросов, о которых в периоды успешного развития теории, как правило, забывают. Эти вопросы относятся, главным образом, к проблеме измерений в релятивистской квантовой физике: имеет ли смысл говорить о развитии процесса взаимодействия частиц во времени или же допустимо рассматривать только переход из начального в конечное состояние системы, законно ли

*) Расширенный текст доклада на семинаре Отдела теоретической физики ФИАН, посвященном памяти И. Е. Тамма, в апреле 1977 г.

считать взаимодействие между частицами точечным (локальным) или же это неправомочная идеализация и т. п.?

Все сказанное, казалось бы, заставляло с полной серьезностью воспринимать высказанный в те же годы афоризм: «Гамильтонов метод — труп, хотя мы и должны похоронить его со всеми почестями, которые он заслужил». И действительно, успехи теории элементарных частиц в последующие 60-е годы были почти целиком связаны с направлениями, далекими от квантовой теории поля,— с групповым, дисперсионным, аксиоматическим подходами, с феноменологической теорией Редже и др.

Однако в последние годы — к радостному удивлению многих теоретиков старшего поколения — на наших глазах происходит подлинное возрождение и подъем квантовополевых направлений в теории элементарных частиц. Одновременно меняется и лицо этой теории, которая становится все менее формализованной и все больше наполняется непосредственным физическим содержанием. Разрыв между теорией элементарных частиц и другими разделами теоретической физики, который остро чувствовался еще совсем недавно, сейчас заметно смягчился, уступая место взаимопониманию и взаимообогащению *).

Одно из наиболее значительных достижений, имеющихся на счету возрожденного квантовополевого подхода, состоит в создании моделей, в которых слабое, электромагнитное и (в предварительной форме) сильное взаимодействия элементарных частиц рассматриваются единым образом. В рамках таких моделей исчезли те расходимости слабого взаимодействия, с которыми прежде не могла справиться процедура перенормировки. Соответственно теория слабого взаимодействия вышла на уровень квантовой электродинамики в смысле возможности выполнить расчет любого эффекта высшего порядка по взаимодействию. В более практическом плане единые теории частиц привели к предсказанию нейтральных токов слабого взаимодействия, ведущих к упругим процессам уже в низшем порядке по слабому взаимодействию. Кроме того, единые теории частиц подкрепили предположения о существовании нового свойства элементарных частиц —«очарования». Впоследствии и то и другое было обнаружено на опыте.

Оказалось, таким образом, что квантовая теория поля не умерла, а пребывала, как Спящая Красавица, в состоянии летаргии. Чтобы ее разбудить, понадобилось, конечно, нечто большее, чем поцелуй сказочного принца. Здесь сказалось воздействие многих факторов, среди которых далеко не последнюю роль сыграло привлечение физических идей, заимствованных из теории многих тел и, в частности, из теории сверхпроводимости.

Нелишне подчеркнуть, что явление сверхпроводимости — это не просто один из многочисленных эффектов физики твердого тела, а, без преувеличения, ярчайший физический феномен, в котором квантовые закономерности проявляются в макроскопическом масштабе. Соответственно и теория сверхпроводимости — это не просто одна из рядовых твердотельных моделей, а фундаментальная физическая теория, основанная на глубоких и весьма общих идеях, уже нашедших себе применение в других разделах теории твердого тела, в теории атомного ядра, в теоретической астрофизике. Недаром появления микроскопической теории сверхпроводимости пришлось ожидать несколько десятилетий.

---

*) Достаточно сказать, что доклад о современной теории элементарных частиц в аудитории теоретиков-«твердотельцев» вызывает сейчас живую заинтересованную реакцию, от которой получает пользу и сам докладчик, а не вежливое молчание, как это было прежде.

В этой статье делается попытка обрисовать общую картину взаимных воздействий теории многих тел (в особенности, теории сверхпроводимости) и теории элементарных частиц за последние четверть века. Основное внимание уделяется той линии взаимных контактов этих теорий, которая прямо ведет к современным единым теориям элементарных частиц. Других важных линий, относящихся, например, к теории фазовых переходов вблизи критической точки, мы практически не касаемся. С другой стороны, мы стремились, чтобы материал статьи, лежащий на стыке теории многих тел и квантовой теории поля, был доступен специалистам и в той и в другой области. По этой причине изложение не содержит многих существенных деталей и ведется на полукачественном уровне, имея своей главной целью дать читателю общее представление о сущности идей и их эволюции. Подробности, относящиеся к изложенным вопросам, можно найти в цитированной литературе.

2. КВАНТОВОПОЛЕВЫЕ МЕТОДЫ ТЕОРИИ МНОГИХ ТЕЛ

Успехи радиоспектроскопии в первые послевоенные годы привели к экспериментальному обнаружению радиационных эффектов (эффектов высшего порядка по взаимодействию электронов и фотонов) в квантовой электродинамике — сдвига атомных уровней Лэмба и аномального магнитного момента электрона. В те же годы начали вступать в строй первые ускорители, способные рождать элементарные частицы (пионы и др.).

Все это стимулировало мощное развитие аппарата релятивистской квантовой теории поля. «Старый» аппарат, копирующий в своей основе нерелятивистскую квантовую механику, оказался плохо приспособленным для расчета эффектов высшего порядка и для проведения программы перенормировки — выделения физически осмысленной части бесконечных выражений.

Методический прогресс, достигнутый в теории элементарных частиц к середине 50-х годов, был огромен (см. переводы оригинальных работ [1] и курсы квантовой теории поля [2]). Физики — теоретики и экспериментаторы — получили в свои руки такой простой, наглядный и емкий образ, как диаграмма Фейнмана *). Расчет эффектов высшего порядка свелся к применению простых и единообразных правил на уровне почти полного автоматизма. Если Вайскопфу в его классической работе [3] для вычисления собственной энергии электрона в низшем порядке теории возмущений понадобились десятки страниц (причем ответ возникал как итог почти полной компенсации многих слагаемых — продольной, поперечной, магнитной и др. энергий), то сейчас расчет той же величины может даваться студенту в виде задачи у доски. Был предложен и ряд «точных» методов, дающих возможность выходить за рамки теории возмущений и проводить исследования общего характера — методы функций Грина, функциональных интегралов, ренормализационной группы и др.

Эти достижения недолго оставались локализованными в рамках теории элементарных частиц. Начиная с середины 50-х годов новые методы квантовой теории поля стали распространяться на теорию многих тел. Понадобились считанные годы для создания гибкого, экономного и эффективного аппарата, приспособленного для решения широкого круга задач макро- и микрофизики (см., например, [4, 5]).

Нужно отметить, что сама возможность использования техники квантовой теории поля опирается на применение в теории многих тел метода вторичного квантования, который был предложен именно в теории многих тел, но затем долгие годы применялся только в теории элементарных частиц. В рамках этого метода различия между системой, состоящей из фиксированного числа нерелятивистских частиц, и релятивистским квантованным полем становятся непринципиальными. Метод вторичного квантования непосредственно имеет дело не с частицами, а с квантованным полем, рождающим или уничтожающим частицы в данной точке пространства; сами же частицы проявляются как кванты этого поля. По этой причине описание системы многих частиц и квантованного поля элементарных частиц проводится одинаковым путем. Это подобие простирается весьма далеко: например, важный процесс возбуждения ферми-системы (переход частицы из занятого на более высокий свободный уровень) принимает вид процесса рождения пары — частицы и «дырки» в распределении Ферми; обратный процесс отвечает аннигиляции этой пары.

Как и в теории элементарных частиц, квантовополевые методы в сильной степени упростили и автоматизировали расчеты эффектов высшего порядка в динамиче-

*) Прообраз диаграмм Фейнмана (в частности, важное условие попятного во времени движения античастицы) появился еще в довоенных работах Зисмана [6].

ских, статистических и кинетических задачах, относящихся к системам многих частиц. В «старой» теории многих тел практиковался целый ряд приближенных методов (методы Хартри — Фока, Дебая — Хюккеля и многих др.), каждый из которых обосновывался по-своему и имел недостаточно ясную область применимости. Теперь эти методы получили единую основу и приобрели смысл различных приближений к точным полевым уравнениям, отвечающих малости соответствующих безразмерных параметров. Соответственно стала выполнимой задача улучшения перечисленных методов и расширения области их применимости.

Широкое применение в теории многих тел получили и упомянутые выше «точные» методы, в особенности метод функций Грина. Эти функции содержат в себе обширную и многостороннюю информацию о системе многих тел, относящуюся как к внутренним свойствам системы (распределения вероятностей физических величин, энергетический спектр), так и к результатам воздействия на нее различных внешних факторов (сечения рассеяния, вероятности возбуждения и т. д.).

Особенно существенно, что функции Грина прямо отвечают важному понятию квазичастицы, с введением которого был связан целый ряд достижений теории многих тел. Благодаря взаимодействию между частицами можно говорить не о состояниях отдельных частиц, а лишь о состоянии системы в целом. Однако при выполнении некоторых условий оказывается возможным перейти на язык особых коллективных образований — квазичастиц, которые ведут себя уже в значительной мере независимым образом. Их квантовые числа те же, что и у исходных частиц, но их спектр (связь между энергией и импульсом) зависит от закона взаимодействия, температуры и т. п. К числу квазичастиц относят также и коллективные образования с иными квантовыми числами, представляющие собой как бы связанные состояния двух, трех и т. д. «обычных» квазичастиц; например, экситон в твердом теле можно рассматривать как связанное состояние электрона и «дырки». Зная, какие квазичастицы имеются в системе и каков их спектр,— а именно эти данные заключены в функциях Грина,— можно получить достаточно полное описание системы многих тел (подробнее см. [4, 5]).

В результате внедрения квантовополевых методов значительно усовершенствовались как вычислительный аппарат, так и система образов и язык теории многих тел. Все это привело к существенному прогрессу во многих разделах этой теории. Наиболее яркий пример, относящийся к достижениям последних лет,— успехи в решении проблемы фазовых переходов вблизи критической точки (см. [7]).

Сказанное в полной мере относится и к теории сверхпроводимости. Квантовополевые методы сыграли важную роль в создании микроскопической теории сверхпроводимости (методы Боголюбова, Горькова — Намбу) и, особенно, в ее дальнейшем развитии [4, 8]. Сегодня трудно найти статью или монографию по соответствующей тематике, где не встречались бы диаграммы Фейнмана, функции Грина и т. п.

Квантовополевые методы — это была ссуда, которую теория многих тел получила от теории элементарных частиц. Далее речь будет идти о том, как теория многих тел погашает эту ссуду. Расплачивается она не менее, а, пожалуй, более ценной валютой — физическими идеями.

3. ЕДИНАЯ ТЕОРИЯ МАТЕРИИ ГЕЙЗЕНБЕРГА

Выше уже говорилось, что к концу 50-х годов возникли сомнения в возможности квантовополевого описания элементарных частиц. Перед многими людьми, задумывавшимися тогда о судьбах теории элементарных частиц, вставал вопрос — не коренятся ли соответствующие трудности в том, что мы пытаемся строить независимые теории отдельных типов взаимодействий (электромагнитного, сильного и т. д.) вместо единой теории, объединяющей все частицы и их взаимодействия. Другими словами, высказывалась надежда на взаимную компенсацию трудностей, присущих теориям отдельных типов взаимодействий, при их объединении в рамках всеобщей теории частиц.

Это, вероятно, было одной из причин того энтузиазма, с которым была встречена программа построения единой теории материи, предложенная в те же годы Гейзенбергом (см. [9]). Он поставил перед собой задачу воплотить неравноправный, «аристократический» принцип строения вещества — ввести некоторые первичные частицы («праматерию»), а все остальные частицы получить как связанные состояния различного числа первичных частиц. Иными словами, все имеющиеся в природе элементарные частицы должны были проявиться как квазичастицы в системе взаимодействующих первичных частиц (см. гл. 2).

Первичные частицы должны иметь спин 1/2 (чтобы получить весь необходимый набор спинов 0, 1/2, 1 . . .) и обязаны взаимодействовать друг с другом (чтобы возникли их связанные состояния). Поэтому фундаментальное уравнение теории Гейзенберга, которому должно подчиняться поле первичных частиц, имеет вид нелинейного уравнения для спинорного поля ψ. Отправляясь от обычного уравнения Дирака *)

$$(i\gamma\partial - m)\psi = 0 \qquad (1)$$

(γ — матрицы Дирака, m — масса частиц, ∂ — четырехмерный градиент), мы приведем уравнение Гейзенберга в его простейшей форме

$$[i\gamma\partial - \lambda(\bar{\psi}\psi)]\psi = 0, \qquad (2)$$

где λ — некоторая константа связи.

Нужно специально подчеркнуть, что в уравнении (2) отсутствует член с массой частицы (см. (1)). Этим достигнута не только простота уравнения. Дело в том, что уравнение (2), как фундаментальное уравнение природы, должно обладать наивысшей возможной симметрией (см. также ниже гл. 8). Между тем член с массой нарушал бы инвариантность уравнения относительно целого ряда преобразований (преобразования $\psi \to \gamma_5\psi$, где γ_5 — пятая матрица Дирака, масштабного преобразования $x \to \theta x$, $\psi \to \theta^{-1/2}\psi$, где θ — некоторое число, и др.). Забегая вперед, отметим, что отсюда вовсе не следует, что первичные частицы, поле которых удовлетворяет уравнению (2), обязательно будут безмассовыми; этот вопрос специально обсуждается в гл. 8.

На пути осуществления программы Гейзенберга встретились большие трудности, связанные главным образом с невозможностью устранить присущие уравнению (2) расходимости с помощью обычного метода перенормировок. Поэтому, несмотря на отдельные успехи (например, получение близкого к опытному значения постоянной тонкой структуры), программа Гейзенберга осталась нереализованной (см., однако, ниже гл. 8). Тем не менее, она оказала немаловажное идейное воздействие на последующее развитие теории элементарных частиц и послужила одним из звеньев в той цепи событий, которые привели к сегодняшнему прогрессу в этой теории. Одна из наиболее существенных идей такого рода связана с проблемой симметрии.

Гейзенберг с самого начала столкнулся со следующей трудностью. Все было бы относительно просто, если бы все типы взаимодействий элементарных частиц обнаруживали одинаковую степень симметрии. Тогда нужно было бы подчинить этой симметрии фундаментальное уравнение теории; одновременно та же симметрия проявилась бы во взаимодействии любых квазичастиц. Но хорошо известно, что взаимодействия элементарных частиц характеризуются как раз неодинаковой степенью симметрии: при переходе от сильного взаимодействия к электромагнитному теряется изотопическая симметрия, при последующем переходе к слабому взаимодействию перестает работать закон сохранения четности и т. д. Гейзенберг прекрасно понимал, что немыслимо придумать сколько-нибудь простое фундаментальное уравнение, которое бы автоматически обнаруживало разную степень симметрии во взаимодействии квазичастиц различного типа.

Но недаром Гейзенберг был автором теории ферромагнетизма и делал (правда, неудачные) попытки создать теорию сверхпроводимости. Именно эти теории и подсказали ему выход из положения, который состоял в привлечении идеи о спонтанном нарушении симметрии, уже давно разрабаты-

*) Используется система единиц, в которой $\hbar = c = 1$.

вавшейся в тех разделах теории многих тел, где изучаются упорядоченные состояния, фазовые переходы и т. п.

Сейчас нам придется сделать довольно длинное отступление в область теории многих тел и рассмотреть с необходимой для дальнейшего степенью подробности общую теорию спонтанного нарушения симметрии и ее конкретную реализацию в теории сверхпроводимости. К теории Гейзенберга мы еще вернемся в гл. 8.

4. СПОНТАННОЕ НАРУШЕНИЕ СИММЕТРИИ

Теория многих тел рассматривает особый класс упорядоченных состояний систем многих частиц, когда возникает некоторая макроскопическая величина (параметр порядка), понижающая симметрию таких состояний. Простейшим примером упорядоченного состояния может служить ферромагнетик; его суммарный магнитный момент, играя роль параметра порядка, выделяет определенное направление в пространстве и нарушает тем самым вращательную симметрию. Другой пример — кристаллическое состояние твердого тела, где параметром порядка служит отклонение плотности ионов, образующих кристаллическую решетку, от однородного распределения. Здесь благодаря выделенному положению в пространстве узлов решетки нарушается трансляционная (а также и вращательная) симметрия системы. Более важный для дальнейшего, но одновременно и более сложный пример сверхпроводника будет рассмотрен отдельно в гл. 7

Существенно, что симметрия упорядоченного состояния ниже симметрии, которой обладает гамильтониан системы. Так, в простейшем случае микроскопические уравнения теории ферромагнетизма и теории кристалла полностью однородны и изотропны. Поэтому упорядоченные состояния отвечают таким решениям уравнений динамики, которые менее симметричны, нежели сами эти уравнения.

В том, что это возможно, убеждает уже следующий элементарный пример. Рассмотрим уравнение Ньютона для свободной материальной точки $\ddot{\mathbf{x}} = 0$, которое, очевидно, и трансляционно и вращательно инвариантно. Однако его решение $\mathbf{x} = \mathbf{x}_0 + \mathbf{v}t$ выделяет и определенную точку в пространстве ($\mathbf{x}_0$) и определенное направление ($\mathbf{n} = \mathbf{v}/v$). Здесь одной и той же энергии частицы отвечает целый набор ее возможных движений, отличающихся значениями $\mathbf{x}_0$ и $\mathbf{n}$. В целом этот набор симметричен относительно трансляций и вращений, но начальные условия «выбирают» из него движение с выделенными значениями $\mathbf{x}_0$ и $\mathbf{n}$.

Применительно к упорядоченному состоянию системы многих частиц речь должна идти о вырождении состояния системы (при нулевой температуре — основного состояния, вакуума), когда ему отвечает целый набор состояний той же энергии. В целом этот набор обладает полной симметрией гамильтониана, но под воздействием данного преобразования симметрии состояния этого набора не остаются неизменными, а переходят в другие состояния того же набора. Именно в условиях вырождения система оказывается неустойчивой, аномально чувствительной по отношению к малым внешним воздействиям, снимающим вырождение *). Поэтому существует такое воздействие, которое, несмотря на свою малость, приведет к вполне ощутимым последствиям — выделит и реализует лишь

*) Формально это можно видеть, рассматривая отклик системы на малое воздействие по теории возмущений: переходам внутри указанного набора отвечают малые энергетические знаменатели, величина которых определяется расщеплением уровней, т. е. величиной порядка самого внешнего воздействия.

одно из состояний полного набора, имеющее более низкую симметрию, чем сам гамильтониан.

В случае изотропного ферромагнетика такой набор объединяет состояния со всевозможными направлениями магнитного момента: свободно подвешенному ферромагнетику можно придать любое направление, не затрачивая на поворот энергии, что и отражает вырождение состояния системы. Малое внешнее магнитное поле снимает вырождение и реализует такое состояние ферромагнетика, которому отвечает направление магнитного момента, совпадающее с направлением поля. В случае кристалла объединены его состояния, отвечающие всевозможным расположениям решетки в пространства. Малое внешнее электрическое поле снимает вырождение и фиксирует положение решетки.

Сказанное и приводит нас к картине спонтанного нарушения симметрии, которое возникает не благодаря асимметрии динамики системы и не из-за асимметрии макроскопических внешних воздействий, а вследствие реализации лишь одной из составляющих (в целом симметричного) набора состояний одинаковой энергии.

Явление спонтанного нарушения симметрии на первый взгляд противоречит общему закону П. Кюри «Симметрия следствия не ниже симметрии причины». Однако, понимая под следствием само спонтанное нарушение, мы должны считать причиной не только симметричную динамику, но и то малое воздействие, которое выделяет одно из состояний полного набора. Как ни мало это воздействие в энергетическом смысле, оно играет роль «спускового крючка» и ведет к вполне конечным последствиям.

5. ФЕНОМЕНОЛОГИЯ УПОРЯДОЧЕННЫХ СОСТОЯНИЙ И ФАЗОВОГО ПЕРЕХОДА

Макроскопические (сильные) внешние воздействия на систему многих тел влияют на степень ее упорядоченности. Одни из таких воздействий влияют на параметр порядка непосредственно, меняя его величину в обе стороны — увеличивая или уменьшая этот параметр в упорядоченном состоянии, а также приводя к появлению параметра порядка в неупорядоченном без внешнего воздействия состоянии системы (вынужденное нарушение симметрии). Примером может служить воздействие сильного магнитного поля на ферромагнетик. Воздействия другого типа не сказываются прямо на параметре порядка, но, меняя характеристики системы, влияют в конечном счете и на величину этого параметра. Важнейший пример — воздействие достаточно высокой температуры $T \geqslant T_c$ (T_c — критическая температура), ведущее к исчезновению (из-за тепловых флуктуаций) параметра порядка и к восстановлению симметрии. Это прямо следует из условия минимума свободной энергии $F = E - TS$: при больших T, независимо от вида энергии E, выгодно увеличение энтропии S, т. е. разупорядочение системы.

Такой фазовый переход от упорядоченного к неупорядоченному состоянию, как и сами эти состояния, удобно описывать на языке простой феноменологической модели. Рассмотрим свободную энергию $F(\Psi)$, как функцию параметра порядка Ψ, которая имеет минимум по Ψ в состоянии равновесия; при $T = 0$ нужно говорить об энергии системы. Интересуясь спонтанным нарушением симметрии относительно некоторого преобразования, следует считать динамическую характеристику системы — величину $F(\Psi)$ — не меняющейся при таком преобразовании, т. е. зависящей только от его инвариантов, выраженных через параметр порядка. Зададимся целью построить простейшее выражение для $F(\Psi)$, которое вело бы при одних условиях к неупорядоченному состоянию $\Psi = 0$, а при других — к упорядоченному состоянию с нарушением рассматриваемой симметрии. Это же выражение будет, очевидно, описывать и сам фазовый переход от одного из таких состояний к другому.

Самый простой случай отвечает симметрии относительно отражения $\Psi \to -\Psi$, где Ψ — действительная скалярная величина. Считая вначале, что Ψ не зависит от координат, имеем единственный инвариант преобразования — величину Ψ^2. Если его значения относительно малы, то можно ограничиться разложением функции $F(\Psi)$ в ряд

$$F(\Psi) = F_0 + \alpha\Psi^2 + \beta\Psi^4. \tag{3}$$

Считая $\beta > 0$, легко видеть, что при $\alpha > 0$ равновесное значение Ψ равно нулю и мы имеем дело с неупорядоченным состоянием (рис. 1,*1*). Однако при $\alpha < 0$ состояние системы вырождено по знаку Ψ — имеется два минимума одинаковой глубины, отвечающие $\Psi = \pm(-\alpha/2\beta)^{1/2}$ (рис. 1,*2*). Малое внешнее воздействие, делающее один из минимумов хотя бы чуть глубже другого, реализует состояние со спонтанным нарушением исходной симметрии. Для случая, когда Ψ — медленно меняющаяся функция координат, добавляется инвариант $(\nabla\Psi)^2$ и вместо (3) возникает разложение

$$F(\Psi) = F_0 + \alpha\Psi^2 + \beta\Psi^4 + \gamma(\nabla\Psi)^2. \qquad (3')$$

Более важна для дальнейшего симметрия относительно «глобального» калибровочного преобразования $\Psi \to \Psi \exp(i\chi)$, где χ — постоянная действительная фаза; о такой симметрии можно говорить, если Ψ — комплексный параметр порядка. Это преобразование, относящееся, в отличие от отражения, к разряду непрерывных, имеет инварианты $|\Psi|^2$ и $|\nabla\Psi|^2$. Соответственно разложение (3′) заменяется следующим:

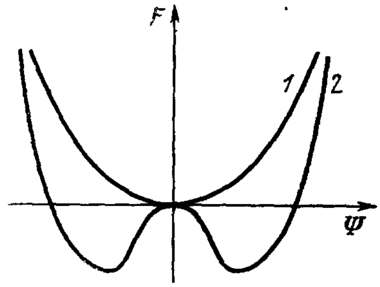

Рис. 1.

$$F = F_0 + \alpha|\Psi|^2 + \beta|\Psi|^4 + \gamma|\nabla\Psi|^2; \qquad (4)$$

здесь имеется вырождение по фазе θ параметра порядка $\Psi = |\Psi|\exp(i\theta)$, а спонтанное нарушение отвечает фиксации этой фазы. Геометрически мы должны теперь рассматривать тело вращения, получающееся из кривой рис. 1 ее вращением вокруг оси ординат. Кривой *2* рис. 1 отвечает теперь круговой желоб («донышко бутылки»), глубина которого не зависит от азимутального угла, совпадающего с фазой θ. Малая ямка на дне желоба при некотором значении угла фиксирует соответствующую величину фазы θ.

Изложенные соображения лежат в основе феноменологической теории Ландау (см. [10]), описывающей широкий круг фазовых переходов 2-го рода. В этой теории величина α принята равной простейшей функции $a(T - T_c)$ $(a > 0)$, переходящей с ростом T от отрицательных значений к положительным в точке $T = T_c$. При приближении к этой точке параметр порядка плавно стремится к нулю, оставаясь равным нулю при бо́льших температурах. Это и означает принадлежность перехода ко 2-му роду (рис. 2,*а*).

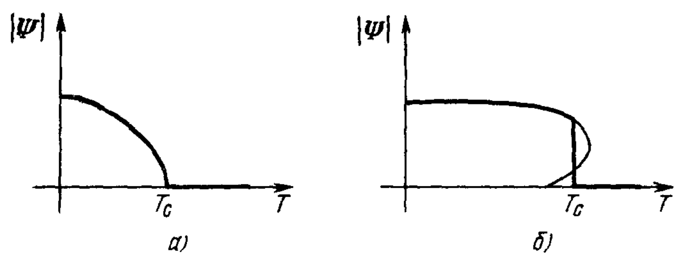

Рис. 2.

Альтернативное описание фазового перехода основано на том, что кривая *1* рис. 1 при $T = 0$ имеет смысл эффективной потенциальной энергии системы. Максимум этой кривой отвечает неустойчивому неупорядоченному основному состоянию системы, минимумы — перестроенному благодаря появлению параметра порядка устойчивому, основному состоянию; глубина этих минимумов определяет выигрыш в энергии в результате такой перестройки. Пока $T > T_c$, средняя энергия системы, с учетом ее тепловой составляющей, лежит выше центрального горба кривой и реализуется симметричное состояние с $\Psi = 0$ (система проводит одинаковое время в состояниях, отличающихся знаком Ψ). Однако при $T < T_c$ энергия опускается ниже центрального горба и состояние системы попадает в один из минимумов кривой, что и соответствует спонтанному нарушению симметрии.

Теория Ландау, исходящая из малости Ψ, несправедлива далеко от критической точки. Непригодна она и в самой окрестности T_c. Дело в том, что в этой области упорядоченная и неупорядоченная фазы вещества отличаются друг от друга столь мало, что на передний план выдвигаются не учитываемые теорией Ландау флуктуации параметра порядка, переводящие одну фазу в другую. Именно в описании таких флуктуаций и состоял тот успех теории многих тел, о котором упоминалось в гл. 2.

Флуктуации параметра порядка могут привести к превращению фазового перехода 2-го рода (плавное исчезновение Ψ, отсутствие скрытой теплоты перехода) в фазовый переход 1-го рода (скачкообразное исчезновение Ψ, наличие хотя бы малой скрытой теплоты). В простейшем случае дело сводится к такому нарушению неявного предположения об аналитичности функции $F(\Psi)$ (оно делалось выше при разложении этой функции в ряд по инвариантам), которое проявляется в возникновении в правой части (3) дополнительного члена $(\Psi^2)^{3/2}$ с отрицательным коэффициентом. Благодаря этому функция $F(\Psi)$ приобретает дополнительный минимум (рис. 3), который касается оси абсцисс при конечном значении Ψ. Это и ведет к скачкообразному исчезновению параметра порядка в точке T_c (рис. 2, *б*). Мы столкнемся с эффектом такого рода ниже.

Отметим в заключение этого раздела, что спонтанное нарушение симметрии относительно непрерывного преобразования сопровождается появлением квазичастицы, энергия которой обращается в нуль вместе с импульсом. Говорят также об акустическом (бесщелевом) спектре квазичастицы или, имея в виду релятивистскую формулу $E=\sqrt{p^2+m^2}$, о равной нулю ее массе. Это — известная теорема Голдстоуна (см. также ниже). На классическом языке частица Голдстоуна отвечает колебаниям того параметра, по которому вырождена энергия системы. Именно поэтому для рождения такой частицы с нулевым импульсом не требуется затраты энергии *). Для ферромагнетика частицей Голдстоуна служит спиновая волна (колебания направления магнитного момента), для кристалла — звук (колебания положений ионов решетки).

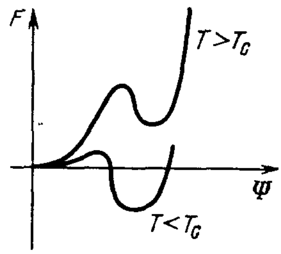

Рис. 3.

Иногда говорят, что появление частицы Голдстоуна ведет к восстановлению спонтанно нарушенной симметрии. Это нужно понимать следующим образом. Как уже говорилось, суть спонтанного нарушения состоит в выделении одного из состояний, входящих в симметричный в целом набор. Частица же Голдстоуна отвечает переходам внутри этого набора и ее появление ведет к перемешиванию входящих в него состояний. Теорему Голдстоуна легко проиллюстрировать на примере упорядоченной системы с комплексным параметром порядка (см. выше), для которой частица Голдстоуна отвечает колебаниям фазы θ этого параметра. Вырождение по θ означает, что свободная энергия не зависит от постоянной фазы θ и потому, будучи разложена по малым отклонениям фазы $\delta\theta$, содержит член $(\nabla\delta\theta)^2$, но не просто $(\delta\theta)^2$. Минимизация F по $\delta\theta$ дает статическое (отвечающее равной нулю энергии) уравнение колебаний $\nabla^2\delta\theta=0$, которое и ведет к выводу о равенстве нулю импульса квазичастицы.

6. БОЗЕ-КОНДЕНСАЦИЯ

С простейшим примером упорядоченного состояния с комплексным параметром порядка мы сталкиваемся в явлении бозе-конденсации идеального нерелятивистского газа, состоящего из большого, но фиксированного числа бозе-частиц (см. [10]). Рассмотрев здесь это явление, мы перейдем затем к родственному, но более сложному явлению сверхпроводимости.

Введем оператор бозе-поля

$$\psi(\mathbf{x})=\sum_p a_p\exp(i\mathbf{p}\mathbf{x}), \tag{5}$$

где a_p — оператор уничтожения частицы в состоянии с импульсом $\mathbf{p}$ и энергией $E_p=p^2/2m$. Заполнение уровней при произвольной температуре T дается числами заполнения

$$n_p=\langle a_p^+a_p\rangle=\left[\exp\left(\frac{E_p-\bar\mu}{T}\right)-1\right]^{-1}, \tag{6}$$

где $\bar\mu$ — химический потенциал, определяемый равенством $\sum\limits_p n_p=N$, N — полное число частиц. Символ

$$\langle\ldots\rangle=\frac{\operatorname{Sp}[\ldots\exp(-H/T)]}{\operatorname{Sp}[\exp(-H/T)]}$$

означает усреднение по распределению Гиббса (H — гамильтониан); при $T=0$ этот символ переходит в среднее по основному состоянию системы $\langle 0|\ldots|0\rangle$, где $|0\rangle$ — волновая функция этого состояния.

Сущность явления бозе-конденсации выясняется, если устремить величину N к бесконечности и следить за поведением в этом пределе доли полного числа частиц

*) Теорема Голдстоуна может быть несправедлива для систем с дальнодействующими (кулоновскими) силами, где как раз при малых импульсах резко нарастает роль взаимодействия между частицами.

$\nu_p = n_p/N$, приходящейся на данный уровень. Из формулы (6) можно усмотреть следующее: а) при всех температурах нижний уровень $\mathbf{p} = 0$ содержит больше частиц, чем любой другой; б) при всех температурах для каждого из верхних уровней $\mathbf{p} \neq 0$ величина ν_p стремится к нулю; в) при $T \gg T_c$ (T_c — критическая температура бозе-конденсации) и для нижнего уровня предел величины ν_0 равен нулю; г) при $T < T_c$ на нижнем уровне скапливается конечная доля всех частиц $\nu_0 \to \mathrm{const}$ и одновременно $\bar{\mu} \to 0$ (только при этом условии $n_0 \backsim N \to \infty$ см. (6)). В этом и состоит явление бозе-конденсации при $T < T_c$, которое вызвано «переполнением» верхних уровней, уже не способных в совокупности удержать на себе число частиц, стремящееся в пределе к N. Именно поэтому нижний уровень заполняется макроскопически большим, сравнимым с N числом частиц, которые, как часто говорят, составляют вместе бозе-конденсат.

Формальным проявлением бозе-конденсации является возможность рассматривать операторы a_0 и a_0^+ (см. (5)) как классические величины. Это ясно из того, что их коммутатор $[a_0^+, a_0] = 1$ исчезает по сравнению с их произведением $n_0 = \langle a_0^+ a_0 \rangle \backsim \backsim N \to \infty$. По этой причине можно положить $\langle a_0 \rangle = a_0$, $\langle a_p \rangle = 0$ ($\mathbf{p} \neq 0$) и усреднение оператора поля (5) по Гиббсу дает $\langle \psi \rangle = a_0$. Отсюда мы получаем разбиение оператора поля на конденсатную и «надконденсатную» части

$$\psi = \langle \psi \rangle + \psi', \tag{7}$$

где ψ' имеет вид (5), но с суммированием лишь по уровням с $\mathbf{p} \neq 0$. Наличие в операторе поля классического слагаемого характерно для явления бозе-конденсации и в общем случае, когда есть внешнее поле, взаимодействие между частицами и т. п. Именно такое слагаемое описывает, например, сверхтекучесть жидкого He^4 при достаточно низких температурах.

Величина $\Psi = \langle \psi \rangle$ и служит комплексным параметром порядка для случая бозе-конденсации. И в этом случае спонтанно нарушается симметрия относительно калибровочного преобразования $\psi \to \psi \exp(i\chi)$, которой обладает гамильтониан бозе-системы. И здесь имеется вырождение по фазе параметра порядка, а нарушение симметрии состоит в фиксации этой фазы. На физическом языке появление параметра порядка при бозе-конденсации, которым, по существу, является классическая когерентная волна де Бройля нижнего состояния системы, связано с взаимной фазировкой частиц, севших на нижний уровень,— они образуют состояние с единой фиксированной фазой, а не случайный набор квантов.

Иногда говорят, что при бозе-конденсации нарушается закон сохранения числа частиц, который прямо связан с калибровочным преобразованием *). Это, конечно, не значит, что происходит рождение частиц «из ничего» или их уничтожение. Просто о бозе-конденсате имеет смысл говорить лишь в пределе $N \to \infty$, а сам он играет роль бесконечно емкого резервуара частиц, «не замечающего» убыли или прибавления конечного их числа. О том же говорит исчезновение химического потенциала $\bar{\mu} = \partial F/\partial N$, где F — свободная энергия системы.

Выше уже отмечалось, что в рассматриваемом случае системы с фиксированным числом частиц бозе-конденсация происходит из-за «переполнения» верхних уровней системы. Соответственно, в системе, где число частиц может меняться, бозе-конденсация вовсе не обязательна; ее нет, например, для системы фотонов, находящихся в тепловом равновесии. Однако и в системе с переменным числом бозе-частиц динамика взаимодействий частиц может привести к «принудительной» бозе-конденсации, когда станет энергетически выгодным макроскопическое заполнение нижнего уровня. Именно так во всяком случае обстоит дело, если справедливо разложение Ландау (4) и есть область температур, где коэффициент α отрицателен. Простой пример «принудительной» бозе-конденсации (на уровень с $\mathbf{p} \neq 0$) — генерация когерентной лазерной волны для фотонов в среде с инверсной заселенностью. Ниже мы рассмотрим и другие примеры, относящиеся к сверхпроводнику и к скалярным моделям теории поля.

7. СВЕРХПРОВОДИМОСТЬ

Переходим к рассмотрению явления сверхпроводимости, прямо связанного с бозе-конденсацией[4, 8]. Электроны металла (или нуклоны атомного ядра) подчиняются статистике Ферми и сами по себе конденсироваться не могут. Однако при выполнении некоторых условий **) они способны объединяться в пары (куперовское «спаривание»), а уже эти

*) Действительно, читая левую часть неравенства $\langle 0 \mid \psi \mid 0 \rangle \neq 0$ справа налево, мы видим, что, действуя на основное состояние оператором уничтожения, т. е. уменьшая в нем число частиц на единицу, мы, тем не менее, возвращаемся к исходному состоянию.

**) Грубо говоря, при наличии притяжения между частицами.

пары, обладая свойствами частиц Бозе, могут конденсироваться на нижнем уровне. Нужно только подчеркнуть, что пары Купера не следует рассматривать слишком буквально — это не связанные комплексы типа молекулы, а просто сильно коррелированные состояния пары частиц.

На случай сверхпроводника переносится бо́льшая часть сказанного выше о бозе-системе. Параметром порядка здесь служит среднее от оператора куперовской пары

$$\Psi = \langle \psi_+ \psi_- \rangle, \tag{8}$$

где ψ — оператор ферми-поля электронов, индексы ($\pm$) отвечают импульсам $\pm\mathbf{p}$ и проекциям спина $\pm 1/2$ (суммарные импульс и спин пары в отсутствие тока равны нулю). Микроскопические уравнения, лежащие в основе теории сверхпроводимости, и, в частности, нередко используемое уравнение, отвечающее контактному взаимодействию электронов:

$$\left[i \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\nabla^2}{2m} - \lambda (\bar{\psi}\psi) \right] \psi = 0, \tag{9}$$

инвариантны относительно калибровочного преобразования. Появление параметра порядка (8) с фиксированной фазой нарушает эту инвариантность. Колебания этой фазы отвечают частице Голдстоуна в сверхпроводнике («подщелевой» звук; см., однако, сноску в гл 5).

Бозе-конденсация куперовских пар радикально сказывается на спектре квазичастицы-электрона вблизи границы заполнения Ферми (энергия E_F, импульс p_F), где в основном и происходит образование пар. Переводя уравнение (9) в импульсное представление, находим соотношение $E_F = (p_F^2/2m) + \lambda \langle \bar{\psi}\psi \rangle$, а с его помощью символическое равенство

$$E - E_F = \frac{p^2 - p_F^2}{2m} + \lambda \, (\bar{\psi}\psi - \langle \bar{\psi}\psi \rangle).$$

Возводя обе его части в квадрат, проводя усреднение и учитывая, что согласно теореме Вика $\langle (\bar{\psi}\psi)^2 \rangle - \langle \bar{\psi}\psi \rangle^2 = |\Psi|^2$ (см. (8)), получаем, заменяя вблизи границы Ферми $(p^2 - p_F^2)/2m \to v\,(p - p_F)$, где $v = p_F/m$ — скорость на этой границе,

$$E - E_F = \pm \sqrt{v^2 (p - p_F)^2 + \lambda^2 |\Psi|^2}. \tag{10}$$

Здесь знак перед корнем определяется знаком разности $p - p_F$, что соответствует либо электрону в незаполненной области энергии, либо «дырке» в заполнении Ферми.

Формула (10) показывает, что разрешенные области энергии разделены «энергетической щелью» $2\Delta = 2\lambda\, |\Psi|$. Физически эта величина отвечает энергии связи куперовской пары: такую энергию нужно затратить, чтобы, разорвав пару, получить электрон в несвязанном состоянии. Наличие щели означает определенную «жесткость» состояния электронов сверхпроводника, их невосприимчивость к внешним воздействиям не слишком большой силы. Именно на этом пути можно понять замечательные особенности сверхпроводника: отсутствие джоулевых потерь, эффект Мейсснера, о котором будет идти речь ниже, и др.

Указанная «жесткость» связана с тем, что для возбуждения электронной компоненты сверхпроводника нужно затратить, как минимум, энергию 2Δ. В самом деле, такое возбуждение сводится к созданию пары электрон — «дырка», суммарная энергия которых равна, согласно (10), арифметической сумме радикалов, входящих в эту формулу и отвечающих, соответственно, электрону и «дырке». Подчеркнем, что отношение такой энергии возбуждения к суммарному импульсу электрона и «дырки» ограничено снизу конечной величиной, равной Δ/p_F. Это означает, что в сверхпроводнике выполнен известный критерий сверхтекучести Ландау (см. [10]), а сверхтекучесть электронов — это и есть сверхпроводимость.

При выполнении некоторых условий (в частности, при температурах близких к T_c *)) сверхпроводимость описывается феноменологической теорией, основанной на уравнении (4) с параметром порядка (8). При наличии внешнего магнитного поля $\mathbf{H}$ (его вектор-потенциал $\mathbf{A}$) в этом уравнении нужно сделать замену $\nabla \to \nabla - ie\mathbf{A}$, где e — суммарный заряд куперовской пары, и добавить энергию магнитного поля

$$F = F_0 + \alpha\,|\Psi|^2 + \beta\,|\Psi|^4 + \gamma\,|(\nabla - ie\mathbf{A})\,\Psi|^2 + \frac{H^2}{8\pi}. \tag{11}$$

Это выражение (с заменой, по аналогии с формулой для кинетической энергии, величины γ на $1/2m$, где m — масса пары) лежит в основе полуфеноменологической теории Гинзбурга — Ландау (см. [11], а также [4, 12]). Добавляя к выражению (11) энергию $-\mathbf{jA}$ внешних токов $\mathbf{j}$ и варьируя по Ψ и $\mathbf{A}$, находим уравнения Гинзбурга — Ландау

$$[(\nabla - ie\mathbf{A})^2/2m - \alpha - 2\beta\,|\Psi|^2]\,\Psi = 0, \tag{12а}$$

$$\nabla^2\mathbf{A} - \frac{4\pi e^2\,|\Psi|^2}{m}\,\mathbf{A} = 2\pi ie\,(\overline{\Psi}\nabla\Psi - \nabla\overline{\Psi}\Psi) - 4\pi\mathbf{j}. \tag{12б}$$

Отсюда следует, в частности, что однородное в пространстве распределение тока $\mathbf{j}$ ведет к также не зависящим от координат распределениям Ψ и $\mathbf{A}$, причем $\mathbf{A} = m\mathbf{j}/e^2\,|\Psi|^2$ (эквивалент уравнения Лондонов, см. [12]). Подстановка этого соотношения в (12а) показывает, что к величине α добавляется положительное слагаемое $mj^2/e^2\,|\Psi|^4$. Отсюда ясно, что с ростом тока величина параметра порядка падает и при достаточной величине тока происходит восстановление симметрии. Таким образом, ток, как и температура, разрушает сверхпроводящий порядок. Это связано с ростом электродинамической энергии конденсата (член $e^2\,|\Psi|^2 A^2$ в (11)), которая в конце концов перекрывает выигрыш в энергии за счет самой бозе-конденсации (см. раздел 4).

Из сказанного видно, что при $\mathbf{j} = 0$ магнитное поле внутри сверхпроводника (вдалеке от его границ) отсутствует. Вблизи же границы уравнение (12б) дает решение $\exp(-\varkappa x)$, экспоненциально затухающее внутрь сверхпроводника; здесь x — расстояние от границы, величина $\varkappa^2 = 4\pi e^2\,|\Psi|^2/m$ определяет глубину проникновения поля. В непроникновении поля внутрь сверхпроводника и состоит уже упоминавшийся эффект Мейсснера [12]. Физически он объясняется тем, что при включении поля в сверхпроводнике наводятся индукционные токи (второй член в левой части (12б)), экранирующие, по правилу Ленца, внешние источники поля и, в отличие от нормального металла, не затухающие со временем.

Эффект Мейсснера ведет к неоднородной конфигурации поля, которая энергетически невыгодна. Поэтому, как и в только что рассмотренном случае внешнего тока, внешнее магнитное поле уменьшает величину параметра порядка. При достаточной величине поля сверхпроводимость (и сам эффект Мейсснера) исчезает и поле заполняет весь объем сверхпроводника.

Протекание этого процесса существенно зависит от относительной величины двух характерных для сверхпроводника длин: глубины проникновения поля $\varkappa^{-1}$ (см. выше) и эффективного размера куперовской пары $(m\alpha)^{-1/2}$ (размера области характерного изменения Ψ; см. (12а)). Оказывается, что отношение этих длин — параметр Гинзбурга — Ландау —

*) Эта критическая температура, выше которой сверхпроводимости нет, совпадает по порядку величины с энергетической щелью Δ.

определяет знак поверхностной энергии на границе между нормальной и сверхпроводящей фазами вещества. Если этот параметр меньше единицы (сверхпроводник 1-го рода), то поверхностная энергия положительна и уже сравнительно небольшое магнитное поле однородным образом проникает внутрь сверхпроводника, разрушая сверхпроводящий порядок. Если же параметр Гинзбурга — Ландау больше единицы и поверхностная энергия отрицательна (сверхпроводник 2-го рода), то энергетически выгодно чередование нормальной и сверхпроводящей фаз в пространстве. Поле в этом случае проникает внутрь сверхпроводника, локализуясь внутри особых вихревых нитей (вихрей Абрикосова), образующих внутри металла правильную решетку. Каждая нить имеет радиус порядка размера куперовской пары (и потому «разбухает» при приближении к температуре T_c или при увеличении магнитного поля) и несет магнитный поток, равный величине $1/e$. Физическое объяснение причины возникновения нитей связано с эффектом Мейсснера: выталкивание магнитного поля ведет к его концентрации в минимальном (при заданном потоке) объеме. В пространстве между нитями сверхпроводимость сохраняется и ее окончательное разрушение происходит в столь сильных полях (до нескольких сотен килогаусс), когда сами нити полностью смыкаются друг с другом. Именно на этом основано широкое практическое применение сверхпроводников 2-го рода в сверхпроводящих магнитах ускорителей, МГД-генераторов и других устройств.

8. «СВЕРХПРОВОДЯЩИЕ» МОДЕЛИ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

Завершив на этом несколько затянувшийся, но необходимый экскурс в область теории многих тел, вернемся к теории Гейзенберга (см. гл. 3). Идея о спонтанном нарушении симметрии действительно позволяет, по крайней мере в принципе, разрешить трудность этой теории, связанную с различной степенью симметрии взаимодействий элементарных частиц. С этой целью нужно выбрать фундаментальное уравнение единой теории материи (см. (2)) обладающее максимальной степенью симметрии, а необходимые нарушения симметрии для взаимодействий соответствующих квазичастиц должны происходить спонтанным образом, путем реализации решений с неполной симметрией. Появляющиеся при этом частицы Голдстоуна можно было бы отождествить с имеющимися в природе безмассовыми частицами (например, с фотоном при спонтанном нарушении изотопической симметрии; см. в этой связи [13]).

Один из наиболее важных механизмов спонтанного нарушения симметрии в рамках программы Гейзенберга был предложен в начале 60-х годов Намбу и Иона-Лазинио [14] и Ваксом и Ларкиным [15]. Он был заимствован из созданной незадолго до этого микроскопической теории сверхпроводимости Бардина, Купера и Шриффера (сокращенно БКШ; см. [4,8]).

Уравнение Гейзенберга (2) и уравнение (9), на котором основана теория сверхпроводимости, обнаруживают очень близкое сходство. Соответственно, и в теории Гейзенберга, в случае притяжения между первичными частицами, происходит спонтанное нарушение симметрии в результате образования куперовских пар первичных частиц и их бозе-конденсации с появлением параметра порядка, подобного (8). К этому выводу ведет применение к уравнению (2) стандартного аппарата теории сверхпроводимости, которое дает соотношения, представляющие собой релятивистское обобщение обычных «сверхпроводящих» формул. Необходимо только провести «обрезание» расходящихся интегралов на некоторой предельной энергии. Любопытно отметить, что аналогичное «обрезание» имеется и в обычной теории сверхпроводимости, где оно имеет прямой физический пониманием факта, что для мира элементарных частиц типично некоторое нарушение большинства типов симметрии (кроме релятивистской инвариантности, закона сохранения электрического заряда и т. п.). Именно тогда были сформулированы постановка проблемы спонтанного нарушения симметрии в квантовой теории поля [21], теорема Голдстоуна [22] и др. Это в свою очередь привело к более глубокому пониманию спонтанного нарушения симметрии в теории многих тел и, в частности, в теории сверхпроводимости.

Голдстоуном же был введен в квантовую теорию поля новый механизм спонтанного нарушения симметрии, отличающийся от механизма БКШ тем, что происходит принудительная бозе-конденсация не пар Купера, а «готовых» бозе-частиц (см. гл. 6). Модель Голдстоуна отвечает самодействующему скалярному полю φ с отрицательным квадратом массы и описывается лагранжианом

$$L = |\partial\varphi|^2 + \mu^2 |\varphi|^2 - \lambda |\varphi|^4. \tag{13}$$

Структура этого выражения была подсказана так называемой сигма-моделью (см. [23]), послужившей другим истоком упоминавшейся выше теории PCAC. Однако, находя из (13) соответствующую энергию статического поля

$$E = |\nabla\varphi|^2 - \mu^2 |\varphi|^2 + \lambda |\varphi|^4,$$

мы видим, что модель Голдстоуна — это не что иное, как конкретная реализация феноменологической теории Ландау (см. выше (3')). При этом отрицательный знак квадрата массы частицы соответствует отрицательному знаку величины α в (3').

В модели Голдстоуна возникает упорядоченное состояние (бозе-конденсат) с комплексным параметром порядка $\Psi = \langle\varphi\rangle$. В случае слабой связи $\lambda \ll 1$ вычисления можно довести до конца. Ограничиваясь пока случаем $T = 0$, запишем уравнение поля, следующее из (13):

$$[\partial^2 - \mu^2 + 2\lambda |\varphi|^2]\,\varphi = 0, \tag{14}$$

и, как и в случае нерелятивистской бозе-системы (см. (7)), положим

$$\varphi = \Psi + \varphi', \quad \Psi = \langle 0 | \varphi | 0\rangle. \tag{15}$$

Подставляя (15) в (14), усредняя по вакууму и опуская средние типа $\langle 0 |(\bar{\varphi}')^n (\varphi')^m | 0\rangle$ с $m \neq n$, находим уравнение для параметра порядка

$$\Psi\,[\mu^2 - 4\lambda \langle 0 || \varphi' |^2 | 0\rangle - 2\lambda |\Psi|^2] = 0. \tag{16}$$

Второй член в скобках, описывающий флуктуации поля около его среднего значения Ψ, нужно учитывать лишь при $T \neq 0$ (см. ниже). Поэтому возникают следующие два решения (16): $\Psi = 0$ и $|\Psi| = \mu/\sqrt{2\lambda}$. Первое отвечает неупорядоченному состоянию (максимум на рис. 1, *б*) второе — бозе-конденсату (минимум на рис. 1, *б*). Как видно из приведенного выше выражения для энергии, упорядочение системы связано с выигрышем в энергии $\mu^4/4\lambda$.

Для выяснения устойчивости полученных решений без ссылок на энергетические соображения, нужно найти спектр квазичастиц (ввиду комплексности поля имеется два сорта квазичастиц). Им отвечают колебания поля $\delta\varphi \exp(ipx)$. Согласно (14) *)

$$[(p)^2 + \mu^2]\,\delta\varphi = 4\lambda |\varphi|^2 \delta\varphi + 2\lambda\varphi^2\delta\bar{\varphi}. \tag{17}$$

---

*) Здесь и ниже символ $(p)^2$ означает четырехмерный квадрат $E^2 - p^2$.

смысл, отвечая предельной энергии (энергии Дебая) фононов, переносящих взаимодействие между электронами. Этот механизм спонтанного нарушения симметрии (называемый далее для краткости механизмом БКШ) решает важную проблему массы первичной частицы. Как уже отмечалось в гл. 3, требование максимальной симметрии фундаментального уравнения (2) ведет к отсутствию в нем массового члена, неинвариантного относительно масштабного и γ_5-преобразований. С другой стороны, то же требование означает, что взаимодействия первичных частиц должны обладать максимальной симметрией. Поэтому отсутствие массы у первичной частицы было бы серьезной трудностью для программы Гейзенберга — единственная известная нам частица с массой нуль и со спином 1/2 (нейтрино) не участвует в наиболее симметричном сильном взаимодействии.

Появление отличного от нуля параметра порядка (8) за счет действия механизма БКШ означает спонтанное нарушение не только калибровочной инвариантности, как в нерелятивистской теории сверхпроводимости, но и специфичных для теории Гейзенберга масштабной и γ_5-симметрии. Поэтому можно ожидать, что спонтанным образом возникнет не только само нарушение симметрии, но и масса первичных частиц. О том же говорит сравнение спектра электронов в сверхпроводнике (10) с релятивистской формулой $E = \sqrt{p^2 + m^2}$, выявляющее физическую близость понятий массы квазичастицы и энергетической щели.

Это подтверждается прямым повторением расчета, приведшего к формуле (10), применительно к уравнению (2); вычисления даже упрощаются, поскольку теперь нас интересует вакуум, а не основное состояние металла и, соответственно, $E_F = 0$, $p_F = 0$, $\langle 0 \mid \bar{\psi}\psi \mid 0 \rangle = 0$. Уравнение (2) в импульсном представлении дает соотношение $\gamma p = \lambda\,(\bar{\psi}\psi)$, квадрирование которого с учетом теоремы Вика (см. раздел 7) ведет к равенству $(p)^2 = \lambda^2 \mid \Psi \mid^2$. Отсюда видно, что спонтанно возникшая масса первичной частицы равна $\lambda \mid \Psi \mid$. Как и в случае сверхпроводимости, она определяется энергией, необходимой для разрыва куперовской пары и получения частицы в несвязанном состоянии.

В работах Намбу и Иона-Лазинио роль первичных частиц отводилась нуклонам, а соответствующая частица Голдстоуна оказалась сходной с пионом. Это можно было рассматривать как определенный шаг в направлении реализации программы Гейзенберга *). Однако в последующие годы интерес к этой программе существенно ослабел и только в самое последнее время начали появляться работы (см. [16]), в которых программа Гейзенберга с использованием механизма БКШ формулируется применительно к квантовой хромодинамике («цветной» модели кварков, взаимодействующих путем обмена глюонами). Нужно также отметить использование механизма БКШ в квантовой электродинамике [17], позволившее взглянуть с несколько иной точки зрения на перенормировки в этой теории.

9. СКАЛЯРНЫЕ МОДЕЛИ СПОНТАННОГО НАРУШЕНИЯ СИММЕТРИИ

Программа Гейзенберга и стимулированные ею «сверхпроводящие» модели элементарных частиц вызвали в первой половине 60-х годов значительный всплеск интереса к спонтанному нарушению симметрии у теоретиков-полевиков **). Этот интерес был подогрет сложившимся тогда

*) Отметим, что эти работы послужили одним из истоков важного направления в теории элементарных частиц, носящего название PCAC (частичное сохранение аксиального тока) [18].

**) Спонтанное нарушение симметрии было одной из главных тем международных семинаров по единой теории элементарных частиц в Рочестере (1960, 1963 гг.) и Мюнхене (1965 г.) [19]; см. также [20].

Для состояния с $\Psi = 0$ правую часть (17) можно опустить, откуда видно, что и действительная и мнимая части $\delta\varphi$ колеблются по «тахионному» закону $E = \sqrt{p^2 - \mu^2}$. Поэтому длинноволновые квазичастицы ($p < \mu$) имеют мнимую энергию и, соответственно, колебания поля будут нарастать со временем по закону $\exp[\sqrt{\mu^2 - p^2}\, t]$. Тем самым, мы снова приходим к выводу о нестабильности неупорядоченного состояния системы (см. в этой связи [24]).

В упорядоченном состоянии $\Psi = |\Psi| \exp(i\theta) \neq 0$ два возможных типа квазичастиц имеют уже разные спектры. В этом случае нормальные моды отвечают колебаниям модуля $\delta\varphi = \delta|\Psi|\Psi/|\Psi|$ и фазы $\delta\varphi = i\delta\theta\Psi$ параметра порядка. Подставляя эти выражения в (17), усредняя по вакууму с пренебрежением флуктуационным членом и сравнивая с (16), получаем для колебаний модуля $(p)^2 = 2\mu^2$ и для колебаний фазы $(p)^2 = 0$. Таким образом, в устойчивом состоянии системы спектр квазичастиц «исправляется» (они приобретают положительный или равный нулю квадрат массы), что прямо соответствует знаку кривизны в экстремумах кривой рис. 1, *2*; кроме того, мы снова приходим к теореме Голдстоуна. Тем самым мы убеждаемся, что правильное рассмотрение модели Голдстоуна требует обязательного «сдвига» оператора поля к точке равновесия системы (см. (15) и рис. 1, *2*). Конечно, это можно было бы рассматривать как чисто формальную операцию, но много плодотворнее подходить к ней с физических позиций, как к проявлению реальной бозе-конденсации скалярного поля.

Обобщение модели Голдстоуна на случай взаимодействующих скалярного и векторного (электромагнитного) полей было рассмотрено Хиггсом [25]. Вместо (13) теперь нужно рассматривать выражение

$$L = -\frac{1}{16\pi}(\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu) + |(\partial - ieA)\varphi|^2 + \mu^2|\varphi|^2 - \lambda|\varphi|^4, \qquad (18)$$

где первый член — лагранжиан безмассового векторного поля *). Переходя и здесь к статическому пределу, легко видеть, что модель Хиггса полностью аналогична теории Гинзбурга — Ландау, представляя собой ее релятивистское обобщение (см. (11) и [26, 27]). Как оказалось, этот вывод имеет немаловажную эвристическую ценность, позволяя устанавливать прямые аналогии между теорией сверхпроводимости и теориями элементарных частиц, включающими в себя модель Хиггса.

С первым проявлением такого рода аналогий мы сталкиваемся в вопросе о массе векторного поля. В выражении (18) эта масса принята равной нулю. Однако появление отличного от нуля параметра порядка ведет к спонтанному возникновению массы векторного поля, равной $\sqrt{8\pi}\, e\,|\Psi|$. В самом деле, лагранжиан векторного поля с массой m равен первому члену (18) плюс слагаемое $m^2A^2/8\pi$. Но именно оно и появляется в (18) благодаря входящему в это выражение члену $e^2|\varphi|^2 A^2$. Этот новый (по отношению к механизму БКШ) механизм появления массы при спонтанном нарушении симметрии называют механизмом Хиггса.

Однако, если вспомнить сказанное в гл. 7 об эффекте Мейсснера, то становится ясно, что в сверхпроводнике мы фактически имеем дело с массивным фотоном, масса которого возникает благодаря тому же механизму Хиггса [25]. Уравнение (12б) представляет собой статический предел уравнения $(\partial^2 + \varkappa^2)A = 4\pi j$ для фотона с массой $\varkappa$, а экспоненциальный закон спадания поля внутрь сверхпроводника — это закон Юкавы для

*) Для простоты здесь и далее мы ограничиваемся рассмотрением абелевой теории, не вводя полей Янга — Миллса.

плоского источника поля. Поэтому механизм Хиггса мог бы по праву называться механизмом Мейсснера.

В гл. 7 уже отмечалось, что эффект Мейсснера физически объясняется появлением индукционных токов в металле, экранирующих источники поля и не затухающих в условиях сверхпроводника. Точно так же в модели Хиггса появление массы векторного поля связано с индукционными токами в бозе-конденсате. И эти токи не затухают со временем, а следовательно, можно сказать, что в модели Хиггса мы сталкиваемся с явлением сверхпроводимости на уровне элементарных частиц. Этот вывод прямо подтверждается на языке критерия Ландау (см. гл. 7): отношение энергии квазичастицы к ее импульсу, равное, согласно сказанному выше, величине $\sqrt{p^2 + 2\mu^2}/p$, имеет отличную от нуля нижнюю границу [28].

В этом последнем рассуждении мы не случайно использовали выражение для спектра колебаний только модуля параметра порядка, но не его фазы. Дело в том, что при взаимодействии скалярного поля с градиентно-инвариантным векторным полем (это означает физическую неразличимость полей A и $A + \nabla\Phi$, где Φ — некоторая функция) частица Голдстоуна становится нефизической и может быть устранена градиентным преобразованием. В самом деле, выбирая функцию Φ равной θ/e, можно после подстановки (15) полностью исключить фазу θ параметра порядка из лагранжиана (18) *).

Этот вывод важен в связи со следующим вопросом. Хорошо известно, что безмассовая векторная частица (например, фотон) имеет при заданной частоте две степени свободы — две поляризации. Между тем число поляризаций массивной векторной частицы равно трем. Откуда же берется лишняя степень свободы векторного поля при спонтанном появлении его массы? Ответ ясен из сказанного выше: после спонтанного нарушения симметрии скалярное поле теряет одну степень свободы, отвечающую колебаниям фазы параметра порядка.

10. СОВРЕМЕННАЯ ЕДИНАЯ ТЕОРИЯ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

Хотя «аристократическая» единая теория Гейзенберга и сыграла важную роль в идейной эволюции теории элементарных частиц, сегодняшние надежды на создание единой теории частиц связываются с иным, «демократическим» подходом. Мы отказываемся от введения выделенного сорта частиц, подобного первичным частицам Гейзенберга, а стараемся объединить на равных началах и рассматривать единым образом частицы, участвующие в разных взаимодействиях.

В дальнейшем мы ограничимся рассмотрением наиболее разработанной теории, объединяющей слабое и электромагнитное взаимодействия элементарных частиц (см., например, обзоры [29]). Оба эти взаимодействия обнаруживают замечательную универсальность применительно к широкому кругу процессов с участием самых различных частиц. Универсальность электромагнитного взаимодействия связана с наличием единого его переносчика — фотона —, который взаимодействует с заряженными частицами, обладая единой константой связи. Аналогичную функцию может выполнять и переносчик слабого взаимодействия — промежуточный векторный бозон или W-мезон. Он имеет много общего с фотоном, отличаясь от него в следующих отношениях. Слабое взаимодействие, в отличие от электромагнитного, имеет конечный радиус действия и потому W-мезон должен иметь отличную от нуля массу. Кроме того, большинство слабых процессов

*) Об аналогичном выводе и его следствиях в теории сверхпроводимости см. [30].

отвечает обмену зарядом между взаимодействующими частицами и потому W-мезоны (по крайней мере некоторые из них) должны быть заряженными.

«Демократический» принцип объединения слабого и электромагнитного взаимодействий требует, чтобы участвующие в этих взаимодействиях частицы были собраны в две группы (два мультиплета). Один из них должен включать в себя лептоны (электрон, мюон, нейтрино и соответствующие античастицы) — легкие частицы со спином 1/2, не участвующие в сильном взаимодействии. Другой должен объединять промежуточные векторные частицы (фотон, W-мезоны), переносящие взаимодействие между лептонами.

Подчеркнем, что речь идет не о чисто механическом, а о теоретико-групповом объединении, которое позволило бы обосновать структуру мультиплета, выявить форму взаимодействий входящих в него частиц и т. д. *). Для обычных спектроскопических мультиплетов такую информацию дает подход, основанный на группе вращения. Применение теоретико-групповых методов предполагает, что имеется хотя бы приближенная инвариантность относительно преобразования группы, т. е. хотя бы приближенное вырождение мультиплета (совпадение масс входящих в него частиц). Но у перечисленных выше групп частиц нет ничего похожего — в них входят и массивные и безмассовые (нейтрино, фотон) частицы. Соответственно, здесь мы сталкиваемся с первой причиной, по которой наличие масс у элементарных частиц служит препятствием на пути создания их единой теории.

Вторая причина заключается в том, что отличная от нуля масса векторного W-мезона служит источником расходимостей, которые не могут быть устранены перенормировкой масс и зарядов. Дело в том, что функции Грина безмассового и массивного (масса m) векторных полей имеют в определенной калибровке, соответственно, вид

$$\frac{\delta_{\mu\nu}-[p_\mu p_\nu/(p)^2]}{(p)^2}, \quad \frac{\delta_{\mu\nu}-(p_\mu p_\nu/m^2)}{(p)^2-m^2}.$$

Худшая асимптотика функции Грина при $p \to \infty$ во втором случае и служит источником неперенормируемых расходимостей слабого взаимодействия. Не устранив эту трудность, мы не можем рассчитывать «поднять» слабое взаимодействие до уровня электромагнитного, где такой трудности нет, и тем самым получить работоспособную единую теорию.

Поэтому надежда на успех в создании такой теории имела бы основания только при условии, что массы частиц будут отсутствовать в исходных динамических уравнениях. Это позволило бы беспрепятственно объединить частицы в мультиплеты с использованием групповых принципов и осуществить программу перенормировки. Но в окончательных выражениях, которые сопоставляются с опытом, массы частиц, конечно, должны появиться вновь. Все изложенное выше подсказывает, что для выполнения такой программы нужно использовать идею о спонтанном нарушении симметрии — взять исходные динамические уравнения в безмассовой форме, а появление масс частиц в окончательных выражениях связать с механизмами БКШ и Хиггса.

Первые варианты такой единой теории слабого и электромагнитного взаимодействий были предложены Вайнбергом и Саламом [31]. Существенный их элемент состоял в использовании модели Хиггса, в рамках которой и происходило спонтанное нарушение симметрии (см. гл. 9). Отсылая за подробностями к обзорам [29], мы приведем ниже очень схематическое

*) Именно групповые соображения ведут к необходимости существования нейтрального W-мезона, который отвечает нейтральным токам, упоминавшимся в гл. 1.

и не содержащее многих важных деталей выражение для соответствующего лагранжиана, которое предназначено для иллюстрации не столько самого объединения частиц, сколько спонтанного появления их масс. Такая модель, используемая в следующем разделе для описания результатов внешних воздействий на элементарные частицы, получается добавлением к лагранжиану Хиггса (18) лагранжиана поля лептонов ψ, которые взаимодействуют со скалярным полем (константа связи g) *),

$$L=-\frac{1}{16\pi}(\partial_\mu A_\nu-\partial_\nu A_\mu)^2+|(\partial-ieA)\varphi|^2+$$
$$+\mu^2|\varphi|^2-\lambda|\varphi|^4+(\bar\psi[i\gamma(\partial-ieA)-g|\varphi|]\psi). \qquad (19)$$

Отсюда вытекает прежде всего уравнение для скалярного поля

$$[(\partial-ieA)^2-\mu^2+2\lambda|\varphi|^2]\varphi=-\frac{g(\bar\psi\psi)\varphi}{|\varphi|}, \qquad (20а)$$

служащее обобщением (14) на случай взаимодействия с электромагнитным и лептонным полями. Далее, из (19) следует уравнение

$$(\partial^2+8\pi e^2|\varphi|^2)A=-2\pi ie(\bar\varphi\partial\varphi-\partial\bar\varphi\varphi)-4\pi e(\bar\psi\gamma\psi), \qquad (20б)$$

описывающее электродинамику «среды», где имеются заряженные скалярное и лептонное поля. Уравнения (20а), (20б) соответствуют уравнениям Гинзбурга — Ландау (12). Наконец, получается еще уравнение для заряженных лептонов, взаимодействующих со скалярным полем,

$$[i\gamma(\partial-ieA)-g|\varphi|]\psi=0. \qquad (20в)$$

В лагранжиане (19) и векторное и лептонное поля имеют равные нулю массы. Эти массы становятся отличными от нуля в результате спонтанного нарушения симметрии — бозе-конденсации скалярного поля. Масса векторного поля равна, как и в модели Хиггса, величине $\sqrt{8\pi}\,e|\Psi|$, где $\Psi=\langle\varphi\rangle$, и возникает за счет механизма Хиггса. Сравнивая же (20в) и (1), мы приходим к равной $g|\Psi|$ массе лептона. Ее появление можно связать с механизмом БКШ, хотя в данном случае она определяется средним значением не того же лептонного поля (точнее говоря, величины $\psi\psi$; см. гл. 7, 8), а скалярного поля, которое динамически связано с лептонным полем.

Как и модель Хиггса, единая теория частиц со спонтанным нарушением симметрии имеет тесную и далеко идущую аналогию с теорией сверхпроводимости. Следствия этой аналогии будут обсуждаться в оставшихся разделах статьи. Отметим, что аналогия со сверхпроводимостью была бы полной, если бы скалярное поле не вводилось искусственным образом, а возникало бы само собой как поле куперовских пар лептонов. Попытки в этом направлении уже делались, но осуществить такую программу, избавившую бы нас от «лишнего», не обнаруженного в природе поля, оказывается совсем не легко.

11. МАКРОСКОПИЧЕСКИЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ НА ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ

Выше в гл. 4 уже говорилось о существовании таких внешних воздействий на упорядоченные системы многих тел, которые ведут к уменьшению параметра порядка, приводя в случае достаточной их силы к фазовому переходу в неупорядоченное состояние и к восстановлению нарушенной

*) С целью избежать введения «правых» и «левых» частиц и других усложнений, мы выбираем это взаимодействие в крайне нереалистичной форме. Это, однако, не сказывается на последующих выводах.

симметрии. Этот вывод полностью переносится на системы элементарных частиц, описываемых теорией, которая включает в себя спонтанное нарушение симметрии. Соответствующие воздействия (прежде всего температура) меняют такие фундаментальные характеристики частиц, как их масса, константа Ферми слабого взаимодействия и т. п., превращая в конце концов массивные частицы в безмассовые, а короткодействующее слабое взаимодействие в кулоноподобное дальнодействующее и т. д. Эта проблема была поставлена в работах [26,32], и в дальнейшем развивалась многими авторами; мы отсылаем читателя к обзору [33], где имеется подробная библиография.

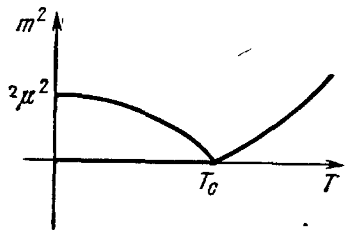

Рис. 4.

Мы начнем с рассмотрения температурных воздействий, полагая, что система полей находится, подобно тепловому излучению, в состоянии термодинамического равновесия при некоторой температуре T. Покажем на примере модели Голдстоуна (гл. 9), что, как и в системах многих тел, параметр порядка $\Psi = \langle\varphi\rangle$ падает с ростом T, исчезая при $T \geqslant T_c$ (см. рис. 2,*а*). С этой целью обратимся к выражению (16), сосредоточив внимание на втором (флуктуационном) члене в скобках. Используя релятивистский аналог разложения оператора поля (5) и опуская вклад нулевых колебаний поля (он ведет к перенормировке величины μ^2), получаем

$$\langle|\varphi'|^2\rangle \backsim \sum_p \frac{n_p}{E_p}, \tag{21}$$

где n_p — числа заполнения (6), $\bar{\mu} = 0$, $E_p = \sqrt{p^2 + m^2}$, m — масса квазичастицы, и подразумевается суммирование по всем сортам квазичастиц. Пренебрегая сначала в (21) массами квазичастиц (они при малых λ малы по сравнению с критической температурой T_c), находим, что выражение (21) пропорционально T^2. Поэтому зависимость параметра порядка от температуры действительно отвечает кривой фазового перехода 2-го рода (см. рис. 2,*а*) с $T_c \backsim |\Psi|_{T=0} \backsim \mu/\sqrt{\lambda}$.

Нетривиальна зависимость от температуры масс квазичастиц (рис. 4). Масса частицы Голдстоуна равна нулю во всем интервале от 0 до T_c, а масса второй квазичастицы пропорциональна модулю параметра порядка и монотонно падает от значения $\sqrt{2}\mu$ при $T = 0$ до нуля при $T = T_c$. В самой точке T_c обе массы исчезают, что и соответствует росту флуктуаций (инфракрасные особенности). При восстановлении симметрии ($T > T_c$) можно было бы ожидать, что квадрат масс квазичастиц будет, как и в исходном лагранжиане (13), отрицательным; это, однако, привело бы к нестабильности системы (см. гл. 9). И в самом деле, оказывается, что квазичастицы в рассматриваемой области приобретают обычные массы, растущие с ростом T от нулевого значения в точке T_c. Здесь проявляется чисто тепловой вклад в массу квазичастицы, существующий независимо от спонтанного нарушения симметрии. Все сказанное можно без труда усмотреть из уравнения (17) после его усреднения с учетом флуктуационного члена.

Говоря выше об этом члене, мы полностью пренебрегли в (21) зависимостью от массы квазичастиц. Оказывается, что уже учет первого члена разложения (21) по отношению m/T (это сводится к фактору $1 - (3/\pi)(m/T)$) ведет к превращению фазового перехода 2-го рода в переход 1-го рода (см. гл. 5). Правда, в модели Голдстоуна с малой константой связи λ соответствующая скрытая теплота перехода мала и ситуация меняется лишь в близкой окрестности T_c. Однако в модели Хиггса, к рассмотрению которой мы переходим, картина фазового перехода 1-го рода выражена тем резче, чем больше отношение двух безразмерных констант этой модели e^2/λ [28].

Действительно, в модели Хиггса к флуктуациям скалярного поля добавляются флуктуации векторного поля, описываемые членом $e^2A^2\varphi$ в (20а). Их вклад в скобку в (16) дается величиной $e^2 \langle A^2 \rangle$, выражаемой той же формулой (21) с $m \sim e \mid \Psi \mid$. Учитывая в (16) поправку, связанную с массой векторного поля, мы действительно приходим к картине, изображенной на рис. 2, *б*. Добавим, отсылая к гл. 5, что эта поправка дает вклад в разложение Ландау (4), пропорциональный величине $\mid \Psi \mid^3$ с отрицательным коэффициентом; неаналитичность свободной энергии как функции $\mid \Psi \mid^2$ связана с появлением в (21) члена, пропорционального массе $m \sim \mid \Psi \mid$.

Эффект превращения фазового перехода 2-го рода в переход 1-го рода из-за влияния флуктуаций электромагнитного поля должен иметь место и в сверхпроводнике *). Мы не упоминали о нем в гл. 7, поскольку на эксперименте из-за своей малости он не виден, а его теоретическое предсказание было сделано совсем недавно [34] (уже после того, как подобный эффект был обнаружен А. Д. Линде в модели Хиггса).

Закончив на этом рассмотрение температурных воздействий, перейдем к воздействию со стороны внешнего магнитного поля. В модели Хиггса, как и в сверхпроводнике, такое поле уменьшает величину параметра порядка, ведя в конце концов к полному восстановлению симметрии. Обсуждая этот вопрос в гл. 7, мы опирались на аргументы, связанные с неоднородной конфигурацией поля, которые к рассматриваемому сейчас бесконечному вакууму прямо не применимы. Поэтому мы дадим прямое доказательство того, что при достаточно больших полях H параметр порядка должен исчезнуть. Рассмотрим с этой целью усредненное по вакууму уравнение (20а) в статическом пределе и при $g = 0$. Наша цель состоит в демонстрации факта, что величина Ψ исчезает уже при конечном значении поля. Этой постановке задачи соответствует уравнение $[(\nabla - ie\mathbf{A})^2 + \mu^2]\,\Psi = 0$, которое аналогично уравнению Шрёдингера для осциллятора и не имеет нетривиальных решений, начиная со значения поля $H = \mu^2/e$ (см. [11]) **).

Как и сверхпроводники, вакуум в модели Хиггса по отношению к сильному магнитному полю ведет себя двояким образом — либо сохраняя свою однородность, либо формируя систему вихревых нитей, в которых сконцентрировано поле. Принадлежность вакуума к системе 1-го или 2-го рода (см. гл. 7) определяется тем, больше или меньше единицы отношение e^2/λ, т. е. больше или меньше единицы отношение масс векторного и скалярного полей [28].

Необходимо подчеркнуть, что сказанное прямо относится лишь к простейшей модели Хиггса с лагранжианом (18). В реалистических моделях единой теории частиц в соответствующий лагранжиан входит целый мультиплет векторных полей, причем со скалярными частицами прямо взаимодействуют лишь массивные поля, но не истинное электромагнитное поле; именно по этой причине масса фотона остается, как это и требуется, равной нулю. Поэтому все сказанное выше относится к воздействию на вакуум не истинного магнитного, а «квазимагнитного»

---

*) Этот эффект физически связан с давно известным фактом, что внешнее магнитное поле ведет как раз к такому превращению в сверхпроводнике.

**) Не входя в подробности, отметим, что таким образом вычисляется лишь «верхнее» критическое поле, которым проблема не исчерпывается.

поля, отвечающего массивным векторным частицам (которые, впрочем, перестают быть массивными после восстановления симметрии).

Интерес к воздействиям со стороны магнитного поля принял практический характер в связи со следующим предположением, высказанным Саламом и Страсди [35]. Известно, что скорость слабого распада странных частиц отличается, при прочих равных условиях, от той же величины для частиц со странностью нуль, причем эта разница определяется так называемым углом Киббибо. Само появление этого угла нарушает симметрию лагранжиана слабого взаимодействия. Если предположить, что это нарушение имеет спонтанный характер, то внешнее магнитное поле достаточной силы уничтожит угол Кабиббо и «стабилизирует» странную частицу относительно слабого распада. В этой связи обсуждается, в частности, возможное влияние магнитного поля внутри Λ-ядер на скорость распада Λ-частицы [36]. Отсылая за подробностями к обзору [33], отметим, что возможность наблюдать такого рода эффекты кажется весьма маловероятной. В рамках реалистических моделей влияние истинного магнитного поля на спонтанно нарушенные симметрии много слабее, чем квазимагнитного, а само значение полей, требуемое для достижения наблюдаемого эффекта, исключительно велико.

Последний тип воздействий, который мы рассмотрим, связан с существованием в системе тока лептонов $j = e\,(\bar{\psi}\gamma\psi)$. Дело, по существу, сведется к повторению рассуждений, которые мы проводили в гл. 7 применительно к сверхпроводнику, но их результат будет носить более интересный характер. Будем исходить из уравнений (20а), (20б), полагая $g = 0$; прямое влияние правой части (20а), малое по сравнению с влиянием самого тока j, отвечало бы вынужденному нарушению или восстановлению симметрии (см. гл. 5). Выкладки, аналогичные проведенным в гл. 7, ведут к тому, что к величине $-\mu^2$ в (20а) добавляется не положительное, как в случае сверхпроводника, а знакопеременное слагаемое — $(j)^2/4e^2\,|\Psi|^2$, где $(j)^2 = j_0^2 - \mathbf{j}^2$ — четырехмерный квадрат тока. Векторная часть тока, как и в сверхпроводнике, уменьшает параметр порядка, однако, нулевая компонента тока, т. е. плотность лептонов, наоборот, увеличивает нарушение симметрии. Ясно, что этот эффект связан с релятивистской инвариантностью рассматриваемой теории, представляя собой редкий пример воздействия, не влияющего прямо на параметр порядка (как воздействие, определяемое правой частью (20а)), и в то же время ведущего не к восстановлению симметрии, а напротив, к усилению степени ее нарушения [37].

Сказанное заставляет задуматься, нет ли аналогичного эффекта в сверхпроводимости. Дело в том, что нам неизвестно ни одно прямое воздействие на сверхпроводящий параметр порядка (оно должно было бы иметь вид $V\psi\psi$ в гамильтониане (см. (9)) и позволило бы усилить степень нарушения симметрии). Поэтому положительный ответ на поставленный вопрос открыл бы новые возможности в важной и трудной проблеме радикального повышения критической температуры сверхпроводящего перехода (см. [38]).

Завершая обсуждение вопроса о внешних воздействиях на спонтанно нарушенные симметрии в теории элементарных частиц, подчеркнем, что заметное изменение параметра порядка требует весьма экстремальных значений внешних факторов. Так, критическое значение температуры T_c составляет величину масштаба энергии слабого взаимодействия $\mu/\sqrt{\lambda} \sim \sim 1$ *Тэв* $\sim 10^{16}$ *град*. Поэтому обсуждаемые эффекты могли бы проявиться лишь в особых условиях: при соударении частиц сверхвысоких энергий, на ранних стадиях эволюции «горячей» Вселенной и др. Первая из этих задач только еще начинает разрабатываться [47]; что же касается космологических следствий рассмотренных выше эффектов, то здесь получено уже немало результатов, вносящих существенные коррективы в стандартную космологическую схему. Мы отсылаем читателя к обзору [33] и работам [48], где содержится и подробная библиография, относящаяся к космологическим приложениям.

12. ВИХРЕВЫЕ НИТИ, МОНОПОЛИ И МАГНИТНОЕ УДЕРЖАНИЕ КВАРКОВ

Аналогия единой теории частиц и теории сверхпроводимости находит себе в теории элементарных частиц и другие применения. Речь идет об уже неоднократно упоминавшихся выше вихревых нитях (см. гл. 7, 11), которые, как показали Нильсен и Олесен [27], действительно возникают как классические решения уравнений модели Хиггса и более сложных моделей того же типа, будучи четко выражены при $e^2 \ll \lambda$ (теория 2-го рода; см. гл. 11). Каждая нить несет, как уже говорилось, фиксированный магнитный поток и имеет энергию, пропорциональную длине нити. Магнитное поле локализовано внутри нити, а параметр порядка, наоборот, в этой области близок к нулю *).

Упомянутые выше авторы связывали вихревые нити со «струнами» — релятивистскими линейными объектами, представление о которых возникло некоторое время назад в теории сильного взаимодействия. Отсылая за подробностями к обзору [39], ограничимся следующими замечаниями. Одно из перспективных направлений теории сильного взаимодействия — дуально-резонансная модель — позволяет описывать единым образом и асимптотику рассеяния сильно взаимодействующих частиц при высоких энергиях и характеристики резонансов в области низких энергий. Было выяснено, что уравнениям дуально-резонансной модели можно придать динамический смысл, если формально сопоставить этой модели лагранжиан «струны». Однако это понятие вводилось в теорию в значительной мере формально-математически и лишь картина вихревых нитей позволяет вложить в него прямое физическое содержание. Кроме того, на пути квантования чисто линейных «струн», не обладающих толщиной, встретились значительные трудности, которые заставляют вводить пространства высокого числа измерений [40]. Отождествление «струн» с вихревыми нитями, обладающими поперечной структурой, избавляет нас от этих трудностей.

Картина вихревых нитей была использована также Намбу [41], предложившим особый «магнитный» механизм удержания кварков, который препятствовал бы их появлению в свободном состоянии. Рассмотрим, например, мезон, состоящий из кварка и антикварка, связанных между собой вихревой нитью. Как уже говорилось выше, ее энергия, а следовательно, и энергия взаимодействия кварка и антикварка пропорциональна длине нити, т. е. расстоянию между этими частицами. А это и означает энергетическую невозможность появление кварков поодиночке (потенциальная яма с линейно растущими стенками). Более сложным оказывается механизм удержания тройки кварков внутри бариона, однако и это оказывается возможным (см. [42]).

Важно отметить, что вихревая нить несет магнитный поток и похожа в этом смысле на магнитную силовую линию. Поэтому изложенный механизм удержания кварков требует, чтобы кварк обладал магнитным зарядом (был монополем Дирака, см. [43]). При этом вихревая нить, упирающаяся одним своим концом в монополь, может рассматриваться как физическая реализация нитевидного «хвоста» монополя, который возникал как некоторая линейная особенность решения Дирака и причинил много хлопот теоретикам **).

В заключение этой главы поставим вопрос о том, какова судьба сильно взаимодействующей частицы, составленной из удерживаемых с помощью магнитного механизма кварков, при достаточно сильном повышении температуры. Интуитивно ясно, что при этом должна произойти диссоциация, развал частицы на составляющие ее кварки, как это происходит, например, при диссоциации молекулы в горячем газе. В самом деле, как и в сверхпроводнике (см. гл. 7), при повышении температуры происходит «разбухание» вихревой нити и в самой точке T нить как таковая полностью прекращает свое существование. При этом линейный закон притяжения, не допускающий возможности диссоциации, сменяется обычным кулоновским законом притяжения, характерным для взаимодействия двух монополей противоположного знака магнитного заряда. А при таком законе уже ничто не может воспрепятствовать развалу на кварки. Важно подчеркнуть, что сказанное, по-видимому, специфично для магнитного механизма, основанного в конечном счете на спонтанном нарушении симметрии. Поэтому не исключено, что прояснению вопроса о механизме удержания кварков помогут данные по соударению при высоких энергиях, космологические данные и т. п.

---

*) Здесь и далее мы для простоты не делаем различия между магнитным и квазимагнитным полями.

**) Отметим, что и сам монополь возникает как классическое решение уравнений единой теории частиц [44].

13. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Двадцать лет назад теория элементарных частиц, основывавшаяся на квантовой теории поля, находилась в критическом состоянии. Выход из него одни видели в повышении математической вооруженности теории, другие — в переходе к менее детальному, чем в обычной квантовой механике, описанию процессов взаимодействия, третьи — в необходимости коренной ломки наших представлений о пространстве-времени, причинной связи событий и т. п.

Однако сегодня мы вправе сказать, что квантовая теория поля вышла из кризиса, справившись с соответствующими трудностями, так сказать, собственными силами. Сегодня нас уже не пугает неперенормируемость слабого взаимодействия — единая теория частиц преодолела эту трудность. Сегодня у нас поубавилось страха перед проблемой «нуль-заряда» — в единой теории частиц мы столкнулись с противоположной ситуацией (асимптотической свободой, см. [45]). И, наконец, сегодня мы не очень боимся трудностей описания сильного взаимодействия, благодаря той же асимптотической свободе (ослаблению взаимодействия с ростом энергии) и другим причинам.

Возродившийся квантовополевой подход привел к впечатляющим успехам в целом ряде направлений теории элементарных частиц (выше мы смогли коснуться лишь одного из них). Еще больше этот подход обещает в будущем. Поэтому напрашивается вывод, что в теории элементарных частиц вновь начинается более или менее длительный этап господства идей и методов квантовой теории поля.

Конечно, затронутая выше история возрождения почти похороненной квантовой теории поля наглядно показывает, насколько рискованно делать прогнозы, экстраполируя на будущее нынешние тенденции развития науки. С этой существенной оговоркой ближайшее будущее теории элементарных частиц представляется следующим.

Генеральной линией развития теории будет стремление создать единую теорию всех частиц и их взаимодействия, включая тяготение. Скорее всего, при этом будут существенно использованы идеи теории суперсимметрий (объединение ферми- и бозе-частиц в единый мультиплет, см. [46]), представляющей собой дальнейший шаг на пути к единой теории и уже давшей яркие примеры взаимной компенсации трудностей, присущих теориям отдельных типов частиц.

Теория будет основываться на относительно простых и наглядных теоретико-полевых моделях (типа квантовой хромодинамики; см. гл. 8), переход от которых к наблюдаемым величинам будет осуществляться с помощью общепринятой в теоретической физике методики. На этом пути не только не видно необходимости радикальной ломки фундаментальных представлений или способов описания, но, более того, можно ожидать, что еще больше пойдут в ход старые, испытанные идеи, заимствованные из макроскопической физики. Короче говоря, должны возобладать тенденции к дальнейшему сближению теории элементарных частиц с другими разделами теоретической физики.

Если эти ожидания оправдаются, то мы еще раз убедимся в единстве физической картины мира, в том, что он построен в общем по «типовому» принципу (если не из типовых деталей, то по крайней мере по типовым проектам). С другой стороны, это будет означать некоторую «дегероизацию» теории элементарных частиц, которая, оставаясь передним краем теоретической физики, займет на какое-то время почетное, но не исключительное место «первой среди равных» в числе других разделов теоретической физики. ■

Подтвердятся ли эти ожидания или же физика элементарных частиц еще раньше столкнется с новыми фундаментальными закономерностями, может показать только будущее.

Благодарю В. Л. Гинзбурга, Л. В. Келдыша, А.Д. Линде и Е. Л. Фейнберга за дискуссии и ценные замечания.

Физический институт им. П. Н. Лебедева
АН СССР

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Сдвиг уровней атомных электронов, М., ИЛ, 1950.
Новейшее развитие квантовой электродинамики, М., ИЛ, 1954.
2. А. И. Ахиезер, В. Б. Берестецкий, Квантовая электродинамика, М., «Наука», 1969.
С. Швебер, Введение в релятивистскую квантовую теорию поля, М., ИЛ, 1963.
Н. Н. Боголюбов, Д. В. Ширков, Введение в теорию квантованных полей, М., «Наука», 1976.
В. Б. Берестецкий, Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, Релятивистская квантовая теория, ч. 1, М., «Наука», 1968.
Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, Релятивистская квантовая теория, ч. 2, «Наука», 1971.
3. V. Weisskopf, Phys. Rev. 56, 72 (1939).
4. В. Л. Бонч-Бруевич, С. В. Тябликов, Метод функций Грина в статистической механике, М., Физматгиз, 1961.
А. А. Абрикосов, Л. П. Горьков, И. Е. Дзялошинский, Методы квантовой теории поля в статистической физике, М., Физматгиз, 1962.
А. Б. Мигдал, Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер, М., «Наука», 1965.
5. Д. А. Киржниц, Полевые методы теории многих частиц, М., Атомиздат, 1963.
Е. С. Фрадкин, Тр. ФИАН СССР, 29, 7 (1965).
Л. В. Келдыш, ЖЭТФ 47, 1515 (1964).
6. Г. А. Зисман, ЖЭТФ 10, 1163 (1940); 11, 631 (1941).
7. А. З. Паташинский, В. Л. Покровский, Флуктуационная теория фазовых переходов, М., «Наука», 1975.
К. Вильсон, Дж. Когут, Ренормализационная группа и ε-разложение, М., «Мир», 1975.
Квантовая теория поля и физика фазовых переходов, М., «Мир», 1975.
8. Н. Н. Боголюбов, В. В. Толмачев, Д. В. Ширков, Новый метод в теории сверхпроводимости, М., Изд-во АН СССР, 1958.
Дж. Шриффер, Теория сверхпроводимости, М., «Наука», 1968.
9. Нелинейная квантовая теория поля, М., ИЛ, 1959.
В. Гейзенберг, Введение в единую полевую теорию элементарных частиц, М., «Мир», 1968.
10. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Статистическая физика, М., «Наука», 1964; 1976.
11. В. Л. Гинзбург, Л. Д. Ландау, ЖЭТФ 20, 1064 (1950).
12. П. де Жен, Сверхпроводимость металлов и сплавов, М., «Мир», 1968.
13. J. Bjorken, Ann. Phys. (N. Y.) 24, 174 (1963).
J. des Cloizeaux, J. Phys. A6, 597 (1972).
14. Y. Nambu, G. Jona-Lasinio, Phys. Rev. 122, 345 (1961).
15. В. Г. Вакс, А. И. Ларкин, ЖЭТФ 40, 282 (1961).
16. H. Pagels, Phys. Rev. D14, 2747 (1976).
D. Caldi, Phys. Rev. Lett. 39, 121 (1977).
17. П. И. Фомин, Пробл. физ. ЭЧАЯ 7, 687 (1976).
18. А. И. Вайнштейн, В. И. Захаров, УФН 100, 225 (1970).
19. Proc. of Seminars on Unified Theory of Elementary Particles (Rochester, 1963), München, 1965).
20. Proc. of Symposium on Basic Question in Elementary Particle Physics, München, 1971.
21. M. Baker, S. Glashow, Phys. Rev. 128, 2462 (1962).
22. J. Goldstone, Nuovo Cimento 19, 154 (1961).
J. Goldstone, A. Salam, S. Weinberg, Phys. Rev. 127, 965 (1962).
S. Bladman, A. Klein, ibid. 131, 2362 (1963).
23. M. Gell-Mann, M. Levy, Nuovo Cimento 16, 703 (1960).
24. Д. А. Киржниц, В. Н. Сазонов, в кн. Эйнштеновский сборник. 1973, М., «Наука», 1974.

25. P. Higgs, Phys. Lett. 12, 132 (1964).
26. Д. А. Киржниц, Письма ЖЭТФ 15, 745 (1972).
27. H. Nielsen, P. Olesen, Nucl. Phys. B61, 45 (1973).
28. D. A. Kirzhnits, A. D. Linde, Preprint Lebedev Inst. No. 101, Moscow, 1974.
29. С. Вайнберг, УФН 118, 505 (1976).
В. Б. Берестецкий, в кн. Элементарные частицы, вып. 1, М., Атомиздат, 1973.
Л. Б. Окунь, ibid.
А. И. Вайнштейн, И. Б. Хриплович, УФН 112, 685 (1974).
30. В. Л. Гинзбург, Г. Ф. Жарков, УФН 125, 19 (1978) (в данном номере журнала).
31. S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. 19, 1264 (1967).
A. Salam, in: Elementary Particle Theory, Stockholm, 1968.
32. D. A. Kirzhnits, A. D. Linde, Phys. Lett. B42, 471 (1972).
33. D. A. Kirzhnits, A. D. Linde, Ann. Phys. (N. Y.) 101, 195 (1976).
34. B. Halperin, T. Lubensky, S. Ma, Phys. Rev. Lett. 32, 292 (1974).
35. A. Salam, J. Strathdee, Nucl. Phys. B90, 203 (1975).
36. A. Salam, I. Strathdee, Preprint IC-76-62, Trieste, 1976.
С. М. Поликанов, Необычные ядра и атомы, М., «Наука», 1977.
37. A. D. Linde, Preprint Lebedev Inst. No. 25, Moscow, 1975.
38. Л. Н. Булаевский, В. Л. Гинзбург, Г. Ф. Жарков, Д. А. Киржниц, Ю. В. Копаев, Е. Г. Максимов, Д. И. Хомский, Проблема высокотемпературной сверхпроводимости, М., «Наука», 1977.
39. М. С. Маринов, УФН 121, 377 (1977).
40. J. Scherk, Rev. Mod. Phys. 47, 123 (1975).
41. Y. Nambu, Phys, Rev. D10, 4262 (1974).
42. S. Mandelstam, Phys. Lett. B53, 476 (1975).
A. D. Linde, Preprint IC-76-33, Triest, 1976.
43. P. A. M. Dirac, Proc. Roy. Soc. A133, 60 (1931); Phys. Rev. 74, 817 (1948).
44. C. t'Hooft, Nucl. Phys. B79, 276 (1974).
А. М. Поляков, Письма ЖЭТФ 20, 430 (1974).
45. В. Б. Берестецкий, УФН 120, 439 (1976).
46. В. И. Огиевецкий, Л. Мезинческу, УФН 117, 637 (1975).
47. S. Eliezer, R. Weiner, Phys. Rev. D13, 87 (1976).
И. В. Криве, П. И. Фомин, Е. М. Чудновский, Письма ЖЭТФ 25, 215 (1977).
48. Я. Б. Зельдович, Л. Б. Окунь, И. Ю. Кобзарев, ЖЭТФ 67, 3 (1974).
И. В. Криве, А. Д. Линде, Е. М. Чудновский, ЖЭТФ 71, 825 (1976).