

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

539.12.01

ПОЛЯРИЗАЦИЯ ВАКУУМА В СИЛЬНЫХ ПОЛЯХ
И ПИОННАЯ КОНДЕНСАЦИЯ

А. Б. Мигдал

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	369
I. Фермионы в сильных полях	372
1. Перестройка электронно-позитронного вакуума в поле ядра с большим зарядом (372). 2. Распределение вакуумного заряда вблизи сверхзаряженных ядер (375). 3. Диэлектрическая проницаемость вакуума в сильных неоднородных полях (375). 4. Взаимодействие точечных зарядов на малых расстояниях (378).	
II. Бозоны в сильных полях	379
1. Неустойчивость бозонного вакуума во внешних полях (379). 2. Движение пионов в нуклонной среде. Применение методов теории ферми-жидкости (381). 3. Выделение пионных степеней свободы. Схема последовательной теории нуклонного вещества (387). 4. Спектры пионных возбуждений (389). 5. Пионная конденсация (390).	
III. Физические следствия пионной конденсации	393
1. Конденсация в однородном нуклонном веществе и нейтронные звезды (393). 2. Конденсация в конечной системе (395). 3. Эксперименты, устанавливающие близость ядер к конденсации (397). 4. Возможное существование сверхплотных и нейтронных ядер и пути их обнаружения (399). 5. Сверхзаряженные ядра (401).	
Цитированная литература	403

ВВЕДЕНИЕ

В достаточно сильном внешнем поле может произойти перестройка вакуума, аналогичная обычному фазовому переходу. Этот переход возникает, когда энергия отдельных частиц или пар во внешнем поле обращается в нуль и делается возможным спонтанное рождение частиц. Для этого выигрыш энергии частицы в поле должен скомпенсировать энергию покоя частицы. Поэтому это явление начинается с частиц наименьшей массы. Так как механизм явления, как мы увидим, существенно отличается у фермионов и бозонов, то в дальнейшем нас будут особенно интересовать фермионы и бозоны с наименьшей известной массой, т. е. электроны и π -мезоны.

Подобная перестройка вакуума осуществляется вблизи ядра с зарядом $Z > Z_c = 170$. Новому основному состоянию вакуума соответствует заряд, отличный от нуля. Этот заряд равен числу электронных состояний, которые в процессе возрастания заряда Z опускаются ниже значения $-mc^2$. Эти явления изучались в работах [1-3] и подробно изложены в обзоре [4]. В этой статье исследован механизм перестройки вакуума вблизи ядра с $Z > Z_c$ и найдена последовательная физическая интерпретация

явления. В процессе перестройки вакуума должны испускаться позитроны, которые можно было бы наблюдать при столкновении двух ядер урана, когда в результате сближения ядер на время образуется система с полем, превышающим критическое значение. Как мы увидим, учет электронно-позитронного взаимодействия приводит к возникновению связанных состояний электронно-позитронных пар и оказывает влияние на распределение по энергии позитронов, испускаемых при сближении ядер ⁵. В случае сверхзаряженных ядер с $Z\alpha^2 \gg 1$ (возможность существования таких ядер ниже обсуждается) электроны, образующиеся в результате перестройки вакуума («электронная конденсация»), экранируют заряд ядра и существенно уменьшают его кулоновскую энергию ⁶. Электронная конденсация, как мы увидим, оказывает влияние на взаимодействие заряженных частиц на сверхмалых расстояниях.

К не менее интересным следствиям приводит перестройка бозонного вакуума во внешних полях ⁷. Особенный интерес представляет перестройка пионного поля в достаточно плотной нуклонной среде. В этом случае роль потенциальной ямы играет эффективное поле, действующее на пион со стороны нуклонов среды. При достаточной плотности нуклонов энергия пиона обращается в нуль и происходит фазовый переход — «пионная конденсация». При этом возникает дополнительное пионное поле («пионный конденсат»). Наиболее важным физическим следствием этого фазового перехода является принципиальная возможность существования сверхплотных ядер, в которых энергия, выигрываемая при фазовом переходе, компенсирует потерю энергии от сжатия.

Пионная неустойчивость вакуума в сильных полях и связанная с ней возможность существования сверхплотных ядер была теоретически обнаружена в работе ⁷.

Неопределенность в оценке критической плотности не исключает возможность того, что фазовый переход произошел уже в обычных ядрах. Эта возможность впервые обсуждалась в ⁸. В этой работе был развит метод определения спектра возбуждения с квантовыми числами пионов, использующий результаты теории ферми-жидкости Ландау и результаты теории конечных ферми-систем ⁹. Присутствие π -конденсата в ядре проявилось бы в том, что имела бы периодическая структура спиновой плотности нуклонов, с волновым вектором $k_0 \approx p_F$, которая могла бы оказать влияние на рассеяние нуклонов и электронов на ядрах ¹⁰.

Независимо от того, произошел ли фазовый переход, близость ядер к конденсации проявляется в целом ряде экспериментальных фактов, а именно во всех явлениях, в которых существенную роль играют процессы обмена одним пионным возбуждением. Близость к конденсации делает пионную степень свободы «мягкой», что приводит к усилению матричных элементов, имеющих пионную симметрию. К числу явлений, на которые оказывает существенное влияние уменьшение энергии пиона в ядерном веществе, относятся: сдвиги уровней $0^-, 1^+, 2^-, \dots$ по сравнению с их положением в модели оболочек, усиление $M1$ -переходов с изменением орбитального момента на две единицы (l — запрещенные переходы), усиление гамма-теллеровских β -переходов. Смягчение пионной степени свободы должно также учитываться при расчетах подавления спиновой части магнитных моментов в ядре. Особенно сильное влияние близость к конденсации оказывает на интенсивности l -запрещенных переходов — интенсивности этих переходов в некоторых случаях в десятки раз превышают расчетные значения, полученные без учета близости к конденсации ¹¹. Уменьшение энергии пиона в ядре, предсказываемое теорией, непосредственно проявляется в спектральных данных π -атома (см. раздел 3 гл. III).

В работах ^{12, 13} была предложена модель π -конденсации в нейтронной звезде, в которой предполагался конденсат π^- -мезонов вида бегущей волны, что значительно упрощает расчеты. Исключение π^+ -мезонов из рассмотрения соответствует описанию пионного поля с помощью уравнения Шрёдингера вместо уравнения Клейна — Гордона — Фока (КГФ). Последовательное решение задачи о нуклонах, взаимодействующих с пионным полем вида бегущей волны, было дано в ¹⁴. Была построена функция Лагранжа пионного поля, соответствующая описанию пионов с помощью уравнения КГФ, т. е. автоматически учитывающая π^+ - и π^- -мезоны. Аналогичные результаты были получены в ¹⁵ с помощью гамильтоновского формализма, а также в ¹⁶ вариационным методом.

Метод бегущей волны, предложенный в ^{12, 13} и развитый в работах ¹⁴⁻¹⁶, оказался существенным для дальнейших работ по нахождению энергии сильного развитого конденсата в более реалистической модели (см. ^{17, 18}). Эти результаты позволяют оценить энергию ядра при плотности, значительно превышающей плотность обычных ядер, и используются для выяснения вопроса о возможном существовании сверхплотных ядер ¹⁹ (см. раздел 4 гл. III).

Пионная конденсация приводит к ряду интересных явлений, касающихся структуры нейтронных звезд. Начнем с выяснения физической природы π -конденсации в нейтронной среде.

В работах ^{12, 13} конденсация интерпретировалась как результат неустойчивости нейтронного вещества относительно реакции $n \rightarrow p + \pi^-$. Между тем, как было показано в ¹⁴, нейтронное вещество устойчиво относительно этой реакции, поскольку химические потенциалы нейтрона, протона и π^- -мезона удовлетворяют неравенству

$$\mu_n < \mu_p + \mu_{\pi^-}.$$

Для правильной физической интерпретации конденсации следует пользоваться языком пионных и нуклонных возбуждений (квазичастиц), как это обычно и делается в теории фазовых переходов, а не языком голых частиц. При этом выясняется, что неустойчивость, обнаруженная в работах ^{12, 13}, представляет собой проявление неустойчивости, исследованной в более реалистической модели ^{8, 20}, и состоит в следующем. При плотности нейтронов, заметно меньшей, чем ядерная плотность n_0 ($n_c^+ \sim 0,4n_0$), в среде появляется новая ветвь возбуждений с квантовыми числами π^+ -мезона и отрицательной энергией ($\omega_s^+ < 0$). Соответствующие этой ветви возбуждения квазичастицы (π_s^+ -мезоны) можно интерпретировать как связанные состояния протона и нейтронной дырки (аналогично тому, как возбуждение нулевого звука интерпретируется как связанное состояние частицы и дырки ⁹). При плотности нейтронов $n > n_c^+$ начинается конденсация π_s^+ -мезонов. При дальнейшем увеличении плотности энергия π_s^+ -мезонов ω_s^+ уменьшается (увеличивается по модулю) и при некоторой плотности $n = n_c^\pm \approx n_0$ сумма энергий π^- -, π_s^+ -частиц обращается в нуль:

$$\omega^- + \omega_s^+ = 0,$$

т. е. система делается неустойчивой относительно рождения $\pi^-\pi_s^+$ -пар. Именно эта неустойчивость и проявляется в модели ^{12, 13}. Эта неустойчивость приводит к сильному смягчению уравнения состояния звезды и может вызвать изменения знака сжимаемости нейтронного вещества.

В результате заметная часть нейтронной звезды должна за короткое время перейти в состояние с плотностью, соответствующей новой фазе,

$$n = n_m = (3 - 6) n_0.$$

Этот переход должен происходить с выделением энергии, сравнимой с гравитационной энергией звезды.

Для понимания всех этих явлений очень полезно проследить механизм π -конденсации сначала на простых примерах конденсации во внешнем скалярном и электрическом полях и только после этого перейти к наиболее интересному случаю π -конденсации в нуклонной среде.

Пионная конденсация во внешнем поле, помимо методического интереса, представляет самостоятельный физический интерес в связи с возможностью существования сверхзаряженных ядер, в которых выигрыш энергии от π -конденсации в электрическом поле ядра частично компенсирует потерю энергии из-за кулоновского отталкивания протонов (см. раздел 5 гл. III).

1. ФЕРМИОНЫ В СИЛЬНЫХ ПОЛЯХ

1. Перестройка

электронно-позитронного вакуума в поле ядра с большим зарядом

Выясним, как изменяется электронно-позитронный вакуум в поле ядра с большим зарядом Z , когда уровень энергии K -электрона опускается до величины $-mc^2$.

Как известно, уравнение Дирака в поле точечного ядра теряет смысл при $Z > Z_c = 137$. Действительно, энергия основного состояния имеет вид ($\hbar = m = c = 1$)

$$\omega_0 = \sqrt{1 - (Ze^2)^2}$$

и делается мнимой при $Z > 137$. Учет конечных размеров ядра снимает эту трудность. Однако при значении $Z \approx 170$ энергия наинизшего состояния достигает значения $\omega_0 = -1$ и энергия пары обращается в нуль, т. е. вакуум делается неустойчивым по отношению к рождению электронно-позитронных пар. Таким образом, при $Z = Z_c$ уравнение Дирака теряет смысл уравнивания для одной частицы. Если K -оболочка не заполнена, могут родиться две пары, если на K -оболочке имеется один электрон, то согласно принципу Паули возможно рождение только одной пары, и, наконец, в случае заполненной оболочки вакуум остается устойчивым, несмотря на появление уровня $\omega_0 = -1$.

Как показано в ⁴, при $Z > Z_c$ вакуум перестраивается — основному состоянию соответствует состояние с зарядом $-2e$. При $Z - Z_c \ll Z_c$ этот заряд распределен в пространстве с плотностью, близкой к распределению заряда в K -оболочке для $Z = Z_c - 0$, т. е. заряд локализован вблизи ядра. Переход в это состояние осуществляется в результате рождения одной или двух электронно-позитронных пар, позитроны уходят на бесконечность, а электроны распределяются вблизи ядра, образуя новое вакуумное состояние.

Приведенная выше картина перестройки электронно-позитронного вакуума вблизи $Z = Z_c$ была получена без учета электронно-позитронного взаимодействия. Между тем при $Z \approx Z_c$ в задаче имеется вырождение. Действительно, в случае незаполненной K -оболочки без учета взаимодействия одинакова энергия трех возможных состояний: 1) голое ядро, 2) ядро с одной парой, 3) ядро с двумя парами. Для случая одного электрона на K -оболочке одинакова энергия двух состояний: 1) один электрон, 2) один электрон + пара. Состояние с заполненной оболочкой невырождено. Учет взаимодействия снимает вырождение и оказывает существенное влияние на положение уровней системы при $Z \approx Z_c$ ⁵.

Физический смысл полученных результатов состоит в следующем. Как показано в ²¹, при $Z > Z_c$ у позитрона возникает долгоживущее квазистационарное состояние, описываемое волновой функцией, близкой к ψ -функции K -электрона. Взаимодействие перемешивает указанные выше вырожденные состояния, причем паре соответствует электрон на K -оболочке и позитрон в квазистационарном состоянии.

Возникновение квазистационарного состояния у позитрона очень естественно. Если записать уравнение движения частицы в форме эквивалентного уравнения Шрёдингера, то эффективный потенциал в таком уравнении имеет вид ³

$$U = -\frac{1}{2} V^2 + \omega V,$$

где V — обычный потенциал, ω — энергия частицы. Для бозе-частиц это выражение точное (см. п. 1 гл. II), для ферми-частиц к нему добавляются небольшие спинные поправки. Таким образом, при любом знаке потенциала V (т. е. при любом знаке заряда частицы) в области больших значений V эффективный потенциал U имеет отрицательный знак, что соответствует притяжению.

Для позитрона с энергией $\omega \approx 1$ эффективный потенциал такой же, как для электрона с энергией $\omega \approx -1$ — вблизи ядра имеется область притяжения, а вне этой области потенциальный барьер. При $Z = Z_c$ квазистационарный уровень позитрона имеет энергию $\omega = 1$, поэтому достаточно учесть притяжение к электрону, имеющемуся на K -оболочке, чтобы получилось связанное состояние электронно-позитронной пары. Действительно, учет взаимодействия приводит к тому, что в интервале $\Delta Z = Z - Z_c \sim 1$ возникают связанные состояния пар, которые при дальнейшем увеличении переходят в квазистационарное состояние. Если K -оболочка заполнена, то при $Z > Z_c$ электроны как бы переходят в отрицательный континуум — образуется вакуумная K -оболочка.

Состояние с одним электроном в K -оболочке переходит при $Z > Z_c$ в состояние с одним электроном в вакууме. На языке «нового» вакуума это состояние есть основное состояние (два электрона в вакууме) плюс волновой пакет, описывающий дырку в новом заполнении. Состояние с незаполненной оболочкой соответствует двум дыркам в новом заполнении.

Поскольку ширина квазистационарного состояния мала по сравнению с энергией взаимодействия, все состояния, отличающиеся числом электронов в вакуумной оболочке, могут считаться стационарными и любое из них может быть названо вакуумным.

Тем не менее «старый» вакуум имеет физическое преимущество по сравнению с «новым», несмотря на то, что его энергия несколько выше. Дырка в «новом» вакууме не всегда обозначает присутствие позитрона. Так, например, состояние без заряда на вакуумной K -оболочке, которое соответствует двум дыркам в «новом» вакууме, разумеется, не означает присутствия двух физических позитронов. Физический позитрон — это частица с положительным зарядом, возникающая в «старом» незаряженном вакууме. Два позитрона должны взаимодействовать между собой, между тем как такие две дырки в «новом» вакууме между собой не взаимодействуют.

Таким образом, после появления в вакууме дополнительных состояний, пришедших из дискретного спектра, одновременно с неприменимостью одночастичного рассмотрения с помощью уравнения Дирака видоизменяется и дырочная интерпретация позитрона.

Состояние 2 электрона на вакуумной K -оболочке и позитрона в квазистационарном состоянии не сводится к состоянию 1 электрона на K -оболочке.

Изменение интерпретации позитрона, как дырки в вакуумном заполнении, касается только одного состояния в континууме вакуумных состояний и поэтому практически несущественно. Опасения возникают только от того, что позитронное квазистационарное состояние по дырочной интерпретации соответствует такому же распределению по отрицательным состояниям сплошного спектра, что и у электрона вакуумной K -оболочки, и на первый взгляд может показаться, что появление позитрона эквивалентно исчезновению электрона. Это ощущение противоречит физическому образу позитрона как независимой частицы, которая может находиться в своем квазистационарном состоянии независимо от того, каков заряд вакуумной K -оболочки.

Присутствие квазистационарного состояния позитрона при любом заряде вакуумной K -оболочки проверяется мысленным опытом по рассеянию позитрона на ядре. Существование позитронного квазистационарного состояния определяется только глубиной эффективной потенциальной ямы и проявляется в виде полюса в амплитуде рассеяния при любом заполнении вакуумной K -оболочки.

Особенно ясными эти утверждения сделаются позже, при рассмотрении рис. 2, из которого видно, как появляются электронные уровни вакуумной оболочки. Одновременно с появлением этих уровней возникают и позитронные квазистационарные состояния, существующие независимо от заполнения вакуумной оболочки.

Неправильность примитивной дырочной интерпретации позитрона видна также из следующего рассуждения.

Рассмотрим состояние «электрон на вакуумной K -оболочке и позитрон в квазистационарном состоянии». При учете взаимодействия электрон движется в поле с зарядом, несколько большим, чем заряд ядра, за счет влияния позитронного заряда. Позитрон же благодаря влиянию электрона испытывает действие поля с эффективным зарядом, меньшим, чем заряд ядра. Это обстоятельство приведет к сдвигу положения максимума в распределении по функциям сплошного спектра у электрона и у дырок, соответствующих квазистационарному состоянию позитрона. В результате оказывается, что позитронное состояние соответствует дыркам в другом вакууме, отличающемся от электронного по заряду ядра. Максимум в распределении дырок, соответствующих позитронному состоянию, сдвинут по энергии относительно электронного максимума на величину $\Delta\omega$, значительно превышающую ширину распределения (при $\Delta\omega \gg \gamma$).

Таким образом, во избежание ошибок следует пользоваться языком старого вакуума. На этом языке состояние с зарядом может осуществляться двумя способами: 1) один электрон на вакуумной K -оболочке, 2) два электрона на K -оболочке плюс позитрон.

Состояние, возникшее из незаполненной оболочки, осуществляется тремя типами состояний: 1) электронов в вакууме нет, 2) один электрон и один позитрон, 3) два электрона и два позитрона. Два состояния в первом случае и три состояния во втором имеют близкую энергию, если волновая функция каждого из позитронов образует пакет, соответствующий квазистационарному состоянию.

Таким образом, при $Z > Z_c$ задача делается вырожденной. Для снятия вырождения следует решить задачу об электронно-позитронном поле с учетом взаимодействия.

Учет взаимодействия мало изменяет координатную зависимость волновой функции, описывающей позитроны в перечисленных случаях, но существенно изменяет распределение по собственным функциям в волновом пакете. Эта физическая картина послужит обоснованием метода учета электронно-позитронного взаимодействия, развитого в следующем разделе.

В случае незаполненной K -оболочки возникают три уровня с расщеплением порядка e^2 , не зависящим от $Z - Z_c$ (в первом порядке по e^2). Эти уровни описывают систему из 0, 1, 2 пар. В случае K -оболочки с одним электроном возникают два уровня с расщеплением такого же порядка. В соответствии с этими результатами при сближении двух тяжелых ядер происходит испускание позитронов с энергетическим спектром, имеющим несколько максимумов, соответствующих переходам между указанными расщепленными состояниями.

2. Распределение вакуумного заряда вблизи сверхзаряженных ядер

Как мы видим, при $Z > Z_c$ электронно-позитронный вакуум перестраивается так, что основному уровню системы соответствует состояние с зарядом $-2e$.

В случае $Z \gg Z_c$ основному состоянию вакуума соответствует большое количество электронов, заряд которых почти нацело компенсирует заряд ядра. Поскольку такой заряженный вакуум имеется в основном состоянии системы, естественно назвать это явление электронной конденсацией в соответствии с аналогичным явлением для бозе-частиц.

Распределение вакуумного заряда вокруг ядра с зарядом $Z \gg Z_c$ легко определяется, поскольку в этом случае решение уравнения Дирака может быть найдено в квазиклассическом приближении и плотность электронов вычисляется по методу Томаса — Ферми⁶.

Показано, что плотность электронов в потенциальной яме с глубиной $V(r) \gg 1$ дается выражением

$$n(r) = \frac{V^3(r)}{3\pi^2}. \quad (1.1)$$

При достаточно большом Z ($Ze^3 \gg 1$ — «сверхзаряженное ядро») вакуумные электроны высаживаются внутри ядра таким образом, что полностью компенсируют заряд протонов внутри ядра, оставляя нескомпенсированным только заряд в узком слое вблизи поверхности ядра.

Как мы ниже увидим, электронная конденсация играет существенную роль при исследовании возможности образования заряженного π -конденсата и при вычислении энергии сверхзаряженных ядер.

Учет электронной конденсации оказывается существенным при исследовании вопроса о взаимодействии между заряженными частицами на сверхмалых расстояниях и, возможно, приведет к выяснению природы или к устранению электродинамических расходимостей.

3. Диэлектрическая проницаемость вакуума в сильных неоднородных полях

Поляризация вакуума в сильных полях изучалась очень давно²². В сильном электрическом поле учет возмущения в движении электронов и позитронов вакуума дает, кроме обычного выражения для плотности энергии $E^2/8\pi$, дополнительное слагаемое (при $eE \gg 1$)

$$W' = -\frac{e^2 E^2}{24\pi^2} \ln eE.$$

Вектор поляризации равен

$$\mathcal{P} = \frac{\partial W}{\partial E} = -\frac{e^2 E}{12\pi^2} \ln eE - \frac{e^2}{24\pi^2} E.$$

Последнее слагаемое может быть опущено при $\ln eE \gg 1$, и, следовательно, диэлектрическая проницаемость

$$\varepsilon = 1 - \frac{e^2}{3\pi} \ln eE. \quad (1.2)$$

Это выражение было получено в предположении, что поле медленно изменяется в пространстве, а именно мало изменяется на комптоновской длине волны электрона, или в наших единицах $E'/E \ll 1$.

Мы покажем, что выражение (1.2) в достаточно сильных полях справедливо даже при очень резком изменении E от точки к точке. Критерий, который мы получим,

$$\left(\frac{E'}{E}\right)^2 \ll eE. \quad (1.3)$$

Дело в том, что при выводе авторы получили единое выражение для произвольных полей, а для применимости их выражения в слабых полях действительно требуется указанное выше условие $E'/E \ll 1$. Это очень часто встречающийся случай, когда ограничения, связанные со способом получения результата, переносятся на сам результат. Допустим, какой-либо физический результат получен теоретически для значений параметра $\xi < \xi_1$. Если характерные значения ξ , на которых существенно изменяется изучаемая величина $\xi \sim \xi_2 \gg \xi_1$, то результат будет справедлив и для значений ξ , много больших, чем те, которые предполагались при выводе. На более формальном языке: результат, полученный при $\xi < \xi_1$, может быть аналитически продолжен в область больших ξ вплоть до значений, которые определяются ближайшей особой точкой рассматриваемой функции. Перейдем к выяснению области применимости выражения (1.2). Пусть внешнее поле, приложенное к вакууму, определяется зарядами с плотностью $\rho_0(r) = e_0 n_0(r)$, где e_0 — затравочный заряд. Тогда потенциал определяется формулой Пуассона

$$\Delta V = -4\pi e_0^2 (n_0 + n_1),$$

где $n_1(r)$ — дополнительная плотность частиц, возникшая в результате поляризации вакуума в поле. Мы определили потенциал V как умноженный на e_0 электрический потенциал. Запишем $n_1(r)$ в виде

$$n_1(r) = \int \Pi(r, r') V(r') dr'. \quad (1.4)$$

В слабых полях $\Pi(r, r') = \Pi^0(r - r')$. Кроме того, так как постоянная добавка к полю не может изменять наблюдаемую величину, то

$$\int \Pi^0(r - r') dr' = 0.$$

Это условие представляет собой простейшее следствие калибровочной инвариантности, т. е. неизменности физических величин при калибровочном изменении четырехмерного векторного потенциала

$$A'_\nu = A_\nu + \frac{\partial f}{\partial x_\nu}.$$

Рассмотрим сначала $n_1(r)$ в слабых полях. Разлагая V в ряд около точки r , получим

$$n_1(r) = \frac{1}{6} \int \Pi^0(\rho) \rho^2 d\rho \Delta V.$$

Мы использовали то обстоятельство, что Π^0 зависит только от абсолютного значения вектора ρ . Подставляя в уравнения Пуассона, находим

$$\Delta V = -\frac{4\pi e_0^2 n_0(r)}{\varepsilon_0},$$

где ε_0 — диэлектрическая проницаемость вакуума в слабых полях:

$$\varepsilon_0 = 1 + \frac{4\pi}{6} e_0^2 \int \Pi^0(\rho) \rho^2 d\rho.$$

Поскольку электрические поля определены так, чтобы диэлектрическая постоянная вакуума в слабых полях равнялась 1, мы должны ввести наблюдаемый (в слабых и медленно изменяющихся полях) заряд электрона

$$e^2 = \frac{e_0^2}{1 + (4\pi/6) e_0^2 \int \Pi^0(\rho) \rho^2 d\rho}. \quad (1.5)$$

Простейший анализ размерности величин, входящих в (1.4), показывает, что $\Pi^0(\rho)$ имеет размерность $1/L^5$. Поскольку при $\rho \ll 1$ комптоновская длина $1/m$ не может входить в задачу, то

$$\Pi(\rho) = \frac{A}{\rho^5}. \quad (1.6)$$

При $\rho \gg 1$ $\Pi^0(\rho)$ должно убывать еще быстрее (расчет дает $\Pi^0(\rho) \sim e^{-2\rho}$).

При подстановке в (1.4) получается расходящийся на нижнем пределе интеграл

$$n_1(r) = \frac{4\pi A}{6} \int_{r_0}^1 \frac{d\rho}{\rho}.$$

Мы ограничили интегрирование снизу значением r_0 , которое представляет собой минимальное расстояние, на котором еще справедливо простое выражение (1.6). После введения наблюдаемого заряда вместо голого e_0 величина r_0 не входит в окончательные выражения. Используя численное выражение для A , которое получается в результате расчета, получим из (1.5)

$$e^2 = \frac{e_0^2}{1 + (e_0^2/3\pi) \ln(1/r_0^2)}. \quad (1.7)$$

Это известная формула для перенормировки заряда.

Вернемся к случаю сильных полей. Формулу (1.4) можно интерпретировать следующим образом: в точке r' поле создает виртуальную пару, которая, двигаясь в поле, внесет вклад в плотность заряда в точке r . Ясно, что если расстояние $R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$ мало по сравнению с радиусом кривизны R_c траекторий частиц в поле, то движение частиц можно считать свободным. Следовательно, при $\rho \ll R_c$: $\Pi(r, r') = \Pi^0(r - r')$. В обратном случае $\rho \gg R_c$ частицы, родившиеся в точке r' , вообще не дойдут до точки r , а будут завернуты полем, поэтому при $\rho \gg R_c$ $\Pi(r, r') = 0$. Остается оценить величину R_c . Эта величина определяется условием того, чтобы изменение импульса в поле было того же порядка, что и сам импульс:

$$\frac{\Delta p}{p} = \frac{eER_c}{p} \sim 1.$$

Импульсы, существенные при $|\mathbf{r} - \mathbf{r}'| = R_c$, имеют порядок $p \sim 1/R_c$. В результате получаем

$$eER_c^2 \sim 1.$$

Поскольку R_c единственная длина, характеризующая движение частиц в сильных полях, то формула (1.2) справедлива, когда поля мало

изменяются на этой длине:

$$\left(\frac{E'}{E}\right)^2 R_c^2 < 1, \quad \left(\frac{E'}{E}\right)^2 < eE.$$

Полученные нами соотношения позволяют не только оценить область применимости выражения (1.2), но и получить это выражение²³.

Вводя наблюдаемый заряд, получаем

$$\Delta V = 4\pi e^2 (n_0(\mathbf{r}) + \tilde{n}_1(\mathbf{r})),$$

где \tilde{n}_1 определяется выражением

$$\tilde{n}_1(\mathbf{r}) = \int \Pi(\rho) V(\mathbf{r} + \rho) d\rho - \int \Pi^0(\rho) \rho^2 d\rho \Delta V.$$

Используя свойство «локальности» величины $\Pi(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$:

$$\Pi(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \begin{cases} \Pi^0(\mathbf{r} - \mathbf{r}'), & |\mathbf{r} - \mathbf{r}'| \ll R_c, \\ 0, & |\mathbf{r} - \mathbf{r}'| \gg R_c, \end{cases}$$

легко получить

$$\tilde{n}_1(r) = \frac{4\pi A}{6} \int_{R_c}^1 \frac{d\rho}{\rho} \Delta V,$$

что при введении использованного выше численного значения непосредственно приводит к выражению

$$\Delta V = \frac{4\pi e^2 n_0(r)}{\varepsilon(E)},$$

с диэлектрической проницаемостью, совпадающей с (1.2).

4. Взаимодействие точечных зарядов на малых расстояниях

Выражение (1.2) для диэлектрической проницаемости позволяет сразу же найти отклонения от кулоновского закона.

Рассмотрим ядро произвольно малого радиуса, имеющее на бесконечности заряд Z ($Z > 1$, $Ze^2 \ll 1$). Заряд внутри малого радиуса будет больше, чем Z , поскольку заряд в диэлектрической среде экранируется.

В отсутствие внешних зарядов имеем

$$\operatorname{div} D = 0,$$

где D — индукция, откуда

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \varepsilon \frac{dV}{dr} \right) = 0.$$

Вводя умноженный на e заряд $Q(r)$ внутри сферы радиуса r , получим $dV/dr = Q/r^2$ и $\varepsilon Q = \text{const}$. Поскольку при $r \gg 1$ $Q \rightarrow Ze^2$, находим (см. ²³)

$$Q(r) = \frac{Ze^2}{1 - (e^2/3\pi) \ln [Q(r)/r^2]}. \quad (1.8)$$

Наше выражение для диэлектрической постоянной можно применять, когда $R_c^2 \ll r^2$, что соответствует условию $Q \gg 1$. Чтобы иметь интерполяционную формулу, пригодную при $Q \lesssim 1$, можно заменить под логарифмом Q на величину $Q + 1$. При $Q \ll 1$ находим

$$Q(r) = Ze^2 \left(1 + \frac{e^2}{3\pi} \ln \frac{1}{r^2} \right).$$

Это выражение совпадает с найденной в квантовой электродинамике формулой для поправки к кулоновскому закону. На очень малых расстояниях, когда $Q \gg 1$, необходимо в уравнении Пуассона для потенциала V учитывать роль электронов, конденсирующихся в вакууме вблизи положительного заряда. Как мы видели, эта конденсация начинается при $Ze^2 > 1$, а в нашем случае, когда на бесконечности $Ze^2 < 1$, конденсация будет происходить вблизи внешнего заряда в областях, где величина $Q > 1$. В результате уравнение для искаженного кулоновского потенциала с учетом (1.1) примет вид

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \epsilon \frac{dV}{dr} \right) = -4\pi e^2 \frac{V^3}{3\pi^2}. \quad (1.9)$$

Появление конденсированных зарядов не учитывается в электродинамических расчетах и может привести к существенному изменению взаимодействия на сверхмалых расстояниях.

II. БОЗОНЫ В СИЛЬНЫХ ПОЛЯХ

1. Неустойчивость бозонного вакуума во внешних полях

Как мы видели, перестройка фермионного вакуума в сильных полях лимитировалась принципом Паули.

Гораздо более существенная перестройка вакуума происходит в случае бозе-частиц, когда нет запрета Паули и возможно образование многих частиц в одном и том же состоянии. Перестройка вакуума в этом случае лимитируется лишь взаимодействием между частицами. После того как в «опасном» состоянии накопится достаточное число частиц, дальнейшее образование частиц делается энергетически невыгодным из-за отталкивания между частицами. Заметим, что в случае притяжения между бозе-частицами вакуум был бы неустойчив и без внешнего поля. Действительно, при достаточно большой плотности частиц затрата энергии на рождение частицы (mc^2) скомпенсируется выигрышем от притяжения и при дальнейшем рождении частиц энергия системы будет понижаться.

Рассмотрим сначала случай скалярного внешнего поля. Энергия бозона во внешнем скалярном поле U определяется в результате решения уравнения

$$\Delta \varphi + (\omega^2 - 1 + U) \varphi = 0; \quad (2.1)$$

здесь выбраны единицы $\hbar = m = c = 1$. Особенно просто неустойчивость вакуума проявляется в случае скалярного поля, имеющего вид широкой прямоугольной ямы. Влияние поля в этом случае сводится к тому, что вместо массы ($m = 1$) входит эффективная масса

$$\tilde{m}^2 = 1 - U_0,$$

где U_0 — глубина ямы.

Когда эффективная масса обращается в нуль, возникает неустойчивость. При дальнейшем углублении ямы одночастичная задача теряет смысл, поскольку наименьшая энергия бозона

$$\omega_{\min} = \sqrt{\tilde{m}^2}$$

делается мнимой. Бозонное поле будет нарастать до тех пор, пока отталкивание между частицами не сделает дальнейшее нарастание поля энергетически невыгодным. Аналогичная неустойчивость возникает и в элек-

трическом поле. В этом случае уравнение КГФ принимает вид

$$\Delta\varphi + [(\omega - V)^2 - 1]\varphi = 0. \quad (2.2)$$

Запишем это уравнение в форме уравнения Шрёдингера

$$\Delta\varphi + 2(E - U)\varphi = 0,$$

где энергия E равна

$$E = \frac{\omega^2 - 1}{2},$$

а эффективный потенциал U связан с электрическим потенциалом V соотношением

$$U = -\frac{1}{2}V^2 + \omega V. \quad (2.3)$$

Первое слагаемое при любом знаке заряда частицы соответствует притяжению. Этим объясняется тот удивительный факт, что в глубокой потенциальной яме при достаточно быстром стремлении к нулю потенциала на бесконечности возникает связанное состояние не только для частицы, для которой потенциал V соответствует притяжению, но и для частицы противоположного заряда, для которой потенциал $(-V)$ соответствует отталкиванию. В широкой прямоугольной яме наименьшая энергия с точностью до членов $\sim 1/R^2$ определяется соотношением

$$(\omega + V_0)^2 = 1,$$

где V_0 — глубина ямы. Из этого соотношения следует, что энергия бозона обращается в нуль при $V_0 = 1$, а при значении $V_0 = 2$ энергия бозона достигает значения -1 . При этом значении V_0 энергия античастицы равна 1. Следовательно, при $V_0 = 1$ наступает неустойчивость относительно рождения одиночных частиц, а при $V_0 = 2$ делается возможным образование пар. Разумеется, рождение одиночных частиц возможно только в том случае, если заряд бозонов может изменяться. Рассмотрим в виде примера случай пионов в яме, созданной протонами при одинаковых химических потенциалах для нейтронов и протонов (что соответствует равновесию относительно β -распада). Тогда при $V_0 = 1$ энергия π -мезона обратится в нуль и возникнет неустойчивость относительно реакции

$$n \rightarrow p + \pi^-.$$

В этом случае перестройка вакуума состоит в накоплении π -мезонов. Равенство химических потенциалов $\mu_n = \mu_p$ будет восстанавливаться за счет β -распада

$$p \rightarrow n + e^+ + \nu,$$

если электроны могут уходить из системы. Такой случай мог бы реализоваться в сверхзаряженных ядрах, если они существуют (см. раздел 5 гл. III).

Наибольший интерес представляет перестройка пионного поля в нуклонной среде.

Рассмотрим нуклонную среду как источник поля, действующего на пионы. Энергия пиона ω , как функция импульса k , может быть получена из известного соотношения ($\hbar = c = m_\pi = 1$)

$$\omega^2 = 1 + k^2 - 4\pi n F(k), \quad (2.4)$$

где n — плотность нуклонов, а $F(k)$ — амплитуда рассеяния пиона на нуклоне на угол нуль. Первые два слагаемых дают энергию свободного пиона, а третье слагаемое представляет собой то эффективное поле, кото-

рое действует на пионы в нуклонной среде. Для простоты мы опустили изотопические значки. Амплитуда рассеяния F как для π^+ , так и для π^- -мезонов имеет знак, соответствующий притяжению ($F > 0$), и поэтому при достаточной плотности n энергия может обратиться в нуль, что и означает неустойчивость пионного поля. Однако $F(k)$ мала при малых k и неустойчивость возникает при $k = k_0$, которое соответствует максимальному значению $F(k)$. Условие неустойчивости $\omega^2 = 0$ или

$$1 + k_0^2 = 4\pi n F(k_0).$$

При выполнении условия $\omega^2 = 0$ для какого-либо из трех типов пионов на соответствующем уровне ($k = k_0$) будет накапливаться пионное поле соответствующего типа. Соотношение (2.4) не учитывает возможности возбуждения нуклонной среды движущимся пионом — нуклоны рассматриваются как внешнее поле («газовое» приближение).

2. Движение пионов в нуклонной среде.

Применение методов теории ферми-жидкости

В предыдущем разделе мы рассматривали влияние нуклонной среды на движение пионов как воздействие некоторого эффективного поля (формула (2.4)).

Такой подход дает только качественную картину. Для более точных расчетов необходимо учесть возможность виртуальных возбуждений нуклонной среды пролетающим пионом.

Для этой цели энергия пионов, как функция импульса, записывается в виде

$$\omega^2 = 1 + k^2 + \Pi(k, \omega), \quad (2.4')$$

где величина $\Pi(k, \omega)$ («поляризационный оператор») определяется как слагаемыми вида (2.4), так и слагаемыми, учитывающими возможность возбуждения нуклонной среды. Перейдем к обсуждению метода нахождения поляризационного оператора.

В случае электромагнитного поля аналогичная величина $\Pi^{(v)}(k, \omega)$ непосредственно связана с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon(k, \omega)$, поскольку в этом случае

$$\omega^2 = \frac{k^2}{\varepsilon(k, \omega)} = k^2 \left[1 + \frac{1}{k^2} \Pi^{(v)}(k, \omega) \right].$$

Эта аналогия часто используется для того, чтобы получить в случае пионов формулу, напоминающую формулу Лоренц-Лорентца²⁴. При этом приходится предполагать, что амплитуда виртуального πN -рассеяния (т. е. вне массовой поверхности) δ -образна и не отличается от реальной амплитуды. Эти предположения заведомо не выполняются в ядерном веществе с ядерной плотностью. Между тем, как мы увидим, существует последовательный метод нахождения поляризационного оператора, свободный от этих ограничений. Разумеется, точное вычисление поляризационного оператора в среде сильно взаимодействующих частиц — задача неразрешимая. Однако легко выделить медленно изменяющиеся величины, которые можно считать константами и определять из опыта, выражая через них другие величины, существенно изменяющиеся в интересующей нас области, подобно тому, как это делается в теории ферми-жидкости⁹. Этот метод основан на том, что все виртуальные процессы, определяющие $\Pi(k, \omega)$, можно разделить на два класса: происходящие на расстояниях, меньших или порядка $1/m_N$, и на расстояниях порядка единицы в пионных единицах. Процессы первого типа в среде с плотностью, малой по сравнению с $m_N^3 \sim 300$, происходят так же, как в пусто-

те, тогда как процессы второго типа существенно искажаются средой. Так, например, локальная вершина взаимодействия пиона с нуклоном, как можно убедиться, оценивая входящие в нее графики, определяется малыми расстояниями $r_0 \sim 1/m_\rho$, $1/m_N$ и, следовательно, константа πN -взаимодействия в среде с ядерной плотностью мало отличается от взаимодействия в пустоте.

Сделаем несколько замечаний о графическом методе расчета. Графики или диаграммы представляют собой, прежде всего, удобный способ иллюстрации происходящих процессов. Им можно придать смысл количественных соотношений, считая, что каждый график описывает определенную амплитуду перехода. Тогда согласно принципу суперпозиции полная амплитуда перехода есть сумма всех возможных физически различных амплитуд и, кроме того, любая амплитуда может быть получена как сумма по всем промежуточным состояниям произведений амплитуд перехода из начального состояния в промежуточное и из промежуточного в конечное, проинтегрированная по всем промежуточным моментам времени. Если вводить амплитуды, не зависящие от времени, то этому утверждению соответствует известная квантовомеханическая формула

$$A_{01} = \sum \frac{B_{0i} C_{i1}}{E_0 - E_i}. \quad (2.5)$$

Любой самый сложный процесс составляется из последовательного использования нескольких простых амплитуд, которые можно раз и навсегда получить, сравнивая соответствующий элемент графика с теорией возмущений. Таким образом, графический метод в той форме, в какой мы будем им пользоваться представляет простое использование формул обычной квантовой механики и не требует никаких дополнительных знаний. Так, например, полюсная часть амплитуды рассеяния вперед π^+ -мезона на покоящемся нейтроне может быть записана в виде

$$A_{\pi^+ n}^+ =$$

в промежуточном состоянии имеется протон с импульсом k . Согласно формуле (3.1) эта амплитуда равна

$$A_{\pi^+ n}^+ = \frac{|\Gamma|^2}{\omega + m_N - E(k)},$$

где Γ — амплитуда поглощения пиона нуклоном, ω — энергия пиона, $E(k)$ — энергия нуклона. При полюсном рассеянии π^- -мезона на нейтроне возможен только график

$$A_{\pi^- n}^- =$$

который соответствует тому, что сначала испускается конечный мезон, а затем поглощается начальный. Амплитуда в этом случае равна

$$A_{\pi^- n}^- = \frac{|\Gamma|^2}{\omega + m_N - [2\omega + E(k)]} = \frac{|\Gamma|^2}{-\omega + m_N - E(k)}. \quad (2.6)$$

Более сложные графики будем пояснять по мере их появления.

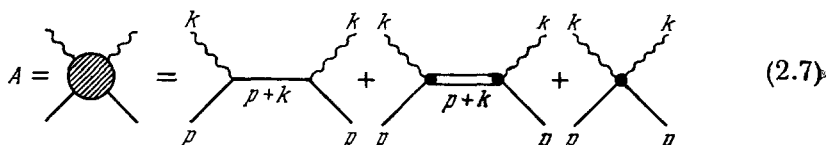
Перейдем к рассмотрению метода выделения существенных диаграмм и к вычислению поляризационного оператора.

Добавка к квадрату энергии пиона, вызванная средой, в газовом приближении выражается через амплитуду рассеяния на угол нуль. Поскольку поляризационный оператор и представляет эту добавку, то в газовом приближении имеем

$$\Pi(k, \omega) = -4\pi n F = n A(k, \omega),$$

где $A = -4\pi F$ — амплитуда рассеяния в энергетической нормировке. Нормировка амплитуды A определяется тем, что в борновском приближении A переходит в интеграл по объему от энергии возмущения, вызванного одним нуклоном. Для того чтобы освободиться от газового приближения, следует ввести вместо полной плотности нуклонов функцию распределения Ферми $n(p)$ для нейтронов и протонов и учесть при вычислении A принцип Паули и взаимодействие между нуклонами в промежуточных состояниях. В результате сама амплитуда A окажется зависящей от распределения $n(p)$.

Прежде чем приступить к вычислению $\Pi(k, \omega)$, выясним, какие процессы определяют амплитуду πN -рассеяния в пустоте. Как известно, πN -рассеяние при малых энергиях пионов, $\omega \sim 1$, приближенно описывается следующими процессами:



$$A = \text{шaded circle} = \text{diagram 1} + \text{diagram 2} + \text{diagram 3} \quad (2.7)$$

Первый из графиков соответствует одному нуклону в промежуточном состоянии («полюсное» слагаемое рассеяния). Вторая диаграмма соответствует переходу в N_{33}^* -резонанс (резонансная часть рассеяния). Как мы увидим, оба эти слагаемые дают вклад в P -рассеяние. Последнее из слагаемых (2.7) представляет собой S -рассеяние.

Наряду с вкладом от далеких резонансов по S -каналу S -рассеяние содержит, в частности, слагаемое, отвечающее обмену N^* -резонансом в u -канале. Поскольку это слагаемое обусловлено промежуточными состояниями, имеющими большие 4-импульсы, то его можно рассматривать как локальное и считать независимым от импульса пиона. В этом случае S -рассеяние можно изобразить точкой. По тем же причинам изображены точками и вершины $(N\pi N)$, и $(N\pi N^*)$, которые, как нетрудно убедиться, содержат 4-импульсы $\geq m_N c$ в промежуточных состояниях. Однако вклад в P -рассеяние не исчерпывается этими процессами и, кроме того, S -рассеяние существенно изменяется при уходе с массовой поверхности. Ниже дополнительный вклад в амплитуду рассеяния от этих причин будет определен из экспериментальных данных по πN -рассеянию с использованием низкоэнергетических теорем алгебры токов, позволяющих определить изменения амплитуды при уходе с массовой поверхности.

Вершина $(N\pi N)$ записывается в виде (см., например, ²⁵)

$$G(N\pi N) = f \bar{\psi} \gamma_\nu \gamma_5 \tau_\alpha \psi \partial_\nu \varphi_\alpha, \quad (2.8)$$

где ψ — волновая функция нуклона, γ_ν — матрицы Дирака, τ_α — матрица изотопического спина нуклона, φ_α — компонента пионного поля. Поля π^+ , π^- и π^0 -мезонов связаны с φ_α соотношением

$$\varphi^\pm = \frac{\varphi_1 \pm i\varphi_2}{\sqrt{2}}, \quad \varphi^0 = \varphi_3.$$

Константа $f = g/2m_N$, где g — безразмерная константа взаимодействия; $g^2/4\pi \approx 14,6$; в пионных единицах $m_N = 6,7$, $f = 1,0$.

Для нерелятивистских нуклонов выражение (2.8) упрощается:

$$\Gamma(N_\pi N) \approx f\psi^\dagger \sigma_\alpha \tau_\beta \psi \nabla_\alpha \Phi_\beta; \quad (2.9)$$

σ_α — спиновая матрица нуклона.

Как следует из (2.9), вершина пропорциональна импульсу пиона и первое слагаемое (2.7) описывает P -рассеяние. Поскольку спин N^* -изобары равен $3/2$ (резонанс N_{33}^+ (1232)), второе слагаемое также соответствует P -рассеянию и его вершина тоже пропорциональна волновому вектору пиона; коэффициент пропорциональности может быть найден достаточно точно из сечения рассеяния пионов с энергией, близкой к резонансу.

Соответственно трем слагаемым (2.7), определяющим амплитуду πN -рассеяния, поляризационный оператор при 4-импульсах пиона $\omega \sim 1$, $k \sim 1$ определяется такими же механизмами πN -рассеяния в среде. Полусное или резонансное взаимодействие пиона с нуклонами среды можно описывать двумя способами: либо как рассеяние пиона с переходом нуклона в состояние, лежащее над границей Ферми, или в изобару, либо как рождение нуклона или изобары и появление дырки в нуклонном ферми-заполнении. Второй подход по многим причинам удобнее первого, и именно он применяется в задаче многих тел и в теории ферми-жидкости, результатами которой мы будем пользоваться.

Итак, поляризационный оператор изображается суммой трех графиков:

$$\Pi(k, \omega) = \text{[diagram 1]} + \text{[diagram 2]} + \text{[diagram 3]} = \Pi_R + \Pi_\varphi + \Pi_S. \quad (2.10)$$

Линия со стрелкой, направленной влево, изображает дырку, а вправо — частицу. Темными треугольниками изображены вершины, учитывающие NN - и NN^* -корреляции в ядерном веществе. Выражения для этих вершин, связывающие их с константами NN - и NN^* -взаимодействий, даются ниже. Первое слагаемое, обозначенное Π_R , соответствует рождению нуклонной дырки в ферми-заполнении и изобары N_{33}^* («резонансное слагаемое»). «Полусный» член Π_φ соответствует возбуждению в среде типа частица-дырка; третье слагаемое учитывает S -рассеяние. Все остальные диаграммы, не имея частей, соединенных частицей и дыркой или дыркой и изобарой, определяются большими 4-импульсами промежуточных состояний ($\sim m_N$) и либо вносят малый вклад, либо мало отличаются от соответствующих вакуумных графиков, которые уже учтены в наблюдаемой массе пиона, либо, наконец, содержатся в эффективной массе m^* нуклона, которая использована ниже ($m^* \approx 0,9m$).

Иными словами, такие графики характеризуются пространственными размерами $\sim 1/m_N$ и мало искажаются в нуклонной среде, где расстояние между частицами порядка $\sim 1/m_\pi$. Эти графики слабо зависят от 4-импульсов входных концов, поскольку нас интересуют 4-импульсы $\sim m_\pi$. Поэтому их можно заменить константами, которые должны быть взяты из опыта.

Как известно, эта идея используется в теории ферми-жидкости при введении констант, определяющих взаимодействие вблизи поверхности Ферми, а также при введении эффективной массы и эффективного локального «заряда» квазичастиц во внешнем поле⁹.

В виде иллюстрации оценим ошибку в массе пиона, которая возникает из-за того, что входные концы пионов в Π взяты не на массовой поверхности, а при $k^2 - m_\pi^2 = \Pi \sim m_\pi^2$. Так как вакуумная часть поляризационного оператора существенно изменяется на импульсах порядка m_N или порядка массы соответствующего резонанса, то

$$\delta m_\pi^2 \sim \frac{\delta \Pi_{\text{vac}}}{\delta k^2} (k^2 - m_\pi^2) \sim \left(\frac{m_\pi}{m_N} \right)^2 m_\pi^2.$$

Как мы видим, эта ошибка мала.

Таким образом, использование методов задачи многих тел позволяет выделить и рассчитать диаграммы, сильно изменяющиеся в интересующей нас области переменных, а остальные диаграммы заменить константами, которые берутся из опыта.

Анализ диаграмм (2.10) показывает, что все они, за исключением полюсного графика, определяются большими энергиями в промежуточных состояниях. Поэтому вклад этих диаграмм (мы будем называть их локальными) в поляризационный оператор может быть записан в виде (2.6):

$$\Pi_{\text{лок}}(k, \omega) = n\tilde{A}(k, \omega),$$

где \tilde{A} — амплитуда πN -рассеяния вперед в энергетической нормировке, за вычетом полюсного слагаемого амплитуды. Учет взаимодействия (например, NN^*) в ядерном веществе сводится к умножению амплитуды на множитель, который изменяется в интервале $\Gamma \approx 0,8 - 1,2$ в зависимости от предположений о характере NN^* -взаимодействия. Для оценок можем полагать $\Gamma = 1$.

В задачу входит амплитуда \tilde{A} при $\omega^2 \neq 1 + k^2$, т. е. вне массовой поверхности пионов.

Поясним, как определяется амплитуда $\tilde{A}(k, \omega)$. Обозначим входные и выходные 4-импульсы пиона и нуклона через q, q' и p, p' и введем обычные обозначения

$$s = (p + q)^2 = (p' + q')^2, \\ t = (q - q')^2, \quad u = (p - q')^2.$$

Пусть нуклон находится на массовой поверхности $p^2 = p'^2 = m^2$. Амплитуда рассеяния может рассматриваться как функция переменных $t, v = (s - u)/4m = \omega + (t/4m)$ и $v = (q^2 + q'^2)/2$, где ω — энергия пиона в лабораторной системе. На массовой поверхности, т. е. при $q^2 = q'^2 = 1$ ($v = 1$), амплитуда рассеяния найдена из анализа экспериментальных данных πN -рассеяния при $k \sim 1, \omega \sim 1$ с помощью дисперсионных соотношений²⁶. Поскольку амплитуда \tilde{A} не содержит слагаемых, имеющих особенности вблизи массовой поверхности, она может быть разложена в ряд по $(v - 1)$. Ограничиваясь линейной добавкой по $(v - 1)$ к амплитуде, получим

$$\tilde{A} = \tilde{A}_{\text{масс. пов}} + \alpha(v - 1).$$

Для определения α следует использовать «условие согласованности», полученное в алгебре токов (см. обзор²⁷). Согласно этому условию \tilde{A} должна обращаться в нуль при $q^2 = 1, q' \rightarrow 0$, т. е. при $t = 1, v = 0, v = 1/2$. Из этого условия и определяется константа α .

В результате получается следующее выражение для амплитуды рассеяния на угол нуль ($t = 0$):

$$\begin{aligned} \tilde{A}^+ &= 0,7 - 0,8k^2 - (0,4 + 0,2\omega^2)\omega^2, \\ \omega^{-1}\tilde{A}^- &= -1,5 + 0,2\omega^2, \end{aligned} \quad (2.11)$$

где \tilde{A}^+ и \tilde{A}^- — изотопически симметричная и изотопически антисимметричная части амплитуды рассеяния (\tilde{A}^+ и \tilde{A}^- представляют собой соответственно полусумму и полуразность амплитуд рассеяния π^- и π^+ на протоне или π^+ и π^- на нейтроне).

Амплитуды рассеяния и соответственно поляризационные операторы для π^+ и π^- -мезонов связаны между собой условием изотопической инвариантности вместе с требованием перекрестной симметрии. Перекрестная симметрия означает, что любая амплитуда перехода (и, в частности, поляризационный оператор) не должна изменяться, если перейти от частицы к античастице и одновременно изменить знак энергии и импульса (поглощение частицы с 4-импульсом k эквивалентно рождению античастицы с импульсом $-k$).

Получаются следующие соотношения:

$$\begin{aligned}\Pi^{(\pi^+, n)}(\omega, \mathbf{k}) &= \Pi^{(\pi^-, n)}(-\omega, -\mathbf{k}) = \Pi^{(\pi^-, n)}(-\omega, \mathbf{k}), \\ \Pi^{(\pi^+, n)}(\omega, \mathbf{k}) &= \Pi^{(\pi^-, p)}(\omega, \mathbf{k}).\end{aligned}$$

С помощью соотношения (2.6) находим

$$\begin{aligned}\Pi_{\text{лок}}^+ &= \frac{\Pi^{(\pi^+, n)} + \Pi^{(\pi^-, n)}}{2} = (n_n + n_p) \tilde{A}^+, \\ \Pi_{\text{лок}}^- &= \frac{\Pi^{(\pi^+, n)} - \Pi^{(\pi^-, n)}}{2} = (n_n - n_p) \tilde{A}^-.\end{aligned}\quad (2.12)$$

Поясним теперь, как определяется полюсная часть поляризационного оператора, соответствующая второму из графиков (2.10). С помощью соотношений (2.5) и (2.9) нетрудно получить для рассеяния π^+ -мезона в нейтронной среде

$$\Pi_{\mathcal{F}}^{(\pi^+, n)}(\omega, \mathbf{k}) = 2f^2 k^2 \int \frac{n^{(n)}(\mathbf{p}) d^3 p}{\omega - E^{(p)}(\mathbf{p} + \mathbf{k}) + E^{(n)}(\mathbf{p})} \frac{2}{(2\pi)^3} \Gamma_{\mathcal{F}}(\omega, \mathbf{k}), \quad (2.13)$$

где $\Gamma_{\mathcal{F}}(\omega, \mathbf{k})$ — вершина, которая определяется суммой графиков:

$$\Gamma_{\mathcal{F}}(\omega, \mathbf{k}) = \text{[diagram 1]} + \text{[diagram 2]} + \text{[diagram 3]} + \dots$$

где заштрихованный прямоугольник означает эффективное взаимодействие в нуклонной среде.

В ⁹ суммы такого вида выражаются через константы нуклон-нуклонного взаимодействия и универсальные функции от k и ω .

Выражение (2.13) приобретает точный смысл, если понимать под промежуточным состоянием не состояние свободных нуклона и дырки, а состояние соответствующей квазичастицы и квазидырки. Тем самым учитываются все графики, искажающие движение нуклона в среде. Переход к квазичастицам усложняет зависимость $E(p)$, но для энергий, не очень далеких от энергий Ферми, возбуждения можно характеризовать двумя числами — энергией Ферми и эффективной массой квазичастицы.

В среде с $N \approx Z$ эти величины достаточно хорошо известны из ядерных экспериментов ($m^* \approx 0,9m$, $\epsilon_F = 45 \text{ Мэв}$).

Приведем в виде иллюстрации полюсную часть поляризационного оператора для случая $N = Z$ (поляризационный оператор для произвольного отношения Z/N был получен в ²⁰):

$$\Pi_{\mathcal{F}} \Pi_{\mathcal{F}}^+ = -2f^2 k^2 \frac{m^* p_F}{\pi^2} \frac{\Phi(\mathbf{k}, \omega)}{1 + g^- \Phi(\mathbf{k}, \omega)}, \quad (2.14)$$

где $g^- = g^{nn} - g^{np}$, g^{nn} , g^{np} — константы, характеризующие спин-спиновое взаимодействие в нуклонной среде. Константы g^{nn} и g^{np} найдены с помощью теорий конечных ферми-систем из ядерных экспериментальных данных ($g^{nn} \approx 1,5$, $g^{np} \approx -0,2$, $g^- \approx 1,7$).

Функция $\Phi(k, \omega)$ имеет довольно громоздкий вид (см. ⁸). Приведем ее выражение только для $k \ll 2p_F$:

$$\Phi(k, \omega) \underset{k \ll 2p_F}{=} 1 - \frac{\omega}{2kv_F} \ln \frac{\omega + kv_F}{\omega - kv_F}. \quad (2.14')$$

3. Выделение пионных степеней свободы.

Схема последовательной теории нуклонного вещества

В теории конечных ферми-систем ⁹ предполагалось, что после выделения графиков обмена частицей-дыркой остальные слагаемые NN -взаимодействия имеют δ -образный характер и могут характеризоваться несколькими параметрами. Такое предположение справедливо для явлений, в которых существенны достаточно малые передаваемые импульсы. Для передаваемых импульсов ~ 1 в пионных единицах следует наряду с обменом частицей-дыркой выделить также однопионный обмен. Тогда оставшаяся часть взаимодействия будет характеризоваться, как нетрудно убедиться, 4-импульсами порядка m_N и при передаваемых импульсах порядка единицы может быть заменена δ -образным взаимодействием. В результате, как показано в ²⁰, константа g^- , характеризующая спин-изоспиновое взаимодействие двух нуклонных квазичастиц в ядре, заменяется на функцию $g_i^-(k, \omega)$ от 4-импульса ω, k , передаваемого по частично-дрочному каналу. Имеем

$$g_i^-(k) = (g^{nn} - g^{np})_i = g^- + 2 \frac{dn}{d\epsilon_F} \frac{f^2 k^2}{\omega^2 - (1 + k^2 + \Pi')}. \quad (2.15)$$

Так как рассматриваемая часть взаимодействия по определению не содержит графиков частица-дырка, то эти графики должны быть выделены из пионного пропагатора. Поэтому в знаменателе стоит величина $\Pi' = \Pi - \Pi_\phi$.

Во избежание недоразумений заметим, что в выражение (2.14) для поляризационного оператора входит величина g^- , а не величина g_i , поскольку поляризационный оператор по определению не содержит однопионных графиков.

Графики однопионного обмена оказывают определяющее влияние на матричные элементы эффективного поля, имеющего квантовые числа пиона. Как показано в ТКФ, точный матричный элемент одночастичного перехода под влиянием поля V_0 в ядре сводится к матричному элементу от эффективного поля V , возникающего в ядре под влиянием поля V_0 . Если внешнее поле V_0 имеет квантовые числа пиона, то поле V содержит полюс, отвечающий пионному пропагатору. Вблизи критической точки, когда энергия пиона обращается в нуль, матричный элемент эффективного поля должен обращаться в бесконечность. Если матричный элемент внешнего поля изобразить в виде

$$V_{\lambda\lambda'}^0 = \text{---} \bullet \begin{array}{l} \nearrow \lambda' \\ \searrow \lambda \end{array},$$

4. С п е к т р ы п и о н н ы х в о з б у ж д е н и й

Спектр пионных возбуждений определяется из соотношения (2.4'), которое может быть переписано в виде

$$\omega^2 = 1 + k^2 + \Pi_{\text{лок}}(k, \omega) + \Pi_{\varphi}(k, \omega); \quad (2.4'')$$

здесь опущены изотопические значки. Величина $\Pi_{\text{лок}}$ определяется соотношениями (2.11) и (2.12), а Π_{φ} имеет вид, даваемый (2.14) и (2.14'). Как это видно из выражений (2.14), (2.14'), соотношение (2.4'') представляет собой трансцендентное уравнение для определения $\omega(k)$.

В теорию входят три типа полей: пионное поле, поле частиц-дырок, поле изобар-дырок. Поэтому для каждого пионного заряда должны существовать, вообще говоря, три ветви решений уравнения (2.4''). Эти ветви можно классифицировать по тем возбуждениям, в которые они переходят при выключении πN -взаимодействия.

Как это и должно быть в случае уравнений, описывающих релятивистские частицы при решении уравнения (2.4''), возникают лишние ветви спектра, которые следует интерпретировать как взятые со знаком минус решения для античастицы. Критерием отбора физических решений с квантовыми числами π^+ -мезонов является условие ^{8, 20}

$$2\omega^+ - \left(\frac{\partial \Pi^+}{\partial \omega} \right)_{\omega=\omega^+} > 0.$$

Аналогичное условие имеется для π^- -мезонов.

На рис. 1 даны спектры возбуждений для случая $N = Z$, полученные в результате численного решения уравнения (2.4'').

В этом случае все три типа пионов π^+ , π^- , π^0 имеют одинаковые спектры (изотопически симметричная среда).

Имеются три ветви спектра. Верхняя ветвь может быть названа резонансной. Ее следует интерпретировать как связанное состояние изобары и нуклонной дырки. При $k = 0$ энергия возбуждения переходит в разность масс изобары и нуклона.

Средняя ветвь — пионная. Энергия возбуждений этой ветви переходит при выключении πN -взаимодействия в энергию свободных пионов ($\omega^2 \rightarrow 1 + k^2$).

Нижняя ветвь может быть названа спин-изоспин-звуковой. При $f \rightarrow 0$ она переходит в спин-изоспин-звуковое возбуждение нуклонной среды, т. е. в возбуждение, имеющее симметрию $\sim \sigma_\alpha \tau_\beta$, где σ , τ — спин-овые и изотопические матрицы, действующие на нуклоны (эти возбуждения были рассмотрены в ⁹).

Для пояснения напомним, что в ферми-системах имеются коллективные возбуждения, которые называются нулевым звуком и которые можно интерпретировать как связанные состояния частицы и дырки. Эти возбуждения могут быть четырех типов: 1) скалярные — обычный нулевой звук; 2) спин-овые, представляющие собой волну спин-овой плотности; 3) изотопические, соответствующие волне изотопического спина, и, наконец, 4) спин-изоспин-овые волны, имеющие квантовые числа пиона ($0^-, T = 1$). При $n > n_c$ в спин-изоспин-ветви возникает область с $\omega^2 < 0$, что означает неустойчивость для рождения π_s^0 -мезонов и $\pi_s^+ \pi_s^-$ -пар. Значок s означает название ветви.

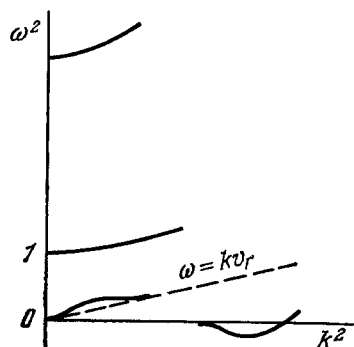


Рис. 1.

Несколько сложнее выглядит картина спектров в нейтронной среде.

При плотности n_c^+ , заметно меньшей, чем ядерная n_0 ($n_c^+ \approx 0,4n$), возникает ветвь π_s^+ с энергией $\omega_s^+ < 0$. В спектре π^- -мезонов спин-изо-спин-звуковая ветвь отсутствует. Далее, при плотности $n = n_c^+$ ($n_c^+ \approx n_0$) в спектрах π^- - и π_s^+ -мезонов возникает точка с $d\omega/dk = -\infty$, которой соответствует обращение в нуль энергии пары:

$$\omega_s^+ + \omega^- = 0.$$

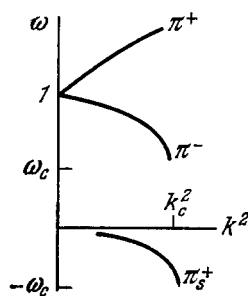


Рис. 2.

Спектр π^0 -мезонов всех трех ветвей имеет такой же вид, как и в среде с $N = Z$. Спектры π^+ - и π^- -возбуждений для нейтронной среды приведены на рис. 2. Для простоты резонансный спектр опущен.

5. Пионная конденсация

Проследим, как происходит перестройка вакуума после того, как возникает неустойчивость. Для этого рассмотрения не существенно, в каком поле возникла неустойчивость. Существенно только, что частота какой-либо степени свободы проходит через нуль. Поскольку «конденсация» состоит в том, что поле ϕ_k , отвечающее этой степени свободы, велико, можно пренебречь влиянием полей, соответствующих всем другим степеням свободы. Тогда энергию конденсата можно записать в виде

$$H = \int dr \left(\frac{\phi_k^2 + \omega^2 \phi_k^2}{2} + \frac{\lambda \phi_k^4}{4} \right) \quad (2.16)$$

При $\omega^2 = 1 + k^2$, $\lambda = 0$ (2.16) переходит в известное выражение для энергии свободного пионного поля. Мы ввели эффективное отталкивание между пионами в нуклонной среде ($\mathcal{H}' = \lambda \phi^4/4$, $\lambda > 0$).

Взаимодействие между пионами в нуклонной среде складывается из их взаимодействия в пустоте и взаимодействия за счет обмена возбуждениями нуклонной среды. Нахождение этого взаимодействия представляет собой сложную задачу, но вблизи точки перехода, когда поле ϕ_k не очень велико, реальное лл-взаимодействие имеет простой вид, принятый в (2.16) с константой $\lambda \sim 5 - 10$ (λ безразмерна).

Вблизи точки неустойчивости энергия рассматриваемой степени свободы может быть записана в виде

$$\omega^2 = \alpha (n_c - n), \quad \alpha > 0. \quad (2.17)$$

Величина α просто связана с поляризационным оператором. При $n > n_c$, когда $\omega^2 < 0$, возникает статическое конденсатное поле, которое можно получить, минимизируя (2.16) по ϕ_k^2 .

Используя (2.17), получим

$$\langle \phi_k^2 \rangle = -\frac{\omega^2}{\lambda} = \frac{\alpha}{\lambda} (n - n_c). \quad (2.18)$$

Плотность энергии конденсата \mathcal{E}_π найдется подстановкой (2.17) в (2.16):

$$\mathcal{E}_\pi = -\frac{\omega^4}{4\lambda} = -\frac{\beta (n - n_c)^2}{2}. \quad (2.19)$$

В случае системы большого размера, $R \gg 1$, квадрат частоты ω_k^2 отрицателен сразу для большого числа собственных значений, прилегающих к значению k_0 , для которого $|\omega_{k_0}|^2$ максимально.

Минимуму энергии системы, как это следует (2.19), соответствует состояние k_0 ($|\omega_{k_0}|^2$ максимально). При этом все остальные степени свободы будут иметь положительные частоты. Действительно, коэффициент при φ_k^2 в гамильтониане после замены $\varphi \rightarrow \varphi_{k_0} + \varphi_k$ складывается из двух членов:

$$\omega_k'^2 = \omega_k^2 + 3\lambda \langle \varphi_{k_0}^2 \rangle.$$

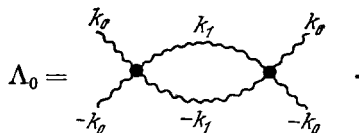
Нетрудно убедиться, что второе положительное слагаемое больше, чем $|\omega_k^2|$, и, следовательно, $\omega_k'^2 > 0$. Таким образом, конденсат стабилизирует все остальные степени свободы. Заметим, что именно по такой схеме строилась теория фазовых переходов второго рода Ландау, в которой свободная энергия разлагалась в ряд по степеням параметра «порядка». Фазовому переходу соответствовало обращение в нуль коэффициента при линейном члене. В нашем случае величина φ^2 играет роль параметра «порядка», а H — роль свободной энергии. Поскольку параметр порядка φ^2 нарастает от нулевого значения, мы имеем дело с фазовым переходом второго рода.

Как известно, теория фазовых переходов второго рода очень существенно усложняется при учете флуктуаций параметра порядка вблизи критической точки. Аналогично этому и в случае рассматриваемого фазового перехода учет флуктуаций пионного поля в непосредственной близости к точке перехода искажает простые результаты, полученные выше. Особенно важную роль играют графики обмена «мягкими» пионами, т. е. π_s -мезонами.

Как было показано в ²⁸, вблизи точки фазового перехода возникает пион-пионное взаимодействие на больших расстояниях. В результате этого взаимодействия вблизи точки перехода при плотности $n < n_c$ константа эффективного 4-бозонного взаимодействия Λ может изменить знак. В этом случае возникнет переход первого рода. Как мы убедимся, этот фазовый переход происходит с малым скачком амплитуды конденсатного поля φ и поэтому практически мало отличен от рассмотренного выше перехода второго рода.

Ниже мы ограничимся рассмотрением симметричной ядерной материи ($Z = N$).

Приведем результаты работы ²⁸. Прежде всего рассматривается график лл-взаимодействия, соответствующий обмену двумя «опасными» пионами:



Как показано в ²⁸, величина Λ_0 имеет полюс вблизи критической точки:

$$\Lambda_0 = -\lambda \frac{\omega_0}{\omega_0},$$

где $\omega_1 = 0,05\lambda$, а $\omega_0 = \omega(k_0)$ определяется выражением (2.4') и проходит через нуль в критической точке. Поэтому вблизи критической точки графики Λ_0 должны учитываться во всех порядках теории возмущений. Отбрасывая неполюсные графики, можно получить для эффективного

взаимодействия выражение

$$\Lambda = \lambda \frac{1 - (\omega_1/\omega_0)}{1 + (\omega_1/\omega_0)}.$$

При $\omega_0 = \omega_1$ Λ изменяет знак, и при дальнейшем увеличении плотности (уменьшение ω_0) система делается неустойчивой относительно фазового перехода первого рода. Это явление не очень существенно изменяет результаты теории, предполагающей переход второго рода, поскольку величина ω_1 численно мала и приводит к малому скачку конденсатного поля в точке перехода. Уже при небольшом превышении плотности над критическим значением энергия конденсата приобретает вид (2.19), соответствующий переходу второго рода.

В ядрах (в том случае, если есть конденсат) это явление смазывается, кроме того, тем фактом, что из-за конечности системы значение $k = k_0$ достигается с точностью $\Delta k \sim 1/R$ и даже при $\omega_0 = 0$ величина $\tilde{\omega}^2 \sim \sim 1/R^2 \neq 0$.

Полная плотность энергии ядерного вещества может быть записана в виде

$$\mathcal{E}(n) = \mathcal{E}_N(n) + \mathcal{E}_\pi(n),$$

где \mathcal{E}_N — плотность энергии нуклонов. Согласно (2.19) при n происходит скачок сжимаемости (скачок $d^2\mathcal{E}/dn^2$). Если этот скачок превысит по модулю сжимаемость ядерного вещества до конденсации, то после конденсации сжимаемость окажется отрицательной и система будет сжиматься, пока не перейдет в более плотное устойчивое состояние.

При плотностях, значительно превышающих критическую плотность, когда пионное поле делается достаточно большим, простое выражение для эффективного лл-взаимодействия, использованное в (2.16), перестает быть справедливым. Критерием является отношение ϕ/kv_F . При дальнейшем увеличении плотности пионное поле достигает предельного значения $\phi \sim 1$ (в пионных единицах) и рост модуля конденсатной энергии замедляется.

Нахождение конденсатной энергии при больших плотностях представляет собой весьма сложную задачу, которая решена только в предположении конденсатного поля вида бегущей волны.

Взаимодействие нуклонов с пионным полем, имеющим вид бегущей волны, впервые рассматривалось в ^{12, 13}. В этом случае взаимодействие смешивает только два состояния: нейтрон с импульсом p и протон с импульсом $p - k$, где k — волновой вектор поля π^- -мезонов. Поэтому нахождение энергий нуклонов в пионном поле сводится к решению квадратного уравнения. Зная энергию нуклонов, можно найти энергию конденсации для произвольной амплитуды пионного поля. Однако модель такого типа весьма далека от реальных условий. Прежде всего должно быть учтено вакуумное взаимодействие пионов и изменение лл-взаимодействия в присутствии пионного поля, которые следуют из приведенного выше нелинейного лагранжиана Вайнберга (см.²⁷). Далее должны быть учтены те изменения, которые возникают в лл-взаимодействии в нуклонной среде, и, наконец, должно быть учтено влияние N^* -резонанса. Как мы видели, учет этих процессов представляет собой сложную задачу даже в случае слабого пионного поля.

Вычисление энергии сильноразвитого конденсата с учетом N^* -резонанса и нуклонных корреляций стало возможным благодаря работам ^{17, 18}, в которых используется приближение киральной симметрии и N^* описывается с помощью кварковой модели. Аналитические выражения получаются только в случае предельных полей.

III. ФИЗИЧЕСКИЕ СЛЕДСТВИЯ ПИОННОЙ КОНДЕНСАЦИИ

1. Конденсация в однородном нуклонном веществе и нейтронные звезды

В среде с $N \approx Z$ все три типа пионов находятся в одинаковых условиях (изотопически симметричная среда) и конденсация наступает одновременно для π^+ -, π^- и π^0 -мезонов.

Гораздо сложнее выглядит картина конденсации в нейтронной звезде. В этом случае неустойчивость возникает сначала для π_s^+ -мезонов. При достижении плотности n_c^+ , когда появляется спин-звуковая ветвь с энергией $\omega_s^+ \leq -\varepsilon_F^{(n)}$, имевшиеся при $n < n_c^+$ протоны перейдут в связанное состояние:

$$p \rightarrow n + \pi_s^+.$$

Потеря энергии при переходе медленного протона в нейтрон над поверхностью Ферми компенсируется большей по модулю отрицательной энергией ω_s^+ . Заряд появившихся π_s^+ -мезонов компенсируется зарядом электронов, которые имелись до перехода. При дальнейшем увеличении плотности нейтронов в результате β -процесса

$$n \rightarrow n + \pi_s^+ + e^- + \tilde{\nu} \quad (3.1)$$

плотность π_s^+ -мезонов и равная ей плотность электронов будут возрастать вместе с ростом $|\omega_s^+|$, поскольку в равновесии согласно (3.1) граница Ферми электронов должна равняться $|\omega_s^+|$.

Легко видеть, что плотность энергии π_s^+ -конденсата при плотностях, близких к n_c , равна

$$\mathcal{E}_\pi = \omega_s^+ n_s^+ + \frac{|\omega_s^+|^4}{4\pi^2}, \quad (3.2)$$

а плотность конденсата равна

$$n_e = n_s^+ = \frac{|\omega_s^+|^3}{3\pi^2}. \quad (3.3)$$

Второе слагаемое в (3.2) представляет собой кинетическую энергию электронов (при $\varepsilon_F^{(e)} \gg m_e c^2$).

Используя (3.3), получаем

$$\mathcal{E}_\pi = -\frac{|\omega_s^+|^4}{12\pi^2}. \quad (3.4)$$

Энергия конденсата скачком принимает конечное значение. Однако этот скачок компенсируется изменением нуклонной энергии так, что полная энергия системы не изменяется.

Как мы видим, вблизи n_c^+ плотность конденсата и конденсатная энергия лимитируются не отталкиванием между пионами, а принципом Паули для электронов. При дальнейшем увеличении плотности возрастание $|\omega_s^+|$ с плотностью замедляется влиянием отталкивания между пионами и, кроме того, как мы видели, возникает неустойчивость для рождения пар π^- , π_s^+ (при $n > n_c^+$), в результате чего в конденсате, помимо π_s^+ , появляется поле π_s^- -мезонов.

Благодаря влиянию π_s^+ -конденсата возникает сложная зависимость энергии конденсата от плотности. Однако из-за большого численного множителя в знаменателе (3.4) влияние π_s^+ -конденсации невелико и при $n > n_c^{(+,-)}$ можно пользоваться формулой (2.19).

Нетрудно убедиться, что при плотности $n = n_c$ сжимаемость может сделаться отрицательной (сжимаемость пропорциональна второй производной от плотности энергии по плотности). Конденсатное слагаемое (2.19) плотности энергии дает отрицательный вклад в сжимаемость, по разумным оценкам, больший по модулю, чем положительный вклад нуклонной части плотности энергии. Действительно, из расчетов плотности энергии нейтронного вещества ²⁹ без учета конденсации получаем для второй производной от нуклонной плотности энергии по n (при $n \approx n_0$, в пионных единицах):

$$\left. \frac{d^2 \mathcal{E}_N}{dn^2} \right|_{n=n_0} \approx 0,2,$$

тогда как для $d^2 \mathcal{E}_\pi / dn^2$ имеем

$$\frac{d^2 \mathcal{E}_\pi}{dn^2} = -\beta \approx -1.$$

При дальнейшем увеличении плотности начинает играть все большую роль отталкивание между нуклонами на малых расстояниях и, кроме того, когда пионное поле делается достаточно большим, рост конденсатной энергии замедляется, в результате чего знак сжимаемости восстановится. Примерный ход зависимости $\mathcal{E}(n)$ дается на рис. 3.

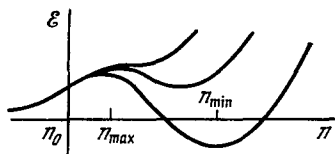


Рис. 3.

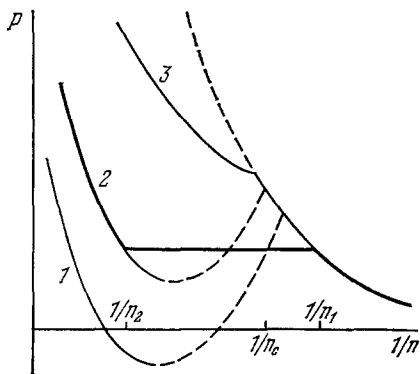


Рис. 4.

На рис. 4 показан возможный ход зависимости давления от плотности нейтронов (характерные точки приведены для кривой 2):

$$p = \mathcal{E}(n) - n \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial n}.$$

Область между точками $n = n_c$ и $n = n_m$ термодинамически неустойчива. Поэтому, когда в процессе эволюции звезды плотность в центре превышает критическое значение, должно резко измениться распределение плотности. Рассмотрим сначала случай кривой 2 (такая зависимость была получена в работах ^{30, 31}). На радиусе r_1 , где плотность $n = n_1 < n_c$ и давление $p = p_1$, должен возникнуть скачок плотности. Плотность во внутренней части $n(r) > n_2$ определяется левой ветвью кривой 2, тогда как плотность во внешней части $n(r) < n_1$ соответствует правой ветви этой кривой.

Для кривой 1 имеется точка, где $p = 0$. Эта точка должна лежать на поверхности звезды, где давление обращается в нуль и распределение плотности определяется левой ветвью кривой 1. Наконец, в случае 3 происходит незначительное перераспределение плотности, соответствующее некоторому смягчению уравнения состояния. Все три случая лежат в разумной области недостаточно хорошо известных значений констант NN - и πN -взаимодействий в ядерном веществе.

Перераспределение плотности должно произойти за короткое время порядка гидродинамических времен с выделением энергии, сравнимой с гравитационной энергией звезды.

Ниже будет обсуждаться возможность существования сверхплотных нейтронных ядер. Если такие ядра существуют, то должны существовать нейтронные звезды любых размеров, так как в этом случае равновесное нейтронное состояние достигается за счет ядерных сил, а не за счет силы тяжести, как в обычных нейтронных звездах.

Резкое изменение плотности нуклонов по радиусу звезды будет сопровождаться резким изменением энергии π_s^+ -мезонов, а следовательно, и энергии ферми-электронов. Но изменение граничной энергии электронов означает, что изменяется глубина электрической потенциальной ямы $V(r)$, которая удерживает электроны.

В равновесии имеем

$$\varepsilon_F^{(e)}(r) + V(r) = \text{const},$$

$$\varepsilon_F^{(e)}(r) + \omega_s^+ = 0;$$

поэтому возникают сильные электрические поля, которые могут быть найдены из соотношения

$$\frac{dV}{dr} = \frac{d\omega_s^+}{dr}. \quad (3.5)$$

Таким образом, π -конденсация оказывает существенное влияние на структуру нейтронных звезд.

2. Конденсация в конечной системе

Оценки критической плотности, соответствующей при $N = Z$ обращению в нуль частот $\omega_s^+, -, 0(k_0)$, дают значение $n_c \approx n_0$. Неточность в этой оценке связана с неточностью констант NN - и πN -взаимодействий в среде, вводимых в теорию. Неопределенность оценки n_c такова, что вполне допускает возможность существования π -конденсата в обычных ядрах. Поэтому представляет большой интерес анализ экспериментов, в которых мог бы проявиться π -конденсат, а также экспериментов, которые позволят установить степень близости ядер к конденсации в том случае, если конденсация еще не наступила, и тем самым уточнить константы, вводимые в теорию. Это уточнение констант особенно важно для выяснения возможности существования сверхплотных ядер.

Для этой цели следует прежде всего рассмотреть π -конденсацию в конечной системе. Такое рассмотрение показывает, что в средних и тяжелых ядрах получается плотность конденсатной энергии, отличающаяся от случая бесконечной системы только в тонком слое $\delta \ll R$, вблизи границы ядра³². Осуществляется периодическая плоская структура конденсатного поля

$$\varphi = a(r) \cos k_0 z, \quad (3.6)$$

причем амплитуда $a(r)$ постоянна внутри объема и в слое δ у границы ядра обращается в нуль. В случае деформированного ядра слои ориентируются перпендикулярно большей оси.

Дополнительная поверхностная энергия, связанная с π -конденсацией, пропорциональна не полной поверхности ядра, а наименьшему экваториальному сечению. Благодаря этому конденсация способствует вытянутости ядра и в принципе могла бы приводить к появлению второго мини-

му на кривой зависимости энергии ядра от деформации, т. е. к изомерии формы. При получении этих результатов ядро рассматривалось как достаточно большая система. В 33 критические условия для конденсации были получены методами теории конечных ферми-систем⁹, т. е. из точного уравнения для амплитуды рассеяния в ядре, имеющей по каналу частица-дырка квантовые числа π -мезонов. Вместо нахождения критической плотности определялось критическое значение константы g^- , при котором энергия пионного возбуждения обращается в нуль. Было показано, что для легких ядер неустойчивость наступает сначала для S -состояний. Для средних и тяжелых ядер результаты практически не отличаются от результатов макроскопического подхода.

Слоистая структура конденсатного поля благодаря πN -взаимодействию может привести во втором порядке по амплитуде поля к слоистой структуре плотности нейтронов и протонов с волновым вектором $2k_0$:

$$n^{(n, p)} = n_0^{(n, p)} (1 + \xi^2 \cos 2k_0 z). \quad (3.7)$$

Благодаря слоистой структуре (3.7) в сферических (в смысле параметра деформации) ядрах может возникнуть ротационный спектр. Кроме того, слоистая структура протонной плотности должна повлиять на электрический форм-фактор ядра, проявляющийся в рассеянии электронов.

Сильное уменьшение энергии пиона в ядре, предсказываемое теорией, проявляется в ряде экспериментальных фактов. Так, из спектральных данных π -атома определяется «оптический» потенциал пиона в ядре (т. е. эффективная потенциальная яма пиона). Ясно, что оптический потенциал непосредственно связан с поляризационным оператором $\Pi(k, \omega)$. Получается разумное согласие теоретического оптического потенциала с экспериментальным.

Нарушение симметрии, связанное с существованием конденсата, приводит к появлению низколежащих голдстоуновских возбуждений. Конденсат нарушает трансляционную, ротационную и, в случае бегущей волны, изотопическую симметрию. В соответствии с этим возможны три ветви голдстоуновских колебаний. В бесконечной системе частоты этих ветвей должны начинаться с нуля. В конечной системе минимальная частота содержит степень радиуса системы R в знаменателе. Наименьшую энергию согласно³⁴ имеет частота, соответствующая колебаниям направления конденсатной структуры относительно направления вытянутости ядра. Соответствующая частота порядка

$$\omega_{\text{rot}}^2 \sim \frac{\beta \omega_0}{R (k_0 R)^2}$$

где β — параметр деформации. Трансляционная и изотопическая ветви имеют большие минимальные частоты, которые трудно отличимы от других возбуждений с теми же квантовыми числами. Обнаружение голдстоуновского колебания среди ядерных возбуждений было бы решающим аргументом в пользу существования конденсата.

Еще одно существенное отличие конденсации в конечной системе от случая бесконечной среды состоит в том, что пионное поле в основном состоянии совершает нулевые колебания так, что среднее значение конденсатного поля в каждой точке равно нулю³⁵. Средний квадрат пионного поля, разумеется, отличен от нуля и определяется приведенными выше формулами. Поэтому в амплитуду рассеяния каких-либо частиц, линейную по конденсатному полю, входит не среднее поле $\bar{\phi}$, а величина матричного элемента поля между основными и первым возбужденным состояниями пионного поля, т. е. величина $\phi_{01} e^{-i\omega_{01}t}$. Энергия $\omega_{01} \sim 5 - 10 \text{ Мэв}$

и в случае достаточно больших передач энергии сечение будет содержать величину $\varphi^2 = |\varphi_{01}|^2$.

Существенным для проверки используемого выражения $\Pi(k, \omega)$ и для уточнения констант является сравнение с опытом энергии уровней, имеющих пионную симметрию. К таким состояниям относятся уровни $0^-, 1^+, 2^-, \dots$. Сдвиг энергии этих уровней по сравнению с их значениями, полученными в модели оболочек, в большой мере определяется взаимодействием нуклонов за счет обмена «смягченным» пионом. Получается удовлетворительное согласие с опытом ³⁶.

Особенно сильное влияние оказывает близость к конденсации на l -запрещенные $M1$ -переходы, переходы с изменением орбитального момента на две единицы ³⁷.

Интенсивность таких переходов содержит слагаемое, вызванное однопионным обменом и имеющее полюс в критической точке (т. е. при $\omega_s(k_0) = 0$). Интенсивности этих переходов в некоторых случаях в десятки раз превосходят расчетное значение, полученное без учета обмена «мягким» пионом. Этот факт свидетельствует о близости системы к конденсации, но оставляет открытым вопрос о том, произошел ли фазовый переход.

Существенную информацию дает анализ влияния однопионного обмена на магнитные моменты (в этом случае влияние не очень велико) и на вероятности гамов-теллеровских β -переходов. Представляют большой интерес поиски аномалий в рассеянии нуклонов на ядрах, а также анализ магнитного форм-фактора ядра, получаемого в опытах по рассеянию электронов на большие углы. В этих экспериментах могла бы проявиться спиновая структура нуклонной плотности (в отличие от электрического форм-фактора, который определяется структурой плотности заряда).

Таким образом, анализ имеющихся экспериментов подтверждает основные заключения теории и пока не противоречит предположению о существовании конденсата в ядрах.

Можно думать, что более тщательный анализ имеющихся фактов, а также данных, полученных в опытах по рассеянию, позволит дать окончательный ответ на вопрос о существовании конденсата в ядрах и, во всяком случае, даст возможность уточнить константы, вводимые в теорию, настолько, чтобы сделать более определенными предсказания о возможном существовании сверхплотных ядер.

Перейдем к анализу возможных экспериментов, устанавливающих близость ядер к конденсации.

3. Эксперименты, устанавливающие близость ядер к конденсации

Если в ядрах имеется конденсат, т. е. имеется периодическая структура спиновой плотности нуклонов, то эта структура может повлиять на угловую зависимость амплитуды рассеяния частиц.

Рассмотрим сначала простейший случай, когда периодическая структура спиновой плотности приводит к периодической структуре плотности нуклонов. Как уже упоминалось, в случае бегущей волны $\pi^+\pi^-$ -поля не приводят к периодической структуре плотности — она обусловлена только π^0 -конденсатом, имеющим вид стоячей волны из-за вещественности поля π^0 -мезонов. Итак, допустим, что в системе координат, скрепленной с направлением деформации ядра, имеется периодическая структура плотности

$$n(r) = n_0 (1 + \xi^2 \cos 2k_0 r).$$

Если ядра не поляризованы, то в опытах по упругому рассеянию, когда ротационные уровни не возбуждаются, в задачу войдет выражение $n(r)$, усредненное по направлению вектора k_0 , т. е. выражение

$$\bar{n}(r) = n_0 \left(1 + \xi^2 \frac{\sin 2k_0 r}{2k_0 r} \right).$$

Таким образом, форм-фактор упругого рассеяния электронов должен иметь добавочное слагаемое по сравнению с форм-фактором гладкого распределения плотности. Это дополнительное слагаемое имеет узкий максимум при передаваемом импульсе $q = 2k_0 \approx 2p_F \approx 3f^{-1}$. Как известно, такая аномалия форм-фактора действительно наблюдается³⁸ при импульсах q , близких к этому значению. Следует отметить, что расчет форм-фактора по методу Томаса — Ферми показывает, что при некотором выборе констант взаимодействия аномалия форм-фактора объясняется и без предположения о существовании конденсата. Трудно сказать, какое объяснение более убедительно. Более убедительное доказательство существования конденсата в ядрах могли бы дать опыты по рассеянию электронов на поляризованных ядрах, что привело бы к значительному увеличению аномального рассеяния.

Опыты по рассеянию нуклонов на неспаренном нуклоне четно-нечетного ядра могли бы дать сведения о близости ядра к конденсации, поскольку вблизи критической точки пионное поле, создаваемое нечетным нуклоном, усилено для волновых векторов $k \approx k_0$. Действительно, пионное поле, создаваемое нуклоном, пропорционально величине

$$\varphi \sim \frac{\psi^+ \sigma \tau_3 \psi}{\omega^2(k)}.$$

$\omega^2(k)$ имеет минимум при $k = k_0$. Поэтому в упругом рассеянии нуклонов на нечетном нуклоне должен быть максимум при передаваемом импульсе $q \approx k_0$.

Наиболее убедительным и, по-видимому, просто выполнимым является эксперимент по однонуклонному захвату π^- -мезонов³⁹. В отсутствие конденсата однонуклонный захват π^- -мезона с оболочки π -атома должен быть очень мал, поскольку излишек импульса должен передаваться ядру в целом. В присутствии π -конденсата с амплитудой $a^2 \approx 0,04$ вероятность однонуклонного захвата, как показано в³⁹, увеличивается в 100 раз.

Обнаружение большого однонуклонного захвата было бы аргументом в пользу существования в ядре достаточно развитого конденсата.

Следует заметить, что конденсатная периодическая структура вблизи точки конденсации смазывается радиальными нулевыми голдстоуновскими колебаниями пионного поля и поэтому все эксперименты, связанные с несохранением импульса благодаря конденсации, могут дать положительный результат только в случае достаточно развитого конденсата, когда нулевые колебания несут существенны.

Решающим может оказаться эксперимент по фоторождению пионов на ядре. Если в ядре существует конденсат, то амплитуда фоторождения, как функция передаваемого импульса $q = k_\gamma - k_\pi$, должна иметь максимум при $q = k_0$, что соответствовало бы фоторождению с переходом конденсатного поля в возбужденное состояние (см. раздел 2 гл. III).

Существенную информацию о поляризационном операторе пионов в ядре может дать анализ спектральных данных π -атома, из которых можно извлечь сведения об ядерном оптическом потенциале пионов. Как показано в⁴⁰, ядерный оптический потенциал пионов связан с поляризационным оператором $\Pi(k, \omega)$ соотношением (для простоты ограничиваемся случаем $Z \approx N$)

$$V_{\text{опт}} = - \left\{ \frac{(\partial \Pi / \partial \omega^2) + (\partial \Pi / \partial k^2)}{2[1 - (\partial \Pi / \partial \omega^2)]} \right\}_{k=0, \omega=1} \Delta. \quad (3.8).$$

4. Возможное существование сверхплотных и нейтронных ядер и пути их обнаружения

Предположим, что приведенные выше оценки справедливы и что при $n > n_c$ сжимаемость ядерного вещества изменяет знак. Однако отсюда еще не следует, что должны существовать сверхплотные ядра (см. ^{7, 19, 41}). Для существования таких ядер требуется выполнение ряда условий. Прежде всего, энергия такого ядра должна быть меньше, чем сумма масс нейтронов и протонов, иначе оно распадается на отдельные частицы. Кроме того, оно должно быть устойчиво относительно деления.

Как известно, время жизни обычных трансурановых ядер резко убывает по мере роста заряда благодаря неустойчивости их относительно деления. Условие устойчивости обычных ядер имеет вид $Z^2/A < 50$. Аналогичное неравенство должно быть выполнено для аномальных ядер. Кроме того, для того чтобы аномальные ядра можно было наблюдать в космических лучах, они должны быть устойчивы относительно β -распада. Чтобы сформулировать эти условия количественно, необходимо иметь выражение для энергии ядра как при малой плотности нуклонов $n \approx n_0$, так и при плотностях, при которых ожидаются устойчивые аномальные ядра (как показывает расчет, эта плотность (3—6) n_0). Энергия ядра складывается из чисто нуклонной энергии и из энергии, выигрываемой при образовании конденсата. Так как чисто нуклонная энергия минимальна при плотности $n = n_0$, то при $n > n_0$ она положительна и растет с ростом n . Энергия пионной конденсации отрицательна и частично или полностью компенсирует возрастание нуклонной энергии.

На рис. 5 показана энергия ядра (отсчитанная от суммы энергии покоя нуклонов) в зависимости от плотности. Первый минимум на кривых 1—3 соответствует обычным ядрам. Второй минимум, если он существует при энергии, меньшей нуля, соответствует аномальным ядрам. Суммарная энергия получается как разность двух больших величин: положительной энергии нуклонов и отрицательной энергии пионного конденсата. Поэтому даже малая неточность в вычислении каждого из слагаемых может привести к большой ошибке в полной энергии. Как видно из рис. 5, в зависимости от выбора недостаточно хорошо известных параметров нуклон-нуклонного взаимодействия второй минимум на кривой может либо отсутствовать, либо лежать ниже нуля, что соответствует устойчивым сверхплотным ядрам.

Следует заметить, что расчет как нуклонной энергии, так и энергии конденсата при больших плотностях представляет собой сложную задачу, которая решена только приближенно. К неточности в выборе параметров взаимодействия добавляется еще и неточность самой теории. Таким образом, нельзя сделать определенного заключения о существовании аномальных ядер, можно только сказать, что существование аномальных ядер достаточно правдоподобно, чтобы предпринимать самые серьезные усилия для доказательства или опровержения этого предположения.

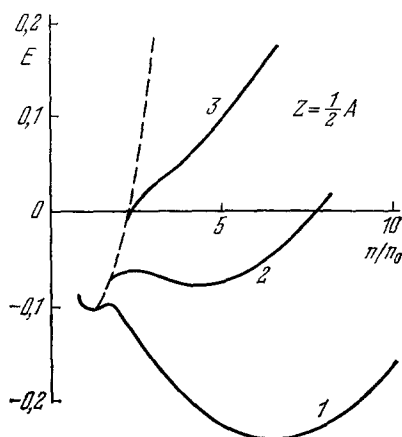


Рис. 5.

Заметим, что в ⁴² был предложен механизм образования сверхплотных ядер, основанный на предположении о неустойчивости достаточно плотного ядерного вещества относительно образования нуклонных пар.

В работе ¹⁹ были сделаны убедительные оценки, согласно которым это явление, если и может произойти, то при плотностях, в сотни раз превышающих ядерную плотность. Приведем простое соображение, указывающее на невозможность нуклон-антинуклонной неустойчивости при плотностях, сравнимых с ядерными.

Для такой неустойчивости необходимо, чтобы глубина эффективной ямы для отдельного нуклона стала порядка $m_N c^2 = 930 \text{ Мэв}$. Между тем при ядерной плотности глубина ямы равна только 50 Мэв . При правильном учете отталкивания на малых расстояниях она должна уменьшаться с ростом плотности и при плотности порядка ядерной даже изменить знак.

Вернемся к кривым рис. 5. Одна из этих кривых имеет минимальную энергию, меньшую, чем энергия нормальных ядер. Если бы такой случай реализовался в природе, то обычные ядра были бы неустойчивы и должны были бы переходить в сверхплотные ядра. Возможно, что время этого перехода так велико, что количество сверхплотных ядер, которые образовались из обычных за время существования Вселенной, очень мало и они составляют малую примесь к обычным ядрам.

Как уже говорилось, даже в том случае, когда кривая на рис. 5 имеет второй минимум с энергией, меньшей нуля, остается еще вопрос об устойчивости аномального ядра относительно деления и β -распада. Для ответа на эти вопросы необходимо знать энергию ядра не только при большой плотности, но и при произвольном соотношении между зарядом ядра Z и числом нейтронов N . Проведенный недавно расчет энергии, как функции плотности n и отношения Z/N , показал, что сверхплотные ядра с $Z \approx N$ должны были бы иметь меньшую энергию, чем ядра с $Z \ll N$. Поэтому ядра с $Z \ll N$ в результате каскада β -распадов должны переходить в ядра с $N \approx Z$. Энергия β -электронов в начале каскада $100\text{--}200 \text{ Мэв}$, что соответствует времени жизни $10^{-6}\text{--}10^{-8} \text{ сек}$. При некоторых разумных предположениях о константах взаимодействия должны существовать «нейтронные» ядра, устойчивые относительно β -распада и деления. Учет экранировки кулоновского поля ядра вакуумными электронами (см. раздел 5 гл. III) существенно расширяет область устойчивости таких ядер ⁴³.

Сделаем теперь несколько замечаний о возможных экспериментах по обнаружению аномальных ядер.

В случае, если сверхплотные ядра существуют, неясно, каким ядрам — нормальным или сверхплотным — соответствует большая энергия связи. В принципе возможно, что большую энергию связи имеют сверхплотные ядра. В этой связи представляет интерес экспериментальное ограничение на спонтанные переходы нормальных ядер в сверхплотное состояние. Отметим, что пока поиски ядер с аномально-высокой энергией связи дали отрицательный результат.

Представляют интерес поиски стабильных или короткоживущих β -активных аномальных ядер небольшого размера ($A \sim 100$) в продуктах деления обычных ядер.

Возможно, сверхплотные ядра могут образовываться при столкновениях тяжелых ионов с энергиями порядка нескольких сотен Мэв на нуклон (энергия на нуклон должна быть заметно больше, чем энергия Ферми $\epsilon_F \approx 40 \text{ Мэв}$ *). Возникающая при этом ударная волна может

*) Такой эксперимент был предложен Б. М. Понтекорво в 1971 г. при обсуждении работы ⁷.

привести к значительному уплотнению ядерного вещества. Весьма вероятно, что уже при $n = n_c$ сжимаемость системы становится отрицательной. Поэтому достаточно сжать систему до плотности $n = n_c$, чтобы начала образовываться сверхплотная фаза. Независимо от того, существуют или нет устойчивые сверхплотные ядра, пионная конденсация должна существенно повлиять на динамику столкновения и проявиться в угловых и энергетических распределениях продуктов реакции. Такая возможность рассматривалась в работе ⁴⁴. Более детальное исследование влияния фазового перехода на динамику ударных волн в ядерном веществе было выполнено в работе ⁴⁵ и показало, что наличие области отрицательной сжимаемости в уравнении состояния должно привести к расщеплению ударной волны на две. В первой волне происходит скачок плотности от n_0 до n_c , а во второй от n_c до плотности сверхплотной фазы n_m ($n_m \approx (3-6)n_0$). Это явление могло бы привести к появлению двух (вместо одного) максимумов в угловом распределении вылетающих частиц.

Экспериментальное и теоретическое изучение столкновения тяжелых ионов позволит приблизиться к решению проблемы возможного существования сверхплотных ядер.

И, наконец, можно надеяться обнаружить аномальные ядра в космических лучах, как это отмечалось еще в первой работе на эту тему ⁷.

Возможность наблюдения в космических лучах стабильных аномальных ядер или их β -активных осколков с аномальным Z/A , образующихся при взаимодействии с ядрами атмосферы, должна учитываться при постановке и анализе экспериментов. Так, например, трек в фотопластинке, который ошибочно приписывался необнаруженному до сих пор монополю Дирака, быть может, нужно интерпретировать как след аномального (нейтронного) ядра. Представляют интерес также поиски сверхплотных ядер космического происхождения, накопившихся за космологические времена в поверхностных слоях лунного грунта и в метеоритах.

5. Сверхзаряженные ядра

Сделаем несколько замечаний о возможном существовании сверхзаряженных ядер. В первоначальной форме ⁸ идея сверхзаряженных ядер основывалась на следующем.

В сверхзаряженном ядре при $Ze^2/R > m_\pi c^2$, что соответствует $Ze^3 \gg 1$, может возникнуть $\pi^+\pi^-$ -конденсация, причем выигрыш энергии при достаточном превышении Z над критическим значением оказывается большим, чем кулоновская энергия нуклонов. В результате такое ядро может оказаться устойчивым. Однако в поле такого ядра рождаются e^+e^- -пары, позитроны улетают на бесконечность, а электроны распределяются внутри и вне ядра, экранируя его заряд. Распределение вакуумных электронов вблизи сверхзаряженного ядра найдено в ⁶. Оказалось, что как раз при $Ze^3 \sim 1$ начинается сильная экранировка заряда ядра, а при $Ze^3 \gg 1$ заряд протонов экранируется внутри ядра так, что нескомпенсированным остается только заряд в слое, прилегающем к поверхности ядра. Таким образом, кулоновская энергия сильно ослабляется этой экранировкой. Однако кинетическая энергия электронов, которая добавляется к энергии системы, делает такое ядро нестабильным. Гораздо больший выигрыш энергии получается, если учесть однопионную конденсацию, при которой заряд протонов экранируется π^- -мезонами. Однако и в этом случае энергия системы больше нуля. Существование сверхзаряженных ядер возможно только, если учесть влияние нуклонов и рассматривать конденсацию с волновым вектором k_0 , соответствующим наименьшей пионной энергии $\tilde{\omega}^2(k_0)$.

Если критическая плотность n мало превышает n_0 , то π^- -конденсация может возникнуть и в стабильных ядрах.

Действительно, рассмотрим для простоты ядро с $N = Z$. Тогда энергия π^- -мезона в ядре определяется из уравнения

$$(1 + k^2 + \Pi(k, \bar{\omega}) - \bar{\omega}^2) \psi = 0,$$

где $k = (1/i)\nabla$, $\bar{\omega} = \omega - V$.

Разлагая $\Pi(k, \omega)$ в ряд и ограничиваясь первыми членами (что допустимо при $|V| < kV_F$), получим

$$\left[\left(1 - \frac{\partial \Pi}{\partial \omega^2} \right) \bar{\omega}^2 - \tilde{\omega}^2(k^2) \right] \psi = 0, \quad (3.9)$$

где $\tilde{\omega}^2(k^2) = 1 + k^2 + \Pi(k, 0)$ имеет минимум при $k = k_0$.

Умножая (3.9) на ψ и интегрируя, легко получить

$$\omega^2 - 2\bar{V}\omega - \frac{\tilde{\omega}^2(k_0)}{1 - (\partial \Pi / \partial \omega^2)} + \bar{V}^2 = 0. \quad (3.10)$$

Черта означает усреднение по ψ^2 (интеграл от ψ^2 нормирован на единицу). Из (3.10) имеем

$$\omega = \bar{V} + \sqrt{\bar{V}^2 - \bar{V}^2 + \frac{\tilde{\omega}^2}{1 - (\partial \Pi / \partial \omega^2)}}.$$

Легко видеть, что

$$\bar{V}^2 - \bar{V}^2 \ll \bar{V}^2, \quad \bar{V} \approx -\frac{Ze^2}{R}.$$

Пренебрегая этой величиной и беря в качестве оценки

$$\tilde{\omega}^2 = \omega_0^2 + \kappa \frac{(k^2 - k_0^2)^2}{4k_0^2} \approx \omega_0^2 + \frac{C_1}{R^2},$$

где C_1 — число порядка единицы, получим, используя для ω_0^2 (2.17),

$$\omega = \bar{V} + \sqrt{\frac{\alpha(n_c - n_0) + (C_1/R^2)}{1 - (\partial \Pi / \partial \omega^2)}}.$$

Возникновение π^- -конденсата начинается при $\omega = 0$. Поэтому при достаточно малом превышении n_c над n_0 π^- -конденсация может возникнуть уже в области устойчивых ядер, если $|\bar{V}| > \sqrt{C_1 / 1 - (\partial \Pi / \partial \omega^2)} \frac{1}{R}$.

Для ядер с большим зарядом делается существенной неустойчивость относительно деления. Эта неустойчивость может исчезнуть в том случае, если кулоновская энергия ядра будет заметно ослаблена. Для этого заряд π^- -мезонов должен быть порядка Z . Как показывает расчет, при $\Lambda \sim 1$ $Z_\pi \sim Z$ при условии $Ze^3 \sim 1$.

Таким образом, значительное ослабление кулоновской энергии может сделать сверхзаряженные ядра ($Ze^3 \gtrsim 1$) устойчивыми. Остается открытым вопрос о соотношении энергии таких ядер с энергией сверхплотных ядер того же заряда. Мы надеемся вернуться к этому вопросу в будущем.

Институт теоретической физики им. Л. Д. Ландау
АН СССР, Черногоровка (Московская обл.)

*) Предполагая амплитуду ψ постоянной по объему ядра, получаем $\bar{V}^2 - \bar{V}^2 \approx 0,017 \bar{V}^2$, $\bar{V} = -(6/5) Ze^2/R$.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. I. Pomerenchuk, Ya. A. Smorodinsky, J. Phys. USSR 9, 97 (1945).
2. W. Greiner, W. Pieper, Zs. Phys. 218, 327 (1969).
3. В. С. Попов, ЯФ 12, 429 (1970).
4. Я. Б. Зельдович, В. С. Попов, УФН 105, 403 (1971).
5. А. Б. Мигдал, ЖЭТФ 70, 411 (1976).
6. B. Müller, J. Rafelski, Phys. Rev. Lett. 34, 349 (1975).
А. Б. Мигдал, В. С. Попов, Д. Н. Воскресенский, Письма ЖЭТФ 24, 186 (1976); ЖЭТФ 72, 834 (1977).
7. А. Б. Мигдал, ЖЭТФ 61, 2209 (1971).
8. А. Б. Мигдал, ЖЭТФ 63, 1993 (1972); Phys. Rev. Lett. 31, 257 (1973).
9. А. Б. Мигдал, Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер, М., «Наука», 1965.
10. А. Б. Мигдал, Письма ЖЭТФ 19, 539 (1974).
11. Э. Е. Саперштейн, М. А. Троицкий, *ibid.* 21, 138 (1975).
12. R. F. Sawyer, Phys. Rev. Lett. 29, 392 (1972).
13. D. J. Scalapino, *ibid.*, p. 386.
14. A. B. Migdal, Phys. Lett. B47, 96 (1973).
15. G. Baum, E. Flowers, Nucl. Phys. A222, 29 (1974).
16. R. F. Sawyer, A. C. Yao, Phys. Rev. D7, 1579 (1973).
17. G. Baum, D. Campbell, R. Dashen, J. Manassah, Phys. Lett. B58, 304 (1975).
18. D. Campbell, R. Dashen, J. Manassah, Phys. Rev. D12, 979, 1010 (1975).
19. A. B. Migdal, Phys. Lett. B52, 172 (1974).
20. А. Б. Мигдал, О. А. Маркин, И. Н. Мишустин, ЖЭТФ 66, 443 (1974).
21. А. Б. Мигдал, А. М. Переломов, В. С. Попов, ЯФ 14, 874 (1971).
22. W. Heisenberg, H. Euler, Zs. Phys. 98, 714 (1936).
V. Weisskopf, Kgl. Den. Vid. Sels. Math. Fys. Medd., Nr. 14, 6 (1936).
23. А. Б. Мигдал, ЖЭТФ 62, 1621 (1972).
24. M. Ericson, T. E. O. Ericson, Ann. Phys. (N.Y.) 36, 323 (1966).
25. С. Газизович, Физика элементарных частиц, М., «Наука», 1969.
26. Е. Т. Озуровский, Nucl. Phys. B21, 615 (1970).
M. Nagels et al., *ibid.* B109, 1 (1976).
27. А. И. Вайнштейн, В. И. Захаров, УФН 100, 225 (1970).
28. А. М. Дюгаев, Письма ЖЭТФ 22, 181 (1975).
29. V. Pandharipande, Nucl. Phys. A178, 123 (1971).
30. W. Weise, G. E. Brown, Phys. Lett. B58, 300 (1975).
31. J. Hartle, R. F. Sawyer, D. J. Scalapino, Astrophys. J. 199, 471 (1975).
32. A. B. Migdal, N. A. Kirichenko, G. A. Sorokin, Phys. Lett. B50, 411 (1974).
33. Э. Е. Саперштейн, С. В. Толоконников, С. В. Фаянс, Письма ЖЭТФ 22, 529 (1975).
34. N. A. Kirichenko, G. A. Sorokin, Phys. Lett. B62, 162 (1976).
35. А. Б. Мигдал, *ibid.* B52, 264 (1974).
36. Э. Е. Саперштейн, М. А. Троицкий, Изв. АН СССР, сер. физ. 40, 103 (1976).
37. Э. Е. Саперштейн, М. А. Троицкий, Письма ЖЭТФ 21, 236 (1975).
38. I. Sick, Nucl. Phys. A208, 557 (1973).
39. М. А. Троицкий, М. В. Колдаев, Н. И. Чекунаев, *ibid.* 25, 136 (1977).
40. A. B. Migdal, Rev. Mod. Phys. (in press).
41. А. Б. Мигдал, О. А. Маркин, М. Н. Мишустин, Г. А. Сорокин, ЖЭТФ 72, 1247 (1977).
42. T. D. Lee, Rev. Mod. Phys. 47, 267 (1975).
43. Д. Н. Воскресенский, Г. А. Сорокин, А. Ц. Черноуцан, Письма ЖЭТФ 25, 495 (1977).
44. V. Ruck, M. Gyulassy, W. Greiner, Zs. Phys. A277, 391 (1976).
45. В. М. Галицкий, И. Н. Мишустин, Влияние фазового перехода на динамику ударных волн в ядерном веществе. Препринт ИАЭ им. И. В. Курчатова, Москва, 1976.