

546.87:539.184.2

СВОЙСТВА ЭЛЕКТРОНОВ В ВИСМУТЕ

В. С. Эдельман

СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение	257
2. Теоретические представления о спектре висмута	258
а) Расчеты зонной структуры (258). б) Деформационная теория (261). в) Модели спектра электронов (262).	
3. Поверхность Ферми висмута	264
а) Квантовые осцилляции проводимости. Форма электронной поверхности Ферми (264). б) Измерение эффективных масс методом циклотронного резонанса (266). в) Магнитоплазменные волны. Концентрация электронов (268). г) Измерение скорости электронов. Магнитные поверхностные уровни (269). д) Магнитоакустический резонанс (270). е) Циклотронный резонанс на неэкстремальных орбитах (271).	
4. Исследования в инфракрасном диапазоне	273
а) Спектральные измерения без магнитного поля (273). б) Магнитооптические исследования (273).	
5. Исследование висмута в квантовом пределе	275
а) Принцип метода (275). б) Измерение зависимостей $N(H)$ и $E_F(H)$ (276).	
6. Спектр электронов нижнего уровня Ландау	278
7. Спектр дырок	282
8. Заключение	284
Цитированная литература	285

1. ВВЕДЕНИЕ

Висмут привлекает постоянное неугасающее внимание исследователей, работающих в области физики твердого тела (рис. 1). Интерес этот обуславливают его уникальные электронные свойства: малая концентрация носителей тока $\sim 10^{-5}$ электрон/атом; малые эффективные массы $\sim 10^{-2}m_e$ (m_e — масса свободного электрона); большая диамагнитная восприимчивость $\sim 10^{-5}$; большая диэлектрическая проницаемость ~ 100 ; большое значение g -фактора, достигающее ~ 200 .

Благодаря этим свойствам исследования висмута сыграли особую роль в физике металлов. Достаточно сказать, что на висмуте впервые были обнаружены сильное магнитосопротивление¹, эффект де Гааза — ван Альфена² и Шубникова — де Гааза³, осциллирующая магнотострикция⁴, циклотронный резонанс в металлах⁵, незатухающие СВЧ волны⁶, были сделаны первые детальные измерения магнитных поверхностных уровней⁷, геометрических осцилляций ультразвука⁸. Без преувеличения можно сказать, что изучение перечисленных явлений обусловило прогресс, достигнутый в физике металлов к настоящему времени.

Исследование электронных свойств висмута — именно в этой области проявляется его специфика — интересно ввиду того промежуточного положения, которое висмут занимает между хорошими металлами и полу-

проводниками. Висмут является представителем класса веществ, электронные свойства которых тесно связаны с малым отличием кристаллической решетки от более симметричной модификации⁹. Сюда прежде всего относятся обладающие ромбоэдрической решеткой, близкой к кубической,

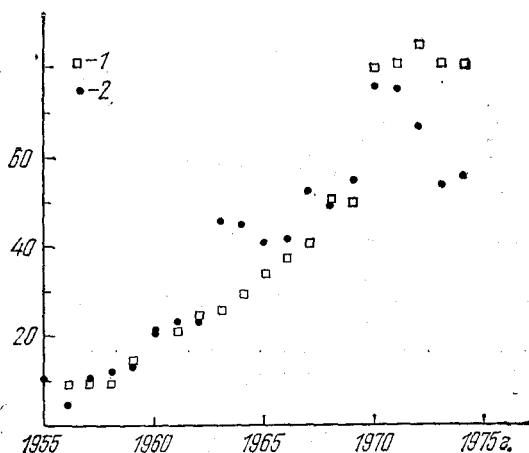


Рис. 1. Число рефератов статей по свойствам висмута и сплавов висмут—сурьма, опубликованных в «Physics Abstracts», в сравнении с полным числом рефератов.

1 — число всех рефератов (в тыс. штук), 2 — по электронным свойствам висмута.

ваться, как правило, вне нашего внимания. Читателю, интересующемуся этими вопросами, можно рекомендовать обратиться к обзорам^{10, 11}. В тех случаях, когда среди большого числа публикаций, посвященных какому-либо частному вопросу, имеется одна-две работы, перекрывающие все остальные, мы будем приводить только результаты этих работ. Сравнение с другими исследованиями можно найти в обзоре¹².

2. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ О СПЕКТРЕ ВИСМУТА

а) Расчеты зонной структуры

Первые расчеты зонной структуры висмута были выполнены Мазе¹³, который, учитывая особую роль точек высокой симметрии, вычислил уровни энергии вдоль линий $\Gamma-T$, $\Gamma-L$ зоны Бриллюэна (рис. 2). Впоследствии Феррейра^{14, 15} провел расчет уровней энергии в точках Γ , T (группа симметрии D_{3d}), X , L (группа C_{2h}). Расчеты методом присоединенных плоских волн¹⁴, результаты которых приведены в табл. I, установили, что дырки расположены в T , а электроны в L -точках зоны Бриллюэна. Такое же расположение областей поверхности Ферми было установлено ранее Абрикосовым и Фальковским на основе предложенной ими деформационной модели⁹.

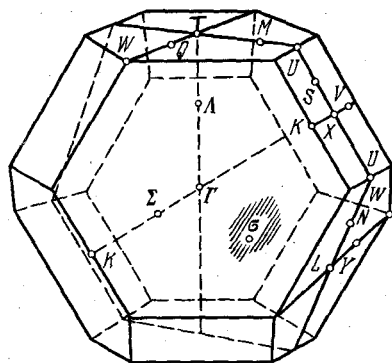


Рис. 2. Зона Бриллюэна висмута.

полуметаллы Bi, Sb, As и бинарные сплавы Bi—Sb. Среди этих веществ с точки зрения возможностей экспериментального исследования висмут обладает неоспоримым преимуществом легкости изготовления высококачественных монокристаллов с большими длинами свободного пробега электронов, достигающим ~ 1 мм. Это позволяет изучать широкий круг физических явлений и получать параметры спектра висмута с высокой точностью.

Цель предлагаемого обзора — описание результатов наиболее полных и точных современных исследований энергетического спектра электронов в висмуте. Историческая картина будет оста-

Общее представление о зонной структуре висмута было получено Голиным расчетом по методу псевдопотенциала¹⁶. Точность расчетов этим

Таблица I

Уровни энергии в точках T , Γ , L и X

Обозначение уровня *)	Энергия относительно уровня Ферми, эв		Обозначение уровня	Энергия относительно уровня Ферми, эв	
	по 16	по 14		по 16	по 14
T_{45}^+	1,57	1,12	Γ_6^-	3,04	3,15
T_6^-	0,89	0,61	Γ_6^-	0,65	1,00
T_6^+	0,52	0,095	Γ_6^+	-0,17	-0,34
T_{45}^-	0,02	0,205	Γ_{45}^+	-0,18	-0,58
T_6^+	-1,58	-1,3	Γ_6^+	-2,45	-2,55
T_6^-	-1,89	-1,68			
L_a	1,51	1,05	X_8	2,07	2,43
L_s	1,10	0,65	X_a	-1,53	-1,98
L_s	-0,019	-0,095	X_a	-3,01	-3,22
L_a	-0,034	-0,335			
L_a	-1,84	-1,40			
L_s	-1,95	-1,68			

*) Это обозначение соответствует рис. 3.

методом, как известно, обычно составляет 0,5—0,1 эв. Характерные энергии электронов и дырок в висмуте $\sim 0,01$ эв. Поэтому в работе¹⁶ сделана попытка описать носители тока, подобрав параметры псевдопотенциала

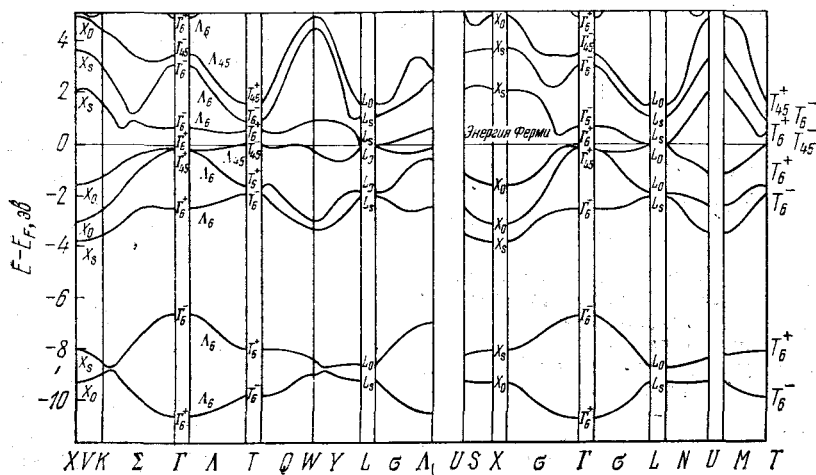


Рис. 3. Зонная структура по Голину¹⁶.

таким образом, чтобы перекрытие зон в L и T и малая энергетическая щель между зоной проводимости и валентной зоной в L (ее наличие вытекало из оптических исследований; гл. 4) совпадали с экспериментальными значениями¹⁷. Результаты расчета Голина приведены в табл. I и на рис. 3. Сопоставление расчетов¹⁵ и¹⁶ между собой (см. табл. I) и с изме-

рениями оптического поглощения¹⁸ (табл. II) позволяет заключить, что теория дает зонную структуру с точностью 0,2—0,4 эв. Однако это заключение не может быть слишком категоричным, так как линий в оптическом

Таблица II.

Энергии междозонных переходов, измеренные в работе¹⁸, в сравнении с расчетом методом псевдопотенциала¹⁶

Энергия, эв по 18	Энергия, эв по 16	Переход между зонами	Обозначение уровней	Энергия, эв по 18	Энергия, эв по 16	Переход между зонами	Обозначение уровней
0,69	0,82	5 → 6	$\Gamma_8^+ \rightarrow \Gamma_6^-$	2,96	2,94	4 → 7	$L_a \rightarrow L_s$
0,81	0,83	4 → 6	$\Gamma_{45}^+ \rightarrow \Gamma_6^-$	3,33	{ 3,20	4 → 7	$\Gamma_{45}^+ \rightarrow \Gamma_6^-$
1,15	1,13	5 → 7	$L_a \rightarrow L_s$		{ 3,19	5 → 7	$\Gamma_8^+ \rightarrow \Gamma_6^-$
1,68	1,53	6 → 8	$L_s \rightarrow L_a$		{ 3,41	3 → 8	$L_s \rightarrow L_a$
1,92	1,83	4 → 6	$L_a \rightarrow L_s$	3,57	{ 3,62	4 → 8	$\Gamma_{45}^+ \rightarrow \Gamma_{45}^-$
2,49	{ 2,48	5 → 7	Вблизи Σ		{ 3,62	5 → 8	$\Gamma_8^+ \rightarrow \Gamma_{45}^-$
	{ 2,51	4 → 7	Вблизи Λ		{ 3,60	5 → 6	$X_a \rightarrow X_s$

диапазоне наблюдалось сравнительно немного. В то же время зонная структура весьма сложна (см. рис. 3), и, в принципе, наблюдавшиеся особенности могут быть связаны с переходами между другими уровнями, не указанными в табл. II.

Методом кл-теории возмущений, использующим уровни энергии и волновые функции, полученные при псевдопотенциальном расчете, Голин вычислил тензор масс носителей тока¹⁶. Оказалось, что компоненты тензора масс и электронов, и дырок отличаются от измеренных в 2—3 раза. Кроме того, для электронного эллипсоида согласно расчету угол наклона к базовой плоскости равен +10° и отношение максимального импульса к минимальному 6. Эксперимент дает для этих величин +6°23' и 13,9 соответственно (рис. 4; см. также гл. 3).

Таким образом, хотя расчеты методом псевдопотенциала¹⁶ и присоединенных плоских

Рис. 4. Схема электронной (а) и дырочной (б) поверхностей Ферми, их ориентация относительно осей кристалла и направлений в зоне Бриллюэна, а также относительное расположение электронных и дырочной поверхностей (в).

волн (ППВ)¹⁵ дают общее представление о зонной структуре, они мало пригодны для описания носителей тока в висмуте, имеющих характерную энергию $\sim 10^{-2}$ эв, на порядок меньшую, чем точность расчета. Не лишена, однако, интереса обратная постановка задачи — имеющимся экспериментальным данным уточнить положение уровней энергии хотя бы в точке T , обладающей наиболее высокой симметрией. Хотя известно несколько попыток такого рода расчетов^{15, 16, 19, 20}, однако задачу нельзя считать окончательно решенной. Дело в том, что в этих работах получено $\delta E \approx 0,2$ эв для расстояния от валентной зоны, подо-

жение которой практически совпадает с уровнем Ферми, до ближайшей соседней зоны. В то же время, при оптических исследованиях^{18, 21} в диапазоне энергий 0,1—0,7 эв не было обнаружено особенностей, которые могли бы быть связаны с переходами между этими зонами. Наблюдавшиеся же в этой области энергий аномалии вольт-амперных характеристик туннельных переходов висмут-диэлектрик-алюминий²², на наш взгляд, преждевременно связывать с особенностями зонной структуры хотя бы потому, что в работах других авторов эти характеристики имеют совершенно иной вид^{23, 24}.

б) Деформационная теория

Деформационная теория^{9, 10} исходит из того, что реальный кристалл висмута, обладающий ромбоэдрической решеткой с двумя атомами в элементарной ячейке, можно рассматривать как возникший в результате растяжения простой кубической решетки вдоль одной из пространственных диагоналей и относительного сдвига соседних гранецентрированных подрешеток вдоль этой диагонали. В исходной кубической решетке в приближении свободных электронов имеется трехкратно вырожденный уровень*), энергия которого близка к энергии Ферми в точках, расположенных на осях третьего порядка посередине между центром и гранью зоны Бриллюэна. Кристаллическое поле частично снимает вырождение, отщепляя один из уровней. По предположению теории⁹, двукратно вырожденный уровень (его малое расщепление обусловлено только спин-орбитальным взаимодействием) в этой точке зоны Бриллюэна точно совпадает с уровнем Ферми и приводит к образованию совпадающих электронной и дырочной поверхностей Ферми.

Бесконечно малый сдвиг подрешеток удваивает период обратной решетки; в результате этого рассматриваемые электронные и дырочные поверхности Ферми точно налагаются друг на друга, и металл становится диэлектриком**). Это состояние четырехкратно вырожденным уровнем является исходным для построения спектра в рамках теории возмущений при конечных, но малых ромбоэдрической деформации и сдвиге подрешеток. Спектр Абриковского и Фальковского (рис. 5) описывается уравнениями четвертого порядка относительно компонент импульса и содержит семь параметров, которые связаны с наблюдаемыми величинами сложными соотношениями^{10, 26}. Последовательное сопоставление теории с экспериментом требует машинного расчета. Известна только одна попытка такого рода²⁶. Фальковскому и Разиной удалось достичь согласия сечений поверхности Ферми и эффективных масс, даваемых теорией, с экспериментом в пределах ~10—20%. Используя вычисленные в рабо-

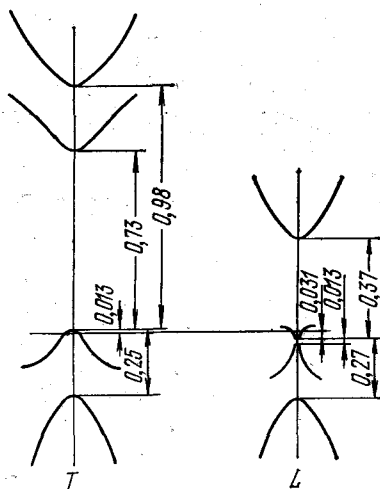


Рис. 5. Зонная структура висмута в деформационной модели²⁶. Разности энергий — в эв.

*) Каждый из этих уровней в отсутствие поля дополнительно двукратно вырожден по спину.

**) Такая картина в действительности имеет место для обладающих кубической решеткой бинарных сплавов типа PbTe, SnTe и др.²⁵

те²⁶ параметры спектра, Фальковский рассчитал спиновое расщепление²⁷. Анизотропия g -фактора для электронов качественно совпала с экспериментом. Для дырок при $\mathbf{H} \parallel C_3$ g -фактор оказался вдвое меньше измеренного значения.

Различие теоретического и экспериментального значения g -фактора для дырок имеет принципиальное значение, так как не может быть устранено никаким подбором параметров²⁷. Абрикосов²⁸ провел расчет спектра в точке T с учетом всех шести уровней, о которых говорилось в начале этого раздела. В этой работе было выяснено, что эффективный g -фактор дырок*) при $\mathbf{H} \parallel C_3$ может иметь значение больше 2, если валентная зона образована одним из добавленных уровней, не учитывавшимся в ранних вариантах деформационной теории. Отметим так же, что добавление к схеме рис. 5 еще двух уровней делает ее значительно более похожей на зоны Голина¹⁶ (см. рис. 3 и табл. I).

Некоторые выводы деформационной теории, касающиеся вида спектра электронов, рассмотрены в следующем разделе.

в) Модели спектра электронов

Важную роль при исследовании висмута играют модели спектра электронов. В их основе лежит известный из оптических исследований факт, что в точке L близки две зоны (гл. 4). Учитывая только эти близкие зоны, используя теорию возмущений, получают спектр, известный как модель Лакса²⁹

$$\frac{P_i P_h}{m_{ih}} = \frac{[E - (E_g/2)][E + (E_g/2)]}{E_g}, \quad (1)$$

где P_i — компоненты импульса, m_{ih} — тензор эффективных масс, E_g — щель между зонами; энергия E отсчитывается от середины между валентной зоной и зоной проводимости. Близость двух зон приводит наряду с малостью эффективных масс также и к большому значению g -фактора³⁰, так что эффективный g -фактор точно равен 2, и спиновое расщепление равно циклотронному. Поэтому в квантующем магнитном поле $\mathbf{H} \parallel z$ спектру (1) соответствуют уровни энергии, определяемые при $P_z = 0$ уравнением^{29,31}

$$E_n = \pm \sqrt{\frac{E_g^2}{4} + E_g \left(n + \frac{1}{2} + s\right) \frac{e\hbar H}{m_0^* c}}, \quad (2)$$

или эквивалентным ему

$$\left(E_n - \frac{E_g}{2}\right) \left(E_n + \frac{E_g}{2}\right) = E_g \frac{e\hbar H}{m_0^* c} \left(n + \frac{1}{2} + s\right), \quad (2')$$

где n — номер уровня Ландау, s — спин электрона, m_0^* — эффективная масса в экстремуме зоны, имеющая порядок $10^{-2}m_e$ (m_e — масса свободного электрона); знак плюс относится к зоне проводимости, знак минус — к валентной зоне.

Электронная поверхность Ферми висмута сильно вытянута в направлении 1, близком к направлению биссекторной оси C_1 (см. рис. 4). Из этого факта следует, что матричные элементы, описывающие взаимодействие двух ближайших зон в этом направлении, должны быть в $\sim 10^2$ раз меньше, чем для направлений, перпендикулярных к вытянутости. Коэн³² высказал гипотезу, что в направлении оси 1 взаимодействие ближайших зон полностью отсутствует, а спектр определяется более далекими зонами.

*) Эффективный g -фактор — отношение удвоенного спинового расщепления к циклотронному.

Расчет в рамках метода эффективных масс приводит к спектру

$$\left(E - \frac{E_g}{2} - \frac{P_1^2}{2m_{1+}}\right) \left(E + \frac{E_g}{2} + \frac{P_1^2}{2m_{1-}}\right) = E_g \left(\frac{P_2^2}{2m_2} + \frac{P_3^2}{2m_3}\right). \quad (3)$$

Входящие в эту формулу параметры имеют порядок величины

$$m_{1+} \approx m_{1-} \approx m_e, \quad m_2 \approx m_3 \approx 10^{-2}m_e, \quad E_g \approx 10 \text{ мэв.}$$

Ортогональные оси координат выбраны, как на рис. 4.

Как установил Абрикосов³³, спектр Коэна (3) может быть получен из деформационной модели, если считать E_g малой величиной. В дальнейшем Бенеславский и Фальковский³⁴ показали, что при учете спин-орбитальной связи как малого возмущения существует направление, в котором между ближайшими зонами взаимодействие отсутствует, и в двухзонной модели изоэнергетические поверхности имеют вид цилиндров. Тем самым причина вытянутости поверхности Ферми может считаться установленной, а предположение Коэна теоретически доказанным. В свете работы³⁴ существование неквадратичной эллипсоидной модели Лэкса (1) представляется невозможным. Поэтому модель Коэна является основным приближением для спектра при $E \approx E_g$ и носит столь же фундаментальный характер, как квадратичный спектр при $E \ll E_g$.

Уровни в магнитном поле, соответствующие спектру (3), рассчитывались Бараффом³¹ для случая $\mathbf{H} \parallel$ оси I (или вблизи нее, пока спиновое расщепление мало отличается от расщепления Ландау) и $P_z = 0$. В работе³⁴ были рассчитаны уровни при произвольных P_z , однако в рамках конкретной модели, учитывающей взаимодействие между собой только четырех зон. Для уровней Ландау в работе³⁴ было получено выражение, совпадающее при $j = n + (1/2) + s \neq 0$, $P_z = 0$ с приведенным в работе³¹. Для $j = 0$, т. е. для нижнего уровня в зоне проводимости или верхнего — в валентной зоне, в работе³⁴ получено

$$E = \pm \left(\frac{E_g}{2} + \frac{e\hbar H}{2c} \Delta_{\pm} - \frac{P_z^2}{2m_{1\pm}} \right), \quad (4)$$

где верхний знак относится в зоне проводимости, нижний — к валентной зоне. Параметр $\Delta_{\pm} \approx 10^{-1}/m_{01}^*$ описывает относительно малое влияние далеких зон, приводящее к отличию спинового расщепления от расщепления Ландау (сравни с формулой (2)). Член $\propto P_z^2$ соответствует параболической зависимости энергии от импульса в направлении вытянутости в модели Коэна (3).

Для тех же уровней с $j = 0$ Барафф³¹, а позднее Векки и др.²¹, предположив их взаимодействие между собой, которое, вообще говоря, должно отсутствовать из-за разной четности зон валентной и проводимости²¹, получили спектр, имеющий при $\Delta_+ = -\Delta_- = \Delta$ и $P_z = 0$ вид

$$E = \pm \sqrt{\left(\frac{E_g}{2} + \frac{e\hbar H}{2c} \Delta\right)^2 + \left(\frac{e\hbar H}{c} b\right)^2}, \quad (5)$$

который переходит в спектр (4) при $b = 0$. Как отмечено в работе²¹, введение конечного значения b оправдано тем, что без его учета трудно объяснить эксперименты по магнитоотражению (см. раздел б) гл. 4).

В ряде экспериментов было установлено отличие поверхности Ферми от модели Коэна (см. гл. 3). В связи с этим рассматривались модели, учитывающие большое число членов теории возмущений. Роль их оказывается существенной вследствие численной малости матричных элементов, описывающих взаимодействие зон в направлении вытянутости. Проявляется это в том, что массы m_{1+} , m_{1-} в (3) оказываются порядка m_e , хотя они могли

бы быть и на порядок меньше, как это наблюдается для Ge или Si, имеющими энергетическую щель ~ 1 эв и эффективные массы $\sim 0,1 m_e$. Наиболее полная модель спектра электронов, являющаяся смесью спектров Козна и Лэкса и дополняющая их членами четвертого порядка вида $P_1^2 \times P_{2,3}^2$ и $P_1^3 \times P_{2,3}$, была предложена Мак-Клюром и Чоем³⁵. Мы рассмотрим ее в конце 2-й главы при обсуждении экспериментальных результатов.

3. ПОВЕРХНОСТЬ ФЕРМИ ВИСМУТА

В настоящее время известен целый ряд экспериментальных методов, позволяющих установить форму поверхностей Ферми металлов и скорости носителей тока на них. К ним относятся: исследование квантовых осцилляций магнитного момента, проводимости и т. д.; геометрические размерные эффекты; размерные и резонансные осцилляции затухания ультразвука; гальваномагнитные исследования; изучение магнитоплазменных волн; циклотронный резонанс; наблюдение магнитных поверхностных уровней. Все эти перечисленные методы были применены при исследовании электронных свойств висмута. В результате была установлена ныне хорошо известная модель поверхности Ферми, состоящая из трех сильно вытянутых электронных участков, близких по форме к эллипсоидам, и дырочного эллипсоида вращения (см. рис. 4)¹⁰. Ниже мы рассмотрим подробнее те эксперименты, которые к настоящему времени дают наиболее точную информацию о поверхности Ферми висмута.

а) Квантовые осцилляции проводимости. Форма электронной поверхности Ферми

Как хорошо известно, при низких температурах термодинамический потенциал осциллирует при изменении магнитного поля³⁶, что приводит к квантовым осцилляциям магнитного момента, проводимости и т. п. Период этих осцилляций в обратном магнитном поле

$$\Delta H^{-1} = \frac{ch}{S}, \quad (6)$$

где S — площадь экстремального сечения поверхности Ферми. Квантовые осцилляции по мере уменьшения температуры T и температуры Дингла

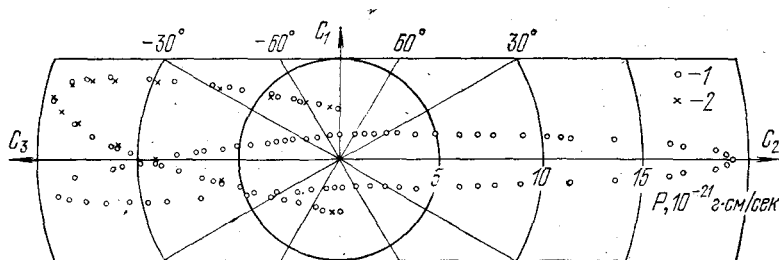


Рис. 6. Анизотропия экстремальных сечений в тригональной и бинарной плоскостях.
1 — эксперимент, 2 — эллипсоид.

T_D , характеризующей уширение уровней Ландау из-за дефектов кристалла, приобретают в сильных полях форму пиков с относительной шириной $\sim k(T + T_D)/\hbar\Omega$, а область наблюдения их распространяется в слабые поля до $H \sim k(T + T_D) m^*c/\hbar e$ (m^* — эффективная масса). Соответственно этому пропорционально уменьшению $(T + T_D)$ возрастает точность измерений.

Наименьшее значение $T_D + T \approx 0,2^\circ\text{K}$ было достигнуто в работе ³⁷, в которой были измерены в тригональной и банарной плоскостях сечения

Таблица III

Параметры спектра электронов и дырок на уровне Ферми

Направление \hat{H}	$m_i^* \text{ а}$ $10^{-2} m_e$	оп m_i^*	$S_i \text{ б,}$ $10^{-42} (\text{всм/сек})^2$	$P_i \text{ в}$ $10^{-21} \text{ э.см/сек}$	Радиусы кривизны в опорной точке в 10^7 э.см/сек	v_i 10^7 см/сек	Эффективный g-фактор б *)
Электроны, $C_1 \hat{}$, ось $1=6^\circ 23' \pm 1'$ б							
Ось 1	$0,82 \pm 0,005$	$0,90 \text{ г}$	$1,300 \pm 0,003$	7,88	$0,0518$ $0,104$	$0,89 \text{ д}$	$2,18 \pm 0,02$
Ось 2	$11,9 \pm 0,05$	$13,8 \pm 0,2 \text{ а}$	$19,27 \pm 0,05$	0,559	177 0,983	$10,0 \text{ е}$	$0,5 \pm 0,2$
Ось 3	$8,8 \pm 0,2$	$11,7 \pm 0,4 \text{ а}$	$14,35 \pm 0,04$	0,740	163 0,422	$7,5 \text{ е}$	$1,06 \pm 0,06$
Дырки							
C_1, C_2	$21,2 \pm 0,05$		$22,49 \pm 0,02$	5,89		$8,38 \text{ ж}$	$< 0,1$
C_3	$6,39 \pm 0,03$		$6,76 \pm 0,01$	1,772		$2,52 \text{ ж}$	$4,26 \pm 0,02$

а Измерено в ^{12, 41, 54}. б Измерено в работе ³⁷. в Вычислено по результатам работы ³⁷; точность $P_i \approx 0,2\%$, радиусов кривизны $\approx 1\%$. г Вычислено по радиусам кривизны и скорости. д, е Вычислено по радиусам кривизны и результатам измерения резонансов магнитных поверхностных уровней в ⁶⁰ д и ⁵⁸ е; точность, $\sim 3\%$ д и $\sim 1\%$ е. ж Вычислено для эллипсоидальной модели; точность $\sim 0,5\%$.

*) Минимальное значение g-фактора $0,70 \pm 0,04$ в бинарной плоскости наблюдается при $\hat{H} \hat{C}_3 = 3,5^\circ$.

поверхности Ферми с точностью $\sim 0,2-0,3\%$ (табл. III; рис. 6) и спиновое расщепление с точностью $\sim 1\%$ (см. табл. III, рис. 7). Результаты, полученные в работах других авторов, посвященных исследованию эффекта де Гааза — ван Альфена или Шубникова — де Гааза, в пределах

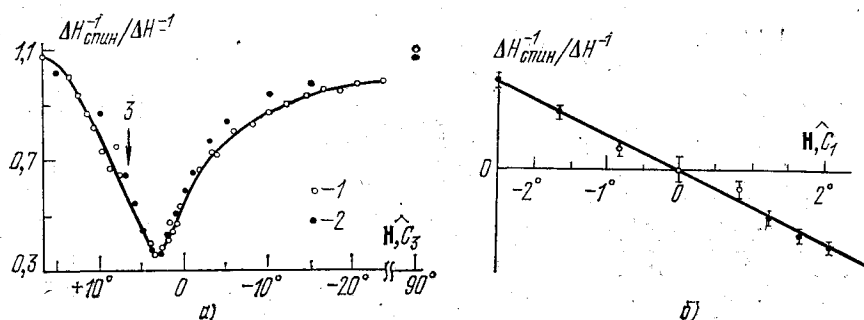


Рис. 7. Анизотропия относительного спинового расщепления в бинарной плоскости для электронов (а) и дырок вблизи биссекторной оси (б).

1 — измерено в работе ³⁷, 2 — вычислено по данным ¹⁷.

погрешности измерений в этих работах $\sim 1-10\%$ согласуются с результатами работы ³⁷. Анизотропия сечений в первом приближении описывается эллипсоидальной поверхностью Ферми

$$\frac{P_1^2}{P_{10}^2} + \frac{P_2^2}{P_{20}^2} + \frac{P_3^2}{P_{30}^2} = 1,$$

где индексы 1, 2, 3 относятся к главным осям эллипсоида (см. рис. 4). Ось 1 лежит в биссекторной плоскости и наклонена к тригональной плоскости на угол $6^{\circ}23' \pm 1'$, $P_{10} = 8,405 \cdot 10^{-21}$, $P_{20} = 0,564 \cdot 10^{-21}$, $P_{30} = 0,743 \cdot 10^{-21}$ г·см/сек. Среднеквадратичная погрешность определения сечений при аппроксимации поверхности Ферми эллипсоидом составила 1,26%, что значительно превосходит погрешность измерений $\sim 0,2-0,3\%$.

Аналитическое выражение, описывающее форму электронной поверхности Ферми с точностью $\sim 0,2-1\%$, было получено в работе ³⁷ путем аппроксимации значений $S(\vartheta, \varphi)$ рядом сферических гармоник, как было предложено Мюллером ³⁸. В результате удалось вычислить основные геометрические характеристики поверхности Ферми, в частности, значения импульсов вдоль главных осей (см. табл. III) и главные радиусы кривизны, равные в направлении оси 1— $0,0518 \cdot 10^{-21}$ (в плоскости C_1, C_2) и $0,0558 \cdot 10^{-21}$ г·см/сек, в направлении оси 2— $177 \cdot 10^{-21}$ и $0,983 \cdot 10^{-21}$ г·см/сек, в направлении оси 3— $163 \cdot 10^{-21}$ и $0,422 \cdot 10^{-21}$ г·см/сек. Значение $\partial^2 S / \partial P_z^2$ в направлении оси 1 равно $0,0243 \pm 0,0003$, что в 1,72 раза меньше получаемого для эллипсоида с размерами, приведенными в табл. III.

Для объема электронной поверхности в работе ³⁷ получено $V_e = (14,66 \pm 0,04) \cdot 10^{-63}$ г³см³/сек³.

Суммарный объем трех электронных поверхностей $3V_e = (43,98 \pm 0,04) \cdot 10^{-63}$ г³см³/сек³, а концентрация электронов $3,015 \times 10^{17}$ см⁻³. Используя значения сечений для дырок, приведенные в табл. III, и считая поверхность Ферми дырок эллипсоидом, получим $V_h = (43,99 \pm 0,05) \cdot 10^{-63}$ г³см³/сек³, что совпадает с $3V_e$.

Известны прямые методы определения размеров поверхности Ферми, основанные на изучении радиочастотного размерного эффекта ³⁹ и геометрических осцилляций затухания ультразвука ⁴⁰. Полученные в этих работах результаты в пределах погрешности измерений $\sim 1-2\%$ совпадают с описанными в этом разделе.

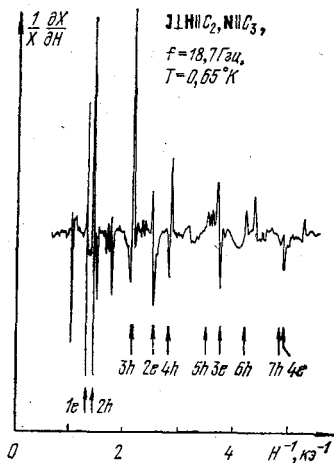


Рис. 8. Пример записи циклотронного резонанса при СВЧ токе $\mathbf{J} \perp \mathbf{H} \parallel C_2$, $\mathbf{N} \parallel C_3$, $f = 18,7$ ГГц, $T = 0,65^\circ \text{K}$.

Пики 1e, 2e, ..., 2h, ... — циклотронный резонанс для тяжелых электронов и дырок с $n = 1, 2, \dots$ соответственно. Другие особенности связаны с точками поворота в спектре магнитоплазменных волн (~ 1 кэ), циклотронных волн (структура между 2h, 3h; 3h, 2e и 4h, 5h) и волн, возникающих из-за анизотропии поверхности Ферми (вблизи 3e и 6h).

точное время релаксации у которых достигало ~ 2 нсек для электронов и ~ 5 нсек для дырок ⁴³. Сужение резонансных линий не только привело к повышению точности, с которой измерялось их положение, но и поз-

б) Измерение эффективных масс методом циклотронного резонанса

Наиболее подробные и детальные исследования циклотронного резонанса при $\mathbf{H} \perp \mathbf{N}$ (\mathbf{N} — нормаль к плоской поверхности образца) в висмуте были проделаны в работах ^{41, 42}, которые с точностью до погрешности измерений $\sim 1-6\%$ полностью согласуются между собой. В дальнейшем результаты ⁴¹ были нами уточнены (см. табл. III) благодаря проведению измерений на образцах более высокого качества, оста-

волило разобраться со сложной картиной зависимости импеданса от поля, обусловленной как наложением друг на друга резонансов от разных участков поверхности Ферми, так и появлением особенностей, связанных с границами спектра магнитоплазменных, циклотронных и волн других типов (рис. 8) ⁴⁴⁻⁴⁷.

На рис. 9, 10 приведена измеренная в работе ⁴¹ анизотропия масс электронов в бинарной плоскости и электронов и дырок в плоскости, перпендикулярной к оси I одной из электронных поверхностей. По рентгенограмме этого образца было установлено, что электронная поверхность

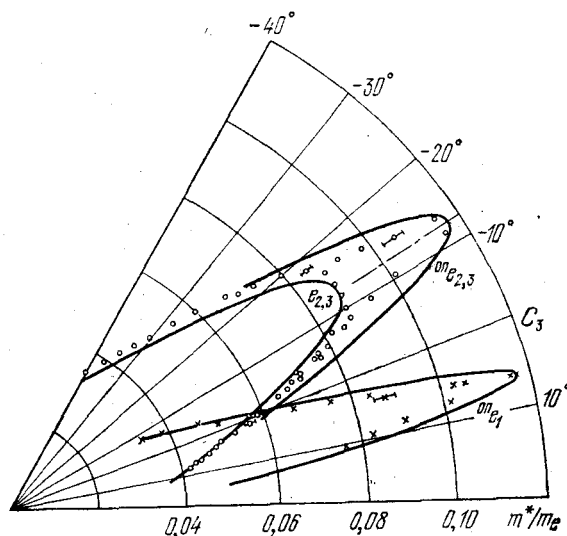


Рис. 9. Анизотропия эффективных масс электронов в бинарной плоскости на центральных орбитах ($e_{2,3}$) и опорных точках (op_{e1} , $op_{e2,3}$). Сплошные линии — эллипсы с осями, равными максимальным и минимальным значениям соответствующих масс ⁴¹.

Ферми ориентирована относительно направлений в зоне Бриллюэна так, как показано на рис. 4, т. е. угол наклона согласно обозначениям Фаликова и Лина ⁴⁸ положителен. Такой же знак угла наклона был получен Брауном и др. ⁴⁹.

Интересным результатов исследования циклотронного резонанса явилось обнаружение различия масс на центральных сечениях и в опорных точках (рис. 9, 10; см. табл. III). Это обстоятельство служит прямым экспериментальным доказательством отличия формы электронной поверхности Ферми от эллипсоида: как известно, в последнем случае эффективная масса не зависит от P_z .

В общих чертах анизотропия циклотронных масс соответствует модели, схема которой приведена на рис. 4. На угловой диаграмме (см. рис. 9) прослеживаются отклонения от эллипсоидальной модели для электронов — более медленное, чем для эллипсоида, изменение массы центрального сечения вблизи экстремального значения и более быстрое — для массы в опорной точке.

Циклотронный резонанс в висмуте в геометрии Фарадея, т. е. при $H \parallel N$, изучали Голт и др. ⁵. Измеряя поглощение циркулярно поляризованной волны, Голт с соавторами ⁵ установили знак носителей тока. Впоследствии исследование поперечной фокусировки электронов ⁵⁰ и многочисленные работы по изучению изменения формы поверхности Ферми

при легировании висмута донорной или акцепторной примесью, подтвердили результаты работы ⁵ (см., например, статью Брандта, Ястребовой и Пономарева ⁵¹ и содержащиеся там ссылки на предыдущие публикации).

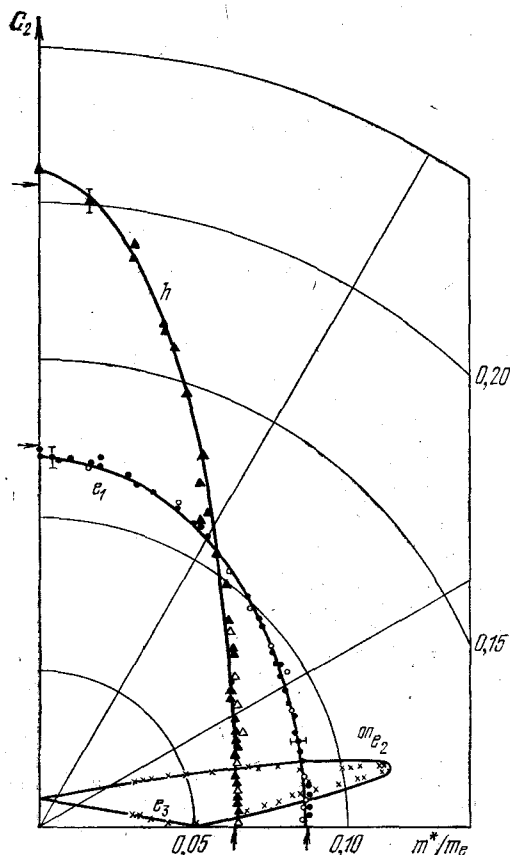


Рис. 10. Анизотропия эффективных масс в плоскости, перпендикулярной к оси C_1 одного из участков электронной поверхности Ферми, которому соответствует масса e_1 .

e_3 — электроны на центральной орбите, $оп_{e_2}$ — на опорной точке, h — дырки ⁴¹. Стрелками помечены значения масс, измеренные в работе ⁴³.

приближения для висмута оказывается достаточно, так как в большом числе практически важных случаев подавляющий вклад в плотность масс дают дырки. Например, при $H \parallel C_1$, $k \parallel C_3$ вклад дырок, поверхность которых эллипсоидальна с точностью $\sim 0,1\%$, составляет $98,5\%$.

Измеренные в работе ⁵³ скорости волн при всех рациональных направлениях H и k с точностью $\leq 10\%$ совпали с рассчитанными для модели поверхности Ферми, состоящей из одного дырочного и трех электронных эллипсоидов. Последующие более точные измерения и вычисления $NF_{ih}^j(m)$, использующие уточненные параметры спектра, уменьшили различие до $\leq 1\%$ ⁵⁴ (табл. IV).

Таким образом, поверхность Ферми чистого висмута состоит из трех электронных и одного дырочного эллипсоида, и нет никаких других групп носителей тока. С учетом симметрии решетки (D_{3d}) получим, что экстремумы зоны проводимости могут быть расположены только в точках зоны Бриллюэна L или X , а валентной зоны — в T или Γ . Кениг и др. ⁵⁵,

в) Магнитоплазменные волны. Концентрация электронов

Так как висмут — компенсированный металл с $eN = hN$, то в сильных полях в нем могут распространяться волны, аналогичные волнам Альвена и быстрой магнитозвуковой волне в магнитной гидродинамике. Закон дисперсии волн при $\Omega/\omega \gg 1$ и квадратичном изотропном спектре имеет вид (см., например, ⁴⁶)

$$k_1^2 = \frac{4\pi\omega^2}{H^2} N(e^m + h^m), \quad (6')$$

$$k_2^2 = \frac{4\pi\omega^2}{H^2 \cos^2 \vartheta} N(e^m + h^m);$$

ϑ — угол между k и H . При произвольном спектре носителей тока соотношения (6) сохраняют свой вид при замене $N(e^m + h^m)$ на компоненты тензора плотности масс $NF_{ih}^j(m)$ (j указывает направление H), которые в квазиклассическом пределе можно вычислить по формулам, полученным Фальковским ⁵². Вычисления особенно просты при эллипсоидальной поверхности Ферми. Этого

анализируя результаты экспериментов, дающих времена электронно-дырочной рекомбинации, установили дополнительное ограничение на возможное расположение носителей тока в зоне Бриллюэна: они должны быть либо

Таблица IV

Компоненты тензора плотности масс ⁵⁴

	NF_{22}^1	NF_{33}^1 $m_e \cdot 10^{-17} \text{ см}^{-3}$	NF_{11}^2	NF_{11}^2
Эксперимент	$2,09 \pm 0,01$ *)	$0,248 \pm 0,001$	$1,009 \pm 0,005$	$2,19 \pm 0,01$
Расчет	$2,115 \pm 0,02$	$0,248 \pm 0,002$	$1,00 \pm 0,01$	$2,17 \pm 0,02$
Верхний индекс у компонент NF указывает направление магнитного поля.				
*) Измерено для образца с γ , N , $C_3 = 3^\circ 5$. Расчет относится к этой ориентации.				

в точках L и T , либо в X и Γ . Сделать выбор между этими двумя случаями позволяет в настоящее время только теория, указывающая на то, что реализуется первый из них, а именно, электроны локализованы в L , а дырки — в T точках (см. раздел а) гл. 2).

г) Измерение скорости электронов. Магнитные поверхностные уровни

Знание формы поверхности Ферми и эффективных масс на ней в принципе позволяет вычислить скорости носителей тока. Однако такую задачу несложно решить только для простых орбит. Например, для дырок, учитывая аксиальную симметрию поверхности Ферми, получим для центральной орбиты при $H \parallel C_3$

$$v_{\perp} = \frac{1}{m_{\perp}^*} \sqrt{\frac{S_3}{\pi}} = (2,52 \pm 0,015) \cdot 10^7 \text{ см/сек.}$$

Существуют прямые методы измерения скорости Ферми. К ним относятся наблюдение циклотронного резонанса, смещенного эффектом Доплера, и исследование затухания Ландау магнитоплазменных волн ⁵⁶. Проведенные в работе ⁵⁶ эксперименты позволили измерить скорости электронов и дырок с точностью $\sim 5-10\%$. Естественно, что в пределах такой погрешности скорости совпадали с ожидаемыми для эллипсоидальной модели.

С высокой точностью скорости электронов могут быть измерены при изучении резонансных переходов между магнитными поверхностными уровнями ⁷. Магнитные поверхностные уровни возникают из-за квантования периодического движения электронов, испытывающих многократное зеркальное отражение от поверхности образца. Уровни энергии этих электронов даются выражением ⁷

$$E_n = \zeta_n \left(\frac{e^2 \hbar^2}{2Pc^2} \right)^{1/3} v_F H^{2/3}, \quad (7)$$

где ζ_n — n -й корень функции Эйри,

$$\zeta_n \approx \left[\frac{3\pi}{2} \left(n - \frac{1}{4} \right) \right]^{2/3};$$

P — радиус кривизны траектории в фазовом пространстве; v_F — скорость в направлении, перпендикулярном к полю.

При изменении магнитного поля наблюдаются резонансы при частоте внешнего поля

$$\omega = \omega_{nm} \equiv \frac{E_n - E_m}{\hbar}. \quad (8)$$

Энергии E_n (формула (7)) зависят только от $v_F/P^{1/3}$. Так как радиусы кривизны можно вычислить по известной модели поверхности Ферми (см. раздел а) гл. 3), то наблюдение резонансных переходов позволяет определить v_F . Измеренное нами значение скорости электронов вдоль бинарной оси $v_2 = (10,0 \pm 0,1) \cdot 10^7$ см/сек¹². Кох и Йенсен⁵⁸ установили, что скорости электронов на минимальном сечении поверхности Ферми изменяются по эллиптическому закону и составляют $v_2 = (9,9 \pm 0,1) \cdot 10^7$, $v_3 = (7,5 \pm 0,1) \cdot 10^7$ см/сек. Здесь мы исправили значения, вычисленные в работе⁵⁸, учитывая поправку $\sim 3\%$, связанную с формой линии⁵⁹, и введя уточненные радиусы кривизны³⁷.

Такаока и др.⁶⁰ при измерении анизотропии магнитных поверхностных уровней в бинарной плоскости обнаружили отклонения от эллипсоидальной модели, качественно подобные наблюдавшимся при исследовании квантовых осцилляций проводимости (см. раздел а) гл. 3) и циклотронного резонанса (раздел б) гл. 3). По приведенным ими результатам можно вычислить $v_1 = 8,9 \cdot 10^6$ см/сек.

д) Магнитоакустический резонанс

При распространении ультразвука под углом к магнитному полю электроны, для которых выполнено условие

$$|\omega - \mathbf{k}\mathbf{v}| = n\Omega, \quad (9)$$

резонансно поглощают энергию волны, если на орбите есть точки, для которых $\mathbf{k}\mathbf{v} = 0$. Последнее условие означает, что на траектории есть

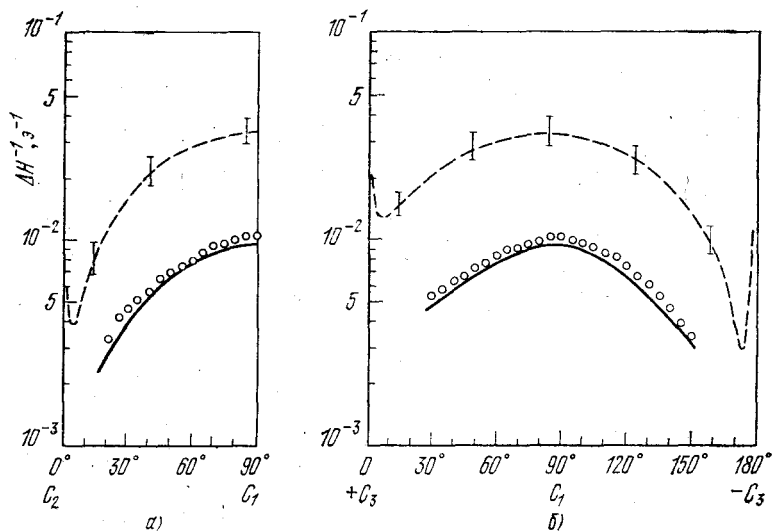


Рис. 11. Зависимость периода магнитоакустических осцилляций на электронной поверхности от направления поля \mathbf{H} ⁶¹.

Волновой вектор $\mathbf{k} \parallel C_1$. Кружки — эксперимент, штриховая линия — расчет по эллипсоидальной модели, сплошная — расчет по модели³⁷, основанной на инверсии данных по эффекту Шубникова — де Гааза.

участки, параллельные фронту волны, двигаясь по которым электроны эффективно взаимодействуют с волной. По мере уменьшения магнитного поля от достаточно большого значения, наблюдаются периодические

осцилляции поглощения звука, связанные с тем, что резонансные электроны с $n = 1, 2, 3, \dots$ становятся эффективными. Согласно работе Голика и др.⁶¹ период этих осцилляций чрезвычайно чувствителен к форме поверхности Ферми. На рис. 11 приведены измеренные в работе⁶¹ значения периодов магнитоакустического резонанса электронов в сравнении с вычисленными по эллипсоидальной модели и численной модели (см. раздел а) гл. 3). Видно, что малая неэллипсоидальность в этом случае ведет к изменению периода в несколько раз.

Измерения магнитоакустического резонанса для дырок показали, что их поверхность Ферми отличается от эллипсоида не более чем на $\sim 0,1\%$ ⁶¹.

е) Циклотронный резонанс на неэкстремальных орбитах⁶²

Циклотронный резонанс наблюдается как резонансная особенность поверхностного сопротивления образца в функции магнитного поля. В случае выпуклой поверхности Ферми и неквадратичного спектра такие особенности возникают на концах гладкого спектра циклотронных частот $\Omega = \Omega(P_z)$, соответствующих центральному сечению и опорной точке.

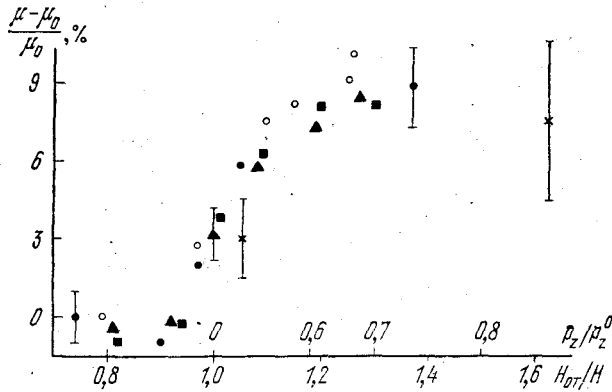


Рис. 12. Зависимость эффективной массы электронов при $H \parallel C_2$ от значения H_{0T}/H ⁶³.

Отсекание траекторий, диаметры которых больше толщины D плоскопараллельного образца, создает искусственную границу Ω_r спектра электронов, движущихся по замкнутым траекториям без столкновений с поверхностью образца. На такой искусственной границе спектра наблюдается циклотронный резонанс. Условие его осуществления состоит в одновременном выполнении для некоторого промежуточного сечения поверхности Ферми уравнений (ось x параллельна поверхности образца)

$$2P_x(P_z) = \frac{e}{c} HD, \quad (10)$$

$$\frac{\omega}{n} = \Omega_r = \frac{eH}{m^*(P_x)c}.$$

Уменьшение поля перемещает граничное сечение выпуклой поверхности Ферми от ее центрального сечения к опорной точке, и при $n \gg 1$ выполнение условий (10) имеет место на многих промежуточных сечениях. Таким образом, оказывается возможным измерить $m^*(P_x)$. На рис. 12

представлена измеренная в работе⁶² зависимость эффективной массы электронов малого сечения при $H \parallel C_2$. Циклотронный резонанс на неэкстремальных сечениях для других групп до сих пор обнаружить не удалось.

Описанные выше эксперименты дают детальную информацию о спектре висмута на уровне Ферми. Весьма существенно, что все результаты хорошо согласуются между собой^{12, 37}. Их совместимость выражается, в частности, в том, что удается описать всю совокупность данных сравнительно простым дисперсионным уравнением (оси координат соответствуют рис. 4)³⁵

$$E_+ \times E_- = E_g \times \sum_1^3 \frac{P_i^2}{2m_i} - \left(\frac{P_3^2}{m_{13}^2} + \frac{P_2^2}{m_{12}^2} \right) P_1^2, \quad (11)$$

$$E_{\pm} = E \mp \frac{1}{2} \left(E_g + \frac{P_1^2}{m_{11\pm}} + \frac{2P_1P_3}{m_{13\pm}} \right),$$

которое, как легко видеть, отличается от спектра Козна (3) наличием следующих членов: $2P_1P_3/m_{13\pm}$, описывающим асимметрию поверхности, $E_gP_1^2/2m_1$, приводящим к отличию зависимости $E(P_1)$ от параболической и приближающим спектр к модели Лакса (1), и членами четвертого порядка $\sim P_1^2P_3^2$.

Спектр (11) описывает с точностью $\sim 0,5\%$, близкой к точности измерений, результаты экспериментов, рассмотренных в разделах а—г) гл. 3, если коэффициенты равны: $E = 35,6$ мэв, $E_g = 13,5$ мэв, $m_{11-} = 1,32$, $m_{11+} = 1,46$, $m_{13-} = 0$, $m_{13+} = 7,9$, $m_1 = 0,345$, $m_2 = 1,196 \cdot 10^{-3}$, $m_3 = 2,08 \cdot 10^{-3}$, $m_{12} = 0,28$, $m_{13} = 0,24$. Все массы — в единицах m_e . Угол наклона оси 1 к тригональной плоскости $6^\circ 23'$.

Соответствие результатов измерения магнитоакустического резонанса (см. раздел д) гл. 3) и циклотронного резонанса на неэкстремальных орбитах (раздел е) гл. 3) спектру (11) не проверялось.

В настоящее время трудно сказать, насколько хорошо спектр Мак-Клора и Чоя³⁵ описывает электроны при энергиях, заметно отличающихся от фермиевской, так как соответствующие уровни энергии в магнитном поле не вычислялись. Это затрудняет сопоставление с экспериментами по магнитоотражению (см. раздел б) гл. 4) и измерению проводимости в квантующем поле (гл. 5). Во всяком случае, он дает хорошую интерполяционную модель электронной поверхности Ферми, более удобную предложенного в работе³⁷ разложения по сферическим гармоникам.

Для дырочной поверхности Ферми не было обнаружено отличия формы от эллипсоидальной. Согласно магнитоакустооптическим исследованиям (раздел д) гл. 3), возможные отклонения $\leq 0,1\%$. Полный объем, занимаемый ею в импульсном пространстве, в предположении, что поверхность эллипсоидальна, с точностью $0,1\%$ равен суммарному объему трех электронных поверхностей.

Используя приведенные в табл. III значения сечений и масс для дырок, получим

$$\frac{S_1/m_1^*}{S_3/m_3^*} = 1,003 \pm 0,005.$$

Как известно, для эллипсоида это отношение должно равняться единице. Таким образом, чтобы определить возможную непараболичность спектра дырок из измерений на уровне Ферми, их точность нужно увеличить еще на порядок.

4. ИССЛЕДОВАНИЯ В ИНФРАКРАСНОМ ДИАПАЗОНЕ

а) Спектральные измерения без магнитного поля

При исследовании висмута в диапазоне $\sim 10-100$ мкм были обнаружены плазменный резонанс и край междузонного поглощения⁶³. При $\lambda \approx 17$ мкм наблюдался край поглощения, связанный с прямыми междузонными переходами в точке L ⁶³. Граничная энергия фотонов $E_f \approx 68-70$ мэв свидетельствует о наличии аномально малой, $\sim 10-20$ мэв, энергетической щели в спектре электронов. Таким образом, этот эксперимент послужил фундаментом двухзонной модели.

Как известно, поведение металла при частотах, близких к плазменной, определяется тензорами диэлектрической проницаемости решетки ϵ_{jk} и высокочастотной проводимости σ_{jk} . Учитывая, что в создании экранирующих токов принимают участие электроны на уровне Ферми, для вычисления σ_{jk} с точностью порядка нескольких процентов можно использовать формулы Лэкса и др.⁶⁴, полученные для эллипсоидальной модели. Подставив в эти формулы параметры эллипсоидов (гл. 3), получим

$$\sigma_{jk} = \frac{iNe^2}{\omega} \left\{ \begin{array}{ll} \frac{1}{2e m_2} + \frac{1}{h m_2} & (j=k=1,2) \\ \frac{1}{e m_3} + \frac{1}{h m_3} & (j=k=3) \end{array} \right\} = \frac{iNe^2}{m_e \omega} \left\{ \begin{array}{l} 96,2, \\ 98,5. \end{array} \right. \quad (12)$$

Уравнения Максвелла с учетом токов смещения и выражения для проводимости (12) дают для волнового числа

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \left(\epsilon_{jj} - \frac{4\pi Ne^2 f_{jj}(m)}{m_e \omega^2} \right). \quad (13)$$

Зависимость (13) была экспериментально подтверждена Бойлем и Брэйлсфордом⁶³, исследовавшими интерференцию волн, прошедших через тонкий образец. На основании этого опыта было получено $\epsilon_{11} = \epsilon_{22} = \epsilon_{\perp} = 100$. По коэффициенту отражения света Кулаковский и Егоров получили $\epsilon_{\perp} = 110 \pm 10$ ⁶⁵. Для частоты плазменного резонанса, соответствующей $k=0$, при поляризации, перпендикулярной к C_3 , получены значения 158 ± 3 см⁻¹ ($2,98 \cdot 10^{13}$ сек⁻¹)⁶³ и $2,98 \cdot 10^{13}$ сек⁻¹⁶⁵. Подставляя в (13) численное значение σ_{11} из (12), вычислим $\epsilon_{\perp} = 104$. При поляризации света вдоль тригональной оси частота плазменного резонанса равна 187 см⁻¹⁶³, что дает $\epsilon_{33} = \epsilon_{\parallel} = 76$.

Эксперименты, проведенные в более широком диапазоне энергий фотонов, обнаружили появление последующих спектральных особенностей, лишь начиная с энергии $0,69$ эв¹⁸ (см. табл. II).

б) Магнитооптические исследования

В работах^{21, 66-68} изучались резонансы поглощения, связанные с между- и внутризонными резонансными переходами в точке L между уровнями Ландау в магнитном поле. Согласно^{21, 69} разрешены переходы $\Delta j = 1$, где $j = n + (1/2) + s$, схематически показанные на рис. 13. Зависимость энергии этих переходов от магнитного поля, полученная в работе⁶⁷, при $H \parallel C_1$ представлена на рис. 14.

Из спектра двухзонной модели (2), учитывая выполняющееся в условиях эксперимента неравенство $jeH\hbar/m_0^*c \gg E_g/4$, для частоты перехода при $j \neq 0$ получим с точностью $\leq 1\%$

$$\hbar\omega_{j,j+1} = \sqrt{E_g \frac{eH}{m_0^*c}} (\sqrt{j} + \sqrt{j+1}). \quad (14)$$

Присутствие других зон снимает вырождение j -го уровня (при $j \neq 0$), что проявляется, например, в спиновом расщеплении квантовых осцилляций (см. раздел а) гл. 3). Однако для междузонных переходов с $\Delta s = 0$ линейное по полю спиновое расщепление имеет величину $\sim (\Delta_+ + \Delta_-)/8m^*j \ll 1\%$ ³⁴, меньшую ширины линии резонансного перехода. Из-за возможной перенормировки эффективных масс, вызываемой удаленными зонами, может сниматься вырождение частот переходов $j \rightarrow j+1$ и $j+1 \rightarrow j$. Так как в эксперименте расщепления линий не наблюдалось, Малыш и Дрессельхауз⁶⁷ предположили, что перенормировка масс отсутствует и $\Delta_+ = -\Delta_-$ *). Как показывают оценки, квадратичные по полю эффекты, связанные с влиянием удаленных зон, малы даже в максимальных полях

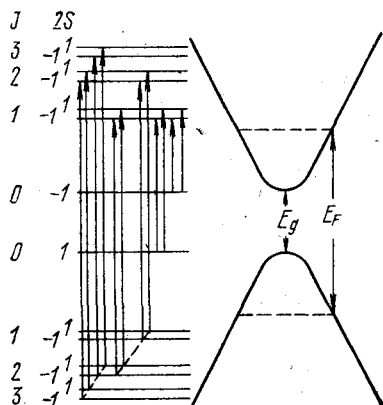


Рис. 13. Схема резонансных переходов, наблюдавшихся в опытах по магнитоотражению²¹.

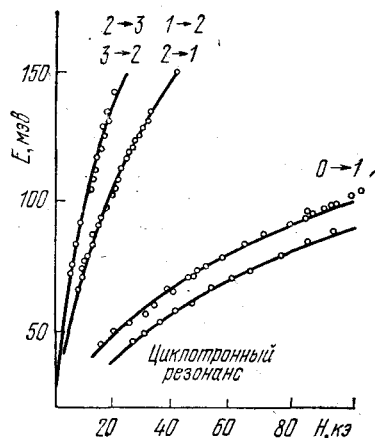


Рис. 14. Зависимость для легких электронов энергии междузонных переходов и циклотронного резонанса от поля $H \parallel C_1$.

Кружки — эксперимент, линии — расчет по двухзонной модели⁶⁷.

$H \approx 100$ кэ, при которых проводились эксперименты. Таким образом, использование двухзонной модели для описания междузонных переходов с $j \neq 0$ является вполне оправданным. Соотношение (14) хорошо согласуется с экспериментом (рис. 14) при $E_g \hbar / m^* c = 93,5 \pm 1$ мэв²/кэ^{67, 68}.

В отличие от переходов с $j \neq 0$, при $j = 0$ частоты переходов существенно зависят от E_g . Векки и др.²¹ показали, что разрешены все четыре возможных перехода, с изменением и без изменения спина, показанные на рис. 13. Их частоты определяются формулой (5) с $\Delta_+ = -\Delta_- = -(8,7 \pm 1) m_e^{-1}$, что соответствует быстрой уменьшения щели между зонами в слабых полях 0,09 мэв/кэ, и $b = 1,5$. Ранее Векки и Дрессельхауз для последнего параметра получили $\sim 3,5$ ⁶⁸. Однако новое значение представляется более обоснованным, так как в работе²¹ измерения проведены в более широком диапазоне магнитных полей, и определение параметров производилось сравнением эксперимента с рассчитанной зависимостью коэффициента отражения от поля. К полученным здесь результатам мы вернемся в гл. 6.

Магнитооптические исследования представляют особый интерес в том отношении, что повышение температуры образца вплоть до $\sim 300^\circ\text{K}$ не сли-

*) Так как линии имеют ширину порядка нескольких процентов, допустимы значительные отклонения от этих результатов¹². Однако точные значения в настоящее время не могут быть указаны.

ком сильно сказывается на разрешающей способности метода. Связано это с тем обстоятельством, что уже при $T = 0$ °К уровни Ландау сильно уширены из-за электрон-электронного взаимодействия возбуждений, энергия которых значительно отличается от фермиевской. Поэтому характерные температуры, при которых начинается дальнейшее уширение уровней, $\sim T_F \approx 100$ °К. Векки и Дрессельхаузу⁷⁰ удалось измерить зависимости от температуры $E_g(T)$ и $(e\hbar/m_0^*c)E_g(T)$, которые описываются формулами (при $\mathbf{H} \parallel$ оси I)

$$E_g(T) = 13,6 + 2,1 \cdot 10^{-3} T + 2,5 \cdot 10^{-4} T^2 \text{ (мэв)},$$

$$E_g \frac{e\hbar}{m_0^*c} = 94,1 - 8,5 \cdot 10^{-2} T - 2,4 \cdot 10^{-4} \text{ (мэв}^2/\text{кэ)}.$$

В этом разделе до сих пор речь шла о параметрах спектра при $\mathbf{H} \parallel$ оси I . Как и следует ожидать, при других направлениях магнитного поля, составляющих угол θ с осью I ($\theta \lesssim 70-80^\circ$), для описания результатов эксперимента достаточно заменить m_0^* на $m_0^*/\cos \theta$, а относительное спиновое расщепление считать неизменным. Магнитооптических резонансов, связанных с междоузными переходами, для тяжелых электронов при $\mathbf{H} \parallel C_2$ и $\mathbf{H} \parallel$ оси 3 и для дырок до сих пор не наблюдалось.

5. ИССЛЕДОВАНИЕ ВИСМУТА В КВАНТОВОМ ПРЕДЕЛЕ

а) Принцип метода

На чистом висмуте возможно изучать носители тока при различных энергиях благодаря изменению граничной энергии в сильном магнитном поле. Например, при поле $H > 26$ кэ, направленном вдоль биссекторной оси C_1 , в электронных зонах проводимости ниже уровня Ферми остается по одному-единственному уровню Ландау. Концентрация электронов на этих уровнях при $T = 0$ °К равна³⁸

$$eN = \frac{2eHP_z}{(2\pi\hbar)^2 c} \quad (15)$$

(P_z — максимальный импульс электронов в направлении поля), поэтому при увеличении поля сохранение равенства числа электронов и дырок достигается сдвигом энергии Ферми E_F , приводящим к уменьшению P_z .

Благоприятным обстоятельством, облегчающим изучение висмута в квантующем поле, является сильная анизотропия сечений поверхности Ферми. Поэтому, когда для электронов уже осуществляются условия квантового предела, дырки остаются еще в квазиклассической области магнитных полей, и возможно наблюдение осцилляций магнитного момента или проводимости, связанных с квантованием их спектра^{17, 21, 54, 71}.

Другая возможность — измерение скорости магнитоплазменных волн и определение таким путем изменения с полем плотности масс^{54, 72, 73} или непосредственное измерение эффективной массы по циклотронному резонансу²⁰.

В работе⁷⁴ было показано, что исследование в одном опыте обоих эффектов позволяет непосредственно из эксперимента получить информацию об изменениях энергии Ферми и концентрации носителей тока. Возможности этого метода качественно рассмотрим в рамках квазиклассического подхода. Для дырок при $\mathbf{H} \parallel C_1$ он вполне удовлетворителен вплоть до полей ~ 100 кэ, которым отвечают значения квантового числа $n \geq 4$. В квазиклассическом случае поле, отвечающее n -й осцилляции, связано с сечением известным соотношением (при $g = 0$):

$$S(H_n) = \left(n + \frac{1}{2}\right) \frac{e\hbar}{c} H_n. \quad (16)$$

Из (16) для концентрации носителей получаем

$$\frac{N(H)}{N(0)} = \left[\frac{S(H)}{S(0)} \right]^{3/2}. \quad (17)$$

Скорость магнитоплазменных волн (альвеновских) равна для носителей с изотропным спектром (см. раздел в) гл. 3)

$$\nu H^{-1} = [4\pi N (\hbar m + e m)]^{-1/2} \approx [4\pi N (H)^{\hbar m} (H)]^{-1/2}. \quad (18)$$

Сопоставляя (17) и (18), видим, что одновременное измерение этих величин позволяет определить зависимости $N(H)$ и $m(H)$. Вспомнив определение $m = (1/2\pi) \partial S / \partial E$ и извлекая из (17), (18) зависимость $m(S)$, получим

$$E_F(H) - E_F(0) = \int_{S(0)}^{S(H)} \frac{dS}{2\pi m(S)}. \quad (19)$$

Таким образом, эксперимент дает такие величины, как $N(H)$, $E_F(H)$, $m(E)$, $S(E)$. Используя подходящую модель спектра, например, двухзонную модель (1), по $m(E)$ и $S(E)$ нетрудно определить величину щели и $E_F(0)$. Тем самым, в принципе возможно получить полное описание спектра носителей тока.

б) Измерение зависимостей $N(H)$ и $E_F(H)$

Рассмотрим подробнее результаты работ ^{21, 54, 71}. По сравнению с предшествующими исследованиями в этой области ^{17, 72, 73}, измерения

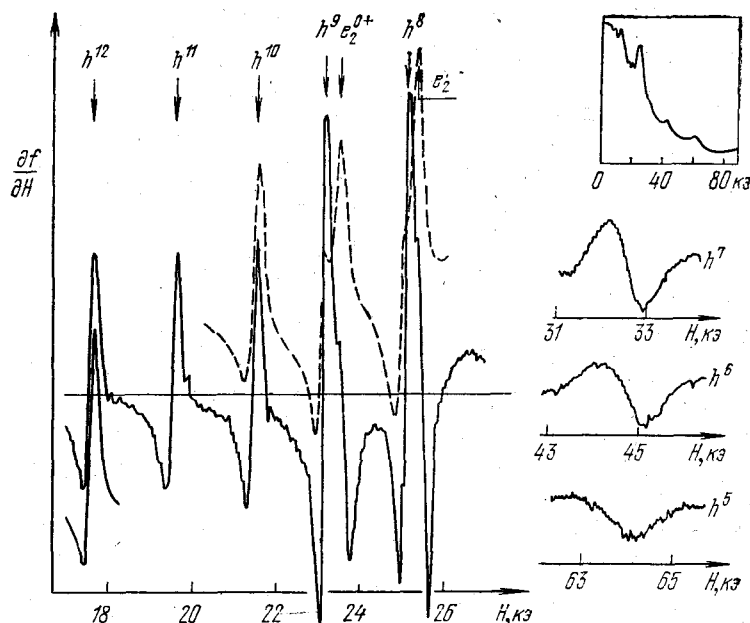


Рис. 15. Квантовые осцилляции сопротивления на частоте 10 Мгц при $T = 0,4^\circ \text{К}$, $H \parallel C_1$ ⁵⁴.

Стрелки показывают положение осцилляций порядка n для дырок (h) и электронов (e). На вставке — запись квантовых осцилляций проводимости из работы ¹⁷.

в работе ⁵⁴ проделаны на образцах более высокого качества, характеризующихся временем остаточной релаксации $\sim 2-5$ нсек, и при более низкой температуре $T \approx 0,4^\circ \text{К}$. В результате разрешение и точность измере-

ния квантовых осцилляций проводимости (рис. 15) и скорости магнито-плазменных волн была на порядок более высокой. Это позволило, в частности, выявить ошибки, допущенные в предыдущих работах (см. ¹²). Измерения в работах ²¹, ⁷¹ были проделаны в существенно больших полях, чем в работе ⁵⁴.

Значения волнового числа k в сильных полях, когда из-за падения токов проводимости становится нужен учет токов смещения, связаны

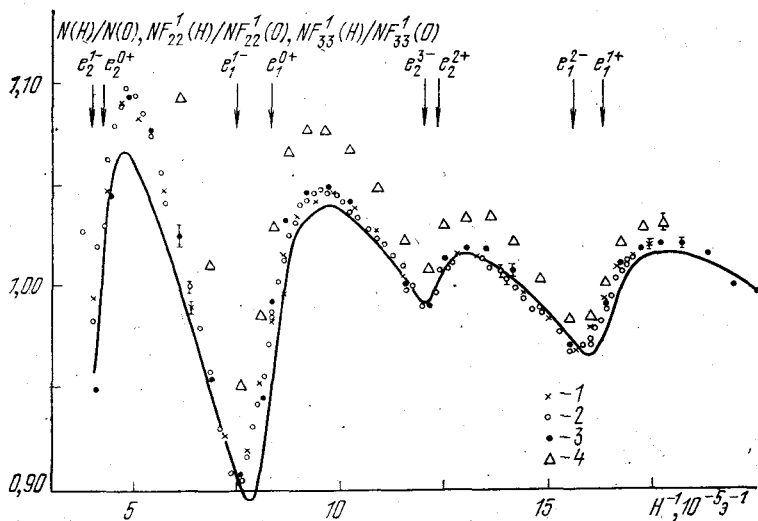


Рис. 16. Зависимость от поля $H \parallel C_1$ концентрации дырок (1), плотности масс NF_{22}^1 (2) и NF_{33}^1 (3).

4 — значение $NF_{33}^1(H)$, если положить $\varepsilon=0$. Частота волны 27,87 Гц. Стрелки указывают положение квантовых осцилляций порядка n для электронов с осью 1 $\parallel H$ (e_2) и с осью 1, наклоненной к H под углом 60° . Знаки плюс и минус соответствуют разным проекциям спина ⁵⁴.

с компонентами тензора масс дисперсионным уравнением (при $H \parallel C_1$ или $H \parallel C_3$ и $k \perp H$)

$$k^2 - \varepsilon_{\alpha\alpha} \frac{\omega^2}{c^2} - i \frac{4\pi\omega^2 e}{H^2} NF_{\alpha\alpha}^j(m) = 0. \quad (20)$$

Индексы α, j указывают направление поляризации волны, перпендикулярное к H и k ; и направление поля H . $\varepsilon_{\alpha\alpha}$ — компоненты тензора диэлектрической проницаемости решетки.

Вклад электронов в $NF_{22}^1(m)$ и $NF_{33}^1(m)$ относительно мал ($\sim 1,5$ и $22,5\%$ соответственно), и может быть учтен расчетным путем. На рис. 16, 17 представлены полученные в работе ⁵⁴ зависимости $N(H)$ и вклада дырок в $NF(H)$ при $H \parallel C_1$.

Анализ зависимостей, представленных на рис. 16 и аналогичных при $H \parallel C_3$, показал, что в сильных полях в высокочастотную проводимость значительный вклад дают токи смещения. Подбирая диэлектрическую постоянную решетки ε так, чтобы в области полей $H \lesssim 25-30$ кэ зависимости $N(H)$ и $NF(H)$ совпадали, были определены компоненты $\varepsilon_{33} = 65 \pm 5$ и $\varepsilon_{11} = \varepsilon_{22} = 100 \pm 10$. Эти значения хорошо согласуются с приведенными в § 3.1 раздела а) гл. 4.

Сопоставление между собой $N(H)$ и $NF_{22}^1(H)$ при $H = 65$ кэ (см. рис. 17) показывает, что эффективная масса дырок практически не зависит от поля. Это означает, что спектр дырок весьма близок к квадратичному. Возможные отклонения от него можно оценить, предположив спектр

двухзонной модели с $\hbar E / \hbar E_{g \text{эфф}} \ll 1$. Из величины отношения

$$\frac{NF(H)/NF(0)}{N(H)/N(0)} = \frac{\hbar m_1^*(H)}{\hbar m_1^*(0)} = 1,017 \pm 0,01$$

получим $\hbar E_{g \text{эфф}} = 0,9_{-0,4}^{+0,9}$ эв. Зная сечение поверхности Ферми и массу

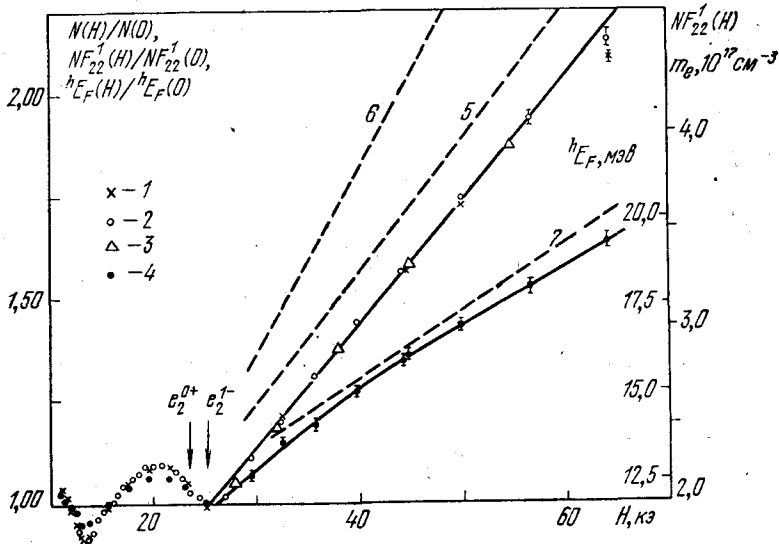


Рис. 17. 1, 2 — то же, что на рис. 16; 3 — $NF_{22}^1(H)$ при $f = 17,6$ Гц, 4 — энергия Ферми дырок.

Штриховые линии 5 и 6 — значения $NF_{22}^1(H)/NF_{22}^1(0)$, полученные в работах ^{72,73}, 7 — $E_F(H)/E_F(0)$ из работы ¹⁷. Правая шкала относится только к сплошным линиям.

дырок, вычислим массу на верху валентной зоны $\hbar m_{01}^* = 0,206 \pm 0,003 m_e$ и энергию Ферми дырок, отсчитываемую от верха зоны $\hbar E_F = 11,72 \pm \pm 0,10$ мэв. Зависимость $\hbar E_F(H)$, построенная по результатам экспериментов с использованием спектра двухзонной модели, приведена на рис. 17. Используя эту же модель, по результатам работ ^{21, 71} можно построить зависимости $N(H)$ и $E_F(H)$ в диапазоне полей до ≈ 300 кэ. Зависимость $N(H)$ представлена на рис. 18. Из измерений при $H \parallel C_3$ в работе ⁵⁴ получено для эффективного g -фактора дырок $g_3 = 4,26 \pm 0,02$.

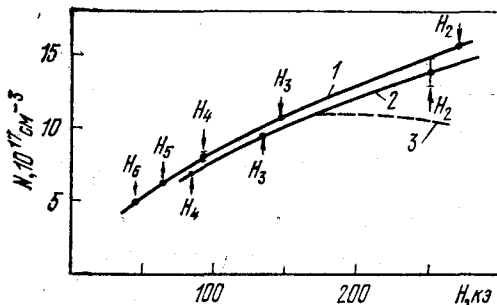


Рис. 18. Зависимости $N(H)$ при $H \parallel C_1$ (1) и $H \parallel C_2$ (2), рассчитанные по положению квантовых осцилляций дырок (помечены стрелками) в предположении эллипсоидальной модели.

Значение H_2 взято из работы ⁷¹, H_3, H_4 — из ²¹, остальные — из ⁵⁴. 3 — расчет $N(H)$ по модели спектра электронов, полученной в работе ²¹ при $H \parallel C_2$.

6. СПЕКТР ЭЛЕКТРОНОВ НИЖНЕГО УРОВНЯ ЛАНДАУ

Одна из основных задач, с которой сталкиваются при исследовании висмута, — определение параметров спектра электронов на дне зоны проводимости. Сложность решения этой задачи вызывается тем, что в чистом висмуте $E_F = E_{\phi}/2 = 35$ мэв значительно пре-

выпадает E_g , равное 13,6 мэв, согласно магнитооптическим измерениям. В результате параметры спектра на уровне Ферми слабо зависят от E_g . Так, например, из спектра двухзонной модели (1) нетрудно получить соотношение

$$\frac{S_1}{m_1^*} = \frac{\pi}{2} E_F \left(1 - \frac{E_g^2}{E_F^2} \right). \quad (21)$$

Подставляя сюда соответствующие численные значения, получим, что член в скобках отличается от 1 менее чем на $\sim 4\%$. С другой стороны, и величина $2S_1/\pi m_1^* E_F = 1 \pm 0,02$. Таким образом, этот пример показывает, что, с одной стороны, спектр в направлении, перпендикулярном к оси 1, действительно весьма близок к двухзонному. С другой стороны, ясно, что из измерений на уровне Ферми практически невозможно извлечь параметры спектра на дне зоны, тем более что априори можно ожидать отклонений от простых моделей того же порядка величины, что и отличие спинового расщепления от орбитального, т. е. $\sim 10\%$. Такие отличия в действительности наблюдались экспериментально (см. гл. 3).

Для установления спектра на дне зоны проводимости, очевидно, нужно изучать эффекты, в которых принимают участие электроны, находящиеся вблизи дна зоны. Такая возможность открывается при проведении измерений в сильных магнитных полях, когда ниже уровня Ферми остается всего один уровень Ландау. Тем самым задача сводится к выяснению спектра нижнего уровня Ландау.

Один из экспериментов такого рода — измерение частот внутри — и междузонных переходов — был описан в разделе б) гл. 4. Есть еще одна возможность исследования электронов нижнего уровня Ландау, связанная со значительным смещением уровня Ферми и приближению его ко дну зоны при наложении сильного магнитного поля. Так как при этом благодаря наблюдению дырок можно определить изменение энергии Ферми и импульса электронов в направлении поля (см. раздел б) гл. 5), оказывается возможным установить кривизну зоны проводимости и ее смещение под действием поля.

Установление связи между смещением уровня Ферми и характеристиками электронов усложняется тем обстоятельством, что при тех направлениях поля, при которых его влияние наиболее существенно, например, при $\mathbf{H} \parallel C_1$, есть неэквивалентные группы электронов. Поэтому приходится прибегать к моделям спектра и пытаться сравнением с экспериментом определить их параметры. Подобный подход был использован в работах ^{12, 54}, в которых для нижнего уровня Ландау принимался спектр Фальковского — Бенеславского (4). Как отмечалось в разделе в) гл. 2, этот спектр справедлив при направлениях \mathbf{H} , близких к оси 1.

Направление \mathbf{H} можно считать близким к оси 1, если при этом направлении эффективная масса m^* центрального сечения близка к значению

$$m^* = \frac{m_1^*}{\cos(\widehat{\mathbf{H}}, \text{ось } 1)}, \quad (22)$$

где m_1^* — масса при $\mathbf{H} \parallel 1$. Легко убедиться, что условие (22) удовлетворяется для электронов с точностью, лучшей $\sim 1\%$ при $\widehat{\mathbf{H}}, \text{ ось } 1 = 60^\circ$. Поэтому при $\mathbf{H} \parallel C_1$ для всех электронных групп спектр имеет вид (4). При этом для электронных участков, у которых направление оси 1 составляет угол $\sim 60^\circ$ с полем, нужно положить $m_z = m_1/4$ и $a = a_1/2$, так как эффективная масса в этом случае вдвое больше, чем при $\mathbf{H} \parallel 1$, а относительное спиновое расщепление остается неизменным.

Описанные в предыдущем разделе эксперименты позволяют определить значения параметров спектра (4), если учесть следующие условия:

а) независимо от величины поля ${}^eN(H) = {}^hN(H)$;

б) так как энергия электрона, связанная с циклотронным движением в поле ~ 100 кэ, составляет $\sim 0,1$ эв, добавочная энергия из-за наложения поля составляет $\sim 10^{-6}$ эв/атом, т. е. зонная структура остается неизменной. Поэтому можно считать

$${}^eE_F(H) = {}^eE_F(0) - \Delta E(H), \quad {}^hE_F(H) = {}^hE_F(0) + \Delta E(H)$$

(энергия дырок hE_F отсчитывается вниз от верха валентной зоны при $H = 0$);

в) для дырок малые отличия спектра от квадратичного можно описать двухзонной моделью, приводящей, с учетом равенства спинового расщепления нулю, к уровням Ландау:

$${}^hE_n \left(1 + \frac{{}^hE_n}{{}^hE_{g\text{эфф}}}\right) = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar\Omega + \frac{P_z^2}{2m_1} \quad (23)$$

с параметрами, полученными в разделах б) гл. 3 и б) гл. 5.

Считая, что n -я квантовая осцилляция проводимости для дырок (см. рис. 15) происходит при поле H_n таком, что ${}^hP_z^{\text{см}} = 0$, исходя из пере-

численных условий, нетрудно рассчитать значения H_n в функции двух параметров (${}^eE_F(0) - E_g/2$) и a .

На рис. 19 представлены результаты расчета H_n для $n = -2, 3, 4, 5, 6$. При каждом значении (${}^eE_F(0) - E_g/2$) значение a подбиралось таким, чтобы H_7 совпадало с полученным в эксперименте значением $H_7 = 32,6 \pm \pm 0,15$ кэ. Погрешности расчетных значений определяются погрешностями измерения H_7 и, в значительно меньшей степени, ${}^hE_{g\text{эфф}}$.

В соответствии с проведенным расчетом (см. рис. 19), надо принять ${}^eE_F(0) - (E_g/2) = 21 \pm 1$ мэв и $(e\hbar/2C) \Delta_+ = -0,040 \pm 0,005$ мэв/кэ. Эти

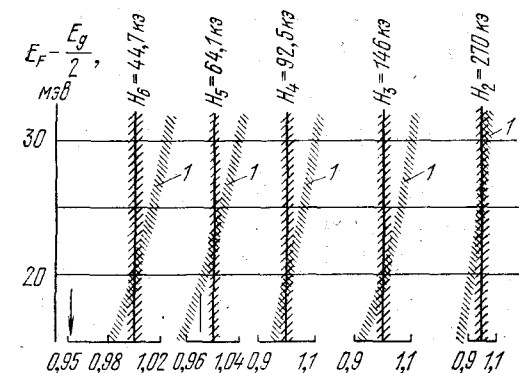


Рис. 19. Расчетные зависимости H_n для квантовых осцилляций дырок порядка n от энергии Ферми электронов — заштрихованные полосы 1.

Штриховка вдоль вертикальных прямых показывает погрешность измерения. Стрелками показаны расчетные значения H_n из работы ²¹.

значения получены в предположении, что спектр (4) точно соответствует спектру электронов. Для учета следующего порядка теории возмущений можно ввести зависимость массы m_1 от энергии, заменив $m_1 \rightarrow m_1 [1 + (E/E_0)]$, где E_0 — параметр, подлежащий определению из эксперимента. Формально это выражение совпадает со спектром двухзонной модели, если $E_0 = E_g/2$. При $E/E_0 \ll 1$ такая замена эквивалентна введению в спектр члена, пропорционального P_z^2 .

Численные расчеты показали, что согласие с экспериментом может быть получено при $E_0 \gtrsim 0,1$ эв. Значение ${}^eE_F(0) - (E_g/2)$ при $E_0 = 0,1$ эв возрастает до ~ 25 мэв, а быстрота смещения дна зоны становится равной $-0,05$ мэв/кэ.

Таким образом, предполагая спектр электронов нижнего уровня Ландау близким к (4), мы приходим к выводу, что ${}^eE_F(0) - (E_g/2) < 25$ мэв. Вспомнив, что энергия края междוזонного поглощения $E_\Phi = 2{}^eE_F(0) = 68 - 70$ мэв (см. раздел а) гл. 4), получим для $E_g \gtrsim 18 - 20$ мэв, что заметно превосходит измеренное при магнитооптиче-

ских исследованиях значение $E_g = 13,6$ мэв (раздел 6) гл. 4). В связи с этим встает вопрос, не будет ли спектр электронов (5), использовавшийся Векки и др.²¹, столь же хорошо описывать результаты измерений в сильных полях, как и спектр (4). Отметим, что при $P_z \neq 0$ эти спектры различаются не только членом, пропорциональным H^2 , описывающим отталкивание между зонами, но и зависимостью $E(P_z)$. Именно, в работе²¹ использовалась зависимость, характерная для двухзонной модели: квадратичная при $|E - E_g/2| \ll E_g/2$, переходящая в линейную при $|E - E_g/2| \approx E_g/2$.

Результаты расчетов, выполненных в работе²¹, представлены на рис. 18, 19. Видно, что как значения H_n (см. рис. 19), так и $N(H)$ не согласуются с экспериментом*). Таким образом, как вопрос о спектре электронов, так и о точном значении E_g остается открытым. Последнее утверждение вызывается тем соображением, что интерпретация экспериментов в работе²¹ была проведена для конкретной модели, и не исключено, что использование иной модели приведет к другим значениям параметров.

Рассмотрим возможность определения E_g из других экспериментов. Очевидно, что значение $E_g \approx 15$ мэв, полученное в работе¹⁷, не следует принимать во внимание, так как идейно это тот же самый эксперимент, что и в работе⁵⁴, но точность его во много раз ниже. То же самое можно сказать и о целом ряде ранних магнитооптических работ, в которых из-за ошибочной интерпретации получались существенно большие E_g .

Особо нужно остановиться на часто цитируемой работе Штрома и др.⁷⁵, получивших значение $E_g = 13 \pm 2$ мэв, подтверждающее результаты работы²¹. Однако проделанный нами в¹² анализ показал, что число это в принципе не может быть получено из результатов работы⁷⁵. В ней изучался циклотронный резонанс при частотах $(0,9 - 2,5) \cdot 10^{12}$ гц ($\hbar\omega \approx 4 - 10$ мэв $\approx 0,1 - 0,3E_F$). Наблюдались внутризонные резонансные переходы $j \rightarrow j+1$, $j \rightarrow j+2$, $j \rightarrow j+3$, ..., где нижний уровень имеет при $T=0$ энергию $\leq eE_F$, а верхний, соответственно, $\geq eE_F$. Обозначим $\delta = eE_F - E_j$; тогда, очевидно, $E_{j+n} \equiv eE_F + \omega - \delta$. Подставив эти значения в (2'), произведя несложные алгебраические выкладки, и учтя, что эффективная масса на уровне Ферми $m^* = m_0^* E_F / E_g$, получим уравнение, определяющее частоту перехода:

$$\omega \left(1 + \frac{\hbar\omega - 2\delta}{E_F} \right) = n \frac{eH}{m^*c} \quad (24)$$

Согласно (24) максимальное отличие частоты резонанса от классического значения neH/m^*c достигается при $\delta = \hbar\omega$, либо $\delta = 0$, и составляет $\pm \hbar\omega/E_F \leq 6-15\%$. Если учесть, что либо $\delta/eE_F < \hbar\omega/2eE_F \ll 1$, либо соответственно $\hbar\omega - \delta/eE_F \ll 1$, то его величина может быть найдена из очевидного соотношения

$$\delta = \frac{S}{2\pi m^*} \left(1 - \frac{H}{H_j} \right), \quad (25)$$

где S — сечение поверхности Ферми, а H_j — поле, при котором j -й уровень Ландау пересекает уровень Ферми, определяемое при исследовании эффекта де Гааза — ван Альфена или Шубникова — де Гааза.

*) Противоположный вывод авторов²¹ основан на том, что они для сравнения использовали значения H_n , измеренные со значительно меньшей точностью, чем в работе⁵⁴. При этом различие, указанное на рис. 19, оказывалось не превышающим погрешности измерений.

Таким образом, вся картина квантового циклотронного резонанса в двухзонной модели полностью определяется параметрами спектра, известными из других экспериментов. Подстановка численных значений H_j , вычисленных по данным раздела а) гл. 3 и $m^* = 0,0094m_e$ (раздел б) гл. 3), в формулы (24), (25) приводит к согласию предсказанного положения линий циклотронного резонанса при $H \parallel C_2$ со всеми линиями, наблюдавшимися в работе ⁷⁵ со среднеквадратичной погрешностью 0,4%.

Как видно из (24), частоты перехода для кратных резонансов, т. е. при $n \neq 1$, не совпадают между собой. Каждый из этих резонансов расщепляется на n линий, отношение амплитуд которых зависит от населенности уровней и изменяется при росте T . Это обстоятельство Штром и др. ⁷⁵ использовали для определения ϵE_F . Однако таким способом можно определить только параметр $(\epsilon E_F - E_j)/kT$, который и определяет населенность, но не само ϵE_F .

Итак, в настоящее время нет независимых измерений, проведенных на чистом висмуте, которые могли бы подтвердить то или другое из приведенных выше значений E_g .

7. СПЕКТР ДЫРОК

Так как дырки расположены в точке T , обладающей высокой симметрией, теоретическое их рассмотрение значительно проще, чем электронов. Это связано с тем, что из-за симметрии некоторые матричные элементы, описывающие взаимодействие между зонами, оказываются строго равными нулю. Дополнительно к этому в точке T все расстояния между зонами довольно велики, что делает возможным применение таких методов расчета, как ОПВ или ППВ. Однако, как уже отмечалось в разделе а) гл. 2, известные расчеты такого рода описывают поверхность Ферми довольно плохо, и требуются существенные коррективы.

Голин в ¹⁶ высказал предположение, что взаимное положение зон надо изменить так, чтобы параметры дырок, рассчитанные с использованием даваемых теорией матричных элементов, совпали с экспериментально измеренными. Такой способ подгонки приводит к двум сомнительным результатам: во-первых, некоторые из уровней приходится сместить на ~ 1 эв, что, учитывая точность расчета, представляется чрезмерным и фактически лишает смысла весь расчет. Во-вторых, ближайший к валентной зоне уровень оказывается на расстоянии $\sim 0,2$ эв, что, как уже отмечалось в разделе а) гл. 2, противоречит оптическим исследованиям.

Некоторые заключения о зонной структуре можно сделать из экспериментально полученных оценок непараболичности спектра дырок. Исходным при этом может служить то обстоятельство, что поверхность Ферми дырок вытянута вдоль тригональной оси, и соответствующие массы отличаются на порядок величины. Поэтому по аналогии со случаем электронов можно предположить, что для дырок справедлива модель Коэна, т. е. спектр вблизи экстремума валентной зоны в направлении, перпендикулярном к оси C_3 , описывается двухзонной моделью со щелью $^h E_g$ и квадратичен вдоль C_3 . Строго говоря, этому предположению противоречит большое значение эффективного g -фактора дырок при $H \parallel C_3$, равное 4,26 (раздел б) гл. 5); значение $g_3 > 4$ измерено также в работе ²⁰, в которой наблюдался ЭПР дырок. В двухзонной модели $g = 2$, как это и получено для дырок на основе деформационной модели ²⁷. Однако расположение зон, вычисленное Голином (см. рис. 3) и сделанный на основе этой работы расчет непараболичности спектра в работе ²⁰ показывают, что модель Коэна является хорошим приближением.

Используя спектр (3), считая отношение $\hbar E/\hbar E_g \ll 1$, легко вычислить следующие величины:

$$\left. \begin{aligned} \frac{S_3}{S_1} &= 1 + \frac{3}{8} \frac{\hbar E}{\hbar E_g}, \\ m_3^* &= m_{30}^* \left(1 + 2 \frac{\hbar E}{\hbar E_g} \right), \\ m_1^* &= m_{10}^* \left(1 + \frac{5}{4} \frac{\hbar E}{\hbar E_g} \right); \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

m_{10}^* , m_{30}^* — эффективные массы в экстремуме валентной зоны при $\mathbf{H} \parallel C_2$ и $\mathbf{H} \parallel C_3$ соответственно. Используя экспериментально определенное отношение $S_1/m_1^*/S_3/m_3^* = 1,003 \pm 0,005$ (см. конец гл. 3) и $\hbar E_F \approx \approx 12$ мэв (раздел 6) гл. 5), получим оценку $\hbar E_g \gtrsim 600$ мэв. Аналогичное значение $\hbar E_g \approx 0,55 \pm 0,25$ эв можно получить, используя формулу для m_1^* и значение $\hbar E_g^{\text{эфф}}$ из раздела 6) гл. 5.

Вердан и Дрю²⁰, анализируя результаты измерения циклотронного резонанса на частотах $\sim 10^{12}$ гц в полях 50—100 кэ, пришли к выводу, что $\hbar E_g = 0,21$ эв. В основе их расчета лежит сопоставление эффективной

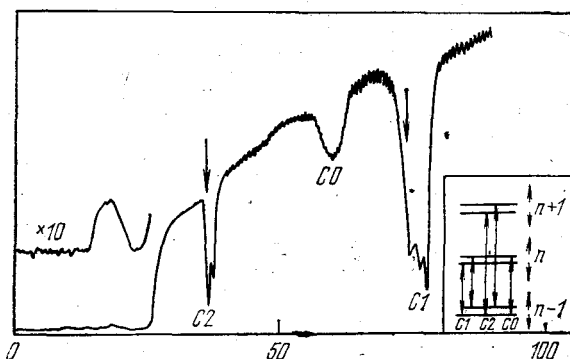


Рис. 20. Зависимость коэффициента прохождения волны с $\lambda = 311$ мкм через образец висмута толщиной 4,3 мм при $T = 4,3^\circ\text{K}$ от магнитного поля в конфигурации Фарадея²⁰.

$C_2 \perp \mathbf{H}$, $\mathbf{H}, \mathbf{N} = -2,5^\circ$, $\mathbf{H} \parallel C_2$. Стрелки над минимумами $C1$, $C2$ указывают положение циклотронного резонанса дырок, вычисленного по параметрам, полученным в п. 6) гл. 5.

массы в сильных полях, возрастающей благодаря росту $\hbar E_F$ (см. раздел 6) гл. 5) с той же массой при $\mathbf{H} \rightarrow 0$. Однако в своем анализе они использовали устаревшее значение $m_1^*(\mathbf{H} \rightarrow 0) = 0,203m_e$ из работы⁴¹, а не более точное $m_1^* = 0,212m_e$ (см. табл. III). Так как речь идет о его небольших изменениях при росте поля, то указанное различие привело к кажущейся большей непараболичности спектра дырок и сильно заниженному значению $\hbar E_g$. На самом деле эксперимент неплохо согласуется и с большим значением $\hbar E_g$ (рис. 20). Таким образом, результаты работы²⁰ требуют пересмотра. Отметим попутно, что согласно расчетам²⁰ использование матричных элементов Голина¹⁶ ведет к еще большей непараболичности дырок.

До сих пор мы рассматривали только эксперименты по исследованию чистого висмута. Возможно исследование носителей тока в висмуте путем изучения сплавов с другими металлами. В связи с проблемой выяснения непараболичности спектра дырок, учитывая скудость информации, полученной на чистом висмуте, обсудим измерения на сплавах типа $\text{Bi} + \text{Sn}$, $\text{Bi} + \text{Pb}$, в которых небольшая, $\sim 0,01\%$, добавка акцепторной примеси

приводит к изменению на порядок величины концентрации дырок. Считается, что столь малая концентрация примесных атомов не изменяет спектр висмута, а только смещает уровень Ферми.

На подобных сплавах исследовались осцилляции Шубникова — де Гааза и по зависимости их амплитуды от температуры определялась эффективная масса дырок при $H \parallel C_3$ ^{19, 57}. В обеих работах был отмечен рост m_3^* . Однако если в работе¹⁹ при $S_{\text{сп}} \approx 3,1S_0$ ($S_{\text{сп}}$, S_0 — сечение поверхности Ферми для сплава и чистого висмута соответственно) $m_{3\parallel}^* = 0,093m_e$, то Брандт и др. получили при тех же условиях $m_3^* = 0,075m_e$ ⁵⁷. Таким образом, различие этих величин таково, что вряд ли стоит обсуждать их отличие от значения $m_3^* = 0,0639m_e$, измеренного на чистом висмуте. Очевидно, что на основании этих измерений невозможно сделать какие-либо заключения о спектре дырок, в частности, о щели между зонами, до тех пор, пока не будет выяснена причина расхождения результатов идентичных опытов.

Авторам работы¹⁹ удалось также измерить отношение S_1/S_3 для сплавов различной концентрации. Оказалось, что анизотропия дырочной поверхности Ферми изменяется весьма незначительно. Так, при концентрации дырок $3,9 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$ $S_1/S_3 = 3,16 \pm 0,1$, что близко к значению $3,327 \pm 0,0001$ для чистого висмута (см. табл. III). Воспользовавшись формулой (26), оценим отсюда $^hE_g = 170 - 740 \text{ мэв}$, что, во всяком случае, не противоречит оценке hE_g , полученной выше. Таким образом, измерения на сплавах пока не дали надежных результатов. Приводимые в работах^{19, 57} полученные на основании этих опытов значения $^hE_g \leq 200 \text{ мэв}$, фактически не обоснованы. Измерения на чистом висмуте свидетельствуют о том, что $^hE_g \gtrsim 500 \text{ мэв}$.

8. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Подведем итоги и попытаемся наметить некоторые перспективы дальнейших исследований. Как следует из изложенного, висмут является одним из наиболее изученных металлов как теоретически, так и экспериментально. С высокой точностью определены поверхность Ферми и эффективные массы, установлен характер энергетического спектра электронов и дырок. Электронный спектр висмута может считаться известным с точностью, вполне достаточной для многих приложений.

Однако задачу описания электронов пока что нельзя считать окончательно решенной. Задача эта чрезвычайно осложняется тем обстоятельством, что получить из эксперимента сведения о спектре электронов на дне зоны оказывается возможным только при использовании упрощенных теоретических моделей, и состояние дел таково, что результаты различных опытов трудно согласовать друг с другом (см. гл. 6). В результате даже значение столь важного параметра — щели между зонами — нельзя считать окончательно установленными.

Укажем на некоторые эксперименты, которые могут способствовать углублению знания электронных свойств висмута. Например, это проведение измерений в квантующем поле с более высокой точностью и в более широком диапазоне полей. Как показывают измерения квантовых осцилляций при низких температурах³⁷, возможно повышение точности в этих экспериментах на один-два порядка, особенно в области полей $> 70 - 100 \text{ кэ}$, которая становится все более доступной для исследований.

Возможности магнитооптических исследований также нельзя считать полностью исчерпанными. Хотя здесь уже достигнуты предельная точность и разрешение, однако многое могут дать опыты в полях $H > 150 \text{ кэ}$, при которых инфракрасные измерения еще не проводились.

В частности, можно ожидать появления расщепления резонансов из-за спинового расщепления уровней Ландау или отклонения спектра от двухзонной модели, относительная величина которого возрастает $\propto \sqrt{H}$. Весьма интересным было бы обнаружение резонансных переходов для тяжелых электронов при $H \parallel C_2$. Так как в сильных полях уровень Ферми значительно падает, то в таких переходах будут принимать участие электроны, находящиеся практически на дне зоны. Не менее интересно и практически легче осуществить измерение циклотронного резонанса легких электронов на частотах $\sim (0,5-1) \cdot 10^{13}$ гц, когда в полях ~ 10 кэ должны наблюдаться переходы с нулевого на первый уровень Ландау, энергия которого может быть достаточно точно определена.

Что касается уточнения спектра дырок, то, на наш взгляд, наиболее надежным путем является дальнейшее повышение точности измерений поверхности Ферми. Возможно, что при магнитооптических исследованиях при энергиях $\geq 0,6$ эв в полях ≥ 100 кэ удастся наблюдать тонкую структуру линий резонансного поглощения. Такой эксперимент, несомненно, значительно продвинул бы наши знания об энергетическом спектре висмута.

Существует целая область исследования спектра Bi путем изучения сплавов с другими металлами или под давлением и экстраполяции полученных параметров к нулевой концентрации примеси. В гл. 6 мы рассмотрели некоторые из этих экспериментов, однако воздержались от более широкого их обсуждения в силу ряда причин.

Во-первых, примеси и давление прежде всего приводят к падению времен релаксации и резкому падению точности измерений, которая оказывается намного хуже, чем в чистом висмуте. Во-вторых, несмотря на большое число исследований, проведенных в этой области, они остаются в значительной степени фрагментарными, так как изучается в основном проводимость на постоянном токе, а резонансные методы до сих пор систематически не применялись. В-третьих, результаты различных исследований зачастую противоречат друг другу, как это было показано в гл. 7.

И, наконец, на наш взгляд, в таких исследованиях наиболее интересным является изучение изменений спектра под влиянием примеси, приводящей к изменению концентрации носителей (Bi+Sn), к появлению полупроводниковой фазы (сплавы Bi+Sb; или под давлением) и выяснение того, насколько хорошо на основе простых, зачастую интуитивных соображений, могут быть описаны наблюдаемые явления. Очевидно, успешными эти работы могут быть только в том случае, если заранее известен спектр чистого висмута. Поэтому дальнейшие исследования чистого висмута, особенно в условиях, при которых ранее эксперименты не проводились, остается актуальным.

Институт физических проблем
АН СССР

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. P. Kapitza, Proc. Roy. Soc. A119, 401 (1928).
2. W. Y. de Haas, P. M. van Alphen, Proc. Acad. Sci. Amsterdam 33, 1106 (1930).
3. L. Schubnikov, W. Y. de Haas, Comm. Phys. Lab. Univ. Leiden 207a, 207c, 207d, 210a (1930).
4. B. A. Green, B. S. Chandrasekhar, Phys. Rev. Lett. 11, 331 (1963).
5. J. K. Galt, W. A. Yager, F. R. Merritt, B. B. Cetlin, H. W. Dail, Phys. Rev. 100, 748 (1955).
6. S. J. Buchsbaum, J. K. Galt, Phys. Fluids 4, 1514 (1961).

7. М. С. Хайкин, УФН 96, 409 (1968).
8. D. H. Reneker, Phys. Rev. 115, 303 (1959).
9. А. А. Абрикосов, Л. А. Фальковский, ЖЭТФ 43, 1089 (1962).
10. Л. А. Фальковский, УФН 94, 3 (1968).
11. W. S. Boyle, G. E. Smith, Progr. Semicond. 7, 1 (1963).
12. V. S. Edelman, Adv. Phys. 25, 555 (1976).
13. S. Mase, J. Phys. Soc. Japan 13, 434 (1958).
14. L. G. Ferreira, J. Phys. and Chem. Sol. 28, 1891 (1967).
15. L. G. Ferreira, ibid. 29, 387 (1968).
16. S. Golin, Phys. Rev. 166, 643 (1968).
17. G. E. Smith, G. A. Baraff, J. H. Rowell, ibid. A135, 1118 (1964).
18. P. Y. Wang, A. L. Lin, ibid. B2, 2978 (1970).
19. R. T. Bate, N. G. Einspruch, P. J. May, Jr., ibid. 186, 599 (1969).
20. H. R. Verdun, H. D. Drew, ibid. B14, 1370 (1976).
21. M. P. Vecchi, J. R. Pereira, M. S. Dresselhaus, ibid. B14, 298 (1976).
22. L. Esaki, L. L. Chang, P. J. Stiles, D. F. O' Kane, N. Wisser, ibid. 167, 637 (1968).
23. Y. Sawatari, M. Arai, J. Phys. Soc. Japan 28, 360 (1970).
24. H. T. Chu, N. K. Eib, P. N. Henriksen, Phys. Rev. B12, 518 (1975).
25. M. H. Cohen, L. M. Falicov, S. Golin, IBM J. Res. and Develop. 8, 215 (1964).
26. Л. А. Фальковский, Г. С. Разина, ЖЭТФ 49, 265 (1965).
27. Л. А. Фальковский, ibid., с. 609.
28. А. А. Абрикосов, ЖЭТФ 65, 2063 (1973).
29. B. Lax, J. G. Mavroides, in: Advances in Solid State Physics, Ed. F. Seitz and D. Turnbull, v. 11, N.Y., Academic Press, 1960, p. 261.
30. M. H. Cohen, E. I. Blount, Phil. Mag. 5, 115 (1960).
31. G. A. Baraff, Phys. Rev. A157, 86 (1969).
32. M. H. Cohen, ibid. 121, 387 (1961).
33. A. A. Abrikosov, J. Low Temp. Phys. 8, 315 (1972).
34. С. Д. Бенеславский, Л. А. Фальковский ФТТ 5, 1360 (1973).
35. J. W. McClure, K. H. Choi, Sol. State Comm. 21, 1015 (1977).
36. И. М. Лифшиц, М. Я. Азбель, М. И. Каганов, Электронная теория металлов, М., «Наука», 1971.
37. В. С. Эдельман, ЖЭТФ 64, 1734 (1973).
38. F. M. Müller, Phys. Rev. 148, 636 (1966).
39. R. Herrman, S. Hess, H. U. Müller, Phys. Stat. Sol. 48, K151 (1971).
40. А. П. Королюк, ЖЭТФ 49, 1009 (1965).
41. В. С. Эдельман, М. С. Хайкин, ibid., с. 107.
42. R. J. Dinger, A. W. Lowson, Phys. Rev. 137, 5215 (1973).
43. С. М. Черемисин, В. С. Эдельман, М. С. Хайкин, ЖЭТФ 61, 1112 (1971).
44. G. E. Smith, L. C. Hebel, S. J. Buchsbaum, Phys. Rev. 129, 154 (1963).
45. В. С. Эдельман, А. П. Гаревский, В. Я. Демиховский, ФТТ 16, 3799 (1974).
46. В. С. Эдельман, УФН 102, 55 (1970).
47. В. П. Набережных, Д. Е. Жеребчевский, В. Л. Мельник, ЖЭТФ 63, 169 (1972).
48. L. M. Falicov, P. J. Lin, Phys. Rev. 141, 562 (1966).
49. R. D. Brown, R. L. Hartman, S. H. Koenig, ibid. 172, 598 (1968).
50. В. С. Цой, ЖЭТФ 68, 1849 (1975).
51. Н. Б. Брандт, В. А. Ястребова, Я. Г. Пономарев, ФТТ 16, 102, (1974).
52. М. С. Хайкин, Л. А. Фальковский, В. С. Эдельман, Р. Т. Мина, ЖЭТФ 45, 1704 (1963).
53. В. С. Эдельман, ЖЭТФ 54, 1726 (1968).
54. В. С. Эдельман, ЖЭТФ 68, 257 (1975).
55. S. H. Koenig, A. A. Lopez, D. B. Smith, J. L. Yarnell, Phys. Rev. Lett. 20, 48 (1968).
56. М. С. Хайкин, В. С. Эдельман, ЖЭТФ 49, 1695 (1965).
57. Н. Б. Брандт, Р. Мюллер, Я. Г. Пономарев, ЖЭТФ 71, 2268 (1976).
58. J. F. Koch, J. D. Jensen, Phys. Rev. 184, 643 (1969).
59. M. Wanner, R. E. Doezema, V. S. Strom, ibid. B12, 2883 (1975).
60. S. Takaoka, H. Kawamura, K. Murase, S. Takano, ibid. B13, 1428 (1976).

- 61. А. В. Голик, А. П. Королюк, В. И. Белецкий, В. И. Хоткевич, ЖЭТФ 71, 330 (1976).
- 62. А. П. Володин, М. С. Хайкин, В. С. Эдельман, ЖЭТФ 65, 2105 (1973).
- 63. W. S. Boyle, A. D. Brailsford, Phys. Rev. 120, 1943 (1960).
- 64. В. Лак, К. J. Button, H. J. Zeiger, L. M. Roth, ibid. 102, 715 (1956).
- 65. В. Д. Кулаковский, В. Д. Егоров, ФТТ 15, 2053 (1973).
- 66. R. N. Brown, J. G. Mavroides, B. Lax, Phys. Rev. 129, 2055 (1963).
- 67. M. Maltz, M. S. Dresselhaus, ibid. B2, 2877 (1970).
- 68. M. P. Vecchi, M. S. Dresselhaus, ibid. B9, 3257 (1974).
- 69. P. A. Wolf, J. Phys. and Chem. Sol. 25, 1057 (1964).
- 70. M. P. Vecchi, M. S. Dresselhaus, Phys. Rev. B10, 77 (1974).
- 71. Н. Б. Брандт, Е. А. Свистова, Г. Х. Табиева, Письма ЖЭТФ 27 (4) (1966).
- 72. G. E. Smith, G. A. Williams, IBM J. Res. and Develop. 8, 276 (1964).
- 73. S. Такано, Н. Кавамура, J. Phys. Soc. Japan 28, 348 (1970).
- 74. В. С. Эдельман, Письма ЖЭТФ 18, 236 (1973).
- 75. V. Strom, A. Kamgar, J. F. Koch, Phys. Rev. B7, 2435 (1973).