1978 г. Март Том 124, вып. 3

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

539.12.01

СУПЕРСИММЕТРИЧНЫЕ КАЛИБРОВОЧНЫЕ ТЕОРИИ И ИХ ВОЗМОЖНЫЕ ПРИЛОЖЕНИЯ К СЛАБЫМ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯМ

А. А. Славнов

СОДЕРЖАНИЕ

1. ВВЕДЕНИЕ

Симметрия всегда была одним из руководящих принципов построения новых физических теорий. В истории науки много примеров того, как предсказания, сделанные на основе на первый взгляд абстрактных соображений инвариантности, блестяще подтверждались экспериментом и стимулировали развитие новых направлений как в теории, так и в эксперименте. Роль симметрии особенно велика в физике элементарных частиц, поскольку в этом случае наглядная теоретическая интерпретация экспериментальных данных сильно затруднена. Решение обратной задачи рассеяния, т. е. восстановление по данным рассеяния вида потенциала, в релятивистской квантовой динамике дело довольно безнадежное. Поэтому на практике вид гамильтониана в квантовой теории поля обычно постулируют, исходя из соображений симметрии и естественного требования «простоты».

Однако почерпнутые из повседневного опыта интуитивные представления о симметрии, относящиеся главным образом к свойствам инвариантности пространства-времени, оставляют слишком большой произвол в выборе гамильтониана полевой системы и не отражают специфики взаимодействия элементарных частиц. В физике элементарных частиц определяющую роль играют так называемые внутренние симметрии, не связанные непосредственно со свойствами пространства-времени и не имеющие столь наглядной интерпретации, как например инвариантность относительно пространственных и временных сдвигов. В сущности основная задача теории и состоит в отыскании подобных симметрий и построении на их основе динамических моделей.

Наиболее простым и хорошо известным примером внутренней симметрии является симметрия относительно фазовых преобразований волновых функций заряженных частиц. Если поле $\psi(x)$ удовлетворяет уравнению Дирака

$$[i\gamma_\mu\partial_\mu - m + e\gamma_\mu A_\mu(x)]\,\psi(x) = 0, \tag{1.1}$$

то тому же самому уравнению удовлетворяет и поле $\psi'(x)$, отличающееся от $\psi(x)$ фазовым преобразованием

$$\psi'(x) = e^{i\alpha}\psi(x). \tag{1.2}$$

Поля ψ и ψ' несут одинаковую физическую информацию. Это значит, что физический смысл имеет не сама фаза, а лишь разность фаз заряженных полей. Инвариантность гамильтониана относительно преобразований (1.2) в соответствии с теоремой Нетер приводит к сохранению электрического заряда.

Аналогичным образом определяются преобразования, связанные с сохранением других зарядов — барионного, лептонного, и т. д.

Фазовые преобразования (1.2) можно рассматривать как вращения в «зарядовом» пространстве. Симметрия означает отсутствие в этом пространстве выделенного направления.

Естественным обобщением этих идей является представление об изотопической симметрии сильных взаимодействий, связанной с инвариантностью относительно вращений в трехмерном «изотопическом» пространстве. Как и в предыдущем случае, симметрия означает отсутствие в этом пространстве выделенного направления. Протон и нейтрон выступают как различные состояния одной и той же частицы, отличающиеся проекцией «изотопического» спина. Подобно тому как в сферически симметричном поле состояния с различными значениями проекции углового момента физически эквивалентны, различие между протоном и нейтроном с точки зрения сильных взаимодействий несущественно. Мы можем произвольным образом фиксировать «протонное направление», после чего «нейтронное направление» определяется уже однозначно.

Дальнейшее обобщение этих идей привело к установлению SU_3 и SU_4 симметрий, составляющих в настоящее время основу классификации адронов.

Обсуждавшиеся выше симметрии проявляются прежде всего в существовании сохраняющихся величин — зарядов, изотопического и унитарного спина и т. д. Они накладывают довольно слабые ограничения на динамику взаимодействия и не фиксируют конкретный вид потенциала. В частности, с точки зрения сохранения заряда электромагнитное взаимодействие вполне могло бы осуществляться путем обмена не безмассовыми векторными квантами — фотонами —, а массивными векторными или скалярными частицами. Для того чтобы однозначно фиксировать вид взаимодействия необходима более ограничительная симметрия.

В случае электродинамики такая симметрия хорошо известна — это инвариантность относительно локальных фазовых преобразований, или, как принято говорить, калибровочная инвариантность. Как мы уже отмечали, инвариантность относительно глобальных фазовых преобразований (1.2) соответствует произволу в выборе направления в зарядовом пространстве. Однако фиксировав направление в какой-либо одной точке x, мы одновременно фиксируем его и во всех остальных точках пространства-времени, поскольку фазовое преобразование (1.2) действует одинаковым образом во всех точках x. Реальные эксперименты всегда относятся к ограниченной области пространства-времени. Поэтому естественно было бы ожидать, что существует возможность независимого выбора направлений в зарядовом пространстве в различных точках пространства-времени. Другими словами, существует инвариантность относительно фазовых преобразований с фазой, зависящей от координат:

$$\psi(x) \to e^{ie\alpha(x)}\psi(x), \quad \overline{\psi}(x) \to e^{-ie\alpha(x)}\overline{\psi}(x). \tag{1.3}$$

Уравнение Дирака (1.1) инвариантно относительно преобразований (1.3), если одновременно электромагнитное поле $A_\mu(x)$ преобразуется по закону

$$A_\mu(x) \to A_\mu(x) + \partial_\mu \alpha(x). \tag{1.4}$$

Симметрия относительно калибровочных преобразований (1.3), (1.4) гораздо более ограничительна нежели инвариантность относительно глобальных фазовых преобразований. Последняя имеет место как для уравнения (1.1), так и для свободного уравнения Дирака

$$(i\gamma_\mu \partial_\mu - m)\psi(x) = 0. \tag{1.5}$$

В случае же локальных калибровочных преобразований свободное уравнение Дирака уже не инвариантно. *Калибровочная инвариантность требует существования электромагнитного поля, взаимодействие которого со всеми заряженными полями вводится путем замены обычной производной на ковариантную*

$$\partial_\mu \to D_\mu = \partial_\mu - ieA_\mu. \tag{1.6}$$

Последняя формула является прямым обобщением хорошо известного из классической электродинамики выражения для импульса частицы в электромагнитном поле

$$p_\mu \to P_\mu = p_\mu - \frac{e}{c} A_\mu. \tag{1.7}$$

Приведенные выше рассуждения показывают, что локальное изменение фазы поля $\psi(x)$, которую можно считать координатой в зарядовом пространстве, эквивалентно появлению дополнительного электромагнитного поля. Здесь видна явная аналогия со слабым принципом эквивалентности теории тяготения Эйнштейна, согласно которому локальное изменение системы отсчета приводит к появлению дополнительного гравитационного поля. Это позволяет, следуя Г. Вейлю, сформулировать *принцип относительности в зарядовом пространстве*:

Полевые конфигурации

$$\bar{\psi}(x),\ \psi(x),\ A_\mu(x) \tag{1.8}$$

и

$$e^{-ie\alpha(x)}\bar{\psi}(x), \quad e^{ie\alpha(x)}\psi(x), \quad A_\mu(x) + \partial_\mu \alpha(x) \tag{1.9}$$

описывают одну и ту же физическую ситуацию.

Принцип относительности в зарядовом пространстве однозначно фиксирует гамильтониан квантовой электродинамики — теории, все предсказания которой блестяще согласуются с экспериментом. Инвариантность относительно калибровочных преобразований (1.3), (1.4) является столь же хорошо установленным экспериментальным фактом, как релятивистская, трансляционная инвариантность и другие «классические» симметрии.

Электромагнитное и гравитационное поля вместе с полями Янга — Миллса образуют семейство калибровочных полей. Поля Янга — Миллса естественно возникают при распространении идеи о локализации фазовых преобразований на изотопические, SU_3 и т. д. преобразования. Если по аналогии с электродинамикой потребовать, чтобы направление в изотопическом пространстве можно было фиксировать произвольным образом в различных точках пространства-времени, т. е., чтобы теория была инвариантна относительно калибровочных преобразований

$$\bar{\psi}(x) \to e^{-ig\tau^i\alpha^i(x)}\bar{\psi}(x), \quad \psi(x) \to e^{ig\tau^i\alpha^i(x)}\psi(x), \tag{1.10}$$

где, например, $\psi(x) = \{\psi_p, \psi_n\}$ — изодублет, состоящий из протона и нейтрона, а τ^i— матрицы Паули, то отсюда с необходимостью следует существование векторного, изовекторного поля A_μ, взаимодействие которого с полями ψ вводится путем замены обычной производной на ковариантную

$$\partial_\mu \to D_\mu = \partial_\mu - ig\tau^i A^i_\mu(x). \tag{1.11}$$

При бесконечно малых калибровочных преобразований поле Янга — Миллса преобразуется по закону

$$A^i_\mu(x) \to A^i_\mu(x) + \partial_\mu \alpha^i(x) - g\varepsilon^{ijk} A^j_\mu(x)\,\alpha^k(x). \tag{1.12}$$

Поле Янга — Миллса может быть ассоциировано с любой компактной полупростой группой Ли. Вид его взаимодействия с другими полями — «полями материи», однозначно фиксируется *обобщенным принципом относительности в зарядовом пространстве*:

Пусть поля $\psi^a(x)$ реализуют некоторое представление компактной группы G, а векторное поле A_μ принадлежит присоединенному представлению этой группы. Тогда полевые конфигурации

$$\bar{\psi}^a(x), \quad \psi^b(x), \quad A^c_\mu(x) \tag{1.13}$$

и

$$\begin{gathered}[\delta^{an} - g(T^i)^{an}\alpha^i(x)]\,\bar{\psi}^n(x), \quad [\delta^{bn} + g(T^i)^{bn}\alpha^i(x)]\,\psi^n(x), \\ [\delta^{cm} - gt^{cmn}\alpha^n(x)]\,A^m_\mu(x) + \partial_\mu \alpha^c(x),\end{gathered} \tag{1.14}$$

где T^i — генераторы представления, реализуемого полями ψ, а t^{cmn} — структурные константы соответствующей алгебры Ли, описывают одну и ту же физическую ситуацию.

Принцип относительности для полей Янга — Миллса оказался чрезвычайно плодотворным для физики элементарных частиц. С теорией калибровочных полей связаны наиболее важные результаты, полученные в этой области за последнее десятилетие. При этом замечательным образом оказывается, что многие из существовавших ранее успешных феноменологических моделей получают последовательную и элегантную формулировку в рамках теории Янга — Миллса. Хорошим примером этого является теория слабых взаимодействий.

До недавнего времени все экспериментальные данные по слабым взаимодействиям описывались с помощью феноменологического четырехфермионного взаимодействия вида

$$\mathscr{L} = \frac{G}{\sqrt{2}} J^\lambda(x)\, J^{\lambda +}(x), \tag{1.15}$$

где ток J^λ представляет собой сумму членов вида

$$J^\lambda = \bar{e}\gamma^\lambda(1+\gamma^5)\,\nu_e + \bar{\mu}\gamma^\lambda(1+\gamma^5)\,\nu_\mu. \tag{1.16}$$

Здесь e, μ, ν_e, ν_μ — волновые функции электрона, мюона и соответствующих нейтрино, а три точки обозначают аналогичные слагаемые, содержащие волновые функции адронов. Однако многочисленные попытки развить на основе лагранжиана (1.15) последовательную квантовую теорию не имели успеха. Хотя в квазиклассическом «древесном» приближении этот лагранжиан дает хорошее согласие с экспериментом, вычисление квантовых поправок приводит к бессмысленным расходящимся выражениям. Как известно, в квантовой электродинамике аналогичная трудность разрешается с помощью процедуры перенормировки, т. е. переопределения «затравочных» зарядов и масс, характеризующих фиктивные невзаимодействующие частицы. После перенормировки все параметры реальных взаимодействующих частиц и амплитуды всех физических процессов становятся конечными. Однако эта процедура, дающая в квантовой электродинамике однозначный алгоритм вычислений в рамках теории возмущений, для лагранжиана (1.15) оказывается несостоятельной. Расходимости не удается устранить путем переопределения конечного числа параметров — соответствующая теория неперенормируема.

Это по-видимому указывает на то, что четырехфермионное взаимодействие (1.15) не является фундаментальным. Вид лагранжиана (1.15) наводит на мысль, что в действительности взаимодействие векторных токов J^λ осуществляется так же, как в электродинамике, путем обмена квантами векторного поля $W^{\lambda+}$

$$\mathcal{L}_I = g\,(J^\lambda W^{\lambda +} + J^{\lambda +} W^{\lambda -}). \tag{1.17}$$

В низшем порядке теории возмущений лагранжиан (1.17) порождает амплитуду

$$\frac{g^2}{2} J^\lambda (k) \frac{g^{\lambda\lambda'} - k^\lambda k^{\lambda'} m^{-2}}{k^2 - m^2} J^{\lambda'} (k), \tag{1.18}$$

которая при малых энергиях $k^2 \ll m^2$ совпадает с амплитудой, порождаемой лагранжианом (1.15). Наблюдаемое контактное взаимодействие токов является в такой схеме лишь приближенным низко энергетическим потенциалом, обусловленным обменом одним векторным мезоном.

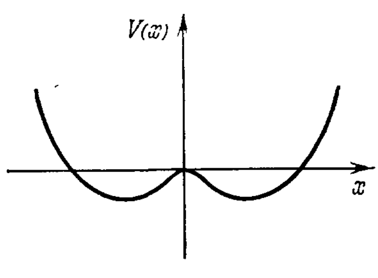
Долгое время считалось, что взаимодействие (1.17) страдает тем же недугом, что и контактное четырехфермионное взаимодействие. Попытки развить для лагранжиана (1.17) аппарат теории возмущений приводили к появлению неконтролируемых расходимостей, характерных для неперенормируемой теории.

Положение коренным образом меняется, если предположить, что поле W^λ является полем Янга — Миллса. Такое предположение естественно следует из аналогии с электродинамикой. Аналогия между слабым и электромагнитным взаимодействием была замечена еще Ферми, и неоднократно обсуждалась впоследствии. И в том и в другом случае во взаимодействии участвуют сохраняющиеся векторные токи. Во многих отношениях слабый и электромагнитный токи ведут себя как члены одного мультиплета, отвечающего некоторой алгебре, объединяющей эти взаимодействия.

Можно попытаться объединить слабые и электромагнитные взаимодействия на основе общей калибровочной группы, объединяя поля материи (лептоны, кварки) в многокомпонентные мультиплеты $\psi = \{\psi_1 \ldots \psi_n\}$, реализующие представление этой группы, а электромагнитное поле и поля промежуточных векторных мезонов, переносящих слабое взаимодействие в мультиплет Янга — Миллса $A_\mu = \langle A_\mu^1, \ldots, A_\mu^m \rangle$. В соответствии с предыдущим обсуждением принцип относительности однозначно фиксирует вид взаимодействия промежуточных мезонов с лептонами и кварками. При этом если калибровочная группа простая, то взаимодействие автоматически является универсальным и характеризуется одной константой связи. Для теории Янга — Миллса удается сформулировать процедуру перенормировки, аналогичную соответствующей процедуре в квантовой электродинамике, и построить аппарат теории возмущений.

Несмотря на очевидную элегантность нарисованной картины, в таком простом виде она непригодна для описания эксперимента. Наряду с общими чертами у электромагнитного и слабого взаимодействий есть существенные отличия, не укладывающиеся в эту схему. Прежде всего электромагнитное взаимодействие дальнодействующее, в то время как слабое имеет конечный радиус действия. Поскольку эффективный радиус взаимодействия обратно пропорционален массе переносящего его поля, это значит, что W-мезоны в отличие от фотона должны иметь ненулевую массу. Во-вторых, электромагнитное взаимодействие сохраняет четность, в то время как слабый ток содержит члены, неинвариантные относительно пространственных отражений. На первый взгляд кажется, что в рамках симметричной теории эти свойства объяснить невозможно — все поля Янга — Миллса должны иметь нулевую массу, а токи должны обладать одинаковыми трансформационными свойствами.

Вспомним однако, что обсуждавшиеся выше симметрии относились лишь к гамильтониану и уравнениям движения. Между тем реальное поведение физической системы зависит еще от граничных условий или от свойств симметрии основного состояния. Здесь уместно привести известную классическую аналогию. Рассмотрим шарик, лежащий в центре вогнутого дна бутылки (см. рисунок). Шарик находится в равновесии. При этом система обладает симметрией относительно отражений в центре. Однако это положение равновесия неустойчиво. Предоставленный сам себе шарик под влиянием сколь угодно малого возмущения скатится к стенке. Это положение энергетически более выгодно и, следовательно, устойчиво. При этом новое положение равновесия, которое является истинным основным состоянием, уже не обладает исходной симметрией — симметрия спонтанно нарушена. Мы не можем предсказать, в какую именно сторону скатится шарик. Все положения около стенки имеют одинаковую энергию и, следовательно, эквивалентны. Это значит, что основное состояние вырождено.



Аналогичный механизм позволяет различить в рамках калибровочно инвариантной теории слабые и электромагнитные взаимодействия. Он приводит к появлению у янг-миллсовских полей, отвечающих промежуточным W-мезонам ненулевой массы и нарушает симметрию между слабым и электромагнитным токами.

Предположим, что поля Янга — Миллса взаимодействуют помимо лептонов и кварков со скалярными полями φ. Калибровочно инвариантный лагранжиан взаимодействия скалярных полей имеет вид

$$\begin{gathered}\mathcal{L}=\frac{1}{2}\left(\partial_\mu\varphi^a-gT^i_{al}A^i_\mu\varphi^b\right)^2+\lambda\bar{\psi}\Gamma^a\varphi^a\psi-V(\varphi),\\ V(\varphi)=h^2(\varphi^2)^2\pm\frac{m^2}{2}\varphi^2.\end{gathered}\tag{1.19}$$

При положительном знаке массового члена потенциал $V(\varphi)$ имеет единственный трансляционно инвариантный минимум в точке $\varphi=0$. Соответствующее положение равновесия устойчиво и обладает той же симметрией, что и лагранжиан (1.19). Если же массовый член входит в $V(\varphi)$ со знаком минус, то потенциал V имеет вид, аналогичный рассмотренному выше, в примере с бутылкой. Так же как и в этом примере симметричный экстремум $\varphi=0$ неустойчив. Система «скатится» в одно из устойчивых положений равновесия, отвечающих нулевым A^i_μ и постоянным φ, имеющим фиксированную длину $\varphi_0^2=m^2/2h^2$. Положение равновесия вырождено. Минимальные конфигурации образуют сферу, точки которой соответствуют направлениям постоянного вектора φ_0. Все направления φ_0 физически эквивалентны. Поэтому мы можем произвольным образом фиксировать направление вектора φ_0, считая например, что он направлен по оси n: $\varphi_0 = \{0, \ldots, 0, m/\sqrt{2}h\}$.

Разумеется, такой выбор граничных условий нарушает инвариантность теории относительно глобальных, независящих от координат калибровочных преобразований. Читатель, знакомый с теорией твердого тела, несомненно увидит здесь аналогию с явлением спонтанного намагничивания ферромагнетика, где для формулировки теории также необходимо выбрать направление вектора намагниченности.

Может показаться, что выбор члена $(m^2/2)\,\varphi^2$ со знаком минус приводит к физически бессмысленной теории, в которой скалярные частицы имеют мнимую массу. Однако такой вывод поспешен. Квадратичное по φ слагаемое играет роль массы только в том случае, когда точка $\varphi = 0$, является положением устойчивого равновесия. Для определения истинного спектра масс нужно разложить потенциал (1.19) в окрестности устойчивого экстремума, что эквивалентно сдвигу полей φ на постоянный вектор φ_0. После такого сдвига мы получим лагранжиан, квадратичная часть которого действительно определяет (с точностью до радиационных поправок) спектр масс, а члены более высокого порядка по полям описывают взаимодействие. В таком виде лагранжиан может быть использован для построения теории возмущений, в которой как обычно, функции распространения определяются по квадратичной части лагранжиана, а вершины, участвующие в построении диаграмм Фейнмана, порождаются членами третьей и четвертой степени по полям. В результате перехода к сдвинутым полям, как видно из формулы (1.19), возникают массовые члены для части векторных полей и полей ψ

$$\mathcal{L}_m = \frac{g^2}{2}\,\frac{m^2}{2h^2}\,T^i_{an}T^k_{an}A^i_\mu(x)\,A^k_\mu(x) + \frac{\lambda m}{\sqrt{2}h}\,\bar{\psi}\Gamma^n\psi. \tag{1.20}$$

Например, если $T^i = i\tau^i$, то массовый член принимает вид

$$\frac{m^2g^2}{4h^2}\,[(A^1_\mu)^2 + (A^2_\mu)^2], \tag{1.21}$$

т. е. два векторных поля приобретают ненулевую массу, а одно остается безмассовым. Одновременно меняется структура лагранжиана взаимодействия и появляется возможность получить различные трансформационные свойства электромагнитного и слабого токов.

Этот механизм, впервые предложенный Хиггсом [1], лежит в основе объединенной модели слабых и электромагнитных взаимодействий Вайнберга — Салама [2], а также многочисленных более поздних объединенных моделей.

Читатель может задать вопрос, почему мы настаиваем на спонтанном нарушении симметрии, а не вводим «руками» члены, нарушающие симметрию между слабым и электромагнитным взаимодействием. Дело в том, что спонтанно нарушенная симметрия все же остается симметрией. Лагранжиан (1.19) после перехода к сдвинутым полям $\varphi' = \varphi + \varphi_0$ по-прежнему инвариантен относительно локальных калибровочных преобразований. Меняется лишь вид последних. Если для лагранжиана (1.19) калибровочное преобразование имело вид

$$\varphi^a \to \varphi^a + gT^i_{ab}\alpha^i\varphi^b, \tag{1.22}$$

то в теории с спонтанно нарушенной симметрией после перехода к полям φ', оно выглядит следующим образом

$$\varphi'_a \to \varphi'_a + gT^i_{ab}\alpha^i\varphi'_b + gT^i_{an}\alpha^i\,\frac{m}{\sqrt{2}h}. \tag{1.23}$$

В отличие от исходного преобразования (1.22) преобразование (1.23) при постоянных α^i не порождается никаким унитарным оператором и поэтому не приводит к сохранению какой-либо величины. Это и означает, что симметрия нарушена. Тем не менее условие инвариантности относительно преобразования (1.23) по-прежнему однозначно фиксирует вид взаимодействия поля φ с полем Янга — Миллса. Инвариантность спонтанно нарушенной теории относительно локальных калибровочных преобразований позволяет перенести на нее процедуру квантования [3] и перенормировки [4], развитую для симметричных теорий, что и было сделано в работах [5].

Объединенные калибровочные модели воспроизводят все успешные предсказания феноменологической четырехфермионной модели (1.15) и в то же время в отличие от последней представляют собой самосогласованную теорию, позволяющую однозначно вычислять квантовые поправки к амплитудам различных процессов. Они дают также ряд важных качественных предсказаний, которые блестяще подтверждаются экспериментом. Важнейшими из них являются предсказания существования нейтральных слабых токов и очарованных адронных состояний.

Если, однако, возвратиться к вопросу, который был сформулирован в начале нашего обзора — вопросу об отыскании симметрии полностью определяющей вид взаимодействия, то следует признать, что для калибровочно инвариантных моделей с спонтанно нарушенной симметрией мы пока не дали на него ответа. Используемый в этих моделях механизм спонтанного нарушения симметрии является с точки зрения калибровочных теорий чисто внешним — существование хиггсовских скалярных мезонов никак не следует из симметрии теории. Единственная цель их введения состоит в том, чтобы обеспечить разумный спектр масс слабо взаимодействующих частиц. Помимо эстетической неудовлетворенности это вызывает и чисто практические возражения. Существенно уменьшается предсказательная сила теории. В отличие от универсального янг-миллсовского взаимодействия, взаимодействие хиггсовских скаляров с фермионами и между собой в значительной мере произвольно. Параметры, характеризующие это взаимодействие не фиксируются условием калибровочной инвариантности. Из-за этого модели типа Вайнберга — Салама не дают предсказаний относительно спектра масс полей материи.

Возникает естественное желание сделать еще один шаг на пути к объединению различных взаимодействий. Калибровочная инвариантность позволила нам объединить в рамках одного мультиплета фотон и промежуточные W-мезоны и однозначно фиксировала вид их взаимодействия с полями материи. Нельзя ли постулировать более широкую симметрию, которая объединяла бы янг-миллсовские поля и поля лептонов и кварков с хиггсовскими скалярами. Ясно, что привычные симметрии типа изотопической или унитарной для этой цели непригодны. Все эти симметрии связывают между собой поля одинаковой тензорной размерности — неприводимые мультиплеты состоят либо из скаляров, либо из частиц со спином половина и т. д. Симметрия, которая нам нужна, должна связывать нетривиальным образом поля различной тензорной размерности, и в частности фермионы и бозоны. Поскольку в квантовой теории бозоны описываются коммутирующими переменными, а фермионы антикоммутирующими, алгебра соответствующих преобразований должна содержать как коммутирующие, так и антикоммутирующие элементы. Другими словами, искомая группа должна включать преобразования типа

$$\varphi(x) \to \varphi(x) + \bar{\varepsilon}\psi(x), \tag{1.24}$$

где φ — скалярное поле, ψ — спинорное поле, а ε — антикоммутирующие спинорные параметры.

Такая группа может быть построена и соответствующая симметрия получила название суперсимметрии. Оказывается, что большая часть обычного аппарата теории групп с довольно очевидными изменениями, обусловленными наличием антикоммутирующих элементов переносится и на преобразования суперсимметрии. Неприводимые представления группы суперсимметрии объединяют в рамках одного мультиплета векторные, спинорные и скалярные поля. Существование спинорных полей (лептонов, кварков) в суперсимметричной теории с необходимостью влечет за собой существование скалярных полей, являющихся естественными кандидатами на роль хиггсовских мезонов. Требование инвариантности относительно преобразований суперсимметрии, связывает массы и константы взаимодействия калибровочных полей и хиггсовских скаляров. Благодаря этому суперсимметричные модели должны обладать значительно большей предсказательной силой, чем стандартные объединенные модели. Однако в суперсимметричной теории мы сталкиваемся с той же проблемой, которая возникла при попытке объединения фотона и W-мезона в мультиплет полей Янга — Миллса. Все члены одного супермультиплета должны иметь одинаковую массу. Поэтому в суперсимметричной теории возникает вырождение по массам скалярных и спинорных полей, не наблюдаемое в экспериментах.

Выйти из этого положения можно, как и раньше, с помощью спонтанного нарушения симметрии. Однако описанный выше механизм спонтанного нарушения симметрии непосредственно не обобщается на этот случай. Суперсимметрия накладывает жесткие ограничения на вид потенциала $V(\varphi)$, определяющего устойчивое основное состояние. В простейших суперсимметричных моделях устойчивый экстремум отвечает устойчивому основному состоянию, в результате чего имеет место вырождение по массам спинорных и скалярных частиц. Чтобы снять это вырождение и воспроизвести в суперсимметричной теории реалистический спектр масс и вид взаимодействия, приходится прибегать к более изощренным приемам. Обсуждением этого вопроса мы и будем главным образом заниматься в этом обзоре. Будет описан механизм спонтанного нарушения суперсимметрии, применимый практически к любой суперсимметричной теории. При этом так же как и в случае теории Янга — Миллса, к моделям с спонтанно нарушенной суперсимметрией по-прежнему применима симметричная процедура перенормировки, и соотношения между контрчленами меняются лишь на конечные, вычисляемые величины. Этот механизм позволяет конструировать реалистические суперсимметричные модели слабых и электромагнитных взаимодействий.

Обзор построен следующим образом. Второй раздел носит вспомогательный характер. Его цель — познакомить читателя, незнакомого с теорией суперсимметрии, с основными понятиями этой теории. В третьем разделе подробно обсуждается спонтанное нарушение суперсимметрии. Этот раздел рассчитан главным образом на подготовленного читателя, интересующегося дальнейшим развитием теории. В четвертом разделе обсуждаются применения суперсимметрии к слабым и электромагнитным взаимодействиям. В качестве примера подробно рассмотрена простая суперсимметричная модель лептонов. Этот раздел может представлять интерес для читателей, интересующихся объединенными калибровочными моделями. Для его понимания не требуется особенно глубоких познаний в теории суперсимметрии. Наконец в заключении перечислены наиболее характерные особенности суперсимметричных калибровочных моделей слабых и электромагнитных взаимодействий.

2. СУПЕРСИММЕТРИЧНЫЕ КАЛИБРОВОЧНЫЕ ТЕОРИИ

Поскольку преобразования суперсимметрии связывают Ферми- и Бозе-поля, соответствующая алгебра должна содержать антикоммутирующие элементы. Минимальная алгебра, включающая антикоммутирующие генераторы и содержащая подалгебру группы Пуанкаре, имеет вид [6, 8]

$$[P_\mu, P_\nu]_- = 0, \quad [P_\mu, S_\alpha]_- = 0, \quad [S_\alpha, S_\beta]_+ = (-\gamma_\mu C)_{\alpha\beta} P_\mu, \qquad (2.1)$$

где P_μ — генераторы четырехмерных трансляций, S_α — генераторы преобразований суперсимметрии, являющиеся майорановскими спинорами, C — матрица зарядового сопряжения. Подробное обсуждение представлений алгебры (2.1) можно найти в обзоре Мезинческу и Огиевецкого [9], где приведены ссылки на оригинальные работы. Мы ограничимся здесь лишь сведениями, необходимыми для дальнейшего.

Представления алгебры (2.1) удобно реализовать в пространстве функций $\psi(x_\mu, \theta_\alpha)$, зависящих от вещественных параметров x (точек в пространстве Минковского) и антикоммутирующих майорановских спиноров θ_α [7, 10]:

$$[\theta_\alpha, \theta_\beta]_+ = 0. \qquad (2.2)$$

Преобразования суперсимметрии действуют в пространстве x, θ следующим образом

$$x_\mu \to x_\mu + \frac{i}{2} \bar{\varepsilon}\gamma^\mu\theta, \quad \theta_\alpha \to \theta_\alpha + \varepsilon_\alpha, \qquad (2.3)$$

где параметры преобразования ε_α в свою очередь являются антикоммутирующими майорановскими спинорами.

Скалярное суперполе определяется по аналогии с обычным скаляром:

$$\Psi(x, \theta) = \Psi'(x', \theta'). \qquad (2.4)$$

Суперполе $\Psi(x, \theta)$ эквивалентно мультиплету обычных полей, поскольку любая функция от конечного числа антикоммутирующих переменных является конечным полиномом. В силу свойства (2.2) $\theta^5 = 0$, и разлагая $\Psi(x, \theta)$ в ряд Тейлора по θ, получим

$$\Psi(x, \theta) = c(x) + \bar{\theta}\chi(x) + \\ + \frac{1}{4}[\bar{\theta}\theta F(x) + \bar{\theta}\gamma_5\theta G(x) + \bar{\theta}_i\gamma_\nu\gamma_5\theta A_\nu(x) + (\bar{\theta}\theta)\bar{\theta}\lambda(x)] + \frac{1}{32}(\bar{\theta}\theta)^2 D(x). \qquad (2.5)$$

Таким образом вещественное суперполе $\Psi(x, \theta)$ эквивалентно мультиплету обычных полей, содержащему (псевдо) скаляры $c(x)$, $F(x)$, $G(x)$, $D(x)$, майорановские спиноры $\chi(x)$, $\lambda(x)$ и векторное поле $A_\mu(x)$. При преобразованиях суперсимметрии (2.4) эти поля преобразуются друг через друга

$$\delta c = \bar{\varepsilon}\chi, \ \ldots, \quad \delta D = -i\bar{\varepsilon}\,\hat{\partial}\lambda. \qquad (2.6)$$

Суперполе $\Psi(x, \theta)$ допускает инвариантное разложение в сумму суперполей, содержащих меньшее число компонент

$$\Psi(x, \theta) = \Phi_+(x, \theta) + \Phi_-(x, \theta) + \Psi_1(x, \theta). \qquad (2.7)$$

Киральные суперполя $\Phi_\pm(x, \theta)$ эквивалентны мультиплетам обычных полей, состоящим из (псевдо) скаляров $A_\pm(x)$, $F_\pm(x)$ и двухкомпонентных скаляров $\psi_\pm(x)$, суперполе $\Psi_1(x, \theta)$ включает майорановский спинор, четырехвектор и скаляр.

Для построения действия, инвариантного относительно преобразований суперсимметрии, достаточно проинтегрировать какой-либо суперскаляр, например $[\Psi(x, \theta)]^n$ по инвариантной мере $\int d^4\theta\, d^4x$, где интеграл по $d^4\theta$ определяется формулами [11]

$$\int d\theta_\alpha = 0, \qquad \int \theta_\alpha\, d\theta_\beta = \delta_{\alpha\beta}. \tag{2.8}$$

Простейшее инвариантное действие имеет вид

$$\int \Phi_+(x, \theta)\, \Phi_-(x, \theta)\, d^4x\, d^4\theta =$$
$$= \int [\partial_\mu A_+(x)\, \partial_\mu A_-(x) + i\bar{\psi}\,\hat{\partial}\psi(x) + F_+(x)\, F_-(x)]\, d^4x \tag{2.9}$$

и описывает невзаимодействующие спинорные и скалярные поля.

В силу определения (2.8) интеграл

$$\int d^4\, \theta\Psi(x, \theta) = D(x),$$

т. е. инвариантом является интеграл по d^4x от D-компоненты скалярного суперполя. Это непосредственно видно и из формул преобразования (2.6). D-компонента преобразуется на полную производную и следовательно $\int d^4xD(x)$ является инвариантом. Можно показать, что интеграл от $F_\pm$-компоненты кирального суперполя также является инвариантом. В дальнейшем мы часто будем пользоваться этим свойством.

Поскольку в суперсимметричной теории спиноры и скаляры принадлежат к одному мультиплету, фермионные заряды спинорных и скалярных полей взаимосвязаны. Если потребовать, чтобы члены одного супермультиплета обладали различными фермионными зарядами, то преобразование, определяющее этот заряд, должно затрагивать генераторы алгебры (2.1). Единственное такое преобразование, совместное с перестановочными соотношениями (2.1), имеет вид [12, 13]

$$S_\pm \to e^{\pm i\alpha} S_\pm, \qquad S_\pm = \frac{1 \pm i\gamma_5}{2} S. \tag{2.10}$$

Суперполе $\Psi(x, \theta)$ преобразуется при этом следующим образом:

$$\Psi(x, \theta) \to \Psi(x, e^{-\alpha\gamma_5}\theta) \tag{2.11}$$

или в компонентах

$$\begin{bmatrix} A_\nu \\ \lambda \\ D \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} A_\nu \\ e^{\alpha\gamma_5}\lambda \\ D \end{bmatrix}, \tag{2.12}$$

т. е. двухкомпонентные спиноры λ_+ и λ_- обладают фермионными зарядами -1 и $+1$, векторное поле A_μ и скаляр D не несут фермионного заряда. Если приписать спинорным компонентам киральных суперполей фермионные заряды ± 1, то возможные законы их преобразования имеют вид

$$\Phi_\pm(x, \theta) \to e^{\mp 2n\alpha}\Phi_\pm(x, e^{-\alpha\gamma_5}\theta), \qquad n = 0,\ 1 \tag{2.13}$$

или в компонентах

$$n = 0:\ \begin{bmatrix} A_\pm \\ \psi_\pm \\ F_\pm \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} A_\pm \\ \psi_\pm e^{\pm i\alpha} \\ F_\pm e^{\pm 2i\alpha} \end{bmatrix}, \qquad n = 1:\ \begin{bmatrix} A_\pm \\ \psi_\pm \\ F_\pm \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} A_\pm e^{\mp 2i\alpha} \\ \psi_\pm e^{\mp i\alpha} \\ F_\pm \end{bmatrix}. \tag{2.14}$$

Как видно, скалярные компоненты киральных полей обладают ненулевым фермионным зарядом. Поля $F_\pm$ не являются истинными динамическими переменными, и поэтому их заряд несуществен, но $A_\pm$-компоненты отвечают реальным частицам. Можно показать, что если лагранжиан сохраняет фермионный заряд и содержит затравочную массу, то в суперсимметричной теории неизбежно присутствуют скалярные частицы с ненулевым фермионным зарядом.

Для приложений наибольший интерес представляют суперсимметричные калибровочно инвариантные теории. Суперсимметричное обобщение электродинамики было впервые построено в работе Весса и Зумино [14]. В работах [15, 16] аналогичная конструкция была рассмотрена на случай неабелевой калибровочной группы.

Очевидно, что в суперсимметричной теории нельзя ограничиться одним векторным калибровочным полем, так как преобразования группы связывают векторное поле с полями другой тензорной размерности. Роль калибровочного поля в этом случае играет супермультиплет $\Psi(x, \theta)$, содержащий помимо векторного поля спиноры и скаляры. Для описания полей материи можно воспользоваться киральными супермультиплетами $\Phi_\pm(x, \theta)$, содержащими спинорные и скалярные поля.

Преобразования суперсимметрии не коммутируют с обычными калибровочными преобразованиями, поэтому суперсимметричное действие с необходимостью должно быть инвариантно относительно более широкой калибровочной группы

$$\Phi_\pm(x, \theta) \to \Omega_\pm(x, \theta)\, \Phi_\pm(x, \theta), \qquad e^{g\Psi} \to \Omega_- e^{g\Psi} \Omega_+^{-1}, \tag{2.15}$$

где матрицы $\Omega_\pm(x,\theta)$ удовлетворяют условию $\Omega_+^+ = (\Omega_-)^{-1}$. Роль обычной калибровочной функции играет теперь киральное матричное суперполе $\Omega_\pm(x,\theta)$, зависящее от восьми произвольных функций $(U_\pm(x), V_\pm(x), W_\pm(x)$, где $U_\pm$ и $W_\pm$ — (псевдо)скаляры, а $V_\pm(x)$ — двухкомпонентный спинор. В случае неабелевой группы каждая из этих функций в свою очередь имеет несколько компонент.

Калибровочно инвариантный кинетический член имеет вид

$$\int d^4x d^4\theta \, [\Phi_+^+ e^{g\Psi} \Phi_+ + \Phi_-^+ e^{-g\Psi} \Phi_-]. \tag{2.16}$$

В отличие от обычных калибровочных теорий это выражение существенно нелинейно: ряд (2.16) содержит поля $c(x)$ в произвольной степени, $\chi(x)$ в четвертой степени и т. д. Поэтому на первый взгляд лагранжиан (2.16) отвечает неперенормируемой теории и в рамках теории возмущений не имеет смысла. Однако калибровочная инвариантность (2.15) позволяет произвольным образом фиксировать восемь компонент поля $\Psi(x, \theta)$. В частности можно, следуя Вессу и Зумино, положить

$$c(x) = \chi(x) = F(x) = G(x) = \partial_\mu A_\mu(x) = 0. \tag{2.17}$$

В этой калибровке бесконечный ряд (2.16) обрывается и действие принимает вид (здесь выписано суперсимметричное обобщение лагранжиана поля Янга — Миллса, взаимодействующего с полями материи

$$\begin{gathered} S = \int d^4x \left\{ \left| \partial_\mu A_+^+ + \frac{ig}{2} A_+^+ A_\mu \right|^2 + F_+^+ F_+ + \right. \\ + i\bar\psi\gamma_\mu \left(\partial_\mu - \frac{ig}{2} A_\mu \right) \psi + M (A_-^+ F_+ - \bar\psi\psi) + \frac{g}{2} [A_+^+ D A_+ - A_-^+ D A_-] + \\ + \frac{ig}{\sqrt{2}} A_+^+ \bar\lambda \frac{1+\gamma_5}{2} \psi + \frac{1}{8} \mathrm{Tr}\, (\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu + g [A_\mu, A_\nu])^2 + \\ \left. + \frac{i}{4} \mathrm{Tr}\, \{\bar\lambda \gamma_\mu (\partial_\mu \lambda + g [A_\mu, \lambda])\} + \frac{1}{4} \mathrm{Tr}\, (D^2) + (+ \leftrightarrow -) + \text{э. с.} \right\}, \\ A_\mu = A_\mu^k \tau^k, \quad \lambda = \lambda^k \tau^k, \quad D = D^k \tau^k. \end{gathered} \tag{2.18}$$

(Лагранжиан абелевой теории получается из (2.18) заменой $\tau^k \to I$.) Поля D и $F_\pm$ не являются истинными динамическими переменными, так как лагранжиан (2.18) не содержит производных от D и $F_\pm$. Исключая D и $F_\pm$, получаем массовый член и контактное взаимодействие скалярных полей:

$$-M^2(A_+^+A_+ + A_-^+A_-) - \frac{g^2}{4}(A_+^+\tau^k A_+ - A_-^+\tau^k A_-)^2. \qquad (2.19)$$

Лагранжиан (2.18) содержит все необходимые ингредиенты объединенных калибровочных моделей: векторное поле A_μ калибровочно инвариантным образом взаимодействует со спинорными и скалярными полями, скалярные поля в свою очередь взаимодействуют сами с собой и со спинорными полями. Иными словами, скалярные компоненты киральных суперполей в принципе могут играть роль хиггсовских мезонов. При этом в отличие от модели Салама — Вайнберга лагранжиан (2.18) зависит лишь от одной безразмерной константы связи g.

Можно показать, что это свойство сохраняется и в перенормированной теории [17-20]. Все ультрафиолетовые расходимости устраняются перенормировкой заряда и волновых функций суперполей. Отсюда следует в частности, что суперсимметричная теория Янга — Миллса асимптотически свободна, несмотря на присутствие скалярных частиц. В силу суперсимметрии инвариантная константа четверного взаимодействия скалярных полей, обычно нарушающая асимптотическую свободу, совпадает с янг-миллсовской константой, которая, как известно, стремится к нулю при больших значениях аргумента (если число мультиплетов полей материи не слишком велико).

Замечательным свойством суперсимметричных теорий является отсутствие независимой перенормировки масс. Если затравочная масса равна нулю, и нет законов сохранения, запрещающих возникновение массы, то физическая масса однозначно вычисляется.

Однако лагранжиан (2.18) «слишком симметричен». В природе отсутствует вырождение по массам скалярных и спинорных частиц, поэтому суперсимметрия должна быть нарушена и, если мы хотим сохранить соотношения симметрии между перенормированными амплитудами и константами связи, нарушена спонтанно. Проблема спонтанного нарушения суперсимметрии оказалась нетривиальной, поскольку условие инвариантности накладывает жесткие ограничения на вид эффективного потенциала. В частности, потенциал (2.19) отвечает устойчивому симметричному экстремуму и не порождает спонтанного нарушения суперсимметрии.

3. СПОНТАННОЕ НАРУШЕНИЕ СУПЕРСИММЕТРИИ

Первая успешная попытка решения этой проблемы была сделана Файе и Иллиопулосом [21], которые заметили, что в случае абелевой калибровочной группы спонтанное нарушение суперсимметрии можно генерировать, добавив к действию (2.18) член, линейный по полю D,

$$\xi \int d^4x D(x). \qquad (3.1)$$

Добавление этого члена оставляет действие суперсимметричным и в абелевом случае не нарушает калибровочной инвариантности. В то же время наличие линейного члена приводит к появлению ненулевого вакуумного среднего $\langle D\rangle_0 \neq 0$. Переход к устойчивому основному состоянию $D \to D - \xi$ порождает дополнительный массовый член для скалярных полей

$$-\xi g[A_+^+A_+ - A_-^+A_-]. \qquad (3.2)$$

Вырождение по массам внутри супермультиплета снимается, суперсимметрия спонтанно нарушена. Если $\xi g > M^2$, то поля $A_\pm$ в свою очередь приобретают ненулевые вакуумные ожидания, и имеет обычный эффект Хиггса, приводящий к спонтанному нарушению внутренней симметрии и возникновению массы у векторных частиц.

Механизм Файе — Иллиопулоса *применим лишь* в случае абелевой калибровочной группы, так как в неабелевом случае добавление члена $\int D^a(x)\, d^4x$, очевидно, нарушает калибровочную инвариантность. (Еще одна возможность спонтанного нарушения суперсимметрии для лагранжианов специального вида обсуждалась в работах [22, 23].) Оба этих метода применимы лишь к весьма ограниченному классу теорий, и попытки построить на их основе реалистическую модель не увенчались успехом [24, 25].

В этой связи возникает еще одна проблема. Спонтанное нарушение суперсимметрии сопровождается появлением спинорной частицы нулевой массы — голдстоуновского фермиона (теорема Голдстоуна практически без изменений переносится на этот случай с той лишь разницей, что вместо голдстоуновского бозона возникает безмассовый фермион). Первоначально предполагалось, что голдстоуновский фермион можно отождествить с электронным нейтрино. Легко показать, однако, что такое отождествление ведет к противоречию с экспериментом [26, 27].

Инвариантность относительно преобразований суперсимметрии порождает сохраняющийся ток, который в случае спонтанно нарушенной симметрии содержит член, пропорциональный полю голдстоуновского фермиона

$$j^\mu(x) = -ic\gamma^\mu\nu(x) + \ldots \tag{3.3}$$

Пользуясь сохранением тока j^μ, получаем

$$0 = \int d^4x e^{iqx}\, \partial_\mu \langle B \mid j_\mu(x) \mid A \rangle = \\ = (2\pi)^4 \delta(q + p_B - p_A)\, [cM_\nu(q) + q^\mu R_\mu], \tag{3.4}$$

где $M_\nu(q)$ — нейтринный полюсной член, а R_μ обозначает вклад остальных (неполюсных) членов в (3.3). Из (3.4) следует, что при $q \to 0$, $M_\nu(q) \to 0$. В частности, должна стремиться к нулю амплитуда β-распада при стремлении к нулю импульса нейтрино или, что эквивалентно, при большой энергии заряженного лептона. Экспериментальные данные противоречат такому поведению. В принципе остается возможность отождествить голдстоуновский фермион с мюонным нейтрино [28], однако низкоэнергетические теоремы накладывают жесткие ограничения на поведение соответствующих амплитуд.

Недавно был предложен еще один механизм спонтанного нарушения суперсимметрии [29, 30], существенно расширяющий допустимый класс теорий и свободный от трудности с голдстоуновским фермионом. Этот механизм позволяет получить в рамках теории со спонтанно нарушенной суперсимметрией произвольные массовые члены для скалярных компонент киральных суперполей.

Покажем вначале, как получить массовые члены вида

$$\varkappa(A_-^+A_+ + A_+^-A_-). \tag{3.5}$$

Пусть S_s обозначает произвольное суперсимметричное действие. Введем вспомогательные киральные поля $R_\pm$, $\widetilde{R}_\pm$, взаимодействующие с «физическими» полями следующим образом:

$$S=S_s+ + \int [\{\Phi_+^+\Phi_- R_- + \Phi_-^+\Phi_+ R_+\}_F + \{R_+\widetilde{R}_- + \widetilde{R}_+ R_-\}_D + \varkappa(\widetilde{R}_+ + \widetilde{R}_-)_F]\, dx. \quad (3.6)$$

Действие (3.6) явным образом суперсимметрично. Из-за наличия линейного члена $(\widetilde{R}_+ + \widetilde{R}_-)_F$ — вакуумные средние $\langle R_+\rangle_F \langle R_-\rangle_F$ отличны от нуля, суперсимметрия спонтанно нарушена. Переход к устойчивому вакууму порождает член

$$\int [\{\Phi_+^+\Phi_- + \Phi_-^+\Phi_+\}_A]\, d^4x\cdot\varkappa = \int \varkappa\,(A_-^+A_+ + A_+^- A_-)\, d^4x, \quad (3.7)$$

снимающий вырождение по массам спинорных и скалярных полей. Вариация действия (3.6) по $\widetilde{R}_+$, $\widetilde{R}_-$ приводит к свободным уравнениям для R_+, R_-. Это означает, что вспомогательные поля $R_\pm$, $\widetilde{R}_\pm$ отщепляются от физических полей. Диаграммы, описывающие физические процессы не содержат внутренних $R_\pm$, $\widetilde{R}_\pm$ линий, и S-матрица унитарна в физическом секторе. Единственным наблюдаемым эффектом полей $R_\pm$, $\widetilde{R}_\pm$ является массовый член (3.7). В то же время явная суперсимметрия исходного выражения (3.6) позволяет применить к нему инвариантную процедуру перенормировки, развитую в работах [17–20]. Можно выписать обобщенные тождества Уорда и показать, что соотношения между перенормированными константами связи и массами, справедливые в симметричной теории, меняются лишь на конечные, вычисляемые члены. Единственный возможный новый контрчлен, который может понадобиться для устранения ультрафиолетовых расходимостей

$$\widetilde{Z}\,\{\Phi_+^+\Phi_- R_- + \Phi_-^+\Phi_+ R_+\} \quad (3.8)$$

приводит лишь к переопределению произвольной константы $\varkappa$

$$\widetilde{Z}_\varkappa\,(A_+^+A_- + A_-^+A_+) \quad (3.9)$$

(фактически в большинстве моделей даже эта перенормировка отсутствует).

С помощью аналогичного приема можно получить массовые члены вида

$$\xi_+(A_+^+A_+) + \xi_-(A_-^+A_-). \quad (3.10)$$

Для этого нужно ввести вспомогательные суперполя общего вида P и $\widetilde{P}$, взаимодействующие следующим образом:

$$S_P = \int \left\{[(1+\xi_i P)\,\mathscr{L}_i]_D + \frac{1}{2}[P_1 \Box \widetilde{P}_1 + P_+ \Box \widetilde{P}_- + \widetilde{P}_+ \Box P_-]_D - \varkappa[\widetilde{P}]_D\right\} d^4x, \quad (3.11)$$

Здесь P_1, P_+, P_-; $\widetilde{P}_1$, $\widetilde{P}_+$, $\widetilde{P}_-$ обозначают неприводимые компоненты в разложении полей P, $\widetilde{P}$ (см. формулу (2.7)). $\mathscr{L}_1$ и $\mathscr{L}_2$ — суперскаляры общего вида, квадратично зависящие от киральных полей Φ_+, Φ_+^+ и Φ_-, Φ_-^+ соответственно. Например в суперсимметричной теории Янга — Миллса $\mathscr{L}_1$ и $\mathscr{L}_2$ выглядят следующим образом:

$$\mathscr{L}_1 = \frac{1}{4}\Phi_+^+ e^{g\tau^a\Psi^a}\Phi_+, \quad \mathscr{L}_2 = \frac{1}{4}\Phi_-^+ e^{-g\tau^a\Psi^a}\Phi_-. \quad (3.12)$$

(Для того чтобы сохранить калибровочную инвариантность теории, поля P, $\widetilde{P}$, а также поля $R_\pm$, $\widetilde{R}_\pm$, рассматривавшиеся выше, следует считать синглетами калибровочной группы.)

Как и в предыдущем случае, из-за наличия линейного члена суперсимметрия спонтанно нарушена. Сдвиг полей P: $[P]_D \to [P]_D + \varkappa$ порождает массовый член (3.10). Поля P, $\widetilde{P}$ по-прежнему отщепляются от физических полей и S-матрица унитарна в физическом секторе.

Другой способ введения вспомогательных полей обсуждается в работе [30], где приведен также подробный анализ процедуры перенормировки.

Интересным частным случаем лагранжиана (3.12) является модель

$$S = \frac{1}{4}\int \Big\{ [(1+\xi P)\, \Phi_+^+ e^{g\tau^a \Psi^a} \Phi_+]_D + \\ + \frac{1}{2} [P_1 \Box \widetilde{P}_1 + P_+ \Box \widetilde{P}_- + \widetilde{P}_+ \Box P_-]_D - \varkappa [\hat{P}]_D \Big\}\, d^4x, \tag{3.13}$$

где Φ_+ — киральный изодублет, Ψ^a — суперсимметричное поле Янга — Миллса, $\mathscr{L}_{YM}$ — обозначает лагранжиан Янга — Миллса. Переход к устойчивому вакууму порождает массовый член

$$\frac{\varkappa\xi}{2} \int (A_+^+ A_+)\, d^4x. \tag{3.14}$$

При $\xi > 0$ лагранжиан (3.13) порождает также спонтанное нарушение изотопической инвариантности. Поля A_+ приобретают ненулевые вакуумные средние. В результате обычного эффекта Хиггса возникает следующий спектр масс: все три компоненты векторного поля, два комплексных фермиона и один эрмитов скаляр приобретают ненулевые массы, пропорциональные ξ. Безмассовыми остаются три голдстоуновских скаляра, устраняемые калибровочным преобразованием, и один двухкомпонентный фермион. Модель инфракрасно конечна. При этом, будучи теорией Янга — Миллса с одной безразмерной константой связи, модель асимптотически свободна. Таким образом лагранжиан (3.6) представляет собой пример асимптотически свободной теории без инфракрасных расходимостей.

В заключение отметим, что если опустить вспомогательные поля, и с самого начала рассматривать лагранжианы, содержащие массовые члены (3.5), (3.10), то мы будем иметь теорию с явным, но «мягким» нарушением суперсимметрии. Специальный случай такого «мягкого» нарушения в модели Φ^3 был рассмотрен в работе Иллиопулоса и Зумино [31]. Приведенные выше аргументы дают простое объяснение их результата, который оказывается частным случаем описанного нами механизма.

Описанный подход свободен от трудности с голдстоуновским нейтрино. Голдстоуновский фермион является компонентой вспомогательного мультиплета и не взаимодействует с физическими полями [29, 30, 32]. Низкоэнергетические теоремы не накладывают никаких ограничений на вид взаимодействия. Существование безмассовых нейтрино может быть связано, как будет показано ниже, с сохранением лептонных зарядов. В моделях с несохраняющимся лептонным зарядом, нейтрино будут приобретать вычисляемую однозначно ненулевую массу. Суперсимметричные модели с несохраняющимся лептонным зарядом могут быть использованы для объяснения осцилляций нейтрино, обсуждавшихся Б. Понтекорво и др. [33, 34].

4. ОБЪЕДИНЕННЫЕ КАЛИБРОВОЧНЫЕ МОДЕЛИ СО СПОНТАННО НАРУШЕННОЙ СУПЕРСИММЕТРИЕЙ

В этом разделе мы проиллюстрируем на простейших примерах возможные применения суперсимметрии к моделям слабых и электромагнитных взаимодействий. В принципе мы могли бы применить развитый выше формализм к объединенным моделям, включающим также и сильные взаимодействия. Однако по нашему мнению имеющаяся экспериментальная информация недостаточна для сколько-нибудь надежного выбора конкретной модели, и кроме того механизм генерации масс сильно взаимодействующих частиц в настоящее время не ясен. Поэтому мы ограничимся здесь лишь слабыми и электромагнитными взаимодействиями, имея в виду, что группа «симметрии мира» G уже нарушена до $G_{w+e} \otimes G_s$, причем в качестве G_{w+e} выберем группу $SU_2 \times U_1$.

Минимальная модель отвечает взаимодействию калибровочных полей B_μ, $\mathbf{A}_\mu$ с киральными изодублетами $\Phi_\pm$. После спонтанного нарушения изотопической инвариантности такая модель содержала бы два заряженных и два нейтральных лептона, которые можно было бы попытаться отождествить с электроном, мюоном и соответствующими нейтрино. Однако, как видно из формулы (2.18), благодаря наличию векторного янг-миллсовского члена

$$\frac{i}{2} g\varepsilon^{ijk}\bar{\lambda}^i\gamma^\mu\lambda^j A_\mu^k,$$

такое отождествление привело бы к существованию правых нейтрино, взаимодействующих с такой же силой, как и левые. Поэтому модель, содержащая всего четыре дираковских лептона, заведомо противоречит эксперименту. Суперсимметричные модели слабых и электромагнитных взаимодействий обязательно должны включать тяжелые лептоны. Модель приводящая к разумному виду взаимодействия, может быть построена на основе двух киральных изодублетов $\Phi_{\pm 1,2}$, взаимодействующих с калибровочными полями $\mathbf{A}_\mu$, B_μ [30]. Такая модель предсказывает наряду с электроном, мю-мезоном и e-, μ-нейтрино, тяжелый заряженный и нейтральный лептон. При этом оказывается, что масса нейтрального лептона порядка массы μ-мезона, и следовательно такой лептон должен был бы быть виден, например, в распаде K-мезона. Таким образом и эта модель не удовлетворительна с точки зрения эксперимента и необходимо дальнейшее увеличение числа тяжелых лептонов.

Простейшая модель [35], позволяющая получить приемлемый с точки зрения эксперимента спектр лептонов, может быть построена на основе трех киральных комплексных изодублетов

$$\Phi_{i\pm} = \{A_{i\pm}^k, \psi_{i\pm}^k, F_{i\pm}^k\}, \qquad i = 1,\ 2,\ 3,$$

где k — изотопический индекс, и двух эрмитовых синглетов

$$S_+^{1,2} = S_-^{1,2+}, \quad S_\pm^{1,2} = \{A_{S\pm}^{1,2}, \psi_{S\pm}^{1,2}, F_{S\pm}^{1,2}\}.$$

Наиболее общий суперсимметричный и калибровочно инвариантный лагранжиан, описывающий взаимодействие этих мультиплетов с калибровочными суперполями

$$\Psi^a = \{c^a, \chi^a, M^a, N^a, A_\mu^a, \lambda^a, D^a\} \qquad (a = 1, 2, 3),$$
$$\Psi = \{c, \chi, M, N, \lambda, A_\mu, D\},$$

имеет вид

$$\mathscr{L} = \frac{1}{2}\{\Phi_{+i}^+ e^{g\Psi + g_1\Psi^a\tau^a}\Phi_{+i} + \Phi_{-i}^+ e^{-g\Psi - g_1\Psi^a\tau^a}\Phi_{-i}\}_D + \frac{1}{2}\{S_+^l S_-^l\}_D -$$
$$- \{M_{ij}\Phi_{-i}^+\Phi_{j+}\}_F - \{a_{ij}^l S_-^l \Phi_{+i}^+\Phi_{-j}\}_F + \mathscr{L}_0(\Psi, \Psi^a) + \text{э. с.}, \qquad (4.1)$$

где $\mathscr{L}_0(\Psi, \Psi^a)$ — суперсимметричный лагранжиан поля Янга — Миллса и абелева калибровочного поля Ψ.

Описанный в предыдущей главе механизм спонтанного нарушения суперсимметрии, позволяет генерировать произвольные массовые члены для скалярных компонент $\Phi_{\pm}$ и $S_{\pm}$. Мы не будем повторять здесь соответствующих рассуждений, а выпишем лишь результат (опуская вспомогательные поля):

$$\Delta\mathcal{L} = \xi_{i\pm}A^{+}_{i\pm}A_{i\pm} + \eta_{ij}(A^{+}_{i+}A_{j-} + A^{+}_{j-}A_{i+}) + \xi^{l}_{S}A^{l}_{S+}A^{l}_{S-}. \tag{4.2}$$

Лагранжиан (4.1) $\div$ (4.2) зависит от параметров ξ_i, η_{ij}, M_{ij}, a^{k}_{ij}, возможные значения которых ограничены постулированными законами сохранения. Мы потребуем сохранения лептонного заряда, связанного с инвариантностью относительно преобразований

$$\begin{gathered}
\begin{pmatrix} A_{1,2+} \\ \psi_{1,2+} \\ F_{1,2+} \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} A_{1,2+} \\ \psi_{1,2+}e^{i\varphi} \\ F_{1,2+}e^{2i\varphi} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} A_{1,2+} \\ \psi_{1,2-} \\ F_{1,2-} \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} A_{1,2-}e^{2i\varphi} \\ \psi_{1,2-}e^{i\varphi} \\ F_{1,2-} \end{pmatrix}; \\
\begin{pmatrix} A_{3\pm} \\ \psi_{3\pm} \\ F_{3\pm} \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} A_{3\pm} \\ \psi_{3\pm}e^{-i\varphi} \\ F_{3\pm}e^{-2i\varphi} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} A^{l}_{S-} \\ \psi^{l}_{S-} \\ F^{l}_{S-} \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} A^{l}_{S-} \\ \psi^{l}_{S-}e^{-i\varphi} \\ F^{l}_{S-}e^{-2i\varphi} \end{pmatrix}; \\
\lambda_{+} \to e^{-i\varphi}\lambda_{+}, \quad \lambda_{-} \to e^{i\varphi}\lambda_{-},
\end{gathered} \tag{4.3}$$

а также отдельного сохранения электронного и мюонного заряда, связанного с глобальными фазовыми преобразованиями

$$\begin{aligned}
\Phi_{1\pm} &\to e^{i\beta}\Phi_{1\pm}, & \Phi^{1}_{S-} &\to e^{-i\beta}\Phi^{1}_{S-}, \\
\Phi_{2\pm} &\to e^{i\gamma}\Phi_{2\pm}, & \Phi^{2}_{S-} &\to e^{-i\gamma}\Phi^{2}_{S-}.
\end{aligned} \tag{4.4}$$

Инвариантность относительно преобразований (4.3), (4.4) требует обращения в нуль всех параметров M_{ij}, a^{l}_{ij}, η_{ij}, кроме

$$\begin{aligned}
&M_{11} \equiv m_e \neq 0, \quad \eta_{33} \equiv \eta \neq 0, \quad a^{1}_{31} \equiv a_1 \neq 0, \quad a^{2}_{32} \equiv a_2 \neq 0, \\
&M_{22} \equiv m_{\mu} \neq 0.
\end{aligned} \tag{4.5}$$

Легко показать, что эффективный потенциал, отвечающий (4.1) — — (4.2), имеет устойчивый экстремум при

$$\langle A_{1,2\pm}\rangle_0 = \langle A^{l}_{S\pm}\rangle_0 = 0, \quad \langle A_{3\pm}\rangle_0 = \alpha_{\pm}(\eta, \xi, g, g_1) \neq 0. \tag{4.6}$$

Переход к полям с нулевыми вакуумными средними порождает следующий спектр масс:
заряженный векторные мезоны

$$W_{\pm} = \frac{A^{1}_{\mu} \pm iA^{2}_{\mu}}{\sqrt{2}}, \quad M^{2}_{W} = \frac{g^{2}_{1}}{2}(\alpha^{2}_{+} + \alpha^{2}_{-}); \tag{4.7}$$

нейтральные векторные мезоны

$$\begin{aligned}
Z_{\mu} &= (g^2 + g^{2}_{1})^{-1/2}(gA_{\mu} - g_1A^{3}_{\mu}), & M^{2}_{Z} &= 2^{-1}(g^2 + g^{2}_{1})(\alpha^{2}_{+} + \alpha^{2}_{-}), \\
a_{\mu} &= (g^2 + g^{2}_{1})^{-1/2}(g_1A_{\mu} + gA^{3}_{\mu}), & M_a &= 0.
\end{aligned} \tag{4.8}$$

Заряженные фермионы приобретают массы

$$-\frac{g_1}{\sqrt{2}}\{\alpha_{+}(\bar{\lambda}_2 - i\bar{\lambda}_1)\psi^{1}_{3+} + \alpha_{-}(\bar{\lambda}_2 - i\bar{\lambda}_1)\psi^{1}_{3-}\} + \text{э. с.} \tag{4.9}$$

Имея в виду лептонные заряды, определяемые преобразованиями (4.3), (4.4), мы можем отождествить

$$\left.\begin{array}{ll} \psi_{1+}=e_+ & \psi_{1-}=e_- \\ \psi_{2+}=\mu_+ & \psi_{2-}=\mu_- \\ \psi_{3+}=E^2_+ & \psi_{3-}=E^1_- \\ 2^{-1/2}(\lambda_2+i\lambda_1)_+=E^1_+ & 2^{-1/2}(\lambda_2+i\lambda_1)_-=E^2_{1-} \\ m_e=M_{11},\quad m_\mu=M_{22}, & M_{E_1}=g_1\alpha_-,\quad M_{E_2}=g_1\alpha_+. \end{array}\right\} \tag{4.10}$$

Инвариантность относительно преобразований (4.3), (4.4) приводит к существованию четырех безмассовых фермионов

$$\nu_{e+}=\frac{(M_1a_1g_1^{-1})\,\psi^2_{1+}-m_e\psi^1_{S+}}{(m_e^2+M^2_{E_1}a_1^2g_1^{-2})^{1/2}},\quad \nu_{\mu+}=\frac{(M_2a_2g_2^{-1})\,\psi^2_{2+}-m_\mu\psi^2_{S+}}{(m_\mu^2+M^2_{E_2}a_2^2g_1^{-2})^{1/2}}, \tag{4.11}$$

$$\frac{i\,(g_1\lambda+g\lambda_3)}{(g^2+g_1^2)^{1/2}}=\nu_1,\quad \frac{M_{E_2}\psi^2_{3+}-M_{E_1}\psi^{2c}_{3-}}{\sqrt{M^2_{E_1}+M^2_{E_2}}}=\nu_2. \tag{4.12}$$

Кроме того имеются три тяжелых нейтральных лептона с массами

$$\begin{aligned} M_{N_1}&=(M^2_{E_1}a_1^2g_1^{-2}+m_e^2)^{1/2},\quad M_{N_2}=(M^2_{E_2}a_2^2g_1^{-2}+m_\mu^2)^{1/2},\\ M_{N_3}&=(g^2+g_1^2)^{1/2}\,g_1^{-1}\,(M^2_{E_1}+M^2_{E_2})^{1/2}. \end{aligned} \tag{4.13}$$

Массы тяжелых заряженных лептонов связаны с массой промежуточного мезона правилом сумм

$$M_W^2=\frac{1}{2}\,(M^2_{E_1}+M^2_{E_2}). \tag{4.14}$$

Если один из этих лептонов отождествить с недавно найденной частицей ($M\sim 1{,}9$ *Gev*), то масса второго лептона очень велика.

Что касается нейтральных лептонов, то их массы зависят от отношения $a_ig_1^{-1}$. Поскольку M_{N_i} должны быть больше массы K-мезона, то при $M_{N_1}\sim 1{,}9$ *Gev*, $a_1g_1^{-1}\gg 0{,}25$.

Спектр скалярных мезонов содержит значительный произвол. Подходящим выбором параметров ξ, η можно добиться, чтобы все скалярные мезоны были значительно тяжелее W-мезона, и следовательно все процессы с их участием были сильно подавлены.

Явный вид взаимодействия легко получить из формулы (4.1). Для этого достаточно перейти в калибровку Весса — Зумино

$$c=\chi=M=N=0 \tag{4.15}$$

и исключить вспомогательные поля D, $F_\pm$, F_S. Мы выпишем здесь явно лишь часть лагранжиана, ответственную за взаимодействие легких лептонов

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_I={}&gg_1(g^2+g_1^2)^{-1/2}\,a_\mu\,(\bar e\gamma^\mu e+\bar\mu\gamma^\mu\mu)+\\ &+2^{-1}(g^2+g_1^2)^{-1/2}\,Z_\mu\,\{(g^2-g_1^2)\,(\bar e\gamma^\mu e+\bar\mu\gamma^\mu\mu)+\\ &+(g^2+g_1^2)\,(\bar\nu_{eL}\gamma^\mu\nu_{eL}+\bar\nu_{\mu L}\gamma^\mu\nu_{\mu L})\}+\\ &+2^{-1/2}g_1W^\rho_-\,\{M_{E_1}a_1g_1^{-1}\,(M^2_{E_1}a_1^2g_1^{-2}+m_e^2)^{-1/2}\,\bar e_L\gamma^\rho\nu_{eL}+\\ &+M_{E_2}a_2g_1^{-1}\,(M^2_{E_2}a_2^2g_1^{-2}+m_\mu^2)^{-1/2}\,\bar\mu_L\gamma^\rho\nu_{\mu L}\}+\text{э. с.}+\ldots, \end{aligned} \tag{4.16}$$

где . . . обозначает члены, содержащие тяжелые лептоны и скалярные мезоны.

Первый член описывает стандартное электромагнитное взаимодействие, причем $e = gg_1 (g^2 + g_1^2)^{-1/2}$.

Второй член содержит нейтральные слабые токи. Заметим, что хотя рассматриваемая модель является векторноподобной (лагранжиан взаимодействия до спонтанного нарушения симметрии не содержит аксиальновекторных токов), нейтральный ток не является чисто векторным. Нейтральный ток, содержащий тяжелые лептоны E_1 и E_2, имеет как векторную, так и аксиальную часть. В отличие от векторноподобных моделей, рассматривавшихся рядом авторов (36—40), суперсимметричные векторноподобные модели автоматически приводят к существованию аксиальной части нейтрального тока. Это обусловлено тем, что в этих моделях фермионы отнесены к различным представлениям группы внутренней симметрии: часть фермионов входит в калибровочное суперполе и следовательно преобразуется по присоединенному представлению, тогда как остальные фермионы являются компонентами киральных суперполей. (Векторный характер нейтрального тока является следствием векторноподобности лишь при условии, что все фермионы преобразуются по одному и тому же представлению.)

Константы взаимодействия заряженных левых токов $(\bar{\mu}_L \nu_{\mu L})$ и $(\bar{e}_L \nu_{eL})$ отличаются фактором

$$\frac{M_{E_1} a_1 g_1^{-1}}{(M_{E_1}^2 a_1^2 g_1^{-2} + m_e^2)^{1/2}} \; \frac{(M_{E_2}^2 a_2^2 g_1^{-2} + m_\mu^2)^{1/2}}{M_{E_2} a_2 g_1^{-2}} \approx 1. \tag{4.17}$$

Универсальность является точной лишь в пределе $m_e = m_\mu = 0$. Однако поскольку m_e, $m_\mu \ll M_{E_1}$, M_{E_2}, отклонение от универсальности пренебрежимо мало.

Нетрудно включить в рассматриваемую схему и слабое взаимодействие кварков. Если кварки не смешиваются с лептонами, то они должны описываться киральными супермультиплетами, причем вакуумные средние скалярных компонент этих мультиплетов должны равняться нулю. В противном случае возник бы массовый член вида (4.9), который привел бы к смешиванию кварков с лептонами. (В принципе возможны конечно и такие модели.) При желании можно ввести суперсимметричные массовые члены для кварков. При этом все кварки будут иметь ненулевые массы, нескоррелированные с массами лептонов и промежуточных векторных мезонов. По нашему мнению, однако, вопрос о происхождении масс кварков не может быть решен без учета сильных взаимодействий. Поэтому мы не будем здесь выписывать какой-либо конкретный кварковый лагранжиан. Отметим лишь, что кварковый сектор полностью независим от лептонного, и стандартные кварковые модели могут быть без труда записаны в суперсимметричной форме. При этом, разумеется, кварки будут сопровождаться скалярными частицами.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Описанная в предыдущем разделе модель показывает, что калибровочные теории слабых и электромагнитных взаимодействий допускают суперсимметричное обобщение, позволяющее естественным образом включить хиггсовские скаляры в калибровочные теории. Рассмотренная модель является минимальной (в смысле числа лептонов) возможностью получить разумный массовый спектр и вид взаимодействия. Вероятно более детальное сравнение с экспериментом потребует более сложных моделей. Критичным может оказаться конкретный вид слабого нейтрального тока. Описанный в третьем разделе механизм спонтанного нарушения суперсимметрии применим к широкому классу калибровочных теорий, и, хотелось бы надеяться, позволит построить модель, удовлетворяющую всем требованиям эксперимента. С эстетической точки зрения представляются предпочтительными модели, содержащие лишь минимальное калибровочное взаимодействие, и не включающие прямого взаимодействия киральных мультиплетов. Такие модели обладают и большей предсказательной силой, так как содержат меньшее число произвольных параметров.

В заключение мы кратко перечислим наиболее характерные особенности объединенных калибровочных моделей со спонтанно нарушенной суперсимметрией.

Суперсимметричные модели с необходимостью включают скалярные поля, которые могут вызвать спонтанное нарушение симметрии посредством механизма Хиггса.

Параметры, характеризующие взаимодействия скалярных полей, связаны с константами калибровочного взаимодействия, что существенно повышает предсказательную силу теории.

Скалярные поля обладают, вообще говоря, ненулевым фермионным зарядом.

Суперсимметричные модели обязательно включают тяжелые лептоны.

Суперсимметрия накладывает жесткие ограничения на массы лептонов и устанавливает соотношения между массами лептонов и векторных мезонов.

В суперсимметричных теориях отсутствует независимая перенормировка масс, что позволяет однозначно вычислять конечные разности масс, а при нулевых затравочных массах и сами массы.

В векторноподобных суперсимметричных моделях нейтральный ток не является чисто векторным.

Суперсимметричные теории, основанные на полупростой калибровочной группе, могут быть асимптотически свободны, несмотря на присутствие скалярных частиц.

Все эти особенности делают суперсимметричные теории чрезвычайно привлекательными с точки зрения возможного описания слабых и электромагнитных взаимодействий.

В перспективе суперсимметрия может объединить в рамках единой теории также и другие взаимодействия, включая сильные и гравитационные. Первые попытки суперсимметричного обобщения гравитации дают обнадеживающие результаты [41–45]. В частности, оказывается, что неперенормируемые ультрафиолетовые расходимости, появляющиеся в теориях, описывающих взаимодействие гравитации с веществом, уже в однопетлевых диаграммах отсутствуют в суперсимметричной гравитации. Это дает основания надеяться на компенсацию расходимостей и в более сложных диаграммах. На сегодня однако эти исследования находятся лишь в начальной, весьма далекой от реального эксперимента стадии, и мы не будем обсуждать их более подробно.

Математический институт
им. В. А. Стеклова АН СССР

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. P. Higgs, Phys. Rev. Lett. 13, 508 (1964).
T. Kibble, Phys. Rev. 155, 1554 (1967).
2. S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. 19, 1264 (1967).
A. Salam, Elementary Particle Physics, Stocholm, Almqvist Forlag AB, 1968.
3. L. Faddeev, V. Popov, Phys. Rev. Lett. 25, 29 (1967).
B. De Witt, Phys. Rev. 162, 1195 (1967).

4. А. А. Славнов, Preprint ITP-7183, Moscow, 1971; ТМФ **10**, 153; **13**, 174 (1972). J. C. Taylor, Nucl. Phys. 88, 436 (1971).
5. G't Hooft, ibid. 35, 173.
B. Lee, J. Zin-Justin, Phys. Rev. 6, 3121 (1972).
G't Hooft, M. Veltman, Nucl. Phys. **44**, 189 (1972).
6. Ю. А. Гольфанд, Е. П. Лихтман, Письма ЖЭТФ **13**, 452 (1971).
7. V. P. Aculov, D. V. Volkov, Phys. Lett. **B46**, 109 (1973).
8. J. Wess, B. Zumino, Nucl. Phys. **B70**, 39 (1974).
9. Л. Мезинческу, В. И. Огиевецкий, УФН **117**, 637 (1975).
10. A. Salam, J. Strathdee, Phys. Rev. 11, 1521 (1975).
11. Ф. А. Березин, Метод вторичного квантования, М., «Наука», 1965.
12. A. Salam, T. Strathdee, Nucl. Phys. **B87**, 85 (1975).
13. P. Fayet, ibid. **B90**, 104.
14. J. Wess, B. Zumino, ibid. **B78**, 1 (1974).
15. A. Salam, J. Strathdee, Phys. Lett. **B51**, 353 (1975).
16. S. Ferrara, B. Zumino, Nucl. Phys. **B79**, 413 (1974).
17. А. А. Славнов, ТМФ **23**, 3 (1975); Nucl. Phys. **B97**, 155 (1975).
18. S. Ferrara, P. Piguet, ibid. **B96**, 134.
19. B. de Wit, Stony Brook Preprint ITP-SB-75-14 (1975).
20. В. К. Кривощеков, А. А. Славнов, Б. А. Файзуллаев, ТМФ **26**, 147 (1976).
21. P. Faylt, J. Illiopoulos, Phys. Lett. **B51**, 461 (1974).
22. L. O'Raifertaigh, Nucl. Phys. **B96**, 331 (1975).
23. P. Fayet, Phys. Lett. **B58**, 67 (1975).
24. P. Fayet, Nucl. Phys. **B90**, 104 (1975).
25. G. B. Mainland, K. Tanaka, Phys. Rev. **D12**, 2394 (1975).
26. W. Bardeen (будет опубликовано).
27. B. de Wit, D. Freedman, Phys. Rev. Lett. 35, 827 (1975).
28. D. Capper, A. Salam, J. Strathdee, Triest Preprint IC/76/16 (1976).
29. А. А. Славнов, Препринт ОИЯИ Е2-9389, Дубна, 1975; ТМФ **27**, 141 (1976).
30. А. А. Славнов, в кн. Нелокальные, нелинейные и неренормируемые теории поля, ОИЯИ, Дубна, Д2-9788, 1976, 165.
31. J. Illiopoulos, B. Zumino, Nucl. Phys. **B76**, 310 (1974).
32. P. Fayet, Preprint PTENS 76/10, Paris, 1976.
33. Б. Понтекорво, ЖЭТФ **34**, 247 (1958).
34. V. Gribov, B. Pontecorvo, Phys. Lett. **B29**, 493 (1967).
35. A. A. Slavnov, Preprint MPI-PAE/PTh 43/76, Munich, 1976.
36. H. Fritzch, P. Minkowski, Phys. Lett. **B56**, 69 (1975).
37. H. Fritzch, M. Gell-Mann, P. Minkowski, ibid. **B59**, 256.
38. A. De Rujula, H. Georgi, S. Glashow, Harward Preprint, 1975.
39. F. Wilczek, A. Zee, R. Kingsley, B. Treiman, Phys. Rev. **D12**, 2768 (1975).
40. S. Pakwara, W. Simmons, S. Tuan, Phys. Rev. Lett. **35**, 702 (1975).
41. D. Freedman, P. van Nieuwenhuizen, S. Ferrara, Phys. Rev. **D13** 3214 (1976).
42. S. Deser, B. Zumino, Phys. Lett. **B62**, 335 (1976).
43. S. Ferrara, P. van Nieuwenhuizen, Stony Brook Preprint ITP-5B-76-48 (1976).
44. M. Grisaru, P. van Neiuwenhuizen, J. A. M. Vermaseren, Stony Brook Preprint ITP-SB-76-52 (1976).
45. M. Grisaru, Brandeis Preprint, 1976.