1977 г. Сентябрь *Том 123, вып. 1*

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

ИЗ ТЕКУЩЕЙ ЛИТЕРАТУРЫ

537.311.5

НОВЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ МЕХАНИЗМА ШУМА $1/f$

Ш. М. Коган

Во многих проводниках при протекании по ним тока наблюдаются электрические флуктуации (напряжения или тока), спектральная плотность которых $S(f)$, т. е. средний квадрат в расчете на единичную полосу частот, по мере понижения частоты f не стремится к конечному значению, а напротив,— растет. Обычно $S(f)$ пропорциональна $1/f$, но часто $S(f) \sim f^{-a}$, где a немного больше или меньше 1. Этот вид шума называют фликкер-шумом или шумом $1/f$, или, наконец, избыточным шумом [1]. Он наблюдается в самых различных проводниках и электронных приборах, и не только в твердых проводниках, но и в жидких электролитах *). Оказалось, что и флуктуации напряжения на мембране живого, т. е. неравновесного, но спокойного, нерва тоже следуют закону $1/f$ [2] **). Особенно велик шум $1/f$ в неоднородных проводниках: в угольных микрофонах, островковых металлических пленках, в проводниках с плохими контактами, с развитой поверхностью, во многих полупроводниковых приборах. Верхняя частота, при которой шум $1/f$ становится заметным, т. е. спектральная плотность шума заметно растет с понижением частоты, достигает в сильно шумящих зернистых проводниках многих килогерц. Что же касается низких частот, то в целом ряде проводников и электронных приборов шум $1/f$ прослежен до $\sim 10^{-5}$—10^{-6} *гц*. Существенно, что спектральная плотность шума при этом не проявляет никакой тенденции к насыщению, т. е. к стремлению к конечному значению при $f = 0$. Прогресс в области техники измерения спектра шума при сверхнизких частотах просто понижает нижний частотный предел, но ни разу не наблюдалось прекращения роста $S(f)$ с понижением частоты f, если шум $1/f$ наблюдался в большом диапазоне частот (в некоторых электронных приборах шум $1/f$ прослежен в диапазоне, соответствующем изменению частоты на ≈ 10 порядков). В этом и состоит парадоксальность шума $1/f$. Ведь $\int_0^\infty df\, S(f)$ есть средний квадрат флуктуирующей величины и должен

*) Обзор результатов исследования шума $1/f$ в полупроводниках и полупроводниковых приборах, а также теоретических моделей см. в брошюре [14].

**) Спектральную плотность флуктуаций типа $1/f$ находят даже в неэлектрических флуктуациях. Оказалось, что количество инсулина, потребное больному диабетом для поддержания неизменного количества сахара в крови, у некоторых больных флуктуирует (при неизменной диете), и корреляционный анализ показал, что спектральная плотность флуктуаций следует закону $1/f$ в большом диапазоне частот [3].

быть конечным. В то же время при наличии шума $1/f$ этот интеграл расходится на нижнем пределе. Более того, согласно теореме Винера — Хинчина в стационарной системе $S(f)$ есть удвоенный фурье-образ функции корреляции флуктуаций во времени $F(t_1-t_2)$:

$$S(f)=2\int_{-\infty}^{+\infty} d(t_1-t_2)\,e^{i\omega(t_1-t_2)}F(t_1-t_2), \quad \omega=2\pi f.$$

Отсюда следует, что производная по частоте

$$\frac{\partial S}{\partial\omega}=2i\int_{-\infty}^{+\infty} d(t_1-t_2)\,e^{i\omega(t_1-t_2)}(t_1-t_2)\,F(t_1-t_2).$$

Как известно, функция корреляции флуктуаций во времени есть четная функция разности времен t_1-t_2. Отсюда следует, что производная $\partial S/\partial\omega$ должна стремиться к нулю при $f\to 0$, а $S(f)$ должна стремиться при $f\to 0$ к конечному значению с нулевым наклоном. В настоящее время не видно, как можно согласовать шум $1/f$ с этой теоремой.

Другое проявление того же парадокса состоит в следующем. Согласно общим представлениям корреляционной теории флуктуаций частотная зависимость спектральной плотности $S(f)$ (и связанная с ней зависимость функции корреляции флуктуаций от разности времен $F(t_1-t_2)$) определяется теми же характерными временами релаксации системы, которые обнаруживаются и в отклике системы на внешнее возмущение. Однако в отклике систем со значительным шумом $1/f$ незаметны столь большие времена релаксации, которые можно было бы считать ответственными за шум $1/f$.

Отмеченные парадоксы некоторыми авторами связываются с нестационарностью систем, обнаруживающих шум $1/f$, т. е. с тем, что такие системы в среднем меняются со временем [4]. Предложен целый ряд *математических* моделей, в которых шум $1/f$ получается. Однако не предложено никакой связи между этими моделями и какими-либо *физическими* системами или моделями физических систем. Более того, нет и экспериментальных доказательств того, что проводники или приборы с заметным шумом $1/f$ в достаточной степени нестационарны.

Исследованию шума $1/f$ посвящено огромное число работ,— больше, чем любому другому механизму шума. Нужно иметь в виду и прикладную сторону проблемы: шум $1/f$ ограничивает чувствительность многих электронных приборов, работающих на низких частотах, в частности усилителей, и приводит также к нестабильности фазы и частоты генераторов высоких частот.

Много работ посвящено выяснению механизма шума $1/f$ в различных системах. Недавно появился цикл статей Кларка с сотрудниками [5–9], которые хотя и не до конца, но все же существенно проясняют природу шума $1/f$ в металлических пленках и доказывают равновесный характер источников шума $1/f$ в пленках как металлов, так и полупроводников.

В серии экспериментов [5, 6] Кларк и Восс измеряли спектральную плотность флуктуаций напряжения $S_U(f)$ на концах тонких (250—2000 Å) однородных пленок ряда металлов и сплавов при комнатной температуре в диапазоне от $\sim 10^{-1}$ *гц* до ~ 1 *кгц*. Образцы имели вид узких «перешейков» (10×150 *мкм*^{2}) между широкими частями пленки. Были исследованы пленки из золота, серебра, меди, висмута и манганина. При пропускании тока во всех случаях, кроме одного, наблюдались флуктуации напряжения со спектром $S_U(f)$, пропорциональным $1/f$. Этим примечательным исключением оказался сплав манганин, электросопротивление которого при комнатной температуре практически не зависит от температуры: $|\beta| = R^{-1}|dR/dT| < 10^{-4}$ *град*$^{-1}$. При изменении среднего напряжения U на образце спектральная плотность флуктуаций напряжения $S_U(f)$ изменялась пропорционально U^2. Эти результаты указывают на то, что низкочастотные флуктуации напряжения на образце вызываются флуктуациями средней по объему образца температуры $\overline{T}$: эти флуктуации модулируют его сопротивление, что и приводит к флуктуациям напряжения при протекании тока по образцу. Тогда $S_U(f) = U^2\beta^2 S_{\overline{T}}(f)$, где $S_{\overline{T}}(f)$ — спектральная плотность флуктуаций усредненной по объему образца температуры.

Авторы [5, 6] измерили также корреляцию флуктуаций напряжения на концах двух частей одной и той же пленки висмута, находящихся на некотором расстоянии L друг от друга. Измеренные флуктуационные напряжения как функции времени $\delta U_1(t)$ и $\delta U_2(t)$ на каждой из двух частей пленки автоматически складывались и вычитались, и измерялись спектральные плотности $S_+(f)$ суммы $\delta U_1 + \delta U_2$ и $S_-(f)$ разности $\delta U_1 - \delta U_2$. Величина

$$C(f) = \frac{S_+ - S_-}{S_+ + S_-}$$

есть мера корреляции флуктуаций $\delta U_1(t)$ и $\delta U_2(t)$, так как она равна нулю, если эти флуктуации не коррелированы, и равна единице, если они совпадают.

Если флуктуации напряжения вызваны флуктуациями температуры, то вследствие распространения тепла по пленке, описываемого уравнением теплопроводности, флуктуации в обеих частях пленки должны быть коррелированными при низких частотах и некоррелированными — при высоких частотах. Именно, если D — коэффициент температуропроводности металла, то за период колебаний (время) $1/f$ тепло распространяется на расстояние порядка $\lambda(f) = \sqrt{D/\pi f}$. Следовало ожидать, что падение $C(f)$ как функции частоты имеет место при $\lambda(f) = L$. Так и оказалось, и этот факт подтвердил, что шум $1/f$ вызван флуктуациями температуры образца.

Интеграл $\int\limits_0^\infty df S_{\overline{T}}(f) = \overline{(\delta\overline{T})^2}$ есть средний квадрат флуктуаций температуры. Из термодинамики известна его величина в состоянии термодинамического равновесия: $\overline{(\delta\overline{T})^2} = kT^2/C$, где k — постоянная Больцмана, C — теплоемкость образца, которая при комнатной температуре равна $3kN_a$ (N_a — число атомов в образце). Отсюда следует, что в пленках металлов и полуметаллов в области шума $1/f$ отношение S_U/U^2 должно быть обратно пропорциональным числу атомов N_a. Этим рассматриваемые объекты отличаются от однородных полупроводниковых образцов, для спектральной плотности шума $1/f$ в которых Хооге нашел эмпирическое соотношение [10] (см. также [11, 12])

$$S_U(f) = \frac{\alpha U^2}{N_c f},$$

где α — константа, примерно равная $2\cdot10^{-3}$, N_c — число носителей тока в образце. Действительно, шум $1/f$ в пленках полуметалла висмута примерно такой же при равных N_a, как в металлах, хотя концентрация свободных носителей тока в висмуте на несколько порядков меньше.

Спектральная плотность флуктуаций температуры $S_{\overline{T}}(f)$ может быть в принципе вычислена путем решения уравнения теплопроводности с флуктуационными источниками тепла, если известны условия теплопередачи внутри пленки и на контакте с подложкой. Однако ни одна из теоретически исследованных моделей флуктуаций температуры в пленке не привела к спектру вида $1/f$ в значительном диапазоне частот.

Из простых физических соображений следует, что в спектре флуктуаций температуры пленки должны быть две характерные частоты, которые связаны с длиной пленки l и шириной ее w: $f_1 = D/\pi l^2$ и $f_2 = D/\pi w^2$. Они представляют собой обратные времена распространения тепла на длину и ширину пленки соответственно. Расчет дает, что при $f \gg f_2$ спектральная плотность $S_{\bar{T}}(f) \sim f^{-3/2}$, а при $f \ll f_1$ $S_{\bar{T}}(f) = \text{const}$. Кларк и Восс сконструировали модельную функцию $S_{\bar{T}}(f)$, которая равна постоянной величине при $f \leqslant f_1$, пропорциональна $f^{-3/2}$ при $f \gg f_2$, а в промежутке между f_1 и f_2 в соответствии с экспериментальными данными положена пропорциональной $1/f$. Требование непрерывности этой «кусочной» функции и равенство $\int\limits_0^\infty df\, S_{\bar{T}}(f) = kT^2/C$ полностью определяют модельную функцию $S_{\bar{T}}(f)$ и, следовательно, $S_U(f)$. В области между f_1 и f_2 она равна

$$S_U(f) = U^2 \frac{\beta^2 kT^2}{C\,[3+2\ln(l/w)]}\,\frac{1}{f}. \tag{1}$$

Эта функция очень хорошо согласуется количественно с измеренными значениями $S_U(f)$, что рассматривается как еще один аргумент в пользу того, что наблюдаемый в металлических пленках шум $1/f$ вызван равновесными флуктуациями температуры образца. Однако на опыте шум $1/f$ наблюдался авторами и при частотах, значительно меньших f_1, хотя при выводе (1) предполагалось, что при этих частотах $S_{\bar{T}}(f)$ не зависит от частоты. Нужно, по-видимому, принять во внимание, что правая часть (1) очень слабо (логарифмически) зависит от длины l и частоты f_1.

Еще раз подчеркнем, что Кларк и Восс постулировали, что $S_{\bar{T}}(f)$ пропорциональна $1/f$. Осталось невыясненным, в силу каких физических причин (например, особенностей теплопередачи на границе пленка — подложка) возникает спектр флуктуаций такого вида. Насколько важны условия теплопередачи на границе пленка — подложка, показано Кларком и Хсиангом [7, 8]. Они измеряли спектральную плотность флуктуаций напряжения на концах тонких пленок из олова и свинца в области перехода из сверхпроводящего состояния в нормальное. Часть пленок была нанесена непосредственно на стекло (образцы типа А), другая часть наносилась не непосредственно на подложку из стекла или сапфира: между пленкой и подложкой был тонкий слой алюминия толщиной 50 Å (образцы типа Б). Как было установлено, прослойка из алюминия значительно улучшает тепловой контакт пленки с подложкой, уменьшая его теплосопротивление.

В образцах типа А спектральная плотность флуктуаций напряжения при пропускании тока была пропорциональна $1/f$ и $U^2\beta^2/V$, где V — объем образца. При этом в оловянных пленках типа А $S_U(f)$ строго следовала полуэмпирической формуле (1), а в свинцовых была раз в 5 меньше. В образцах же типа Б из Sn шума $1/f$ не было: ниже частоты примерно 30 *гц* $S_U(f)$ не менялась с частотой. Наличие прослойки Al изменяло вид спектра и в пленках Pb: пропорциональность $f^{-1,1}$ (тип А) сменялась пропорциональностью $f^{-0,8}$ (тип Б), т. е. шум с понижением частоты рос медленнее. Кроме того, в образцах типа Б была существенно меньше корреляция флуктуаций в двух частях пленки, находящихся на определенном расстоянии L (см. выше). Полученное в этих опытах понимание того, какие факторы определяют шум $1/f$ в пленках в области перехода из сверхпроводящего состояния в нормальное, позволило создать сверхпроводящий болометр с существенно меньшим шумом [13].

Очень важное наблюдение, которое может помочь понять механизм возникновения шума $1/f$ в металлических пленках, было сделано Кларком и Воссом [5, 6]. Они измерили, как изменяется со временем (релаксирует) температура металлической пленки после ее нагревания с помощью тока (температура измерялась по величине сопротивления). В одном случае нагревание было импульсным: авторы наблюдали за тем, как температура пленки возвращается к прежнему значению. В другом случае джоулев нагрев мгновенно включался и далее не изменялся, а измерялось приближение температуры к новому более высокому значению. Интересно, что хотя релаксация $\overline{T}_p(t)$ после включения импульсной мощности длится всего несколько сотых секунды, релаксация $\overline{T}_s(t)$ после ступенчатого включения мощности происходит значительно медленнее и заметна спустя десятки секунд. Косинус-преобразование Фурье функции $\overline{T}_s(t)$, т. е. $\int\limits_0^\infty dt\, \overline{T}_s(t)\cos\omega t$, на протяжении нескольких порядков изменения частоты $f=\omega/2\pi$ ведет себя как $1/f$. В то же время косинус-преобразование Фурье функции $\overline{T}_p(t)$ не зависит от f уже при $f\leqslant 10$ *гц*. Таким образом, в случае шума $1/f$ спектр шума совпадает со спектром вещественной части отклика температуры на вводимую в образец мощность, но именно на ступенчатое включение мощности. Теоретически непротиворечивого объяснения этой закономерности нет.

Целый ряд авторов в поисках механизма шума $1/f$ связывали этот шум с возникновением неустойчивостей в проводнике под действием протекающего по нему тока. Эти теории находятся, по-видимому, в противоречии с тем фактом, что во многих проводниках в области шума $1/f$ спектральная плотность $S_U(f)$ пропорциональна квадрату среднего тока (или U^2). Последнее означает, что ток лишь позволяет обнаружить те флуктуации сопротивления, которые существуют и в отсутствие тока. Излагаемый ниже опыт Кларка и Восса [6, 9] подтверждает это еще раз довольно наглядным образом.

Как известно, спектральная плотность флуктуаций напряжения на концах сопротивления R, шунтированного емкостью C, дается формулой Найквиста: $S_U(f)=4\,kT\,R/(1+\omega^2\tau^2)$, где $\tau=RC$. Восс и Кларк пропускали флуктуационное напряжение, снятое с пленки полупроводника InSb через анализатор спектра в диапазоне частот $\Delta\nu$ от ν_- до ν_+. Наименьшая частота пропущенной полосы $\nu_-\gg 1/2\pi\tau=500$ *гц*. Полученный сигнал $\delta U_{\Delta\nu}(t)$ возводился в квадрат. Величина $P(t)=\delta U^2_{\Delta\nu}$ флуктуировала около среднего значения, даваемого формулой Найквиста:

$$\overline{P}=\overline{\delta U^2_{\Delta\nu}(t)}=\int\limits_{\nu_-}^{\nu_+} d\nu 4kTR\,(1+4\pi^2\nu^2\tau^2)^{-1}\approx\frac{kT}{\pi^2RC^2}(\nu_-^{-1}-\nu_+^{-1}).$$

В правой части этой формулы стоят средние значения флуктуирующих T и R. Низкочастотные ($f\ll\nu_-$) флуктуации $P(t)$ около $\overline{P}$ вызываются двумя причинами: флуктуациями T и R, входящих в формулу Найквиста, и хаотичностью самих найквистовских источников флуктуаций напряжения, т. е. хаотичностью рассеяния носителей тока в R. Вторая причина создавала бы флуктуации $P(t)$ (обозначим их $\delta P_{\text{ext}}(t)$), даже если бы

T и R не флуктуировали. Поэтому

$$\delta P(t) = P(t) - \bar{P} = \delta P_{\text{ext}}(t) + \frac{\partial \bar{P}}{\partial T}\,\delta T(t) + \left(\frac{\partial \bar{P}}{\partial R}\right)_T \delta R_T(t).$$

Последнее слагаемое отвечает флуктуациям R, не связанным с δT.

Спектральная плотность флуктуаций $P(t)$ на низких частотах $f \ll \nu_-$ дается формулой, которая следует из некоррелированности всех трех источников флуктуаций $P(t)$:

$$\frac{S_P(f)}{\bar{P}^2} = \frac{S_{P_{\text{ext}}}(f)}{\bar{P}^2} + (1 - \beta T)^2 \frac{S_T}{T^2} + \frac{S_{R_T}}{R^2}.$$

При $f \ll \nu_-$ $S_{P_{\text{ext}}}$ не зависит от f и, как можно показать, равна $2\int_{\nu_-}^{\nu_+} d\nu\, S_U^2(\nu)$.

Поэтому, если в S_T или S_R есть часть, пропорциональная $1/f$, то при достаточно низких частотах f именно она становится определяющей. Измерения Кларка и Восса [6, 9] показали, что ниже 1 *гц* $S_P(f)$ ведет себя как $1/f$.

Следует подчеркнуть, что исследуемые образцы находились в состоянии термодинамического равновесия: никакой ток от внешнего источника не пропускался. Отсюда можно сделать вывод, что источники шума $1/f$ — равновесные и этот шум не возникает исключительно из-за нарушения равновесия проходящим током или из-за возникновения различных токовых неустойчивостей.

Как уже было сказано выше, исследованиям шума $1/f$ посвящено огромное число работ. Основная часть экспериментов была выполнена на системах, которые обнаруживают интенсивный шум $1/f$ или важны в прикладном отношении, но физически настолько сложны, что разобраться в тех процессах, которые, возможно, ответственны за возникновение шума, чрезвычайно трудно. В последнее время наблюдается переход к изучению сравнительно более простых систем, которые хотя и обнаруживают гораздо меньший шум $1/f$, но зато допускают постановку физических экспериментов. Можно надеяться, что на этом пути насчитывающая полувековую историю проблема шума $1/f$ будет решена.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. С. М. Рытов, Введение в статистическую радиофизику, ч. 1, изд. 2-е, М., «Наука», 1976, § 55.
2. A. A. Verveen, H. E. Derksen, Proc. IEEE, 56, 906 (1968).
3. M. J. Campbell, B. W. Jones, Science 177, 889 (1972).
4. J. L. Tandon, H. R. Bilger, J. Appl. Phys. 47, 1697 (1976).
5. J. Clarke, R. F. Voss, Phys. Rev. Lett. 33, 24 (1974).
6. R. F. Voss, J. Clarke, Phys. Rev., B13, 556 (1976).
7. J. Clarke, T. Y. Hsiang, Phys. Rev. Lett. 34, 1217 (1975).
8. J. Clarke, T. Y. Hsiang, Phys. Rev. B13, 4790 (1976).
9. R. F. Voss, J. Clarke, Phys. Rev. Lett. 36, 42 (1976).
10. F. N. Hooge, Phys. Lett. A29, 139 (1969).
11. F. N. Hooge, A. M. H. Hoppenbrouwers, Physica 45, 386 (1969).
12. F. N. Hooge, Physica 60, 130 (1972).
13. J. Clarke, G. I. Hoffer, P. L. Richards, N. Y. Yen, in: Proc. of the 14th Intern. Conference on Low Temperature Physics (Otaniemi, Finland), v. 4, Amsterdam, North-Holland, 1975, p. 226.
14. А. К. Нарышкин, А. С. Врачёв, Теория низкочастотных шумов, М., «Энергия», 1972.