

537[•312.62+•332]

ТЕРМОЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЭФФЕКТЫ В СВЕРХПРОВОДНИКАХ

В. Л. Гинзбург, Г. Ф. Жарков

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	19
I. Простая феноменологическая теория (двухжидкостная модель, уравнения Лондонов)	22
1. Исходные соотношения (22). 2. Изотропные сверхпроводники и сверхпроводящая цепь (25). 3. Термоток в сверхпроводящей цепи (связь с экспериментом) (29). 4. Анизотропные сверхпроводники (33)	
II. Общая макроскопическая теория, основанная на рассмотрении параметра порядка	36
5. Основные уравнения (37). 6. О смысле и роли фазы параметра порядка в макроскопической теории сверхпроводимости (39). 7. О природе термоэлектрического тока в сверхпроводниках (41). 8. О квантовании магнитного потока через кольцо (цепь) (44). 9. Термоэлектрическое поле и потенциал Бернулли в сверхпроводниках (48).	
Заключительные замечания	53
Список обозначений	54
Цитированная литература	54

ВВЕДЕНИЕ

Термоэлектрические эффекты в сверхпроводниках начали изучаться еще 50 лет назад (см. ¹ и указанную там литературу). При этом на первом этапе был сделан вывод о полном «исчезновении всех термоэлектрических эффектов в сверхпроводящем состоянии» ¹ и такое заключение оставалось широко распространенным до последнего времени ²⁻⁶. Поясним, о чем идет речь, на примере измерений термоэлектродвижущей силы (эффект Зеебека). Если имеется цепь из двух различных металлов, находящихся в нормальном состоянии, причем спаи 1 и 2 находятся при различных температурах T_1 и T_2 , то в разомкнутом контуре появляется термоэдс \mathcal{E} (рис. 1, а); в таком же, но в замкнутом контуре (рис. 1, б) по цепи идет некоторый ток $I = \mathcal{E}/R$, где R — сопротивление цепи. Если же оба металла в рассматриваемой цепи являются сверхпроводниками и охлаждены ниже их критических температур T_{cI} и T_{cII} (т. е. если обе температуры T_1 и T_2 меньше низшей из температур T_{cI} и T_{cII} и, таким образом, вся цепь является сверхпроводящей), то ни эдс для разомкнутой цепи, ни тока в случае замкнутой цепи обнаружить в прошлом не удавалось ¹.

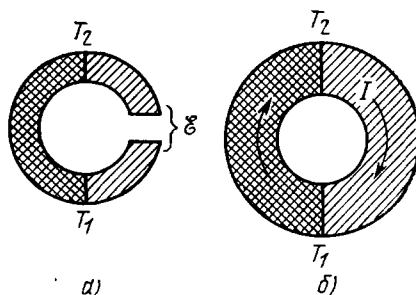


Рис. 1. Термоэлектрическая цепь из нормальных металлов.

а) Разомкнутая цепь (\mathcal{E} — термо-эд.с.);
 б) замкнутая цепь (I — термоток).

Эффект, во всяком случае, на много порядков слабее, чем в нормальной цепи. Более того, если подходить к сверхпроводнику как к проводнику с равным нулю сопротивлением, то при наличии эдс ток в нем должен нарастать и поэтому через некоторое время он стал бы значительным. Из опыта следует, однако, что с высокой точностью подобного нарастания тока не наблюдается^{1,7}. Это обстоятельство также интерпретировалось

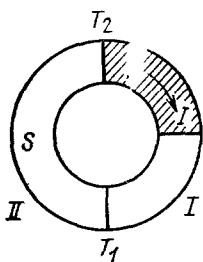


Рис. 2. Смешанная цепь, термоток I_0 определяется нормальным участком NI (заштриховано).

в качестве доказательства отсутствия термоэдс в сверхпроводниках. Такой вывод находится в соответствии и с поведением смешанной цепи, содержащей нормальную (несверхпроводящую) часть; в такой цепи (рис. 2) ток или эдс (для разомкнутой цепи) определяются нормальной частью, как если бы сверхпроводящая (светлая) часть цепи не вносила в ток или в эдс никакого вклада. Опыты не дали также каких-либо указаний на появление в сверхпроводящей цепи тепла Пельтье или отличного от нуля коэффициента Томсона¹.

Тем не менее, термоэлектрические эффекты в сверхпроводниках отнюдь не исчезают, и, в принципе, могут наблюдаться. Это обстоятельство было отмечено уже более 30 лет назад^{8,9} на основе двухжидкостной модели сверхпроводников, согласно которой полная плотность тока в сверхпроводнике $\mathbf{j} = \mathbf{j}_s + \mathbf{j}_n$ является суммой двух величин, причем \mathbf{j}_s и \mathbf{j}_n — соответственно плотности сверхпроводящего и нормального тока. При наличии градиента температуры ∇T нормальный ток, вообще говоря, отличен от нуля, но может компенсироваться сверхпроводящим током.

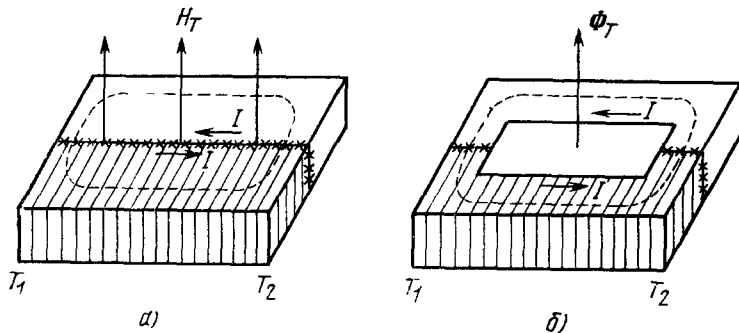


Рис. 3. а) Биметаллическая сверхпроводящая пластина (в области спая возникает поле H_T); б) биметаллическое сверхпроводящее кольцо (в отверстии возникает магнитный поток Φ_T ; $\Phi_T = H_T S$, S — площадь отверстия).

Однако полная компенсация (так что суммарный ток $\mathbf{j} = 0$) имеет место лишь в простейшей ситуации, например, в однородном и изотропном сверхпроводнике. В случае же изотропного, но неоднородного сверхпроводника, например для биметаллической пластины (рис. 3, а), вблизи спая появляется отличный от нуля результирующий (полный) ток I и соответствующее магнитное поле H_T . В^{8,9} основное внимание было уделено, однако, не случаю неоднородного сверхпроводника, а однородному (конечно, речь идет об однородности при неучете влияния градиента температуры), но анизотропному сверхпроводнику. В этом случае при несовпадении ∇T и осей симметрии кристалла тоже должен появляться результирующий ток и, соответственно, магнитный поток Φ_T . Этот

эффект весьма мал (конкретно мала напряженность возникающего магнитного поля H_T), хотя возможно уже наблюдался (см. раздел 4). Вместе с тем в изотропных неоднородных сверхпроводниках условия для наблюдения термоэлектрического тока оказались более благоприятными, особенно, если использовать биметаллическое сверхпроводящее кольцо (рис. 3, б) или топологически эквивалентную, но практически более удобную сверхпроводящую цепь из двух различных металлов (рис. 4). Возможность наблюдения эффектов в кольце (цепи) была отмечена только в 1973 г. в работе ¹⁰ (см. также ¹¹), но с использованием представлений о появлении разности фаз волновой функции в неоднородном сверхпроводнике при наличии градиента температуры. Поэтому в ¹⁰ считалось,

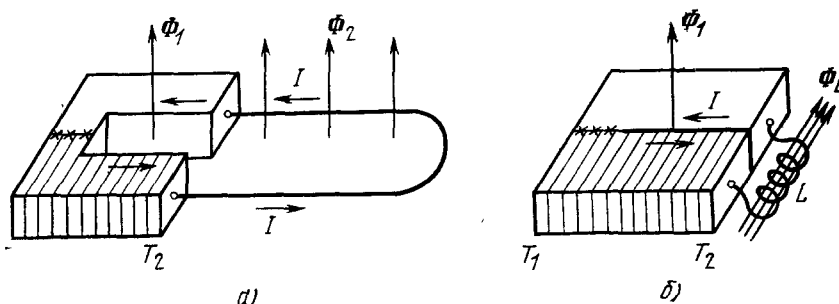


Рис. 4. Примеры полностью сверхпроводящей термоэлектрической цепи.

а) Плоская геометрия, $\Phi_T = \Phi_1 + \Phi_2$; б) цепь с соленоидом L , $\Phi_T = \Phi_1 + \Phi_L$. Жирной линией изображена узкая щель между сверхпроводниками.

что обсуждаемый там эффект совершенно отличен от эффекта, описанного в ^{8,9}, где рассмотрение велось на основе теории Лондонов без всякого введения фазы волновой функции, да и самой этой функции. Между тем в ⁸ и ¹⁰ речь фактически идет о совершенно одном и том же эффекте, как это было подчеркнуто в ¹². В настоящее время появление тока (и соответствующего магнитного потока) в полностью сверхпроводящей цепи (разумеется, состоящей из разных сверхпроводников и при наличии разности температур) можно считать установленным экспериментально ¹³⁻¹⁵, но существенные неясности здесь все же имеются и даже нельзя считать доказанным, что выделен именно обсуждаемый здесь эффект на фоне возможных «паразитных» явлений ¹⁶.

Термоэлектрическим явлениям в сверхпроводниках посвящен также, помимо указанных, целый ряд других работ (ссылки даны ниже). Как мы полагаем, эта область исследований потенциально весьма интересна и будет развиваться. Вместе с тем, в литературе имеются противоречивые мнения насчет термоэлектрических явлений в сверхпроводниках, не говоря уже об отсутствии хотя бы одного обзора. Поэтому мы надеемся на то, что появление настоящей статьи окажется оправданным. Ниже в гл. I излагается простая феноменологическая теория термоэлектрических эффектов в сверхпроводниках, основанная на использовании двухжидкостной модели и уравнений Лондонов. В гл. II рассмотрение ведется с использованием комплексного параметра порядка Ψ . В обоих случаях мы уделяем большое внимание методическим вопросам. Такой подход представляется оправданным, учитывая как историю, так и современное состояние проблемы. В частности, можно думать, что недостаточное внимание к экспериментальному исследованию соответствующих эффектов обусловлено отнюдь не только их малостью, но и недостаточным пониманием физической

природы термоэлектрических явлений в сверхпроводниках, а также их потенциального значения для изучения сверхпроводимости. К последнему вопросу мы еще вернемся в конце статьи (см. заключительные замечания).

1. ПРОСТАЯ ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ (ДВУХЖИДКОСТНАЯ МОДЕЛЬ, УРАВНЕНИЯ ЛОНДОНОВ)

Современное состояние теории сверхпроводимости таково, что термоэлектрические эффекты, как и большинство других явлений в сверхпроводниках, могут быть рассмотрены на «вышем уровне» — на базе весьма совершенной микротeorии. Мы убеждены, однако, в том, что подобному рассмотрению должно предшествовать феноменологическое описание и, более того, начинать нужно с возможно более простой схемы. Задача же микротeorии состоит как в обосновании подобной схемы и определения границ ее применимости, так и в вычислении (или оценках) кинетических и других коэффициентов, входящих в уравнения. Исходя из сказанного, мы начнем с феноменологического подхода, причем с самого простого, который мог быть использован и фактически применялся к интересующим нас задачам^{8,9} еще до создания современной теории сверхпроводимости. Конкретно, речь идет о двухжидкостной модели и теории Лондонов, на которых в настоящем разделе мы и будем базироваться.

1. Исходные соотношения

Только что упомянутая теоретическая схема в применении к однородным сверхпроводникам и при отсутствии градиента температуры сводится к следующей системе уравнений для плотностей тока \mathbf{j}_s и \mathbf{j}_n (см., например, ^{9,17}):

$$\text{rot } \Lambda \mathbf{j}_s = -\frac{1}{c} \mathbf{H}, \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial \Lambda \mathbf{j}_s}{\partial t} = \mathbf{E}, \quad (1.2)$$

$$\mathbf{j}_n = \sigma_n \mathbf{E}, \quad (1.3)$$

где Λ — зависящий от температуры коэффициент, а σ_n — проводимость «нормальных» электронов в сверхпроводнике, также, разумеется, зависящая от температуры; в изотропном металле или кристаллах кубической симметрии Λ и σ_n — скаляры, в кристаллах с более низкой симметрией вместо Λ и σ_n нужно ввести соответствующие тензоры второго ранга (см. раздел 4). Ниже для краткости будем, не оговаривая это особо, считать металл изотропным (за исключением раздела 4, посвященного анизотропному случаю).

Заметим, что система уравнений (1.1) — (1.3) относится и к переменным полям; поэтому мы должны дополнить ее полной системой электродинамических уравнений:

$$\text{rot } \mathbf{H} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}, \quad \text{rot } \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \quad (1.4)$$

$$\text{div } \mathbf{H} = 0, \quad \text{div } \mathbf{E} = 4\pi\rho. \quad (1.5)$$

Из (1.4) — (1.5) следует уравнение непрерывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div } \mathbf{j} = 0, \quad (1.6)$$

причем для сверхпроводников

$$\mathbf{j} = \mathbf{j}_s + \mathbf{j}_n. \quad (1.7)$$

Выше \mathbf{E} и \mathbf{H} — напряженности электрического и магнитного полей (мы не отличаем магнитное поле \mathbf{H} от индукции \mathbf{B} , которая фактически и фигурирует во всех уравнениях; кроме того в (1.4) считается, что несвязанная с током \mathbf{j} часть диэлектрической проницаемости равна единице). Выражения (1.1) — (1.3) играют при этом роль «материальных уравнений», как их иногда называют. Разумеется при этом плотности \mathbf{j}_s и \mathbf{j}_n имеют макроскопический смысл (в случае \mathbf{j}_n речь идет и о статистическом усреднении с помощью соответствующей функции распределения для «нормальных» электронов). Ниже мы будем интересоваться, в основном, стационарным случаем или же достаточно низкочастотными процессами, когда в (1.4) можно пренебречь током смещения $\partial \mathbf{E} / \partial t$.

Полезно напомнить весьма простой смысл, который имеют с гидродинамической точки зрения уравнения Лондонов (1.1) и (1.2). Действительно, уравнение движения идеальной заряженной жидкости с плотностью массы ρ_m и плотностью заряда ρ_e имеет вид

$$\rho_m \frac{d\mathbf{v}_s}{dt} = \rho_m \frac{\partial \mathbf{v}_s}{\partial t} + \rho_m (\mathbf{v}_s \nabla) \mathbf{v}_s = \rho_e \mathbf{E} + \frac{\rho_e}{c} [\mathbf{v}_s \mathbf{H}], \quad (1.8)$$

где \mathbf{v}_s — скорость жидкости.

Учитывая тождество

$$(\mathbf{v}_s \nabla) \mathbf{v}_s = \frac{1}{2} \nabla v_s^2 - [\mathbf{v}_s \text{rot } \mathbf{v}_s],$$

мы видим, что обобщенное (на случай наличия магнитного поля) условие потенциальности сверхтекучего движения имеет вид

$$\text{rot } \mathbf{v}_s = - \frac{\rho_e}{\rho_m c} \mathbf{H}. \quad (1.9)$$

Если ввести плотность сверхпроводящего тока $\mathbf{j}_s = \rho_e \mathbf{v}_s$ и считать величины ρ_e и ρ_m независимыми от координат, то условие (1.9) переходит в основное уравнение Лондонов (1.1), причем

$$\Lambda = \frac{\rho_m}{\rho_e^2} = \frac{m}{e^2 n_s} = \frac{m^*}{e^{*2} n_s^*}, \quad (1.10)$$

где положено $\rho_m = m n_s = m^* n_s^*$ и $\rho_e = e n_s = e^* n_s^*$ и использованы обозначения $e^* = 2e$, $m^* = 2m$ в соответствии с представлением о связанных куперовских парах; $n_s^* = n_s / 2$ — концентрации пар; n_s — концентрация «сверхпроводящих» электронов (e — заряд электрона, m — его масса). Таким образом, заряженную сверхпроводящую жидкость можно считать состоящей из частиц с массой $m^* = 2m$ и зарядом $e^* = 2e$.

При условии (1.9) уравнение (1.8) принимает вид

$$\frac{\partial \Lambda \mathbf{j}_s}{\partial t} = \mathbf{E} - \nabla \frac{\Lambda j_s^2}{2\rho_e}, \quad \mathbf{j}_s = e n_s \mathbf{v}_s = e^* n_s^* \mathbf{v}_s, \quad (1.11)$$

т. е. переходит в (1.2), если пренебречь в правой части (1.8) последним членом. Этот член, вообще говоря, мал и им обычно действительно можно пренебречь. Вместе с тем он появляется совершенно естественным образом, уже давно вводится (см., например, ^{9, 17}) и недавно вновь привлек к себе внимание (более подробно эффекты, связанные с этим членом, обсуждаются в разделе 9).

Выше, как было оговорено, сверхпроводник считался однородным, а также не учитывалась возможность существования градиента температуры или наличия других неравновесных ситуаций. Зададимся вопросом, что будет, если отказаться от этих предположений.

Из аналогии с обычной гидродинамикой ясно, что в правой части уравнения (1.8) может появиться член типа $-\nabla p_s$, где p_s — некоторое

давление. Более детальный анализ уравнений двухжидкостной гидродинамики свидетельствует о том, что добавочный член, о котором идет речь, имеет вид $-\rho_m \nabla \mu$, где μ — химический потенциал электронов. Имея в виду применения к неравновесным ситуациям, в которых нужно различать химические потенциалы сверхпроводящей и нормальной электронных подсистем, обозначим вводимый химический потенциал через μ_{s0} и запишем поэтому соответствующее обобщение уравнения (1.11) в виде

$$\frac{\partial \Lambda j_s}{\partial t} = \mathbf{E} - \frac{\nabla \mu_s}{e}, \quad (1.12)$$

где

$$\frac{\nabla \mu_s}{e} = \frac{\nabla \mu_{s0}}{e} + \nabla \frac{\Lambda j_s^2}{2\rho_e}.$$

С учетом того, что $j_s = en_s v_s$ и $\Lambda = m/e^2 n_s$ (см. (1.10)), уравнение (1.12), очевидно, эквивалентно такому:

$$m \frac{\partial v_s}{\partial t} = e \mathbf{E} - \nabla \mu_s, \quad (1.13)$$

где

$$\nabla \mu_s = \nabla \mu_{s0} + \nabla \frac{mv_s^2}{2}. \quad (1.14)$$

Нужно, однако, иметь в виду, что из двухжидкостной модели следует вывод^{6, 18-20}, что величина μ_{s0} сама зависит от v_s^2 , и, таким образом, учет членов порядка v_s^2 требует особого рассмотрения (см. раздел 9; во всех остальных разделах ролью членов порядка v_s^2 пренебрегаем).

Отметим, кстати, что уравнение

$$\frac{\partial \Lambda j_s}{\partial t} = \mathbf{E} - \nabla \xi,$$

где ξ — произвольный скаляр (а значит, в частности, и уравнение (1.12)), в силу уравнения поля $\text{rot } \mathbf{E} = -c^{-1} \partial \mathbf{H} / \partial t$ приводит к соотношению

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\text{rot } \Lambda j_s + \frac{1}{c} \mathbf{H} \right) = 0.$$

Это последнее выражение, разумеется, совместимо с (1.1) и, таким образом, уравнения (1.1) и (1.12), во всяком случае, не противоречат друг другу.

Для металла в нормальном состоянии учет неравновесности в известном приближении можно осуществить, заменив закон Ома $\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}$ на более общее выражение *)

$$\mathbf{j} = \sigma \left(\mathbf{E} - \frac{\nabla \mu}{e} \right) + b \nabla T, \quad (1.15)$$

где μ — химический потенциал электронов в металле. В случае сверхпроводника для нормального тока \mathbf{j}_n естественно поэтому использовать выражение типа (1.15), т. е. вместо (1.3) записать

$$\mathbf{j}_n = \sigma_n \left(\mathbf{E} - \frac{\nabla \mu_n}{e} \right) + b_n \nabla T, \quad (1.16)$$

где σ_n , μ_n и b_n зависят от температуры, и, вообще говоря, от координат (для неоднородного сверхпроводника **). Может оказаться удобным

*) Поток электронов направлен против ∇T , т. е. в сторону убывания температуры, а ток направлен в противоположном направлении; таким образом, коэффициент b и используемый ниже коэффициент b_n положительны.

**) Заметим, что поскольку сверхпроводящий ток не переносит тепла, то для введения в правую часть (1.12) члена типа $b' \nabla T$ нет оснований (дополнительная аргументация на этот счет содержится в⁸; см. также⁴⁻⁶).

использовать также удвоенный химпотенциал нормальных электронов $\mu_n^* = 2\mu_n$, отличающийся, вообще говоря, от $\mu_s^* = 2\mu_s$. (Смысл величин μ_s^* и μ_n^* разъясняется в разделе 5.)

В стационарном случае (т. е. при $\partial v_s / \partial t = 0$) из (1.13) следует, что

$$eE = \nabla \mu_s.$$

Тогда из (1.16) получаем выражение для плотности нормального тока

$$j_n = \sigma_n \nabla \frac{\mu_s - \mu_n}{e} + b_n \nabla T. \quad (1.17)$$

Если пренебречь членами порядка v_s^2 и возможным различием между μ_s и μ_n , положив $\mu_s = \mu_n = \mu$ (как это делалось ранее в ^{8, 9, 17}), то уравнение для j_s (1.12) запишется в виде

$$\frac{\partial \Delta j_s}{\partial t} = E - \frac{\nabla \mu}{e}, \quad (1.18)$$

а выражение для j_n принимает особенно простой вид

$$j_n = b \nabla T. \quad (1.19)$$

Далее в гл. I мы будем рассматривать стационарные условия и опираться на выражения (1.18) и (1.19) и уравнение (1.1) или их обобщение на анизотропный случай (раздел 4). Рассмотрение эффектов, связанных с появлением разности химпотенциалов $\delta \mu = \mu_s - \mu_n$, как и с членами типа $mv_s^2/2$, будет проведено в разделе 9.

2. И з о т р о п н ы е с в е р х п р о в о д н и к и и с в е р х п р о в о д я щ а я ц е п ь

В нормальном состоянии в разомкнутом проводнике ток течь не может, и, согласно (1.15), возникает электрическое поле

$$E = \nabla \frac{\mu}{e} - \frac{b}{\sigma} \nabla T. \quad (2.1)$$

Конкретно, в прямолинейном образце ситуация иллюстрируется рис. 5, а (q — плотность заряда, концентрирующегося на концах образца).

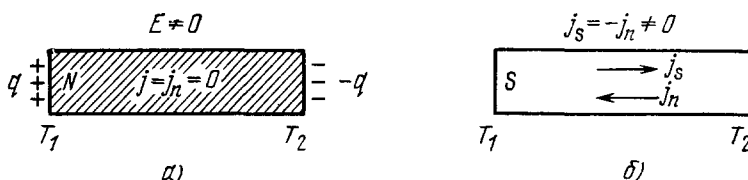


Рис. 5. Неоднородно нагретые металлы.

а) Нормальный металл, возникают заряды $\pm q$; б) сверхпроводник, возникают противотоки $j_s = -j_n$.

В сверхпроводнике, как ясно из (1.19), при наличии градиента температуры возникает нормальный ток j_n , причем этот факт не противоречит отсутствию полного тока $j = j_s + j_n$, поскольку ток j_n может полностью компенсироваться током j_s (рис. 5, б). При такой компенсации, согласно (1.18) и (1.19),

$$j = j_s + j_n = 0, \quad E - \frac{\nabla \mu}{e} = 0, \quad j_n = b \nabla T. \quad (2.2)$$

В условиях, отвечающих рис. 5, б, именно такая полная компенсация токов и имеет место, причем заряд $q = 0$. При этом магнитное поле H

тоже, разумеется, равно нулю, а уравнение (1.1) удовлетворяется. Действительно, согласно (2.2)

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \Lambda \mathbf{j}_s &= -\operatorname{rot} \{ \Lambda(T) b_n(T) \nabla T \} = \\ &= -\Lambda b_n \operatorname{rot} \nabla T - [\nabla \{ \Lambda(T) b_n(T) \}, \Delta T] = 0. \end{aligned}$$

Возникающие в разомкнутом образце (цепи) встречные нормальный и сверхпроводящий токи вполне аналогичны потокам нормальной и сверхтекучей жидкости, появляющимся при наличии разности температур в гелии II (см., например, ^{6, 9, 18-20}). Аналогия со сверхтекучим гелием и привела в свое время одного из авторов к мысли ^{8, 9} о возможности существования термоэлектрических эффектов в сверхпроводниках.

В условиях равенства нулю полного тока (см. (2.2)) наличие тока \mathbf{j}_n сказывается лишь на теплопередаче. Однако соответствующий эффект (конвективная теплопередача), приводящий к дополнительному вкладу в эффективную теплопроводность, характеризуемому коэффициентом κ_c , весьма мал ^{21-23 *}).

Если же сверхпроводник, хотя и изотропен, но неоднороден, т. е. коэффициенты Λ и b_n соответственно в (1.1) и (1.18) — (1.19) зависят от координат (помимо такой зависимости, обусловленной наличием градиента температуры), то решение (2.2), вообще говоря, уже несправедливо. Другими словами, может появиться результирующий ток и отвечающее ему магнитное поле. Как отмечалось во введении, подобный случай обсуждался в ^{8, 9} на примере биметаллической пластинки (рис. 3, а). Решать такую задачу нужно на основе уравнений (1.1), (1.4) и (1.19). В ⁸, однако, была произведена лишь оценка возникающего поля H_T , поскольку случай биметаллической пластинки был сочтен «грязным» и в этой связи менее интересным по сравнению с неоднородно нагретым анизотропным сверхпроводником (см. раздел 4). Если иметь в виду сплошную биметаллическую пластинку, то такая конфигурация, по-видимому, действительно мало интересна. Однако в пластинке можно проделать отверстие (рис. 3, б), а также трансформировать ее в топологически эквивалентную цепь, отвечающую обычной термоэлектрической цепи (см. рис. 4). Для такой цепи интерес представляет, в первую очередь, не распределение тока и поля, а полный ток I или магнитный поток через контур (цепь). Но этот поток Φ_T можно найти с помощью простого приема, широко используемого и в других случаях (например, при доказательстве квантования магнитного потока, охватываемого сверхпроводником; см. раздел 8).

Остановимся на этом вопросе несколько подробнее. Решение уравнения (1.1) можно, очевидно, записать в виде

$$\Lambda \mathbf{j}_s = -\frac{1}{c} \mathbf{A} + \nabla \zeta, \quad (2.3)$$

где \mathbf{A} — векторный потенциал ($\operatorname{rot} \mathbf{A} = \mathbf{H}$) и ζ — некоторый скаляр.

) Основную роль при конвективной теплопередаче играет, вообще говоря, разрыв сверхпроводящих пар при возникновении тока \mathbf{j}_n при температуре T_2 и образование пар из нормальных электронов (возбуждений) при температуре $T_1 < T_2$, при которой ток \mathbf{j}_n превращается в ток $-\mathbf{j}_s$. С этим процессом связан поток тепла $\dot{W} \sim \mathbf{j}_n \Delta / e = b_n \Delta(T) \nabla T / e$, где 2Δ — энергия одной пары (заряд $e^ = 2e$). Отсюда очевидно, что $\kappa_c \lesssim b_n \Delta(0) / e \sim b_n k T_c / e$, в то время как обычная электронная теплопроводность $\kappa_e \sim (\pi^2 k^2 / 3e^2) \sigma_n T$. Далее, дифференциальная термо-э.д.с. $d\mathcal{E} / dT \equiv \alpha = b / \sigma \sim 3 \cdot 10^{-11}$ CGSE/°K $\sim 10^{-8}$ в °K (см. раздел 3; приводим значение для чистого олова вблизи T_c ; имевшиеся ранее неясности в отношении температурного хода $d\mathcal{E} / dT$ при $T \geq T_c$ устранены в ²⁴). В силу сказанного получаем оценку $(\kappa_c / \kappa_e)_{T \sim T_c} < 10^{-6}$ ($d\mathcal{E} / dT$) $T_c \sim 3 \cdot 10^{-5}$.

Оставаясь в рамках представлений классической теории поля, естественно считать скаляр ζ (как и векторный потенциал \mathbf{A}) однозначной функцией координат. Тогда при интегрировании по любому замкнутому контуру будем иметь

$$\oint \nabla \zeta d\mathbf{l} = 0. \quad (2.4)$$

Ясно, что при этом мы не сможем описать хорошо известные вихревые нити в сверхпроводниках или сверхтекучей жидкости, когда условия (2.4) при обходе нити не выполняются. Для того, чтобы включить в рассмотрение вихри в сверхпроводниках, мы либо должны из условия квантования (типа условия Бора) заменить (2.4) на более общее выражение *)

$$\oint \nabla \zeta d\mathbf{l} = n \frac{h}{e^*} = n \frac{h}{2e}, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (2.5)$$

($h = 2\pi\hbar$ — постоянная Планка), либо перейти от схемы Лондонов к более общему описанию сверхпроводимости с использованием понятия о комплексном параметре порядка (макроскопической волновой функции Ψ). В последнем случае условие (2.5) получается из требования однозначности волновой функции и рассмотрения ее фазы. Поскольку условие квантования Бора обосновывается именно из требования однозначности волновой функции, речь здесь идет, по существу, об одном и том же выводе формулы (2.5). Она будет использоваться в разделах 5 и 6, здесь же мы примем за основу соотношение (2.4) и проанализируем некоторые следствия, вытекающие из уравнений Лондонов без учета вихрей.

В стационарном случае из уравнений (1.1), (1.4) и (1.5) с $\mathbf{j}_n = 0$ получаем уравнение

$$\Delta \mathbf{H} - \frac{1}{\delta^2} \mathbf{H} = 0, \quad (2.6)$$

$$\delta^2 = \frac{\hbar c^2}{4\pi} = \frac{mc^2}{4\pi e^2 n_s} = \frac{m^* c^2}{4\pi e^2 n_s^*}, \quad (2.7)$$

имеющее, в частности, решение $H = H_0 e^{-z/\delta}$, где $\delta \equiv \delta_L$ — лондоновская глубина проникновения магнитного поля в сверхпроводник. При отсутствии градиента температуры как раз $\mathbf{j}_n = 0$ и, следовательно, в толще сверхпроводника (в частности, для сверхпроводящей цепи, состоящей из материала с толщиной $d \gg \delta$) также и $\mathbf{j}_s = 0$. Поэтому, интегрируя (2.3) по контуру, находящемуся в толще материала, и учитывая, что

$$\oint \mathbf{A} d\mathbf{l} = \int \text{rot } \mathbf{A} d\mathbf{S} = \int \mathbf{H} d\mathbf{S} = \Phi,$$

видим, что в отсутствие вихрей или «замороженного» потока (см. (2.4)) магнитный поток через рассматриваемый контур

$$\Phi = 0. \quad (2.8)$$

В неравномерно нагретом сверхпроводнике в толще металла уже $\mathbf{j}_n \neq 0$, $\mathbf{j}_s \neq 0$ и, по крайней мере, в области однородности $\mathbf{j}_s = -\mathbf{j}_n =$

) Рассуждения при этом ведутся следующим образом. В случае сверхтекучести $\mathbf{v}_s = \nabla \zeta$, и условие квантования Бора дает $\oint m^ \mathbf{v}_s d\mathbf{l} = nh$, откуда $\oint \nabla \zeta d\mathbf{l} = nh/m^*$, где m^* — масса соответствующей частицы (например, атома гелия). Согласно (1.10) и (2.3) для сверхпроводника $m^* \mathbf{v}_s / e^* = -(\mathbf{A}/c) + \nabla \zeta$, и условие квантования

$$\oint \mathbf{p}_s d\mathbf{l} = \oint \left(m^* \mathbf{v}_s + \frac{e^*}{c} \mathbf{A} \right) d\mathbf{l} = e^* \oint \nabla \zeta d\mathbf{l} = nh$$

приводит к (2.5).

$= -b_n \nabla T$ (см. (2.2)). Поэтому на контуре, обозначенном на рис. 3 пунктиром, везде, за исключением области спаев, имеем (см. (2.3), (2.7))

$$-c\Lambda j_s = c\Lambda b_n \nabla T = \frac{4\pi}{c} b_n(T) \delta^2(T) \nabla T = -A - c\nabla \zeta. \quad (2.9)$$

Интегрируя (2.9) по указанному контуру и учитывая (2.4), получим поток магнитного поля через этот контур

$$\Phi = \Phi_T = \frac{4\pi}{c} \int_{T_1}^{T_2} [b_{nI}(T) \delta_I^2(T) - b_{nII}(T) \delta_{II}^2(T)] dT, \quad (2.10)$$

причем индексы I и II относятся к разным металлам I и II.

Таким образом, в неравномерно нагретой цепи из разнородных сверхпроводников, т. е. когда $b_{nI}(T) \delta_I^2(T) \neq b_{nII}(T) \delta_{II}^2(T)$, течет некоторый сверхпроводящий ток с силой $I = c\Phi_T/L_s$, где Φ_T — поток (2.10) и L_s — коэффициент самоиндукции сверхпроводящего кольца.

Разумеется, ток I течет по внутренней поверхности кольца в слое толщиной порядка δ вблизи поверхности сверхпроводника. Выше мы пренебрегли, правда, областью спаев (двойная штриховка на рис. 3, б). Ясно, однако, что эффект (2.10) является интегральным и для достаточно большого контура роль спаев может быть сделана сколь угодно малой.

Обсуждаемый эффект, хотя, возможно, уже наблюдался (см. раздел 3), но очень мал по сравнению с термотоком в нормальном металле. В самом деле, рассмотрим для простоты цепь, представляющую собой окружность радиуса r , образованную несверхпроводящей проволокой с разными значениями b , но с везде одинаковой проводимостью σ и сечением $S = \pi r^2$. Ток в такой цепи равен

$$I_n = \frac{\mathcal{E}_n}{R_n} \sim \frac{\rho^2}{r} \oint b dT, \quad \mathcal{E}_n = \oint \frac{b}{\sigma} dT, \quad R_n = \frac{2\pi r}{\sigma S} = \frac{2r}{\sigma r^2},$$

$$\Phi_n \sim \pi r^2 H \sim \frac{\pi I_n r}{c}.$$

Если же цепь с теми же значениями r , ρ и b и постоянной глубиной проникновения δ является полностью сверхпроводящей, то, согласно (2.10),

$$\Phi_T \sim \pi r^2 H \sim \frac{4\pi}{c} \delta^2 \oint b dT, \quad H \sim \frac{1}{c} \frac{I}{r}, \quad I \sim \frac{\delta^2}{r} \oint b dT. \quad (2.12)$$

Таким образом, в рассматриваемом случае

$$\frac{\Phi_T}{\Phi_n} \sim \frac{I}{I_n} \sim \left(\frac{\delta}{\rho}\right)^2. \quad (2.13)$$

Это отношение обычно очень мало (например, для проволочек с радиусом $\rho \sim 0,1$ см и при $\delta \sim 10^{-5}$ см отношение (2.13) порядка 10^{-8}).

Весьма важно понимать, что происходит при нарушении условия $(\delta/\rho)^2 \ll 1$, на которое мы опирались выше. Если не учитывать действия магнитного поля, создаваемого самим термоэлектрическим током (по-видимому, это возможно по крайней мере при достаточно слабом термотоке), переход из сверхпроводящего в нормальное состояние является переходом второго рода. Поэтому при соответствующем повышении температуры следует ожидать непрерывного перехода от чисто сверхпроводящей цепи к частично нормальной цепи (рис. 2). Конкретно, представим себе полностью сверхпроводящую цепь типа изображенной на рис. 1, б и пусть температуры T_2 и T_1 спаев повышаются (для простоты удобно считать разность $T_2 - T_1$ постоянной). Тогда по достижении температурой T_2 значения T_{cI} (критической температуры металла I; считаем, что

$T_{cII} > T_{cI}$ начинается переход к смешанной (частично нормальной) цепи (см. рис. 2), для которой термоэлектрический ток уже значителен (по сравнению с термотоком в полностью сверхпроводящей цепи). Подобные соображения заставляют полагать, что при $T \rightarrow T_{cI}$ термоэлектрический ток в сверхпроводящей цепи I стремится к току I_n в соответствующей нормальной цепи. Но при $T \rightarrow T_{cI}$ глубина проникновения δ ($T \rightarrow T_{cI}$) $\sim \infty$ и, разумеется, оценка (2.13) неприменима (это оценка, хотя и в неявном виде, основана на предположении, что $(\delta/\rho)^2 \ll 1$).

Сказанное подтверждается при более детальном рассмотрении. Так, рассмотрим плоскую тонкую пленку с толщиной d в условиях, когда $(d/\delta)^2 \ll 1$. В такой пленке плотности токов j , j_s и j_n можно в первом приближении считать независимыми от координаты z , направленной перпендикулярно пленке ($z = 0$ в середине пленки; независимость плотностей тока от координат x и y также, конечно, предполагается). При отсутствии внешнего магнитного поля магнитное поле тока $I = jd$, текущего по пленке и направленного по оси x , равно $H(z) = 8\pi c^{-1} jz$ (при $|z| \leq d/2$). Вне пленки $H = H_0 = 4\pi I/c = 4\pi jd/c$. Вместе с тем плотность полного тока есть *) $\mathbf{j} = \mathbf{j}_s + \mathbf{j}_n = -A/c\Lambda + b_n \nabla T$, причем векторный потенциал A направлен по оси y , а по величине равен $A = 4\pi c^{-1} jz^2$. Таким образом $j_s = -A/c\Lambda = -cA/4\pi\delta^2 = -z^2 j/\delta^2$, и очевидно, $j_s \ll j$, поскольку в рассматриваемых условиях $z^2/\delta^2 \leq d^2/\delta^2 \ll 1$. Но это означает, что $j \approx j_n = b_n(T_{cI}) \nabla T$, т. е. полный ток стремится к его значению в нормальном состоянии. Таким образом, непосредственно вблизи T_c (т. е. при $\delta \rightarrow \infty$) вместо оценки (2.13) будем иметь $\Phi_T/\Phi_n \sim 1$.

3. Термоток в сверхпроводящей цепи (связь с экспериментом)

Хотя термоток в сверхпроводящей цепи, как правило, мал, по сравнению с током в нормальном контуре, он вполне может быть измерен с помощью современной аппаратуры (сверхпроводящие квантовые интерферометры и т. п.). Более того, как уже отмечалось, термоток в сверхпроводящей цепи, видимо, наблюдался на опыте¹³⁻¹⁵ (см. также²⁵⁻²⁷). Вопрос о сопоставлении теории с экспериментом остается, однако, открытым. В частности, неясна роль маскирующего эффекта¹⁶, обусловленного зависимостью глубины проникновения δ от температуры. Кроме того, мы не знаем ряда деталей эксперимента, и главное, недостаточно компетентны для обсуждения методики измерений. Все это побуждает нас не останавливаться на проведенных экспериментах сколько-нибудь детально. Мы лишь приведем несколько простых выражений, конкретизирующих формулу (2.10), а также сделаем ряд оценок и замечаний.

Термоэлектрический коэффициент $b_n(T)$ в сверхпроводящем состоянии быстро уменьшается с падением температуры. Это, конечно, вполне понятно, поскольку с уменьшением T падает число «нормальных» электронов. В предположении, что рассеяние «нормальных» электронов определяется примесями, а не фононами (т. е. в области остаточного сопротивления), причем длина свободного пробега существенно больше длины когерентности, для $b_n(T)$ можно воспользоваться выражением **)

$$b_n(T) = b(T_c) \cdot \frac{3}{2\pi^2} \int_x^\infty \frac{y^2 dy}{\text{ch}^2(y/2)}, \quad (3.1)$$

*) См. (2.2) и (2.3); легко видеть, что в (2.3) можно положить $\nabla \zeta = 0$.

**) См. ^{10, 15, 23, 28}, причем коэффициент в (3.1) выбран в согласии с работой ¹⁵, откуда взят и рис. 6.

где $b(\mathcal{E}_c) = \sigma\alpha$ — коэффициент в нормальном состоянии (σ — проводимость, $\alpha \equiv dT/dT$ — дифференциальная термоэдс *) и $x = \Delta(T)/kT$, $\Delta(T)$ — ширина сверхпроводящей щели. Зависимость $b_n(T)/b(T_c)$, согласно (3.1), приведена на рис. 6. Заметим, что в условиях, когда амплитуда рассеяния не зависит от импульса

$$b(T) = \frac{2\pi^2}{9} \frac{ek^2T}{m} \frac{d}{d\epsilon} [\tau(\epsilon) v(\epsilon) \epsilon]_{\epsilon=\mu} = \frac{\pi^2}{9} ek^2T \frac{d}{d\mu} [\tau v v^2]_{\epsilon=\mu}, \quad (3.2)$$

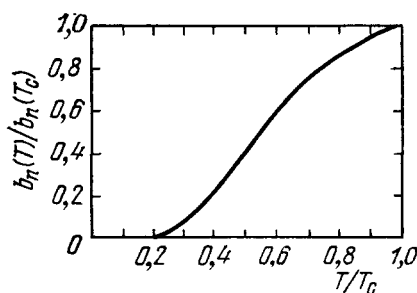
где заряд электрона e нужно брать по абсолютной величине (т. е. $\epsilon > 0$), $\tau(\epsilon)$ — время релаксации, $\mu = \epsilon_0$ — химпотенциал (энергия на поверхности Ферми) и при переходе к последнему выражению энергия ϵ положена равной $\epsilon = mv^2/2$ (см. ^{10,29,30}); в тех же условиях $\sigma = (1/3) e^2 [\tau v v^2]_{\epsilon=\mu}$ и, следовательно, ^{29,30}

$$\alpha = \frac{b}{\sigma} = \frac{\pi^2 k^2 T}{3e} \frac{d}{d\mu} [\ln(\tau v v^2)_{\epsilon=\mu}]. \quad (3.3)$$

Для свободных электронов, рассеивающихся на примесях, $\tau = l/v$, причем l не зависит от μ , $v = \sqrt{2\mu/m}$ и $v = m^2 v / \pi^2 \hbar^3$. Отсюда

$$\frac{d}{d\mu} [\ln(\tau v v^2)_{\epsilon=\mu}] = \frac{1}{\mu}, \quad \alpha = \frac{\pi^2}{3e} \frac{k^2 T}{\mu}. \quad (3.4)$$

Рис. 6. Зависимость термоэлектрического коэффициента b_n от температуры T .



Таким образом, для нормального состояния коэффициент b вблизи T_c слабо зависит от T и его можно положить равным $b(T_c)$. Согласно (3.4), $\alpha \sim 10^{-10} T (^{\circ}\text{K})/\mu$ (эв) или при $T \sim 3^{\circ}\text{K}$ и $\mu \sim 10$ эв, $\alpha = 3 \cdot 10^{-11}$ CGSE/ $^{\circ}\text{K} \sim 10^{-8}$ в/ $^{\circ}\text{K}$. Фактически в олове вблизи $T_c = 3,72^{\circ}\text{K}$ наблюдаются ³¹ при добавлении некоторого количества примесей значения α , достигающие $5 \cdot 10^{-8}$ в/ $^{\circ}\text{K}$. В работе ¹³ использовалось олово, для которого

$$b = 54 \text{ в}/^{\circ}\text{K} \cdot \text{ом} \cdot \text{см} = 1,62 \cdot 10^{11} \text{ CGSE}/^{\circ}\text{K},$$

и другой образец со значением b в 27 раз меньшим. При наличии магнитных примесей значение α может существенно возрасти (на два-три порядка) и, возможно, этим обстоятельством удобно воспользоваться ³² при изучении термоэлектрических эффектов в сверхпроводниках.

Подчеркнем, что при анализе термоэффектов в сверхпроводниках нужно, несомненно, использовать определяемое на опыте значение $b(T_c)$, а не заниматься какими-либо вычислениями этой величины, что может внести лишь дополнительную неопределенность и неточность. Коэффициент же $b_n(T)$ независимо не измеряется, в силу чего нужно прибегнуть к использованию выражения (3.1); по-видимому, на таком пути нельзя ожидать существенных ошибок. К тому же наиболее интересна область температур, непосредственно примыкающая к T_c , где в формуле (2.10) можно просто положить $b_n(T) = b(T_c)$, как это и будет сделано ниже.

*) Термо-э.д.с., связанная с данным нормальным металлом (цепь типа изображенной на рис. 2, но разомкнутая), равна $\mathcal{E} = \int_1^2 \nabla \left(\varphi + \frac{\mu}{e} \right) dl = \int_{T_1}^{T_2} \left(\frac{b}{\delta} \right) dT$ (см. (1.15) и (2.1)); отсюда $d\mathcal{E}/dT \equiv \alpha = b/\sigma$.

Помимо $b_n(T)$, в интересующую нас сейчас формулу (2.10) входит только глубина проникновения $\delta(T)$, которая стремится к бесконечности при $T \rightarrow T_c$. Как известно, вблизи T_c (при $\Delta T = T_c - T \ll T_c$) можно положить

$$\delta^2(T) = \frac{\delta_0^2}{T_c [1 - (T/T_c)]}. \quad (3.5)$$

Иногда пользуются также полуэмпирической формулой $\delta^2 = \delta^2(0) \times [1 - (T/T_c)^4]^{-1}$, приближенно пригодной во всем интервале температур; при этом, очевидно, $\delta_0 = \delta(0)/2$. Рассмотрим теперь случай, когда в (2.10) $b_{nI}\delta_I^2 \gg b_{nII}\delta_{II}^2$, что имеет место вблизи критической температуры T_{cI} металла I (предполагается, что $T_{cII} \gg T_{cI}$ или, точнее, что $T_{cII} - T_{cI} \gg T_{cII} - T$, где T — рассматриваемая температура, лежащая между T_2 и T_1). Тогда выражение (2.10) принимает вид

$$\Phi = \Phi_T \approx \frac{4\pi}{c} \int_{T_1}^{T_2} b_{nI}(T) \delta_I^2(T) dT = \frac{4\pi}{c} b(T_c) \delta_0^2 \ln \frac{T_c - T_1}{T_c - T_2}, \quad (3.6)$$

где значения b , δ_0 и T_c относятся к металлу I.

Очевидно, при $\Delta T = T_2 - T_1 \ll T_c - T_1$ из (3.6) вместо логарифмической получаем линейную зависимость от температуры

$$\Phi_T = \frac{4\pi}{c} b(T_c) \delta_0^2 \frac{\Delta T}{T_c - T_1} = \frac{4\pi}{c} b(T_c) \delta^2(T_1) \Delta T. \quad (3.7)$$

Для олова $\delta_0 \approx 2,5 \cdot 10^{-6}$ см и для хороших образцов $b(T_c) \sim 10^{11} - 10^{12}$. Поэтому, согласно (3.6),

$$\Phi_T \sim 10^{-9} \ln \frac{T_c - T_1}{T_c - T_2} \sim 10^{-2} \Phi_0 \ln \frac{T_c - T_1}{T_c - T_2}, \quad (3.8)$$

где $\Phi_0 = hc/2e = 2 \cdot 10^{-7}$ гс·см² — квант потока.

При значениях $T_c - T_2 \sim 10^{-2}$ °К и $T_c - T_1 \sim 0,1$ °К, или, вообще, при $\ln [(T_c - T_1)/(T_c - T_2)] \sim 1$ поток Φ_T достигает $10^{-2} \Phi_0$ и, следовательно, вполне поддается измерению. В настоящее время, насколько нам известно, с помощью квантовых интерферометров можно измерять потоки $\Phi \gtrsim 10^{-5} \Phi_0$.

Эксперимент¹³, проведенный на сверхпроводниках I рода (Pb и Sn) в целом подтвердил наличие потока (3.6) и зависимость его от температуры. При этом была найдена как линейная зависимость (3.7) при малых ΔT , так и обнаружено более быстрое увеличение Φ_T при $T_2 \rightarrow T_c$ (см. (3.6)). В эксперименте¹⁵, выполненном на жестких сверхпроводниках (Nb и Ta), был более четко прослежен логарифмический рост Φ_T , согласно (3.6), однако при $\Delta T \ll 1$ магнитный поток не стремился к нулю, а принимал постоянное значение, существенно превышающее величину, получаемую согласно теоретической оценке (3.7). По этому поводу в¹⁶ отмечается, что такой результат мог быть получен в том случае, если в контуре при $T_1 = T_2$ имелся остаточный «замороженный» поток (последнее, кстати, вполне возможно в случае цепи, составленной из жестких сверхпроводников Nb и Ta). Действительно, при учете «замороженного» поля поток через рассматриваемый контур равен (см. формулу (7.7) ниже)

$$\Phi = \Phi_T + n\Phi_0, \quad \Phi_0 = hc/2e = 2 \cdot 10^{-7} \text{ гс·см}^2, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

и при больших значениях n , вероятно, можно объяснить наблюдавшиеся в¹⁵ аномалии.

В экспериментах^{15, 26} было обнаружено также, что вблизи T_c величина термоэлектрического потока в цепи возрастает быстрее, чем предсказывается формулой (3.8), и непосредственно вблизи T_c термоэлектрический

поток на несколько порядков превышает значение, оцененное по формуле (3.8). Согласно ¹⁶ такой результат можно понять, если в кольце имеется большой «замороженный» поток и имеет место его перераспределение в контуре, вызванное локальными изменениями глубины проникновения при неоднородном нагреве сверхпроводника.

В этой связи следует упомянуть работы ^{33, 34}, в которых учитывается влияние внешнего поля на термоэлектрический эффект в сверхпроводниках. На основе кинетического рассмотрения в ^{33, 34} показано, что в присутствии внешнего поля следует учитывать квадратичные по v_s члены в выражении для тока (1.19). Это приводит к тому, что в коэффициенте b в (1.19) появляется зависящая от поля добавка, которая в некоторых условиях может быть велика по сравнению с основным членом (1.19), в результате чего может наблюдаться существенное усиление эффекта.

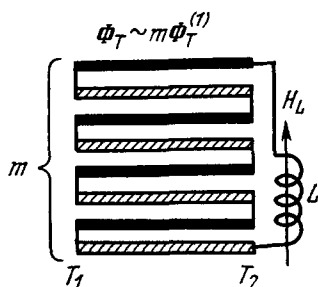


Рис. 7. Термоэлектрическая батарея с m звеньями. Ток в цепи возрастает в m раз по сравнению с одиночным контуром.

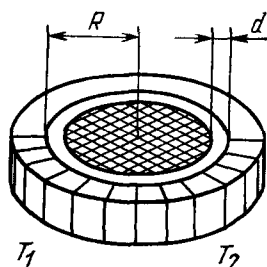


Рис. 8. Термоэлектрический контур со сверхпроводящим сердечником. Поле в зазоре и обтекающий контур ток возрастают в $R/2d$ раз.

Возможно, что наблюдавшиеся в ^{15, 26} аномалии могут быть объяснены также и в свете сделанного в конце раздела 2 замечания о том, что при $T \rightarrow T_c$ должен иметь место непрерывный переход к случаю нормального металла и соответствующее возрастание термоэлектрического потока. В целом, однако, как с экспериментальной, так и с теоретической точки зрения вопрос об области температур, близких к критической, остается не до конца выясненным и требует дальнейшего анализа.

В связи с обсуждением экспериментов отметим, что наблюдаемый эффект можно значительно усилить, если вместо одиночного термоэлектрического контура типа рис. 3 или 4 использовать термоэлектрическую батарею ³⁰, представляющую собой замкнутую сверхпроводящую цепь из нескольких звеньев, концы которых поддерживаются при разных температурах (рис. 7). Легко видеть, что результирующий ток в цепи с m звеньями в m раз больше, чем в случае одиночного контура. При этом удобно наблюдать не непосредственно поток Φ_T , а поле во вспомогательной сверхпроводящей катушке L , которое при заданном потоке в контуре может к тому же быть больше поля в основном контуре. Дополнительного усиления термоэлектрического тока можно достичь, вставляя внутрь термоэлектрического контура (с внутренним радиусом R) сверхпроводящий сердечник S (рис. 8), вытесняющий поле в узкий зазор (шириной d) между сердечником и основным термоэлементом. При этом поток Φ_T не меняется, а поле в зазоре увеличивается в $R/2d$ раз (в отношении площадей полного отверстия и оставшейся щели; предполагаем, что $d \gg \delta$). В случае узкой щели поле и циркулирующий в контуре ток можно увеличить на несколько порядков (например, при $R \sim 1$ см и $d \sim 10^{-3}$ см

имеем $R/2d \sim 10^3$). Поэтому оптимальный для наблюдения контур должен иметь, по возможности, меньшую внутреннюю площадь (типа рис. 4, б).

Если отверстие (щель) в биметаллическом кольце стремиться к нулю, осуществляя непрерывный переход к случаю биметаллической пластины (сравните рис. 3, а и б), то поле в конце концов локализуется в области порядка $\delta \sim 10^{-5}$ см по обе стороны спая, причем по порядку величины это поле будет составлять $H \sim 10^{-4}$ эс, как это и было оценено в ^{8,9}. Отсюда, в частности, также ясна физическая эквивалентность термоэлектрического эффекта в биметаллической пластине ^{8,9} и биметаллическом кольце ¹⁰.

4. Анизотропные сверхпроводники

Термоэлектрический эффект (циркуляционный ток и соответствующее магнитное поле) должен появляться не только в неоднородном сверхпроводнике, но и в однородном, но анизотропном сверхпроводнике. Правда, ток отличен от нуля только при несовпадении градиента температуры с осями симметрии кристалла. В ^{8,9} этот эффект был рассмотрен на основе теории Лондонов, обобщенной на анизотропный случай. Последнее достигается, как уже упоминалось в разделе 1, если считать параметр Λ тензором второго ранга Λ_{ij} . При этом, поскольку сверхпроводящий ток не затухает, $\Lambda_{ij} = \Lambda_{ji}$. Для сокращения записи введем при этом обозначения $(\hat{\Lambda}j_s)_i = \Lambda_{ij}j_{sj}$. Тогда уравнение (1.1) запишется в виде

$$\text{rot } \hat{\Lambda}j_s = -\frac{1}{c} H. \quad (4.1)$$

Для изотропных сверхпроводников или для кристаллов с кубической симметрией $\Lambda_{ij} = \Lambda \delta_{ij}$ и (4.1) переходит в (1.1). В использованном в разделе 2 приближении, когда $\mu_s = \mu_n = \mu$, в анизотропном случае вместо (1.9) имеем

$$j_{n,i} = b_{n,ij} \frac{\partial T}{\partial x_j}. \quad (4.2)$$

Решение уравнения (4.1) можно записать в виде $\hat{\Lambda}j_s = -c^{-1}A + \nabla\zeta$ (см. (2.9)), и поэтому для полного тока $j = j_s + j_n$ в силу (4.1) и (4.2) имеем

$$\hat{\Lambda}j = -\frac{1}{c} A + \nabla\zeta + \hat{\Gamma}\nabla T, \quad (4.3)$$

где $\Gamma_{ij} = \Lambda_{ik}b_{n,kj}$.

Из (4.3) и уравнений $\text{rot } A = H$, $\text{rot } H = 4\pi c^{-1}j$ получаем ^{36,37}

$$H = H_T - c \text{rot } \hat{\Lambda}j, \quad H_T = c \text{rot } (\hat{\Gamma}\nabla T), \quad (4.4)$$

$$\text{rot rot } \hat{\Lambda}j + \frac{4\pi}{c^2} j = F_T, \quad F_T = \text{rot rot } (\hat{\Gamma}\nabla T). \quad (4.5)$$

Эти уравнения, очевидно, и определяют ток j и поле H , индуцированные градиентом температуры. В однородной и изотропной среде $\hat{\Gamma}\nabla T = \Gamma(T)\nabla T = \Lambda b_n \nabla T$ и члены H_T и F_T равны нулю; поэтому в кольце, сделанном из изотропного материала, могут существовать лишь ток $j = j_s$ и поле H , обусловленные магнитным полем (внешним полем или полем, связанным с «замороженным» потоком). Ясно также, что $H_T = F_T = 0$ в анизотропном случае, но при совпадении ∇T с осями симметрии кристалла.

Рассмотрим теперь кристаллическую пластинку в условиях, ясных из рис. 9 (x', z' — оси симметрии кристалла); для простоты ∇T считается лежащим в плоскости x', z' , ось z направлена по ∇T . Будем, далее, интегрироваться лишь областью температур, близких к T_c , когда эффект максимален. При этом $n_s \sim T_c - T$ и можно положить

$$\Lambda_{ij} = \Lambda_0 \alpha_{ij}, \quad \Lambda_0 = \frac{m}{e^2 n_s} = \frac{4\pi\delta^2}{c^2}, \quad \delta^2 = \delta_0^2 \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^{-1}, \quad (4.6)$$

где $\alpha_{ij} = m_{ij}/m$ или в системе главных осей $\alpha_{x'x'} \equiv \alpha_{x'} = m_x/m$, $\alpha_{z'z'} \equiv \alpha_{z'} = m_{z'}/m$. В этой области (вблизи T_c) можно, по всей вероятности, пренебречь более слабой температурной зависимостью коэффициентов α_{ij} и $b_{n,ij}$.

Наконец, положим $\nabla T = \text{const}$ (в отсутствие источников тепла $\text{div } \hat{\kappa} \nabla T = 0$, и, поскольку компоненты тензора теплопроводности $\kappa_{ij}(T)$ при $T \sim T_c$ остаются конечными, температурной зависимостью и анизотропией теплопроводности в большинстве случаев можно, вероятно, в хорошем приближении пренебречь).

При учете сказанного ясно, что величина \mathbf{H}_T (см. (4.4)) лишь медленно меняется с z за счет зависимости $T = T(z)$. Допустим, что $\mathbf{H}_T = \text{const}$ и $\mathbf{F}_T = 0$. Тогда, как легко убедиться, решение системы (4.4), (4.5) имеет вид $\mathbf{H} = \mathbf{H}_T + \mathbf{H}'$, $\mathbf{j} = \mathbf{j}_0 e^{-x/\delta}$, где \mathbf{H}' и \mathbf{j} экспоненциально спадают с x вглубь образца (см. также решение, приведенное в ⁸). На границе с вакуумом имеем $\mathbf{H} = 0$, т. е. поле $\mathbf{H} \neq 0$ лишь в образце; внешнее поле, конечно, считается отсутствующим и

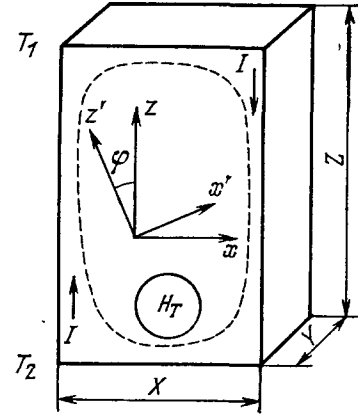


Рис. 9. Анизотропная пластина. Поле \mathbf{H}_T возникает в толще материала.

$= 0$, т. е. поле $\mathbf{H} \neq 0$ лишь в образце; внешнее поле, конечно, считается отсутствующим и

$$\mathbf{j} = j_x \sim \frac{c^2}{4\pi\delta} \frac{d\Gamma_{xx}}{dz} \frac{dT}{dz}.$$

Учтем теперь отличие члена \mathbf{F}_T от нуля. Связанная с ним добавка к току

$$\mathbf{j} \sim \frac{c^2}{4\pi} \frac{d^2\Gamma_{xx}}{dz^2} \frac{dT}{dz}.$$

Поэтому роль члена \mathbf{F}_T мала при условии

$$\frac{\delta_0}{T_c [1 - (T/T_c)]^{3/2}} \frac{dT}{dz} \ll 1,$$

которое выполняется даже при $dT/dz \sim 0,1^\circ\text{K}/\text{см}$ и $1 - T/T_c \sim 10^{-4}$ (для олова $\delta_0 = 2,5 \cdot 10^{-6}$ см). Следовательно, в более реальных условиях, например, при $1 - (T/T_c) \sim 10^{-2}$, вполне можно считать, что в толще сверхпроводника (при $\Delta x \gg \delta$) полный ток $\mathbf{j} = 0$. Тогда согласно (4.4) поле в толще сверхпроводника в обсуждаемом случае равно

$$\begin{aligned} H = H_T &= c \frac{d\Gamma_{xx}}{dx} \frac{dT}{dz} = \frac{4\pi}{c} \delta_0^2 \frac{\alpha_{xx} b_{n,xx} + \alpha_{xz} b_{n,zz}}{T_c [1 - (T/T_c)]^2} \left(\frac{dT}{dz} \right)^2 = \\ &= \frac{2\pi}{c} \frac{\delta_0^2 (\alpha_{z'} b_{z'} - \alpha_{x'} b_{x'}) \sin 2\varphi}{T_c [1 - (T/T_c)]^2} \left(\frac{dT}{dz} \right)^2, \end{aligned} \quad (4.7)$$

где $\alpha_{x'}$, $\alpha_{z'}$, $b_{x'}$, $b_{z'}$, очевидно, соответствующие главные значения тензоров α_{ij} и $b_{n,ij}$, отвечающие осям симметрии x' , z' . Для олова ($\delta_0 = 2,5 \cdot 10^{-6}$ см, $T_c = 3,72^\circ\text{K}$) и при

$$(\alpha_{z'}, b_{z'} - \alpha_{x'}, b_{x'}) \sin 2\varphi \leq b(T_c) \sim 10^{11} - 10^{12} \text{ CGSE}$$

получаем

$$H \leq \frac{10^9 \div 10^{10}}{[1 - (T/T_c)]^2} \left(\frac{dT}{dz} \right)^2;$$

поэтому при $1 - (T/T_c) \sim 10^{-2}$ и $dT/dz \sim 0,1^\circ\text{K/см}$ поле $H \leq 10^{-7} - 10^{-8}$ гс.

Формула (4.7) совпадает (если не касаться обозначений) с формулой (19) из ⁸, но получена ³⁶ проще и в то же время при более общих предположениях. Приведенная в ⁸ оценка, как и выше, указывала на малые значения H . Для надежной оценки поля в конкретном эксперименте, не говоря уже о количественной проверке формулы (4.7), необходимо использовать определенные на опыте же значения коэффициентов $\alpha_{z'}$, $b_{z'}$, $\alpha_{x'}$, $b_{x'}$ и δ_0 для используемого материала. Особенно это относится к коэффициентам b_{ij} , поскольку $\alpha_{ij} \sim 1$, а глубина δ_0 обычно достаточно хорошо известна. Между тем в единственном эксперименте по наблюдению термоэффекта в анизотропном сверхпроводнике ³⁸ сравнение наблюдений с теорией проводилось с использованием вычисленного в ³⁹ значения b_{ij} . Но сделанная в ³⁹ оценка фактически была завышена на несколько порядков ¹⁰. Поэтому фигурирующий в ³⁸ вывод о несогласии теории с опытом основан на недоразумении. Мы не можем, однако, говорить и о согласии с теорией, поскольку не знаем отвечающего эксперименту значения коэффициентов перед $(dT/dz)^2$ в (4.7) *). Кроме того нужно иметь в виду, что в реальных условиях помимо эффекта (4.7) могут наблюдаться различные «паразитные» поля. Помимо причин, указанных в ³⁸, подчеркнем роль неоднородностей кристалла (например, в результате деформаций). Как ясно уже из (4.4), в неоднородном образце, когда компоненты Γ_{ij} зависят от координат, может возникнуть поле \mathbf{H} , пропорциональное ∇T , как это, по крайней мере в некоторых случаях, и наблюдалось в работе ³⁸ **).

Из работы ³⁸ ясно, по-видимому, что поле H_T может быть непосредственно измерено, а тем самым и проверена формула (4.7). Естественно, однако, искать и другие возможности ³⁶. В этой связи подчеркнем, во-первых, что полный ток I , обтекающий образец

$$I = j_0 Y \delta = \frac{c}{4\pi} H_T Y, \quad (4.8)$$

вполне может быть большим, если толщина кристалла Y достаточно велика (j_0 — плотность тока на поверхности кристалла X , Y , Z — размеры кристалла, причем его толщина Y считается достаточно большой по сравнению с δ ; см. также рис. 9). В этой связи удобно измерять не поле

*) В ²⁸ делается вывод о том, что теория, по-видимому, сходится с опытом ³⁸, но при этом используется значение b_n , взятое из других работ и, разумеется, для других образцов.

**) Выделив температурный множитель $f(z) = (1 - T/T_c)^{-1}$ и записав $c \nabla T = a f(z)$, имеем $\mathbf{H} = \text{rot } a f = f \text{ rot } \mathbf{a} + [\nabla f, \mathbf{a}]$. В случае однородного анизотропного сверхпроводника вектор $\mathbf{a} = \text{const}$ и $\mathbf{H}_T = [\nabla f, \mathbf{a}] \sim (\nabla T)^2$. В неоднородном, но изотропном случае векторы \mathbf{a} и ∇f параллельны, в силу чего $\mathbf{H}_T = f \text{ rot } \mathbf{a} \sim \nabla T$. В общем случае отличны от нуля оба члена. Отметим, что в однородном анизотропном металле, находящемся в нормальном состоянии, наличие градиента температуры также, вообще говоря, вызывает появление циркулирующего тока ^{40, 41}, но пропорционально ∇T .

H_T , а ток I , используя для этого двусвязный кристалл. Тогда, интегрируя соотношение (4.3) по контуру с $j = 0$ (штриховая линия на рис. 10), получаем ток

$$\Phi = \oint A dI = \Phi_T + n\Phi_0, \quad \Phi_T = H_T XZ, \quad \Phi_0 = hc/2e, \quad (4.9)$$

$$n = 0, 1, 2, \dots$$

Здесь мы приняли во внимание выражение (4.4) и при интегрировании положили $\oint \nabla \zeta dI = nh/2e$ (см. (2.5)), т. е. сразу же учли и квантование замороженного потока, чтобы не возвращаться к анизотропному случаю в разделе 8. Очевидно, при $n = 0$

$$\Phi = \Phi_T = H_T XZ, \quad (4.10)$$

причем поле H_T здесь и в (4.9) определяется, конечно, формулой (4.7). По сути дела, мы тем самым привели еще один вывод этой формулы; если же принять (4.7), то к (4.10) переходим просто умножив поле на площадь образца XZ .

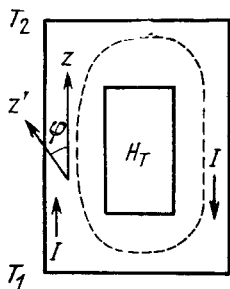


Рис. 10. Анизотропный контур (поле H_T присутствует в отверстии).

Подобный метод (измерение тока) удобен, во-вторых, еще и потому, что кристалл можно разрезать и пропустить ток через вспомогательную сверхпроводящую катушку L (рис. 10). Поле в катушке с большим числом витков в некоторых условиях может быть сделано значительно сильнее поля H_T в основном контуре. Дополнительного усиления эффекта (увеличения тока) можно достичь, если вставить в отверстие в кристалле (рис. 10) сверхпроводящий сердечник. (Эти замечания, как мы подчеркивали в разделе 3, справедливы и для изотропной неоднородной сверхпроводящей цепи.) Наконец, полный поток Φ или поток Φ_T может, в принципе, оказаться столь значительным, что будет возможно измерение э.д.с., возникающей при размыкании контура.

Обсуждаемый здесь термоэффект в анизотропном кристалле отличается от термоэффекта, связанного с неоднородностью, в первую очередь, квадратичной зависимостью от ∇T (т. е. эффект (4.7) — (4.10) пропорционален $(\nabla T)^2$, в то время как поле и поток в изотропной неоднородной цепи пропорциональны ∇T). Кроме того поток (4.9) — (4.10) пропорционален размеру X , в то время как размер обычного сверхпроводящего термоэлектрического контура (см. рис. 4) в направлении перпендикулярном ∇T не играет роли (не приводит к росту потока). В результате, как легко видеть, поток (4.10) вполне может оказаться даже больше потока через неоднородную сверхпроводящую цепь (см. разделы 2 и 3).

II. ОБЩАЯ МАКРОСКОПИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ, ОСНОВАННАЯ НА РАССМОТРЕНИИ ПАРАМЕТРА ПОРЯДКА

Выше термоэлектрические эффекты в сверхпроводниках рассматривались на основе двухжидкостной модели и уравнений Лондонов. Поучительно проследить, каким образом эти эффекты описываются в рамках более общей макроскопической теории сверхпроводимости⁴², в которой вводится представление о комплексном параметре порядка Ψ . В рамках этой схемы мы обсудим также вопрос о том, какую роль при описании термоэлектрических эффектов играет фаза параметра порядка.

5. Основные уравнения

Изложение удобно вести, основываясь на зависящем от времени феноменологическом уравнении релаксационного типа для параметра порядка (ср. ³⁹⁻⁴³)

$$-\gamma \left(\hbar \frac{\partial}{\partial t} + i(\mu_n^* + e^* \varphi) \right) \Psi = \frac{1}{2m^*} \left(\hbar \frac{\nabla}{i} - \frac{e^*}{c} \mathbf{A} \right)^2 \Psi + \alpha \Psi + \beta |\Psi|^2 \Psi, \quad (5.1)$$

где, для удобства повторим это, μ_n^* — удвоенный химический потенциал нормальных электронов *), $e^* = 2e$ и $m^* = 2m$ — заряд и масса куперовских пар, \mathbf{A} и φ — векторный и скалярный потенциалы электромагнитного поля. Правую часть уравнения (1) можно представить в виде $\delta \mathcal{F} / \delta \bar{\Psi}$, где \mathcal{F} — свободная энергия макроскопической теории ³⁸, α и β — входящие в эту теорию параметры. Уравнение типа (5.1) в частном случае грязного бесщелевого сверхпроводника получается из микроскопической теории ⁴⁸⁻⁵⁰, при этом определяется также значение безразмерного параметра γ . В общем случае уравнение (5.1) и входящие в него параметры следует трактовать феноменологически **).

Выражения для тока в системе запишем в виде

$$\mathbf{j} = \mathbf{j}_s + \mathbf{j}_n, \quad (5.2)$$

$$\mathbf{j}_s = \frac{e^* \hbar}{2im^*} (\bar{\Psi} \nabla \Psi - \Psi \nabla \bar{\Psi}) - \frac{e^*}{m^* c} |\Psi|^2 \mathbf{A}(r, t), \quad (5.3)$$

$$\mathbf{j}_n = \sigma_n (\mathbf{E} + \mathbf{E}_{\text{ст}}^{(n)}), \quad \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \varphi, \quad \mathbf{E}_{\text{ст}}^{(n)} = -\frac{\nabla \mu_n^*}{e^*} + \alpha_n \nabla T, \quad (5.4)$$

где \mathbf{j}_s — обычный сверхпроводящий ток, а \mathbf{j}_n — ток нормальных возбуждений, причем σ_n и α_n аналогичны проводимости дифференциальной термо-э.д.с. нормального металла. (Выше мы использовали обозначение $b_n = \sigma_n \alpha_n$ и записывали термоэлектрический ток в виде $\mathbf{j}_n = b_n \nabla T$.) В общем случае член $\mathbf{E}_{\text{ст}}^{(n)}$ в (5.4) обусловлен неравновесностью или неоднородностью металла и может быть интерпретирован как сторонняя электродвижущая сила некулоновской природы (см. ⁵¹).

В неравновесных условиях, когда правая часть (5.1) отлична от нуля, в рассматриваемой схеме, как уже упоминалось, нужно ввести также химический потенциал $\mu_s^* = \mu_n^* + \delta \mu^*$, который отличается от μ_n^* (см., например, ⁵²⁻⁵⁶). Потенциал μ_s^* связан с фазой θ параметра порядка $\Psi = Re^{i\theta}$ соотношением (ср. ⁵⁷)

$$-\hbar \frac{d\theta}{dt} = \mu_s^* + e^* \varphi. \quad (5.5)$$

*) Отметим, что в системе нормальных электронов равновесие устанавливается достаточно быстро, так что в обсуждаемых ситуациях можно положить $\mu_n = \mu$, где μ — значение химпотенциала электронов в равновесном или в квазиравновесном стационарном состоянии. Из термодинамического анализа следуют соотношения

$$\mu = \left(\frac{\partial U}{\partial n} \right)_{n_s, S} = \mu_n = \left(\frac{\partial U}{\partial n_n} \right)_{n_s, S}, \quad \mu_s = \left(\frac{\partial U}{\partial n_s} \right)_{n_n, S},$$

где U — внутренняя энергия единицы объема, S — энтропия системы. Величина $\delta \mu = \mu_s - \mu_n$ в равновесии обращается в нуль и играет роль химпотенциала в системе с неопределенным числом частиц (например, в системе куперовских пар).

**) Заметим, что ниже фактически не используются конкретные временные зависимости для параметра порядка, поэтому уравнение (5.1) нам нужно лишь как пример замкнутой калибровочно-инвариантной схемы.

В равновесных условиях ($\mu_s^* = \mu_n^* = \mu^* = 2\mu$, $\varphi = 0$) имеем $-\hbar d\theta/dt = = 2\mu$, и волновая функция (параметр порядка) характеризуется простым фазовым множителем $e^{i\theta} = e^{-2i\mu t/\hbar}$ (см. ⁵⁸ *).

Очевидно, что выражения (5.1) — (5.5) инвариантны относительно калибровочных преобразований

$$\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{A} + \nabla\chi(\mathbf{r}, t), \quad \varphi \rightarrow \varphi - \frac{1}{c} \frac{\partial\chi(\mathbf{r}, t)}{\partial t}, \quad \Psi \rightarrow \Psi e^{ie^*\chi(\mathbf{r}, t)/\hbar} \quad (5.6)$$

при произвольной (но однозначной **) функции $\chi(\mathbf{r}, t)$, задающей калибровку потенциалов электромагнитного поля ⁵⁹. Из последнего преобразования (5.6) видно, что фаза волновой функции сверхпроводника меняется при калибровочном преобразовании и может быть сделана равной любой наперед заданной функции. Наличие в (5.6) произвольной в широких пределах функции χ отражает тот факт, что потенциалы поля и фаза являются, в известной степени, нефизическими величинами, которые можно менять из соображений удобства. Физические же величины (поля, токи и т. п.), разумеется, не зависят от выбора калибровки.

Соотношение (5.5) позволяет установить общий вид волновой функции неравновесного сверхпроводника:

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = \exp \left[-i \int_0^t \frac{\mu_s^* + e^*\varphi}{\hbar} dt' + i\theta(\mathbf{r}) \right] R(\mathbf{r}, t); \quad (5.7)$$

здесь $\theta(\mathbf{r})$ — функция только координат, а $R(\mathbf{r}, t)$ — вещественная амплитуда. Представление волновой функции в виде (5.7) удобно в том плане, что при совершении калибровочного преобразования над потенциалами поля фаза автоматически меняется в соответствии с (5.6).

Подставляя (5.7) в (5.1), (5.3) и отделяя действительную и мнимую части, найдем уравнения

$$-\gamma\hbar \frac{\partial R}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m^*} \Delta R + \frac{m^* v_s^2}{2} R + \alpha R + \beta R^3, \quad (5.8)$$

$$-\frac{2e^*}{\hbar} \gamma (\mu_s^* - \mu_n^*) R^2 = \operatorname{div} \mathbf{j}_s, \quad (5.9)$$

$$\mathbf{j}_s(\mathbf{r}, t) = e^* n_s(\mathbf{r}, t) \mathbf{v}_s, \quad \mathbf{v}_s = \frac{\hbar}{m^*} \nabla\theta(\mathbf{r}) + \frac{e^*}{m^*} \int_0^t (\mathbf{E} + \mathbf{E}_{\text{ст}}^{(s)}) dt', \quad (5.10)$$

$$n_s^*(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} n_s = \frac{1}{2} n R^2(\mathbf{r}, t), \quad \mathbf{E}_{\text{ст}}^{(s)} = -\frac{\nabla\mu_s^*}{e^*} \quad (5.11)$$

(здесь, как и раньше, n_s^* — концентрация пар, n_s — концентрация «сверхпроводящих» электронов, $n = n_s + n_n$ — полная концентрация электронов.) Приведенные уравнения следует дополнить уравнениями поля (1.4), (1.5), из которых следует уравнение непрерывности (1.6) для полного тока.

В равновесии (при $\mathbf{j}_n = 0$) мы имеем в стационарных условиях $\operatorname{div} \mathbf{j}_s = = 0$, т. е., согласно (5.9), величина $\delta\mu^* = \mu_s^* - \mu_n^* = 0$. В неравновесных условиях может иметь место взаимное превращение нормального и сверхпроводящего токов и тогда появляется отличное от нуля значение $\delta\mu^*$. Ниже (раздел 9) мы увидим, что с величиной $\delta\mu^*$ связаны некоторые малые диссипативные эффекты.

) Заметим, кстати, что потенциал μ_s^ в (5.5) может, в принципе, зависеть от v_s^2 . Однако, как было оговорено в разделе 1, членов порядка v_s^2 мы нигде, за исключением раздела 9, не выписываем.

**) Требование однозначности необходимо, поскольку потенциалы электромагнитного поля считаются однозначными функциями координат.

В работе ⁶⁰ сформулировано квазиклассическое кинетическое уравнение для функции распределения нормальных электронов (возбуждений) в сверхпроводнике, справедливое в случае достаточно медленно изменяющихся во времени и пространстве возмущений. Результаты, получаемые с помощью кинетического рассмотрения (см. ⁶⁰⁻⁶⁸), а также ⁵²⁻⁵⁶), в известной степени оправдывают феноменологические уравнения (5.1), (5.8), (5.9) и позволяют уточнить смысл входящих в них величин. В случае быстропеременных процессов изложенная феноменологическая схема, по-видимому, неприменима и в этом случае необходимо обратиться к точным микроскопическим уравнениям (см., например, ⁴⁸⁻⁵⁰). Поскольку нас будут интересовать медленные процессы, например, такие, какие имеют место при нагреве сверхпроводника, удобно исходить из написанных феноменологических уравнений и вести обсуждение на их основе.

6. О смысле и роли фазы параметра порядка в макроскопической теории сверхпроводимости

Как уже упоминалось, термоэлектрические эффекты иногда связывают с фазой параметра порядка. В то же время в гл. I было показано, что такие эффекты могут быть описаны без всякого использования этого понятия. Для того, чтобы детальнее обсудить роль фазы в возникновении термоэлектрического тока в сверхпроводниках (см. раздел 7), представляется уместным проанализировать вопрос о фазе в более общем виде.

Как видно из (5.7), фаза параметра порядка содержит некоторую независимую от времени функцию $\theta(\mathbf{r})$. Эта функция, вообще говоря, неоднозначна, поскольку при интегрировании вокруг какой-либо вихревой линии (нити) имеем

$$\oint \nabla \theta d\mathbf{l} = 2\pi n, \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad (6.1)$$

где число n характеризует величину захваченного в вихре *) магнитного потока $\Phi = n\Phi_0$, $\Phi_0 = hc/2e$ — квант потока. Можно выделить ⁶⁹ из фазы (5.7) неоднозначную часть $\theta_0(\mathbf{r})$, записав $\theta = \theta_0 + \theta_1$, причем θ_0 и θ_1 — любые функции, удовлетворяющие условиям

$$\oint \nabla \theta_0 d\mathbf{l} = 2\pi n, \quad \oint \nabla \theta_1 d\mathbf{l} = 0. \quad (6.2)$$

Подходящим выбором независимой от времени калибровочной функции $\chi(\mathbf{r})$ (см. (5.6)) всегда можно обратить однозначную часть фазы $\theta_1(\mathbf{r})$ в ноль, откуда, в частности, следует, что эта часть фазы не имеет физического смысла. Ниже мы будем считать, что $\theta_1(\mathbf{r}) = 0$, и полагать $\theta = \theta_0$. Это, разумеется, соответствует частному выбору калибровки векторного потенциала \mathbf{A} , когда нефизическая часть фазы не входит в уравнения.

Из выражения (5.10) видно, что ток $\mathbf{j}_s = e^* n_s^* \mathbf{v}_s$ в сверхпроводнике в общем случае состоит из двух частей, причем

$$\mathbf{v}_s(\mathbf{r}, t) = \mathbf{v}_0(\mathbf{r}) + \mathbf{v}_{s1}(\mathbf{r}, t), \quad (6.3)$$

$$\mathbf{v}_0(\mathbf{r}) = \frac{\hbar}{m^*} \nabla \theta_0(\mathbf{r}), \quad \mathbf{v}_{s1}(\mathbf{r}, t) = \frac{e^*}{m^*} \int_0^t (\mathbf{E} + \mathbf{E}_{st}^{(s)}) dt'.$$

Положив в (6.3) формально $e^* = 0$ (т. е. $\mathbf{v}_{s1} = 0$), можно понять смысл составляющей скорости $\mathbf{v}_0(\mathbf{r})$ — эта величина описывает распределение скорости в незаряженном «затравочном» вихре (т. е. в вихре, который существовал бы в незаряженной жидкости). Здесь имеется полная аналогия с вихрем в сверхтекучем HeII^e , распределение скорости в котором описывается соотношением $\mathbf{V}_0 = \hbar M_{\text{He}}^{-1} \nabla \theta_0$, где M_{He} — масса атома гелия.

Таким образом, вскрывается смысл фазы $\theta = \theta_0(\mathbf{r})$ в (5.7) как потенциала скорости затравочного вихря в «незаряженном сверхпроводнике». Удобно использовать

*) Мы рассматриваем общий случай, когда в вихре (или в отверстии в многосвязном сверхпроводнике) может содержаться n квантов потока. Соотношение (6.1) играет существенную роль при введении понятия «вихревая нить» или «вихрь».

цилиндрические координаты, в которых

$$v_0(r) = n \frac{\hbar}{m^*} \frac{s}{\rho}, \quad \text{rot } v_0 = 2\pi n \hbar \delta(\rho), \quad (6.4)$$

где s — единичный вектор вдоль линий тока «затравочного» вихря, ρ — двумерная координата, отсчитывающая расстояние от оси вихря, \hbar — единичный вектор вдоль оси вихря. Дельта-функция в правой части (6.4) фиксирует положение оси вихря, а распределение скорости в нем обратно пропорционально расстоянию до оси. При «включении» заряда e^* появляется член v_{1s} в (6.3) и в сверхпроводнике проявляется эффект Мейсснера, приводящий к экранировке токов. В результате истинное распределение скорости в вихре, найденное с помощью уравнений поля, не будет уже описываться простым законом $v_0 \sim 1/\rho$, как в сверхтекучем HeII, а определяется экспоненциальным множителем вида $v_s \sim e^{-\rho/\delta}$, характерным для сверхпроводника.

Обратим теперь внимание на интегральный по времени член в фазе (5.7) и компоненту v_{s1} в (6.3). Будем считать, что вихрей нет, и положим неоднозначную часть фазы, описывающую вихри, равной нулю ($\theta_0(r) = 0$, т. е. $v_0 = 0$). При этом в принятой нами калибровке ($\theta_1(r) = 0$) в фазе (5.7) и в выражении (5.10) остается только часть, содержащая интеграл по времени. Согласно (5.10) или (6.3) уравнение движения для скорости v_{s1} приобретает при этом вид

$$m^* \dot{v}_{s1} = e^* (E + E_{\text{ст}}^{(s)}), \quad E_{\text{ст}}^{(s)} = -\nabla \mu^* \quad (6.5)$$

что совпадает с уравнением (1.13), если учесть, что химпотенциал μ_s^* в (6.5) включает в себя член $m^* v_{s1}^2/2$ (см. сноску *) на стр. 38). Очевидно, что скорость v_{s1} описывает движение сверхпроводящей компоненты под действием приложенных сил $E + E_{\text{ст}}^{(s)}$.

Перепишем (6.5) в ином виде

$$m^* \dot{v}_{s1} = -\frac{e^*}{c} \frac{\partial A}{\partial t} - \nabla (\mu_s^* + e^* \varphi). \quad (6.6)$$

Если индукционное поле отсутствует (т. е. $\partial A/\partial t = 0$), то скорость не нарастает (условие стационарности), если

$$\mu_s^* + e^* \varphi = \text{const}, \quad \nabla (\mu_s^* + e^* \varphi) = 0. \quad (6.7)$$

Условие постоянства электрохимического потенциала (в данном случае потенциала $\mu_s^* + e^* \varphi$) обычно и используется в качестве условия локального квазиравновесия в системах, содержащих заряды (см., например, ⁷⁰).

Очевидно, в случае соблюдения соотношения (6.7) сверхпроводящая компонента будет ускоряться только индукционной частью электрического поля — $c^{-1} \partial A/\partial t$. При этом выражение для сверхпроводящего тока (5.10) сводится (мы считаем, что $A(t=0) = 0$) к виду, принятому в свое время Лондонами ⁷¹

$$j_s(r, t) = -\frac{e^{*2}}{m^* c} n_s(r, t) A(r, t). \quad (6.8)$$

В более общей калибровке, когда $\theta(r) \neq 0$, выражение для сверхпроводящего тока (5.3), (5.10) с учетом (6.7) принимает обычный вид

$$j_s(r, t) = \frac{e^*}{m^*} n_s \left(\hbar \nabla \theta - \frac{e^*}{c} A \right). \quad (6.9)$$

Выражение для тока нормальных возбуждений в сверхпроводнике (5.4) с учетом (6.7) принимает вид

$$j_n = \sigma_n \left(-\frac{1}{c} \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\nabla \delta \mu^*}{e^*} + \alpha \nabla T \right), \quad \delta \mu^* = \mu_s^* - \mu_n^*. \quad (6.10)$$

Очевидно, выражение (5.10) сводится к (6.8) или (6.9) только при условии $\mu_s^* + e^* \varphi = \text{const}$ (см. (6.7)), иначе в токе появляется зависящая от времени и при этом не связанная с магнитным полем часть. Поэтому выбор для j_s выражений (6.8), (6.9) допустим лишь при условии постоянства электрохимического потенциала пар $\mu_s^* + e^* \varphi$.

Интересно сравнить (6.6) с выражением

$$M_{\text{He}} \dot{V}_s = -\nabla \mu_{\text{He}}, \quad (6.11)$$

использованным Ландау ⁷² при феноменологическом описании сверхтекучести жидкого HeII. Согласно (6.11) силой, приводящей в движение сверхтекучую компоненту, является градиент ее химического потенциала, в то время как в сверхпроводнике даже

при $\nabla(\mu_s^* + e^*\varphi) = 0$ (т. е. при квазиравновесии) ускорение сверхпроводящей части жидкости имеет место (при $\partial A/\partial t \neq 0$). Итак, в условиях квазиравновесия сверхпроводящая компонента тока ускоряется только индукционной частью электрического поля $-c^{-1}\partial A/\partial t$ (см. (6.6)).

Хотя в условиях квазиравновесия электрохимический потенциал постоянен в пространстве, он может зависеть от времени, поэтому фазовый множитель волновой функции (5.7) следует записать в виде

$$\exp \left[-\frac{i}{\hbar} \int_0^t (\mu_s^* + e^*\varphi) dt' \right]. \quad (6.12)$$

Напомним, что выше мы рассматривали состояние без вихрей, поэтому в (5.7) было положено $\theta(\mathbf{r}) = \theta_0 = 0$. Однако поскольку интеграл по времени в (6.12) учитывает историю процесса, этот член может описывать появление и исчезновение вихрей. Поэтому даже если исходить из состояния без вихрей, то за счет множителя (6.12) в фазе может появиться добавка $\theta_0(\mathbf{r})$, отвечающая вновь образовавшемуся вихрю. Ниже мы будем интересоваться процессами, в которых отсутствует движение вихрей (в частности, не происходит изменение их числа), и поэтому при $n = 0$ можно положить $\theta_0 = 0$. В равновесных условиях $(\mu_s^* = \mu_n^* = \mu^* = \text{const}$ и $\varphi = 0)$ волновая функция (5.7) характеризуется обычным множителем $e^{-i\mu^*t/\hbar} = e^{-2i\mu t/\hbar}$ (см. 58).

Сказанное выше можно резюмировать следующим образом. В отсутствие магнитных вихрей фаза является однозначной функцией координат, однако ввиду наличия калибровочного произвола эта функция не имеет прямого физического смысла. В частности, всегда можно перейти к специальной калибровке, в которой фаза сверхпроводника везде равна нулю (лондоновская калибровка (6.8) *). Этим условием фиксируется величина векторного потенциала A . В присутствии вихрей в фазе содержится неоднозначная часть, имеющая смысл потенциала скорости «затравочного» вихря. Кроме того, в равновесных условиях всегда имеется фазовый множитель $e^{-i\mu^*t/\hbar}$; в нестационарном случае фазовый множитель имеет более сложный вид (6.12).

7. О природе термоэлектрического тока в сверхпроводниках

Предположение (6.7) о постоянстве электрохимического потенциала пар $\mu_s^* + e^*\varphi$ лежит в основе иногда встречающихся заключений о том, что термоэлектрические эффекты в сверхпроводниках отсутствуют¹⁻⁶. Действительно, пренебрегая диссипативным членом $\delta\mu^* \propto \text{div } \mathbf{j}_s$ (см. (5.9)), запишем уравнение для изменения энтропии единицы объема в виде 4-5

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \text{div } \frac{\mathbf{q}}{T} = \frac{\Sigma}{T}, \quad (7.1)$$

где \mathbf{q} — поток тепла, Σ — производство энтропии,

$$\mathbf{q} = -\kappa \nabla T - \sigma_n \alpha_n T \left(\mathbf{E} - \frac{1}{e^*} \nabla \mu_n^* \right), \quad (7.2)$$

$$\Sigma = \mathbf{j}_n \left(\mathbf{E} - \frac{1}{e^*} \nabla \mu_n^* \right) - \frac{\mathbf{q} \nabla T}{T}. \quad (7.3)$$

В стационарных условиях из (7.2), (7.3), с учетом (5.7), получаем

$$\mathbf{q} = -\kappa \nabla T, \quad \Sigma = -\frac{\mathbf{q} \nabla T}{T}, \quad (7.4)$$

т. е. поток тепла и производство энтропии в сверхпроводнике обусловлены лишь обычной теплопроводностью. Это означает, что тепловые эффекты в сверхпроводнике (тепло Томсона и Пельтье, джоулевские потери) отсутствуют. Согласно же (6.7) электродвижущая сила $\nabla(\mu_s^* + e^*\varphi)$, действующая на сверхпроводящую компоненту, равна нулю, поэтому в нагретом сверхпроводнике отсутствуют также разность потенциалов, т. е. отсутствует обычный эффект Зеебека (термо-э. д. с.) и связанный с ним термоэлектрический ток. Таким образом, действительно может возникнуть впечатление¹⁻⁶, что практически все термоэлектрические эффекты в сверхпроводниках отсутствуют (если

*) Заметим, что аналогичное обстоятельство имеет место в квантовой теории калибровочных полей со спонтанным нарушением симметрии. Там тоже существует выделенная калибровка, в которой волновая функция становится вещественной, а нефизические переменные выпадают из описания (так называемый феномен Хиггса; см. 73, 74).

отвлечься от малых диссипативных эффектов в (7.1) — (7.3), связанных с неравновесным членом δn^* и приводящих к конвективной теплопередаче, упомянутой в разделе 2).

Вместе с тем, в разделе 2 было показано, что в неоднородно нагретой замкнутой цепи, составленной из разнородных сверхпроводников, возникает электрический ток I и связанный с ним магнитный поток Φ_T . Внешне это явление напоминает классический эффект Зеебека в нормальном контуре, и потому может возникнуть вопрос: нет ли противоречия между утверждениями работ ¹⁻⁶ и ⁸⁻¹⁵ и какова физическая природа обтекающего контур сверхпроводящего тока?

Прежде чем обсудить этот вопрос, покажем, что существование этого эффекта следует, так же как в разделе 2, из рассмотрения выражения для полного тока $\mathbf{j} = \mathbf{j}_s + \mathbf{j}_n$, где \mathbf{j}_n имеет вид (см. (1.19)) $\mathbf{j}_n = \sigma_n \alpha_n \nabla T$, а \mathbf{j}_s можно взять в виде (6.8). (Мы считаем, что замороженный поток в кольце отсутствует и потому положим $\theta_0 = 0$, кроме того калибровка A определена условием $\theta_1 = 0$; таким образом мы описываем сверхпроводник вещественной функцией с фазой, равной нулю по всему образцу.) Учтем, что вследствие эффекта Мейсснера на контуре C , лежащем внутри массивного кольца (рис. 3, б), полный ток равен нулю *) $\mathbf{j}_s + \mathbf{j}_n = 0$, т. е.

$$-\frac{e^*}{m^*c} n_s A + \sigma_n \alpha_n \nabla T = 0. \quad (7.5)$$

Проинтегрировав это соотношение по указанному контуру, получим

$$\Phi = \oint A \, dl = \Phi_T, \quad \Phi_T = \frac{m^*c}{e^*2} \oint \frac{\sigma_n \alpha_n \nabla T}{n_s} \, dl \neq 0, \quad (7.6)$$

т. е. мы видим, что действительно, в неоднородно нагретом биметаллическом кольце появляется магнитный поток и возникает обтекающий кольцо ток $I = c\Phi_T/L_s$, где L_s — коэффициент самоиндукции кольца. Выражение (7.6) для магнитного потока, полученное в рамках макроскопической теории, использующей представление о параметре порядка $\Psi(\mathbf{r})$, совпадает (при $b_n = \sigma_n \alpha_n$) с соответствующим выражением (2.10), полученным в рамках теории Лондона. Последнее свидетельствует о полной эквивалентности обоих описаний **).

Если исходить не из (7.5), а из более общего выражения для тока (6.9) и условия (6.1), то вместо (7.6) для потока внутри кольца получим выражение

$$\Phi = n\Phi_0 + \Phi_T, \quad \Phi_0 = \frac{hc}{2e}, \quad (7.7)$$

т. е. в общем случае поток внутри кольца складывается из двух частей, а именно, из потока $n\Phi_0$, отвечающего некоторому числу n замороженных в отверстии квантов потока (вихрей) и дополнительного потока Φ_T (см. (7.6)), обусловленного градиентом температуры. Очевидно, что первый член в (7.7) можно связать с фазой волновой функции, а термоэлектрический поток Φ_T не связан с фазой и имеет (см. ниже) классическое истокложение (заметим, кстати, что постоянная Планка в выражение (7.6) для Φ_T не входит).

Тем не менее в ряде статей ^{10, 34, 77} появляющийся в цепи термоэлектрический ток связывают с разностью фаз параметра порядка, возникающей, по предположению, между любыми двумя точками нагретого сверхпроводника. Такая интерпретация основана на использовании выражения (6.9) для сверхпроводящего тока и записи его в виде

$$\mathbf{j}_s = \frac{e^*\hbar}{m^*} n_s^* \nabla \theta, \quad \nabla \theta = \nabla \theta - \frac{e^*}{\hbar c} A, \quad (7.8)$$

*) Другими словами, мы считаем, что температура T не слишком близка к T_c , в силу чего соблюдается условие $\delta \ll d$, где d — толщина образца.

**) Последнее относится также и к анизотропному случаю, рассмотренному в разделе 4. При введении параметра порядка Ψ для анизотропного сверхпроводника ^{75, 76} имеем

$$\mathbf{j}_{s,k} = \frac{e^*\hbar}{2im_k^*} \left(\bar{\Psi} \frac{\partial \Psi}{\partial x_k} - \Psi \frac{\partial \bar{\Psi}}{\partial x_k} \right) - \frac{e^*2}{m_k^*c} |\Psi|^2 A_k, \quad (5.3a)$$

где выбрана система главных осей кристалла $x', y', z' \rightarrow k = 1, 2, 3$ и, разумеется, суммирование по k не производится; в изотропном случае $m_1^* = m_2^* = m_3^* = m^* = 2m$ и (5.3a) переходит в (5.3). Записывая Ψ в виде $\Psi = \sqrt{n_s/2} e^{i\theta}$, легко привести (5.3a) к виду, использованному в разделе 4 (см. (4.3) без члена $\hat{\Gamma} \nabla T$ и с $\zeta = \theta \hbar / e^*$; см. также ³⁶). Как известно, выражения (5.3) и (5.3a) справедливы, вообще говоря, лишь вблизи T_c , при низких же температурах связь \mathbf{j}_s с A является нелокальной. Термоэффекты, однако, сколько-нибудь значительны как раз лишь вблизи T_c , и поэтому использование выражений (5.3), (5.3a) практически оправдано.

где вводится так называемая «градиентно-инвариантная фаза» Θ . Появление отличного от нуля тока (7.8) в цепи и потока (7.7) считают при этом обязанным возникновению разности «фаз» Θ , а образующийся при нагреве «набег фазы», или «термоэлектрический угол», предлагается измерять на эксперименте. В такой терминологии обсуждаемый эффект приобретает квантово-механическое звучание, а сама «фаза» при этом выступает как некая реально существующая физическая величина, как причина появления тока. Из проведенного выше анализа (см. раздел 6) следует, однако, что никакой фазы (а стало быть и разности фаз) как физической величины в отсутствие вихрей не существует и потому упомянутая терминология неудачна. Факт наличия магнитного поля и векторного потенциала A нельзя описать скалярной функцией (θ или Θ) *). Содержательной физической величиной в комбинации Θ (см. (7.8)) является именно векторный потенциал, что особенно отчетливо вскрывается при переходе к лондоновской калибровке с $\theta = 0$ и записи тока в виде (6.8). Сделанное методическое замечание не затрагивает, впрочем, существа полученных в ^{10, 34, 77} результатов.

Итак, проведенное рассмотрение позволяет заключить, что термоэлектрический ток в сверхпроводящем биметаллическом кольце вызывается не существованием разности фаз в цепи, а обусловлен классическими причинами, а именно наличием градиента температуры в неоднородной цепи ¹². При этом, однако, остается не вскрытым вопрос о механизме появления тока, т. е. вопрос о силах, приведших в движение сверхпроводящую компоненту.

Происхождение соответствующего тока легко понять, если записать (6.8) в виде

$$j_s(t) = \frac{e^2}{m^*} n_s^* \int_0^t E dt', \quad E = -\frac{1}{c} \frac{\partial A}{\partial t} \quad (7.9)$$

(напомним, что здесь $\nabla(\mu_s^* + e^*\varphi) = 0$). Из (7.9) ясно следующее. Если первоначально в кольце поле и ток отсутствуют ($A(t=0) = 0$ при $T_1 = T_2$ и $j_s = 0$), то сверхпроводящий ток в дальнейшем может возникнуть лишь за счет появления индукционной ускоряющей силы $E = -c^{-1} \partial A / \partial t$, т. е. за счет нестационарности. Единственная нестационарность в рассматриваемых условиях связана с изменением температуры одного из концов образца, например T_2 . Ясно, что когда образец нагревается и температура $T_2(t)$ меняется во времени, в нормальной подсистеме возникает неравновесность и появляется сила, пропорциональная градиенту температуры. Эта сила действует на нормальную компоненту и приводит ее в движение. При этом в кольце индуцируется слабое переменное электрическое поле $E(t)$, которое действует на сверхпроводящую компоненту и вызывает ее ускорение. В результате к моменту времени t в кольце появляется ток (7.9), совпадающий с лондоновским выражением (6.8), и магнитный поток (7.6). Само по себе поле $E(t)$ ничтожно мало (оценка дает значение

$$\mathcal{E}(t) = \oint E dl \sim c^{-1} \partial \Phi / \partial t \sim 10^{-24} \text{ в при } \Phi \sim \Phi_T \sim 10^{-9} \text{ гс} \cdot \text{см}^2 \text{ и } dT/dt \sim 10^{-20} \text{ К/сек}),$$

однако именно это слабое поле, действуя в течение всего цикла нагрева (интегрально по времени!) **) ускоряет сверхпроводящую часть электронов, причем ток достигает окончательного значения (7.9) (или (6.8)). В дальнейшем этот ток течет по инерции без потерь ***) , и в конечном состоянии никаких сил на сверхпроводящую компоненту не действует. Что касается нормальной компоненты, то действием слабого индукционного поля можно пренебречь по сравнению с нормальной термоэлектродвижущей силой

$E_{ст}^{(n)} = \alpha_n \nabla T$ (для олова вблизи T_c имеем оценку $\mathcal{E}_{ст}^{(n)} = \oint \alpha_n \nabla T dl \sim 10^{-8}$ в (см. раздел 3), т. е. действительно $\mathcal{E} \ll \mathcal{E}_{ст}^{(n)}$). Таким образом, к моменту t нормальный ток будет равен

$$j_n(t) = \sigma_n E_{ст}^{(n)}(t) = \sigma_n \alpha_n \nabla T. \quad (7.10)$$

Итак, приведенные качественные соображения позволяют заключить, что появляющийся в неоднородно нагретом биметаллическом сверхпроводящем кольце

*) В литературе, правда, иногда рассматривают так называемое «токовое состояние», в котором есть ток j , но поле $H = \text{rot } A = 0$, поскольку $A = \nabla \theta$. Очевидно, что такое описание формально противоречит уравнениям поля.

**) Интегральный характер действия этих сил в (5.10), (6.3) соответствует тому обстоятельству, что сверхпроводящая компонента движется, не испытывая столкновений с решеткой, и потому влияние сил суммируется во времени. При наличии столкновений эффективное время действия ускоряющей силы ограничено значением τ_n — временем свободного пробега, и нормальный ток будет пропорционален полю $j = \sigma_n (E + E_{ст}^{(n)})$, $\sigma_n = en\tau_n/m$, а не интегралу от него.

***)) Мы отвлекаемся здесь от диссипативных эффектов в сверхпроводнике, связанных с областями, где $\text{div } j_s \neq 0$.

полный обтекающий ток имеет индукционную природу *). В этом отношении имеется очевидное отличие от аналогичного эффекта в нормальном контуре (эффект Зеебека), где термоэлектрический ток имеет, так сказать, диффузионную природу ⁷⁸, непосредственно связан с диссипативными процессами и требует наличия э. д. с. для поддержания своего движения. Таким образом, никакого противоречия между утверждениями работ ¹⁻⁶ и ⁸⁻¹⁵ на самом деле нет, и речь там идет фактически о разных эффектах. Термодинамические аргументы ¹⁻⁶ при пренебрежении конвективной теплопередачей действительно приводят к выводу об отсутствии диффузионной термо-э. д. с. и тепловых эффектов в сверхпроводниках, однако они не запрещают существования в замкнутом кольце недиссипативного инерциального тока ⁸⁻¹⁵, вызванного индукционными электрическими силами. Очевидно, что обычный мейснеровский ток в сверхпроводнике также имеет индукционную природу (ср. (6.8) и (7.9)) и вызван внесением сверхпроводника в область, где имеется поле. В этой связи замечание, сделанное в конце раздела 3 о возможности усиления термоэлектрического тока введением внутрь кольца сверхпроводящего сердечника, находится в полном соответствии с утверждением об индукционном происхождении рассматриваемого эффекта **).

Кратко остановимся в заключение на эксперименте Штейнера и Грассмана ⁷, упоминающемся в связи с доказательством отсутствия термоэлектродвижущей силы в сверхпроводниках (см. Введение). Эти авторы подвешивали биметаллическое сверхпроводящее кольцо на упругой нити в слабом магнитном поле и затем нагревали кольцо. Если бы в сверхпроводнике возникла термоэлектродвижущая сила (эффект Зеебека), то она должна была вызвать ускорение сверхпроводящих электронов и нарастающий со временем ток в кольце, что вызвало бы закручивание упругой нити. В результате длительного наблюдения, однако, никакого крутящего момента в системе не было обнаружено. Это позволило с большой точностью утверждать, что ускоряющая сила не возникает и, как следствие, делалось заключение, что термоэлектрический ток в сверхпроводниках полностью отсутствует ¹⁻⁶. Отрицательный результат этого эксперимента становится понятным, если учесть сказанное выше. Действительно, в ⁷ нельзя было наблюдать рост электрического тока в кольце со временем, поскольку электродвижущая сила в стационарных условиях действительно отсутствовала. Однако если бы чувствительность эксперимента ⁷ была выше, то можно было бы обнаружить постоянный ток и магнитное поле в кольце, обязанные уже ускорившимся электронам,двигающимся по инерции. Такой ток, по-видимому, и наблюдался в ¹³⁻¹⁵.

8. О квантовании магнитного потока через кольцо (цепь)

Термоэлектрический поток в кольце (7.6) пропорционален разности температур и по этой причине он, естественно, не квантован. Представляется целесообразным обсудить, в каком отношении находится этот результат с известными утверждениями о квантовании магнитного потока в сверхпроводниках.

Представление о квантовании макроскопического движения было впервые введено Онзагером для случая сверхтекучего HeII (см. ⁸⁵, а также работу Фейнмана ⁸⁶) и Лондоном (¹⁷, с. 152) для случая сверхпроводников (нам будет удобно обсуждать вопрос о квантовании параллельно для обеих этих систем). Условия квантования легко получить, рассмотрев выражения для скорости сверхтекучей компоненты

$$\mathbf{V}_s = \frac{\hbar}{M_{He}} \nabla (\theta_0 + \theta_1) \quad (8.1)$$

*) Подробное рассмотрение механизма включения поля и динамики ускорения требует обращения к точным нестационарным уравнениям (5.1) — (5.7) и уравнениям поля (1.10) — (1.12), что является, по-видимому, достаточно сложной задачей.

**) Заметим попутно, что аналогично объясняется известный эксперимент ⁷⁹, упоминаемый в связи с дискуссией о том, можно ли считать векторный потенциал физически наблюдаемой величиной ^{80, 81}. В эксперименте ⁷⁹ наблюдалось изменение

тока в кольце сверхпроводящего интерферометра при изменении потока $\Phi = \oint \mathbf{A} d\mathbf{l}$ внутри кольца (см. также ⁸²⁻⁸⁴). В условиях опыта ⁷⁹ поток Φ задавался с помощью тонкого и длинного соленоида, помещенного внутрь кольца так, что магнитное поле на интерферометре было равно нулю. В результате возникало довольно парадоксальное представление о том, что электроны «чувствовали» непосредственно векторный потенциал \mathbf{A} . Из сказанного выше ясно, однако, что изменение потока Φ в соленоиде сопровождалось появлением в пространстве слабого индукционного электрического поля $\mathbf{E} = -c^{-1} \partial \mathbf{A} / \partial t$, которое и ускоряло электроны. Таким образом, электроны сверхпроводника реагировали непосредственно не на \mathbf{A} , а на нестационарное индукционное поле \mathbf{E} .

и сверхпроводящей компоненты

$$\mathbf{v}_s = \frac{\hbar}{m^*} \nabla \theta_0 - \frac{e^*}{m^* c} \mathbf{A}; \quad (8.2)$$

здесь θ_0 — неоднозначная часть фазы волновой функции системы, имеющая смысл потенциала скорости вихрей (см. раздел 6). Поскольку при обходе по замкнутому контуру имеем

$$\oint \nabla \theta_0 \, dl = 2\pi n, \quad (8.3)$$

то отсюда получаем, что в HeII

$$\oint \mathbf{v}_s \, dl = 2\pi n \frac{\hbar}{M_{\text{He}}}, \quad (8.4)$$

т. е. квантуется циркуляция сверхтекучей скорости, а в сверхпроводниках

$$\oint \left(\mathbf{v}_s + \frac{e^*}{m^* c} \mathbf{A} \right) dl = 2\pi n \frac{\hbar}{m^*}, \quad (8.5)$$

т. е. квантуется так называемый флюксонид¹⁷.

Рассмотрим случай HeII, в котором имеется движение обеих компонент жидкости, нормальной и сверхтекучей. При этом плотность полного потока будет равна сумме потоков обеих компонент

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_s + \mathbf{J}_n = \rho_s \mathbf{v}_s + \mathbf{J}_n = \rho_s \frac{\hbar}{M_{\text{He}}} \nabla \theta + \mathbf{J}_n, \quad (8.6)$$

где ρ_s — плотность массы сверхтекучей компоненты. Интегрируя (8.6) по замкнутому контуру, или просто используя (8.4), получаем

$$\oint \frac{\mathbf{J} - \mathbf{J}_n}{\rho_s} \, dl = 2\pi n \frac{\hbar}{M_{\text{He}}}. \quad (8.7)$$

Отсюда следует, что если, например, вихрей в жидкости нет ($n = 0$), то выполняется соотношение

$$\oint \frac{\mathbf{J}}{\rho_s} \, dl = \oint \frac{\mathbf{J}_n}{\rho_s} \, dl, \quad n = 0. \quad (8.8)$$

Пусть нормальный поток в HeII создается градиентом температуры $\mathbf{J}_n = b \nabla T$, причем так, что правая часть (8.8) отлична от нуля. (Для этого достаточно взять замкнутый кольцеобразный сосуд со звеньями различного сечения, см.^{12, 35}.) Тогда при постепенном изменении температуры обе части (8.8) будут плавно меняться. При этом циркуляция полного потока \mathbf{J}/ρ_s оказывается неквантованной. Это обстоятельство находится в полном соответствии с условием (8.4), согласно которому квантуется не полный поток, а циркуляция сверхтекучей скорости (т. е. число вихрей). Поскольку при наложении температурного градиента система выводится из равновесия и в ней возникают потоки \mathbf{J}_n и $\mathbf{J} = \mathbf{J}_s + \mathbf{J}_n$, то эти потоки должны так распределиться, чтобы удовлетворить условию квантования (8.4) и сохранить систему, например, в состоянии $n = 0$. При этом, если пренебречь зависимостью ρ_s от температуры, циркуляция сверхтекучего потока также отсутствует, $\oint \mathbf{J}_s \, dl = 0$. Таким образом, отсутствие квантования полного

циркулирующего потока \mathbf{J} в HeII свидетельствует лишь о том, что система не находится в равновесии, однако продолжает находиться в квантовом макроскопическом состоянии с $n = 0$ *).

Аналогично, в случае сверхпроводящего кольца рассмотрим закон квантования (8.5), выраженный через циркуляцию полного тока $\mathbf{j} = e^* n_s^* \mathbf{v}_s + \mathbf{j}_n$:

$$\oint \left(\frac{\mathbf{j} - \mathbf{j}_n}{e^* n_s^*} + \frac{e^*}{m^* c} \mathbf{A} \right) dl = 2\pi n \frac{\hbar}{m^*}. \quad (8.9)$$

*) Заметим, что в силу закона сохранения момента количества движения свободно подвешенный кольцеобразный сосуд переменного сечения с HeII должен начать вращаться при его нагреве. Такой термомеханический циркуляционный эффект обсуждался в^{12, 35}. (При этом в случае $n = 0$ для описания течения HeII можно не вводить фазу, хотя это и делалось в¹².) Заметим (см.³⁶), что в ³He и в нейтронной или протонной жидкостях при образовании пар с неравным нулю моментом нужно учитывать анизотропию жидкости, особенно при наличии границ или магнитного поля. Это может привести к появлению новых циркуляционных эффектов, обусловленных неоднородностью температуры. Аналогичные циркуляционные эффекты, но не имеющие уже совсем никакой квантовой специфики, могут, вероятно, появляться и в обычных жидких кристаллах.

Здесь, в отличие от (8.7), имеется член с векторным потенциалом, и, кроме того, имеет место эффект Мейсснера: согласно которому в толще массивного сверхпроводника полный ток равен нулю $*$). В результате при $n = 0$ и $j_n = \sigma_n \alpha_n \nabla T$ вместо (8.8) будем иметь формулу (7.6) с неквантованным магнитным потоком. Очевидно, что магнитный поток Φ в формуле (7.6) не квантован потому, что в соответствии с (8.5) в сверхпроводниках квантуется не поток, а флюксонид (т. е. циркуляция вихревой скорости $v_{s0} = \hbar \nabla \theta_0 / m^*$). Только тогда, когда система находится в равновесии (т. е. при $j_n = 0$), магнитный поток в массивном кольце оказывается квантованным, при этом из (8.9) находим

$$\Phi = n\Phi_0,$$

где $\Phi_0 = hc/2e$ — квант потока. (В общем случае имеем $\Phi = n\Phi_0 + \Phi_T$.) Таким образом, то обстоятельство, что поток Φ_T в (7.6) и (7.7) не квантован, характерно для сверхпроводника, выведенного из состояния равновесия (при этом, однако, количество вихрей не изменяется и в этом смысле по-прежнему квантовано).

Хорошо известно, что поток не квантуется также и в случае контуров (колец, цилиндров), толщина которых порядка или меньше глубины проникновения δ (см., например, ^{87, 88}). Имеется и еще одна возможность получить даже в массивном сверхпроводнике неквантованный поток. Именно, если сверхпроводник вращается с угловой скоростью Ω , то в равновесии

$$\mathbf{H} = \frac{2mc}{e} \Omega, \quad (8.10)$$

где e — заряд электрона, взятый по абсолютной величине (т. е. $e > 0$). К этому результату можно придти разными путями — применяя теорему Лармора (такой путь в данном случае не очевиден), или переходя в (1.8) во вращающуюся систему координат; при этом условие (1.9) переходит в

$$\text{rot } \mathbf{v}_s = -\frac{\rho e}{\rho m c} \mathbf{H} - 2\Omega,$$

откуда при $\mathbf{j}_s = 0$ получается выражение (8.10).

В теории ⁴², использующей макроскопическую волновую функцию Ψ , учет вращения достигается, если вспомнить, что во вращающейся системе

$$\frac{m^* v_s^2}{2} = \frac{1}{2m^*} \left(\mathbf{p} - m^* [\Omega \mathbf{r}] - \frac{e^*}{c} \mathbf{A} \right)^2.$$

Поэтому в (6.9) нужно заменить \mathbf{A} на $\mathbf{A} + cm^* [\Omega \mathbf{r}] / e^*$, и при интегрировании по контуру, на котором $\mathbf{j}_s = 0$, приходим к условию

$$2\pi \hbar n = \frac{e^*}{c} \Phi - 2m^* \Omega S,$$

где S — площадь контура и считается, что $\Omega = \text{const}$. Для основного состояния, когда $n = 0$, отсюда получается формула (8.10), поскольку $\Phi = HS$.

Можно задаться вопросом, как будет релаксировать неравновесный магнитный поток, предоставленный самому себе при внезапном устранении разности температур. Качественную ориентировку в этом вопросе можно получить, удержав индукционный член $-c^2 \partial \mathbf{A} / \partial t$ в выражении (6.10) для нормального тока, т. е. записав полный ток в виде (ср. (6.8) и (6.9) при $\delta u^* = 0$):

$$\mathbf{j} = -\frac{1}{c\Lambda} \mathbf{A} + \sigma_n \left(\alpha_n \nabla T - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right). \quad (8.11)$$

Обычная процедура интегрирования по контуру, на котором $j = 0$, дает уравнение

$$\overline{\sigma_n \Lambda} \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \Phi = \Phi_T, \quad (8.12)$$

где $\overline{\sigma_n \Lambda}$ — некоторое среднее значение параметра $\sigma_n \Lambda$ на контуре интегрирования, Φ — поток в контуре, Φ_T — значение неравновесного потока (7.6). (Мы полагаем $n = 0$, в противном случае в правую часть (8.12) следует добавить член $n\Phi_0$.) Из (8.12) видно, что если в кольце создан неравновесный поток Φ , то предоставленный самому

$*$) В этом, в частности, проявляется отличие термоэлектрического эффекта в сверхпроводниках от термоциркуляционного эффекта в HeII. В HeII полный ток \mathbf{J} в объеме жидкости отличен от нуля (в силу произвольности контура интегрирования в (8.8)). В случае же сверхпроводника в его толще полная плотность тока $\mathbf{j} = \mathbf{j}_s + \mathbf{j}_n = 0$, а полный циркулирующий по цепи ток I является сверхпроводящим и течет лишь поверхностным слоем (эффект Мейсснера).

себе он будет затухать по закону $\Phi \sim e^{-t/\tau}$ с характерным временем релаксации $\tau = \sigma_n \Lambda \sim 10^{-10}$ сек (при значениях $\sigma_n \sim 10^{20}$ сек⁻¹ и $\Lambda \sim 10^{-30}$ сек²). При этом система будет весьма быстро стремиться к неравновесному состоянию с $\Phi = 0$, отвечающему квантовому состоянию $n = 0$ (или при $n \neq 0$ к состоянию с $\Phi = n\Phi_0$).

Заметим, что уравнение типа (8.12) может быть использовано для описания нестационарного термоэлектрического потока, генерируемого в кольце переменной во времени разностью температур (ср. ⁶, стр. 381). При этом, согласно (8.12), в контуре могли бы возникать разного рода резонансные эффекты. Поскольку, однако, трудно создавать переменные тепловые градиенты высокой частоты (характерное значение $\tau \sim 10^{-10}$ сек), то более перспективным в этом плане может оказаться метод генерации переменного магнитного потока в неоднородном кольце с помощью, например, облучения его последовательностью звуковых импульсов. Возникающее под действием ультразвука увлечение нормальной компоненты приводило бы к появлению неравновесного потока $\Phi_{ав}$. Более подробно вопрос о стационарном звукоэлектрическом эффекте

рассмотрен в работах ⁸⁹⁻⁹². По поводу генерации неравновесного потока светом (светоэлектрический эффект) или потоком нейтрино см. работы ^{66, 93}.

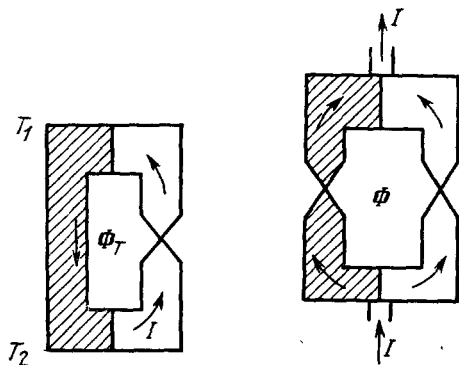


Рис. 11. Термоэлектрический контур с джозефсоновским контактом (схематически).

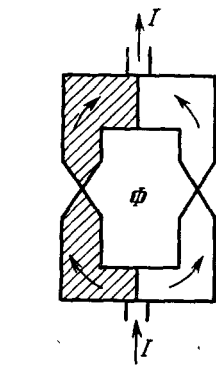


Рис. 12. Термоэлектрический контур с двумя джозефсоновскими барьерами (квантовый интерферометр).

Поток в кольце $\Phi = \Phi_T + \Phi_e$, где Φ_e — внешний поток.

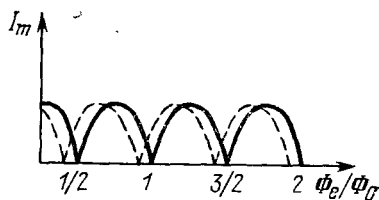


Рис. 13. Максимальный ток через симметричный интерферометр в зависимости от потока в контуре (сплошная кривая).

При наложении градиента температуры кривая смещается (штриховая кривая).

Как отмечалось выше, несмотря на отсутствие квантования неравновесного магнитного потока, система стремится сохранить свое состояние, характеризующееся определенным числом n вихрей в кольце (в частности, состояние с $n = 0$). Предположим, однако, что мы могли бы неограниченно увеличивать величину неравновесного магнитного потока (например, используя для усиления эффекта термоэлектрическую батарею ³⁵, см. раздел 3). Тогда, если поле внутри кольца превысит значение $H = H_{c1}$ (где H_{c1} — критическое поле, отвечающее началу проникновения вихрей в сверхпроводник), такая конфигурация поля окажется неустойчивой, вихри начнут проникать в сверхпроводник и в отсутствие сил зацепления (pinning) будут двигаться к периферии кольца. При этом средний поток внутри кольца, достигнув величины $\Phi_c = H_{c1}S$ (S — площадь отверстия кольца), далее уже не будет возрастать, так как «избыток» магнитного поля будет «сбрасываться» посредством образования цепочки движущихся вихрей. Такая динамическая картина может возникнуть также в термоэлектрическом контуре со «слабой связью», т. е. при наличии джозефсоновского контакта ^{*}), рис. 11. В этом случае величина H_c мала и поэтому возможность осуществления такого нестационарного состояния с движущимися вихрями (см. ⁹⁵) представляется более реальной. (Имеется и другая возможность уменьшить магнитное поле в контуре с $\Phi_T > \Phi_c$, а именно, посредством образования вихрей другого знака, $\Phi = \Phi_T + n\Phi_0$, $n < 0$. При этом в контуре могут возникнуть своеобразные гистерезисные эффекты, см. ³⁵).

Контур со «слабой связью» можно использовать также и для регистрации термоэлектрического потока $\Phi_T < \Phi_0$. Например, в случае неоднородного контура, схема-

^{*}) Упомянем попутно работу ⁸⁴, в которой рассматривается термоэлектрический эффект в однородном кольце с джозефсоновским барьером, обусловленный перепадом температуры на самом барьере.

тически изображенного на рис. 12 (так называемый квантовый интерферометр), максимальный стационарный ток, проходящий через прибор, зависит от внешнего потока $\Phi = \Phi_e$ в кольце по закону ⁸²⁻⁸⁴

$$I_{\max} = 2I_0 \left| \cos \frac{\pi\Phi}{\Phi_0} \right|. \quad (8.13)$$

При наличии градиента температуры полный поток есть $\Phi = \Phi_e + \Phi_T$, поэтому интерференционная кривая (8.13) (см. рис. 13) будет смещаться пропорционально разности температур $\Delta T = T_2 - T_1$. Поскольку положения минимумов на рис. 13 удастся измерять с высокой степенью точности, то такие устройства в принципе можно было бы использовать в качестве прецизионного термометра. Такого рода эксперименты, однако, еще не проводились.

Упомянем в заключение, что интересные интерференционные явления можно, в принципе, наблюдать и в неравномерно нагретом кольцевом сосуде с жидким HeII (см. ⁹⁶).

9. Термоэлектрическое поле и потенциал Бернулли в сверхпроводниках

Будем, как и ранее, считать, что сверхпроводящая подсистема находится в состоянии квазиравновесия, т. е. $\mu^* + e^*\varphi = \text{const}$ (см. (6.7)), но откажемся от предположения $\mu_s^* = \mu_n^*$, которое фактически принималось выше. Другими словами, остановимся на неравновесных эффектах, связанных с наличием разности $\delta\mu^* = \mu_s^* - \mu_n^* \neq 0$. Условие квазиравновесия (6.7) не предполагает постоянства электрохимического потенциала $\mu_n^* + e^*\varphi$ для нормальной компоненты. Поэтому и при $\delta\mu^* \neq 0$, как

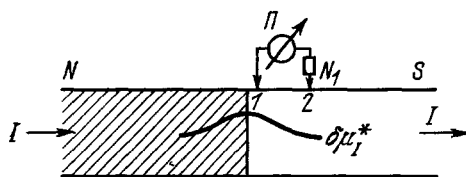


Рис. 14. Схематическое изображение эксперимента ⁵⁵ по наблюдению неравновесности в NS-цепи с током.

и в разделе 6, можно считать, что справедливы уравнения (6.8) или (6.9), а также равна нулю электродвижущая сила для сверхпроводящих пар

$$\mathcal{E}_s = \int_1^2 \nabla (\mu_s^* + e^*\varphi) dl = 0 \quad (9.1)$$

(интегрирование ведется по линии, соединяющей какие-либо две точки 1 и 2). В то же время электродвижущая сила для нормальных электронов отлична от нуля (считаем, что $T = \text{const}$):

$$\mathcal{E}_n = \int_1^2 \nabla (\mu_n^* + e^*\varphi) dl = - \int_1^2 \nabla \delta\mu^* dl \neq 0. \quad (9.2)$$

Выполненный недавно эксперимент ⁵⁵ весьма наглядно демонстрирует справедливость соотношений (9.1) и (9.2). На рис. 14 схематически изображена электрическая цепь, состоящая из нормального металла N и сверхпроводника S, находящихся при одинаковой температуре T. При пропускании стационарного тока I через цепь в области контакта имеет место взаимное превращение нормального и сверхпроводящего токов, т. е. $\text{div } \mathbf{j}_s \neq 0$. При этом, согласно (5.9) возникает отличная от нуля неравновесная разность химических потенциалов $\delta\mu_I^* = \mu_s^* - \mu_n^*$ (индекс I у $\delta\mu$ указывает на то, что неравновесность создается током). Если с помощью сверхпроводящего прибора П (гальванометра) и сверхпроводящих токовых подводов 1 и 2 измерить ток в сверхпроводящей цепи 1, 2, то получается отрицательный результат: ток через не идет (в соответствии с (9.1)). Если же в измерительную цепь вставить нормальный участок N₁

(см. рис. 14), то через Π (в данном случае вольтметр) идет ток и регистрируется отличная от нуля разность потенциалов (в соответствии с (9.2)) *).

В случае наличия в замкнутой цепи только градиента температуры также, вообще говоря, возникает неравновесная разность химпотенциалов $\delta\mu_T^*$ (индекс T у $\delta\mu^*$ указывает, что неравновесность создается температурой). Учитывая, что в стационарных условиях имеем $\text{div}(\mathbf{j}_s + \mathbf{j}_n) = 0$

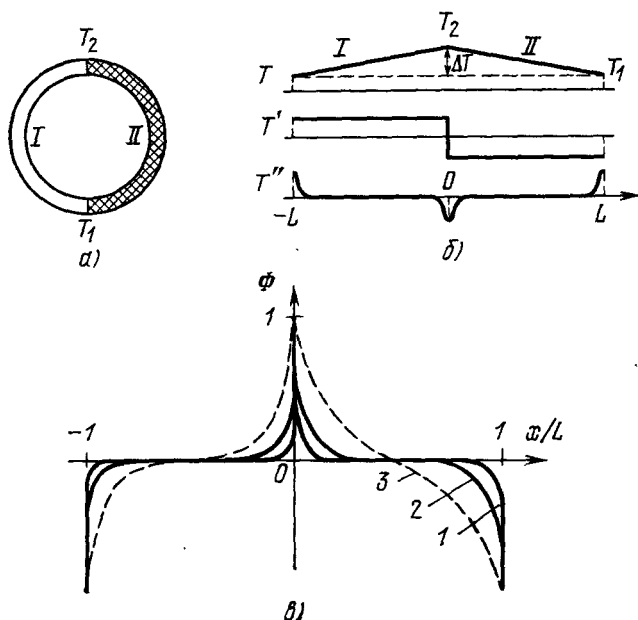


Рис. 15. Распределение неравновесной добавки $\delta\mu_T^*$ в термоэлектрическом кольце. а) Кольцо; б) распределение температуры в кольце (развернуто в отрезок $-L < x < L$); в) распределение $\phi(x) \equiv \delta\mu_T^*(x)$.

и принимая для \mathbf{j}_n выражение (6.10), запишем уравнение (5.9) для $\delta\mu_T^*$ в виде ⁶¹

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} - \frac{\phi}{l_b^2} = \beta \frac{d^2T}{dx^2}, \quad (9.3)$$

где обозначено $\phi \equiv \delta\mu_T^*$, $1/l_b^2 = e^* \gamma / \hbar \sigma_n$, $\beta = -e^* \alpha_n$ и рассматривается одномерный случай. Нетрудно получить решение уравнения (9.3), аппроксимируя распределение температур по кольцу (рис. 15, а) так, как указано на рис. 15, б (мы развернули кольцо в прямолинейный отрезок $-L \leq x \leq L$). Полагая, что

$$\begin{aligned} \frac{dT}{dx} &= -a \operatorname{sign} x, & \frac{d^2T}{dx^2} &= a [\delta(x+L) + \delta(x-L) - 2\delta(x)], \\ a &= \frac{T_2 - T_1}{L} \geq 0, \end{aligned} \quad (9.4)$$

* Заметим, что в сверхпроводящем измерительном контуре (рис. 14) отсутствует лишь полный ток, однако имеется нормальный ток (в силу (9.2)) и компенсирующий его сверхпроводящий ток, $\mathbf{j}_s + \mathbf{j}_n = 0$. Эта компенсация связана с условием квантования потока (см. раздел 8): если первоначально в контуре поток отсутствовал, то это состояние сохраняется. Таким образом, условие (9.1) означает лишь отсутствие стационарной электродвижущей силы \mathcal{E}_s , но не запрещает наличия в цепи сверхпроводящего тока, ускоренного индукционными силами.

найдем решение $\phi(x)$ в виде ⁹⁷

$$\phi(x) \equiv \delta\mu_T^* = \Phi_1 \left(\operatorname{ch} \frac{L-|x|}{l_b} - \operatorname{ch} \frac{x}{l_b} \right) \left(\operatorname{sh} \frac{L}{l_b} \right)^{-1}, \quad \phi_1 = \alpha_n e^* l_b a. \quad (9.5)$$

Ввиду неоднородности кольца величины l_{b1} и l_{b2} в различных материалах могут быть различны, при этом решение примет более громоздкий вид ⁹⁷; график его при $l_{b1} = 2l_{b2}$ изображен на рис. 15в. Таким образом, получаем, что неравновесная добавка $\delta\mu_T^* = \phi(x)$ возникает вблизи точек, где тепло втекает и вытекает из образца (точки смены знака градиента T) и экспоненциально спадает при удалении от этих точек, причем длина спадаания равна величине l_b соответствующего материала *).

Вследствие наличия члена $\delta\mu_T^* = \phi(x)$ возникает еще один неравновесный термоэлектрический эффект в сверхпроводниках. Именно, учитывая формулы (6.7) и (9.5), можно найти электростатический потенциал $\varphi(x) = \text{const} - \delta\mu_T^*$ и термоэлектрическое поле (см. ^{61, 62})

$$E_T = -\nabla\varphi = \frac{\nabla\delta\mu_T^*}{e^*} \quad (9.6)$$

внутри сверхпроводника, а также величину некомпенсированного заряда, вызванного неравновесным распределением температуры: $\operatorname{div} E_T = \Delta\delta\mu_T^*/e^* = 4\pi r$. Таким образом, внутри неравномерного нагретого сверхпроводника имеется электрическое поле и появляется пространственный заряд (ср. ^{52, 61}). Появление неравновесной добавки $\delta\mu_T^* = \mu_{s1}^* - \mu_n^*$ приведет также (см. (6.10)) к дополнительному вкладу $\sigma_n \nabla\delta\mu_T^*$ в термоэлектрический ток

$$j_n = \sigma_n \left[-\nabla \left(\frac{\mu_n^*}{e^*} + \varphi \right) + \alpha_n \nabla T \right] = \sigma_n (\alpha_n \nabla T + \nabla\delta\mu_T^*).$$

Эта добавка будет в l_b/L раз меньше тока, обусловленного непосредственно градиентом температуры ^{61, 97}, но представляет определенный интерес. Дело в том, что если соединить две точки 1 и 2 с разными значениями $\delta\mu_T^*$ контуром, имеющим нормальный участок (наподобие того, как изображено на рис. 14), то между ними должен потечь ток. Если же соединяющий контур целиком сверхпроводящий и сделан из того же материала, что и основной сверхпроводник, то полный ток будет отсутствовать. Заметим, что один из контактов должен находиться в непосредственной близости к точке, где $d^2T/dx^2 \neq 0$, иначе разность $\delta\mu_{T1}^* - \delta\mu_{T2}^*$ будет мала и ток будет практически отсутствовать. Отмеченный эффект, насколько нам известно, еще не наблюдался.

Заметим также, что появление неравновесной добавки $\delta\mu^*$, обусловленной различными причинами, следует учитывать при интерпретации экспериментов по измерению абсолютной термо-э.д.с. металлов (ср. ⁹⁸), а также при обсуждении неравновесных эффектов в сверхпроводниках (см., например, ⁹⁹⁻¹⁰¹). Как ясно из сказанного в разделах 2 и 7, область с $\operatorname{div} j_n = -\operatorname{div} j_s \neq 0$ и $\delta\mu^* \neq 0$ ответственна за конвективную теплопередачу. В этой области должны возникнуть также небольшие вклады в джоулево тепло, тепло Пельтье и термоэлектрический эффект Томсона.

До сих пор, как было оговорено в разделе 1, мы не учитывали член $\nabla\mu_s^*/2$, фигурирующий в (1.14), а по сути дела и в (1.11) и (1.12).

* Кинетический подход позволяет связать длину спадаания l_b (или феноменологический параметр γ в (5.9)) со временем установления равновесия между ветвями квазичастичного спектра электроноподобных и дырочноподобных возбуждений (^{52-56, 61-65}). Согласно теоретической оценке ⁶¹ длина l_b в случае чистых сверхпроводников вблизи T_c может достигать значений $l_b \sim 0,1$ см.

Между тем плотность сверхпроводящего тока j_s и отвечающая ей скорость $v_s = -e^*A/m^*c$, вообще говоря, зависят от координат и член $\nabla m v_s^2/2$ отличен от нуля. Учет этого члена или, точнее, всех членов порядка ∇v_s^2 приводит к интересному наблюдаемому эффекту, на котором мы и остановимся.

Рассмотрим сверхпроводник, находящийся в постоянном во времени внешнем магнитном поле и при постоянной температуре $T = \text{const}$. По последней причине нормальный ток отсутствует, а стационарное состояние (условие $\partial v_s/\partial t = 0$) должно, согласно (1.13) и (1.14), иметь место при условии

$$\mathbf{E} = -\nabla\varphi = \frac{\nabla\mu_s}{e} = \nabla\left(\frac{\mu_{s0}}{e} + \frac{mv_s^2}{2e}\right). \quad (9.7)$$

Из уравнений двухжидкостной гидродинамики известно, вместе с тем, что при учете членов порядка v_s^2 потенциал μ_{s0} сам зависит от v_s^2 и конкретно (см. ¹⁸⁻²⁰) при $v_n = 0$

$$\mu_{s0}(v_s) = \mu_0 - \frac{n_n}{n} \frac{mv_s^2}{2}, \quad \mu_0 = \mu_{s0}(v_s = 0). \quad (9.8)$$

Появление члена, пропорционального n_n/n , связано с учетом закона сохранения импульса всех электронов. В силу (9.7) и (9.8) возникающее в сверхпроводнике поле равно

$$\mathbf{E} = -\nabla\varphi = \frac{\nabla\mu_s}{e} = \nabla\left(\frac{\mu_0}{e} + \frac{n_s}{n} \frac{mv_s^2}{2e}\right) = \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_B. \quad (9.9)$$

Уравнение для нормальной подсистемы, аналогичное (1.13), в случае $\nabla T = v_n = 0$ имеет вид $m \partial v_n/\partial t = e\mathbf{E} - \nabla\mu_{n0}$, откуда в стационарном случае ($\partial v_n/\partial t = 0$) получаем

$$\mathbf{E} = \frac{\nabla\mu_{n0}}{e}. \quad (9.10)$$

Сравнение выражений (9.7) — (9.10) позволяет заключить, что $\mu_{n0} = \mu_{s0} + (1/2)mv_s^2$, т. е. $\mu_n = \mu_s$ и $\delta\mu = 0$, причем *)

$$\mu_{n0} = \mu_0 + \frac{n_s}{n} \frac{mv_s^2}{2}. \quad (9.11)$$

Итак, в стационарных условиях и при $\mathbf{H} = \mathbf{v}_s = \mathbf{v}_n = 0$, как следует из (9.9) или (9.10), в неоднородном сверхпроводнике имеется электрическое поле

$$\mathbf{E}_0 = -\nabla\varphi = \frac{\nabla\mu_0}{e} \quad (9.12)$$

(здесь $\mu_0 = \mu_{s0} = \mu_{n0} \doteq \mu$ — значения химпотенциалов при $v_s = v_n = 0$); в однородной цепи, разумеется, $\mathbf{E}_0 = 0$. В случае контакта двух однородных сверхпроводников поле \mathbf{E}_0 локализовано в узкой переходной области и связано с появлением контактной разности потенциалов, аналогично случаю нормальных металлов.

В присутствии внешнего поля \mathbf{H} скорость $v_s \neq 0$ и из (9.9) или (9.10) получаем, что наряду с электрическим полем (9.12) возникает дополнительное поле

$$\mathbf{E}_B = \frac{n_s}{n} \nabla\varphi_B, \quad \varphi_B = -\frac{mv_s^2}{2e}, \quad (9.13)$$

обусловленное различием скоростей в разных точках сверхпроводника.

*) Выражения (9.8) и (9.11) для μ_{s0} и μ_{n0} можно получить и непосредственно из рассмотрения уравнений движения для v_s и v_n (см. ¹⁸, § 2.5, а также ^{19, 20}) и условий равновесия с учетом поля \mathbf{E} .

Потенциал φ_B (см. (9.13)) аналогичен потенциалу Бернулли в гидродинамике обычной жидкости²⁰. Выражение (9.13), содержащее множитель n_s/n , было получено в¹⁰² на основе гидродинамических соображений и в¹⁰³ из микроскопической теории. Если не учитывать зависимости μ_{s0} и μ_{n0} от v_s (см. (9.8) и (9.11)), не делать различия между μ_s и μ_n , положив $\mu_s = \mu_n = \mu_{s0} = \mu_{n0} = \mu_0 = \mu$, и ограничиться рассмотрением только условия равновесия сверхпроводящей компоненты (9.7), то для поля E_B получается выражение

$$E_B = \nabla \varphi_B, \quad \varphi_B = -\frac{mv_s^2}{2e}, \quad (9.14)$$

отличающееся от (9.13) множителем n/n_s . Выражение (9.14) было получено Лондоном^(17, стр. 56), первым обратившим внимание на существование потенциала Бернулли в сверхпроводниках. (Обсуждение различия выражений (9.13) и (9.14) содержится также в работах¹⁰⁴⁻¹⁰⁹.)

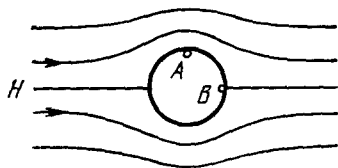


Рис. 16. Сверхпроводник во внешнем поле.

В точках A и B скорости v_s и кинетические энергии $mv_s^2/2$ (ввиду неоднородности поля) различны. В результате условия равновесия системы меняются и возникает потенциал Бернулли.

Электрическое поле E_B , как и поле E_0 (см. (9.12)), не может быть измерено вольтметром. Это находится в соответствии с тем обстоятельством, что приборы типа вольтметра регистрируют на самом деле не разность электрического потенциала, а наличие элек-

тродвижущей силы $\mathcal{E} = \int_1^2 \nabla(\varphi + \mu/e) d\mathbf{l}$ в

цепи, т. е. измеряют разность электрохимического потенциала $\mu + e\varphi$, появляющуюся в цепи в неравновесных условиях¹⁰⁴. Действительно, через проводник, соединяющий две

точки A и B сверхпроводника с различными значениями $mv_s^2/2$ (рис. 16) ток не пойдет в силу равенства электрохимических потенциалов $\mu_s^* + e^*\varphi = \text{const}$ и $\mu_n^* + e^*\varphi = \text{const}$ в этих точках (сравните формулы (9.1) и (9.2) при $\delta\mu^* = 0$). Однако это электрическое поле может быть измерено бесконтактным методом с использованием емкостной схемы^{105, 108}. Эксперимент¹⁰⁸ подтверждает зависимость (9.13), содержащую множитель n_s/n . Согласно (9.13), поле не зависит от температуры (так как факторы n_s и $v_s^2 \sim \sim \delta^2 \sim 1/n_s$ в (9.13) сокращаются*), что и наблюдается на опыте. Магнитное поле, вызывающее появление разности потенциалов в условиях экспериментов^{105, 108}, могло либо задаваться извне¹⁰⁵, либо создавалось током, пропускаемым через образец¹⁰⁸. Разность потенциалов, зарегистрированная в^{105, 108}, достигала по порядку величины значений 10^{-8} в.

В общем случае, когда имеется неравновесность ($\nabla T \neq 0$) и магнитное поле H (т. е. $v_s \neq 0$), нетрудно убедиться, что полное электрическое поле есть сумма

$$E = E_0 + E_B + E_T,$$

где E_0 — поле (9.10), связанное с неоднородностью, E_B — поле Бернулли (9.13), а $E_T = \nabla \delta\mu^*/e^*$ — термоэлектрическое поле (9.6).

Упомянем, наконец, еще об одном электростатическом эффекте (см., например,^{6, 110}), приводящем к появлению электрического поля, но не создающем электродвижущей силы. Именно, в случае разомкнутого кон-

*) Действительно, поскольку $H = \text{rot } A \sim A/\delta$, то $A \sim H\delta$, где δ — лондоновская глубина проникновения. Учитывая, что $j_s = en_s v_s$, формулу (6.8) можно переписать в виде $v_s = -eA/mc$, откуда получаем $v_s^2 = (e/mc)^2 H^2 \delta^2$. Поскольку $\delta^2 = mc^2/4\pi e^2 n_s$ (см. (2.7)), то $v_s^2 \sim 1/n_s$ и при пренебрежении зависимостью n_s и n_n от координат температурная зависимость в (9.13) выпадает.

тура при условии $\mu + e\phi = \text{const}$ и наличии градиента температуры в сверхпроводнике возникает электрическое поле за счет появления добавки к химическому потенциалу $\delta\mu = (\partial\mu/\partial T) dT$. Попытки наблюдать такое поле предпринимались в работах ^{25, 111, 112}.

ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Выше было в достаточной мере, как мы надеемся, выявлено то обстоятельство, что термоэлектрические явления в сверхпроводящем состоянии не только не исчезают, но и, в принципе, весьма многогранны. Правда, соответствующие эффекты (поля, токи) в общем весьма малы по сравнению с имеющими место в нормальном состоянии; поэтому они в прошлом и не наблюдались. Однако развитие техники измерений сделало наблюдение термоэлектрических эффектов в сверхпроводниках вполне возможным и, собственно, соответствующие экспериментальные исследования уже начаты. Можно думать, что в ближайшие годы эта область привлечет к себе большее внимание, причем будет получен ряд интересных результатов. Основная цель настоящей статьи состоит как раз в том, чтобы осветить современное состояние проблемы и, в особенности, ее физическое содержание, и тем самым способствовать развитию эксперимента. Весьма широкие возможности в этом направлении имеются как в отношении неоднородных цепей или биметаллических пластинок из изотропных сверхпроводников (разделы 2, 3), так и в случае анизотропных (некубических) монокристаллических сверхпроводников (раздел 4). Заслуживают, конечно, внимания и эффекты, обсуждавшиеся в разделе 9 *).

Мы не будем здесь, однако, повторять сказанное выше в соответствующих разделах и сделаем лишь замечание более общего характера.

Изучение сверхпроводимости долгие годы (четыре десятилетия!) сосредоточивалось на равновесных в термодинамическом отношении условиях или, несколько точнее, на сверхпроводниках с установившейся и везде одинаковой температурой T . Это значит, очевидно, что для данного материала функции распределения как электронов, так и фононов полностью определяются одним числом T . Между тем в неравновесных условиях состояние характеризуется уже упомянутыми двумя функциями, в силу чего в принципе открывается неизмеримое число новых возможностей. Теплопередача (теплопроводность), поглощение звука и термоэлектрические эффекты в сверхпроводниках относятся к категории неравновесных явлений в их простейшем, в известном смысле, варианте, когда температура электронов и фононов одинакова и, главное, локально характеризует состояние металла, но меняется от точки к точке. Но и сказанное, конечно, имеет место лишь в случае достаточной малости длины свободного пробега. С увеличением этой длины и особенно при инжекции «нормальных» электронов (квазичастиц) через границу или путем освещения, мы переходим в область состояний уже не описываемых квазиравновесными функциями распределения с температурой $T(r, t)$. Здесь можно встретиться с совершенно необычными (в рамках равновесных представлений) ситуациями. В качестве наиболее яркого примера укажем на то, что при инверсной заселенности электронных уровней сверхпроводимость может появляться не при притяжении, как обычно, а при отталкивании между электронами ^{113, 114}. Можно думать, что исследование неравновесных состояний сверхпроводников будет со временем играть

*) Многие другие эффекты не были рассмотрены вообще, в частности, мы полностью оставили в стороне очень интересные нестационарные термоэлектрические и термоманнитные эффекты, связанные с движущимися вихрями.

все большую и большую роль в области физики сверхпроводников *). Термоэлектрические эффекты уже в квазиравновесных условиях относятся к этой же области явлений, а в резко неравновесных состояниях также представляют как самостоятельный интерес, так и, возможно, могут быть использованы для изучения (и измерения) других неравновесных явлений. В силу сказанного мы не сомневаемся в том, что теоретические и экспериментальные исследования термоэлектрических эффектов в сверхпроводниках имеют большое будущее.

В заключение авторы пользуются возможностью поблагодарить Л. П. Питаевского и А. А. Собянина за замечания, сделанные ими при чтении рукописи.

Физический институт им. П. Н. Лебедева
АН СССР

СПИСОК ОБОЗНАЧЕНИЙ

- $e^* = 2e$ — заряд куперовской пары;
 $m^* = 2m$ — удвоенная масса электрона;
 μ_s — химический потенциал сверхпроводящей подсистемы;
 μ_n — химический потенциал «нормальной» подсистемы;
 $\mu_s^* = 2\mu_s$, $\mu_n^* = 2\mu_n$;
 $\delta\mu^* = \mu_s^* - \mu_n^*$ — неравновесная разность химических потенциалов;
 j_s — плотность сверхпроводящего тока;
 j_n — плотность тока нормальных возбуждений;
 $j = j_s + j_n$ — плотность полного тока в сверхпроводнике;
 \mathcal{E} — электродвижущая сила;
 b — термоэлектрический коэффициент нормального металла;
 b_n — термоэлектрический коэффициент нормальных возбуждений сверхпроводника;
 σ_n — нормальная проводимость сверхпроводника;
 $\alpha_n = b_n/\sigma_n$ — дифференциальная «термо-э. д. с.»;
 H_T — термоэлектрическое магнитное поле, возникающее в сверхпроводящем кольце;
 Φ_T — термоэлектрический магнитный поток, возникающий в сверхпроводящем кольце;
 $\Lambda = 4\pi\delta^2/c^2$ — параметр теории Лондона;
 $\delta = (m^*c^2/4\pi e^2 n_s^*)^{1/2}$ — лондоновская глубина проникновения;
 n_s — плотность «сверхпроводящих» электронов;
 $n_s^* = \frac{1}{2} n_s$ — плотность куперовских пар;
 n_n — плотность «нормальных» электронов;
 $\Phi_0 = hc/2e \approx 2 \cdot 10^{-7}$ эс.см² — квант потока;
 A, φ — векторный и скалярный потенциалы электромагнитного поля;
 χ — произвольная калибровочная функция;
 $\Psi = Re^{i\theta}$ — комплексный параметр порядка.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. D. Shoenberg, Superconductivity, Cambridge, Cambridge Univ. Press, 1965, (имеется перевод одного из предшествующих изданий: Д. Шенберг, Сверхпроводимость, М., ИЛ, 1955).
2. A. C. Rose-Innes, E. H. Roderick, Introduction to Superconductivity, Oxford, Pergamon Press, 1969, ch. V (имеется перевод: А. Роуз-Иннс, Е. Родерик, Введение в физику сверхпроводимости, М., «Мир», 1972).
3. W. F. Vinen, in: Superconductivity, Ed. R. D. Parks, v. 2, N. Y., M. Dekker, 1969, ch. 20.
4. J. M. Luttinger, Phys. Rev. A136, 1481 (1964).
5. M. Stephen, ibid. 139, 197 (1965).
6. S. I. Putterman, Superfluid Hydrodynamics, N.Y.—Amsterdam, North-Holland—American Elsevier, 1974.
7. K. Steiner, P. Grassman, Phys. Zs. 36, 527 (1935).

*) Двумя другими наиболее важными направлениями физики сверхпроводимости завтрашнего дня, как нам представляется, являются исследования в областях высокотемпературной и поверхностной сверхпроводимости ¹¹⁴.

8. В. Л. Гинзбург, ЖЭТФ 14, 177 (1944); J. Phys. USSR 8, 148 (1949).
9. В. Л. Гинзбург, Сверхпроводимость, М.—Л., Изд-во АН СССР, 1946, § 16.
10. Ю. М. Гальперин, В. Л. Гуревич, В. Н. Козуб, Письма ЖЭТФ 17, 687 (1973); ЖЭТФ 66, 1387 (1974).
11. J. C. Garland, D. J. Van Harlingen, Phys. Lett. A47, 423 (1974).
12. В. Л. Гинзбург, Г. Ф. Жарков, А. А. Собянин, Письма ЖЭТФ 20, 223 (1974).
13. Н. В. Заварицкий, *ibid.* 19, 205.
14. C. M. Pegrum, A. M. Guénault, G. R. Pickett, in: Proc. of 14th Intern. Conference on Low Temperature Physics, Otaniemi, Finland, v. 2, 1975, p. 513.
15. C. M. Falco, Sol. State Comm. 19, 623 (1976).
16. C. M. Pegrum, A. M. Guénault, Phys. Lett. A59, 393 (1976); Proc. of Intern. Conference on Thermoelectricity, East Lansing, USA, 1977.
17. F. London, Superfluids, v. 1, Macroscopic Theory of Superconductivity, N.Y., J. Willey and Sons, 1950.
18. D. R. Tilley, J. Tilley, Superfluidity and Superconductivity, N.Y., Van Nostrand — Reynolds Co., 1974 (имеется перевод: Д. Тилли, Дж. Тилли, Сверхтекучесть и сверхпроводимость, М. «Мир», 1977).
19. И. М. Халатников, Теория сверхтекучести, М., «Наука», 1971.
20. Л. Д. Ландау, И. М. Лифшиц, Механика сплошных сред, М., Гостехиздат, 1953.
21. В. Л. Гинзбург, ЖЭТФ 21, 979 (1951).
22. P. G. Klemens, Proc. Phys. Soc. A66, 576 (1953).
23. Б. Т. Гейлиман, В. З. Кресин, Кинетические и нестационарные явления в сверхпроводниках, М., «Наука», 1972.
24. G. T. Pullan, Proc. Roy. Soc. A217, 280 (1953).
25. J. Clarke, S. M. Freake, Phys. Rev. Lett. 29, 588 (1972).
26. D. J. Van Harlingen, J. C. Garland, *цит. в* ¹⁶ сборник.
27. N. K. Welker, F. D. Bedard, *цит. в* ¹⁴ сборник, p. 517.
28. В. З. Кресин, В. А. Литовченко, Письма ЖЭТФ 21, 42 (1974).
29. A. H. Wilson, The Theory of Metals, Cambridge Univ. Press, 1954, ch. 8.
30. А. А. Абрикосов, Введение в теорию нормальных металлов, М., «Наука», 1972, гл. 6.
31. Н. В. Заварицкий, А. А. Алтухов, ЖЭТФ 20, 1861 (1976).
32. Б. Т. Гейлиман, М. Ю. Рейзер, ФТТ 17, 2002 (1975).
33. А. Г. Аронов, ЖЭТФ 67, 178 (1974).
34. В. И. Козуб, ЖЭТФ 74, 344 (1977).
35. Г. Ф. Жарков, А. А. Собянин, Письма ЖЭТФ 20, 163 (1974).
36. В. Л. Гинзбург, Г. Ф. Жарков, *ibid.*, с. 658.
37. V. L. Ginzburg, G. F. Zharkov, *цит. в* ¹⁴ сборник, p. 505.
38. P. M. Selzer, W. M. Fairbank, Phys. Lett. A48, 279 (1974).
P. M. Selzer, Thesis, Stanford University, 1974.
39. В. З. Кресин, В. А. Литовченко, ЖЭТФ 53, 2154 (1967).
40. А. Г. Самойлович, Л. Л. Коренблит, ФТТ 3, 2054 (1961).
41. V. M. Lukosz, Zs. Naturforsch. 19a, 1599 (1964).
42. В. Л. Гинзбург, Л. Д. Ландау, ЖЭТФ 20, 1064 (1950).
43. E. Abrahams, T. Tsuneto, Phys. Rev. 152, 426 (1966).
44. A. Schmid, Phys. kondens. Mater. 5, 302 (1966).
45. M. J. Steven, A. Suhl, Phys. Rev. Lett. 13, 47 (1964).
46. P. W. Anderson et al., Phys. Rev. A138, 1157 (1965).
47. H. J. Finke, Phys. Lett. A46, 11 (1973).
48. Л. П. Горьков, Г. М. Элиашберг, ЖЭТФ 54, 612 (1968); 56, 1297 (1969).
49. L. P. Gor'kov, G. M. Eliashberg, J. Low Temp. Phys. 2, 161 (1970).
50. Л. П. Горьков, Н. Б. Копин, УФН, 116, 413 (1975).
51. И. Е. Тамм, Основы теории электричества, М., «Наука», 1976.
52. T. J. Rieger et al., Phys. Rev. Lett. 27, 1787 (1971).
53. M. Tinkham, J. Clarke, *ibid.* 28, 1366 (1972).
54. M. L. Yu, J. E. Mercereau, *ibid.*, p. 1117.
55. M. L. Yu., J. E. Mercereau, Phys. Rev. B12, 4909 (1975).
56. W. J. Skocpol et al., J. Low Temp. Phys. 16, 145 (1974).
57. B. D. Josephson, Phys. Lett. 1, 251 (1962); Rev. Mod. Phys. 36, 216 (1964); Adv. Phys. 14, 419 (1965).
58. А. А. Абрикосов, Л. П. Горьков, И. Е. Дзялошинский, Методы квантовой теории поля в статистической физике, М., Физматгиз, 1962.
59. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Теория поля, М., «Наука», 1973; Электродинамика сплошных сред, М., Гостехиздат, 1957.
60. А. Г. Аронов, В. Л. Гуревич, ФТТ 16, 2656 (1974).
61. С. Н. Артеменко, А. Ф. Волков, Письма ЖЭТФ 21, 662 (1975); ЖЭТФ 70, 1051 (1976).

62. S. N. Artemenko, A. F. Volkov, Phys. Lett. A55, 113 (1975).
63. В. П. Галайко, ЖЭТФ 66, 379 (1974); 68, 223 (1975); 71, 273 (1976); ФНТ 2, 807 (1976).
64. В. П. Галайко, В. С. Шумейко, ЖЭТФ 71, 674 (1976).
65. Е. В. Безуглый, Е. Н. Братцев, В. П. Галайко, ФНТ 3, 1010 (1977).
66. А. Г. Аронов, ЖЭТФ 70, 1477 (1976).
67. Л. Э. Гуревич, Е. Т. Крылов, Письма ЖЭТФ 22, 467 (1975).
68. Л. З. Кон, ФТТ 17, 1711 (1975); 19, 3659, 3707 (1977); ЖЭТФ 70, 286 (1976).
Л. З. Кон, Ю. Н. Ника, ФТТ 18, 3474 (1976).
69. П. Де Женн, Сверхпроводимость металлов и сплавов, М., «Мир», 1968.
70. Д. Н. Зубарев, Неравновесная статистическая термодинамика, М., «Наука», 1971.
71. H. London, F. London, Proc. Roy. Soc. A149, 71 (1935); Physica 2, 341 (1935).
72. Л. Д. Ландау, ЖЭТФ 11, 592 (1941).
73. P. Higgs, Phys. Lett. 12, 132 (1964).
74. Д. А. Киржниц, УФН 125, 169 (1978) (в данном номере журнала).
75. В. Л. Гинзбург, ЖЭТФ 23, 236 (1952).
76. Л. П. Горьков, Т. П. Мелик-Бархударов, ibid. 45, 2154 (1974).
77. Ю. М. Гальперин, В. Н. Козуб, ЖЭТФ 69, 582 (1975).
78. Д. Блатт, Физика электронной проводимости в металлах, М., «Мир», 1972.
79. R. Jaklevic, J. Lambé et al., Phys. Rev. A140, 1628 (1965).
80. Y. Aharonov, D. Bohm, ibid. 115, 485 (1959); 123, 1007, 1511 (1961).
81. Е. Л. Фейнберг, УФН 78, 53 (1962).
82. Г. Ф. Жарков, УФН 88, 419 (1966); в кн. Сверхпроводимость, М., «Наука», 1967, с. 135.
83. И. О. Кулик, И. К. Янсон, Эффект Джозефсона в сверхпроводящих туннельных структурах, М., «Наука», 1970.
84. L. Solimar, Superconductive Tunneling and Applications, Lnd., Chapman and Hall, 1972 (имеется перевод: Л. Солимар, Туннельный эффект в сверхпроводниках и его применение, М., «Мир», 1974).
85. L. Onsager, Nuovo Cimento, 6, Suppl. No. 2, 249 (1949).
86. R. P. Feynman, in: Progress in Low Temperature Physics, v. 1, Ed. C.J. Gorter, Amsterdam, North-Holland, 1955.
87. В. Л. Гинзбург, ЖЭТФ 42, 299 (1962).
88. Сюй Лун-Дао, Г. Ф. Жарков, ЖЭТФ 44, 2122 (1963).
89. Ю. М. Гальперин, В. Л. Гуревич, В. Н. Козуб, ЖЭТФ 65, 1045 (1973).
90. Ю. М. Гальперин, В. Л. Гуревич, В. Н. Козуб, ФТТ 16, 1151 (1974).
91. C. M. Falco, Phys. Rev. B14, 3853 (1976).
92. Н. В. Заварицкий, Письма ЖЭТФ 26, 44 (1977).
93. А. И. Вайнштейн, И. Б. Хриплович, ЖЭТФ 68, 3 (1975).
94. V. J. Gibson, P. V. Pipes, Phys. Rev. B11, 4219 (1975).
95. Г. Ф. Жарков, А. Д. Заикин, ФНТ 4 (5)(1977).
96. А. А. Собынин, Письма ЖЭТФ 27 (1978).
97. Г. Ф. Жарков, А. М. Гуляев, Кр. сообщ. физ. (ФИАН СССР), № 11, 21 (1977).
98. С. Н. Артеменко, Автореферат канд. диссертации, Харьков, ФТИНТ АН УССР, 1976.
99. А. И. Головашкин, К. В. Мицен, Г. П. Мотулевич, ЖЭТФ 68, 1408 (1975).
100. С. И. Веденеев, Г. П. Мотулевич, ФТТ 19, 2973(1977).
101. C. M. Falco, Phys. Rev. Lett. 39, 660 (1977); цит. в ¹⁶ сборник.
102. A. G. Van Fijfeijken, F. A. Staas, Phys. Lett. 12, 175 (1964).
103. K. M. Hong, Phys. Rev. B12, 1766 (1975).
104. T. K. Hunt, Phys. Lett. 22, 42 (1966).
105. J. Voke, J. Klein, Phys. Rev. Lett. 20, 660 (1968).
106. T. D. Morris, J. B. Brown, Physica 55, 76 (1971).
107. C. J. Adkins, J. R. Waldram, Phys. Rev. Lett. 21, 76 (1968).
108. G. Rickayzen, J. Phys. C2, 1334 (1969).
109. E. Jakeman, E. R. Pike, Proc. Phys. Soc. London 91, 422 (1967).
110. S. Putterman, R. de Bruyn Ouboter, Phys. Rev. Lett. 24, 50 (1970).
111. A. Th. A. M. De Waele et al., Physica 65, 587 (1973); in: Proc. LT-13, v. 3, 1974, p. 772.
112. N. K. Welker, F. D. Bedard, in: Proc. of Intern. Conference on Superconducting Devices, Berlin (West), Oct. 5—8, 1976, p. 50.
113. Д. А. Киржниц, Ю. В. Копаев, Письма ЖЭТФ 17, 379 (1973).
114. Проблема высокотемпературной сверхпроводимости, под ред. В. Л. Гинзбурга и Д. А. Киржница, М., «Наука», 1977.