

521.12

## ГРАВИТАЦИОННЫЕ ВОЛНЫ В КОСМОСЕ И В ЛАБОРАТОРИИ

Л. П. Грищук

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Слабые гравитационные волны . . . . .	629
2. Сравнение свойств электромагнитных и гравитационных волн . . . . .	632
3. Пребывающие частицы в поле гравитационной волны . . . . .	636
4. Детектирование гравитационных волн . . . . .	640
5. Излучение гравитационных волн . . . . .	646
6. Возможности постановки лабораторного эксперимента . . . . .	648
7. Реликтовые гравитоны и возможности их обнаружения . . . . .	651
Цитированная литература . . . . .	655

Трудно переоценить важность информации, которую могут доставить гравитационные волны, идущие из космоса. Гравитационное излучение обладает гигантской проникающей способностью, оно позволяет получить адекватное описание деталей гравитационного коллапса, внутреннего строения сверхновых звезд, физических условий на самых ранних стадиях эволюции Вселенной. (О перспективах гравитационно-волновой астрономии см. <sup>1, 2</sup>.) Но как бы ни были грандиозны планы, связанные с гравитационными волнами космического происхождения, нам не обойтись без настойчивых попыток осуществить лабораторные эксперименты. Гравитационное взаимодействие, в силу его универсальности, не может быть оставлено в стороне фундаментальной физической теорией.

## 1. СЛАБЫЕ ГРАВИТАЦИОННЫЕ ВОЛНЫ

Все физические поля, кроме гравитационного, можно рассматривать как погруженные, заданные в пространстве-времени Минковского. Та или иная величина поля в точках пространства-времени никак не изменяет интервал между ними

$$ds^2 = \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2. \quad (1)$$

Поле может быть сильным или слабым (например, оно может разгонять заряд до скоростей, малых по сравнению со скоростью света с или приближающихся к  $c$ ), но до тех пор, пока не учитывается его способность создавать тяготение, интервал между событиями не меняется. Задать гравитационное поле — это как раз и означает изменить расстояния и промежутки времени между событиями, другими словами, изменить метрику пространства-времени. Изменение четырехмерного интервала между событиями означает (за исключением одного очень специального случая) введение кривизны пространства-времени, и в этом смысле истинное (неустраняемое) гравитационное поле тождественно кривизне.

Кривизна не препятствует возвращению к картине плоского пространства-времени локально, в некоторой 4-мерной области. Размеры области определяются точностью, с которой метрика должна быть не отличима от метрики Минковского. Кривизне пространства-времени в окрестности заданного события можно сопоставить «радиусы кривизны», имеющие размерности длины и указывающие как раз те характерные расстояния и промежутки времени, в пределах которых отличия от плоского мира могут стать значительными. Обозначим характерное значение радиусов кривизны буквой  $\mathcal{R}$ . Если размеры области  $\xi \ll \mathcal{R}$ , то в ней можно ввести локально-инерциальную систему отсчета. Это значит, что метрику можно записать «почти» как в (1), точнее — компоненты метрики будут отличаться от  $\eta_{\mu\nu}$  только на малые величины порядка  $(\xi/\mathcal{R})^2$ .

Таким образом, в локально-инерциальной системе отсчета гравитационное поле (кривизна) проявляется лишь в малых величинах порядка  $(\xi/\mathcal{R})^2$ , но, разумеется, не исчезает полностью. Выбор этой системы отсчета удобен потому, что она наиболее близка к глобальной инерциальной системе, реализуемой в плоском мире.

Локально-инерциальную систему отсчета можно ввести не только в окрестности точки, но и вдоль мировой линии свободно движущейся частицы. Например, наблюдатель, свободно движущийся в произвольном гравитационном поле и снабженный часами и гироскопами, указывающими пространственные направления, реализует локально-инерциальную систему отсчета, причем очень долго, хотя и, возможно, в весьма ограниченном пространственном объеме. Это позволяет описывать кумулятивные эффекты, обязанные наличию кривизны. Примером является изменение с течением времени расстояния между близкими свободно падающими частицами (так называемая девиация геодезических). Относительное изменение расстояния  $\Delta l/l$ , накапливающееся за время  $\Delta t$ , составляет по порядку величины  $\Delta l/l \sim (c\Delta t/\mathcal{R})^2$ .

Есть частный случай гравитационного поля, когда его можно рассматривать до некоторой степени наравне с другими физическими полями, как поле, погруженное в плоское пространство-время. Это случай слабого гравитационного поля. Он характеризуется тем, что метрика всюду в рассматриваемой области пространства-времени мало отличается от метрики Минковского и представима в виде

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}, \quad (2)$$

где  $|h_{\mu\nu}| \ll 1$ . (О сходимости разложений (2) с учетом последующих членов см. в работе<sup>3</sup>.)

Мы видели, что любое гравитационное поле можно сделать сколь угодно слабым в достаточно малом кусочке пространства-времени. Приближение слабого поля предполагает большее — справедливость (2) в области, размеры которой могут значительно превосходить характерные длины и промежутки времени, на которых  $h_{\mu\nu}$  заметно изменяется, и, вообще, эти размеры могут существенно превышать радиусы кривизны, определяемые метрикой (2).

Слабые гравитационные волны принадлежат к классу слабых гравитационных полей и выделяются среди них тем, что поправки  $h_{\mu\nu}$  являются осциллирующими функциями лоренцевых координат и времени, в которых записана метрика  $\eta_{\mu\nu}$ . В этом случае говорят о слабых гравитационных волнах на плоском фоне. По своим свойствам слабые гравитационные волны аналогичны другим физическим волновым полям (см. гл. 2).

Приближение слабых гравитационных волн на плоском фоне не является лишь чисто математической идеализацией, оно оправдано с экспериментальной точки зрения. В пределах Солнечной системы мы имеем дело с очень

незначительными гравитационными полями, создаваемыми Солнцем и планетами. С большой точностью мы можем считать окружающий нас мир плоским. Ясно, что любые лабораторные источники гравитационных волн могут создавать на этом фоне лишь очень слабое добавочное поле волновой природы. Волны, приходящие на Землю из космоса, также могут быть только слабыми, хотя приближение слабого поля вполне может оказаться непригодным вблизи самого источника.

О гравитационных волнах на плоском фоне можно говорить и тогда, когда фоновое пространство само по себе описывает некоторое гравитационное поле, т. е. является искривленным. (Более того, оно обязано быть искривленным уже за счет усредненного «веса» самих гравитационных волн.) Важно только то, чтобы характерные радиусы кривизны фонового мира были велики по сравнению с длиной гравитационной волны  $\lambda$ . Тогда в областях мира с размерами  $\lambda \ll L \ll \mathfrak{R}$  гравитационные волны ведут себя практически так же, как и на плоском фоне. Эффекты типа изменения частоты волны и искривления ее траектории распространения возникают лишь после прохождения расстояния порядка  $\mathfrak{R}$ . Конечно, кардинальные изменения в свойствах волны могут происходить в условиях, когда  $\lambda$  не мало по сравнению с  $\mathfrak{R}$ . Тогда, в частности, становятся возможными эффект усиления классических гравитационных волн и квантовый эффект рождения гравитонов в нестационарном мире (см. гл. 7). В сущности, само понятие гравитационной волны, соответствующее нашим представлениям о других волновых полях, предполагает разбиение гравитационного поля (кривизны) на гладкий фон и слабую волновую «рябь»<sup>4, 5</sup>.

В ситуациях, когда волны перестают быть слабыми, разбиение на фон и волны становится неоднозначным. Различным разбиениям соответствуют отличающиеся по своим свойствам волны и фоновые миры<sup>6</sup>. Полный аппарат теории тяготения Эйнштейна позволяет рассматривать сколь угодно сложные метрики, однако определения гравитационной волны в произвольном случае сильного поля абсолютизируют только те или иные стороны этого явления. В дальнейшем мы рассматриваем только слабые гравитационные волны.

До сих пор мы говорили об инвариантных свойствах гравитационного поля и об его описании в локально-инерциальной системе отсчета. Но выбор системы отсчета в известной мере есть дело самого наблюдателя. Экспериментатор, располагающий гравитационную антенну на поверхности Земли, реализует неинерциальную систему отсчета. Мировые линии элементов его антенны и всей лаборатории не являются геодезическими линиями. Драматическим свидетельством этому может стать падение на пол с ускорением  $g$  неосторожно выпущенного из рук дорогостоящего прибора. Величина ускорения свободного падения  $g \approx 980 \text{ см/сек}^2$  как раз и дает количественное описание тому факту, что земной наблюдатель подвержен ускорению, его мировая линия обладает кривизной. Типичный радиус кривизны мировой линии составляет  $\rho_n \sim c^2/g \sim 10^{18} \text{ см}$ .

Чтобы с помощью набора частиц в своей лаборатории обнаружить гравитационно-волновое поле, экспериментатор должен использовать частицы с близкими значениями четырехмерного ускорения. Соседние частицы будут все время оставаться на одном и том же расстоянии, если они имеют определенное, но чуть-чуть отличающееся ускорение. В связанной системе разность ускорений компенсируется возникающими напряжениями. С принципиальной точки зрения именно так и обстоит дело в реальных экспериментах на Земле. Отличие системы отсчета от инерциальной сводится лишь к тому, что в рабочем теле, которое используется в качестве гравитационной антенны, возникают очень незначительные постоянные деформации.

Остается еще вопрос о том, насколько изменятся сами компоненты волнового гравитационного поля после их пересчета в неинерциальную систему отсчета. Пусть компоненты слабого волнового поля от источника космического происхождения известны в инерциальной системе отсчета, введенной далеко от Земли и в которой сама Земля неподвижна. Тогда в системе отсчета, связанной с покоящимся на Земле наблюдателем, они будут точно такими же с относительной ошибкой порядка  $\mathfrak{H}_\oplus/\rho_H \sim 10^{-5}$ . Если и источник и детектор расположены в лаборатории с пространственными размерами  $L$ , то относительная ошибка будет еще меньше, порядка  $L/\rho_H$ . Таким образом, для решения широкого круга задач можно ограничиться приближением слабых гравитационных волн на плоском фоне.

## 2. СРАВНЕНИЕ СВОЙСТВ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ И ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН

Аналогия между электромагнетизмом и гравитацией начинается с законов Кулона и Ньютона. Оба закона могут быть записаны в форме уравнения Пуассона:

$$\Delta\varphi = -4\pi\rho, \quad (3)$$

$$\Delta\psi = 4\pi G\mu, \quad (3')$$

где  $\varphi$  обозначает электростатический потенциал, а  $\psi$  — гравитационный,  $\rho$  и  $\mu$ , соответственно, — плотность заряда и плотность массы,  $G$  — гравитационная постоянная. Кулоновский закон тяготения двух зарядов  $e$  и  $-e$  превращается в ньютоновский закон притяжения двух одинаковых масс  $m$  путем замены  $e$  на  $\sqrt{G}m$ .

Эллиптический характер уравнений (3), (3') означает, что если заряд или масса изменили своё положение в пространстве, то новые значения поля, соответствующие изменившемуся положению источника, мгновенно устанавливаются во всем пространстве, на любом расстоянии от источника. Ясно, что эти законы могут иметь только ограниченную область применимости и верны приближенно. Как писал Эйнштейн<sup>7</sup>: «Должно было положить себе дорогу убеждение, что ньютонов закон тяготения так же неполно описывает совокупность явлений тяготения, как кулоновы законы электростатики и магнитостатики — совокупность электромагнитных явлений».

Учет конечности скорости распространения изменений поля воплощается в том, что уравнения поля становятся уравнениями гиперболического типа, а именно — волновыми уравнениями. В виде *волновых уравнений* можно записать как уравнения электродинамики, так и уравнения гравидинамики (уравнения Эйнштейна). Оператор Лапласа в уравнениях (3), (3') заменяется оператором Даламбера, а полевые переменные и источники становятся многокомпонентными величинами:

$$\square A^\alpha = -\frac{4\pi}{c} j^\alpha, \quad (4)$$

$$\square \psi^{\alpha\beta} = \frac{16\pi G}{c^4} \tau^{\alpha\beta}, \quad (4')$$

где  $\square = \eta^{\mu\nu}\partial^2/\partial x^\mu\partial x^\nu$ . В правой части уравнений (4') стоит не только тензор энергии — импульса  $T^{\alpha\beta}$  обычной (негравитационной) материи, но и величины  $\tau^{\alpha\beta}$ , объединяющие нелинейные комбинации  $\psi^{\alpha\beta}$ . Тем самым выражается универсальность гравитационного взаимодействия — все виды материи (включая гравитационное поле) подвержены гравитации, но и все виды материи (включая гравитационное поле) создают собственное гравитационное поле.

По электродинамическим потенциалам  $A^\alpha$  и гравитационным потенциалам  $\psi^{\alpha\beta}$  можно определить «наблюдаемые» величины, входящие в уравнения движения свободных пробных частиц, — *тензор электромагнитного поля и тензор кривизны* соответственно. Уравнения (4) и (4') предполагают выполненными калибровочные условия

$$A_{,\alpha}^\alpha = 0, \quad (5)$$

$$\psi_{,\beta}^{\alpha\beta} = 0 \quad (5')$$

(здесь и далее запятая обозначает простое дифференцирование), которые действительно всегда можно удовлетворить с помощью преобразований потенциалов. В электродинамике и линеаризованной теории гравитационного поля эти преобразования не изменяют наблюдаемые величины.

Следствием уравнений (4) и (4'), справедливым, впрочем, и до введения калибровочных условий (5), (5'), являются *дифференциальные законы сохранения* (или *уравнения движения*)

$$j_{,\alpha}^\alpha = 0, \quad (6)$$

$$\tau_{,\beta}^{\alpha\beta} = 0. \quad (6')$$

Им можно сопоставить и интегральные законы сохранения, которые, правда, в случае гравитации имеют довольно формальный характер и приобретают физический смысл для изолированных систем, в асимптотически плоской области пространства-времени.

В отличие от уравнений электродинамики, допускающих произвольное движение источников (ограниченное лишь условием (6)), уравнения гравидинамики в силу своей нелинейности содержат уравнения движения и требуют их решения совместно с уравнениями поля.

В пренебрежении источниками, т. е. при  $j^\alpha = 0$ ,  $\tau^{\alpha\beta} = 0$ , уравнения (4), (4') допускают существование *свободных электромагнитных* и (слабых) *свободных гравитационных волн*, распространяющихся с одной и той же скоростью, со скоростью света.

Есть дополнительный произвол в выборе потенциалов, не нарушающий условий (5), (5'). С помощью этого произвола можно добиться того, чтобы в отсутствие источников удовлетворить всюду в пространстве-времени *дополнительным калибровочным условиям*

$$A_\alpha u^\alpha = 0, \quad (7)$$

$$\psi_{\alpha\beta} u^\alpha = 0, \quad (7')$$

где  $u^\alpha$  — некоторый вектор, который обычно выбирают в виде  $u^\alpha = (1, 0, 0, 0)$ . Если условия (5'), (7') выполнены, то либо равенство

$$\eta^{\alpha\beta} \psi_{\alpha\beta} = 0 \quad (8)$$

оказывается прямым следствием (5'), (7'), либо не все из связей (5'), (7') являются независимыми, и тогда можно добиться выполнения (8) использованием оставшегося произвола. (В некоторых специальных случаях калибровочные условия (5'), (7'), (8) можно удовлетворить и при наличии источников<sup>8</sup>.)

Как в электродинамике, так и в гравидинамике, возможны *плоские волны*:  $A_\mu = A_\mu^{(0)} e^{ik_\alpha x^\alpha}$ ,  $\psi_{\mu\nu} = \psi_{\mu\nu}^{(0)} e^{ik_\alpha x^\alpha}$ . Совокупность калибровочных условий (5), (7) и (5'), (7'), (8) позволяет обратить в ноль все компоненты потенциалов, за исключением двух независимых. Эти две компоненты соответствуют *двум независимым состояниям поляризации* электромагнитных и гравитационных волн. Из тех же калибровочных условий следует,

что плоские волны являются *поперечными и бесследовыми*. Математически это выражается в том, что матрицы потенциалов «поперечны» к изотропно-му волновому вектору  $k^\alpha$  и калибровочному вектору  $u^\alpha$ , причем выполняется (8). С физической точки зрения это означает, что волна в основном смещает пробные частицы в плоскости, перпендикулярной к направлению распространения (см. гл. 3), причем так, что занимаемый частицами объем остается неизменным.

Тензор электромагнитного поля для бегущих электромагнитных волн и тензор кривизны для бегущих гравитационных волн имеют *равные нулю инварианты* и обладают сходной алгебраической структурой. В то же время поля стоячих электромагнитных и гравитационных волн имеют *ненулевые инварианты* и опять-таки находятся в соответствии друг с другом с точки зрения алгебраической структуры<sup>9</sup>.

Запаздывание в передаче изменений поля, которое принимается во внимание *запаздывающими решениями* уравнений (4) и (4'), приводит к тому, что вдали от нестационарного источника, в волновой зоне, наблюдаемые величины убывают с расстоянием по *закону*  $r^{-1}$  вместо закона  $r^{-2}$  электростатики и ньютоновской гравитации.

Гравитационные аналоги заряда, электрического дипольного и магнитно-дипольного моментов постоянны во времени вследствие законов сохранения энергии, импульса и момента импульса (если не учитывать их изменение за счет самого излучения). Сферическое тело, совершающее радиальные движения или аксиально-симметричное тело, вращающееся вокруг оси симметрии, гравитационных волн не излучает. Поэтому наименьшая возможная мультипольность гравитационного излучения — *квадрупольная*, вместо *дипольной* в электромагнитном случае. Соответственно, спин гравитона равен двум, а фотона — единице.

Система, излучающая электромагнитные или гравитационные волны, теряет свою энергию. Чтобы в этом убедиться, достаточно рассмотреть решение полевых уравнений с надлежащими начальными и граничными условиями, не составляя из производных от потенциалов величин типа потока энергии. По известному решению уравнений поля можно найти как поведение детектора, расположенного в волновой зоне, так и изменения в источнике волн, обязанные наличию излучения. Поскольку в гравитодинамике уравнения движения решаются совместно с уравнениями поля, то тем самым автоматически учитывается и «сила радиационного торможения», и ее не надо вводить искусственно, из каких-либо дополнительных соображений, как это делается в электродинамике. Реакцию гравитационного излучения на источник волн, состоящий из медленно движущихся тел со слабым полем, можно найти двумя способами. Либо экстраполируя решение типа расходящихся волн назад, в ближнюю зону, вплоть до расстояний порядка длины волны от источника, и определяя «радиационную» поправку к ньютоновскому гравитационному потенциалу<sup>10-12</sup>. Либо более строго, без каких-либо предположений о характере решения вдали от источника, решая совместно уравнения поля и уравнения движения в ближней зоне, но с обязательным учетом запаздывания<sup>13, 14</sup>. Оба метода дают один и тот же результат, физический смысл которого — уменьшение энергии излучающей системы. В уравнениях движения реакция дипольного электромагнитного излучения сказывается в членах *порядка*  $(v/c)^3$ , а квадрупольного гравитационного излучения — в членах *порядка*  $(v/c)^5$ , где  $v$  — характерная скорость движений в источнике.

В теории электромагнитного поля есть хорошо определенное понятие тензора энергии-импульса. С его помощью можно, например, найти энергию, которую уносят электромагнитные волны, независимо от расчета по затуханию движений в источнике. Для системы, совершающей стацио-

нарное движение (точнее, движение которой было бы стационарным, если бы не было излучения), эта энергия в точности равна работе силы радиационного торможения. В теории гравитационного поля понятие тензора энергии-импульса отсутствует. Величины  $t_{\alpha\beta}$ , естественно возникающие при записи уравнений Эйнштейна в форме (4'), образуют так называемый «псевдотензор», они преобразуются по тензорному закону лишь при линейных преобразованиях координат. Надлежащим выбором системы координат все компоненты  $t_{\alpha\beta}$  можно обратить в ноль в любой точке пространства-времени. Например, псевдотензор Ландау — Лифшица <sup>4</sup> выражается через квадраты первых производных от потенциалов  $\psi_{\alpha\beta}$  примерно так же, как тензор энергии-импульса электромагнитного поля выражается через квадраты первых производных от потенциалов  $A_\alpha$ . Но в локально-инерциальной системе координат все первые производные от метрики в заданной точке исчезают, а вместе с ними обращается в ноль и псевдотензор энергии-импульса. Это обстоятельство нашло свое выражение в широко распространенном мнении о принципиальной нелокализруемости гравитационной энергии <sup>5</sup>. В этом подходе невозможность локализовать гравитационную энергию не мешает, тем не менее, получать разумные физические результаты путем использования интегральных и усредненных величин. Например, уменьшение энергии системы ньютоновского типа вследствие радиационного торможения оказывается в точности равным проинтегрированному по удаленной сфере потоку энергии, вычисленному с помощью псевдотензора энергии-импульса. Разрабатывается и другой подход, который предполагает, что плотность энергии, импульса и натяжений истинного (неустранимого) гравитационного поля должны составлять тензор и выражаться через наблюдаемые величины — компоненты тензора кривизны. На этом пути сформулирован ряд любопытных определений и результатов <sup>15-17</sup>, но все-таки основанием для их получения является скорее формальная аналогия с электродинамикой, чем внутренняя связь с уравнениями Эйнштейна.

Известная незавершенность вопроса об описании энергии и импульса гравитационного поля не ставит, разумеется, под сомнение выводы, относящихся к воздействию гравитационных волн на детектор или к затуханию движений в источнике излучения. Эти выводы сами по себе не нуждаются в таком понятии, как, скажем, поток гравитационной энергии, хотя наиболее просто формулируются при его использовании.

При известных ограничениях (слабое волновое поле или асимптотически плоская метрика в декартовых координатах) можно пользоваться величинами  $t_{\alpha\beta}$ , усреднение которых по пространственно-временным областям в несколько длин волн (для волновой ситуации) дает разумные понятия плотности энергии, потока энергии и натяжений.

Выпишем, например, компоненты *энергии-импульса-натяжений* в плоских волнах, распространяющихся по оси  $x$ . В силу калибровочных условий (5), (7) и (5'), (7'), (8) отличными от нуля оказываются следующие две независимые компоненты потенциалов:  $A_2$ ,  $A_3$  и  $\psi_{22} = h_{22} = -\psi_{33} = -h_{33}$ ,  $\psi_{23} = h_{23}$ . Тогда имеем соответственно:

$$T^{00} = T^{01} = T^{11} = \frac{1}{4\pi c^2} (\dot{A}_2^2 + \dot{A}_3^2), \quad (9)$$

$$t^{00} = t^{01} = t^{11} = \frac{c^2}{16\pi G} (\dot{h}_{23}^2 + \dot{h}_{33}^2). \quad (9')$$

(Здесь и далее точка обозначает производную по  $t$ .)

*Мощность*, излучаемая в виде электромагнитных или гравитационных волн при медленных движениях зарядов или масс, выражается через элек-

трический дипольный момент  $d^i$  или, соответственно, массовый квадрупольный момент  $Q^{ik}$  согласно

$$\frac{d\mathcal{E}_e}{dt} = \frac{2}{3c^3} \ddot{d}_i \ddot{d}^i, \quad (10)$$

$$\frac{d\mathcal{E}_g}{dt} = \frac{G}{45c^5} \ddot{Q}_{ik} \ddot{Q}^{ik}. \quad (10')$$

Гравитационные волны уносят из системы не только энергию, но и момент импульса. Законы сохранения, вытекающие из точной теории и учитывающие излучение, именно так и формулируются: убыль энергии и момента равна соответствующим величинам, уносимым волнами.

Таким образом, гравитационные волны являются неизбежным следствием релятивистской теории тяготения. В условиях, когда их имеет смысл сравнивать с электромагнитными волнами (слабые гравитационные волны на неизменном или медленно меняющемся фоне, а также специальные случаи волн с произвольной амплитудой), они обнаруживают далеко идущую аналогию. Правда, иногда аналогия объективно не имеет места. Может быть, одним из наиболее поразительных примеров этого сорта, приводящим к интересным физическим следствиям, являются конформная инвариантность электродинамических уравнений и конформная инвариантность гравитационно-волновых уравнений (гл. 7).

### 3. ПРОБНЫЕ ЧАСТИЦЫ В ПОЛЕ ГРАВИТАЦИОННОЙ ВОЛНЫ

Как электромагнитная волна вызывает движение пробных зарядов, так и гравитационная волна заставляет двигаться пробные массы. Движение зарядов в поле электромагнитной волны обычно описывают относительно инерциальной системы координат. Движение пробных масс в поле гравитационной волны можно описать относительно системы координат, в максимальной степени приближающейся к инерциальной, т. е. в локально-инерциальной.

Вспомним, как движутся заряды в поле плоской монохроматической электромагнитной волны<sup>4</sup>. Если волна распространяется в направлении оси  $x$ , то проекция траектории в среднем покоящегося заряда на плоскость  $y, z$  представляет собой эллипс, вырождающийся в отрезок прямой линии или окружность для линейно-поляризованной и, соответственно, циркулярно-поляризованной волны. В общем случае есть смещение заряда и по оси  $x$ , которое отсутствует только в случае циркулярно-поляризованной волны.

В системе координат, движущейся относительно исходной вдоль оси  $x$ , изменяется напряженность волны, изменяется ее частота, но отношение характерных размеров эллипса  $\xi$  к длине волны  $\lambda$  остается неизменным, и оно всегда много меньше или порядка единицы:  $\xi/\lambda = h \ll 1$ . Естественно принять это отношение в качестве инвариантной безразмерной амплитуды волны и называть волну слабой, если  $h \ll 1$ . (Параметр  $h$  легко связать с безразмерным отношением  $eE_0/mc\omega$ , по которому также можно судить о силе волны<sup>18</sup>.) Для слабой волны смещения заряда в плоскости  $y, z$  малы по сравнению с  $\lambda$ , но смещения по оси  $x$  еще значительно меньше, они не могут превышать  $x \sim \xi$  ( $\xi/\lambda$ ).

Обратимся теперь к движению частиц в поле слабой плоской гравитационной волны. С помощью калибровочных условий, аналогичных тем, которые используются в электродинамике, волновую метрику можно записать в виде

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - (1-a) dx^2 - (1+a) dx^2 + 2b dx^2 dx^3. \quad (11)$$

Отличны от нуля только две независимые компоненты:  $\psi_{23} = h_{23} = b$ ,  $\psi_{22} = h_{22} = -\psi_{33} = -h_{33} = a$ . Для монохроматической волны

$$a = h_+ \sin [q(x^0 - x^1) + \psi_+], \quad b = h_\times \sin [q(x^0 - x^1) + \psi_\times],$$

причем без ограничения общности можно считать  $\psi_+ = \psi_\times - \pi/2 = \psi$ . Двум состояниям линейной поляризации соответствует выбор  $h_\times = 0$  или  $h_+ = 0$ , двум состояниям круговой поляризации — выбор  $h_\times = \pm h_+$ .

Мировыми линиями свободных пробных частиц являются геодезические пространства-времени (11)<sup>19</sup>. К их числу принадлежат мировые линии  $x^i = \text{const}$ , реализующие ту конкретную систему координат, в которой записана метрика (11).

Введем локально-инерциальную систему отсчета  $\bar{x}^\alpha$ , связанную, скажем, с мировой линией  $x^1 = x^2 = x^3 = 0$ . Вдоль этой линии метрика (с учетом малых членов порядка  $h_+$ ,  $h_\times$ ) должна принимать обычный вид метрики Минковского, и все первые производные от метрики должны обращаться в ноль. Преобразование координат, удовлетворяющее поставленным требованиям, имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} \bar{x}^0 &= x^0 + \frac{1}{4} \frac{\partial a}{\partial x^0} (x^3^2 - x^2^2) - \frac{1}{2} \frac{\partial b}{\partial x^0} x^2 x^3, \\ \bar{x}^1 &= x^1 + \frac{1}{4} \frac{\partial a}{\partial x^0} (x^3^2 - x^2^2) - \frac{1}{2} \frac{\partial b}{\partial x^0} x^2 x^3, \\ \bar{x}^2 &= x^2 - \frac{1}{2} a x^2 - \frac{1}{2} b x^3 + \frac{1}{2} \frac{\partial a}{\partial x^0} x^1 x^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial b}{\partial x^0} x^1 x^3, \\ \bar{x}^3 &= x^3 - \frac{1}{2} b x^2 + \frac{1}{2} a x^3 - \frac{1}{2} \frac{\partial a}{\partial x^0} x^1 x^3 + \frac{1}{2} \frac{\partial b}{\partial x^0} x^1 x^2, \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

где  $a$ ,  $b$ ,  $\partial a/\partial x^0$ ,  $\partial b/\partial x^0$  взяты в точках  $x^1 = x^2 = x^3 = 0$ .

Преобразованная метрика есть

$$\bar{g}_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + O_{\mu\nu} \left( h \frac{\bar{x}^i \bar{x}^j}{\lambda^2} \right),$$

где  $h \sim \sqrt{h_+^2 + h_\times^2}$  — характерное значение амплитуды волны,  $\lambda = 2\pi/q$  — ее длина.

Выясним, как выглядит в локально-инерциальной системе отсчета траектория близкой свободной частицы, покоящейся относительно системы координат  $x^\alpha$ . Пусть  $x^i = l^i = \text{const}$ , причем  $|l^i| \ll \lambda$ . Тогда из (12) следует, что относительно системы координат  $\bar{x}^\alpha$  частица совершает движение по эллипсу, который представляет собой результат сложения трех гармонических движений с одинаковой частотой вдоль направлений  $\bar{x}^1$ ,  $\bar{x}^2$ ,  $\bar{x}^3$ . В среднем частица покоится относительно центра эллипса с координатами  $l^1$ ,  $l^2$ ,  $l^3$ . Ограничимся рассмотрением частиц, в среднем покоящихся в плоскости  $\bar{x}^2$ ,  $\bar{x}^3$ , т. е. положим  $l^1 = 0$ . Траектории таких частиц описываются равенствами:

$$\left. \begin{aligned} \bar{x}^1 &= \frac{1}{2} q h_\times l^2 l^3 \sin(qx^0 + \psi) + \frac{1}{4} h_+ (l^3^2 - l^2^2) \cos(qx^0 + \psi), \\ \bar{x}^2 &= l^2 - \frac{1}{2} h_+ l^2 \sin(qx^0 + \psi) - \frac{1}{2} h_\times l^3 \cos(qx^0 + \psi), \\ \bar{x}^3 &= l^3 + \frac{1}{2} h_+ l^3 \sin(qx^0 + \psi) - \frac{1}{2} h_\times l^2 \cos(qx^0 + \psi), \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

причем  $x^0$  связано с  $\bar{x}^0$  соотношением

$$\bar{x}^0 = x^0 + \frac{1}{2} q h_\times l^2 l^3 \sin(qx^0 + \psi) + \frac{1}{4} q h_+ (l^3^2 - l^2^2) \cos(qx^0 + \psi).$$

Если волна не является линейно-поляризованной, то каждая индивидуальная частица движется по эллипсу в плоскости, единичный вектор нормали к которой, в основном, ориентирован по оси  $\bar{x}^1$ . Проекция траектории на плоскость  $\bar{x}^2, \bar{x}^3$  есть также эллипс с полуосями

$$A = \frac{1}{2} h_{\times} \sqrt{l^2 + l^3}, \quad B = \frac{1}{2} h_{+} \sqrt{l^2 + l^3}.$$

Ориентация главных направлений относительно оси  $\bar{x}^2$  определяется углом  $\theta$ :  $\operatorname{tg} \theta = -l^3/l^2$ .

Если гравитационная волна линейно поляризована, то эллиптическая траектория частицы расположена в плоскости, перпендикулярной к плоскости  $\bar{x}^2, \bar{x}^3$ , а проекция траектории на плоскость  $\bar{x}^2, \bar{x}^3$  вырождается в отрезок прямой линии. В отдельных точках смещение частицы по оси  $\bar{x}^1$  отсутствует (рис. 1).

Характерные размеры эллипса  $\xi$  в плоскости  $\bar{x}^2, \bar{x}^3$  зависят от расстояния  $\rho = \sqrt{l^2 + l^3}$  до начала системы координат, и поэтому  $\xi/\lambda$  не является инвариантным параметром волны. Но отношение  $\xi/\rho$  от  $\rho$  не зависит,

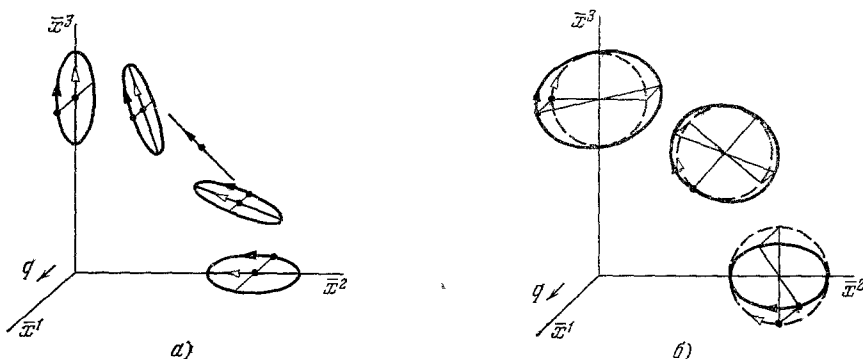


Рис. 1. Движение частицы в поле гравитационной волны.

Темная стрелка указывает пространственное движение частицы, светлая — проекцию траектории на плоскость  $\bar{x}^2, \bar{x}^3$ . На рис. а) волна линейно поляризована (+-поляризация,  $h_{\times}=0$ ), на рис. б) волна циркулярно поляризована (по часовой стрелке,  $h_{\times}=h_{+}$ )

оно пропорционально  $h$  и, как в электродинамике, дает инвариантную безразмерную амплитуду волны. При лоренцевых преобразованиях меняется частота волны, меняется ее напряженность (компоненты тензора кривизны), но  $\xi/\rho$  остается неизменным. Амплитуда колебаний частицы по оси  $\bar{x}^1$  много меньше  $\xi$ , она не превышает  $\bar{x}^1 \sim h\rho^2/\lambda \sim \rho (\xi/\lambda)$ , что опять-таки напоминает ситуацию с электромагнитной волной.

Частица, движущаяся в среднем относительно локально-инерциальной системы отсчета, испытывает периодические отклонения от среднего направления движения. Вдоль траектории изменяется также энергия частицы. Периодические изменения энергии и положения частицы малы (они пропорциональны  $h$ ), но их можно накапливать, заставляя частицу двигаться по определенной траектории. Для исследования этих процессов удобнее использовать систему координат (14), хотя сам эффект, конечно, от способа вычислений не зависит.

Начнем с эффекта систематического изменения энергии (частоты) <sup>19-22</sup>. Пусть частица (или фотон) движется между парой свободных идеально отражающих зеркал, мировые линии которых есть  $x_1^i = 0$ ,  $x_2^i = \text{const}$ . В точке отражения энергия частицы  $ck^0$  и касательные к зеркалу компоненты импульса не изменяются, а нормальная компонента изменяет знак.

Систематическое изменение энергии возможно, если после отражения от второго зеркала частица вернется на первое зеркало ровно через период гравитационной волны, имея при этом другую энергию. Тогда, подбирая ориентацию первого зеркала так, чтобы частица вновь отправилась по той же траектории, можно повторить все сначала. Приращения энергии будут при этом суммироваться.

Между отражениями мировая линия частицы описывается отрезками геодезических. Ясно, что в главном приближении расстояние  $L$  между зеркалами должно быть равно  $n\pi v/qc$ , где  $n$  — целое число,  $v = \sqrt{u^1{}^2 + u^2{}^2 + u^3{}^2}$  — скорость частицы. При  $n = 1$  и  $v = c$  расстояние  $L$  равно  $\lambda/2$ , а при  $v < c$  и  $L < \lambda/2$ . Сшивая отрезки геодезических с соблюдением необходимых условий для компонент 4-импульса, можно найти приращение  $\Delta\omega$ , возникающее после одного отражения и возврата частицы. Эту же величину можно определить, сравнивая разность времен отправления и возвращения пары частиц, следующих одна за другой. Вычисляя тем или иным способом  $\Delta\omega$ , найдем (при  $n = 1$ )<sup>19</sup>

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} = 2 \frac{u^1}{c} \frac{1}{c^2 - u^{12}} \sqrt{4h_{\times}^2 u^2 u^3 + h_{+}^2 (u^2 - u^3)^2} \cos\left(\frac{\pi}{2} \frac{u^1}{c}\right) \times \\ \times \cos\left(-\frac{\pi}{2} \frac{u^1}{c} + \psi + \varphi\right), \quad (14)$$

где  $\operatorname{tg} \varphi = -h(u^2 - u^3)/2h_{\times}u^2u^3$ . Из этой формулы видно, что эффект отсутствует, если  $u^1 = 0$  или  $u^2 = u^3 = 0$ , а также в некоторых других случаях в зависимости от поляризации волны и ее фазы в момент вылета частицы. Максимальное значение  $\Delta\omega/\omega$  достигается, когда частица движется под некоторым углом к направлению распространения волны. После  $Q$  отражений суммарное отношение  $\Delta\omega/\omega$  в  $Q$  раз превышает (14) и по порядку величины составляет  $hQ(v/c)^2$  при  $v \ll c$ , а при  $v \approx c$

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} \sim hQ. \quad (15)$$

Рассмотрим теперь накопление отклонений частицы от среднего направления движения, что приводит к систематическому дрейфу частицы<sup>19</sup>.

Пусть поверхности  $x^2 = 0$  и  $x^2 = L$  являются идеально отражающими зеркалами. При отражении от них компоненты импульса  $k^0$ ,  $k^1$ ,  $k^3$  движущейся частицы не меняются, а  $k^2$  изменяет знак. Пусть в момент времени  $x^0 = 0$  из точки  $x^1 = 0$  вылетает частица строго по нормали к зеркалу. Другими словами, ее 4-импульс с учетом членов порядка  $\hbar$  равен  $k^{\alpha} = \{\omega/c, 0, \omega v/c^2, 0\}$ . Надо выбрать величину  $L$  равной  $(n\pi/q)v/c$  для того, чтобы возвращение частицы на первое зеркало произошло при  $x^0 - x^1 = n2\pi/q$ , т. е. в той же фазе гравитационной волны. Достаточно требовать выполнения этого равенства в главном приближении, так как  $x^0 - x^1$  входит под знаком гармонических функций, уже имеющих малый множитель  $h_{+}$  или  $h_{\times}$ . Если точка возврата сдвинута относительно точки отправления, то повторными отражениями этот сдвиг можно увеличить. Сшивая отрезки геодезических, нетрудно показать, что возвратившаяся после одного отражения частица будет иметь координаты

$$x^1 = -\frac{n\pi}{q} \left(\frac{v}{c}\right)^2 h_{+} \sin \psi, \quad x^2 = 0, \\ x^3 = 2 \frac{v}{qc} [(-1)^n - 1] h_{\times} (\sin \psi + n\pi \cos \psi), \\ x^0 = n \frac{2\pi}{q} (1 + h_{+} \sin \psi) - \frac{n\pi}{q} \left(\frac{v}{c}\right)^2 h_{+} \sin \psi.$$

4-импульс возвратившейся частицы равен

$$k^0 = \frac{\omega}{c}, \quad k^1 = 0, \quad k^2 = -\frac{\omega v}{c^2}, \quad k^3 = 2 \frac{\omega v}{c^2} [(-1)^n - 1] h_x \cos \psi.$$

Сдвиг по оси  $x^3$  и появление компоненты  $k^3$  обязаны наличию  $\times$ -поляризации гравитационной волны. Их можно избежать, если выбрать число  $n$  четным.

Ограничимся рассмотрением сдвига по оси  $x^1$ . После одного отражения он равен  $\Delta x^1 = -L (v/c) h_x \sin \psi$ , т. е. в зависимости от  $\psi$  частица смещается в сторону положительных или отрицательных  $x^1$ .

Таким образом, система из двух зеркал в поле гравитационной волны способна «сортировать» частицы по времени их вылета, раздвигая их в разные стороны. Эффект дрейфа по оси  $x^1$  отсутствует при  $\psi = 0$  или  $\psi = \pi$ . Это случаи, когда средняя траектория частицы, выпущенной по нормали к зеркалу, также нормальна к нему. Чтобы получить эффект и в этих случаях, надо располагать зеркала так, чтобы  $x^1$ -компонента нормали была отлична от нуля.

В случае фотонов наименьшим допустимым расстоянием между зеркалами является  $L = \lambda/2$ . После  $Q$  отражений точка возвращения фотона сдвигается относительно точки отправления на расстояние  $\Delta l$ , определяемое по порядку величины формулой

$$\frac{\Delta l}{\lambda} \sim hQ. \quad (16)$$

Изучение движения отдельных частиц помогает понять картину воздействия волны на более сложные детектирующие системы.

#### 4. ДЕТЕКТИРОВАНИЕ ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН

Детектированию гравитационных волн посвящено большое количество работ как теоретических, так и экспериментальных. Основные идеи и обзоры современного состояния проблемы можно найти в книгах <sup>5, 23-26</sup> и статьях <sup>1, 27, 28</sup>. Мы ограничимся лишь кратким изложением принципиальной стороны дела, а также рассмотрим новое перспективное направление — детектирование гравитационных волн с помощью электромагнитных систем. Приведенные в этом и последующих параграфах оценки могут отличаться от точных выражений числовыми коэффициентами, но не могут содержать больших или малых безразмерных отношений.

Рассмотренные в гл. 3 зеркала, заставляющие частицу двигаться по определенной траектории, представляют собой частный случай возвращающей силы. Другим примером может служить упругий элемент (механический или электромагнитный), соединяющий частицы. Если частота, с которой действует возвращающая сила, совпадает с частотой монохроматической волны, то за  $Q$  ее периодов эффект от воздействия волны возрастает в  $Q$  раз (ср. (15), (16)).

Элементарный осциллятор составляет основу при изучении детектирования гравитационных волн. Картина должна быть дополнена еще двумя существенными пунктами: анализом собственных шумов осциллятора-антенны и изучением его отклика на волновое поле произвольной природы — не обязательно строго монохроматическую волну. Но и это — лишь первые проблемы, с которыми сталкивается экспериментатор. Необходимо анализировать также более тонкие вопросы, связанные с реализацией датчика малых измеряемых величин, его шумов, обратного влияния на антенну, оптимальную стратегию измерений и т. д. <sup>24, 29</sup>.

Взаимодействие слабого волнового поля с гравитационной антенной описывается общеквариантными уравнениями, в которых используется метрика (11) или более сложная, в зависимости от предположений о структуре гравитационного поля. Для твердотельной антенны берут общеквариантные уравнения упругих колебаний, для электромагнитной — общеквариантные уравнения Максвелла и т. п. В конечном счете дело сводится к уравнению вынужденных колебаний, в котором роль вынуждающей силы играют члены, связанные с гравитационной волной. В применении к элементарному механическому осциллятору, рассматриваемому в локально-инерциальной системе координат, получим <sup>23</sup>:

$$\frac{d^2 \xi^i}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{d \xi^i}{dt} + \omega_0^2 \xi^i = -c^2 R_{0k0}^i l^k, \quad (17)$$

где  $R_{0k0}^i$  — компоненты тензора кривизны волнового поля,  $\pm l^k$  — «невозмущенные» координаты масс осциллятора,  $\xi^i$  — малые смещения массы из положения равновесия,  $\omega_0$  — собственная частота осциллятора,  $Q$  — его добротность. Для распределенных систем  $\omega_0$  связано со скоростью звука  $v_s$  и длиной  $l$  соотношением  $\omega_0 \sim v_s/l$ .

В простейшем случае монохроматической волны правая часть уравнения (17) пропорциональна  $h l \Omega^2 e^{i \Omega t}$  (где  $\Omega$  — частота гравитационной волны) и угловым множителям, описывающим ориентацию осциллятора.

Для реально существующих источников величина  $h$  настолько мала, что гравитационная сила в правой части (17) оказывается сравнимой с флуктуационной силой броуновских движений в антенне.

Под действием неустраняемых тепловых флуктуаций осциллятор массы  $m$  совершает хаотически модулированные колебания с частотой  $\omega_0$ . Среднеквадратичная амплитуда колебаний есть  $\bar{A}_B^2 = kT/m\omega_0^2$ , где  $T$  — температура,  $k$  — постоянная Больцмана. Амплитуда и фаза тепловых колебаний существенно изменяются за время порядка времени релаксации  $\tau^* \sim Q/\omega_0$ . За время  $\tau \ll \tau^*$  вероятность значительных изменений очень мала. При  $\omega_0^{-1} \ll \tau \ll \tau^*$  вероятное приращение амплитуды пропорционально  $\sqrt{\tau/\tau^*}$ :

$$\Delta A_B \sim \sqrt{\bar{A}_B^2} \sqrt{\frac{\tau}{\tau^*}}. \quad (18)$$

(Эта формула справедлива при  $Q\hbar\omega_0 \ll kT$ , где  $\hbar$  — постоянная Планка. При  $\tau \sim \omega_0^{-1}$  и  $Q\hbar\omega_0 > kT$ , вплоть до  $Q\hbar\omega_0 \sim kT$ , сказывается квантомеханическая дискретность уровней макроскопического осциллятора, и формула (18) неприменима <sup>24</sup>. При  $kT \sim \hbar\omega_0$  и  $\tau \sim \tau^*$  можно заменить по порядку величины  $kT$  на  $\hbar\omega_0$ :  $\Delta A_B \sim \sqrt{\bar{A}_B^2} \sim \sqrt{\hbar\omega_0/m\omega_0^2}$ .)

Фактическое движение осциллятора есть результат сложения его тепловых колебаний и смещения, вызываемого гравитационной волной. Отклик осциллятора и его предельная чувствительность зависят от характера гравитационного сигнала. В общем случае сигнал изменяет как амплитуду, так и фазу тепловых колебаний осциллятора, причем в зависимости от мгновенного значения фазы может случиться так, что изменится только амплитуда, либо только фаза колебаний, к чему должен быть готов экспериментатор. Можно выделить три типичных режима изменения потенциалов  $h_{\mu\nu}$ : а) монохроматическая волна частоты  $\omega_0$  с характерным временем изменения амплитуды и частоты  $\hat{\tau} \gg \tau^*$ , б) короткий импульс длительности  $\hat{\tau} \sim \omega_0^{-1} \ll \tau^*$ , в) длительный недетерминированный сигнал (широкополосный или узкополосный шум).

Под действием сигнала а) в течение времени  $\tau \ll \tau^*$  амплитуда осциллятора может измениться на величину  $\Delta \xi = h l \omega_0 \tau$ . За время порядка  $\tau^*$  она достигает максимального значения  $h l Q$ . Флуктуационный уход ампли-

туды за время  $\tau$  определяется формулой (18). Пороговое условие обнаружения  $\Delta\xi \gtrsim \Delta A_B$  при времени измерения  $\tau_n = \tau$  имеет вид

$$h \gtrsim \frac{\sqrt{A_B^2}}{l} \frac{1}{\sqrt{Q\omega_0\tau_n}}. \quad (19)$$

Выгодно использовать максимально возможное время наблюдения. При  $\tau_n = \tau^*$  из (19) получаем  $h \gtrsim \sqrt{A_B^2}/lQ$ , или, другими словами, приращение энергии осциллятора за это время

$$\Delta\varepsilon \sim m(\Delta l\omega_0)^2 \sim (hQ)^2 ml^2\omega_0^2 \sim (hQ)^2 \left(\frac{v_s}{c}\right)^2 mc^2$$

должно быть больше, чем  $kT$ :

$$(hQ)^2 \left(\frac{v_s}{c}\right)^2 mc^2 \gtrsim kT. \quad (20)$$

Если можно проводить измерения в течение  $n$  интервалов  $\tau^*$ , то минимальное обнаружимое  $h$  составляет

$$h_{\min} \gtrsim \frac{\sqrt{A_B^2}}{lQ} \frac{1}{\sqrt{n}}.$$

Рассмотрим теперь сигнал типа б). Импульс длительности  $\hat{\tau} \sim \omega_0^{-1}$  имеет широкую полосу частот  $\Delta\omega \sim \hat{\tau}^{-1} \sim \omega_0 \gg \omega_0/Q$ . Выделим резонансную гармонику  $h(\omega_0)$ . Подставляя в (19)  $\tau_n \sim \hat{\tau} \sim \omega_0^{-1}$ , найдем

$$h(\omega_0)_{\min} \gtrsim \frac{\sqrt{A_B^2}}{l} \frac{1}{\sqrt{Q}}. \quad (21)$$

Таким образом, осциллятор с очень высокой добротностью позволяет обнаружить кратковременный сигнал, вызывающий изменение амплитуды в малую долю от равновесного значения  $\sqrt{A_B^2}$ . При этом величина энергии  $\Delta\xi$ , которая вкладывается или извлекается пришедшим импульсом, зависит от мгновенного значения амплитуды и фазы осциллятора<sup>24</sup> и может составлять  $\Delta\xi \sim h^2 (v_s/c)^2 mc^2$  или  $\Delta\xi \sim h (v_s/c) (v/c) mc^2$ , где  $v = \sqrt{A_B^2}/\omega_0$ . Большая разница в возможных  $\Delta\xi$  не изменяет, тем не менее, условия обнаружения (21). Для первых антенн веберовского типа ( $kT \approx 4 \cdot 10^{-14}$  эрг,  $m \approx 10^6$  г,  $\omega_0 \approx 10^4$  сек<sup>-1</sup>,  $l_{\text{эфф}} \approx 50$  см,  $Q \approx 2 \cdot 10^5$ ) потенциальная чувствительность  $h(\omega_0)_{\min} \sim 10^{-18}$ , что предполагает возможность измерения смещений на уровне  $\Delta l \sim hl \sim 5 \cdot 10^{-17}$  см.

Наконец, обратимся к гравитационному сигналу типа в). Если в диапазоне  $\omega_0 \pm \Delta\omega$  спектра интенсивности шума среднеквадратичная амплитуда метрики равна  $\sqrt{h^2}(t, \omega_0 \pm \Delta\omega)$ , то за время  $\tau^*$  амплитуда осциллятора достигает по порядку величины того же максимального значения  $\sqrt{h^2}lQ$ , как и в случае строго монохроматической волны с амплитудой  $h = \sqrt{h^2}$ . Чтобы выделить гравитационно-волновой шум на фоне теплового шума осциллятора, надо знать какие-либо статистические закономерности, отличающие один шум от другого. Целесообразно использование разнообразных корреляционных схем<sup>30</sup>. (Сложнее избавиться от влияния локальных градиентов ньютоновского гравитационного поля<sup>31</sup>). За время наблюдения, содержащее  $n$  интервалов  $\tau^*$ , можно, в принципе, обнаружить сигнал, вызывающий изменение амплитуды в долю величины от  $\sqrt{A_B^2}$ , так что

(см. также <sup>23, 32</sup>)

$$\sqrt{\hbar^2(t, \omega_0 \pm \Delta\omega)} \gtrsim \frac{V\overline{A_B^2}}{lQ} \frac{1}{\sqrt[4]{n}}. \quad (22)$$

В настоящее время усилия экспериментаторов направлены, в основном, на регистрацию сигналов типа б), сопровождающих космические катастрофы, такие как столкновение сверхплотных объектов или несимметричный коллапс. Чтобы обеспечить разумную частоту событий (несколько раз в месяц), приходится ориентироваться на прием гравитационных всплесков от объектов в множестве галактик, находящихся в радиусе  $\sim 10$  Мпс. Это предполагает повышение чувствительности детекторов до уровня  $h(\omega_0)_{\min} \sim 10^{-20} - 10^{-21}$ . Трудность состоит не столько в том, чтобы достичь этой потенциальной чувствительности, уменьшая  $T$  и увеличивая  $Q$ ,  $l$ ,  $m$ , сколько в создании датчика малых смещений, способного зафиксировать  $\Delta l \sim 10^{-19}$  см —  $10^{-20}$  см. Можно надеяться, что эта программа, тем не менее, будет реализована.

Локально-инерциальная система удобна при рассмотрении детекторов, имеющих малые размеры по сравнению с длиной гравитационной волны. Это имеет место в твердотельной антенне, поскольку  $l/\lambda \sim v_s/c \ll 1$ . Детектирование гравитационных волн можно осуществлять также электромагнитными резонаторами <sup>22</sup>, размеры которых, в силу одинаковой скорости распространения электромагнитных и гравитационных волн, оказываются сравнимыми с  $\lambda$ , если используется явление резонанса. В этом случае удобнее вести рассмотрение в синхронной системе координат с метрикой типа (11). Из общеквариантных уравнений Максвелла

$$F_{\alpha\beta, \gamma} + F_{\gamma\alpha, \beta} + F_{\beta\gamma, \alpha} = 0, \quad F_{\beta}^{\alpha\beta} = -\frac{4\pi}{c} j^{\alpha} \quad (23)$$

легко получить обобщение обычного волнового уравнения на случай, когда присутствуют внешние гравитационные поля:

$$F_{\mu\nu; \alpha}{}^{\alpha} + R_{\mu\nu\alpha\beta} F^{\alpha\beta} + R_{\mu}^{\alpha} F_{\nu\alpha} + R_{\nu}^{\alpha} F_{\alpha\mu} = \frac{4\pi}{c} j_{[\mu, \nu]}. \quad (24)$$

Если полем тяготения является слабое поле  $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}$ , удовлетворяющее калибровочным условиям (5'), то уравнение (24) приобретает вид

$$F_{\mu\nu, \alpha}{}^{\alpha} + \frac{4\pi}{c} j_{[\mu, \nu]} = \\ = h^{\alpha\beta} F_{\mu\nu, \alpha, \beta} - (h^{\alpha\beta, \gamma} + h^{\beta\gamma, \alpha} - h^{\alpha\gamma, \beta}) \eta_{\alpha[\mu} F_{\nu]\beta, \gamma} - h_{\alpha[\mu, \nu], \beta} F^{\beta\alpha}. \quad (25)$$

Для детектирования пригодно как свободное, не ограниченное отражающими стенками электромагнитное поле (что эквивалентно свободным массам), так и поле в резонаторе (что эквивалентно механическому осциллятору). Наиболее просто задача решается для идеального резонатора, обладающего бесконечной проводящими стенками и непроводящим диэлектриком. Такой резонатор имеет бесконечную добротность. Однако всякий реальный резонатор обладает конечной добротностью  $Q$ , которую можно связать с эффективной проводимостью диэлектрика  $\sigma$ :  $\sigma = \omega/4\pi Q$ . Тогда токи в уравнении (25) выражаются через напряженность электрического поля  $j_i = -\sigma F_{0i}$ , а стенки резонатора можно считать идеальными, т. е. формулировать граничные условия на них как  $F_{0i(\text{tang})} = E_{(\text{tang})} = 0$ . Поскольку мы предполагаем, что частота гравитационной волны совпадает с собственной частотой электромагнитного поля в резонаторе, то элементы оболочки резонатора под действием волны ведут себя как свободные частицы. Действительно, низшие собственные частоты оболочки резонатора ( $\omega_s$ ) и электромагнитного поля в нем ( $\omega$ ) относятся как  $v_s/c$ , следовательно,

$\omega_s \ll \omega \sim \Omega$  и упругой силой в уравнениях движения оболочки резонатора можно пренебречь по сравнению с гравитационной. Граничные условия для поля в резонаторе задаются на мировых линиях элементов его оболочки. В синхронной системе координат они описываются простыми уравнениями  $x^i = \text{const}$ .

Величины  $F_{\mu\nu}$  представляют собой сумму «невозмущенного» поля  ${}^{(0)}F_{\mu\nu}$  и поправки  ${}^{(1)}F_{\mu\nu}$ , обязанной своим происхождением действию гравитационной волны. Уравнения (25) удобно решать для величин  ${}^{(1)}F_{0i}$ , а остальные компоненты  ${}^{(1)}F_{ih}$  определять из (23). Разлагая решение по собственным функциям невозмущенной краевой задачи  ${}^{(1)}F_{0i} = \sum_n E_n(t) \psi_n(x, y, z)$ , из (25) получим уравнение затухающего осциллятора с вынуждающей силой, состоящей из членов в правой части уравнения (25):

$$\ddot{E}_n + \frac{\omega_n}{Q} \dot{E}_n + \omega_n^2 E_n = f(t). \quad (26)$$

Конкретное выражение для силы зависит от исходного поля  ${}^{(0)}F_{\mu\nu}$ , вида гравитационной волны, соотношения их фаз и частот и т. д. Если в резонаторе присутствует собственное колебание электромагнитного поля (стоячая волна) с частотой  $\omega_n$ , то в результате взаимодействия с гравитационной волной частоты  $\Omega$  появляется вынуждающая сила на частотах  $\omega_m = \Omega \pm \omega_n$ . Явление резонанса возникает, когда  $\omega_m$  оказывается собственной частотой, причем эффект тем больше, чем более низкая собственная частота возбуждается.

Выделим три характерных случая:

а) исходное поле  ${}^{(0)}F_{\mu\nu}$  является постоянным полем ( $\omega_n = 0$ ) с напряженностью  $H$ .

б)  ${}^{(0)}F_{\mu\nu}$  есть собственное колебание частоты  $\frac{1}{2}\Omega$  с характерной напряженностью  $E$ .

в)  ${}^{(0)}F_{\mu\nu}$  есть сумма постоянного поля  $H$  и слабого собственного колебания с характерной напряженностью  $E_1 \ll H$  и частотой  $\Omega$ .

В случае а) на фоне постоянного поля появляется стоячая волна с частотой  $\Omega$ . Амплитуда напряженности  ${}^{(1)}E$  растет со временем и к моменту  $t^* \sim Q/\Omega$  достигает максимального значения  ${}^{(1)}E \sim hQH$ . Чтобы вычислить изменение полной энергии электромагнитного поля в резонаторе  $\Delta \mathcal{E}$ , надо найти все компоненты  ${}^{(1)}F_{\mu\nu}$  и проинтегрировать плотность энергии по объему  $V \approx (c\pi/\Omega)^3$ . При этом члены, линейные по  $h$ , исчезнут, и получится формула вида

$$\Delta \mathcal{E} \sim (hQ)^2 \mathcal{E}, \quad (27)$$

где  $\mathcal{E} = (H^2/8\pi) V \sim H^2 (c/\Omega)^3$ . Будем считать условие обнаружения выполненным, если  $\Delta \mathcal{E} \gtrsim \hbar\Omega$  (ср. с (20)). Это соответствует предположению, что порцию энергии в один или несколько квантов  $\hbar\Omega$  можно различить на фоне электромагнитных флуктуаций частоты  $\Omega$ . Тогда обнаружимое  $h$  есть

$$h \gtrsim \frac{1}{Q} \sqrt{\frac{\hbar\Omega^4}{H^2 c^3}}. \quad (28)$$

При  $H = 10^5$  гс,  $Q = 10^{12}$ ,  $\Omega = \pi c/l \sim 10^9$  сек $^{-1}$  получаем довольно низкое обнаружимое  $h \sim 10^{-27}$  и соответствующий поток  $I \approx 10$  эрг/сек·см $^2$ , но, к сожалению, астрофизические периодические источники в этом диапазоне не известны, а возможностей лабораторных излучателей для этого уровня все еще недостаточно (см. гл. 6.)

В случае б) гравитационная волна вызывает появление добавочного поля на той же частоте  $\Omega/2$ , на которой существует исходное поле. Колеба-

ния будут складываться, и в зависимости от соотношения фаз это приведет к изменению амплитуды или фазы поля  ${}^{(0)}F_{\mu\nu}$ . Если изменяется амплитуда, то к моменту  $\tau^*$  будем иметь  ${}^{(1)}E \sim hQE$ . Полная энергия в резонаторе, кроме затухания исходного поля в соответствии с добротностью резонатора, изменится на дополнительную малую величину

$$\Delta \mathcal{E} \sim (hQ) \tilde{\mathcal{E}}, \quad (29)$$

где  $\tilde{\mathcal{E}} = (E^2/4\pi) V \sim E^2 (c/\Omega)^3$ . Хотя здесь  $\Delta \mathcal{E}$  линейно по малой величине  $hQ$  (в отличие от (27)), это не улучшает возможностей обнаружения, так как на резонансной моде есть большое число уже существующих квантов, порядка  $N \sim \tilde{\mathcal{E}}/\hbar\Omega$ . Сигнал можно считать обнаруженным, если окажется, что  $\Delta \mathcal{E}/\hbar\Omega \gtrsim \sqrt{N}$ . Тогда для обнаружимого  $h$  получим условие того же типа, что и (28):  $h \gtrsim (1/Q) \sqrt{\hbar\Omega^4/E^2c^3}$ .

Наконец, в случае в) гравитационная волна, взаимодействуя, в основном, с мощным постоянным полем, будет создавать колебание на частоте  $\Omega$ , складывающееся с исходным. За время релаксации накопится  $\Delta \mathcal{E} \sim \sim (hQ) (H/E_1) \tilde{\mathcal{E}}$ , где  $\tilde{\mathcal{E}} \sim E_1^2 (c/\Omega)^3$  — полная энергия, сосредоточенная в невозмущенном переменном поле. Записав условие обнаружения в виде  $\Delta \mathcal{E}/\hbar\Omega \gtrsim \sqrt{\tilde{\mathcal{E}}/\hbar\Omega}$ , опять получим (28). В случае в), как и в случае б), из-за гравитационной волны затухание со временем исходного переменного поля немного изменяется, что можно также описать как малое изменение добротности резонатора:  $\Delta Q \sim (hQ) Q$ .

Таким образом, общие принципы детектирования гравитационных волн как с помощью электромагнитных, так и механических систем, — одинаковы. Ясно, что электромагнитный резонатор удобнее для детектирования коротких волн, а механический осциллятор — для длинных. Впрочем, длинные волны можно синхронно детектировать и компактными электромагнитными системами, реализованными в виде колебательных контуров с низкими собственными частотами. Эффективность использования того или иного варианта приема определяется, конечно, достижимыми техническими параметрами, простотой изготовления, стоимостью и т. д. Не исключено, что очень ценной окажется схема «неразрушающих квантовых измерений»<sup>33</sup>, которая, возможно, позволит обнаруживать одиночные кванты в радиодиапазоне.

К настоящему времени известно огромное количество оригинальных предложений по детектированию гравитационных волн. Они включают использование нейтральных и заряженных частиц, жидких и твердых тел, разнообразных механических и электромагнитных систем (довольно подробную библиографию см., например, в работах<sup>1, 5, 27, 34</sup>). Отличаются измеряемые величины и способы их измерений, но в основе каждого предложения стоит воздействие слабого гравитационного поля на свободные массы или осциллятор. В каждой системе можно ввести эффективную добротность и собственные шумы. Если речь идет о монохроматической волне, то относительное изменение той величины, которая меняется волной, будет всегда порядка  $h$  или  $hQ$  (исключая, конечно, тривиальные и невыгодные случаи). В математическом отношении детектирующие системы описываются уравнениями с переменными (за счет гравитационно-волнового поля) коэффициентами. Новый момент возник бы, если бы удалось создать систему, для которой  $hQ \sim 1$  (что пока находится далеко за пределами возможного). В этом случае можно было бы добиться параметрического резонанса, когда увеличение энергии системы превышает ее диссипацию, и рост амплитуды колебаний ограничивается лишь нелинейностью системы.

## [5. ИЗЛУЧЕНИЕ ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН

До сих пор величина амплитуды  $h$  гравитационно-волнового возмущения оставалась неопределенной. Ясно, что в земных условиях мы можем иметь дело только с чрезвычайно малыми  $h$  как лабораторного, так и космического происхождения, но конкретное значение  $h$  зависит от источника. Чтобы получить представление о «типичных» величинах, предположим, что в центре Галактики, т. е. на расстоянии  $R \approx 3 \cdot 10^{22}$  см от Земли, масса  $m$  порядка солнечной, с характерными размерами  $l \sim r_g \sim Gm/c^2 \sim 3 \cdot 10^5$  см, целиком превращается в гравитационное излучение за время  $\tau \sim r_g/c \sim \sim 10^{-5}$  сек. Делая очень грубую оценку по формуле (10), получим, что излучаемая мощность от  $m$  не зависит и равна  $d\mathcal{E}_g/dt \approx c^5/G$ , а величина  $h$  на характерной частоте  $\nu \sim c/r_g \sim 10^5$  гц есть  $h \sim c_g/R \sim 10^{-17}$ . Строгий расчет, скорее всего, только существенно уменьшит эту величину.

Теория излучения хорошо разработана для случая слабого поля (см. обзор различных методов расчета в работе <sup>35</sup>). Запаздывающее решение уравнений (4') есть

$$\psi_{\alpha\beta} = -\frac{4G}{c^4} \int \frac{(\tau_{\alpha\beta})_{,r}}{R} dV, \quad (30)$$

где

$$\psi_{\alpha\beta} \equiv h_{\alpha\beta} - \frac{1}{2} \eta_{\alpha\beta} h_{\mu\nu} \eta^{\mu\nu},$$

а  $\tau_{\alpha\beta}$ , кроме тензора энергии — импульса материи  $T_{\alpha\beta}$ , включает также квадратичные по  $\psi_{\alpha\beta}$  члены, если излучающая система является гравитационно-связанной.

Решение (30), найденное для изолированного источника, автоматически удовлетворяет условиям (5'). Если источник является многокомпонентным, т. е. состоит из нескольких частей с разными  $T_{\alpha\beta}$ , то достаточно находить  $\psi_{ik}$  по той из частей, которая дает в  $\psi_{ik}$  наибольший вклад, а  $\psi_{0\alpha}$  вычислять непосредственно из (5') <sup>36</sup>. По известным  $\psi_{\alpha\beta}$  в волновой зоне можно найти поток энергии и полную излучаемую мощность, причем для этого надо знать лишь «физические» компоненты  $\psi_{\alpha\beta}$ , удовлетворяющие условиям (5'), (7'), (8). Если размеры источника малы по сравнению с длиной волны, то вычисление  $\psi_{ik}$  сводится к нахождению вторых производных по времени от квадрупольного момента, а полная мощность выражается формулой (10').

Дадим сравнение эффективности механических и электромагнитных излучающих систем, причем сделаем это в форме, пригодной для оценки возможностей лабораторного эксперимента <sup>37</sup>. Индексы у компонент поля, а также числовые коэффициенты не пишем. Рассмотрим элементарные механический ( $m$ ) и электромагнитный ( $e$ ) излучатели, создающие гравитационное излучение на одной и той же длине волны  $\lambda$ . Термин «элементарный» означает, что в первом случае размеры излучателя порядка  $\lambda_s$ , а во втором —  $\lambda_e$ , где  $\lambda_s$  — длина звуковой волны, а  $\lambda_e$  — электромагнитной. Примерами элементарных излучателей могут служить колеблющийся брусок твердого тела и стоячая электромагнитная волна в резонаторе. Будем сравнивать амплитуду гравитационно-волнового поля на границе волновой зоны. Множитель  $1/R$  выносим из-под знака интеграла (30) и заменяем на  $1/\lambda$ . При  $R > \lambda$  амплитуда волны спадает как  $1/R$ .

Пусть  $A$  есть амплитуда упругих колебаний в элементарном  $m$ -излучателе. Компоненты  $T_{ik}$  представляют собой тензор упругих натяжений  $\sigma_{ik}$ , пропорциональный пространственным производным от вектора смещений. Множитель пропорциональности, модуль упругости, можно выразить через плотность материала  $\rho_m$  и  $\nu_s^2$ . Следовательно, характерная ампли-

туда тензора  $\sigma_{ik}$  есть  $\sigma_m \sim \rho_m v_s^2 A / \lambda_s$ . Так как  $\omega \sim c / \lambda \sim v_s / \lambda_s$ , то  $\lambda_s \sim (v_s / c) \lambda \ll \lambda$ . Это означает, что элементарный  $m$ -излучатель находится глубоко внутри индукционной зоны и запаздывание в (30) пренебрежимо мало. Для амплитуды гравитационной волны на границе волновой зоны получим

$$h_m \sim \frac{G}{c^4} \frac{1}{\lambda} \sigma_m \lambda_s^3 \sim \frac{r_{gm}}{\lambda} \frac{v_s}{c} \frac{v}{c} \sim \frac{\tilde{r}_{gm}}{\lambda} \left( \frac{v_s}{c} \right)^2, \quad (31)$$

где  $r_{gm} \sim G \rho_m \lambda_s^3 / c^2$  — гравитационный радиус  $m$ -излучателя,  $\tilde{r}_{gm} \sim (G \rho_m \lambda_s^3 / c^2) A / \lambda_s$  — гравитационный радиус переменной части массы излучателя,  $v \sim (A / \lambda_s) v_s$  — скорость движений в источнике.

В применении к астрономической гравитационно-связанной системе с массой  $M$ , размерами  $R$  и характерной скоростью движений  $(v/c)^2 \sim GM/c^2 R$  формула (31) дает

$$h_M \sim \frac{r_{gM}}{\lambda} \left( \frac{v}{c} \right)^2, \quad (32)$$

где  $r_{gM} \sim GM/c^2$ . В благоприятном случае пары звезд солнечной массы, обращающихся с периодом в 0,5 дня и находящихся на расстоянии  $3 \cdot 10^{19}$  см от Земли, получаем  $h \sim 5 \cdot 10^{-17}$  на границе волновой зоны и  $h \sim 5 \cdot 10^{-21}$  на Земле с частотой волны  $\nu \approx 10^{-5}$  гц.

Излучение одиночной вращающейся звезды зависит от асимметрии относительно оси вращения. В формуле (32)  $r_g$  должно относиться как раз к «асимметричной» доле массы. Предельно оптимистические предположения о пульсаре в Крабе приводят к  $h \sim 10^{-25}$  на Земле с частотой  $\nu \approx 60$  гц<sup>1</sup>. Однако постепенный уход частоты излучения не позволяет использовать длительное резонансное выделение сигнала из шума, если не подстраивать частоту самой антенны.

Наконец, применение (32) к коротким гравитационным всплескам от сильно асимметричных взрывов, коллапсов, колебаний только что рожденных нейтронных звезд и т. п. приводит в случае объектов солнечной массы, расположенных в центре Галактики, к  $h \sim 10^{-20} - 10^{-17}$  на характерных частотах  $\nu \sim (1 - 10^5)$  гц. (О гравитационном излучении импульсного типа см. также <sup>33-42</sup>.) Теперь рассмотрим элементарный  $e$ -излучатель. Так как в этом случае  $\omega \sim c / \lambda \sim c / \lambda_e$ , то объем излучателя порядка  $\lambda^3$ , и его размеры находятся на пределе применимости формулы (30) без учета запаздывания. Амплитуда  $\sigma_e$  электромагнитного тензора натяжений совпадает по порядку величины с амплитудой плотности энергии переменного электромагнитного поля  $\varepsilon_e$ . (Если поле есть сумма значительного постоянного поля с плотностью энергии  $\varepsilon^c$  и добавочного переменного поля с плотностью энергии  $\tilde{\varepsilon}$ , то интересующее нас  $\sigma_e \sim \sqrt{\varepsilon^c \tilde{\varepsilon}}$ .) На границе волновой зоны получим

$$h_e \sim \frac{G}{c^4} \sigma_e \lambda^2 \sim \frac{r_{ge}}{\lambda}, \quad (33)$$

где  $r_{ge} \sim G \rho_e \lambda^3 / c^2$  — гравитационный радиус  $e$ -излучателя и  $\rho_e c^2 = \varepsilon_e$ . Отношение (31) к (33) есть  $h_m / h_e \sim (\rho_m / \rho_e) (v_s / c)^5 A / \lambda_s$ . Оно много меньше единицы при умеренных значениях входящих сюда параметров, так что элементарный  $e$ -излучатель много эффективнее элементарного  $m$ -излучателя. Например, при  $\rho_m \sim 1$  г/см<sup>3</sup>,  $\rho_e \sim 10^{-18}$  г/см<sup>3</sup>,  $(v_s / c) \sim 10^{-5}$ ,  $(A / \lambda_s) \sim 10^{-3}$  имеем  $h_m / h_e \sim 10^{-10}$ . Однако объем  $e$ -излучателя ( $\sim \lambda^3$ ) сильно превышает объем  $m$ -излучателя. Возникает вопрос об их сравнительной эффективности при одинаковости объемов. В объеме  $\lambda^3$  можно разместить  $N \sim (\lambda / \lambda_s)^3 \sim (c / v_s)^3 \gg 1$  элементарных  $m$ -излучателей. Чтобы их гравитационно-волновые поля складывались в области приема и не гасили

друг друга, излучатели должны быть специально сфазированы. Конечно, на практике  $m$ -излучатель с объемом  $\lambda^3$  не обязательно должен состоять из  $N$  отдельных тел. Он может быть реализован как единое тело, работающее когерентно. Когерентности можно достичь с помощью внешнего воздействия, например, с помощью электрострикции, как предлагал Вебер<sup>23</sup>. Однако техническая реализация такой когерентности, вероятно, не является простым делом. Отметим, что когерентность  $e$ -излучателя с объемом  $\sim \lambda^3$  достигается автоматически, поскольку  $\lambda_c \sim \lambda$ .

Допустим, что когерентность  $m$ -излучателя реализована в той же мере, в которой она автоматически имеет место в  $e$ -излучателе того же объема ( $\sim \lambda^3$ ). Тогда когерентный  $m$ -излучатель создает на границе волновой зоны

$$h_{mc} \sim N h_m \sim \frac{G}{c^4} \sigma_m \lambda^2$$

и, следовательно,

$$\frac{h_{mc}}{h_e} \sim \frac{\rho_m}{\rho_e} \left( \frac{v_s}{c} \right)^2 \frac{A}{\lambda_s} \sim \frac{\sigma_m}{\sigma_e}.$$

Таким образом, сравнительная эффективность одинаковых по объему излучателей определяется величиной достижимых натяжений, но при условии, что  $m$ -излучатель работает когерентно.

Предельно большие натяжения (на границе статической точки разрыва) для известных материалов лежат в районе  $\sigma_m \sim 10^9$  дин/см<sup>2</sup>. Предположим, что они осуществлены в динамическом режиме в когерентном  $m$ -излучателе. Тогда он создает такую же амплитуду гравитационной волны, как и электромагнитный излучатель того же объема с характерными значениями  $E \sim H \sim 10^6$  гс. Если говорить о возможных лабораторных системах, то значительно больший объем когерентности и сравнительно простые принципы изготовления, вероятно, отдадут предпочтение электромагнитному варианту.

Когерентность излучателя можно реализовать и в объемах, значительно превышающих  $\lambda^3$ . В этом случае можно достичь интерференционный «фокусировки» гравитационного излучения. (Детальный расчет излучения, производимого электромагнитными резонаторами, см. в работах<sup>43 44</sup>.) Здесь же отметим, что обзор предложений по использованию макроскопических квантовых объектов, как генераторов и детекторов гравитационных волн, содержится в работе<sup>48a</sup>.

## 6. ВОЗМОЖНОСТИ ПОСТАНОВКИ ЛАБОРАТОРНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

Вполне понятно, что самые первые попытки обнаружить гравитационные волны связывались с естественными, а не искусственными источниками и детекторами. К сожалению, Земля в качестве детектора волн космического происхождения приводит к слишком большому верхнему пределу интенсивности, который превосходит даже оценки, основанные на космологических данных<sup>28, 45</sup>. Современный этап характеризуется созданием чувствительных искусственных гравитационных антенн, но по-прежнему в расчете на космические источники. Эти исследования были сильно стимулированы известными наблюдениями Вебера<sup>46</sup>. Однако в опытах Вебера самым удивительным было бы то, если бы они подтвердились, потому что они свидетельствовали бы о совершенно фантастических процессах, для существования которых не видно серьезных астрофизических оснований<sup>1, 4</sup>. Сейчас основные надежды экспериментаторов связываются с более вероятными, но все еще довольно экзотическими источниками. Нет сомнений, что возможности приема будут улучшаться, а сама «космическая» программа будет продолжаться до тех пор, пока сигналы от источников

того или другого типа не будут достоверно зарегистрированы. Любопытно, однако, что требования, которые должны быть предъявлены к детектору излучения от заведомо существующих астрономических источников, ненамного превышают те, с которыми мы сталкиваемся при рассмотрении принципиально реализуемых лабораторных вариантов (здесь, конечно, счет идет не на «единицы», а на «порядки»).

Мощность лабораторного излучателя ничтожна по сравнению с мощностью космических источников, но преимущество лабораторного излучателя в том, что его можно расположить рядом с детектором, оптимальным образом выбрать форму, использовать длительное резонансное накопление сигнала и т. д. В случае необходимости можно создать излучатель с размерами, намного превышающими  $\lambda$ , и добиться «фокусировки» гравитационного излучения. Важным достоинством является возможность управлять излучением, что повышает однозначность интерпретации наблюдений.

Различные источники могут создавать как монохроматическую волну, так и короткие всплески гравитационного излучения (например, при асимметричном взрыве бомбы<sup>486</sup>). Хотя амплитуда гравитационного поля во втором случае может быть несколько выше, чем в первом, но невозможность синхронного выделения сигнала сильно уменьшает целесообразность этого пути, не говоря уже о том, что в конечном счете нас интересует не столько сам факт регистрации гравитационного излучения, сколько возможность, в перспективе, использовать его в физических экспериментах.

Дадим описание одного из лабораторных вариантов, включающих излучатель и детектор электромагнитного типа (подробно см. в<sup>44</sup>). Их принципы действия и преимущества обсуждались в гл. 4 и 5. Схема эксперимента изображена на рис. 2.

В резонаторе-излучателе торовидной формы создано не зависящее от координаты  $\varphi$  переменное электромагнитное поле на собственной частоте  $\omega = ck$ . Электромагнитные натяжения излучают гравитационную волну на частоте  $\Omega = 2\omega = cK$ . Сходящаяся к оси симметрии волна превращается затем в расходящуюся, и в результате интерференции в фокальной области излучателя образуется стоячая цилиндрически-симметричная гравитационная волна. Компоненты гравитационного поля в фокальной области имеют вид

$$\left. \begin{aligned} h_{xx} &= -\frac{1}{2} A \cos(\Omega t + \psi) [J_0(Kr) + \cos 2\varphi J_2(Kr)], \\ h_{yy} &= -\frac{1}{2} A \cos(\Omega t + \psi) [J_0(Kr) - \cos 2\varphi J_2(Kr)], \\ h_{zz} &= A \cos(\Omega t + \psi) J_0(Kr), \\ h_{xy} &= -\frac{1}{2} A \cos(\Omega t + \psi) \sin 2\varphi J_2(Kr), \quad h_{xz} = h_{yz} = 0, \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

где  $J_0, J_2$  — функции Бесселя. Величины (34) удовлетворяют калибровочным условиям (5'), (7'), (8). В цилиндрических координатах волновые

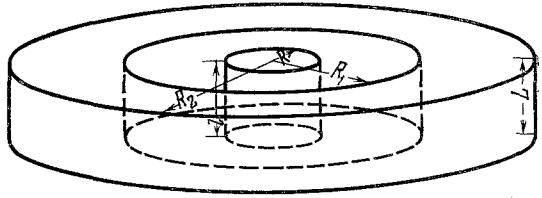


Рис. 2. Схема лабораторного эксперимента по излучению и детектированию гравитационных волн.

члены выражаются следующим образом:

$$h_{rr} = -A \cos(\Omega t + \psi) \frac{J_1(Kr)}{Kr}, \quad h_{\varphi\varphi} = -A \cos(\Omega t + \psi) \frac{dJ_1(Kr)}{d(Kr)},$$

$$h_{zz} = A \cos(\Omega t + \psi) J_0(Kr).$$

При надлежащем выборе размеров резонатора-излучателя и конфигурации электромагнитного поля в нем амплитуда волны оказывается равной  $A \approx (G/c^4) \mathcal{E}/R_1 \approx (1/2) r_g/R_1$ , где  $\mathcal{E} = (E^2/4\pi) V$  — полная энергия электромагнитного поля в резонаторе,  $r_g = 2G\mathcal{E}/c^4$  — соответствующий гравитационный радиус,  $E$  — характерная напряженность поля в резонаторе,  $V$  — его объем. Таким образом, весь объем излучателя работает когерентно. Если за ним коаксиально расположить другие резонаторы, то они будут давать такую же амплитуду  $A$  в фокальной области, так как уменьшение  $A$  из-за большей удаленности резонатора ( $\sim 1/R_1$ ) полностью компенсируется увеличением его радиуса и объема ( $\sim R_1$ ). При правильно подобранной фазе электромагнитных колебаний вклады всех коаксиально расположенных резонаторов суммируются.

В фокальной области излучателя расположен резонатор-детектор цилиндрической формы, радиуса  $R$  и высоты  $l$ . В нем создано, например, постоянное магнитное поле  $H$ , ориентированное по оси  $z$ . Гравитационная волна (34) возбуждает переменное электромагнитное поле на резонансной частоте  $\Omega$ . Из уравнений (25) нетривиальным оказывается лишь уравнение для  ${}^{(1)}F_{\varphi\varphi}/r \equiv E_\varphi$ :

$$\square E_\varphi + \frac{1}{r^2} E_\varphi + \frac{\Omega}{Q} \dot{E}_\varphi = AK^2 H J_1(Kr) \sin(\Omega t + \psi),$$

которое после разложения по собственным функциям приводится к виду (26). Вычисление изменения энергии поля в резонаторе-детекторе дает  $\Delta W = 0,1 (AQ)^2 W$ , где  $W = (H^2/8) R^2 l$ .

Поскольку торовидный излучатель находится в поле собственного гравитационного излучения, то, в принципе, он сам может быть использован и в качестве детектора. Действительно, излученная сходящаяся цилиндрическая волна после прохождения через ось симметрии превращается в расходящуюся волну, которая пронизывает излучатель. Если в нем было возбуждено колебание частоты  $\omega$ , то частота созданной гравитационной волны  $2\omega$ , а ее взаимодействие с полем излучателя приводит к появлению добавочных полей на частотах  $2\omega - \omega = \omega$  и  $2\omega + \omega = 3\omega$ . При специальном выборе размеров излучателя можно добиться того, чтобы  $3\omega$  также было собственной частотой резонатора. В этом случае происходит резонансное возбуждение колебаний на этой частоте. На частоте  $\omega$  происходит сложение исходного и добавочного колебаний при надлежащем соотношении их фаз, чего всегда можно достичь выбором  $R_1$ .

Подставим конкретные значения параметров системы, которые, с одной стороны, обеспечивают согласованность собственных частот излучателя и детектора ( $2\omega = \Omega$ ), а с другой стороны, оставляют справедливыми по порядку величины выведенные формулы. Пусть  $R_1 = 2\lambda$ ,  $R_2 = 7\lambda/2$ ,  $R \approx 2\lambda/3$ ,  $L \approx l \approx \lambda$ , где  $\lambda = 2\pi c/\Omega$ . Таким образом, как размеры излучателя и детектора, так и расстояние между ними сравнимы с длиной волны  $\lambda$ . При сделанных предположениях  $A \approx (G/c^4) E^2 \lambda^2$ . Условием обнаружения считаем  $\Delta W \approx \hbar \Omega$ . Оно имеет вид  $AQ \sqrt{H^2 c^3 / \hbar \Omega^4} \approx 1$  (ср. с (28)). Или, окончательно,

$$\lambda^4 E^2 H Q \approx 30 \frac{c^4}{G} \sqrt{\hbar c}. \quad (35)$$

Это равенство связывает напряженности полей в резонаторах, добротность резонатора-детектора и длину волны, которая в конечном счете определяет

размеры всей системы. Предполагается, что излучатель работает по крайней мере в течение времени  $\tau^* \sim Q/\Omega$ , необходимого для регистрации сигнала.

Конечно, соотношение (35) предъявляет чрезвычайно высокие требования к входящим туда величинам. Например, при  $E \sim H \sim 3 \cdot 10^5$  гс,  $Q \sim 7 \cdot 10^{13}$ ,  $\lambda \sim 10^2$  см левая часть (35) меньше правой на 4 порядка. (Это разрыв примерно того же уровня, который существует в случае приема излучения от двойных звезд с помощью устройств, доступных реализации в настоящее время.) Чтобы выполнить (35), надо поднять  $\lambda$  до  $10^3$  см, либо при  $\lambda \approx 10^2$  см повысить на те же 4 порядка произведение  $E^2 H Q$ .

В качестве еще одного примера рассмотрим ускоритель элементарных частиц кольцевой формы с общим объемом  $2 \cdot 10^{10}$  см<sup>3</sup> и средним радиусом кольца  $10^5$  см. Пусть во всем объеме создано постоянное поле  $5 \cdot 10^4$  гс и переменное  $3 \cdot 10^2$  гс. Тогда в центре кольца, в фокальной области, достигается амплитуда метрики  $h \sim 10^{-33}$ . (Компактная система с теми же полями и общим объемом повышает  $h$  еще на два порядка.) Когерентно работающий детектор, размещенный в фокальной области, с общим объемом  $10^9$  см<sup>3</sup>, полем  $3 \cdot 10^5$  гс и добротностью  $3 \cdot 10^9$ , за время  $3 \cdot 10^5$  сек (разумеется, столько же должен работать и излучатель) способен обнаружить  $h_{\min} \sim 10^{-30}$ . Устранение остающегося разрыва предполагает существенное улучшение входящих сюда параметров.

Ясно, что реализация эксперимента по излучению и детектированию гравитационных волн требует преодоления огромных трудностей, но, несомненно, такой эксперимент приведет к принципиальному расширению наших знаний о природе и в дальнейшем, возможно, и использованию гравитационных волн для практических целей.

## 7. РЕЛИКТОВЫЕ ГРАВИТОНЫ И ВОЗМОЖНОСТИ ИХ ОБНАРУЖЕНИЯ

Как известно, на Землю падает электромагнитное излучение, испущенное локализованными астрономическими источниками в сравнительно недавнее по космологическим масштабам время, а также изотропное «реликтовое» излучение, созданное первичной плазмой в далеком прошлом нашей Вселенной. Реликтовое электромагнитное излучение имеет равновесный, планковский спектр с температурой  $T = 2,7$  °К. Этот спектр, если и не существовал с «самого начала», то вполне мог сформироваться в течение длительного периода интенсивного взаимодействия реликтовых фотонов с веществом.

Ситуация с гравитационным излучением похожа в том отношении, что на Землю, вероятно, падают как гравитационные волны, созданные отдельными астрономическими объектами, так и изотропное реликтовое гравитационное излучение. Естественно было бы предполагать, что оно подобно реликтовому электромагнитному излучению, имеет планковский спектр, и тогда в рамках обычных представлений его температура оценивается в  $(1-2)$  °К<sup>28</sup>. Однако чрезвычайно важно то, что если существовали механизмы образования реликтовых гравитонов с неравновесным спектром, то в силу очень слабого взаимодействия гравитонов с веществом<sup>26а, 49</sup> этот спектр должен сохраниться неизменным вплоть до настоящего времени, за исключением, быть может, лишь коротковолновой области спектра (волны с длиной короче долей сантиметра). Замечательно, что образование гравитонов с неравновесным спектром должно происходить в силу механизма сверхadiaбатического усиления гравитационных волн и спонтанного рождения гравитонов в гравитационном поле Метагалактики на самых ранних стадиях ее эволюции<sup>50</sup>. Этот механизм работает уже при самых

простых предположениях, содержащихся в стандартной космологической модели, о нестационарности и изотропии сглаженного (фонового) гравитационного поля Метагалактики. Гравитационное поле более сложного характера приведет к более сложному проявлению этого эффекта, но его не отменит. (Единственный исключительный случай, при котором механизм не работает, будет указан ниже.)

Изложим основные принципы упомянутого механизма. Гравитационное поле нестационарного изотропного мира (с плоским, для простоты, трехмерным пространством) описывается метрикой

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = a^2(\eta) (d\eta^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2).$$

Слабые гравитационные волны на этом фоне, т. е. поправки  $h_{\mu\nu}$  к метрике  $g_{\mu\nu}$ , можно подчинить всему набору калибровочных условий (5'), (7'), (8). После этого уравнения Эйнштейна в линейном приближении сводятся к волновому уравнению

$$h_i^{h''} + 2 \frac{a'}{a} h_i^{h'} + a^2 g^{lm} h_{i,l,m} = 0, \quad (36)$$

где штрих обозначает производную по  $\eta$ , а запятая — производные по пространственным координатам. Следуя<sup>51</sup>, волновые поправки к метрике можно представить в виде суммы членов  $h_i^k = (\mu/a) G_i^k$ , где  $G_i^k$  — собственная тензорная функция номера  $n$  оператора Лапласа, составленного по метрике  $dl^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$ . Тогда из (36) получим

$$\mu'' + \mu \left( n^2 - \frac{a''}{a} \right) = 0.$$

Эффективный потенциал  $U(\eta) = a''/a$  отличает это уравнение от обычного волнового уравнения в мире Минковского. Заметим, что  $U(\eta) = 0$  не только при  $a = \text{const}$ , что соответствует плоскому фоновому миру, но и в единственном исключительном случае  $a = a_0 \eta$ . Тот факт, что  $U(\eta) \neq 0$ , есть проявление так называемой конформной инвариантности гравитационно-волновых уравнений.

Для решения (36) используем модификацию метода Лагранжа, аналогично тому, как это сделано в работе<sup>52</sup>. Рассмотрим какую-нибудь одну компоненту  $h$  (индексы не пишем) монохроматического волнового поля, зависящего от  $\eta$  и  $x$ . Ищем решение (36) в виде

$$h = \frac{A(\eta)}{a} e^{-in(\eta-x)} + \frac{B(\eta)}{a} e^{in(\eta+x)}$$

с добавочным условием  $A'e^{-in\eta} + B'e^{in\eta} = 0$ . Получаем два уравнения первого порядка

$$A' = \frac{1}{2n} i \frac{a''}{a} (A + B e^{2in\eta}), \quad B' = -\frac{1}{2n} i \frac{a''}{a} (B + A e^{-2in\eta}) \quad (37)$$

и их следствие  $|A|^2 - |B|^2 = \text{const}$ . Пусть при  $\eta \rightarrow -\infty$  и  $\eta \rightarrow +\infty$   $a$  стремится к постоянным значениям  $a_1$  и  $a_2$  соответственно, а в промежутке меняется достаточно плавно. При  $\eta \rightarrow -\infty$  и  $\eta \rightarrow +\infty$   $A$  и  $B$  стремятся к постоянным значениям  $A_1$ ,  $B_1$  и  $A_2$ ,  $B_2$ , причем  $|A_1|^2 - |B_1|^2 = |A_2|^2 - |B_2|^2$ . Характерное время изменения фоновой метрики  $\theta = a/a'$  при  $\eta \rightarrow \pm\infty$  много больше периода волны  $T = 2\pi/n$ , и мы имеем здесь короткие высокочастотные волны с адиабатически изменяющейся амплитудой  $h \sim \text{const}/a$ <sup>51</sup>.

Как видно из (37),  $A$  и  $B$  строго постоянны лишь при  $a'' = 0$ . Если же  $a'' \neq 0$  и при  $\eta \rightarrow -\infty$  задана бегущая волна только одного направления (например,  $A_1 \neq 0$ ,  $B_1 = 0$ ), то в дальнейшем ее  $A$ -амплитуда увеличивается и, кроме того, появляется волна противоположного направления,

появляется  $B$ -амплитуда. В результате при  $\eta \rightarrow +\infty$  получим усилившуюся по сравнению с адиабатическим законом исходную волну:  $|A_2|^2 - |A_1|^2 = |B_2|^2 > 0$  и порожденную встречную волну с амплитудой  $|B_2|^2$ . Если при  $\eta \rightarrow -\infty$  существует стоячая волна,  $|A_1|^2 = |B_1|^2$ , то при  $\eta \rightarrow +\infty$  она остается стоячей,  $|A_2|^2 = |B_2|^2$ , а ее усиление или ослабление зависит от начальной фазы. После усреднения по фазе всегда получается усиление волны. Квантовый процесс спонтанного рождения частиц есть как раз результат усиления начальных вакуумных флуктуаций. Начальная амплитуда соответствующей классической волны с частотой  $\Omega$  ( $\Omega = nc/a_1$ ) может быть получена из условия, чтобы вклад этой волны в энергию поля в объеме  $\lambda^3 = (2\pi c/\Omega)^3$  равнялся  $\hbar\Omega/2$ . Вычитая энергию нулевых колебаний в конце процесса, т. е. при  $\eta \rightarrow +\infty$ , получим спектр и интенсивность порожденных волн (частиц).

В принципе, сверхадиабатическое усиление волны происходит при любом законе изменения  $a(\eta)$  (кроме случая  $a'' = 0$ ), но ее значительное сверхадиабатическое усиление (в несколько или более раз) возникает лишь при столь быстрых изменениях фоновой метрики, что  $\theta \lesssim T$ . Это условие всегда выполняется вблизи сингулярности во фридмановских космологических моделях. Мир, заполненный материей с уравнением состояния  $p = q\varepsilon$  ( $0 \leq q \leq 1$ ), имеет масштабный фактор  $a(\eta) = a_0\eta^{2/(3q+1)}$ , и для любого  $n$  найдется такое  $\eta$ , что  $n\eta \lesssim 1$ . Некоторому  $\eta_1$  соответствует так называемый планковский момент времени  $t_{Pl} = \sqrt{G\hbar/c^5} \approx 5 \cdot 10^{-44}$  сек, устанавливающий нижнюю границу применимости современной теории тяготения. Если в момент  $\eta_1$  задан начальный спектр  $h_1(n)$  надлежащим образом определенных амплитуд гравитационных волн, то к современной эпохе  $\eta_2$  он переработается в спектр  $h_2(n)$ . После усреднения по начальной фазе связь выражается формулой  $h_2(n) = V(n\eta_1, q) h_1(n)$ .

Функция  $V$  обладает следующими свойствами. При  $q = 1/3$ , что соответствует  $a = a_0\eta$ ,  $V \equiv 1$  для всех  $n$ , и волны изменяются строго по адиабатическому закону. Для  $n$  таких, что  $n\eta_1 \rightarrow \infty$ ,  $V \rightarrow 1$  при всех  $q$ . При  $n\eta_1 \ll 1$  и  $|(1 - 3q)/(1 + 3q)| \ll n\eta_1$ ,  $V \rightarrow 1$  по закону  $V - 1 = (1/4) [(1 - 3q)/(1 + 3q)]^2 / (n\eta_1)^2$ . Наконец, при  $n\eta_1 \ll 1$  и  $q$ , не слишком близком к  $1/3$ ,  $V \sim (n\eta_1)^{-2/(1+3q)}$ . Таким образом, начальный вакуумный спектр  $h_1(n) \sim n$  в диапазоне  $n\eta_1 \ll 1$  переработается в степенной спектр того или другого вида, в зависимости от  $q$  (подробнее о спектре и плотности энергии реликтовых гравитонов см. в работе <sup>59</sup>). В области  $n\eta_1 \gg 1$  спектр быстро спадает. В области малых  $n$  имеет смысл во всяком случае рассматривать только  $n \gg 1/\eta_2$ , так как  $n\eta_2 \sim 1$  соответствует возмущениям с характерной длиной порядка расстояния до современного горизонта ( $l \sim 3 \cdot 10^{28}$  см). Критическое значение  $n_c \sim 1/\eta_1$  соответствует в современную эпоху волнам с длиной в десятки или сотые доли сантиметра  $\lambda_c = 2\pi a(\eta_2)/n_c$ . Другими словами, до этих значений вырастает планковская длина  $l_{Pl} = ct_{Pl}$  за время расширения от  $t_{Pl}$  до настоящего времени. Любопытно, что именно в этом диапазоне находится максимум реликтового электромагнитного излучения.

Если масштабный фактор  $a(\eta)$  проходил через минимум при планковских плотностях или меньших (например, из-за модификаций уравнений Эйнштейна <sup>53, 54</sup> или существования фундаментальной длины <sup>55, 56</sup>), то спектр порожденных гравитонов будет иметь обрыв, соответственно, при больших длинах волн. Кроме этого, в своем низкочастотном диапазоне он будет содержать усиленные гравитационные волны эпохи сжатия. Низкочастотная часть спектра гравитонов, порожденных при переходе от сжатия к расширению по степенному закону, рассчитана в работе <sup>57</sup>.

Не следует думать, что в изотропном нестационарном мире усилению подвергается волновое поле любой природы. Наоборот, из волновых полей.

соответствующих известным безмассовым частицам, этим свойством обладают только гравитационные волны. Скажем, свободные электромагнитные волны в изотропном мире всегда изменяются по адиабатическому закону. В частности, если эволюция масштабного фактора  $a$  ( $\eta$ ) начинается с постоянного значения  $a_0$  и им же заканчивается, то каким бы сложным ни было поведение  $a$  в промежуточной области, амплитуда электромагнитной волны и плотность энергии в начале и в конце эволюции совпадают. Математическая причина этого отличия состоит в конформной инвариантности уравнений Максвелла и конформной неинвариантности гравитационно-волновых уравнений, вытекающих из уравнений Эйнштейна.

Обратимся теперь к возможностям регистрации изотропного реликтового гравитационного излучения<sup>30б</sup>. Как мы видели, оно должно сейчас существовать в виде гравитационно-волнового шума, реализованного в очень широком спектре. Представим спектральную плотность возмущений метрики при  $\nu < \nu_c$  степенным законом  $(h^2)_\nu = H\nu^{-\gamma}$ , где  $\nu_c = c/\lambda_c \approx 10^{11}$  гц. Различные значения показателя  $\gamma$  соответствуют предсказаниям о спектре при разнообразных моделях сингулярного состояния и прохода через сингулярность. Спектральная плотность потока  $F_\nu$  связана с  $(h^2)_\nu$  соотношением  $F_\nu \approx (c^3/G) \nu^2 (h^2)_\nu$ . Плотность энергии  $\varepsilon_g$ , сосредоточенная в определенном интервале частот, получается интегрированием  $F_\nu/c$  по частотам.

В настоящее время известно несколько косвенных ограничений на  $\varepsilon_g$ <sup>26а</sup>. Они используют дополнительные предположения<sup>4</sup> не имеют доказательной силы, но все-таки являются довольно правдоподобными. Наиболее сильное ограничение получено из рассмотрения нуклеосинтеза в ранней Вселенной<sup>58</sup> и сводится к тому, что  $\varepsilon_g$  для волн с  $\lambda < \lambda_m = 3 \cdot 10^{17}$  см ( $\nu_m \approx 10^{-7}$  гц) не может значительно превосходить плотность энергии реликтового электромагнитного излучения  $\varepsilon \approx 4 \cdot 10^{-13}$  эрг/см<sup>3</sup>. Будем ориентироваться на довольно жесткую оценку

$$[\varepsilon_g = \frac{1}{c} \int_{\nu_m}^{\nu_c} F_\nu d\nu \approx 10^{-12} \text{ эрг/см}^3,$$

хотя имеющимся прямым космологическим наблюдениям не противоречило бы  $\varepsilon_g$ , на 3—4 порядка более высокое.

Реализуемость эксперимента по детектированию реликтового излучения существенно зависит от  $\gamma$ . При  $\gamma > 0$  эффективная температура  $T_{\text{эф}} = c^2 F_\nu / 2k\nu^2$  на низких частотах значительно превышает равновесную, что облегчает регистрацию излучения. Поскольку собственные частоты имеющихся твердотельных антенн лежат в районе  $\nu_0 \sim 10^8$  гц, т. е. примерно посередине интервала от  $\nu_m$  до  $\nu_c$ , то наиболее выгодным для обнаружения оказывается спектр с  $\gamma$ , близким к 3. Этот спектр отвечает разумным моделям начального состояния, хотя, конечно, и не обязательно. Примем  $(h^2)_{\nu_0} \approx (G/c^2) \varepsilon_g/\nu_0^3$ , тогда  $\bar{h}^2(t, \nu_0 \pm \Delta\nu) \approx (h^2)_{\nu_0} \Delta\nu \approx (G/c^2) (\varepsilon_g/\nu_0^3)/Q$ , и условие обнаружения (22) приобретает вид

$$\frac{\sqrt{n} G \varepsilon_g m l^2 Q}{c^2 k T} \gtrsim \mu, \quad (38)$$

где  $\mu$  — комбинация неучтенных числовых коэффициентов, которая может достигать значений  $\mu \sim 10-10^2$ . Соотношение (38) предъявляет очень высокие требования к уровню эксперимента, но, вероятно, они могут быть достигнуты твердотельными антеннами следующего накопления<sup>24</sup>.

Перспективным выглядит также использование космических тел, свободных от сноса<sup>24</sup>. Действительно, два космических корабля, находящихся на расстоянии  $l$  друг от друга, могут приобрести за время  $\Delta t \sim l/c$

относительную скорость  $v \sim l \sqrt{(G/c^2) \varepsilon_g}$ . При  $l = 3 \cdot 10^{13}$  см имеем  $v \approx 2 \cdot 10^{-7}$  см/сек, что, вероятно, можно будет измерить с помощью техники ближайшего будущего <sup>24</sup>.

Безусловно, эксперименты по детектированию реликтового гравитационного излучения очень трудны, но регистрация этого излучения либо прямое ограничение возможной формы его спектра дадут фундаментальные сведения об исключительно ранних стадиях эволюции Метагалактики. Такие сведения важны не только для астрономии, но и для физики вообще.

Государственный астрономический институт  
им. П. К. Штернберга (МГУ), Москва

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. У. Пресс, К. Торн, УФН 110, 569 (1973).
2. Gravitational Radiation and Gravitational Collapse, Ed. C. DeWitt-Morette, IAU, 1974.
3. D. Lerner, J. R. Porter, J. Math. Phys. 15, 1413 (1974).
4. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Теория поля, М., «Наука», 1973.
5. C. W. Misner, K. S. Thorne, J. A. Wheeler, Gravitation, San Francisco, Freeman, 1973.
6. Л. П. Грищук, А. Г. Дорошкевич, В. М. Юдин, ЖЭТФ 69, 1857 (1975).
7. А. Эйнштейн, Собрание научных трудов, т. 1, М., «Наука», 1965, с. 274.
8. Л. П. Грищук, А. Д. Попова, в кн. Релятивистская астрофизика. Космология. Гравитационный эксперимент (Тезисы докладов IV советской гравитационной конференции), Минск, ИФ АН БССР, 1976.
9. Л. П. Грищук, М. В. Сажин, ДАН СССР 223, 72 (1975).
10. W. L. Burke, Phys. Rev. A2, 1504 (1970).
11. K. S. Thorne, Astrophys. J. 158, 997 (1969).
12. S. Chandrasekhar, F. P. Esposito, ibid. 160, 153 (1970).
13. И. В. Сандина, Автореферат кандидатской диссертации Алма-Ата, 1972.
14. Н. М. Петрова, И. В. Сандина, ДАН СССР 217, 319 (1974).
15. В. А. Фок, Теория пространства, времени и тяготения, М., Физматгиз, 1961.
16. L. Bel, Cahiers Phys. 16, 59 (1962).
17. A. Matte, Can. J. Math. 5, 1 (1953).
18. В. Д. Захаров, Гравитационные волны в теории тяготения Эйнштейна, М., «Наука», 1972.
19. Я. Б. Зельдович, УФН 115, 161 (1975).
20. Л. П. Грищук, ЖЭТФ 66, 833 (1974).
21. В. Б. Брагинский, М. Б. Менский, Письма ЖЭТФ 13, 585 (1971).
22. L. Halpern, Bull. cl. sci. Acad. Roy. Belg. 58, 647 (1972).
23. В. Б. Брагинский, Л. П. Грищук, А. Г. Дорошкевич, Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков, М. В. Сажин, ЖЭТФ 65, 1729 (1973); цит. в <sup>2</sup> сборник, с. 54.
24. Д. Вебер, Общая теория относительности и гравитационные волны, М., ИЛ, 1962.
25. В. Б. Брагинский, А. Б. Манукин, Измерение малых сил в физических экспериментах, М., «Наука», 1974.
26. Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков, Теория тяготения и эволюция звезд, М., «Наука», 1971.
27. а) Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков, Строение и эволюция Вселенной, М., «Наука», 1975.  
б) С. Вейнберг, Гравитация и космология, М., «Мир», 1975.
28. R. Ruffini, J. A. Wheeler, The Significance of Space Research for Fundamental Physics, ESRO, 1971.
29. В. Б. Брагинский, В. Н. Руденко, УФН 100, 395 (1970).
30. А. В. Гусев, В. Н. Руденко, Радиотехн. и электрон. 21, 1865 (1976).
31. а) W. L. Burke, Phys. Rev. D8, 1030 (1973).  
б) Л. П. Грищук, Письма ЖЭТФ 23, 326 (1976).
32. W. L. Burke, Astrophys. J. 203, 694 (1976).
33. R. H. Dicke, Rev. Sci. Instr. 17, 268 (1946).
34. В. Б. Брагинский, Ю. И. Воронцов, УФН 114, 41 (1974).
35. А. Ф. Писарев, Пробл. физ. ЭЧАЯ 6, 244 (1975).
36. K. S. Thorne, Lectures Presented at the International School of Cosmology and Gravitation, Erice, 1975.

36. М. В. Сажин, цит. в <sup>8</sup> сборник.
37. L. P. Grishchuk, Phys. Lett. A56, 255 (1976).
38. Л. М. Озерной, Письма ЖЭТФ 2, 83 (1965).
39. T. X. Thuan, J. P. Ostriker, Astrophys. J. 191, L105 (1974).
40. И. Д. Новиков, Астрон. ж. 52, 657 (1975).
41. K. S. Thorne, V. B. Braginsky, Astrophys. J. 204, L1 (1976).
42. Я. Б. Зельдович, А. Г. Полнарев, Астрон. ж. 51, 30 (1974).  
В. П. Панов, В. Н. Руденко, ДАН СССР 221, 573 (1975).
43. Л. П. Грищук, М. В. Сажин, ЖЭТФ 65, 441 (1973).
44. Л. П. Грищук, М. В. Сажин, ЖЭТФ 68, 1569 (1975).
45. J. Weber, Phys. Rev. Lett. 21, 395 (1968).
46. J. Weber, ibid. 22, 1320 (1969); 24, 276; 25, 180 (1970).
47. D. W. Sciama, M. J. Rees, G. V. Field, ibid. 23, 1514 (1969).
48. а) У. Х. Копвиллем, в кн. Гравитация (памяти А. З. Петрова), Киев, «Наукова думка», 1971; Препринт ИТФ-71-35Р, Киев, 1971.  
б) K. Wood, G. Zimmerman, J. Nuckolls, G. Chapline, Phys. Rev. D10, 1064 (1975).
49. И. Ю. Кобзарев, П. И. Пешков, ЖЭТФ 67, 428 (1974).
50. Л. П. Грищук, ЖЭТФ 67, 825 (1974); Lett. Nuovo Cimento 12, 60 (1975).
51. Е. М. Лифшиц, ЖЭТФ 16, 587 (1946).
52. Я. Б. Зельдович, А. А. Старобинский, ЖЭТФ 61, 2161 (1971).
53. A. Trautman, Nature 242, 7 (1973).
54. В. Ц. Гурович, Письма Астрон. ж. (1976).
55. В. Л. Гинзбург, Д. А. Киржниц, А. А. Любушин, ЖЭТФ 60, 451 (1971).
56. В. Л. Гинзбург, Письма ЖЭТФ 22, 514 (1975).
57. А. А. Старобинский, цит. в <sup>8</sup> сборник.
58. В. Ф. Шварцман, Письма ЖЭТФ 9, 315 (1969).
59. L. P. Grishchuk, in: Proc. of 8th Texas Symposium on Relativistic Astrophysics, Ann. N.Y. Ac. Sci. (в печати).