

539.186.22

**РЕЗОНАНСНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ИНТЕНСИВНОГО СВЕТА
С АТОМАМИ****Н. Б. Делоне, В. П. Крайнов****СОДЕРЖАНИЕ**

1. Введение	619
2. Двухуровневая система	624
3. Спектры резонансной флуоресценции	629
4. Трехуровневая система в резонансных полях	633
5. Многофотонное возбуждение	638
6. Резонансная ионизация атомов	643
7. Заключение	647
Цитированная литература	648

1. ВВЕДЕНИЕ

В этом обзоре рассмотрена общая картина резонансных нелинейно-оптических явлений, возникающих при взаимодействии света с атомами.

Всюду рассмотрение будет проведено для простейшей модели — изолированный атом в монохроматическом классическом внешнем поле. Такая модель, с одной стороны, позволяет точно описать многочисленные элементарные процессы, а с другой стороны, является достаточно реалистичной. В настоящее время практически на любой частоте видимого диапазона можно получить излучение достаточно большой интенсивности с шириной спектра порядка естественной ширины атомных уровней или даже с меньшей шириной. Осуществление метода пересекающихся пучков, — светового и атомного, — позволяет не принимать во внимание эффект Доплера. Большая интенсивность лазерного излучения, а также высокая чувствительность детекторов фотонов и ионов позволяет использовать достаточно разреженные мишени и тем самым игнорировать вторичные процессы. Следует также иметь в виду, что именно такие идеальные условия оптимальны для широкого круга практических важных задач, связанных с селективным воздействием интенсивного лазерного излучения на атомарную среду.

В первую очередь уточним содержание, которое мы вкладываем в понятие резонансного взаимодействия.

Когда возникает речь о резонансе между частотой внешнего поля ω (или его высших гармоник) и частотой перехода ω_{mn} между определенными связанными состояниями электрона в атоме $E_m^{(0)}$ и $E_n^{(0)}$, то всегда предполагается, что эти частоты близки. В простейшем случае однофотонного резонанса, о котором мы будем говорить вначале, условие близости имеет вид $\omega \approx \omega_{mn} = E_m^{(0)} - E_n^{(0)}$, где $E_{m,n}^{(0)}$ — энергии связанных состояний в невозмущенном атомном спектре *). Из практики хорошо известно, что

*) Всюду будут использованы единицы $e = \hbar = m_e = 1$.

реальным условием наблюдения резонансных явлений является величина расстройки резонанса $\Delta = \omega_{mn} - \omega \leq \gamma_{m,n}$, где $\gamma_{m,n}$ — приведенная ширина резонанса. В дальнейшем мы тоже будем в основном интересоваться малыми расстройками, или, как часто говорят, «точным резонансом», условие реализации которого будет отличаться от написанного выше лишь наличием зависимости ширины резонанса от напряженности внешнего поля. Такой подход естественно следует из предположения о большой напряженности внешнего поля. Однако, по сути дела, возникновение резонанса связано с выделением среди бесконечного числа связанных электронных состояний $E_i^{(0)}$ каких-то двух, $E_{m,n}^{(0)}$, и потому строгое определение резонансного процесса является значительно более мягким:

$$\Delta = \omega_{mn} - \omega \ll \omega_{mn}. \quad (1)$$

Это условие хорошо известно из старой, «долазерной», физики. Однако в интересующем нас случае, когда речь идет о процессах, возникающих в сильном световом поле, необходимо принимать во внимание возмущение атомного спектра внешним полем, так что условие (1) является необходимым, но не достаточным. Его надо дополнить условием

$$|\mathbf{d}_{mn} \vec{\mathcal{E}}| \ll \omega_{mn}, \quad (2)$$

которое является, по сути дела, условием слабости возмущения резонансных состояний m, n внешним полем $\vec{\mathcal{E}}$ (\mathbf{d}_{mn} — дипольный момент двухуровневой системы m, n). Заметим, что отношение $\mathbf{d}_{mn} \vec{\mathcal{E}} / \Delta$ может принимать произвольные значения.

Обобщение условий (1) и (2) на случай многофотонного резонанса не является тривиальным; оно выполнено в гл. 5.

Теперь обратимся к основным параметрам, характеризующим световое поле.

В первую очередь отметим, что, как хорошо известно, если выполняется условие $n_{k\alpha} \gg 1$, то поле можно описывать как классическое (где $n_{k\alpha}$ — число квантов данной моды колебания, т. е. колебания с волновым вектором \mathbf{k} и поляризацией α). Написанное выше условие эквивалентно следующему условию на напряженность поля волны: $\mathcal{E} \gg \sqrt{\omega^3 \Delta \omega / c^3}$, которое в видимом диапазоне дает численную оценку $\mathcal{E} \gg 1 \text{ в. см}^{-1}$. Очевидно, что это условие реально выполняется во всех интересующих нас случаях. Поэтому в дальнейшем всюду поле будет описываться классически, взаимодействие света с атомом (в дипольном приближении, которого мы будем придерживаться в большей части этого обзора) имеет вид $V = -\mathbf{d} \vec{\mathcal{E}} \cos \omega t$. Термины «квант» или «фотон» будут использоваться либо для сохранения традиционной терминологии, либо для характеристики частоты классического поля на языке, принятом в физике атома, являющегося, как известно, принципиально квантовым объектом.

Одним из основных параметров, возникающих в интересующих нас задачах, является время действия T внешнего поля $\vec{\mathcal{E}}$ на атом. Очевидно, что характерным временем, с которым имеет смысл сопоставлять время воздействия T , является время жизни атома τ в определенном состоянии. Это может быть как естественное время жизни, так и время жизни, определяемое вынужденным переходом электрона из этого состояния. Если для определенности обратиться к естественным временам жизни, то они имеют величину $\tau_i \gtrsim 10^{-8} \text{ сек}$, а ширины уровней — соответственно величину $\gamma_i \lesssim 10^{-3} \text{ см}^{-1}$. Очевидно, что в случае вынужденных переходов времена жизни могут быть на много порядков величины меньше. При

использовании лазеров как источников сильного светового поля, как правило, речь идет о так называемом режиме модуляции добротности резонатора *), когда лазер работает в импульсном режиме, излучая (при одномодовом режиме генерации) гладкий колоколообразный импульс с длительностью фронтов порядка полуширины $T \approx 10^{-8}$ сек. Однако в некоторых случаях может использоваться и излучение лазеров, работающих в непрерывном режиме генерации. Таким образом, если говорить о спонтанных переходах, то типичные условия эксперимента соответствуют случаю $\gamma_i T \gg 1$.

Все условия осуществления резонансного взаимодействия, которые обсуждались выше, написаны в предположении о монохроматичном внешнем поле. Это предположение хорошо выполняется практически, так как осуществляя одномодовый (т. е. с тремя фиксированными индексами) режим генерации лазера, можно иметь очень узкий спектр излучаемого света, так что $\Delta\omega/\omega \sim 10^{-8}$, а в самом худшем случае многомодового режима генерации активной среды, имеющей широкую линию люминесценции, $\Delta\omega/\omega \sim 10^{-4}$. Необходимо также иметь в виду, что монохроматичность лазерного излучения при одномодовом режиме генерации жестко связана с длительностью T импульса излучения: $\Delta\omega = 1/T$ (в многомодовом режиме генерации всегда $\Delta\omega \gg 1/T$). При импульсах наносекундной длительности $\Delta\omega \gg \gamma_i$, где γ_i — типичная естественная ширина атомных уровней. При импульсах пикосекундной длительности, которые получают от лазеров в режиме синхронизации фаз мод, $\Delta\omega$ достигает значений $\sim 10^1 - 10^2$ см $^{-1}$.

Обратимся теперь к напряженности светового поля и конкретизируем термины «интенсивный свет» и «сильное световое поле». Вполне естественно, что эти термины определяются как полем, так и атомом и характеризуются взаимодействием поля с атомом. Мы будем использовать эти термины, когда взаимодействие превышает естественную ширину резонанса, определяемую спонтанным распадом. В применении к однофотонному резонансу в двухуровневой системе, который мы рассматривали выше, критерий сильного внешнего поля $\vec{\mathcal{E}}$ имеет очевидный вид

$$|d_{mn}\vec{\mathcal{E}}| \gg \gamma_{m,n}. \quad (3)$$

Сделаем численную оценку, полагая $d_{mn} \approx 1$ дебай, а $\gamma_{m,n} \sim 10^8$ сек. Получаем условие $\mathcal{E} \gg 50 - 100$ в.см $^{-1}$. Заметим, что это нижняя оценка, так как оценка d_{mn} — верхняя, а кроме того, резонанс предполагается точным. Во всех прочих случаях, включая случай многофотонного резонанса, критическое значение напряженности поля превышает указанное значение на несколько порядков величины. Соответствующий критерий приведен в гл. 5. Сопоставляя численные оценки критических напряженностей для сильного поля и для классического поля, видно, что интересующее нас сильное поле всегда является классическим.

В рассмотрении, проведенном выше, мы ограничиваем диапазон напряженности поля и сверху достаточно очевидным условием

$$\mathcal{E} \ll \mathcal{E}_{\text{ат}}, \quad (4)$$

где $\mathcal{E}_{\text{ат}} = 5 \cdot 10^9$ в.см $^{-1}$ — атомная напряженность поля. С точки зрения теории это позволяет всегда полагать соотношение $\mathcal{E}/\mathcal{E}_{\text{ат}}$ — малым параметром. С точки зрения физической сущности рассматриваемых явлений это позволяет не принимать во внимание туннельный эффект, так как

*) Такой режим часто именуется «режимом гигантского импульса».

хорошо известно, что в световом диапазоне частот написанное выше условие эквивалентно условию $\gamma \gg 1$, где адиабатический параметр $\gamma = \tau_{\text{тун}} / T = \omega \sqrt{2E_i^{(0)}} / \mathcal{E}$.

Наконец, напряженность поля ограничена условием (2) малости возмущения по сравнению с расстоянием между уровнями. Так как величина ω_{mn} резко изменяется при изменении главного квантового числа, характеризующего состояния m и n , то критерии (2) и (4) не могут быть сведены к одному. Именно, в то время как для низковозбужденных состояний эти критерии близки, для высоковозбужденных состояний критерий (2) оказывается более жестким.

С точки зрения физики взаимодействия сильного поля с атомом специфика заключается в возмущении спектра связанных электронных состояний и в реализации многофотонных переходов с вероятностью, сравнимой с вероятностью однофотонных переходов. С точки зрения теории специфика заключается в неприменимости теории возмущения первого порядка по \mathcal{E} для описания возникающих эффектов; на языке диаграмм Фейнмана это означает, что необходимо принимать во внимание диаграммы второго и более высокого порядка по \mathcal{E} . С точки зрения практики сильное поле характеризуется нелинейным характером наблюдаемых явлений по интенсивности возбуждающего света.

Критическая напряженность поля, которое в оптимальном случае надо считать сильным, весьма мала не только по сравнению с атомной напряженностью поля, но даже с напряженностью поля лазерного излучения и находится на верхнем пределе напряженностей, которые можно осуществить, используя некогерентные источники света. Однако детальные экспериментальные данные об элементарных резонансных нелинейно-оптических явлениях были получены лишь в последние годы. Основная трудность заключалась в проведении экспериментов со спектральным разрешением лучшим, чем естественная ширина линии. Два обстоятельства позволяют провести подобные опыты. Первое — использование лазеров, работающих в режиме одномодовой генерации с шириной спектра порядка 10^{-4} см^{-1} и с абсолютной частотой генерации, изменяемой в широких пределах. Второе — использование в качестве мишеней атомарных пучков столь малой расходимости, чтобы при поперечном распространении лазерного излучения эффект Доплера не превышал указанного выше значения. Выбор конкретного перехода в спектре атома также представляет определенную трудность, так как должен быть мал вклад третьих уровней, т. е. нерезонансного взаимодействия. При этом очевидно, что должна приниматься во внимание и тонкая структура спектра.

Обратимся теперь к общим методам решения указанных задач. Теоретическое описание резонансных явлений¹ базируется на использовании резонансного приближения *)^{1,2}. Суть этого метода заключается в приближенном решении системы квантовомеханических уравнений для атома, на который действует монохроматическое световое возмущение $V \sim \cos \omega t$: в этом возмущении учитывается только экспонента $e^{-i\omega t}$ (или $e^{i\omega t}$), приводящая к малому энергетическому знаменателю в решении, и отбрасывается экспонента, для которой знаменатель не содержит аномальной малости. Резонансное приближение корректно при выполнении условий (1) и (2).

Теперь обсудим, какие квантовомеханические уравнения надо решать. В наиболее общем случае, когда полный гамильтониан включает атомный

*) В зарубежной литературе используется эквивалентный термин «rotating wave approximation»³. Тот же смысл имеет и «метод усреднения»⁴.

гамильтониан $\hat{\mathcal{H}}_0$, сильное классическое внешнее поле V и квантовое поле электромагнитного вакуума, нахождение полной волновой функции представляется весьма сложной задачей. Действительно, в сильных полях за не слишком малые времена их действия T выполняется условие $\gamma T \gg 1$, т. е. число спонтанно испущенных квантов $\sim \gamma T$ оказывается весьма большим. Однако полная информация, содержащая все сведения об указанных фотонах, в настоящее время экспериментально не извлекается; измеряются лишь вероятности испускания одного спонтанного кванта определенной частоты. С математической точки зрения это означает, что не возникает необходимости в нахождении полной волновой функции, а нужны лишь средние значения вероятностей по переменным фотонам.

Как хорошо известно ⁵, такой подход осуществляется путем введения атомной матрицы плотности ρ . Уравнения для нее имеют вид

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = i[\rho, \hat{\mathcal{H}}] - \gamma \rho, \quad (5)$$

где $\hat{\mathcal{H}} = \hat{\mathcal{H}}_0 + V$, а матрица γ описывает релаксацию элементов матрицы плотности ^{*}).

Безотносительно к конкретному явлению можно отметить следующий общий характер решений уравнений (5) в различных временных режимах.

При временах $T \ll 1/\gamma$ радиационное затухание несущественно. В этом случае элементы матрицы плотности распадаются на произведение амплитуд: $\rho_{ij} = a_i^* a_j$. Уравнения для этих амплитуд представляют собой обычные уравнения Шрёдингера с гамильтонианом $\hat{\mathcal{H}} = \hat{\mathcal{H}}_0 + V$. В резонансном приближении они сводятся к системе уравнений с постоянными коэффициентами. Решения этой системы дифференциальных уравнений первого порядка, в принципе, получаются непосредственным путем. Они представляют собой совокупность ортогональных друг другу состояний, называемых квазиэнергетическими или «одетыми состояниями» ^{**} ^{3, 6}. О соответствующей атомной системе в резонансных внешних полях часто говорят как об «одетом атоме» ^{***}). Одна из постановок задач заключается в переходах между квазиэнергетическими состояниями под действием либо слабого пробного поля, либо поля электромагнитного вакуума, и т. п.

Каждое из квазиэнергетических состояний представляет собой совокупность стационарных состояний. Однако энергии этих состояний отличаются от энергий исходных не возмущенных полем атомных состояний. Их называют «квазиэнергиями» ⁶. Из теоремы Флоке ⁷ следует, что энергии стационарных состояний, из совокупности которых состоит фиксированное квазиэнергетическое состояние, отличаются друг от друга на целое кратное ω .

Отметим, что для применимости теоремы Флоке нет необходимости в выполнении резонансного приближения, а требуется лишь периодичность возмущения. Однако в общем случае квазиэнергетические состояния состоят из большого числа стационарных состояний и потому непрактичны для использования. В резонансном приближении существенный вклад в квазиэнергетические состояния вносит малое число стационарных состояний, и они становятся удобными для аналитических исследований.

Если обратиться к временам $T \sim 1/\gamma$, то имеет место переходный режим, характеризуемый весьма сложным видом решений.

^{*}) Уравнения (5) именуются часто «оптическими уравнениями Блоха».

^{**}) Dressed states (англ.).

^{***}) Dressed atom (англ.).

Наконец, при $T \gg 1/\gamma$ возникает стационарный режим, характеризующийся постоянными населенностями атомных уровней. Отличительной особенностью стационарного режима является тот факт, что решения не зависят от начальных условий, в частности от способа включения внешнего поля.

Учет спонтанных эффектов в стационарном режиме оказывается значительно более простым по сравнению с решением системы (5), когда исследуется переход между двумя состояниями, между которыми не действует резонансное сильное поле. Например, может идти речь о трехуровневой системе, в которой резонанс с сильным полем осуществляется между первыми двумя уровнями, а спонтанное излучение происходит в результате перехода электрона на третий уровень (резонансное спонтанное комбинационное рассеяние; гл. 4). Тогда учет взаимодействия с полем электромагнитного вакуума сводится к процедуре Брейта — Вигнера⁸. Она заключается в замене во всех формулах энергий уровней $E_j^{(0)}$ на величины $E_j^{(0)} - (1/2) i\gamma_j$. Следует отметить, что такая замена носит весьма общий характер в том смысле, что ширины уровней не обязательно являются радиационными, а представляют собой сумму всех возможных ширин.

Безотносительно к тому, применима процедура Брейта — Вигнера или нет, специфика сильного поля заключается в том, что оно приводит к переходам между различными квазиэнергетическими состояниями, а также численно меняет значения спектральных ширин таких переходов по сравнению со случаем слабого поля. Подчеркнем, что в сильных полях эти ширины могут изменяться и в сторону их уменьшения.

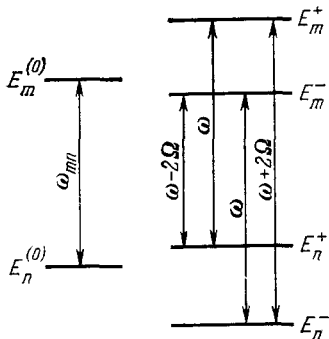
2. ДВУХУРОВНЕВАЯ СИСТЕМА

Простейшая из квантовомеханических систем, на которой можно исследовать явление резонанса, — это двухуровневая система. Обозначим

через n нижнее состояние с энергией $E_n^{(0)}$, через m — верхнее состояние с энергией $E_m^{(0)}$, а через γ_m спонтанную ширину верхнего уровня по отношению к переходу в нижнее состояние. Резонанс возникает во внешнем поле при выполнении условий (1), (2).

Как отмечалось во введении, явления, возникающие при резонансе, имеют различный характер в зависимости от времени действия поля. Сначала рассмотрим малые времена, когда релаксацией можно пренебречь. Решение задачи о поведении двухуровневой системы в резонансном внешнем поле хорошо известно^{1, 2}, так что мы его здесь не будем воспроизводить *).

Рис. 1. Квазиэнергии двухуровневой системы m, n в резонансном поле $\vec{\mathcal{E}}, \omega$.



Напомним только, что получается два ортогональных друг другу квазиэнергетических состояния, волновая функция представляет собой их суперпозицию, коэффициенты которой зависят от постановки начальных условий. Поскольку каждое из квазиэнергетических состояний возникает из двух стационарных состояний, то волновая функция в общем случае представляет собой суперпозицию четырех стационарных состояний, квазиэнергии которых имеют вид (рис. 1)

$$E_n^{\pm} = E_n^{(0)} \pm \Omega + \frac{\Delta}{2}, \quad E_m^{\pm} = E_m^{(0)} \pm \Omega - \frac{\Delta}{2}. \quad (6)$$

*) Рассматриваемая задача математически эквивалентна задаче о частице со спином $1/2$ в магнитном поле³.

Величина

$$\Omega = \frac{1}{2} \sqrt{\Delta^2 + |\mathbf{d}_{mn} \vec{\mathcal{E}}|^2}, \quad (7)$$

входящая в (6), называется частотой Раби³. В точном резонансе, т. е. при $\Delta = 0$, из (7) получаем так называемую резонансную частоту Раби $\Omega = |\mathbf{d}_{mn} \vec{\mathcal{E}}|/2$.

Как видно из (6), удвоенная частота Раби есть не что иное, как расщепление каждого из уровней m и n . Из (3) и (7) следует, что такое расщепление можно наблюдать лишь в сильном поле. Характерной особенностью этого расщепления является его линейная зависимость от амплитуды напряженности поля \mathcal{E} (конечно, при не слишком больших расстройках резонанса, а именно, $\Delta \lesssim \mathbf{d}_{mn} \vec{\mathcal{E}}$).

Динамическое развитие двухуровневой системы во времени в указанном безрелаксационном режиме ($\gamma_m T \ll 1$) существенно зависит от начальных условий. В зависимости от времени нарастания амплитуды поля δT можно выделить два предельных случая: мгновенное и адиабатическое включение возмущения. При адиабатическом включении исходное невозмущенное состояние динамически развивается в одно из квазиэнергетических состояний, и по этой причине расщепления не наблюдается. В противоположность этому, при мгновенном включении возникает суперпозиция обоих квазиэнергетических состояний, и расщепление наблюдается. Оказывается⁹, что если выполняется соотношение $\Delta \delta T \ll 1$, то режим включения внешнего поля является мгновенным, при обратном знаке неравенства — адиабатическим. Это соотношение качественно можно понять с точки зрения принципа неопределенности: перемешивание квазиэнергетических состояний происходит, когда достаточно велико время перемешивания $1/\Delta$.

Из сказанного можно сделать вывод, что в нерезонансном случае всегда реализуется адиабатический режим включения. В резонансном случае при характерных расстройках $\Delta \sim \gamma_m$ реализуется мгновенный режим включения, поскольку $\delta T \lesssim T$, что типично для импульсных лазеров.

До сих пор мы интересовались лишь расщеплением уровней. Обратимся теперь к вопросу об их сдвигах. Из (7) видно, что в резонансном приближении нерезонансный сдвиг *) отсутствует. В действительности такой сдвиг имеет место. Его амплитуду можно вычислить, если в низшем порядке теории возмущений учесть эффекты, возникающие от экспоненты $e^{i\omega t}$, не приводящей к малому энергетическому знаменателю. Учет нерезонансных слагаемых в рамках двухуровневой системы приводит к малым квадратичным по полю, одинаковым по величине и противоположно направленным сдвигам уровней m и n . При этом положение резонанса сдвигается от точки $\Delta = 0$ на величину $|\mathbf{d}_{mn} \vec{\mathcal{E}}|^2/4\omega_{mn}$, которую называют сдвигом Блоха — Зигерта (см.^{10, 11}). Он мал, так как в знаменателе указанного соотношения содержится расстояние между уровнями ω_{mn} , имеющее относительно большую величину.

Итак, при наличии резонанса нерезонансные сдвиги уровней малы по сравнению с резонансным расщеплением уровней.

В заключение отметим, что безрелаксационный режим практического интереса не представляет, так как при выполнении условий $\gamma_m T \ll 1$ для развития квазиэнергетических состояний необходима очень большая

*) Иногда используется эквивалентный термин «квадратичный эффект Штарка в переменном поле».

напряженность поля, такая, чтобы резонансная частота Раби была очень велика:

$$\Omega = \frac{1}{2} |\mathbf{d}_{mn} \vec{\mathcal{E}}| \gg \frac{1}{T} \gg \gamma_m.$$

Речь идет о напряженности поля, на несколько порядков величины превышающей критическую напряженность, следующую из неравенства (3).

Обратимся теперь к более реалистическому случаю времен T , не малых по сравнению с $1/\gamma_m$. Тогда следует учитывать спонтанную релаксацию. В частности, квазиэнергии (6) становятся комплексными, с ширинами порядка γ_m . Если теперь интересоваться переходом из состояния m под действием бесконечно слабого пробного поля, не возмущающего рассматриваемую систему, в какое-то третье состояние (его природа здесь нас не интересует), то можно выделить два случая: в слабом поле, $\mathbf{d}_{mn} \vec{\mathcal{E}} < \gamma_m$, уровни E_m^\pm перекрываются, и расщепления не наблюдается; напротив, в сильном поле, $\mathbf{d}_{mn} \vec{\mathcal{E}} > \gamma_m$, должны четко наблюдаться два максимума в спектре поглощения пробного излучения, расстояние между которыми линейно зависит от напряженности поля $\vec{\mathcal{E}}$.

Подобный эффект, впервые наблюдавшийся экспериментально при возмущении молекулярных спектров электромагнитным полем СВЧ диапазона¹², в последнее время наблюдался и при возмущении атомных спектров в световом поле *). Начиная с экспериментов по наблюдению расщепления D -линии в атоме калия под действием интенсивного резонансного света¹³, подобное явление наблюдалось во многих других экспериментальных ситуациях¹⁴. Прогресс в экспериментальной технике, о котором говорилось во введении, позволил в последнее время получить в ряде случаев достаточно точные количественные данные, характеризующие резонансное расщепление в оптическом диапазоне частот^{15, 16}. В качестве примера приведем результаты эксперимента¹⁵, в котором использовалось сильное поле излучения инфракрасного лазера на длине волны 3,51 мкм для резонансного возмущения перехода $6P_{3/2} - 5D_{7/2}$ в спектре атома ксенона. Пробное поле с длиной волны 4,54 мкм предназначалось для измерения населенности состояния $5D_{3/2}$ в зависимости от расстройки резонанса частоты пробного поля с состоянием $6P_{3/2}$. На рис. 2 продемонстрированы два максимума в спектре поглощения пробного излучения, соответствующие квазиэнергетическим состояниям уровня $6P_{3/2}$. Расстояние между максимумами линейно зависело от напряженности сильного поля.

Рассмотрим теперь детально стационарный режим. В этом случае следует обратиться к системе уравнений (5). Поскольку в стационарном режиме $\partial \rho / \partial t = 0$, то эта система является алгебраической и легко решается. В частности, вероятность нахождения электрона на верхнем уровне оказывается равной

$$\rho_{mm}(\infty) = \frac{|\mathbf{d}_{mn} \vec{\mathcal{E}}|^2}{2|\mathbf{d}_{mn} \vec{\mathcal{E}}|^2 + 4\Delta^2 + \gamma_m^2}. \quad (8)$$

В соответствии с общими замечаниями во введении выражение (8) не зависит от начальных условий, в частности, от режима включения возмущения. Заметим, что всегда $\rho_{mm}(\infty) \leq 1/2$.

Выражение (8) позволяет легко определить полную вероятность спонтанного излучения в единицу времени:

$$w = \gamma_m \rho_{mm}(\infty). \quad (9)$$

*) Рассматриваемое явление называют «линейным динамическим эффектом Штарка», а также «эффектом Аутлера — Таунса».

С другой стороны, вычислим полную вероятность несмещенного излучения (упругого рассеяния) в единицу времени. Несмещенное излучение создается средним дипольным моментом $\bar{\mathbf{d}}(t) = \rho_{mn} \mathbf{d}_{nm} + \text{к. с.}$,

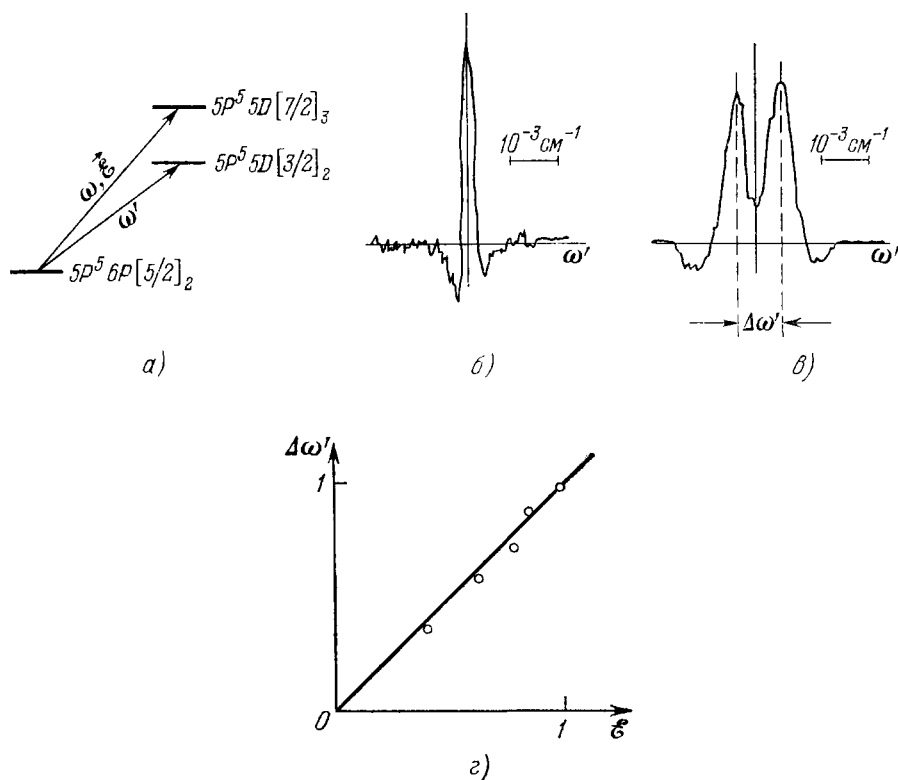


Рис. 2. Расщепление уровней как функция напряженности сильного резонансного поля $\vec{\mathcal{E}}$, ω , измеренное методом поглощения пробного излучения ω' . а) Схема уровней атома ксенона (ω' — слабое пробное поле); б) населенность верхнего уровня при слабом резонансном поле ω ; в) населенность при сильном резонансном поле ω' ; г) зависимость амплитуды расщепления $\Delta\omega'$ от напряженности сильного поля $\vec{\mathcal{E}}$, ω (результаты эксперимента ¹⁵).

который гармонически колеблется с частотой вынуждающего поля ω . Как хорошо известно из классической механики, диполь будет на этой частоте и излучать. Таким образом, полная вероятность несмещенного излучения в единицу времени имеет вид ¹⁷

$$w_{\text{упр}} = \gamma_m |\rho_{mn}(\infty)|^2 = \frac{4\Delta^2 + \gamma_m^2}{4\Delta^2 + \gamma_m^2 + 2|\mathbf{d}_{mn}\vec{\mathcal{E}}|^2} w, \quad (10)$$

где w определяется (9). В частности, в слабом поле ($|\mathbf{d}_{mn}\vec{\mathcal{E}}| \ll \gamma_m$) формула (10) переходит в хорошо известное выражение ¹⁸, полученное в рамках теории возмущений для резонансной флуоресценции:

$$w_{\text{упр}} = \frac{(1/4) |\mathbf{d}_{mn}\vec{\mathcal{E}}|^2}{(\omega_{mn} - \omega)^2 + (1/4) \gamma_m^2} \gamma_m, \quad (11)$$

представляющее собой не что иное, как общеизвестную формулу Брейта — Вигнера для упругого резонансного рассеяния на квазидискретном уровне ¹⁹. Формула (11) описывает двухфотонный процесс, при котором поглощается квант внешнего поля и испускается спонтанный квант. Этот процесс

характеризуется графиком Фейнмана, изображенным на рис. 3 а. Вследствие закона сохранения энергии частота ν испущенного кванта строго равна частоте ω поглощенного кванта. Именно по этой причине рассеяние называют «несмещенным» (или «рэлеевским»).

В сильном поле упругое рассеяние описывается выражением (10). Все графики Фейнмана, соответствующие соотношению (10), содержат

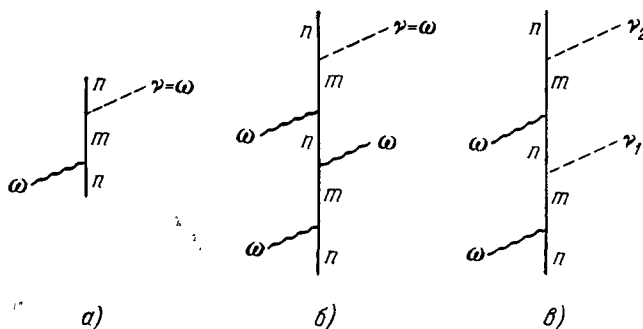


Рис. 3. Графики Фейнмана, иллюстрирующие процесс резонансной флуоресценции. а) Несмещенное рассеяние в слабом поле; б) несмещенное рассеяние в сильном поле; в) смещенное рассеяние в сильном поле.

лишь один испущенный спонтанный квант. Типичный график приведен на рис. 3, б. Опять вследствие закона сохранения энергии частота ν испущенного кванта строго равна ω .

Из (10) мы видим, что $\omega^{\text{упр}} < \omega$. Остальная часть рассеяния $\omega - \omega^{\text{упр}}$ представляет собой смещенное (или неупругое) рассеяние. Графики Фейнмана, соответствующие неупругому рассеянию, содержат по меньшей мере два испущенных спонтанных кванта. Типичный график приведен на рис. 3, в. Как видно из рис. 3, в, в соответствии с законом сохранения энергии $\nu_1 + \nu_2 = 2\omega$, а сами частоты испущенных квантов ν_1 и ν_2 могут отличаться от ω . С физической точки зрения смещенное рассеяние представляет собой спонтанные переходы между квазиэнергетическими уровнями двухуровневой системы. В гл. 3 мы рассмотрим спектральное распределение смещенного рассеяния.

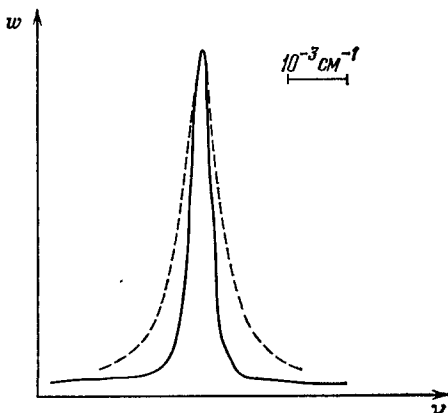


Рис. 4. Спектр резонансной флуоресценции (сплошная линия) при узком спектре возбуждающего излучения, измеренный в работе ²⁰.

Штриховая линия — лорентцов контур линии при спонтанном распаде того же состояния.

Выше предполагалось, что сильное поле строго монохроматично. На самом деле в любом реальном эксперименте это не так. Поэтому формулу (10) следует умножить на фактор, учитывающий форму линии спектра возбуждающего света. Пусть $\Delta\omega$ — ширина этой линии. Тогда, очевидно, ширина спектра испущенных квантов (спектра флуоресценции) определяется меньшей из двух ширин

$$\Delta\omega \text{ или } \sqrt{\gamma_m^2 + 2 |d_{mn} \vec{E}|^2}.$$

В слабом поле вторая ширина переходит в γ_m , и указанный факт

хорошо известен ¹⁸. Многочисленные эксперименты, в которых наблюдалась резонансная флуоресценция, выполнялись в условиях, когда

$\Delta\omega \gg \gamma_m$. Это обычная ситуация, когда спектральная ширина излучения возбуждающего источника больше естественной ширины линии. При этом наблюдается спектр флуоресценции с шириной γ_m . Однако можно выполнить эксперимент в условиях, когда указанное выше неравенство имеет обратный знак. Примером подобного эксперимента является работа ²⁰. Атом бария возбуждался из основного состояния в возбужденное состояние 1P_1 , имеющее естественную ширину $\gamma_m \sim 5 \cdot 10^{-4} \text{ см}^{-1}$, лазерным излучением с эффективной шириной спектра $\Delta\omega$, в несколько раз меньшей γ_m . При этом наблюдался спектр флуоресценции примерно в два раза более узкий, чем естественная ширина этого перехода (рис. 4).

3. СПЕКТРЫ РЕЗОНАНСНОЙ ФЛУОРЕСЦЕНЦИИ

Явление флуоресценции заключается в рассеянии света на атоме, при котором исходное состояние атома не изменяется. В случае, когда частота падающего света близка к одной из атомных частот ω_{mn} , вероятность флуоресценции резко возрастает, и мы имеем дело с резонансной флуоресценцией. Ограничиваясь только таким случаем, рассмотрим задачу о спектральном распределении по частотам ν испущенных спонтанных фотонов в двухуровневой системе, на которую действует монохроматическое внешнее поле $\vec{E} \cos \omega t$.

Полные вероятности в единицу времени несмещенного рассеяния $w^{\text{упр}}$ и смещенного рассеяния $w - w^{\text{упр}}$ определяются формулами гл. 2. С физической точки зрения смещенное рассеяние определяется переходами между квазиэнергетическими уровнями. Как видно из гл. 2, оно мало в слабых полях, когда эти уровни сливаются из-за спонтанной ширины, и, наоборот, велико в сильных полях. В сильном поле нельзя рассматривать процесс рассеяния как переизлучение одного фотона, поглощенного атомом, так как за время жизни атома в возбужденном состоянии на нем рассеиваются другие фотоны ²¹.

В случае несмещенного рассеяния спектральное распределение выглядит тривиально: $dw^{\text{упр}}(\nu) = w^{\text{упр}}\delta(\nu - \omega) d\nu$, где $w^{\text{упр}}$ определяется формулой (10). Как видно из рис. 1, спектральное распределение смещенного рассеяния должно иметь максимумы на частотах, соответствующих разностям квазиэнергетических уровней. Ширины этих максимумов имеют порядок γ_m . Таких максимумов три, причем центральный соответствует рассеянию на частоте ω , а сателлиты отделены от него на величину удвоенной частоты Раби. Задача настоящей главы — это количественное описание форм спектральных распределений и сравнение их с опытом.

Согласно общим принципам теории электромагнитного излучения в дипольном приближении вероятность $dw(\nu) \sim \langle |\hat{d}_\nu|^2 \rangle$, где \hat{d}_ν — фурье-компонента оператора дипольного момента $\hat{d}(t)$, т. е. $\hat{d}_\nu = \int_0^T \hat{d}(t) e^{-i\nu t} dt$, а скобки $\langle \dots \rangle$ означают квантовомеханическое усреднение по исходному состоянию системы с одним электроном; T — время действия поля.

Вероятность упругого рассеяния определяется квадратом среднего значения дипольного момента, т. е. $dw^{\text{упр}}(\nu) \sim |\langle \hat{d}_\nu \rangle|^2$. Следовательно, неупругое рассеяние определяется разностью $\langle |\Delta \hat{d}_\nu|^2 \rangle = \langle |\hat{d}_\nu|^2 \rangle - |\langle \hat{d}_\nu \rangle|^2$, т. е. квантовой флуктуацией дипольного момента. Таким образом, в то время как упругое рассеяние может быть описано в рамках классической теории излучения, неупругое рассеяние представляет собой существенно квантовый эффект.

По этой причине необходимо ввести квантованные операторы рождения и уничтожения частиц: a_i^\dagger , a_j . При этом, поскольку нас будут в дальнейшем интересовать различные моменты времени, удобно брать эти операторы в представлении Гейзенберга, т. е. зависящими от времени ²².

Для вычисления средних значений, о которых шла речь выше, введем оператор атомной матрицы плотности $\hat{\rho} = \sum_{i,j} a_i^\dagger a_j \rho_{ij}$. Конечно, в общем случае оператор полной

матрицы плотности всей системы должен зависеть и от операторов фотонов электромагнитного поля. Однако если предположить, что изменения, происходящие в атоме, слабо влияют на состояния поля вакуума, то оператор полной матрицы плотности можно представить в виде произведения двух операторов, причем один множитель зависит от операторов атомной частицы, а другой — от операторов фотонов. Это «марковское (или факторизационное) приближение». Оно нарушается, например, для близких уровней, когда $\gamma_m \sim \omega_{mn}$. При этом время испускания кванта $1/\gamma_m$ сравнимо с временем перехода системы из одного состояния в другое, $\sim 1/\omega_{mn}$, следующим из соотношения неопределенности энергия — время. Это приводит к появлению запаздывания.

Усредняя в указанном марковском приближении оператор полной матрицы плотности по состояниям фотонов, приходим к приведенному выше оператору атомной матрицы плотности. Этот оператор дает возможность предсказаний изменений атомных состояний без анализа того, что происходит при этом с состоянием электромагнитного поля.

Рис. 5. График Фейнмана для испускания N квантов квазиэнергетическим состоянием (жирная линия).

Проанализируем сказанное на графиках Фейнмана. Точный подход заключается в нахождении амплитуды испускания большого числа квантов квазиэнергетическими состояниями. На рис. 5 показан типичный график. Жирные линии на этом рисунке обозначают функцию распространения для квазиэнергетических состояний, в отличие от тонких линий, соответствующих невозмущенным атомным состояниям ²³. Полная амплитуда представляет собой сумму всех графиков подобного типа. Переход к описанию с помощью атомной матрицы плотности соответствует усреднению по частотам всех испускаемых спонтанных квантов, кроме одного, — регистрируемого измерительным прибором.

Среднее значение I от любого оператора \hat{I} вычисляется по формуле $I = \langle I \rangle = \text{Tr}(\hat{I}\hat{\rho})$. Оператор дипольного момента имеет вид $\hat{d}(t) = \sum_{ij} d_{ij} a_i^\dagger a_j$, где d_{ij} — матричные элементы дипольного момента. В выражении

$$\langle |\hat{d}_\nu|^2 \rangle = \int_0^T \int_0^T \langle \hat{d}^*(t) \hat{d}(t') \rangle e^{i\nu(t-t')} dt dt'$$

перейдем к переменной $\tau = t' - t$ и устремим $T \rightarrow \infty$. Тогда получаем ²⁴

$$\langle |\hat{d}_\nu|^2 \rangle = T \int_{-\infty}^{\infty} |d_{mn}|^2 \overline{\langle \hat{\rho}_{nm}(t) \hat{\rho}_{mn}(t+\tau) \rangle} e^{-i\nu\tau} d\tau + \text{к. с.}; \quad (12)$$

здесь черта обозначает усреднение по времени t , а $\hat{\rho}_{nm} \equiv a_m^\dagger a_n$. Формула (12) имеет смысл для стационарного режима, когда все времена велики по сравнению с $1/\gamma_m$.

Обратимся теперь к вычислению средних значений. Для одновременных операторов это сравнительно несложно. Например,

$$\langle \hat{\rho}_{mn} \rangle = \sum_{ij} \text{Tr}(a_n^\dagger a_m a_i^\dagger a_j) \rho_{ij} = \sum_{ij} \delta_{mi} \delta_{nj} \rho_{ij} = \rho_{mn},$$

что поясняет определение $\hat{\rho}_{mn}$. При выводе здесь использованы коммутационные соотношения операторов a_m и a_i^\dagger , а также то, что состояние, по которому производится усреднение, содержит одну частицу, так что действие двух последовательно расположенных операторов $a_m a_j$ дает нуль.

В формуле (12) содержатся средние значения от произведения операторов $\hat{\rho}_{mn}$ в различные моменты времени. Для вычисления таких средних значений необходимо свести их к одному времени, так как только тогда гейзенберговские операторы обладают обычными коммутационными свойствами ²². С этой целью формально разложим оператор $\hat{\rho}_{mn}$ в момент времени $t + \tau$ по полной системе операторов $\hat{\rho}_{ij}$ в момент

времени t :

$$\hat{\rho}_{mn}(t + \tau) = \sum_{ij} \rho_{mn}^{ij}(t, \tau) \hat{\rho}_{ij}(t). \quad (13)$$

Ввиду линейной зависимости операторов $\hat{\rho}_{mn}(t + \tau)$ и новых величин $\rho_{mn}^{ij}(t, \tau)$, рассматриваемых как функции τ , уравнения для этих новых величин формально совпадают с уравнениями (5) для матрицы плотности ρ . Действительно, квантовомеханически усредняя соотношение (13), мы получаем, что оно справедливо не только для операторов, но и для их средних значений, т. е. элементов матрицы плотности ρ_{ij} . Единственный новый отличный элемент — это новые начальные условия. Они вытекают из (13), если в этом соотношении положить $\tau = 0$: $\rho_{kl}^{ij}(t, 0) = \delta_{ki} \delta_{lj}$.

Подставляя (13) в (12), находим

$$\langle |\hat{d}_v|^2 \rangle = T |d_{mn}|^2 \sum_{ijkl} \text{Tr} (a_m^+ a_n a_j^+ a_i a_k^+ a_l) \int_0^\infty \overline{\rho_{kl}(t) \rho_{mn}^{ij}(t, \tau)} e^{-i\nu\tau} d\tau + \text{к. с.}$$

Обратим внимание, что в этой формуле нижний предел интегрирования равен нулю, а не $-\infty$, как в общем случае в (12). Это связано с тем, что оператор $a(t + \tau)$ может уничтожить частицу только после того, как она имеется в момент времени t , т. е. при $\tau \geq 0$.

Вычисляя след произведения шести операторов a^+ , a тем же способом, что было сделано выше для произведения четырех операторов, и переходя от $\langle |\hat{d}_v|^2 \rangle$ к вероятности испускания фотона $dw(\nu)$ в единицу времени, находим

$$dw(\nu) = \gamma_m 2 \text{Re} \int_0^\infty [\rho_{mm}(t) \rho_{nn}^{mn}(t, \tau) + \rho_{nn}(t) \rho_{mn}^{nn}(t, \tau)] e^{-i\nu\tau} d\tau \frac{d\nu}{2\pi}. \quad (14)$$

Усреднение по t в (14) излишне, так как в стационарном режиме зависимость от t отсутствует. Это легко проверить, используя для входящих в (14) величин стационарные решения (8) системы (5).

Если проинтегрировать выражение (14) по ν и учесть начальные условия для ρ_{mn}^{kn} , то, как и следовало ожидать, получаем полную вероятность рассеяния (9).

Далее, если в (14) рассмотреть $\tau \rightarrow \infty$, то $\rho_{mn}^{mn} \rightarrow 0$, а $\rho_{mn}^{nn} \rightarrow \rho_{mn}(t + \tau)$. Подставляя эти значения из (14), как и следовало ожидать, получаем вероятность упругого рассеяния (10).

Решение уравнений (5) для величин $\rho_{kl}^{ij}(t, \tau)$ в общем случае весьма громоздко из-за формул Кардаво для характеристических значений¹⁷. В различных предельных случаях оно принимает более обозримый вид. В дальнейшем мы рассмотрим только случай нулевой расстройки: $\Delta = 0$. Корни характеристического кубического уравнения системы (5) в этом случае имеют простой вид:

$$s_0 = -\frac{1}{2} \gamma_m, \quad s_{\pm} = -\frac{3}{4} \gamma_m \pm \sqrt{\left(\frac{1}{4} \gamma_m\right)^2 - |d_{mn} \vec{\mathcal{E}}|^2},$$

а любое из решений (5) представляется в виде

$$\rho \sim a + b e^{s_0 t} + c e^{s_+ t} + d e^{s_- t},$$

где коэффициенты a, b, c, d определяются начальными условиями.

Для слабого поля, а именно $|d_{mn} \vec{\mathcal{E}}| < \gamma_m/4$, все упомянутые корни вещественны. В этом случае, кроме когерентного рассеяния, определяемого константой a , возникает неупруго рассеянный свет с частотой ω вблизи ω_0 , представляющий собой наложение трех резонансов с одинаковым положением, но разными ширинами. Все эти ширины, как уже отмечалось, имеют порядок γ_m .

Если, наоборот, поле сильное, а именно $|d_{mn} \vec{\mathcal{E}}| > \gamma_m/4$ (см. критерий (3)), то мы видим, что, кроме центрального пика, на частоте ω с шириной γ_m возникают два симметрично расположенных сателлита с ширинами $3\gamma_m/2$ на расстоянии $\sqrt{|d_{mn} \vec{\mathcal{E}}|^2 - (\gamma_m/4)^2}$ от центрального пика.

В частности, для очень сильного поля сателлиты удалены от центрального пика на величину удвоенной резонансной частоты Раби $|\mathbf{d}_{mn}\vec{\mathcal{E}}|$, о чем уже упоминалось выше.

Расчет по формуле (14) в этом последнем случае приводит ¹⁷ к следующему результату для $d\omega(\nu) \simeq d\omega^{\text{неупр}}(\nu)$ (как отмечалось выше, упругое рассеяние в этом случае пренебрежимо мало):

$$d\omega(\nu) = \left\{ \frac{1/3}{[4(\nu - \omega - |\mathbf{d}_{mn}\vec{\mathcal{E}}|)/3\gamma_m]^2 + 1} + \frac{1}{[2(\nu - \omega)/\gamma_m]^2 + 1} + \frac{1/3}{[4(\nu - \omega + |\mathbf{d}_{mn}\vec{\mathcal{E}}|)/3\gamma_m]^2 + 1} \right\} \frac{d\nu}{2\pi}. \quad (15)$$

Как и следовало ожидать, после интегрирования этого выражения по ν получаем $\omega = \gamma_m/2$, что соответствует спонтанному излучению с уровня m , вероятность нахождения электрона на котором равна $1/2$.

Результат (15) можно было бы получить и гораздо более простым способом, не обращаясь к общему выражению (14) и двухвременным функциям ρ_{kl}^{ij} . Из рис. 1 ясно, что переходы между ними могут происходить в результате испускания четырех фотонов: одного с частотой $\omega - |\mathbf{d}_{mn}\vec{\mathcal{E}}|$, одного с частотой $\omega + |\mathbf{d}_{mn}\vec{\mathcal{E}}|$ и двух с частотой ω . В случае очень

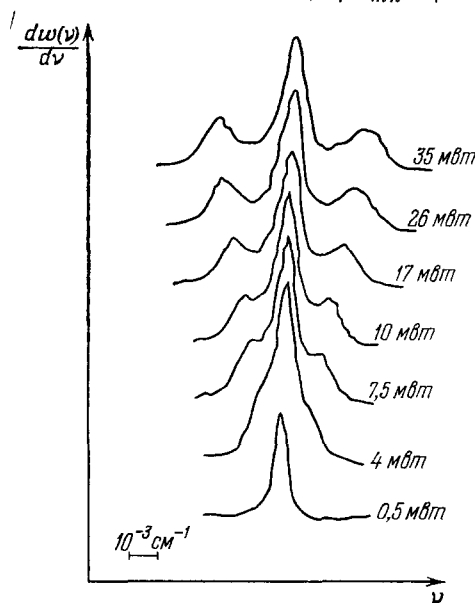


Рис. 6. Спектр резонансной флуоресценции в зависимости от мощности возбуждающего излучения (параметры на кривых) ²⁰.

сильного поля при $\Delta = 0$ вероятность нахождения электрона на этих квазиуровнях одинакова, так что полные вероятности в единицу времени для испускания каждого из указанных фотонов равны $(1/8)\gamma_m$. Учитывая, что спектральные ширины испускания каждого из этих квантов равны, как мы видели, соответственно $(3/2)\gamma_m$ и γ_m (этот результат не требует введения

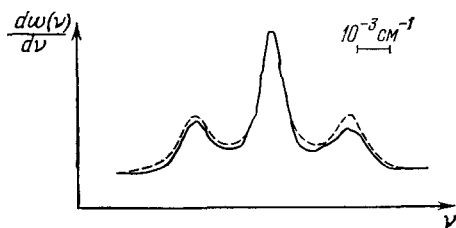


Рис. 7. Спектр резонансной флуоресценции в сильном поле, рассчитанный на основе данных работы ¹⁷ (штриховая линия) и измеренный в работе ²⁰ (сплошная).

двухвременных функций), непосредственно получаем формулу (15). Разумеется, такой простой подход не годится для случая ненулевых расстройек или более слабых полей.

Эксперименты по наблюдению спектра резонансной флуоресценции в сильном поле ^{20, 25} были проведены путем возбуждения перехода между компонентами сверхтонкой структуры в атоме натрия $3S_{1/2} (F' = 2) - 3P_{3/2} (F' = 3)$.

Спектр флуоресценции, наблюдавшийся в работе ²⁰ при различной напряженности возбуждающего поля и различной расстройке резонанса, приведен на рис. 6. Хорошо видно, что по мере увеличения напряженности резонансного поля, кроме рассеяния на несмещенной частоте, появляются сателлиты. Это происходит при полях, удовлетворяющих условию (3). Амплитуда центрального максимума в очень сильном поле примерно в три раза больше амплитуды сателлитов, а ширина последних в полтора раза превышает ширину центрального пика; частоты сателлитов отличаются от несмещенной частоты на величину удвоенной резонансной частоты Раби. Таким образом, качественно и количественно соотношение (15) хорошо описывает экспериментальные данные (рис. 7).

Зависимость от расстройки резонанса иллюстрирует рис. 8. В полном соответствии с теорией отметим, что сателлиты перестают наблюдаться при расстройке порядка ширины центрального максимума. Результаты, полученные в других работах ²⁵, носят аналогичный характер.

Резюмируя, можно утверждать, что экспериментальные данные о спектре резонансной флуоресценции в сильном поле качественно и количественно хорошо описываются теорией.

4. ТРЕХУРОВНЕВАЯ СИСТЕМА В РЕЗОНАНСНЫХ ПОЛЯХ

В предыдущей главе описывалось рассеяние света, при котором атом остается в исходном состоянии. Рассмотрим далее процесс, когда атом после резонансного рассеяния света переходит в новое состояние. При этом, очевидно, необходимо, по меньшей мере, учет трех атомных уровней.

Исследуем сначала простейшую ситуацию, показанную на рис. 9, а: электрон, находящийся в исходном состоянии n , после мгновенного включения в момент времени $t = 0$ сильного поля $\vec{E} \cos \omega t$ с частотой ω , близкой к ω_{mn} , переходит в состояние m , откуда далее переходит в состояние l с испусканием спонтанного кванта. Как и ранее, нас интересует решение при больших временах $t \gg 1/\gamma_m$.

Специфика сильного поля заключается в том, что электрон может много раз осциллировать между состояниями m , n и лишь потом из состояния m перейти в состояние l . Как отмечалось в гл. 2, такие осцилляции можно описать на языке квазиэнергетических состояний. Очевидно, что

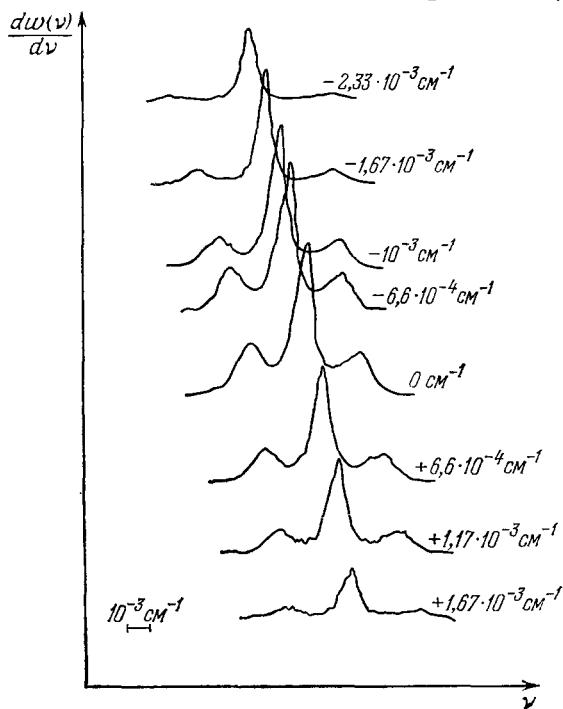


Рис. 8. Спектр резонансной флуоресценции в зависимости от расстройки резонанса (параметр на кривых) между частотой внешнего сильного поля и частотой перехода (результаты эксперимента ²⁰).

в данной задаче нас интересуют квазиэнергетические состояния уровня m . В отличие от ситуации, рассмотренной в гл. 2, в данном случае необходимо учесть спонтанный распад квазиэнергетических состояний в третье конечное состояние l . Это можно сделать с помощью применения процедуры Брейта — Вигнера к состоянию m . Если сделать это для квазиэнергий (6), то в произвольном случае выражение для расщепления квазиуровней выглядит довольно громоздко. Поэтому здесь мы ограничимся случаем

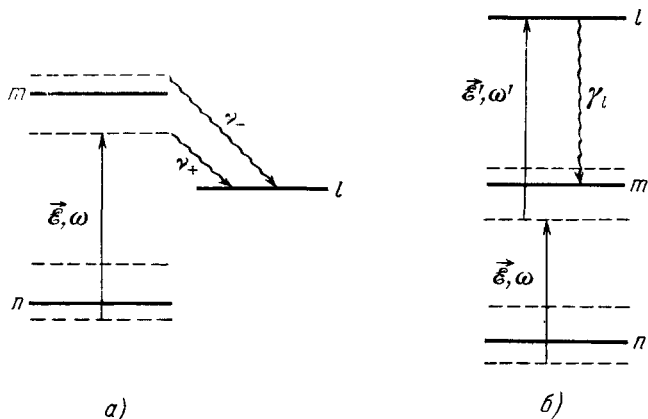


Рис. 9. Схемы процессов, возникающих в трехуровневой системе.

а) Спонтанное комбинационное рассеяние; б) случай двух внешних полей \vec{E} , ω и \vec{E}' , ω' .

нулевой расстройки резонанса m , n : $\Delta = 0$. Тогда частоты испускаемых спонтанных квантов сконцентрированы около величин $\nu_{\pm} = \omega_{ml} \pm \pm (1/2) \sqrt{|\mathbf{d}_{mn}\vec{E}|^2 - (1/4) \gamma_m^2}$. В предельном случае $\gamma_m = 0$ частоты испускаемых квантов по-прежнему определяются из выражений (6). Мы видим, что расщепление наблюдается лишь в сильных полях $|\mathbf{d}_{mn}\vec{E}| > \gamma_m/2$. Обратим внимание на то, что в очень сильном поле ($|\mathbf{d}_{mn}\vec{E}| \gg \gamma_m$) резонансное расщепление вдвое меньше, чем в случае резонансной флуоресценции, что объясняется отсутствием расщепления уровня l в данном случае. Заметим, что при $\Delta \neq 0$, если $\Delta \gg \gamma_m$, в соответствии с (6) расщепление может наблюдаться в любых полях.

Перейдем теперь к вопросу о вероятности испускания спонтанного излучения с переходом частицы на уровень l как функции частоты испущенного фотона ν . В отличие от случая флуоресценции, здесь мы имеем дело с абсолютной вероятностью, а не с вероятностью в единицу времени. Очевидно, что при $t \gg 1/\gamma_m$ частица полностью переходит на уровень l , т. е.

$$w_l = \gamma_m \int_0^{\infty} |a_m(t)|^2 dt = 1;$$

здесь $a_m(t)$ — амплитуда нахождения электрона на уровне m в момент времени t . Метод нахождения этой величины в резонансном приближении для двухуровневой системы m , n был изложен в гл. 2. Его нужно только модифицировать путем применения процедуры Брейта — Вигнера к состоянию m ²⁶. Ее обоснование состоит в том, что, по предположению, вся спонтанная ширина γ_m соответствует переходу на уровень l , а спонтанная ширина соответствующего перехода в состояние n пренебрежимо мала.

Представляя

$$w_l = \int_{-\infty}^{\infty} dw_l(\nu) = \gamma_m \int_{-\infty}^{\infty} |a_m(\nu)|^2 \frac{d\nu}{2\pi} = 1,$$

можно найти вероятность испускания фотона $dw_l(\nu)$ в диапазоне частот $[\nu, \nu + d\nu]$; здесь $a_m(\nu)$ — фурье-компонента величины $a_m(t)$.

Общее выражение для $dw_l(\nu)$ довольно громоздко. Мы ограничимся случаем $\Delta = 0$ и очень сильных полей $|\mathbf{d}_{mn}\vec{\mathcal{E}}| \gg \gamma_m$. Тогда находим

$$dw_l(\nu) = \left[\frac{\gamma_m/4}{(\nu - \omega_{ml} - (1/2)|\mathbf{d}_{mn}\vec{\mathcal{E}}|)^2 + (1/16)\gamma_m^2} + \frac{\gamma_m/4}{(\nu - \omega_{ml} + (1/2)|\mathbf{d}_{mn}\vec{\mathcal{E}}|)^2 + (1/16)\gamma_m^2} \right] \frac{d\nu}{2\pi}. \quad (16)$$

Мы видим, что спектр состоит из двух пиков с ширинами, вдвое меньшими ширины γ_m , а вероятности переходов из обоих квазиэнергетических состояний одинаковы. По мере уменьшения поля расщепление квазиэнергетических уровней уменьшается и в пределе слабого поля оба резонанса сливаются в один с шириной γ_m .

Если перейти к расстройкам, отличным от нуля, то хотя, как уже упоминалось выше, расщепление состояния m может наблюдаться и в слабом поле, но фактически будет велика интенсивность перехода, имеющего частоту, соответствующую выполнению закона сохранения энергии. В этом случае выражение для вероятности рассеяния света хорошо известно¹⁴:

$$dw_l(\nu) = \frac{(1/4)|\mathbf{d}_{mn}\vec{\mathcal{E}}|^2 \gamma_m}{(\omega_{mn} - \omega)^2 + (1/4)\gamma_m^2} \delta(\omega - \nu - \omega_{ln}) d\nu. \quad (17)$$

Оно описывается диаграммой Фейнмана, изображенной на рис. 10. Видно, что соотношение (17) аналогично соотношению (11) для вероятности резонансной флуоресценции. Это вполне естественно, так как оба процесса качественно аналогичны — вынужденный переход, спонтанный переход. Соответственно и вероятности обоих процессов имеют одинаковый порядок

величины. Процесс комбинационного рассеяния света в слабом внешнем поле можно характеризовать также величиной, не зависящей от напряженности поля, — сечением рассеяния. Оно получается из выражения для вероятности (17) стандартным методом — делением на множитель $c\vec{\mathcal{E}}^2/8\pi\omega$. Заметим, что соотношение (17) может быть получено из известной формулы Крамерса — Гейзенберга²⁷, если в последней пренебречь нерезонансными слагаемыми по сравнению с резонансными. Количественные критерии применимости формулы (17) приведены во введении — они следуют из условия отсутствия перемешивания в двухуровневой системе m, n .

Если нижний уровень n также имеет спонтанную ширину γ_n , то выражение (16) следует модифицировать, заменив в знаменателе ширину: $\gamma_m \rightarrow (\gamma_m + \gamma_n)$ ²⁶. Этот результат можно получить и из общей теории Брейта — Вигнера. Как и должно быть, тогда полная вероятность $w_l = \gamma_m/(\gamma_m + \gamma_n) < 1$.

Наконец, если вероятность спонтанного перехода из состояния m в n не мала, то, как отмечалось выше, формализм Брейта — Вигнера непри-

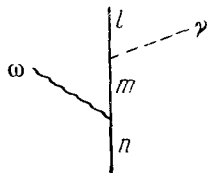


Рис. 10. График Фейнмана для процессов спонтанного комбинационного рассеяния.

меним, а для решения задачи нужно использовать метод матрицы плотности²⁸. В результате качественно структура выражения (16) сохраняется, однако входящие в это выражение ширины резонансов будут сложными функциями различных парциальных ширин.

Экспериментально процесс, изображенный на рис. 9, а, называемый спонтанным комбинационным рассеянием света на атоме, наблюдался как в условиях точного резонанса (см., например,²⁹), так и при большой расстройке резонанса (см., например,³⁰). Однако по ряду причин все известные к настоящему времени экспериментальные данные получены в таких условиях, что они не дают интересной информации о спектре рассеянных фотонов. Во-первых, все эти данные получены в условиях, когда существенную роль играл эффект Доплера, а потому разрешение по частоте было недостаточно. Во-вторых, в большинстве экспериментов наблюдался вынужденный процесс комбинационного рассеяния — для увеличения выхода рассеянного света использовалась протяженная атомарная мишень, в которой вынуждающее поле на частоте, близкой к частоте перехода ω_{ml} , создавалось за счет большого числа атомов в мишени и, тем самым, за счет большого числа рассеянных квантов.

С теоретической точки зрения описание вынужденного рассеяния близко к данному выше описанию спонтанного рассеяния. Рассмотрим в (16) некоторый очень малый диапазон частот $[\nu_0, \nu_0 + d\nu]$ в окрестности одного из резонансов. Тогда $\gamma_m d\nu$ есть не что иное, как величина, пропорциональная мощности спонтанного излучения в этом диапазоне частот. Если в этом же диапазоне частот наложить на систему слабое поле $\vec{\mathcal{E}}' \cos \nu t$, так что $|\mathbf{d}_{ml} \vec{\mathcal{E}}'| \ll \gamma_m$, то вероятность перехода m, l может быть рассчитана по теории возмущений: $w_{ml} = 2\pi (\mathbf{d}_{ml} \vec{\mathcal{E}}'/2)^2 \delta(\nu - \nu_0)$. Умножая ее на $d\nu$, получаем величину, пропорциональную мощности вынужденного излучения: $(\pi/2) |\mathbf{d}_{ml} \vec{\mathcal{E}}'|^2$. При выполнении условия $|\mathbf{d}_{ml} \vec{\mathcal{E}}'|^2 \gg \gamma_m d\nu$ вынужденное рассеяние значительно больше спонтанного. В этом случае в формуле (16) в слагаемом ее, соответствующем указанному интервалу частот $d\nu$, нужно заменить стоящую в числителе мощность спонтанного излучения $\sim \gamma_m d\nu$ на мощность вынужденного излучения $\sim (\pi/2) |\mathbf{d}_{ml} \vec{\mathcal{E}}'|^2$; в результате получаем вероятность вынужденного излучения в виде

$$w_l^{\text{вын}}(\nu) = \frac{dw_l(\nu)}{d\nu} \frac{\pi}{2\gamma_m} |\mathbf{d}_{ml} \vec{\mathcal{E}}'|^2 \quad (18)$$

(напомним, что отношение мощности вынужденного рассеяния к мощности спонтанного рассеяния характеризуется коэффициентом Эйнштейна). Так как из-за слабости поля $\vec{\mathcal{E}}'$ эта вероятность мала по сравнению с единицей, то она не влияет на условие $\int dw_l(\nu) d\nu = 1$.

В ряде экспериментов³¹ проводились количественные измерения, позволяющие получить информацию о полной вероятности рассеянного света. Эти данные, полученные в условиях как слабого, так и сильного поля, хорошо описываются приведенной теорией. Это довольно естественно, так как полная вероятность рассеяния слабо зависит от спектральных характеристик резонансного процесса.

Рассмотрим теперь случай, когда третий уровень l лежит выше обоих резонирующих уровней m, n (см. рис. 9, б). Тогда, очевидно, состояние l не может заселяться в результате спонтанных переходов (в отличие от случая рис. 9, а). Если на переходе m, l включить слабое поле $\vec{\mathcal{E}}' \cos \nu t$

с частотой ν , близкой к ω_{lm} , то это поле будет осуществлять вынужденные переходы на уровень l . Определим вероятность нахождения частицы w_l в состоянии l , рассматривая поле $\vec{\mathcal{E}}$ в рамках первого порядка теории нестационарных возмущений, т. е. предполагая $|\mathbf{d}_{lm}\vec{\mathcal{E}}| \ll \gamma_l$. Предположим для простоты, что только с уровня l на m происходит спонтанное излучение с шириной γ_l , а спонтанное излучение с m в n пренебрежимо мало. Ограничимся, как и выше, стационарным режимом. Тогда решение уравнений для квантовомеханических амплитуд относительно несложно³². При этом используется процедура Брейта — Вигнера для состояния l . Для случая нулевой расстройки $\Delta = \omega_{mn} - \omega = 0$ и очень сильного поля ($|\mathbf{d}_{mn}\vec{\mathcal{E}}| \gg \gamma_l$) вероятность рассеяния как функция частоты слабого поля ν имеет вид

$$w_l = \left[\frac{1}{(\nu - \omega_{lm} - (1/2)|\mathbf{d}_{mn}\vec{\mathcal{E}}|^2)^2 + (1/4)\gamma_l^2} + \frac{1}{(\nu - \omega_{lm} + (1/2)|\mathbf{d}_{mn}\vec{\mathcal{E}}|^2)^2 + (1/4)\gamma_l^2} \right] \left| \frac{\mathbf{d}_{lm}\vec{\mathcal{E}}}{4} \right|^2. \quad (19)$$

Как и ожидалось, выражения (16) и (19) имеют аналогичную структуру. Снова, если ширина γ_m перехода из состояния m в n не мала, то нужно

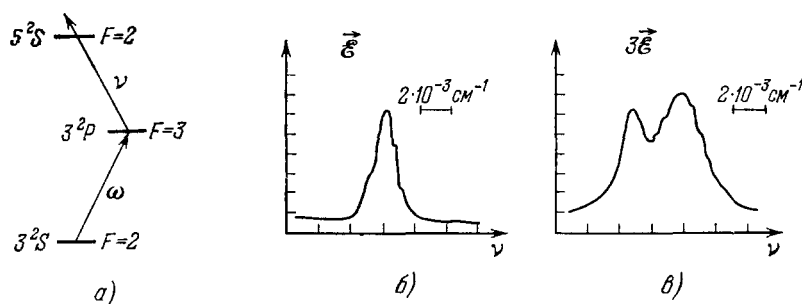


Рис. 11. Промежуточный резонанс в трехуровневой системе.

а) Схема уровней атома натрия; б) населенность верхнего состояния при слабом резонансном поле $\vec{\mathcal{E}}$, ω ; в) то же при сильном поле (данные эксперимента¹⁶).

решать систему уравнений (5) для матрицы плотности. Результат имеет вид, аналогичный (19), но с шириной, являющейся комбинацией γ_l и γ_m : $\gamma_l \rightarrow \gamma_l + (1/2)\gamma_m$ ³².

Экспериментальные результаты, полученные в работах¹⁶ для случая точного резонанса, показывают справедливость соотношения (19). В подобных экспериментах использовались два лазера, излучающие в видимом диапазоне спектра. Сильное поле излучения одного из лазеров настраивалось в резонанс с переходом из основного состояния атома в возбужденное. Слабое поле излучения второго лазера с изменяемой частотой генерации ν использовалось для измерения зависимости вероятности нахождения электрона в возбужденном состоянии 5^2S ($F=2$) как функции частоты ν . Эта вероятность регистрировалась путем наблюдения спонтанного распада третьего состояния. На рис. 11 приведена зависимость населенности возбужденного состояния от частоты ν и от напряженности сильного поля. Как в этом, так и в других исследованных случаях хорошо наблюдаются два максимума, следующие из (19).

До сих пор все рассмотрение трехуровневой системы проводилось для случая, когда одно из внешних полей равно нулю или мало. Исследование общего случая, когда второе поле $\vec{\mathcal{E}}'$ также сильное ($|\mathbf{d}_{lm} \vec{\mathcal{E}}'| \gg \gamma_l$), представляет собой гораздо более сложную задачу. Заметим, что экспериментальные исследования спектра рассеянного света при двух сильных полях не проводились. Однако подобная ситуация легко может возникать при вынужденном комбинационном рассеянии света, в случае, когда напряженность поля $\vec{\mathcal{E}}'$ велика. Так же как и для двухуровневой системы, мы рассмотрим только два предельных случая: безрелаксационный и стационарный режимы.

Итак, сначала рассмотрим случай, когда времена столь малы, что спонтанные ширины не существенны. Резонансные поля $\vec{\mathcal{E}}$ и $\vec{\mathcal{E}}'$, действующие на переходах соответственно n, m и m, l , приводят к осцилляциям вероятностей нахождения частицы на каждом из рассматриваемых трех уровней. В резонансном приближении задача сравнительно просто решается³³ и можно найти средние по времени вероятности. Приведем ряд результатов решения (для системы на рис. 9, б). Как хорошо известно, в двухуровневой системе никакой подбор расстройки и поля не приводит к тому, чтобы вероятность нахождения частицы на верхнем уровне превышала вероятность нахождения частицы на нижнем уровне. В противоположность этому, в трехуровневой системе можно подобрать поля $\vec{\mathcal{E}}$ и $\vec{\mathcal{E}}'$ при нулевых расстройках обоих резонансов так, чтобы средняя вероятность нахождения частицы на верхнем уровне l была больше каждой из вероятностей нахождения частицы на уровнях m и n . Однако даже в самом оптимальном случае инверсия населенности состояния l относительно n не превышает 3%, а сама средняя вероятность нахождения частицы на уровне l составляет около 35%.

Еще более интересные результаты возникают в стационарном режиме³⁴. В этом случае задачу следует решать методом матрицы плотности. Из решения следует, что при нулевых расстройках обоих резонансов и условии $|\mathbf{d}_{mn} \vec{\mathcal{E}}| \gg |\mathbf{d}_{lm} \vec{\mathcal{E}}'| \gg \gamma_m \gg \gamma_l$ стационарная вероятность нахождения частицы на верхнем уровне стремится к 100%.

Каждый из уровней трехуровневой системы, находящейся в двух резонансных сильных полях, расщепляется на три квазиэнергетических уровня, так что в общем случае для каждого из двух переходов — m, n и l, m — спектральная линия состоит из семи резонансных пиков. В случае нулевых расстроек обоих резонансов число резонансов сокращается до пяти. В работе³⁴ для численных расчетов формы линии использовалась теория двухвременных корреляционных функций, приведенная в гл. 3.

Наиболее проста ситуация в случае очень сильных полей и нулевых расстроек. В этом случае наряду с центральным пиком на несмещенной частоте $\nu = \omega_{mn}$ с каждой стороны имеется по два сателлита, расстояния от центрального пика которых составляет соответственно $\pm(1/2)\sqrt{|\mathbf{d}_{mn} \vec{\mathcal{E}}|^2 + |\mathbf{d}_{lm} \vec{\mathcal{E}}'|^2}$ и $\pm\sqrt{|\mathbf{d}_{mn} \vec{\mathcal{E}}|^2 + |\mathbf{d}_{lm} \vec{\mathcal{E}}'|^2}$ ³³. Аналогичная картина наблюдается около центрального пика на несмещенной частоте $\nu = \omega_{lm}$. Ширины всех пиков являются комбинациями ширин γ_m и γ_l .

5. МНОГОФОТОННОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ

Как и все многофотонные процессы, многофотонное возбуждение атомов не является пороговым процессом по напряженности внешнего поля. Однако, для того чтобы вероятность многофотонного возбуждения атома была достаточно велика для наблюдения, напряженность возбуждающего

поля должна быть также достаточно велика. В сильном внешнем поле определение процесса многофотонного возбуждения — это вынужденный многофотонный переход из нижнего состояния в верхнее, время жизни в котором определяется процессом его спонтанного распада. Иными словами, это многофотонное спонтанное комбинационное рассеяние. Очевидно, что конкуренция вынужденных переходов из верхнего состояния в другие связанные состояния и непрерывный спектр резко сужает возможности реализации многофотонного возбуждения. По этой причине в случае атомов и светового диапазона частот практически речь может идти об относительно малофотонных процессах возбуждения.

Вероятность K -фотонного перехода из состояния n в состояние m под действием внешнего поля напряженностью $\vec{\mathcal{E}}$ и частотой ω описывается в рамках нестационарной теории возмущений K -го порядка путем замены в формуле для однофотонной вероятности величины $d_{mn} \vec{\mathcal{E}}/2$ на $V_{mn}^{(K)} \mathcal{E}^K$. Величина $V_{mn}^{(K)}$ называется многофотонным матричным элементом и имеет хорошо известный вид

$$V_{mn}^{(K)} = \sum_{a, b, \dots, p} \frac{1}{2^K} \frac{(ed_{ma})(ed_{ab}) \dots (ed_{pn})}{[\omega_{an} - (K-1)\omega][\omega_{bn} - (K-2)\omega] \dots [\omega_{pn} - \omega]}. \quad (20)$$

Он описывается диаграммой Фейнмана, изображенной на рис. 12. Этот составной матричный элемент учитывает виртуальные переходы как в связанные состояния, так и в состояния непрерывного спектра.

Из (20) видно, что величина многофотонного матричного элемента резко зависит от частоты внешнего поля по мере приближения частоты или ее высших гармоник к частоте какого-либо промежуточного перехода в спектре атома в рамках данного приближения матричный элемент неограниченно возрастает. Соответственно, как и в других подобных случаях, теория возмущений применима лишь для таких частот, для которых знаменатели в (20) больше спонтанной ширины промежуточных состояний. Если это не так, то задача выглядит сравнительно просто лишь для слабых полей, когда $V_{sn}^{(K')} \mathcal{E}^{K'} \ll \gamma_s$, где $K' = \omega_{sn}/\omega$ — кратность промежуточного резонанса. Тогда согласно процедуре Брейта — Вигнера в (20) следует заменить $E_s^{(0)}$ на $E_s^{(0)} - (1/2) i\gamma_s$.

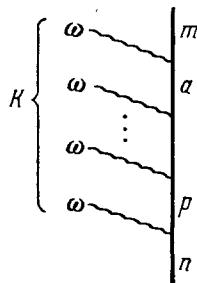


Рис. 12. График Фейнмана, иллюстрирующий многофотонное возбуждение.

В соответствии с вышесказанным отметим изменения и модификации, которые нужно сделать в формулах, описывающих различные резонансные явления в предыдущих главах. При переходе от однофотонного к K -фотонному резонансу в двухуровневой системе (см. гл. 2) расстройка Δ заменяется на многофотонную расстройку $\Delta_K = \omega_{mn} - K\omega + \delta E_{mn}$, а частота Раби Ω — на многофотонную частоту Раби $\Omega_K = (1/2) \sqrt{\Delta_K^2 + 4|V_{mn}^{(K)}|^2 \mathcal{E}^{2K}}$, где δE_{mn} — разность нерезонансных сдвигов уровней m и n ³⁵. Из вида частоты Раби следует, что для ее корректного расчета в случае K -фотонного резонанса требуется знать δE_{mn} с точностью до членов порядка $K - 1$.

Обсудим критерий применимости резонансного приближения для K -фотонного резонанса. Очевидно, критерий (2) переходит в критерий

$$|V_{mn}^{(K)}| \mathcal{E}^K \ll \omega_{mn}. \quad (21)$$

Критерий (1) заменяется на значительно более жесткий:

$$\Delta_K \ll \omega_{mn} \left(\frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}_{\text{ат}}} \right)^{K-1}. \quad (22)$$

Действительно, если $\Delta_K \gtrsim \omega_{mn} (\mathcal{E}/\mathcal{E}_{\text{ат}})^{K-1}$, то амплитуда многофотонного резонансного перехода имеет порядок $V_{mn}^{(K)} \mathcal{E}^K / \omega_{mn} (\mathcal{E}/\mathcal{E}_{\text{ат}})^{K-1} \sim d_{mn} \mathcal{E} / \omega_{mn}$, т. е. тот же порядок величины, что и нерезонансная амплитуда перехода m, n в первом (неисчезающем) порядке теории возмущений.

Помимо критериев резонансности, для многофотонных переходов меняется и критерий силы поля \mathcal{E} . Вместо критерия (3) поле теперь следует считать сильным, если выполняется условие $V_{mn}^{(K)} \mathcal{E}^K \gtrsim \gamma_m$. Критическая напряженность, удовлетворяющая этому условию, значительно выше, чем в однофотонном случае.

Обратимся теперь к вероятности многофотонного возбуждения. Если принять схему рис. 9, а, то вероятность многофотонного возбуждения из состояния n в m с последующим спонтанным переходом в состояние l для слабых полей имеет вид

$$w_l^{(K)} = \frac{\gamma_m}{(\omega_{mn} - K\omega)^2 + (1/4) \gamma_m^2} |V_{mn}^{(K)}|^2 \mathcal{E}^{2K}; \quad (23)$$

здесь γ_m — спонтанная ширина перехода из состояния m в l . Как и всюду, эта формула относится к стационарному режиму. Отметим, что при $K = 1$ формула (23) согласуется с (17). Случай сильных многофотонных возбуждений в указанном выше смысле рассматривать нецелесообразно, так как соответствующие им поля с ростом K быстро приближаются к атомным полям.

Расчет многофотонных матричных элементов (20) требует преодоления типичных трудностей, связанных с выбором оптимальной волновой функции оптического электрона в сложном атоме, а также с необходимостью провести бесконечное суммирование по промежуточным состояниям. Первая из этих трудностей носит принципиальный характер. Методы преодоления этой трудности аналогичны в случае связанно-связанных и связанно-свободных переходов; они достаточно подробно обсуждались в обзорах, посвященных многофотонной ионизации атомов³⁶ и нерезонансному возмущению атомных уровней³⁷. Здесь лишь отметим, что число конкретных расчетов матричных многофотонных элементов связанно-связанных переходов крайне ограничено³⁸, так что сейчас нет возможности сделать какие-либо выводы об оптимальных методах расчета.

При вычислении многофотонного матричного элемента (20) необходимо удовлетворить правилам отбора для многофотонных переходов; в типичном случае, когда можно ограничиться дипольным приближением, для K -фотонного перехода вне зависимости от степени эллиптичности внешнего поля правила отбора для орбитального квантового числа имеют вид³⁹ $\Delta l = l_m - l_n = -K, -K+1, \dots, K-1, K$. Правила отбора по магнитному квантовому числу зависят от эллиптичности внешнего поля. При линейной поляризации $\Delta M = 0$, для циркулярной поляризации $\Delta M = \pm 1$, для общего случая эллиптической поляризации допустимы значения $\Delta M = -K, -K+1, \dots, K-1, K$. Обратим внимание, что в часто встречающемся случае света циркулярной поляризации и начального S -состояния при $\Delta M = K$ имеем $\Delta l = K$, так как момент не может быть меньше его проекции.

При линейной и циркулярной поляризациях не требуется учитывать вырождение по магнитному квантовому числу, так как перемешивания вырожденных подсостояний не происходит. При эллиптической поляриза-

ции каждое состояние характеризуется суперпозицией подсостояний с различными M . Эта суперпозиция может быть, в принципе, найдена путем решения соответствующего секулярного уравнения³⁷. Однако такая процедура необходима лишь для конечного состояния и случая сильного поля. Для промежуточных состояний, а также для конечного состояния в слабом поле вследствие суммирования по всем подуровням вырожденного уровня выбор базиса не влияет на результат.

В атоме водорода и в случае водородоподобных атомов не имеет смысла находить вероятности переходов под действием сильного поля в состояния с определенным угловым моментом, так как состояния с различными моментами перемешиваются в поле эллиптической поляризации⁴⁰. Такое же перемешивание возникает и между состояниями атомного мультиплета при выполнении критерия $V_{nn'}^{(2)} \mathcal{E}^2 \gg \omega_{nn'}$, где n, n' — различные состояния мультиплета, а матричный элемент описывает их нерезонансное возмущение во внешнем поле⁴¹.

Если теперь обратиться к эксперименту, то первое, на что необходимо указать, — это отсутствие систематических экспериментальных данных о многофотонных матричных элементах связанно-связанных переходов. Однако, с другой стороны, выполнено большое число экспериментов, в которых реализовывалось в основном двухфотонное возбуждение (как правило, первых возбужденных состояний в щелочных атомах). Результаты этих экспериментов, относящиеся к многофотонному возбуждению, хорошо описываются теорией. Следует отметить, что в этих экспериментах ситуация была наиболее простой для их теоретической интерпретации — было всего несколько промежуточных состояний, так что надо было учитывать небольшое число слагаемых в многофотонном матричном элементе. Мы не даем здесь ссылок на эти эксперименты, так как данные о многофотонном возбуждении можно извлечь из них лишь косвенным путем.

Отметим лишь один эксперимент, в котором наблюдалась вполне очевидная, но практически важная роль наличия промежуточного квазирезонансного состояния, т. е. состояния с экстремально малой расстройкой резонанса⁴². Как хорошо видно из (20), уменьшение одного из знаменателей выражения для многофотонного матричного элемента может на много порядков увеличить вероятность многофотонного возбуждения. На рис. 13 приведен результат указанного выше эксперимента, в котором наблюдалась зависимость вероятности двухфотонного возбуждения состояния $4D$ в атоме натрия от расстройки промежуточного однофотонного резонанса с состоянием $3P$.

При исследовании многофотонных связанно-связанных переходов необходимо иметь в виду, что не всегда можно ограничиться дипольным приближением. Речь идет о таких частотах внешнего поля, при которых

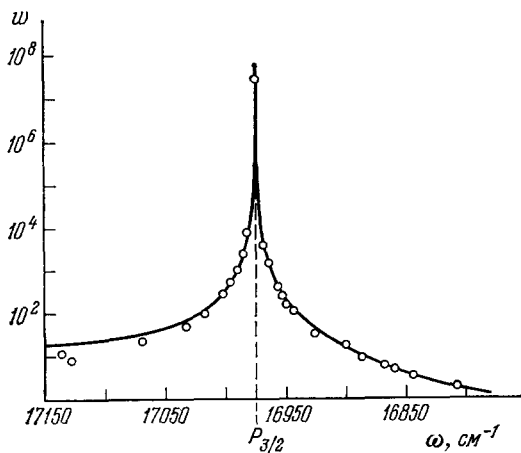


Рис. 13. Вероятность w двухфотонного возбуждения атома натрия в состоянии $4D_{5/2}$ в зависимости от расстройки промежуточного резонанса между частотой внешнего поля ω и энергией перехода в состояние $3P_{3/2}$ (эксперимент⁴²).

резонансные квадрупольные переходы могут конкурировать с нерезонансными дипольными переходами. Эффективность конкуренции квадрупольных переходов обусловлена тем обстоятельством, что относительно меньший числитель (матричный элемент) компенсируется относительно меньшим знаменателем (резонансным), так что вероятность перехода может оказаться сравнимой с вероятностью нерезонансного дипольного перехода. Экспериментально в ряде работ ^{43, 44} наблюдались однофотонные резонансные переходы между квадрупольно связанными состояниями

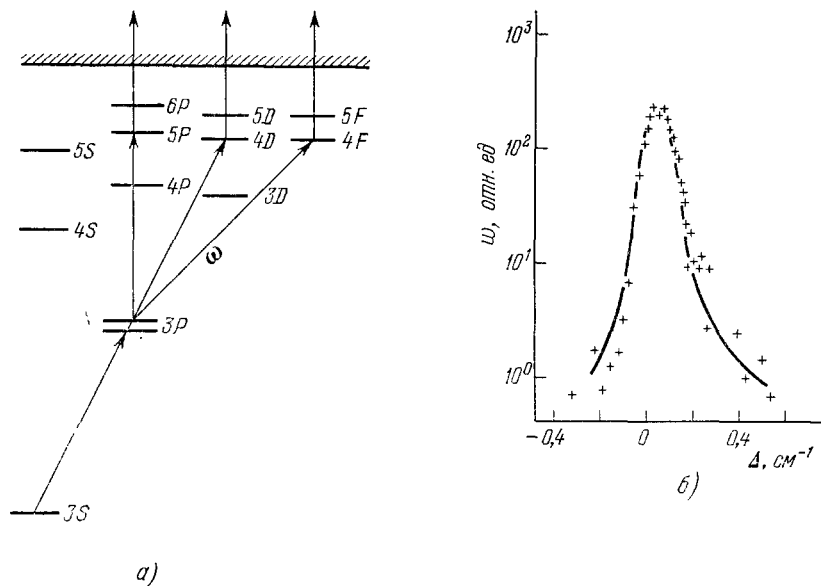


Рис. 14. а) Резонансные переходы в спектре атома натрия — дипольный ($3P - 4D$) и квадрупольные ($3P - 5P$ и $3P - 4F$); б) вероятность ионизации w атома натрия в зависимости от расстройки Δ резонанса между частотой внешнего поля ω и энергией квадрупольного перехода $3P - 4F$ (результат эксперимента ⁴³).

в различных атомах. Данные эксперимента ⁴³, в котором в одной постановке опыта наблюдались дипольные и квадрупольные переходы, позволили с хорошей точностью определить величину матричных элементов квадрупольных переходов. В этом эксперименте (рис. 14) атом натрия резонансно возбуждался относительно слабым светом одного лазера из основного состояния в состояние $3P$. Под действием относительно сильного света второго лазера, частота генерации которого могла изменяться, электрон, поглощая два фотона, переходил в непрерывный спектр. В зависимости от частоты этого второго лазера двухфотонный переход мог происходить через различные промежуточные состояния, в том числе $4D$ ($\Delta l = 1$, дипольный переход) и $4F$ ($\Delta l = 2$, квадрупольный переход). Регистрировались ионы и сопоставлялись вероятности переходов через указанные состояния: вероятность дипольного перехода оказалась примерно в 10^5 раз больше. Из этого соотношения и хорошо известной величины соответствующего дипольного матричного элемента получена величина квадрупольного матричного элемента $|\langle 3P | r^2 | 4F \rangle| \approx 10^{-15} \text{ см}^2$. Эта величина хорошо описывается расчетами ⁴⁵, как и соотношение между матричными элементами дипольных и квадрупольных переходов, пропорциональное n^2 , где n — главное квантовое число.

Обратимся теперь к вопросу о нарушении условий реализации многофотонного возбуждения из-за возникновения вынужденных переходов

из возбужденного состояния. Очевидно, что экспериментальным критерием возникновения вынужденных переходов является отклонение зависимости вероятности многофотонного возбуждения как функции напряженности возбуждающего поля от соответствующего степенного закона. Такие отклонения наблюдались в ряде опытов по двухфотонному возбуждению⁴⁶, однако эти опыты не дали ответа, какой конкурирующий процесс имеет место⁴⁷. Часто реализующийся случай, когда конкуренция обусловлена ионизацией из возбужденного состояния — резонансный процесс многофотонной ионизации — обсуждается в следующем параграфе. Что касается многофотонного перемешивания резонансных состояний, то пока неизвестны эксперименты, в которых наблюдался бы этот интересный процесс. Заметим, что в реальном атоме вследствие указанных выше критериев на напряженность поля ($V_{mn}^{(K)} \mathcal{E}^K \gtrsim \gamma_m$) речь может идти только о двухфотонном перемешивании.

Наконец, сделаем замечание о многофотонном испускании. Очевидно, что этот процесс качественно отличен от многофотонного возбуждения, так как один из виртуальных переходов может носить спонтанный характер. Наличие, помимо спонтанных, также и вынужденного перехода обуславливает большую вероятность подобного процесса по сравнению с вероятностью спонтанного многофотонного испускания, которая, как известно, весьма мала⁴⁸. Однако для того, чтобы процесс вынужденного многофотонного испускания мог реализовываться, он должен успешно конкурировать с процессом однофотонного или каскадного спонтанного испускания. Именно по этой причине вынужденное испускание пока наблюдалось лишь в довольно экзотических условиях — как распад метастабильного $2S$ -состояния дейтерия, находящегося в поле излучения лазера на стекле с неодимом⁴⁹. При энергии возбуждения этого состояния около 10 эв и энергии кванта внешнего поля около 1 эв наблюдались фотоны с энергией около 9 эв . Таким образом, имел место двухфотонный распад метастабильного состояния, при котором процесс испускания одного фотона с энергией около 1 эв носил вынужденный характер. Измеренная в этом эксперименте величина сечения указанного процесса хорошо описывается расчетами⁴⁹.

В заключение отметим, что когда речь идет о многофотонных переходах, наличие промежуточного квазирезонансного связанного состояния должно, очевидно, увеличивать вероятность вынужденного многофотонного испускания на много порядков величины⁵⁰.

6. РЕЗОНАНСНАЯ ИОНИЗАЦИЯ АТОМОВ

Процесс многофотонной ионизации атома принято называть резонансным, если энергия одного или нескольких квантов внешнего поля близка к энергии перехода из основного в какое-либо возбужденное связанное состояние. Рассмотрим сначала частный, но наиболее простой процесс двухфотонной резонансной ионизации (рис. 15) и предположим, что он происходит под действием двух полей с различными частотами ω и ω' и напряженностями $\vec{\mathcal{E}}$ и $\vec{\mathcal{E}}'$.

В случае слабого резонансного поля $\vec{\mathcal{E}}$ ($|\mathbf{d}_{mn} \vec{\mathcal{E}}| \ll \gamma_m$) и слабого ионизирующего поля $\vec{\mathcal{E}}'$ ($w_{mE} \ll \gamma_m$) вероятность резонансной ионизации описывается очевидным соотношением в рамках теории возмущений:

$$w = \frac{\frac{1}{4} |\mathbf{d}_{mn} \vec{\mathcal{E}}|^2}{(\omega_{mn} - \omega)^2 + (1/4) \gamma_m^2} w_{mE} \sim \mathcal{E}^2 \mathcal{E}'^2, \quad (24)$$

где $w_{mE} \sim \mathcal{E}'^2$ — вероятность ионизации из состояния m в единицу времени, а $(\omega_{mn} - \omega)$ — расстройка резонанса *).

Формулу (24) легко обобщить на многофотонный случай. Как следует из результатов гл. 5, для этого необходимо сделать замены $(1/2)d_{mn}\mathcal{E} \rightarrow$

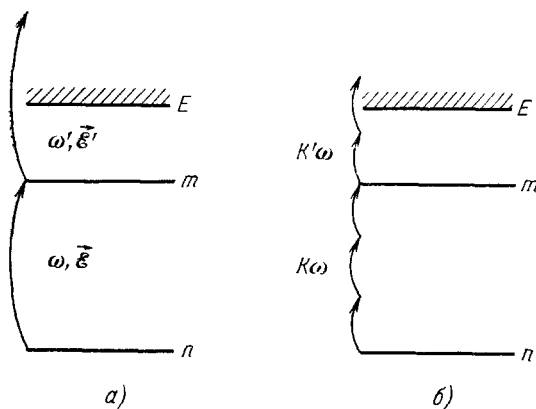


Рис. 15. Схема процесса резонансной ионизации атома.

- а) Двухфотонная ионизация в двух полях $\vec{\mathcal{E}}, \omega$ и $\vec{\mathcal{E}}', \omega'$;
б) многофотонная ионизация в одном поле $\vec{\mathcal{E}}, \omega$.

$\rightarrow V_{mn}^{(K)}\mathcal{E}K; \Delta \rightarrow \Delta_K = \omega_{mn} - K\omega; w_{mE} \rightarrow w_{mE}^{(K')}$. Там же, в гл. 5, приведены критерии слабости поля, справедливые при многофотонных переходах.

Процесс резонансной ионизации в слабом внешнем поле имеет широкое практическое применение как для спектроскопии высоковозбужденных атомных состояний⁵¹, так и для широкого круга задач, связанных с селективным воздействием лазерного излучения на атомарную среду — разделению изотопов⁵², получению поляризованных электронов⁵³ (см. также конец этой главы) и поляризованных ядер⁵⁴.

В сильном резонансном поле $\vec{\mathcal{E}}$ возникает расщепление состояния m на два квазиуровня, энергии которых определяются формулами (6). (Очевидно, что расщепление основного состояния не представляет интереса в рассматриваемом процессе.) Будем, как всегда, предполагать, что время действия этого поля велико, $|d_{mn}\vec{\mathcal{E}}|T \gg 1$. Так как $w_{mE} \sim \mathcal{E}'^2$, а резонансная частота Раби $\Omega = |d_{mn}\vec{\mathcal{E}}| \sim \mathcal{E}$, то при не очень большой напряженности ионизирующего поля, когда $\mathcal{E}' \sim \mathcal{E}$, выполняется неравенство $|d_{mn}\vec{\mathcal{E}}| \gg w_{mE}$. При этом сначала происходит заполнение обоих квазиуровней состояния m , а потом из этих состояний идет ионизация. Если выполняется условие $w_{mE}T \ll 1$, то вероятность резонансной ионизации определяется соотношением⁵⁵

$$w = \frac{(1/2)|d_{mn}\vec{\mathcal{E}}|^2}{(\omega_{mn} - \omega)^2 + |d_{mn}\vec{\mathcal{E}}|^2} w_{mE}, \quad (25)$$

общий вид которого аналогичен формуле (24). Однако в данном случае ширина резонанса определяется величиной $|d_{mn}\vec{\mathcal{E}}| \gg \gamma_m$ **). Очевидно, что переход от (24) к (25), связанный с увеличением напряженности резонансного поля $\vec{\mathcal{E}}$, должен проявляться в замедлении скорости роста w по сравнению со степенным законом. Экспериментально подобное замедление наблюдалось⁵³ при двухфотонной ионизации атома цезия двумя поля-

*) В условиях применимости формулы (24) процесс резонансной ионизации иногда именуют «каскадной ионизацией»; этот термин отражает специфику такого процесса, который может рассматриваться как переход $n \rightarrow m \rightarrow E$.

**) Иногда в научной литературе говорят «о полевом уширении резонанса».

ми по схеме $S_{1/2} (F = 4) \rightarrow P_{3/2} \rightarrow E$ (F — квантовое число сверхтонкой структуры). Отклонение начинается при напряженности резонансного поля $\mathcal{E} \sim 50 \text{ в. см}^{-1}$ (рис. 16). Эта величина хорошо согласуется с оценкой условий резонансного перемешивания в двухуровневой системе, приведенной во введении.

Если ионизирующее поле столь велико, что выполняется условие $w_{mE} T \gg 1$, то вместо вероятности в единицу времени (25) мы переходим к абсолютной вероятности ионизации, которая определяется первым сомножителем в (25). В точном резонансе при $\Delta \ll |d_{mn} \vec{\mathcal{E}}|$ вероятность ионизации ~ 1 достигается за атомные времена.

Рассмотрим теперь тот случай, когда переходы nm и mE носят многофотонный характер и осуществляются одним полем (для простоты), причем $K > 2K'$ (см. рис. 15). При этом очевидно, что $V_{mn}^{(K)} \mathcal{E}^K \ll w_{mE}^{(K')}$; вероятность нахождения электрона в состоянии m остается все время малой, процесс ионизации из этого состояния может быть описан в рамках теории возмущений. Вероятность резонансной ионизации описывается соотношением ⁵⁶:

$$w = \frac{|V_{mn}^{(K)}|^2 \mathcal{E}^{2K}}{\Delta(\vec{\mathcal{E}}) + (1/4)(w_{mE}^{(K')})^2 + (1/4)\gamma_m^2} w_{mE}^{(K')}, \quad (26)$$

где $\Delta(\vec{\mathcal{E}}) = \omega_{mn} - K\omega + \delta E_{mn}(\vec{\mathcal{E}})$, $\delta E_{mn}(\vec{\mathcal{E}})$ — нерезонансное изменение энергии перехода mn в спектре атома под действием внешнего поля (динамическая поляризуемость этих состояний). Появление величин $w_{mE}^{(K')}$ и γ_m в знаменателе выражения (26) есть следствие применения процедуры Брейта — Вигнера к состоянию m . Формула (26) справедлива при временах $T \gg 1/w_{mE}^{(K')}$, $1/\gamma_m$, причем $w \ll w_{mE}^{(K')}$. Очевидно, что при достаточно большой напряженности поля $\vec{\mathcal{E}}'$ спонтанной шириной γ_m можно пренебречь по сравнению с ионизационной шириной $w_{mE}^{(K')}$, определяющей ширину резонанса.

Экспериментально процесс резонансной многофотонной ионизации атомов в условиях, когда $K > 2K'$, наблюдался при различных значениях K и, как правило, при $K' = 1$ ³⁶. Следует отметить, что процесс ионизации при степени нелинейности $K > 3$ наблюдается с достаточно большой эффективностью лишь при значительной напряженности поля $\mathcal{E} \gtrsim 10^6 \text{ в. см}^{-1}$ ³⁶, когда нерезонансные сдвиги атомных уровней, и в том числе резонансного состояния, велики, причем они больше не только спонтанной ширины уровней, но и ионизационной ширины. Поэтому резонанс при ионизации в таких условиях, как правило, наблюдается с возмущенными атомными уровнями, в условиях, когда энергия перехода из основного состояния в резонансное отличается от соответствующей энергии в невозмущенном спектре атома. При очень большой степени нелиней-

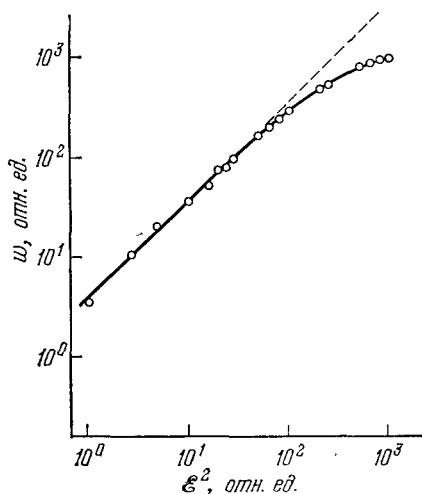


Рис. 16. Вероятность w двухфотонной резонансной ионизации в зависимости от напряженности \mathcal{E} резонансного поля (результаты работы ⁵³).

ности, и, соответственно, очень большой напряженности внешнего поля, изменение энергии становится сравнимым с расстоянием до ближайших уровней^{57, 58}. Пока изменение энергии не велико, оно хорошо описывается расчетами динамической поляризуемости резонансных состояний, выполненными методами теории возмущений³⁷. Таким образом, наблюдение резонансного процесса ионизации в сильном поле является одним из методов

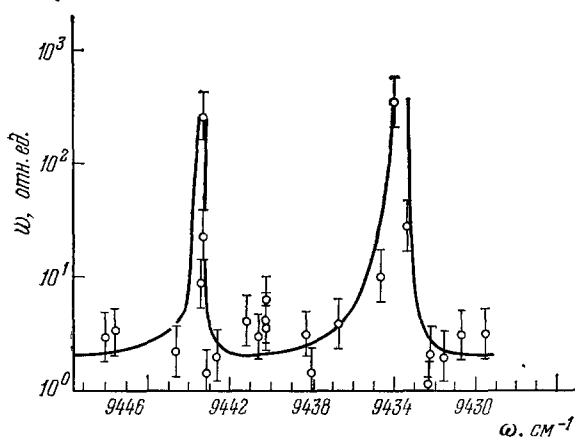


Рис. 17. Резонансная зависимость вероятности W одиннадцатифотонной ионизации атома криптона от частоты излучения одномодового лазера ω . Резонансы происходят при поглощении 10 квантов, так что их истинная ширина в десять раз больше (результат эксперимента⁵⁸).

исследования нерезонансного возмущения атомных уровней^{37, 59}. При сильном возмущении возникает вопрос о классификации резонансных состояний, которые могут представлять собой новые состояния, возникающие в системе атом + световое поле⁶⁰. Ширины наблюдаемых резонансов (рис. 17) с удовлетворительной точностью описываются вероятностью ионизации из резонансных состояний.

Общее решение задачи о резонансной ионизации атомов⁶¹ позволяет получить данные как о промежуточном случае, когда $|V_{mn}^{(K)} \mathcal{E}^K| \sim \sim W_{mE}^{(K')}$, так и о малых временах действия внешнего поля.

Обратимся теперь к угловому распределению и степени поляризации электронов, возникающих при резонансном процессе многофотонной ионизации атома. Будем исходить из естественного предположения, что основное состояние не является ориентированным, т. е. все значения магнитного квантового числа в этом состоянии могут реализоваться с равной вероятностью. В общем случае промежуточные состояния, характеризующиеся различными магнитными квантовыми числами, реализуются с различной вероятностью. В случае линейно-поляризованного внешнего поля причина заключается в различной величине матричных элементов для переходов между различными состояниями, в случае циркулярно-поляризованного поля — в соответствующих правилах отбора. Таким образом, не только начальное состояние, но и промежуточное состояние существенным образом определяет свойства вылетающих электронов. Как угловое распределение, так и степень поляризации (т. е. большая вероятность реализации конечных состояний с магнитными квантовыми числами, имеющими определенный знак) вылетающих электронов при наличии промежуточного резонанса зависит от конкретных характеристик резонансного перехода и степени эллиптичности возмущающего поля.

Как показывают расчеты⁶², выбрав соответствующие параметры, характеризующие атом и внешнее поле (или внешние поля), можно получить полностью поляризованные электроны. Эксперименты⁵³ подтвердили справедливость теоретических предсказаний о возможности достижения высокой степени поляризации при большой эффективности образования электронов.

Все рассуждения, проведенные выше, предполагали, что релаксация промежуточного состояния отсутствует. Если предположить существо-

вание значительной релаксации, то угловое распределение характеризуется лишь переходом из промежуточного состояния, а поляризация не может быть существенной. Три причины могут приводить к перемешиванию промежуточных состояний, характеризующихся различными магнитными квантовыми числами — ионизационное уширение резонансного состояния, перемешивание основного и резонансного состояний, а также малая длительность возмущающего импульса T . Наконец, возможна еще одна причина, по которой промежуточное состояние может быть заселено равномерно — это правила отбора. Примером является часто встречающийся случай перехода $S_{1/2}$, $P_{1/2}$, происходящего под действием линейно-поляризованного света. Среди различных экспериментов, в которых наблюдалось угловое распределение электронов, образующихся при резонансной ионизации, в работе ⁶³ реализовался указанный выше случай. Наблюдалась резонансная ионизация атома натрия (основное состояние $3S_{1/2}$) при наличии промежуточного резонанса с состоянием $3P_{1/2}$. В соответствии с предсказаниями теории наблюдалось угловое распределение электронов, хорошо описываемое соотношением $w = a + b \cos^2 \theta$, типичным для однофотонной ионизации ⁶⁴.

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выше мы рассмотрели некоторые типичные элементарные резонансные нелинейно-оптические явления, не стремясь описать все возможные варианты взаимодействия интенсивного света с атомами. (Более подробно этот круг вопросов изложен в монографии ².) С нашей точки зрения задача заключалась в описании основных явлений с единой точки зрения.

Необходимо еще раз отметить, что рамки модели, на которой мы остановились — взаимодействие интенсивного монохроматического света с изолированным атомом — объединяют большой круг задач, связанных с селективным воздействием лазерного излучения на атомарную среду. Следует при этом напомнить, что если интересоваться многофотонными переходами, то необходимую селективность можно осуществлять и в газовой мишени (а не в пучке), используя метод встречных световых пучков ³⁷. Переход от мишени в виде пучка к мишени в виде разреженного газа позволяет на много порядков величины увеличить плотность нейтральных атомов. При использовании плотных газовых мишеней, в которых за время действия сильного поля в объеме взаимодействия происходят столкновения электронов, ионов и атомов с атомами мишени, наиболее существенные эффекты связаны с наличием поля. Это — увеличение энергии электронов за счет обратного тормозного эффекта ⁶⁵ и радиационные столкновения атомов ⁶⁶. Именно эти эффекты, а не газокINETическое ударное уширение ⁶⁷, определяют оптимальные условия опыта, зависящие в данном случае от трех параметров — плотности атомарной мишени, напряженности светового поля и длительности его воздействия на мишень. Возможность практического использования нелинейных резонансных эффектов в ряде случаев связана с необходимостью осуществления большой напряженности поля в большом объеме взаимодействия, что подчас трудно или невозможно осуществить при работе лазера в одномодовом режиме генерации. Если использовать многомодовый режим излучения, позволяющий получать значительно большую энергию в импульсе генерации, необходимо иметь в виду пространственно-временные флуктуации интенсивности излучения, обусловленные флуктуациями амплитуд и фаз генерируемых мод. Наличие флуктуаций приводит к ряду специфических эффектов, которые могут существенно исказить резонансные распределения ⁶⁸.

Очевидно, что детальное изложение вопросов, связанных как со столкновениями, так и с немонохроматичностью возбуждающего излучения, выходит за рамки обсуждаемой темы. В той же мере выходит за рамки и задача описания взаимодействия интенсивного света с молекулами. Основная причина хорошо известна — молекулярный спектр значительно богаче за счет колебательных и вращательных степеней свободы, резонансные частоты соответствующие которым лежат вне светового диапазона. Описание взаимодействия сильного электромагнитного поля с молекулами представляет собой отдельную тему.

Наконец, заметим, что даже в рамках этого обзора мы не стремились дать полную библиографию, охватить все опубликованные данные и отразить историю исследований. На самом деле количество публикаций, посвященных теме обзора, в несколько раз больше, чем приведено нами. Мы отдавали преимущество тем источникам, в которых необходимый материал изложен в наиболее обобщенном виде, например⁶⁹.

Многочисленные обсуждения различных вопросов, затронутых в этом обзоре, с нашим другом, В. А. Ходовым, были для нас исключительно полезны, а его скоропостижная кончина явилась для нас невосполнимой потерей.

Физический институт им. П. Н. Лебедева
АН СССР

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Квантовая механика, изд. 3-е, М., «Наука», 1974, § 40, задача.
2. Н. Б. Делоне, В. П. Крайнов, Атом в сильном световом поле, М., Атомиздат, 1978.
3. L. Allen, Y. Eberly, Optical Resonance and Two-level Atoms, N.Y., 1975.
4. Резонансные взаимодействия света с веществом, М., «Наука», 1977, гл. 1.
5. В. М. Файн, Фотоны и нелинейные среды, М., «Сов. радио», 1972.
6. Я. Б. Зельдович, УФН 110, 139 (1973).
7. Э. Уиттекер, Д. Ватсон, Курс современного анализа, М., Физматгиз, 1962, ч. 2, раздел 19.4.
8. См.¹, § 134.
9. С. П. Гореславский, В. П. Яковлев, Изв. АН СССР, сер. физ. 37, 2211 (1973).
10. F. Bloch, A. Siegert, Phys. Rev. 57, 522 (1940).
11. J. Winter, C. R. Ac. Sci. 241, 375 (1955); Ann. de Phys. 4, 745 (1959).
J. Brossel, J. Marguerie, C. R. Ac. Sci. 241, 373 (1955).
E. Arimondo, G. Moruzzi, J. Phys. B6, 2383 (1973).
12. S. Autler, C. Townes, Phys. Rev., 100, 703 (1955).
Ч. Таунс, А. Шавлов, Радиоспектроскопия, М., ИЛ, 1959.
13. А. М. Бонч-Бруевич, Н. Н. Костин, В. А. Ходовой, В. В. Хромов, Письма ЖЭТФ 3, 425 (1966); ЖЭТФ 56, 144 (1969).
14. I. Beterov, V. Chebotae, Progr. Quantum Electron. 3 (pt. 1) (1974).
15. P. Gahuzac, R. Vetter, Phys. Rev. A14, 270 (1976).
16. J. Picque, J. Pinard, J. Phys. B9, L77 (1976).
C. Delsart, J. Keller, Opt. Comm. 18, 231 (1976).
S. Moody, M. Lambropoulos, Phys. Rev. A15, 1497 (1977).
17. B. Mollow, ibid. 188, 1969 (1969).
18. В. Гайтлер, Квантовая теория излучения, М., ИЛ, 1956.
19. См.¹, § 145.
20. W. Hartig, W. Rasmussen, R. Schieder, H. Walter, Zs. Phys. A278, 205 (1976).
21. П. Л. Рубин, Р. Н. Соколовский, ЖЭТФ 56, 362 (1969).
22. А. А. Абрикосов, Л. П. Горьков, И. Е. Дзялошинский, Методы квантовой теории поля в статистической физике, М., Физматгиз, 1962.
23. C. Cohen-Tannoudji, J. de Phys. 30, 125 (1969); in: Proc. of 2nd Intern. Laser Spectroscopy Conference, Berlin-Heidelberg-New York, Springer-Verlag, 1975, p. 324.

24. M. Lax, Phys. Rev. **129**, 2342 (1963).
25. F. Schuda, C. Stroud, M. Herscher, J. Phys. **B7**, 198 (1974).
26. F. Wu, R. Grove, S. Ezekiel, Phys. Rev. Lett. **35**, 1426 (1975).
27. С. Г. Раутиан, И. И. Собельман, ЖЭТФ **41**, 456 (1961).
28. В. Б. Берестецкий, Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, Релятивистская квантовая теория, ч. 1, М., «Наука», 1968, § 60.
29. B. Mollow, Phys. Rev. **A13**, 758 (1976).
30. M. Rokni, S. Yatsiv, Phys. Lett. **A24**, 277 (1967).
31. P. Platz, Appl. Phys. Lett. **14**, 168 (1969); **16**, 170 (1970).
32. P. Bräunlich, P. Lambropoulos, Phys. Rev. Lett. **25**, 986 (1970).
33. A. Flusberg, R. Weingarten, S. Harman, Phys. Lett. **A43**, 433 (1973).
34. L. Vriens, U. Adriaensz, J. Appl. Phys. **46**, 3146 (1975).
35. М. Дзюмондзи, Т. Кабаяши, Х. Инаба, Квант. электрон. **3**, 706 (1976).
36. S. Feneuille, M. Schweighofer, J. de Phys. **36**, 781 (1975).
37. В. П. Крайнов, ЖЭТФ **70**, 1197 (1976).
38. R. Whitley, C. Stroud, Phys. Rev. **A14**, 1498 (1976).
39. Э. А. Маныкин, в кн. Прохождение излучения через вещество, М., Атомиздат, 1968, с. 72.
40. Н. Б. Делоне, УФН **115**, 361 (1975).
41. Н. Б. Делоне, Б. А. Зон, В. П. Крайнов, В. А. Ходовой, УФН **120**, 3 (1976).
42. Б. А. Зон, Н. Л. Мананов, Л. П. Рапопорт, ЖЭТФ **60**, 1264 (1971).
43. Y. Neno, A. Maguet, R. Schwarcz, Phys. Rev. **A14**, 1931 (1976).
44. А. М. Бонч-Бруевич, В. А. Ходовой, УФН **93**, 71 (1967).
45. Д. П. Варшавский, Опт. и спектр. **25**, 162 (1968).
46. Б. А. Зон, Б. Г. Капнельсон, *ibid.* **40**, 952 (1976).
47. Б. А. Зон, *ibid.* **42**, 13 (1977).
48. Б. А. Зон, Б. Г. Капнельсон, ЖЭТФ **65**, 947 (1973).
49. J. Bjorkholm, P. Liao, Phys. Rev. Lett. **33**, 128 (1974); Phys. Rev. **A14**, 751 (1976).
50. M. Lambropoulos, S. Moody, S. Smith, W. Lineberger, Phys. Rev. Lett. **35**, 159 (1975).
51. P. Hogan, J. Carlsten, F. Pichanick, S. Smith, W. Smith, *ibid.* **37**, 990 (1976).
52. W. Smith, P. Hogan, F. Pichanick, in: Contr. Paper at 3rd Intern. Conference on Multiphoton Processes N.Y., 1977, p. 243.
53. C. Tull, M. Jackson, R. McEachrak, M. Cohen, Can. J. Phys. **50**, 1169 (1972).
54. J. Ward, A. Smith, Phys. Rev. Lett. **35**, 653 (1975).
55. C. Wang, L. Davis, *ibid.*, p. 650.
56. A. Georgos, P. Lambropoulos, J. Marburger, Opt. Comm. **18**, 690 (1976).
57. H. Lipeles, R. Novick, N. Tolk, Phys. Rev. Lett. **15**, 690 (1965).
58. G. Breit, J. Shapiro, Phys. Rev. **113**, 179 (1959).
59. P. Bräunlich, P. Lambropoulos, Phys. Rev. Lett. **25**, 135 (1970).
60. S. Yatsiv, M. Rokni, S. Barak, *ibid.*, p. 1782.
61. D. Popescu, C. Collins, B. Johnson, I. Popescu, Phys. Rev. **A9**, 1182 (1974).
62. Н. В. Карлов, А. М. Прохоров, УФН **118**, 583 (1976).
63. В. С. Летохов, С. В. Мур, Квант. электрон. **3**, 248 (1976).
64. Н. Г. Басов, Э. М. Беленов, В. А. Исаков, Е. П. Маркин, А. Н. Ораевский, В. И. Романенко, УФН **121**, 427 (1977).
65. E. Granneman, M. Klewer, K. Nugaard, M. Van der Wiel, J. Phys. **B9**, L87 (1976).
66. Н. Б. Делоне, Б. А. Зон, М. В. Федоров, Письма ЖТФ **4**, 229 (1978).
67. Л. П. Котова, М. В. Терентьев, ЖЭТФ **52**, 732 (1967).
68. Л. В. Келдыш, ЖЭТФ **47**, 1945 (1964).
69. Д. Т. Алимов, Н. Б. Делоне, ЖЭТФ **70**, 29 (1977).
70. P. Agostini, C. Lecompte, Phys. Rev. Lett. **36**, 1131 (1976).
71. J. Vagos, Phys. Rept. **31**, 210 (1977).
72. Н. Л. Мананов, В. С. Овсянников, Л. П. Рапопорт, ЖЭТФ **69**, 1697 (1976).
73. М. В. Федоров, Изв. АН СССР, сер. физ. **41**, 2569 (1977).
74. P. Farago, D. Walker, J. Phys. **B6**, L280 (1973).
75. P. Lambropoulos, *ibid.* **B7**, L33 (1974).

- 63. J. Duncanson, M. Strand, A. Lindgard, R. Berry, *Phys. Rev. Lett.* **37**, 987 (1976).
- 64. Г. Бете, Э. Солпите р, Квантовая механика атома с одним и двумя электронами, М., Физматгиз, 1966, § 72.
- 65. Ю. П. Райзер, Лазерная искра и распространение разрядов, М., «Наука», 1974.
- 66. С. И. Яковленко, *Квант. электрон.* **5**, 259 (1978).
- 67. И. И. Соболевман, Введение в теорию атомных спектров, М., Физматгиз, 1963, гл. 10.
- 68. В. А. Коварский, И. Ф. Перельман, *ЖЭТФ* **68**, 465 (1976).
В. А. Коварский, И. Ф. Перельман, С. С. Тодирашку, *Квант. электрон.* **3**, 1865 (1976).
А. М. Бонч-Бруевич, С. Г. Пржибельский, В. А. Ходовой, Н. А. Чигирь, *ЖЭТФ* **70**, 445 (1976).
- 69. S. Feneuille, *Rept. Progr. Phys.* **40**, 1257 (1977).