

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

539 [12.01+-123]

СМЕШИВАНИЕ ЛЕПТОНОВ И ОСЦИЛЛЯЦИИ НЕЙТРИНО

С. М. Виленький, Б. М. Понтекоров

СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение	181
2. Теории слабого взаимодействия со смешиванием нейтрино	184
а) Электронное и мюонное лептонные числа (184). б) Нейтрино Майораны (185). в) Нейтрино Дирака (188). г) Сравнение теорий со смешиванием нейтрино (190).	
3. Осцилляции нейтрино	191
4. Возможные опыты по проверке гипотезы смешивания нейтрино	193
а) Общие соображения (193). б) Ограничения на параметр M^2 , полученные из существующих данных (194). в) Возможные опыты (196).	
5. Солнце и космические нейтрино	198
а) Брукхейвенский эксперимент (198). б) Результаты опыта (199). в) Выводы (200). г) «Парадокс солнечных нейтрино» и осцилляции (202). д) Проблема осцилляций и будущие опыты с солнечными нейтрино (202). е) Опыты с солнечными нейтрино и возможности определения длины осцилляций (203). ж) Замечание о когерентности пучков нейтрино (205). з) Осцилляции и космические нейтрино (206).	
6. Осцилляции в общем случае N типов нейтрино	207
а) Случай левых полей (207). б) Общий случай левых и правых полей нейтрино (208). в) Заключительные замечания (209).	
7. Распад $\mu \rightarrow e \nu$ и осцилляции нейтрино	210
а) Случай нейтрино (210). б) Тяжелые лептоны (211). в) Распад $\mu \rightarrow e \nu$ и осцилляции нейтрино (212).	
8. Заключение	212
Цитированная литература	213

1. ВВЕДЕНИЕ

Этот обзор посвящен проблеме осцилляций нейтрино. Качественно осцилляции нейтрино были рассмотрены много лет назад ¹. В этих работах осцилляции нейтрино были введены по аналогии с хорошо известными осцилляциями нейтральных каонов. В последние годы появилось много статей, в которых осцилляции нейтрино рассматривались с самых различных точек зрения. Мы довольно подробно изложим эти работы. Вначале обсудим кратко основные результаты теории осцилляций нейтрино.

Обычно предполагается (и это согласуется с имеющимися данными), что электронное и мюонное лептонные числа строго сохраняются. Разумеется, осцилляций нейтрино в этом случае быть не может. Осцилляции могут возникать, если наряду с обычным слабым взаимодействием имеется взаимодействие, не сохраняющее лептонные числа. В этом ¹ случае массы нейтрино отличны от нуля *), а векторы состояний обычных электронного

*) Мы будем называть нейтрино те нейтральные лептоны, масса которых меньше, скажем, массы электрона; все остальные гипотетические нейтральные лептоны будут нами называться тяжелыми нейтральными лептонами. Отметим также, что всюду мы будем пользоваться системой единиц $\hbar = c = 1$.

и мюонного нейтрино ν_e и ν_μ представляют собой суперпозиции векторов состояния нейтрино с определенными массами (ν_1 и ν_2). Если в результате какого-либо слабого процесса образуется, например пучок мюонных нейтрино, то на некотором расстоянии от места образования такой пучок представляет собой когерентную суперпозицию ν_μ и ν_e (возникают осцилляции $\nu_\mu \rightleftharpoons \nu_e$).

Такая картина аналогична осцилляциям в системе нейтральных каонов. При этом сильное взаимодействие в случае каонов аналогично слабому взаимодействию в случае нейтрино, а роль нарушающего странность слабого взаимодействия играет в случае нейтрино не сохраняющее лептонные числа (сверхслабое?) взаимодействие; ν_e и ν_μ аналогичны K^0 и \bar{K}^0 (эти частицы не описываются стационарными состояниями), а ν_1 и ν_2 аналогичны K_L и K_S (эти частицы имеют определенные массы и описываются, следовательно, стационарными состояниями).

Отметим также следующие отличия между осцилляциями нейтральных каонов и возможными осцилляциями нейтрино:

1) Разность масс K_L и K_S много меньше массы каона; разность масс нейтрино ν_1 и ν_2 может быть сравнима с их массами.

2) K_L и K_S нестабильны; нестабильностью более тяжелого нейтрино можно пренебречь.

3) В отличие от осцилляций нейтральных каонов, осцилляции нейтрино могут не иметь максимальной амплитуды.

4) Каоны — бозоны, а нейтрино — фермионы; это приводит к тому, что осцилляции каонов возможны при двух состояниях, в то время как осцилляции нейтрино возможны при минимальном числе состояний, равном четырем.

Первая количественная теория осцилляций была развита в работе ². При построении не сохраняющего лептонные числа гамильтониана в этой работе в качестве базисных использовались состояния двухкомпонентных нейтрино (четыре состояния для двух типов нейтрино). Нейтрино с определенными массами являются в такой теории нейтрино Майорана.

Появившиеся в последнее время работы по осцилляциям нейтрино тесно связаны с единой теорией слабого и электромагнитного взаимодействия Вайнберга — Салама ³. В работах ^{4, 5} было сделано предположение о том, что входящие в заряженный лептонный ток операторы ν_e и ν_μ представляют собой ортогональные комбинации полей дираковских нейтрино с определенными и отличными от нуля массами. Таким образом, кроме обычной гипотезы о кварк-лептонной аналогии в этих работах делается новая гипотеза: лептоны, так же как и кварки, смешаны. В такой теории возникают ^{5, 6} осцилляции $\nu_e \rightleftharpoons \nu_\mu$. Теория ² также является схемой со смешиванием лептонов, но в ней операторы полей ν_e и ν_μ представляют собой ортогональные комбинации операторов полей массивных майорановских нейтрино. Возможные в обеих схемах осцилляции нейтрино $\nu_e \rightleftharpoons \nu_\mu$, $\nu_e \rightleftharpoons \bar{\nu}_\mu$ описываются одними и теми же выражениями. В эти выражения входят два параметра — угол смешивания θ и разность квадратов масс нейтрино $M^2 = |m_1^2 - m_2^2|$.

В выполненных до сих пор нейтринных экспериментах осцилляции нейтрино специально не ищались. Тем не менее из полученных в этих опытах данных, делая определенные предположения о значении угла смешивания θ , можно оценить верхнюю границу параметра M^2 . Если предположить, что смешивание максимально ($\theta = \pi/4$), то $M^2 \leq 1 \text{ эв}^2$.

В настоящее время проводится и планируется целый ряд экспериментов по поиску осцилляций с нейтрино от ускорителей высоких энергий, мезонных фабрик и реакторов. Эти опыты позволяют проверить гипотезу о смешивании нейтрино, если $M^2 \gtrsim 10^{-2} (\text{эв})^2$. Если $M^2 \ll 10^{-2} \text{ эв}^2$, то

осцилляции нейтрино могут быть обнаружены в экспериментах с космическими лучами и в особенности с нейтрино от Солнца¹. Опыты с нейтрино от Солнца могут позволить наблюдать осцилляции, если $M^2 \gtrsim 10^{-12} \text{ эв}^2$.

В схемах с ортогональным смешиванием лептонов нейтральный ток теории Вайнберга — Салама не содержит недиагональных по полям лептонов членов. Несимметричные нейтральные лептонные точки эффективно возникают, однако, в высших порядках теории возмущений. Ситуация полностью аналогична случаю адронных токов. Аналогично процессам $K_L \rightarrow \mu^+ \mu^-$, $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$ и др. в теориях со смешиванием нейтрино возможны в принципе процессы $\mu \rightarrow e \gamma$, $\mu \rightarrow 3e$ и др., в которых не сохраняются лептонные числа. Расчеты показывают, однако, что вероятности таких процессов как в теории со смешиванием нейтрино Майорана, так и в теории со смешиванием нейтрино Дирака на десятки порядков ниже экспериментальных верхних границ. Таким образом, поиск осцилляций нейтрино — единственный возможный метод проверки таких теорий. Высокая чувствительность опытов по изучению осцилляций нейтрино обусловлена интерференционным характером явления осцилляций. Из этих опытов может быть получена информация о матричном элементе не сохраняющего лептонные заряды взаимодействия, в то время как из опытов по измерению вероятностей распадов и сечений реакций может быть получена информация о квадрате матричного элемента.

В работах⁷⁻⁹ были рассмотрены теории со смешиванием произвольного числа $N \geq 2$ нейтрино (как майорановских, так и дираковских) с разными массами. Опыты по поиску осцилляций нейтрино и в этом случае являются наиболее чувствительным методом проверки гипотезы смешивания. Если в результате некоторого слабого процесса образуются, например, ν_e , то минимальная усредненная интенсивность ν_e на некотором расстоянии от источника может составлять в теории с N типами нейтрино $1/N$ от ожидаемой при отсутствии осцилляций интенсивности. При энергии начальных ν_e ниже порога рождения мюона (как, например, в случае нейтрино от Солнца и реакторов) возникающие вследствие осцилляций ν_μ, \dots «стерильны». Как подчеркивалось выше, если в природе существуют только нейтрино, то вероятности таких не сохраняющих лептонные числа процессов, как $\mu \rightarrow e \gamma$, $\mu \rightarrow 3e$ и др. оказываются в схемах со смешиванием на много порядков ниже соответствующих экспериментальных верхних границ. Ситуация кардинально меняется, если существуют тяжелые лептоны с массой порядка нескольких гигаэлектрон-вольт и если поля тяжелых лептонов входят в слабый ток в смешанном виде. В этом случае вероятности $\mu \rightarrow e \gamma$, $\mu \rightarrow 3e$ и др. процессов могут быть близки к существующим экспериментальным верхним границам. Поиск $\mu \rightarrow e \gamma$, $\mu \rightarrow 3e$ и других «запрещенных» законом сохранения лептонных чисел процессов даже на уровне, близком к существующему, представляет огромный интерес.

План обзора следующий. В гл. 2 подробно рассматриваются различные теории слабого взаимодействия со смешиванием полей двух нейтрино с отличными от нуля массами. В этой главе приводятся также имеющиеся в настоящее время данные по проверке закона сохранения лептонных чисел. В гл. 3 подробно рассмотрены осцилляции нейтрино. В следующей, гл. 4 рассмотрены возможные опыты по поиску осцилляций нейтрино. В гл. 5 в связи с проблемой осцилляций обсуждаются космические нейтрино и особенно солнечные нейтрино. В гл. 6 рассмотрен общий случай $N \geq 2$ типов нейтрино. В гл. 7 обсуждается распад $\mu \rightarrow e \gamma$ в схемах со смешиванием лептонов. Наконец, в заключении (гл. 8) излагается «идеология» смешивания лептонов.

2. ТЕОРИИ СЛАБОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ СО СМЕШИВАНИЕМ НЕЙТРИНО

а) Электронное и мюонное лептонные числа

В этой главе мы рассмотрим теории, в которых возникают осцилляции нейтрино. Все они основаны на предположении о том, что наряду с обычным слабым взаимодействием имеется взаимодействие, не сохраняющее лептонные числа. В соответствии с имеющимися данными предполагается также, что это последнее взаимодействие является более слабым, чем обычное слабое взаимодействие.

Гамильтониан обычного слабого взаимодействия имеет вид

$$\mathcal{H}_W = \mathcal{H}_W^C + \mathcal{H}_W^0. \quad (1)$$

Первый член этого выражения равен:

$$\mathcal{H}_W^C = \frac{G}{\sqrt{2}} 4j_\alpha \bar{j}_\alpha; \quad (2)$$

здесь

$$j_\alpha = (\bar{\nu}_e \gamma_\alpha e_L) + (\bar{\nu}_\mu \gamma_\alpha \mu_L) + j_\alpha^h \quad (3)$$

— заряженный слабый ток (j_α^h — адронная часть тока), $\psi_L = [(1 + \gamma_5)/2]\psi$ — левая компонента оператора ψ , $G \approx 10^{-5}/M^2$ — константа слабого взаимодействия (M — масса протона), а $\bar{j}_\alpha = j_\alpha^\dagger (\eta_\alpha)$ ($\eta_k = 1$, $\eta_i = -1$). Второй член выражения (1) представляет собой вклад нейтрального тока. Его структура для нас несущественна.

Взаимодействие (2) сохраняет по отдельности сумму электронных L_e и мюонных L_μ лептонных чисел *)

$$\sum_i L_e^{(i)} = \text{const}, \quad (4)$$

$$\sum_i L_\mu^{(i)} = \text{const}. \quad (5)$$

Значения лептонных чисел различных частиц приведены в табл. I. У соответствующих античастиц противоположные значения лептонных чисел.

Таблица I

Лептонные числа частиц

	ν_e	e^-	ν_μ	μ^-	Адроны, фотон
L_e	1	1	0	0	0
L_μ	0	0	1	1	0

Имеется несколько типов опытов, в которых проверяется закон сохранения лептонных чисел. В каждом опыте делается попытка обнаружения несохранения лептонных чисел. В табл. II перечислен ряд процессов, которые искались и не были найдены и даны соответствующие верхние пределы отношения $W(I)/W(II)$ вероятностей процессов, запрещенных

*) Хорошо известно, что возможны также и другие формулировки закона сохранения лептонных чисел. Экономичной и привлекательной является схема^{10,11}. В этой схеме имеется лишь один сохраняющийся лептонный заряд. При этом e^- и μ^- обладают противоположными значениями лептонного числа, а нейтрино описываются одним четырехкомпонентным дираковским спинором.

Таблица II

Отношение вероятностей $W(I)/W(II)$ процессов, запрещенных (I) и разрешенных (II) сохранением лептонных чисел

Процесс, запрещенный сохранением лептонных чисел (I)	Наблюдаемый процесс, разрешенный сохранением лептонных чисел (II)	$\frac{W(I)^*}{W(II)}$	Предел достоверности, %	Литература
а) Безнейтринный двойной β -распад $^{82}\text{Se} \rightarrow ^{82}\text{Kr} + e^- + e^-$	Двойной β распад $^{82}\text{Se} \rightarrow ^{82}\text{Kr} + e^- + e^- + \bar{\nu}_e + \bar{\nu}_e$	$< 0,09$	68	12, 13
б) $\nu_\mu + N \rightarrow \mu^+ + \dots$	$\nu_\mu + N \rightarrow \mu^- + \dots$	$< 5 \cdot 10^{-3}$	95	14
в) $\mu^+ \rightarrow e^+ + \gamma$	$\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$	$< 2,2 \cdot 10^{-8}$	90	15
$\mu^+ \rightarrow e^+ + e^+ + e^-$	$\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$	$< 1,9 \cdot 10^{-9}$	90	16
$\mu^- + \text{Cu} \rightarrow e^- + \dots$	$\mu^- + \text{Cu} \rightarrow \nu_\mu + \dots$	$< 1,6 \cdot 10^{-8}$	90	17
$\nu_\mu + N \rightarrow e^- + \dots$	$\nu_\mu + N \rightarrow \mu^- + \dots$	$< 3 \cdot 10^{-3}$	95	18
г) $\mu^- + \text{Cu} \rightarrow e^- + \dots$	$\mu^- + \text{Cu} \rightarrow \nu_\mu + \dots$	$< 2,6 \cdot 10^{-8}$	90	17

*) В литературе часто используется параметр α , который качественно характеризует максимальную относительную амплитуду процесса, запрещенного сохранением лептонных чисел; грубо говоря, $\alpha = \sqrt{W(I)/W(II)}$ для всех случаев, перечисленных в таблице, кроме двойного β -распада ^{82}Se . В этом случае $\alpha \approx 10^{-3} \sqrt{W(I)/W(II)}$, причем фактор 10^{-3} учитывает тот факт, что фазовый объем для безнейтринного двойного β -распада в 10^6 раз больше, чем для «обычного» двойного β -распада.

I) и разрешенных (II) законом сохранения лептонных чисел. В таблице представлены последние данные, относящиеся к: а) возможному несохранению электронного лептонного числа, б) возможному несохранению мюонного лептонного числа, в) возможному несохранению обоих лептонных чисел при сохранении их суммы, г) возможному несохранению обоих лептонных чисел.

Видно, что существующие экспериментальные данные согласуются с (4) и (5).

Предположим, что имеется не сохраняющее лептонные числа взаимодействие, более слабое, чем взаимодействие (1). Как мы увидим ниже, в этом случае возникнут осцилляции в пучках нейтрино. Опыты по поиску осцилляций позволят, следовательно, проверить гипотезу о существовании взаимодействия, не сохраняющего лептонные числа. При этом чувствительность таких экспериментов намного выше, чем чувствительность опытов по поиску безнейтринного двойного β -распада, $\mu \rightarrow e\gamma$ *) и других аналогичных процессов.

б) Нейтрино Майораны

Первая теория осцилляций нейтрино была развита в работе ². Она основывается на теории двухкомпонентного нейтрино.

В соответствии с теорией двухкомпонентного нейтрино в гамильтониан могут входить только левые компоненты полей нейтрино

$$\nu_{eL} = \frac{1+\gamma_5}{2} \nu_e, \quad \nu_{\mu L} = \frac{1+\gamma_5}{2} \nu_\mu, \quad (6)$$

*) Это утверждение может быть неправильным, если существуют тяжелые лептоны (см. гл. 7).

и правые компоненты полей антинейтрино

$$\begin{aligned} v_{eR}^c &= \frac{1-\gamma_5}{2} v_e^c = (v_{eL})^c, \\ v_{\mu R}^c &= \frac{1-\gamma_5}{2} v_\mu^c = (v_{\mu L})^c; \end{aligned} \quad (7)$$

здесь

$$v_{e,\mu}^c = C \bar{v}_{e,\mu} \quad (8)$$

— зарядовосопряженный спинор. Матрица C удовлетворяет соотношениям

$$\left. \begin{aligned} C^+ C &= 1, \\ C \gamma_\alpha^T C^{-1} &= -\gamma_\alpha, \\ C^T &= -C. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Квадратичный по нейтринным полям гамильтониан не сохраняющего лептонные числа взаимодействия имеет следующий общий вид *):

$$\mathcal{H} = m_{ee}^- \bar{v}_{eR}^c v_{eL} + m_{\mu\mu}^- \bar{v}_{\mu R}^c v_{\mu L} + m_{\mu e}^- (\bar{v}_{\mu R}^c v_{eL} + \bar{v}_{eR}^c v_{\mu L}) + \text{с. с.}, \quad (10)$$

где параметры m_{ee}^- , $m_{\mu\mu}^-$ и $m_{\mu e}^-$ имеют размерность массы.

Гамильтониан (10) может быть записан в следующем более компактном виде:

$$\mathcal{H} = \bar{v}_R^c M v_L + \bar{v}_L M^+ v_R^c; \quad (11)$$

здесь

$$v_L = \begin{pmatrix} v_{eL} \\ v_{\mu L} \end{pmatrix}, \quad v_R^c = \begin{pmatrix} v_{eR}^c \\ v_{\mu R}^c \end{pmatrix}, \quad (12)$$

а

$$M = \begin{pmatrix} m_{ee}^- & m_{\mu e}^- \\ m_{\mu e}^- & m_{\mu\mu}^- \end{pmatrix}. \quad (13)$$

Если взаимодействие (10) инвариантно относительно CP -преобразования, то параметры m_{ee}^- , $m_{\mu\mu}^-$, $m_{\mu e}^-$ вещественны **).

В этом случае гамильтониан взаимодействия может быть записан следующим образом:

$$\mathcal{H} = \bar{v}_R^c M (v_L + v_R^c) + \bar{v}_L M (v_R^c + v_L) = \chi M \chi; \quad (14)$$

здесь

$$\chi = v_L + v_R^c = \begin{pmatrix} v_{eL} + v_{eR}^c \\ v_{\mu L} + v_{\mu R}^c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \chi_e \\ \chi_\mu \end{pmatrix}. \quad (15)$$

*) Нетрудно видеть, что $(\bar{v}_{\mu R}^c v_{eL} - \bar{v}_{eR}^c v_{\mu L}) = 0$. Действительно,

$$\bar{v}_{\mu R}^c v_{eL} = -v_\mu C^{-1} \frac{1+\gamma_5}{2} v_e = -v_e \frac{1+\gamma_5^T}{2} C^{-1} v_\mu = \bar{v}_{eR}^c v_{\mu L}.$$

**) Действительно,

$$\begin{aligned} U_{PC} \bar{v}_R^c(x) M v_L(x) U_{PC}^{-1} &= U_{PC} \bar{v}^c(x) M \frac{1+\gamma_5}{2} v(x) U_{PC}^{-1} = \\ &= \bar{v}(x') \gamma_4 M \frac{1+\gamma_5}{2} \gamma_4 v^c(x') = \bar{v}_L(x') M v_R^c(x'), \end{aligned}$$

где U_{PC} — оператор PC -преобразования, а $x' = (-x, ix_0)$. Из условия CP -инвариантности $U_{PC} \mathcal{H}(x) U_{PC}^{-1} = \mathcal{H}(x')$ получаем, следовательно, $M^+ = M$. Далее, так как $M^T = M$, то $M^* = M$.

Имеем

$$\chi^c = C\bar{\chi} = \chi. \quad (16)$$

Таким образом, χ_e и χ_μ — поля майорановских нейтрино. Очевидно, что появление в гамильтониане (14) полей Майораны связано с тем, что введенное нами взаимодействие не сохраняет лептонные числа.

Матрица M легко может быть приведена к диагональному виду. Имеем

$$M = UM_0U^T, \quad (17)$$

где U — ортогональная матрица ($U^TU = 1$), а

$$M_0 = \begin{pmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{pmatrix}. \quad (18)$$

Подставляя (17) в (14), получим следующее выражение для гамильтониана:

$$\mathcal{H} = \bar{\varphi} M_0 \varphi = \sum_{\sigma=1,2} m_\sigma \bar{\varphi}_\sigma \varphi_\sigma; \quad (19)$$

здесь

$$\varphi = U^T \chi. \quad (20)$$

Таким образом, φ_1 и φ_2 — поля майорановских нейтрино с массами m_1 и m_2 соответственно. Из (20) получаем, что

$$\chi = U\varphi. \quad (21)$$

Отсюда следует, что поля ν_{eL} и $\nu_{\mu L}$, входящие в гамильтониан обычного слабого взаимодействия, связаны с полями майорановских нейтрино соотношениями

$$\begin{aligned} \nu_{eL} &= \sum_{\sigma=1,2} U_{1\sigma} \varphi_{\sigma L}, \\ \nu_{\mu L} &= \sum_{\sigma=1,2} U_{2\sigma} \varphi_{\sigma L}. \end{aligned} \quad (22)$$

Итак, если справедливы сделанные нами предположения, то в гамильтониан слабого взаимодействия входят ортогональные суперпозиции полей нейтрино Майораны, массы которых, m_1 и m_2 , отличны от нуля. Как мы увидим ниже, в этом случае возникают осцилляции нейтрино.

Ортогональная матрица U имеет следующий общий вид:

$$U = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}. \quad (23)$$

Используя (20) и (23), имеем

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= \cos \theta \chi_1 - \sin \theta \chi_2, \\ \varphi_2 &= \sin \theta \chi_1 + \cos \theta \chi_2 \end{aligned} \quad (24)$$

и

$$\begin{aligned} \nu_{eL} &= \cos \theta \varphi_{1L} + \sin \theta \varphi_{2L}, \\ \nu_{\mu L} &= -\sin \theta \varphi_{1L} + \cos \theta \varphi_{2L}. \end{aligned} \quad (25)$$

Из этих выражений видно, что угол θ характеризует смешивание майорановских полей φ_1 и φ_2 . Получим теперь соотношения, связывающие массы m_1 , m_2 и угол смешивания θ с величинами m_{ee}^- , $m_{\mu\mu}^-$, $m_{\mu e}^-$. Из (17) находим

$$m_{ee}^- = \cos^2 \theta m_1 + \sin^2 \theta m_2, \quad (26)$$

$$m_{\mu\mu}^- = \sin^2 \theta m_1 + \cos^2 \theta m_2, \quad (27)$$

$$m_{\mu e}^- = \sin \theta \cos \theta (-m_1 + m_2). \quad (28)$$

Отсюда получаем

$$\operatorname{tg} 2\theta = \frac{2m_{\mu e}}{m_{\mu\mu} - m_{ee}}, \quad (29)$$

$$m_{1,2} = \frac{1}{2} (m_{ee} + m_{\mu\mu} \pm \sqrt{(m_{ee} - m_{\mu\mu})^2 + 4m_{\mu e}^2}). \quad (30)$$

Как мы увидим в гл. 3, осцилляции имеют место в случае, если $\theta \neq 0$ и $m_1 \neq m_2$. Из (27) и (28) следует, что для этого необходимо, чтобы $m_{\mu e}$ и по крайней мере один из двух параметров m_{ee} и $m_{\mu\mu}$ были отличны от нуля. Из (27) следует, что при $m_{ee} = m_{\mu\mu}$ и $m_{\mu e} \neq 0$, $\theta = \pi/4$ (максимальное смешивание). В этом случае имеем соотношения

$$\begin{aligned} v_{eL} &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\varphi_{1L} + \varphi_{2L}), \\ v_{\mu L} &= \frac{1}{\sqrt{2}} (-\varphi_{1L} + \varphi_{2L}), \end{aligned} \quad (31)$$

аналогичные соотношениям, связывающим функции K^0 - и \bar{K}^0 -мезонов с функциями K_1 - и K_2 -мезонов. Заметим, что смешивание максимально также и в случае $m_{ee}, m_{\mu\mu} \ll m_{\mu e}$.

Обсудим с несколько иной точки зрения рассматриваемую здесь схему. Мы основывались на теории двухкомпонентного нейтрино. Известно, что эта теория эквивалентна теории нейтрино Майораны с равной нулю массой. Поэтому мы можем исходить из теории нейтрино Майораны. По существу, введение не сохраняющего лептонные числа взаимодействия (10) эквивалентно смешиванию полей массивных майорановских нейтрино. Отметим, что в такой схеме майорановские нейтрино могут отличаться только массами. При этом нет никакой необходимости во введении понятия лептонного числа. Мы увидим, что при достаточно малых массах частиц эта схема не противоречит существующим экспериментальным данным. Наиболее существенное из ее следствий — осцилляции нейтрино².

в) Нейтрино Дирака

Теперь мы перейдем к обсуждению предложенной в работах^{4, 5} теории. Она основана на кварк-лептонной аналогии. Напомним, что адронный ток Кабиббо дается выражением

$$(j_a^h)_C = \bar{u}_L \gamma_a d_L'; \quad (32)$$

здесь

$$d' = d \cos \theta_C + s \sin \theta_C \quad (33)$$

(θ_C — угол Кабиббо). В (32) и (33) u , d и s — соответственно операторы полей у кварков ($Q = 2/3$, $T_3 = 1/2$, $S = 0$), d -кварков ($Q = -1/3$, $T_3 = 1/2$, $S = 0$) и s -кварков ($Q = -1/3$, $T = 0$, $S = -1$). Хорошо известно, что все имеющиеся данные, включая данные, полученные в опытах по глубоко неупругому взаимодействию нейтрино с нуклонами, согласуются с (32).

Адронный ток Кабиббо имеет ту же V — A-структуру, что и лептонный ток (в оба тока входят только левые компоненты полей). Если, однако, ограничиться выражением (32) для адронного тока, то между слабыми лептонным и адронным токами имеется существенное отличие. Прежде всего оно связано с тем, что лептонов четыре, а в выражение (32) входят поля только трех кварков. Для того чтобы устранить эту асимметрию, в ра-

боте ¹⁹ был введен четвертый кварк с равным единице новым квантовым числом C (charm *).

Значительный шаг вперед в построении теории слабого взаимодействия был сделан в работе ^{21a}. Эта работа основана на гипотезе четырех кварков. Авторы предположили, что в заряженный адронный ток наряду с каибб-бовским током (32) входит член

$$(j_{\alpha}^h)_{GIM} = \bar{c}_L \gamma_{\alpha} s'_L; \quad (34)$$

здесь

$$s' = -d \sin \theta_c + s \cos \theta_c, \quad (35)$$

а s — оператор поля s -кварков ($Q = 2/3$, $T = 0$, $S = 0$, $C = 1$). (Эта теория в настоящее время носит название стандартной.)

Если для заряженного адронного тока принять выражение

$$j_{\alpha}^h = (j_{\alpha}^h)_c + (j_{\alpha}^h)_{GIM}, \quad (36)$$

то, как показано в ^{21a}, нейтральный слабый ток калибровочных теорий слабого и электромагнитного взаимодействия Вайнберга — Салама не содержит изменяющих странность членов. Так как заряженный ток (36) изменяет странность, то изменяющий странность нейтральный ток возникает в высших порядках теории возмущений. В стандартной теории с током (36) имеется компенсационный механизм ^{21a}, позволяющий согласовать с экспериментом результаты расчетов разности масс K_L и K_S , а также вероятностей $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \nu$, $K_L \rightarrow \mu^+ \mu^-$ и др. процессов. Отметим, что компенсация диаграмм, которые индуцируют изменяющий странность нейтральный ток, связана с тем, что поля d и s кварков входят в заряженный ток в ортогональных комбинациях (33) и (35).

Вернемся теперь к рассмотрению лептонов. Сравнивая ток (36) стандартной теории с обычным лептонным током (выражение (3)), можно видеть существенную разницу между этими выражениями. Она состоит в том, что в адронный ток входят ортогональные комбинации полей d - и s -кварков, а в ток (3) входят поля электронного и мюонного нейтрино (адронный ток не сохраняет странность ток (3) сохраняет лептонные числа).

Для того чтобы устранить это различие, предположим ^{4, 5}, что существуют два нейтрино с отличными от нуля массами (будем обозначать их ν_1 и ν_2) и что операторы ν_e и ν_{μ} в выражении (3) для лептонного тока представляют собой ортогональные суперпозиции **)

$$\nu_e = \nu_1 \cos \theta + \nu_2 \sin \theta, \quad (37)$$

$$\nu_{\mu} = -\nu_1 \sin \theta + \nu_2 \cos \theta,$$

где ν_1 и ν_2 — поля нейтрино Дирака с массами m_1 и m_2 , а θ — угол смешивания ***). Априори нет никаких оснований предполагать, что угол смешивания θ совпадает с углом Каиббо θ_c . Отметим лишь, что два значения угла смешивания, $\theta = 0$ и $\theta = \pi/4$, выделены. Случай $\theta = 0$ (отсутствие смешивания) отвечает обычной теории со строго сохраняющимися электронным и мюонным лептонными числами. Случай $\theta = \pi/4$ соответствует максимальному смешиванию, т. е. максимальной амплитуде осцилляций (см. гл. 3).

*) Более подробно этот вопрос изложен в обзоре ²⁰. В настоящее время частицы, обладающие новым квантовым числом, обнаружены в нейтринных экспериментах и в опытах на встречных e^+ , e^- -пучках (см., например, «Труды XVIII конференции по физике высоких энергий», Тбилиси, 1976).

**) Совсем недавно нам стало известно, что уже в 1963 г. лептонное и адронное смешивание было предложено в работе ^{21b}.

***) Отметим, что угол смешивания лептонов обозначается θ , а массы нейтрино m_1 и m_2 как в случае смешивания полей Майораны (см. п. б) л. 2), так и в случае смешивания полей Дирака.

Итак, мы приходим к теории, в которой слабые токи лептонов и кварков полностью аналогичны. По существу, в этой схеме нет лептонного числа, отличающего два типа нейтрино ν_e и ν_μ ; два нейтрино ν_1 и ν_2 отличаются друг от друга только массами (так же как d - и s -кварки).

В силу (37) в нейтральном токе теории Вайнберга — Салама в первом порядке по G не возникают асимметричные члены (процессы $\mu \rightarrow e\gamma$, $\mu \rightarrow 3e$ и др.). В высших порядках теории возмущений в рассматриваемой нами схеме такие процессы становятся разрешенными (аналогично $K_L \rightarrow 2\mu$, $K \rightarrow \mu\nu\bar{\nu}$ и др.). Расчеты показывают²², однако, что в силу механизма компенсации, аналогичного GIM ²¹, вероятности этих процессов в схеме с двумя нейтрино оказываются чрезвычайно малыми (более подробно см. гл. 7).

Главное отличие рассмотренной здесь теории от обычной теории с двумя сохраняющимися лептонными числами — возможность осцилляций нейтрино^{5, 6}.

г) Сравнение теорий со смешиванием нейтрино

Мы закончим эту главу следующими замечаниями, касающимися сравнения рассмотренной в разделе б) теории со смешиванием нейтрино Майораны (теория М) и рассмотренной в разделе в) теории со смешиванием нейтрино Дирака (теория Д).

1) В обсуждавшихся нами в разделах б) и в) схемах массы нейтрино не равны нулю и операторы полей нейтрино входят в гамильтониан в виде ортогональных суперпозиций. Отличие между теориями состоит в том, что в теории М нейтрино — майорановские частицы, а в теории Д — частицы Дирака. Гамильтониан (10) теории М не сохраняет мюонное L_μ и электронное L_e — лептонные числа. Гамильтониан теории Д сохраняет сумму $L_e + L_\mu$. Как мы увидим ниже, осцилляции нейтрино и в той, и в другой теориях описываются тождественными выражениями. В отличие от Д, теория М допускает безнейтринный двойной β -распад и др. процессы, в которых не сохраняется $L_e + L_\mu$. Вероятности таких процессов оказываются однако, весьма малыми и имеющиеся экспериментальные данные позволяют лишь получить²³ ограничения (весьма слабые) на параметры теории.

Отметим, что в схеме Д нейтрино описываются также, как все остальные частицы (заряженные лептоны, кварки), в то время как в схеме М нейтрино занимают особое место среди остальных фундаментальных частиц. В теории М каждый тип нейтрино описывается двумя состояниями; в теории Д каждому типу нейтрино соответствуют четыре состояния. В этом смысле в теории М нет аналогии между лептонами и кварками. В частности, теория М, как нетрудно видеть², эквивалентна схеме^{10, 11} с одним лишь лептонным зарядом при условии, что этот заряд не сохраняется (см. сноску на с. 184).

2) Массовый член гамильтониана теории Д имеет вид

$$\mathcal{H}_1 = m_1 \bar{\nu}_1 \nu_1 + m_2 \bar{\nu}_2 \nu_2. \quad (38)$$

Выразим ν_1 и ν_2 через ν_e и ν_μ (см. (37)) и подставим в выражение (38). Получаем

$$\mathcal{H}_1 = m_{ee} \bar{\nu}_e \nu_e + m_{\mu\mu} \bar{\nu}_\mu \nu_\mu + \mathcal{H}; \quad (39)$$

здесь

$$\mathcal{H} = m_{\mu e} (\bar{\nu}_\mu \nu_e + \bar{\nu}_e \nu_\mu), \quad (40)$$

а

$$\left. \begin{aligned} m_{ee} &= m_1 \cos^2 \theta + m_2 \sin^2 \theta, \\ m_{\mu\mu} &= m_1 \sin^2 \theta + m_2 \cos^2 \theta, \\ m_{\mu e} &= \sin \theta \cos \theta (-m_1 + m_2). \end{aligned} \right\} \quad (41)$$

Очевидно, что m_{ee} и $m_{\mu\mu}$ — голые массы электронного и мюонного нейтрино. Гамильтониан \mathcal{H} не сохраняет L_e и L_μ по отдельности и сохраняет $L_e + L_\mu$. Таким образом, если предположить, что массы электронного и мюонного нейтрино отличны от нуля и что наряду с обычным слабым взаимодействием существует не сохраняющее лептонные числа взаимодействие (40), то мы приходим к теории Д.

Очевидно, что массы m_1 , m_2 и угол смешивания θ связаны с величинами m_{ee} , $m_{\mu\mu}$ и $m_{\mu e}$ соотношениями, аналогичными (29), (30),

$$\operatorname{tg} 2\theta = \frac{2m_{\mu e}}{m_{\mu\mu} - m_{ee}}, \quad (42)$$

$$m_{1,2} = \frac{1}{2} (m_{ee} + m_{\mu\mu} \pm \sqrt{(m_{ee} - m_{\mu\mu})^2 + 4m_{\mu e}^2}).$$

Мы рассмотрели простейшие теории со смешиванием полей двух нейтрино с разными массами. В работах ⁷⁻⁹ было рассмотрено смешивание $N \geq 2$ типов нейтрино. Результаты, полученные в этих работах, будут кратко изложены в гл. 5.

3. ОСЦИЛЛЯЦИИ НЕЙТРИНО

Рассмотренные нами выше теории приводят к осцилляциям нейтрино. Здесь мы рассмотрим это явление.

Обозначим через $|v_e\rangle$ и $|v_\mu\rangle$ векторы состояния электронного и мюонного нейтрино (нейтрино, участвующих в обычном слабом взаимодействии) с импульсом p и спиральностью, равной -1 . Из (22) и (37) следует, что

$$|v_l\rangle = \sum_{\sigma=1,2} U_{l\sigma} |v_\sigma\rangle \quad (l=e, \mu), \quad (43)$$

здесь $|v_\sigma\rangle$ ($\sigma = 1, 2$) — вектор состояния нейтрино с массой m_σ , импульсом p и спиральностью равной -1 (мы предполагаем, что $p \gg m_\sigma$). Ортогональная матрица U имеет вид (23). Векторы $|v_\sigma\rangle$ описывают нейтрино Майораны в теории ² и нейтрино Дирака в теории ^{4, 5}. Имеем

$$H |v_\sigma\rangle = E_\sigma |v_\sigma\rangle, \quad (44)$$

где H — полный гамильтониан, а

$$E_\sigma = \sqrt{m_\sigma^2 + p^2}.$$

Имеем также

$$|v_\sigma\rangle = \sum_{l=e, \mu} U_{l\sigma} |v_l\rangle. \quad (45)$$

Рассмотрим поведение пучка нейтрино, образовавшегося в результате обычного слабого процесса. В начальный момент времени такой пучок описывается вектором $|v_l\rangle$. В момент времени t вектор состояния пучка дается выражением

$$|v_l\rangle_t = e^{-iHt} |v_l\rangle = \sum_{\sigma=1,2} U_{l,\sigma} e^{-iE_\sigma t} |v_\sigma\rangle. \quad (46)$$

Отметим, что при этом мы считаем нейтрино стабильными частицами. В рассматриваемых нами схемах более тяжелое нейтрино (скажем, v_1) может,

однако, распадаться на ν_2 и γ квант. Вероятность этого распада, вычисленная на основе теории со смешиванием нейтрино, дается выражением ²²

$$\Gamma(\nu_1 \rightarrow \nu_2 + \gamma) = \frac{9}{16} \frac{G^2}{128\pi^4} \alpha m_1^5 \sin^2 \theta \cos^2 \theta \left(\frac{m_\mu^2}{M_W^2} \right)^2;$$

здесь m_μ и M_W — соответственно массы мюона и промежуточного бозона (для простоты мы предположили, что $m_1 \gg m_2$). Используя это выражение, нетрудно видеть, что время жизни нейтрино много больше возраста Вселенной. Таким образом, нестабильность нейтрино можно не учитывать *).

Вернемся теперь к рассмотрению поведения пучка нейтрино. Как видно из (46), в рассматриваемых нами теориях такой пучок описывается не стационарным состоянием, как в обычных теориях, а суперпозицией стационарных состояний. Очевидно, что это связано с тем, что вектор $|\nu_l\rangle$ не является собственным вектором гамильтониана H .

Разложим вектор состояния (46) по векторам $|\nu_{l'}\rangle$. Получаем

$$|\nu_l\rangle = \sum_{l'=e, \mu} a_{\nu_{l'}; \nu_l}(t) |\nu_{l'}\rangle, \quad (47)$$

где

$$a_{\nu_{l'}; \nu_l}(t) = \sum_{\sigma=1,2} U_{l\sigma} e^{-iE_\sigma t} U_{l'\sigma} \quad (48)$$

— амплитуда вероятности обнаружения $\nu_{l'}$ через время t после рождения ν_l . Имеем

$$a_{\nu_{l'}; \nu_l}(0) = \sum_{\sigma=1,2} U_{l\sigma} U_{l'\sigma} = \delta_{l'l}.$$

Очевидно, что в случае $m_1 \neq m_2$ и $U_{l\sigma} \neq \delta_{l\sigma}$, $a_{\nu_\mu; \nu_e}(t) = a_{\nu_e; \nu_\mu}(t) \neq 0$ (т. е. возникают осцилляции $\nu_e \rightleftharpoons \nu_\mu$).

Вероятность «перехода» $\nu_l \rightarrow \nu_{l'}$, дается выражением

$$w_{\nu_{l'}; \nu_l}(t) = w_{\nu_l; \nu_{l'}}(t) = \sum_{\sigma, \sigma'} U_{l\sigma} U_{l'\sigma} U_{l\sigma'} U_{l'\sigma'} \cos(E_\sigma - E_{\sigma'}) t. \quad (49)$$

Величины $w_{\nu_{l'}; \nu_l}(t)$ удовлетворяют, как нетрудно видеть, соотношению

$$\sum_{l'} w_{\nu_{l'}; \nu_l}(t) = 1.$$

Далее в интересующем нас случае $p \gg m_1, m_2$ имеем

$$E_1 - E_2 = \frac{m_1^2 - m_2^2}{2p}. \quad (50)$$

Используя (23), (49) и (50), получаем

$$w_{\nu_e; \nu_e}(R) = w_{\nu_\mu; \nu_\mu}(R) = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2\theta \left(1 - \cos 2\pi \frac{R}{L} \right), \quad (51)$$

$$w_{\nu_e; \nu_\mu}(R) = w_{\nu_\mu; \nu_e}(R) = \frac{1}{2} \sin^2 2\theta \left(1 - \cos 2\pi \frac{R}{L} \right); \quad (52)$$

здесь $w_{\nu_{l'}; \nu_l}(R)$ — вероятность обнаружения $\nu_{l'}$, на расстоянии R от источника ν_l , а

$$L = 4\pi \frac{p}{|m_1^2 - m_2^2|} \quad (53)$$

*) Заметим, что если бы время жизни ν_l было меньше возраста Вселенной, то в результате распада $\nu_l \rightarrow \nu_2 + \gamma$ образовывались бы нейтрино, описываемые стационарным состоянием.

длина осцилляций²⁴. Отметим, что величины $\sin^2 2\theta$ и L связаны с параметрами m_{ee}^- , $m_{\mu\mu}^-$ и $m_{\mu e}^-$ теории² соотношениями

$$\sin^2 2\theta = \frac{4m_{\mu e}^2}{(m_{ee}^- - m_{\mu\mu}^-)^2 + 4m_{\mu e}^2},$$

$$L = \frac{4\pi p}{(m_{ee}^- + m_{\mu\mu}^-) \sqrt{(m_{ee}^- - m_{\mu\mu}^-)^2 + 4m_{\mu e}^2}}. \quad (54)$$

Очевидно, что соотношения, связывающие эти величины с параметрами теории^{5, 6}, можно получить, если в (54) сделать замену

$$m_{ee}^- \rightarrow m_{ee}, \quad m_{\mu\mu}^- \rightarrow m_{\mu\mu}, \quad m_{\mu e}^- \rightarrow m_{\mu e}.$$

Отметим также, что основные соотношения этого раздела (формулы (47)–(49)) имеют место также и в общем случае N -типов нейтрино. При этом U — ортогональная $N \times N$ матрица (в случае, если имеет место CP -инвариантность), а суммирование по σ проводится от 1 до N .

4. ВОЗМОЖНЫЕ ОПЫТЫ ПО ПРОВЕРКЕ ГИПОТЕЗЫ СМЕШИВАНИЯ НЕЙТРИНО

а) Общие соображения

В этой главе мы будем использовать соотношения (51) и (52), полученные для случая двух типов нейтрино. Общий случай N — типов нейтрино будет кратко рассмотрен в гл. 6.

Заметим прежде всего, что наблюдение эффектов смешивания нейтрино (которые мы будем называть также эффектами осцилляций) включает в себя как наблюдение косинусоидального члена в интенсивности нейтрино, так и установление того факта, что постоянный член в $w_{\nu_l; \nu_l}(R)$ отличен от единицы или в $w_{\nu_{l'}; \nu_l}(R)$ ($l' \neq l$) отличен от нуля (см. (51) и (52)). Для наблюдения косинусоидального члена необходимо, чтобы он не обратился в нуль при усреднении по размерам источника нейтрино, по времени измерения, по размерам детектора и по спектру импульсов нейтрино. В частности, очевидно, что необходимым (но не достаточным) условием наблюдения косинусоидального члена является малость размеров источника нейтрино по сравнению с длиной осцилляций и малость разброса времени испускания нейтрино по сравнению с периодом осцилляций.

Далее, как видно из соотношений (51) и (52), если длина осцилляций L много больше расстояния R между источником и детектором, то

$$w_{\nu_{l'}, \nu_l}(R) \approx 0 \quad (l' \neq l) \quad \text{и} \quad w_{\nu_l, \nu_l}(R) \approx 1.$$

Таким образом, любые, обусловленные осцилляциями эффекты, могут наблюдаться в случае, если

$$L \lesssim R. \quad (55)$$

Введем величину

$$M^2 = |m_1^2 - m_2^2|. \quad (56)$$

Выражение (53) для длины осцилляций может быть переписано следующим образом:

$$L = 4\pi \frac{p}{M^2}. \quad (57)$$

Подставляя в (57) численное значение $\hbar c$, получаем

$$L = 2,5 \frac{p (M_{\text{эв}})}{M^2 (\text{эв}^2)} \text{ м.} \quad (58)$$

Если, например, $M^2 = 1 \text{ эв}^2$, то при импульсах нейтрино, равных 1 Мэв , 10 Мэв и 1 Гэв , длина осцилляций соответственно равна $2,5 \text{ м}$, 25 м и $2,5 \text{ км}$.

Как видно из (55) и (57), эффекты осцилляций могут наблюдаться, если

$$M^2 \gtrsim 4\pi \frac{p}{R}. \quad (59)$$

Таким образом, эксперименты по поиску осцилляций нейтрино следует проводить при «минимальном», возможном в данном опыте импульсе нейтрино p_{\min} и «максимальном» возможном расстоянии R_{\max} между источником и детектором нейтрино. Для того чтобы охарактеризовать чувствительность различных экспериментов по поиску осцилляций, введем параметр

$$M_{\min}^2 = 4\pi \frac{p_{\min}}{R_{\max}}. \quad (60)$$

Эффекты осцилляций нейтрино могут в принципе наблюдаться, если $M^2 \gtrsim M_{\min}^2$.

В табл. III приводятся значения параметра M_{\min}^2 для различных источников нейтрино²⁵.

Необходимо, однако, подчеркнуть, что эта таблица носит лишь иллюстративный характер. Отметим также, что табл. III весьма «консервативна». Например, в работе²⁶ с целью поиска осцилляций был предложен

Таблица III

Значения параметра M_{\min}^2 (параметра, характеризующего чувствительность опытов по поиску осцилляций) в случае различных источников нейтрино*)

Источник нейтрино	p_{\min} , Мэв	R_{\max} , м	M_{\min}^2 , эв ²
Реактор	1	10^2	$3 \cdot 10^{-2}$
Мезонная фабрика	10	10^2	$3 \cdot 10^{-1}$
Ускоритель высоких энергий	10^3	10^4	$3 \cdot 10^{-1}$
Солнце	$2 \cdot 10^{-1}$	$1,5 \cdot 10^{11}$	$4 \cdot 10^{-12}$

*) Неравенства (55) и (59) носят весьма качественный характер. Кроме того, следует иметь в виду, что значения p_{\min} и R_{\max} (и, следовательно, M_{\min}^2) имеют условный смысл, отражающий нашу оценку экспериментальной ситуации.

эксперимент по регистрации нейтрино, образующихся от ускорителя в Батавии, детектором, расположенным в Канаде. В этом опыте $R \approx 10^3 \text{ км}$ (ср. с $R_{\max} \approx 10 \text{ км}$ в табл. III).

б) Ограничения на параметр M^2 , полученные из существующих данных

Обсудим теперь вопрос о том, какие ограничения на параметр $M^2 = |m_1^2 - m_2^2|$ могут быть получены из имеющихся в настоящее время данных. Подчеркнем при этом, что эти данные не были получены в опытах, имеющих целью поиск осцилляций.

В опыте²⁷ по измерению сечения процесса

$$\bar{\nu}_e + p \rightarrow e^+ + n \quad (61)$$

с антинейтрино от реактора получено, что

$$\frac{\sigma_{\text{эксп}}}{\sigma_{\text{теор}}} = 0,88 \pm 0,13; \quad (62)$$

здесь $\sigma_{\text{эксп}}$ измеренное в опыте сечение процесса (61), а $\sigma_{\text{теор}}$ — ожидаемое по V — A-теории сечение. Рассмотрим для простоты случай максимального смешивания ($\theta = \pi/4$). Для моноэнергетических антинейтрино в этом случае из (51) получаем

$$\frac{I_{\bar{\nu}_e; \bar{\nu}_e}(R, p)}{I_{\bar{\nu}_e; \bar{\nu}_e}^0(R, p)} = \frac{1}{2} \left(1 + \cos 2\pi \frac{R}{L} \right), \quad (63)$$

где $I_{\bar{\nu}_e; \bar{\nu}_e}$ интенсивность $\bar{\nu}_e$, а $I_{\bar{\nu}_e; \bar{\nu}_e}^0$ ожидаемая при отсутствии осцилляций интенсивность. В опыте²⁷ $R \sim 10$ м, эффективные импульсы $\bar{\nu}_e$ от реактора несколько Мэв. Из (62) и (63), учитывая форму спектра антинейтрино, можно получить следующую оценку:

$$M^2 \leq 1 \text{ эв}^2. \quad (64)$$

Для оценки верхней границы параметра M^2 могут быть также использованы данные опытов, выполненных на пучке нейтрино высоких энергий. Если имеют место осцилляции, то пучок «мюонных» нейтрино представляют собой смесь как ν_μ , так и ν_e . Из (51) и (52) для отношения интенсивностей ν_e и ν_μ получаем выражение

$$\frac{I_{\nu_e; \nu_\mu}(R, p)}{I_{\nu_\mu; \nu_\mu}(R, p)} \approx \frac{1}{2} \sin^2 2\theta \left(1 - \cos 2\pi \frac{R}{L} \right). \quad (65)$$

Данные, полученные в камере «Гаргамель» с нейтрино от ускорителя 30 Гэв ЦЕРН'а, были недавно проанализированы в работе¹⁸. Учитывая возможных фон от K_{e3} распадов, авторы показали, что интенсивность электронных нейтрино, которые могли бы возникнуть вследствие осцилляций, не превышает 0,3% от интенсивности ν_μ (на 95%-ном уровне достоверности). На рис. 1 представлена зависимость верхней границы параметра M от $\sin 2\theta$ (верхняя и нижняя кривые соответствуют 95% и 68%-ному уровню достоверности).

В заключение несколько слов об опыте^{28, 29} с нейтрино от Солнца. Как мы увидим в следующей главе, имеющиеся в настоящее время данные ни в коем случае не исключают осцилляций нейтрино. Это означает, что никаких ограничений сверху на параметр M^2 из этих опытов получить пока нельзя. Возможность получения из этого эксперимента нижнего предела M^2 будет обсуждаться в гл. 5.

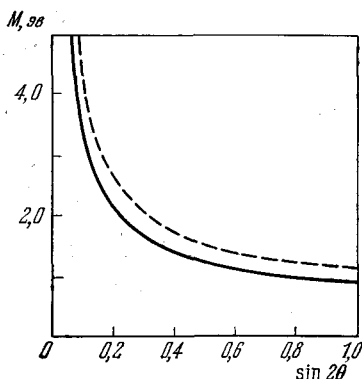


Рис. 1. Верхняя граница параметра $M = \sqrt{|m_1^2 - m_2^2|}$ при различных значениях угла смешивания θ (m_1 и m_2 — массы нейтрино ν_1 и ν_2 ¹⁸). Верхняя и нижняя кривые отвечают уровням достоверности 95% и 68% соответственно.

в) Возможные опыты

Теперь мы обратимся к вопросу о том, в какого типа специальных опытах могут изучаться осцилляции нейтрино.

Напомним, что (см. (51))

$$I_{\nu_l; \nu_l}(R, p) = \left[1 - \frac{1}{2} \sin^2 2\theta \left(1 - \cos 2\pi \frac{R}{L} \right) \right] I_{\nu_l}^0(R, p), \quad (66)$$

где $I_{\nu_l; \nu_l}(R, p)$ — интенсивность ν_l ($l = e, \mu$) с импульсом p на расстоянии R от источника ν_l , а $I_{\nu_l}^0(R, p)$ — ожидаемая при отсутствии осцилляций интенсивность ν_l . Аналогично имеем (см. (52))

$$I_{\nu_{l'}; \nu_l}(R, p) = \frac{1}{2} \sin^2 2\theta \left(1 - \cos 2\pi \frac{R}{L} \right) I_{\nu_l}^0(R, p) \quad (l' \neq l; l, l' = e, \mu); \quad (67)$$

здесь $I_{\nu_{l'}; \nu_l}(R, p)$ — интенсивность $\nu_{l'}$ на расстоянии R от источника ν_l .

Один из возможных методов поиска эффектов осцилляций нейтрино состоит в сравнении усредненной (см. ниже) интенсивности нейтрино данного типа с интенсивностью, ожидаемой при отсутствии осцилляций. При этом косинусоидальный член в выражениях (66) и (67) из-за усреднения по спектру нейтрино, области, в которой образуются нейтрино и т. д., исчезает. Такие опыты можно выполнять как путем регистрации нейтрино того же типа, что и испускаемые нейтрино, так и регистрируя нейтрино другого типа.

Для усредненных интенсивностей получаем

$$\bar{I}_{\nu_l; \nu_l} = \delta_{\nu_l; \nu_l} \bar{I}_{\nu_l}^0, \quad (68)$$

$$\bar{I}_{\nu_{l'}; \nu_l} = \delta_{\nu_{l'}; \nu_l} \bar{I}_{\nu_l}^0 \quad (l' \neq l); \quad (69)$$

здесь

$$\delta_{\nu_l; \nu_l} = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2\theta, \quad (70)$$

$$\delta_{\nu_{l'}; \nu_l} = \frac{1}{2} \sin^2 2\theta \quad (l' \neq l). \quad (71)$$

При максимальном смешивании ($\theta = \pi/4$) коэффициент $\delta_{\nu_l; \nu_l}$ принимает минимальное значение

$$(\delta_{\nu_l; \nu_l})_{\min} = \frac{1}{2}, \quad (72)$$

а $\delta_{\nu_{l'}; \nu_l}$ — максимальное значение

$$(\delta_{\nu_{l'}; \nu_l})_{\max} = \frac{1}{2} \quad (l' \neq l). \quad (73)$$

Соотношение $\bar{I}_{\bar{\nu}_e; \bar{\nu}_e} = \delta_{\bar{\nu}_e; \bar{\nu}_e} \bar{I}_{\bar{\nu}_e}^0$ может быть проверено в опытах с антинейтрино малых энергий (~ 1 Мэв), полученных от реактора. Если окажется, что наблюдаемая интенсивность $\bar{I}_{\bar{\nu}_e; \bar{\nu}_e}$ меньше ожидаемой интенсивности $\bar{I}_{\bar{\nu}_e}^0$, то это будет означать, что имеет место смешивание нейтрино. Из соотношения (70) в этом случае можно определить угол смешивания θ . Если же интенсивность $\bar{I}_{\bar{\nu}_e; \bar{\nu}_e}$ совпадает с $\bar{I}_{\bar{\nu}_e}^0$, то вывода об отсутствии смешивания сделать, разумеется, нельзя; такой результат может быть связан не только с тем, что $\theta = 0$, но также и с тем, что

длина осцилляции много больше расстояния от источника до детектора. Опыты по поиску электронов на пучках нейтрино, полученных в распадах пионов и каонов, предполагается провести (при достаточно «больших» расстояниях от источника до детектора) на ускорителях высокой энергии и мезонных фабриках. Если в этих экспериментах будут обнаружены электроны, которые нельзя объяснить различными «тривиальными» фонами (K_{e3} , π^0 и т. д.), то это говорило бы о смешивании нейтрино и из соотношения (74) можно было бы определить угол смешивания *). Если же электроны наблюдаться не будут, то никаких выводов об отсутствии осцилляций сделать в этом случае нельзя и можно лишь получить ограничения на параметр M^2 (см., например, рис. 1).

Как уже говорилось ранее, в экспериментах с нейтрино от реакторов и ускорителей осцилляции могут быть обнаружены, если $M^2 \geq 10^{-2} \text{ эв}^2$. Если $M^2 \ll 10^{-2} \text{ эв}^2$, то основная надежда наблюдения осцилляций нейтрино может быть связана с регистрацией космических нейтрино и в особенности солнечных нейтрино. Подробному обсуждению проблемы солнечных нейтрино посвящена гл. 5.

В обсуждавшихся до сих пор опытах можно в лучшем случае установить наличие смешивания нейтрино и определить угол смешивания θ . Если в таких экспериментах эффект смешивания, действительно, будет обнаружен, то возникает представляющая большой интерес задача получения информации о параметре $M^2 = |m_1^2 - m_2^2|$. Для этого необходимо наблюдать косинусоидальный член в (66), либо (67). Это позволит определить длину осцилляций и, следовательно, M^2 **).

Обсудим вначале возможную постановку такого типа опытов с антинейтрино от реактора²⁵. Будем предполагать, что длина осцилляций значительно больше, чем размеры реактора. Так как длина осцилляций зависит от импульса антинейтрино, то спектр антинейтрино на расстоянии R от источника $N(R, p)$ отличается от спектра, ожидаемого в отсутствие осцилляций. Информацию о спектре $N(R, p)$ можно получить путем измерения спектра позитронов в процессе $\bar{\nu}_e + p \rightarrow e^+ + n$. С другой стороны, спектр антинейтрино в той области, где они образуются, может быть достаточно точно определен из измерений спектра электронов, испускаемых продуктами деления в условиях насыщения. Сравнение этих спектров позволило бы определить $L(p)$.

Информацию о длине осцилляций можно также получить, измеряя усредненную по сравнительно узкой части спектра интенсивность антинейтрино на различных расстояниях от реактора.

Обсудим теперь возможные опыты на мезонных фабриках и ускорителях высокой энергии, в которых мог бы быть определен косинусоидальный член в (66) и (67). Мы будем предполагать, что эффективные размеры источника нейтрино значительно меньше длины осцилляций. Хорошим методом было бы измерение в нейтринных процессах на определенном расстоянии от источника ν_e отношения $r(p)$ числа электронов к числу мюонов, как функции импульса p . Если интенсивностью ν_e в области, где рождаются нейтрино, можно пренебречь, то для отношения $r(p)$ из (66)

*) Если в природе существует $N > 2$ типов нейтрино, то смешивание нейтрино описывается $N \times N$ -матрицей и соотношение (70) заменяется соотношением (87) (см. гл. 6). В этом разделе мы ограничимся обсуждением простейшего случая двух нейтрино.

**) В опытах с нейтрино от ускорителей и реакторов определение длины осцилляций — вполне возможная и не слишком трудная задача (если окажется, что наблюдаемая и ожидаемая интенсивности не совпадают). В случае же экспериментов с солнечными нейтрино задача определения длины осцилляций несравнимо более сложна, чем задача установления факта смешивания (подробно см. гл. 6).

и (67) получаем

$$r(p) = \frac{(1/2) \sin^2 \theta [1 - \cos \alpha (1/p)]}{1 - (1/2) \sin^2 \theta [1 - \cos \alpha (1/p)]}, \quad (74)$$

где

$$\alpha = \frac{1}{2} R |m_1^2 - m_2^2|. \quad (75)$$

Измерение отношения $r(p)$ полезно проводить также на различных расстояниях R . Отметим, что измерение на различных расстояниях R усредненной по достаточно узкой части спектра интенсивности нейтрино также может позволить получить информацию о параметре M^2 .

Перечислим теперь преимущества и недостатки постановок опытов по поиску осцилляций на мезонных фабриках (энергия протонов 500—800 Мэв) и ускорителях высоких энергий (энергия протонов сотни Гэв). Преимущества опытов на мезонных фабриках *): 1) малые размеры области, в которой образуются нейтрино, 2) малые длины осцилляций (малые импульсы нейтрино), 3) появление электронов — практически прямое указание на наличие осцилляций (для рождения π^0 -мезонов не хватает энергии). Недостатком таких опытов является невозможность прямого измерения величины $I_{\nu\mu}^0$ (стерильность ν_μ с энергией ниже порога рождения мюонов).

Преимущества экспериментов по поиску осцилляций на ускорителях высоких энергий: 1) большие расстояния между источником и детектором нейтрино; 2) возможность прямого измерения величины $I_{\nu\mu}^0$; (3) возможность вследствие осцилляций рождения тяжелых заряженных лептонов (если существуют нейтрино нового типа, входящие в слабый ток вместе с заряженными тяжелыми лептонами и если поля всех нейтрино смешаны). Недостатки таких опытов: 1) большие длины осцилляций (большие импульсы нейтрино); 2) фон π^0 -мезонов.

В заключение несколько слов о некоторых известных нам конкретных проектах экспериментов по поиску и исследованию осцилляций нейтрино. Такие опыты на реакторах планируются по крайней мере в трех лабораториях: в Институте атомной энергии имени И. В. Курчатова ^{30б}, Институте Лауэ — Ланжевена в Гренобле ³¹ и Ирвинском университете США ³². Опыт по поиску осцилляций будет проводиться на брукхейвенском ускорителе ³³. Оригинальность этого опыта состоит в том, что ускоритель в Брукхейвене предполагается использовать как мезонную фабрику (энергия протонов только 800 Мэв, интенсивность пучка протонов 10^{14} p/сек).

Наконец, мы упомянем работу ²⁶, в которой предлагается детектор нейтрино поместить в Канаде на расстоянии ~ 1000 км от ускорителя лаборатории Ферми (Батавия). Такой опыт представляет несомненный интерес не только в связи с проблемой осцилляций нейтрино, но также и потому, что появляется принципиальная возможность измерения расстояния между двумя точками Земли, сравнимого с земным радиусом.

5. СОЛНЦЕ И КОСМИЧЕСКИЕ НЕЙТРИНО

а) Брукхейвенский эксперимент

В этой главе мы рассмотрим различные возможности поиска осцилляций в экспериментах с космическими нейтрино. Начнем с солнечных нейтрино. Из табл. III видно, что опыты с нейтрино от Солнца — чрезвычайно чувствительный метод поиска осцилляций нейтрино. Это связано с тем,

*) Мы имеем в виду пучки ν_μ , получающиеся на мезонных фабриках от распада пионов на лету (а не от остановившихся пионов), в частности от распада пионов с энергией несколько сотен Мэв, захваченных магнитной ловушкой (см. ^{30а}).

что энергии солнечных нейтрино малы, а расстояние между Землей и Солнцем огромно.

В течение многих лет Дэвисом и др. (см. работу²⁸ и ссылки в ней) проводится опыт по поиску нейтрино от Солнца. В этом эксперименте используется хлор-аргонный метод³⁴. Именно, исследуется реакция



Образующийся в этом процессе ${}^{37}\text{Ar}$ испытывает K -захват с периодом 35,1 суток. Детектор содержит $3,8 \cdot 10^5$ л C_2Cl_4 ($2,2 \cdot 10^{30}$ атомов ${}^{37}\text{Cl}$) и помещается на глубине 4400 м водного эквивалента в шахте по добыче золота, которая расположена в Южной Дакоте (США). Аргон извлекается из детектора путем продувания гелием, затем отделяется от гелия и помещается в пропорциональный счетчик малого размера, в котором регистрируется практически каждый акт K -захвата ${}^{37}\text{Ar}$. Несколько слов о преимуществах хлор-аргонного метода:

1) простота извлечения нескольких атомов ${}^{37}\text{Ar}$ из огромного количества C_2Cl_4 (подчеркнем, что несмотря на эту «простоту» опыт Дэвиса и сотр. требует героических усилий).

2) C_2Cl_4 — дешевая, относительно не ядовитая, не огнеопасная жидкость.

3) K -захват ${}^{37}\text{Ar}$ сопровождается выделением энергии, равной 2,8 кэв; это дает возможность использовать в качестве детектора пропорциональный счетчик, имеющих малый фон³⁵ *). Низкий фон достигается не только тем, что измеряются амплитуды импульсов в пропорциональном счетчике, но также и тем, что измеряется форма импульсов. Сигнал, соответствующий распаду ${}^{37}\text{Ar}$, характеризуется быстрым временем нарастания, связанным с тем, что соответствующая ионизация хорошо локализована (в отличие от ионизации фоновых процессов)³⁶. В настоящее время эффективный фон счетчика в брукхейвенском эксперименте составляет 0,5 отчетов за 35 суток в области 1,5—5 кэв и с дискриминацией по форме импульса. Каждая экспозиция и время измерения радиоактивности в счетчике продолжались несколько месяцев в течение пяти лет (1970—1975 гг.). В настоящее время экспозиция продолжается около месяца.

6) Результаты опыта

На рис. 2 представлены результаты, полученные в опыте Дэвиса и др. По оси ординат слева отложено число атомов ${}^{37}\text{Ar}$, образованных в сутки во всем объеме детектора. По оси ординат справа та же величина отложена в так называемых солнечных нейтринных единицах SNU ($1\text{SNU} = 10^{-36}$ событий $\nu_e + {}^{37}\text{Cl} \rightarrow e^- + {}^{37}\text{Ar}$ / атом ${}^{37}\text{Cl} \cdot \text{сек}$), в которых обычно приводятся результаты теории. Стрелкой справа отмечено значение, вычисленное на основе стандартной солнечной модели (см. ^{29, 37}). На рис. 2 указаны также ожидаемый уровень фона космических лучей и средняя скорости образования ${}^{37}\text{Ar}$, полученная в результате усреднения по всем измерениям.

Результаты²⁸ опыта приведены в табл. IV. Если выразить приведенную в табл. IV среднюю скорость образования ${}^{37}\text{Ar}$ в солнечных нейтринных единицах, то имеем

$$1,3 \pm 0,4 \text{ SNU} \\ (1970-1975 \text{ гг.})$$

*) Пропорциональные счетчики с высоким газовым коэффициентом усиления были впервые созданы как раз в связи с хлор-аргонным методом.

Таблица IV

Результаты брукхейвенского опыта по поиску солнечных нейтрино

	Атом ^{37}Ag /сутки
Скорость образования ^{37}Ag , усредненная по всем экспозициям за время с апреля 1970 г. по февраль 1976 г.	$0,32 \pm 0,08$
Скорость образования ^{37}Ag космическими μ и ν_{μ}	$0,08 \pm 0,02$
Скорость образования ^{37}Ag (за вычетом космического фона), которую можно приписать солнечным нейтрино	$0,24 \pm 0,09$

Это значение следует сравнить с величиной

$$\int \varphi(E) \sigma(E) dE = 6 \pm 2 \text{ SNU}, \quad (77)$$

вычисленной (см. ^{29, 37}) на основе стандартной модели Солнца. В этом

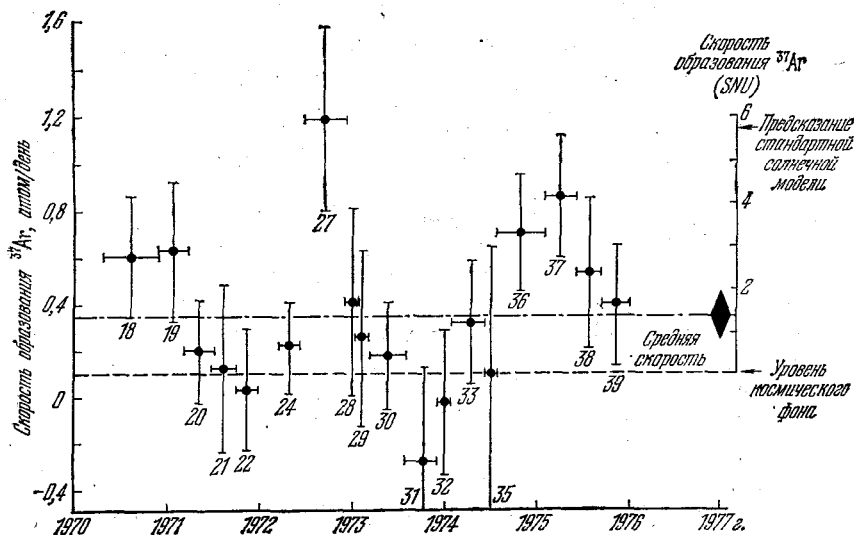


Рис. 2. Скорость образования ^{37}Ag в брукхейвенском хлор-аргоновом эксперименте по регистрации солнечных нейтрино ^{28, 30}.

Солнечная нейтринная единица

$$1 \text{ SNU} = 10^{-36} \frac{\text{событий } \nu_e + {}^{37}\text{Cl} \rightarrow e^- + {}^{37}\text{Ar}}{\text{атом } {}^{37}\text{Cl} \cdot \text{сек}}.$$

По оси слева отложена скорость образования ^{37}Ag за сутки во всем объеме детектора ($3,8 \cdot 10^5 \text{ C}_2\text{Cl}_4$).

выражении $\varphi(E)$ — поток солнечных нейтрино с энергией E , а $\sigma(E)$ — сечение реакций (76).

в) Выводы

Какие выводы могут быть сделаны из этих данных? Дэвис и др., основываясь на выполненных измерениях, считают, что «в связи с неопределенностями, связанными с фоновыми процессами, а также другими неопределенностями, из этого результата ($1,3 \pm 0,4 \text{ SNU}$) можно только получить верхний предел потока солнечных нейтрино, равный $1,7 \text{ SNU}$, на уровне достоверности 68%» ²⁸. Такой консервативный вывод авторов можно только приветствовать. Следует, однако, иметь в виду, что в течение ряда

лет авторы считали, что возник «парадокс солнечных нейтрино», т. е. считали, что поток солнечных нейтрино *много* меньше ожидаемого потока.

Нам представляется, что Дэвис с сотрудниками, по-видимому, наблюдали нейтрино от Солища, при этом наблюдаемая скорость образования ^{37}Ag сравнима с ожидаемой скоростью хотя, скорее всего, меньше ее.

Ожидаемая скорость образования ^{37}Ag солнечными нейтрино была вычислена ³⁷ на основе общепринятой гипотезы, состоящей в том, что

Таблица V

Термоядерные реакции водородного цикла

$\left. \begin{array}{l} p(p, e^+ \nu_e) \\ (99,75\%) \\ p(e^- p, \nu_e) \\ (0,25\%) \end{array} \right\} {}^2\text{H}(p, \gamma) {}^3\text{He} \left\{ \begin{array}{l} ({}^3\text{He}, 2p) {}^4\text{He} (86\%), \\ ({}^4\text{He}, \gamma) {}^7\text{Be} \left\{ \begin{array}{l} (e^-, \nu_e) {}^7\text{Li}(p, {}^4\text{He}) {}^4\text{He} (14\%), \\ (p, \gamma) {}^8\text{B} \rightarrow \nu_e + e^+ + {}^8\text{Be}^* (\sim 0,02\%) \\ \quad \downarrow \\ {}^4\text{He} + {}^4\text{He} \end{array} \right. \end{array} \right.$

источником энергии Солнца являются термоядерные реакции водородного цикла (табл. V). При этом предполагается, что первоначальный химический состав Солнца был однороден по всему Солнцу вплоть до его поверхности. Считается также, что ядерные данные известны с достаточной точностью.

Максимальные энергии нейтрино, образующихся в различных реакциях, соответствующие потоки нейтрино и вклад каждой из реакций в скорость образования ^{37}Ag в реакции $\nu_e + {}^{37}\text{Cl} \rightarrow e^- + {}^{37}\text{Ag}$ приведены в табл. VI.

Порог реакции $\nu_e + {}^{37}\text{Cl} \rightarrow e^- + {}^{37}\text{Ag}$ равен 0,81 Мэв, что значительно превышает максимальную энергию нейтрино от основной термоядерной реакции на Солнце $p + p \rightarrow d + e^+ + \nu_e$ *). Как видно из табл. VI,

Таблица VI

Вклад различных реакций на Солнце в ожидаемую скорость образования ^{37}Ag в процессе $\nu_e + {}^{37}\text{Cl} \rightarrow e^- + {}^{37}\text{Ag}$

Источник нейтрино	Максимальная энергия ν_e , Мэв	Поток нейтрино, см ⁻² сек ⁻¹	Ожидаемая скорость реакции $\nu_e + {}^{37}\text{Cl} \rightarrow e^- + {}^{37}\text{Ag}$, SNU
$p + p \rightarrow d + e^+ + \nu_e$	0,42	$6 \cdot 10^{10}$	0
$p + e^- + p \rightarrow d + \nu_e$	1,44 (монохр).	$1,5 \cdot 10^8$	$\sim 0,3$
${}^7\text{Be}$ (K-захват)	0,86 (90%), 0,38 (10%)	$4,5 \cdot 10^9$	~ 1
${}^8\text{B}$ (β-распад)	14	$5,4 \cdot 10^6$	$\sim 4,5$ 6 ± 2

основной вклад в скорость образования ^{37}Ag дают нейтрино высоких энергий от распада ${}^8\text{B}$ (это связано с тем, что сечение реакции (76) быстро растет с энергией). Ожидаемый поток нейтрино от распада ${}^8\text{B}$ составляет весьма малую долю полного потока солнечных нейтрино и сильно зависит от параметров модели, в частности, зависимость от температуры центральных областей Солнца чрезвычайно сильная. Несмотря на это, распространено мнение (см., например, ²⁹), что в вычисленном значении скорости образования ^{37}Ag солнечными нейтрино (6 ± 2 SNU) указанная погрешность не занижена.

*) Ранее мы указали большие преимущества хлор-аргонного метода. Относительно высокий порог реакции $\nu_e + {}^{37}\text{Cl} \rightarrow e^- + {}^{37}\text{Ag}$, разумеется, является недостатком этого метода.

г) «Парадокс солнечных нейтрино» и осцилляции

Напомним, что если имеют место осцилляции нейтрино, то в случае двух типов нейтрино в соответствии с (66) и (68) поток солнечных нейтрино при максимальном смешивании ($\theta = \pi/4$) может составлять $1/2$ от ожидаемого при отсутствии осцилляций потока. Если угол смешивания отличен от $\pi/4$, то поток нейтрино может быть любым в интервале от ожидаемого потока до $1/2$ ожидаемого потока. В случае $N > 2$ типов нейтрино, как будет показано в гл. VI, минимальный поток нейтрино от Солнца может составлять $1/N$ от ожидаемого при отсутствии осцилляций потока.

Если «парадокс солнечных нейтрино» действительно существует (т. е. если сигнал в опыте Дэвиса и др. действительно меньше вычисленного и при этом вычисленного надежно), то его решение на основе гипотезы об осцилляциях нейтрино более естественно, чем любое другое предложенное, как в области физики элементарных частиц, так и в области астрофизики. Эти предложения перечислены в работе ²⁹, где имеются соответствующие ссылки. Они включают как гипотезу о том, что нейтрино — нестабильные частицы и распадаются на пути от Солнца до Земли ³⁸, так и следующие экзотические астрофизические гипотезы: энергия Солнца не имеет термоядерной природы; внутри Солнца черная дыра; Солнце не находится в равновесном состоянии и его светимость, обусловленная крайне медленным процессом диффузии фотонов от центральных областей к поверхности, гораздо выше «внутренней светимости», информацию о которой практически мгновенно позволяют получить эксперименты по регистрации солнечных нейтрино; Солнце когда-то в прошлом приобрело извне значительную массу и состав внутренней и внешней областей Солнца совершенно различен (следовательно, расчеты, основанные на предположении об однородности Солнца, неверны) и др.

С точки зрения современной физики элементарных частиц смешивание лептонов — весьма вероятная и привлекательная гипотеза. Если поверить в то, что действительно поток нейтрино от Солнца слишком мал, то осцилляции — разумное, неэкзотическое и согласующееся с современными представлениями об аналогии между лептонами и кварками объяснение этого. Уместно отметить, что, в отличие от перечисленных выше предложений по решению «парадокса нейтрино», осцилляции нейтрино не были придуманы специально для того, чтобы объяснить результаты опытов Дэвиса и др.

В заключение заметим, что в случае если бы смешивание лептонов являлось решением «парадокса солнечных нейтрино», то это означало бы, что

- 1) значение угла смешивания близко к максимальному значению $\pi/4$;
- 2) длина осцилляции $L(\bar{p}) = 4\pi\bar{p}/|m_1^2 - m_2^2|$ меньше расстояния от Земли до Солнца, т. е. что $|m_1^2 - m_2^2| > 10^{-11} \text{ эв}^2$ *);

д) Проблема осцилляций и будущие опыты
с солнечными нейтрино

Для проверки гипотезы смешивания нейтрино необходимо определить коэффициент $\delta_{\nu_e \nu_e}$ в выражении (68). Очевидно, что для этого нужно с достаточной точностью знать ожидаемую при отсутствии осцилляций интенсивность $\bar{\nu}_e$. Как уже подчеркивалось выше, в случае детекторов, основанных на хлор-аргонном методе, погрешность ожидаемого сигнала

*) Чтобы получить это ограничение, необходимо учесть, что эффективный импульс нейтрино в опыте Дэвиса и др. $\sim 10 \text{ Мэв}$.

достаточно велика (см. (77)) и, кроме того, вполне может быть заниженной (сильная зависимость от параметров модели Солнца). Если бы детектор мог регистрировать нейтрино малых энергий ($\leq 0,4$ Мэв) от реакции $p + p \rightarrow d + e^+ + \nu_e$, которые составляют большую часть солнечных нейтрино (см. табл. VI), то в этом случае ожидаемая при отсутствии осцилляций интенсивность могла бы быть предсказана надежно³⁷. Действительно, полный поток солнечных нейтрино I_{ν_e} связан со светимостью L_{\odot} соотношением

$$I_{\nu_e} = \frac{2L_{\odot}}{4\pi R^2 Q},$$

где R — расстояние от Солнца до Земли. Это соотношение легко может быть получено, если учесть, что результат различных термоядерных процессов на Солнце сводится в конечном итоге к тому, что четыре протона превращаются в ${}^4\text{He}$, $2e^+$ и $2\nu_e$ и при этом выделяется энергия $Q \approx 25$ Мэв.

Итак, проблема определения коэффициента $\delta_{\nu_e;\nu_e}$ в соотношении (68) может быть решена, если будет создан новый детектор, способный регистрировать нейтрино малых энергий от реакции $p + p \rightarrow d + e^+ + \nu_e$. Такой детектор может быть основан на развиваемом в настоящее время^{28, 39} Ga — Ge радиохимическом методе. Реакция *) $\nu_e + {}^{71}\text{Ga} \rightarrow e^- + {}^{71}\text{Ge}$ обладает порогом 230 кэв. Период полураспада ${}^{71}\text{Ge}$ (K-захват) — 11 суток. Химические проблемы извлечения германия из галлия и проблемы регистрации событий K-захвата ${}^{71}\text{Ge}$ могут быть решены. Для создания детектора необходимо иметь несколько тонн галлия, что превышает его мировую ежегодную добычу. Тем не менее такой эксперимент, по-видимому, будет сделан.

В заключение мы хотели бы сделать два замечания.

1) В последнее время были предложены другие методы детектирования нейтрино от Солнца. Мы не будем их здесь обсуждать и ограничимся только ссылками на соответствующие работы⁴⁰.

2) В настоящее время на Баксанской нейтринной станции Института ядерных исследований АН СССР готовится эксперимент⁴¹ по регистрации солнечных нейтрино хлор-аргонным методом. Количество C_2Cl_4 в этом опыте будет приблизительно в пять раз превышать количество C_2Cl_4 в опыте Дэвиса и др.

е) Опыты с солнечными нейтрино и возможности определения длины осцилляций

Мы уже говорили о том, что если в опытах, выполненных на реакторах и ускорителях, будет показано, что $\delta_{\nu_e;\nu_e} \neq 1$, либо $\delta_{\nu_e;\nu_{\mu}} \neq 0$ (см. (68) и (69)), т. е. что имеет место смешивание нейтрино, то, несомненно, будут поставлены сравнимые по трудности опыты, цель которых — определение длины осцилляций и, следовательно, разности квадратов масс нейтрино. Иначе обстоит дело в случае экспериментов с солнечными нейтрино. Задача определения длины осцилляции в опытах с нейтрино от Солнца несравненно труднее задачи определения коэффициента $\delta_{\nu_e;\nu_e}$.

В этом разделе мы обсудим возможные постановки опытов с солнечными нейтрино, из которых могла бы быть получена информация о длине осцилляций.

Предположим вначале, что детектор позволяет регистрировать нейтрино с определенным импульсом p . Интенсивность ν_e дается в этом случае

*) Эта реакция для регистрации нейтрино от Солнца была предложена В. А. Кузьминым^{39б}.

выражением (66) (мы ограничимся обсуждением простейшего случая двух типов нейтрино). Если длина осцилляций $L(p)$ существенно меньше размеров области Солнца, $r \sim 10^5$ км, в которой эффективно образуются детектируемые нейтрино, то косинусоидальный член в интенсивности нейтрино в этом случае исчезает из-за усреднений и на поверхности Земли могут наблюдаться только обсуждавшиеся выше эффекты смешивания ($\delta\nu_e \cdot \nu_e \neq 1$).

При других условиях, как было отмечено И. Я. Померанчуком, могут возникать вариации интенсивности солнечных нейтрино, связанные с тем, что расстояние между Землей и Солнцем $R(t)$ меняется со временем. В принципе вариации могут существовать, если длина осцилляций $L(p)$ больше r и если имеют место изменения расстояния между Солнцем и Землей, сравнимые с $L(p)$, т. е. если $r < L(p) \leq \Delta R$, где $\Delta R \sim 5 \cdot 10^6$ км — максимальное изменение R (разность полуосей земной орбиты). Наблюдение временных вариаций — чрезвычайно трудная задача. Это связано с тем, что даже максимальное относительное изменение расстояния R ($\Delta R/R \approx 0,03$) в большинстве случаев много меньше относительного разброса импульсов реально детектируемых нейтрино (детекторов, которые регистрировали бы нейтрино со строго определенным импульсом, не существует). Таким образом, косинусоидальный член при усреднении по импульсу нейтрино, как правило, исчезает.

Существует ли, тем не менее, какая-либо возможность наблюдения временных вариаций интенсивности солнечных нейтрино? Следует иметь в виду, что среди реакций на Солнце, приводящих к образованию нейтрино, имеются такие, в которых образуются моноэнергетические нейтрино (см. табл. VI). Проблема обнаружения временных вариаций относительно упростилась бы, если бы существовала возможность детектирования «нейтринных линий» от таких реакций (или в основном от таких реакций)*).

Отметим, что вариации интенсивности нейтрино с импульсом p имели бы период порядка сотни дней, если $L(p) \approx \Delta R \approx 5 \cdot 10^6$ км, и порядка десяти дней, если $L(p) \approx 5 \cdot 10^5$ км. Вариации с периодом, меньшим 10 дней, возникнуть не могут. Это связано с тем, что тепловая энергия частиц в активной области Солнца $kT \sim 1$ кэв и нейтрино, образующиеся в реакциях $e^- + {}^7\text{Be} \rightarrow \nu_e + {}^7\text{Li}$ и $p + e^- + p \rightarrow d + \nu_e$, не являющиеся моноэнергетическими. Для нейтрино с энергией ~ 1 Мэв относительный разброс импульса $\Delta p/p \sim 10^{-3}$, значительно больше относительного суточного изменения расстояния между Землей и Солнцем и, следовательно, косинусоидальный член исчезает из-за усреднения по спектру нейтрино.

Итак, в принципе существует возможность измерения длин осцилляций нейтрино с энергией ~ 1 Мэв, если они лежат в интервале $5 \cdot 10^5$ км — $5 \cdot 10^6$ км; такую информацию можно получить, изучая временные осцилляции интенсивности солнечных нейтрино с периодом в интервале от ~ 10 дней до ~ 100 дней (что соответствует интервалу $M^2 = |m_1^2 - m_2^2|$ от $0,5 \cdot 10^{-8}$ эв² до $\sim 0,5 \cdot 10^{-9}$ эв²).

С экспериментальной точки зрения возможность эксклюзивной регистрации нейтринных линий представляется, однако, весьма отдаленной.

В связи с этим вернемся к обсуждению хлор-аргонного метода. Из табл. VI видно, что $\sim 15\%$ ожидаемого сигнала обусловлено процессом ${}^7\text{Be} + e^- \rightarrow {}^7\text{Li} + \nu_e$, в котором образуются нейтрино с энергией 0,86 Мэв. Это означает, что при увеличении точности измерений даже обычный хлор-

*) Существует весьма отдаленный, но возможный радиохимический метод регистрации нейтрино, образующихся в основном в реакции $p + e^- + p \rightarrow d + \nu_e$ на Солнце. Метод основан на регистрации процесса $\nu_e + {}^7\text{Li} \rightarrow e^- + {}^7\text{Be}$ (см. 40а).

аргонный метод может позволить наблюдать вариации, обусловленные косинусоидальным членом (при M^2 , лежащем в интервале, несколько меньшем, чем и указано выше, период полураспада $^{37}\text{Ar} \sim 1$ месяц).

Мы уже отмечали, что относительное изменение расстояния между Землей и Солнцем существенно меньше, чем характерный относительный разброс импульсов нейтрино от Солнца. Этот разброс желательно использовать для получения информации о длине осцилляции *). Если нейтрино от Солнца будут регистрироваться детекторами с различными порогами, то не исключено, что анализ совокупности всех данных может позволить это сделать.

В заключение этого раздела сделаем следующее замечание.

Мы уже много раз говорили о том, что в результате всевозможных усреднений косинусоидальный член в интенсивности солнечных нейтрино (см. выражение (66)), как правило, обращается в нуль и что для случая двух типов нейтрино усредненная наблюдаемая интенсивность ν_e может меняться в интервале от $1/2$ до 1 от ожидаемой интенсивности. В общем случае $N \geq 2$ типов нейтрино усредненная интенсивность может меняться в интервале от $1/N$ до 1 от ожидаемой интенсивности.

Отметим, что даже в случае двух типов нейтрино наблюдаемая интенсивность солнечных нейтрино может оказаться значительно меньше ожидаемой интенсивности ². Действительно, предположим, что длина осцилляций сравнима с расстоянием между Землей и Солнцем. В этом случае косинусоидальный член в выражении (66) для интенсивности нейтрино при усреднении по импульсу может «выживать». Таким образом, возникает еще одна возможность (правда, связанная со специальным значением длины осцилляции) интерпретации малости сигнала от солнечных нейтрино, наблюдаемого в хлор-аргонном эксперименте ²⁸.

ж) З а м е ч а н и е о к о г е р е н т н о с т и п у ч к о в н е й т р и н о

Обсудим рассмотренное в работе ⁴²⁶ условие когерентности пучка нейтрино. В этой работе обращается внимание на то, что размер пакета солнечных нейтрино может быть весьма малым. Этот эффект обуславливается столкновениями между ядрами и аналогичен известному уширению спектральных линий. Размер d пакета солнечных нейтрино в соответствии с ⁴²⁶ равен

$$d \approx 10^{-6} \text{ см.} \quad (78)$$

Очевидно, что условие когерентности выполняется, если

$$R \Delta\beta \leq d, \quad (79)$$

где R — расстояние между Землей и Солнцем, а

$$\Delta\beta = \frac{|m_1^2 - m_2^2|}{2p^2} = 2\pi \frac{1}{pL}$$

разность скоростей нейтрино с импульсом p и массами m_1 и m_2 . Используя оценку (78), условие (79) для нейтрино с импульсом $\sim 1 \text{ Мэв}$ перепишем следующим образом:

$$L \gtrsim 10^{-4} R. \quad (80)$$

Если, например, $M^2 = |m_1^2 - m_2^2| \approx 1 \text{ эв}^2$, то $L \approx 2,5 \text{ м}$ и условие (80) заведомо не выполняется (именно этот случай был рассмотрен в работе ⁴²⁶).

*) См. также работу ^{42а}, где предлагается измерять спектр солнечных нейтрино от β -распада ^8B и сравнивать его с ожидаемым спектром.

Как мы уже, однако, много раз подчеркивали, необходимым (но не достаточным) условием «выживания» косинусоидального члена является малость размеров источника по сравнению с длиной осцилляции

$$r \ll L; \quad (81)$$

здесь r — размер области Солнца, из которой эффективно испускаются нейтрино. Так как $r \approx 10^{-3} R$, то неравенства (81) и (80), по существу, эквивалентны и мы приходим к выводу, что никаких дополнительных ограничений (по сравнению с (81)) условие когерентности (79) не накладывает.

з) Осцилляции и космические нейтрино

Если явление осцилляций нейтрино имеет место, то оно могло бы играть заметную роль и в опытах с космическими нейтрино *). Приведем примеры.

1) На подземной нейтринной станции ИЯИ АН СССР готовится эксперимент⁴³ по регистрации мюонных нейтрино высоких энергий, возникающих в распадах мезонов, которые образуются в столкновениях космических протонов с ядрами азота и кислорода атмосферы. Энергетические спектры и другие характеристики этих нейтрино вычислены в работе⁴⁴. Мюоны большой энергии, образующиеся при взаимодействии ν_μ с Землей, будут регистрироваться 8 коврами сцинтилляционных детекторов площадью 1500 м² каждый, включенными на совпадение и позволяющими получить информацию о том, откуда приходят мюоны. При этом будут регистрироваться как мюоны, попадающие в детектор «сверху», так и мюоны, попадающие «снизу», т. е. мюоны, образующиеся нейтрино, падающими на противоположную часть Земли и проходящими через Землю. Для таких экспериментов средний импульс нейтрино 5–10 Гэв, а расстояние от источника нейтрино до детектора $R \approx 10^4$ км. Если сравнить измеренную и ожидаемую интенсивности ν_μ , то, используя формулу (66), можно проверить гипотезу о смешивании нейтрино. При этом чувствительность этих экспериментов в принципе достаточно велика⁴³. Нетрудно видеть, что $M_{\min}^2 \sim 10^{-3} \text{ эв}^2$ (определение параметра $M_{\mu\tau}^2$ см. (60)). Итак, обсуждаемые эксперименты обладают чувствительностью (в смысле поиска смешивания нейтрино), промежуточной между чувствительностью опытов с искусственными нейтрино (реакторы, ускорители) и опытов с солнечными нейтрино. Однако статистика, которая может быть получена в этих экспериментах, весьма мала (≤ 100 событий/год) и, кроме того, точность, с которой могут быть вычислены необходимые для интерпретации этих экспериментов ожидаемая интенсивность, спектр ν_μ и др., невелика.

2) В настоящее время широко обсуждается проект исследования космических нейтрино с помощью детектора чрезвычайно большой ($> 10^7$ тонн воды океана) эффективной массой (проект DUMAND^{45, 46}). Предполагается, что регистрирующая установка будет погружена в океан на глубину ~ 5 км. Большая светосила этой установки позволит использовать ее также и для исследования осцилляций нейтрино.

3) Если число типов нейтрино больше двух, то в результате осцилляций космических нейтрино могут возникать нейтрино нового типа, поля которых входят в гамилтониан слабого взаимодействия вместе с полями тяжелых лептонов. Такой механизм может объяснить⁴⁷ противоречие

*) Важность изучения космических нейтрино была впервые подчеркнута в работе^{42в}.

между обнаруженными в подземной индийской лаборатории событиями⁴⁸ и данными, полученными на ускорителе в Батавии, если длина осцилляций ~ 100 км. (~ 100 км типичные расстояния, которые проходят нейтрино высоких энергий, образованные в атмосфере и регистрируемые под Землей).

6. ОСЦИЛЛЯЦИИ В ОБЩЕМ СЛУЧАЕ N ТИПОВ НЕЙТРИНО

а) -Случай левых полей

До сих пор мы рассматривали нейтринные осцилляции в случае двух типов нейтрино. Представляет интерес рассмотрение осцилляций также и в общем случае произвольного числа $N \geq 2$ типов нейтрино. Такое рассмотрение было проведено в работах⁷⁻⁹. Мы изложим здесь кратко полученные в этих работах результаты.

Соотношения (22) теории² следующим образом обобщаются на случай N типов нейтрино:

$$\nu_{lL} = \sum_{\sigma=1}^N U_{l\sigma} \varphi_{\sigma L}; \quad (82)$$

здесь ν_l ($l = e, \mu, M, \dots$) — оператор поля нейтрино, участвующего в обычном слабом взаимодействии (электронного, мюонного и др.), φ_{σ} ($\sigma = 1, \dots, N$) — оператор поля нейтрино Майораны с массой m_{σ} , $U_{l\sigma}$ ортогональная (в случае, если имеет место CP -инвариантность) $N \times N$ матрица. Аналогично, вместо соотношений (37) теории^{4,5} имеем⁹

$$\nu_{lL} = \sum_{\sigma=1}^N U_{l\sigma} \nu_{\sigma L}, \quad (83)$$

где ν_{σ} ($\sigma = 1, \dots, N$) — оператор поля нейтрино Дирака с массой m_{σ} . Если в результате слабого процесса образуются ν_l , то для вероятности обнаружения $\nu_{l'}$ на расстоянии R от места рождения ν_l получаем следующее выражение:

$$w_{\nu_{l'}, \nu_l}(R) = \sum_{\sigma=1}^N U_{l\sigma}^2 U_{l'\sigma}^2 + \sum_{\sigma \neq \sigma'} U_{l\sigma} U_{l'\sigma} U_{l\sigma'} U_{l'\sigma'} \cos 2\pi \frac{R}{L_{\sigma\sigma'}} \quad (84)$$

$$(l, l' = e, \mu, M, \dots),$$

где

$$L_{\sigma\sigma'} = 4\pi \frac{p}{|m_{\sigma}^2 - m_{\sigma'}^2|}. \quad (85)$$

Если длины осцилляций меньше, либо порядка R и если в результате усреднений члены $\cos(2\pi R/L_{\sigma\sigma'})$ в (84) исчезают, то усредненная интенсивность $\bar{I}_{\nu_{l'}, \nu_l}$ нейтрино ν_l связана с ожидаемой при отсутствии осцилляций интенсивностью $\bar{I}_{\nu_l}^0$ соотношением

$$\bar{I}_{\nu_{l'}, \nu_l} = \delta_{\nu_{l'}, \nu_l} \bar{I}_{\nu_l}^0, \quad (86)$$

где

$$\delta_{\nu_{l'}, \nu_l} = \sum_{\sigma=1}^N U_{l\sigma}^4. \quad (87)$$

Используя ортогональность матрицы U , нетрудно показать, что

$$(\delta_{\nu_{l'}, \nu_l})_{\min} = \frac{1}{N}. \quad (88)$$

Минимум $\delta_{\nu_l; \nu_l}$ достигается при

$$U_{l1}^2 = U_{l2}^2 = \dots = U_{lN}^2 = \frac{1}{N}. \quad (89)$$

Таким образом, осцилляции в случае N типов нейтрино приводят к тому, что интенсивность солнечных нейтрино может составлять $1/N$ от ожидаемой интенсивности⁷⁻⁹.

Из (84) следует также, что усредненная интенсивность $\nu_{l'}$ ($l' \neq l$; $l, l' = e, \mu, M, \dots$) связана с интенсивностью $\bar{T}_{\nu_l}^0$ соотношением

$$\bar{T}_{\nu_l; \nu_{l'}} = \delta_{\nu_{l'}; \nu_l} \bar{T}_{\nu_l}^0; \quad (90)$$

здесь

$$\delta_{\nu_{l'}; \nu_l} = \sum_{\sigma=1}^N U_{l\sigma}^2 U_{l'\sigma}^2 \quad (l' \neq l). \quad (91)$$

Если величина $\delta_{\nu_{l'}; \nu_l}$ равна минимальному значению $1/N$, то, используя (89), получаем

$$(\delta_{\nu_{l'}; \nu_l})_{\max} = \frac{1}{N} \sum_{\sigma} U_{l\sigma}^2 U_{l'\sigma}^2 = \frac{1}{N} \quad (l' \neq l). \quad (92)$$

Таким образом, если усредненная вероятность «перехода» $\nu_l \rightarrow \nu_{l'}$ (l фиксировано) равна $1/N$, то вероятности «переходов» $\nu_l \rightarrow \nu_{l'}$ ($l' \neq l$) также равны $1/N$. Отметим, что при $N = 2$, если имеет место

$$\delta_{\nu_e; \nu_e} = \frac{1}{2},$$

то $\theta = \pi/4$ и

$$\delta_{\nu_{\mu}; \nu_{\mu}} = \frac{1}{2}. \quad (93)$$

В случае $N > 2$, если коэффициент $\delta_{\nu_{l'}; \nu_l}$ равен минимальному значению $1/N$, то при $l' \neq l$ имеем⁴²

$$\delta_{\nu_{l'}; \nu_{l'}} > \frac{1}{N}. \quad (94)$$

Действительно, элементы ортогональной матрицы U не могут при $N \neq 2n$ (n — целое) удовлетворять условиям (89) для различных значений l одновременно *).

б) Общий случай левых и правых полей нейтрино

Если предположить, что в нарушающий лептонные заряды гамильтониан входят как левые, так и правые компоненты нейтринных полей и что голые массы нейтрино отличны от нуля, то собственными состояниями полного гамильтониана являются в этом случае состояния $2N$ майорановских нейтрино⁸ (в гамильтониан слабого взаимодействия входят N типов четырехкомпонентных нейтрино). В этом случае в пучке ν_e возникают осцилляции типа $\nu_e \rightleftharpoons \nu_{\mu}$, $\nu_e \rightleftharpoons \nu_{eL}$, $\nu_e \rightleftharpoons \nu_{\mu L}$, \dots , (ν_{eL} , $\nu_{\mu L}$, \dots — антинейтрино с отрицательной спиральностью). Минимальное значение

*) Например, при $N = 3$ соотношение (88) выполняется, если квадрат каждого из элементов соответствующей строки равен $1/3$. Очевидно, что в силу ортогональности матрицы U элементы ни одной из двух других оставшихся строк не могут удовлетворять этому условию.

параметра $\delta_{\nu_e; \nu_e}$ в такой теории равно

$$(\delta_{\nu_e; \nu_e})_{\min} = \frac{1}{2N}. \quad (95)$$

Отметим, что такая схема становится привлекательной, если в гамильтониан слабого взаимодействия наряду с левыми токами входят также и правые токи. Эта последняя возможность широко обсуждается в литературе (см., например, ^{49, 50}).

в) Заключительные замечания

1) В табл. VII приведены значения $(\delta_{\nu_i; \nu_i})_{\min}$ для всех обсуждавшихся нами схем смешивания нейтрино.

2) В опытах SLAC ⁵¹ получены весьма убедительные данные в пользу существования тяжелого заряженного лептона с массой $\sim 1,8$ Гэв. Возможность того, что в природе существуют $N > 2$ типов нейтрино, пред-

Таблица VII

Схемы смешивания нейтрино

Число типов нейтрино	Число состояний нейтрино	Голые массы нейтрино	Частицы с определенными массами	Осцилляций в пучке ν_e	$\delta_{\nu_e; \nu_e}$	Литература
1. Два (ν_e, ν_μ)	4	0	2 нейтрино Майораны	$\nu_e \rightleftharpoons \nu_\mu$	1/2	2
2. То же	8	$\neq 0$	2 нейтрино Дирака	$\nu_e \rightleftharpoons \nu_\mu$	1/2	5, 6
3. » »	8	$\neq 0$	4 нейтрино Майораны	$\nu_e \rightleftharpoons \nu_\mu, \nu_e \rightleftharpoons \nu_{eL}, \nu_e \rightleftharpoons \nu_{\mu L}$	1/4	8
1а. $N > 2$ ($\nu_e, \nu_\mu, \nu_M, \dots$)	$2N$	0	N нейтрино Майораны	$\nu_e \rightleftharpoons \nu_\mu, \nu_e \rightleftharpoons \nu_M, \dots$	$\frac{1}{N}$	7
2а. То же	$4N$	$\neq 0$	N нейтрино Дирака	$\nu_e \rightleftharpoons \nu_\mu, \nu_e \rightleftharpoons \nu_M, \dots$	$\frac{1}{N}$	7, 9
3а. » »	$4N$	$\neq 0$	$2N$ нейтрино Майораны	$\nu_e \rightleftharpoons \nu_\mu, \nu_e \rightleftharpoons \nu_M, \nu_e \rightleftharpoons \nu_{eL}, \nu_e \rightleftharpoons \nu_{\mu L}, \nu_e \rightleftharpoons \nu_{ML}, \dots$	$\frac{1}{2N}$	8

ставляется в связи с этим открытием весьма естественной (каждому новому заряженному лептону по аналогии с e и μ может отвечать новый тип нейтрино).

3) Все рассмотренные выше теории основаны на предположении о том, что массы нейтрино m_1, m_2, \dots отличны от нуля и что в гамильтониан обычного слабого взаимодействия поля таких нейтрино входят в смешанном виде. Ясно, что из опытов, в которых получены ограничения на массы мюонного и электронного нейтрино, могут быть найдены ^{5, 426} ограничения на массы m_1, m_2, \dots . Наилучшая верхняя граница на массу электронного нейтрино получена из опытов по β -распаду ^3H . В последних измерениях найдено, что ⁵²

$$m_{\nu_e} < 35 \text{ эв.} \quad (96)$$

Из опытов по распаду $K_{3\mu}$ получена следующая верхняя граница массы мюонного нейтрино ⁵³ *):

$$m_{\nu_\mu} < 0,65 \text{ Мэв.} \quad (97)$$

Рассмотрим случай двух нейтрино. Предполагая, что угол смешивания близок к $\pi/4$, из (95) получаем

$$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 m_i^2 < (35 \text{ эв})^2.$$

Учитывая, что $|m_1^2 - m_2^2| \leq 1 \text{ эв}^2$ (см. (64)), имеем

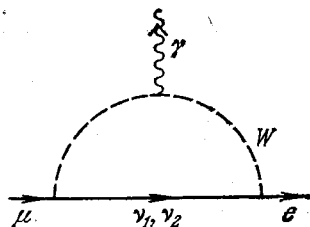
$$m_1, m_2 < 35 \text{ эв.} \quad (98)$$

7. РАСПАД $\mu \rightarrow e\gamma$ И ОСЦИЛЛЯЦИИ НЕЙТРИНО

а) С л у ч а й н е й т р и н о

В рассматриваемых здесь теориях со смешиванием нейтрино наряду с осцилляциями нейтрино в принципе становятся возможными распады $\mu \rightarrow e\gamma$, $\mu \rightarrow 3e$ и др., запрещенные обычной теорией. Эти процессы возникают в высших порядках теории возмущений (см. диаграммы рис. 3).

Отношение R_μ вероятности процесса $\mu^+ \rightarrow e^+\gamma$ к вероятности процесса $\mu^+ \rightarrow e^+\nu_e\bar{\nu}_\mu$ впервые в теории со смешиванием вычислено в ²² и дается следующим выражением:



$$R_\mu = \frac{\Gamma(\mu^+ \rightarrow e^+\gamma)}{\Gamma(\mu^+ \rightarrow e^+\nu_e\bar{\nu}_\mu)} = \frac{3}{32} \frac{\alpha}{\pi} \left(\frac{m_1^2 - m_2^2}{M_W^2} \right)^2 \times \sin^2 \theta \cos^2 \theta, \quad (99)$$

Рис. 3. Диаграммы процесса $\mu \rightarrow e\gamma$ с виртуальными нейтрино ν_1 и ν_2 .

где M_W — масса заряженного промежуточного бозона ($M_W \geq 37 \text{ Гэв}$). Нетрудно видеть, что даже в случае, если для m_1 и m_2 взять значения 35 эв и 0,65 Мэв (верхние границы масс электронного и мюонного нейтрино), величина R_μ оказывается на много порядков ниже экспериментальной верхней границы. Именно в этом случае имеем

$$R_\mu < 3 \cdot 10^{-26}, \quad (100)$$

в то время как в опытах ^{15a, 54} получено, что

$$R_\mu^{\text{эсп}} < 2,2 \cdot 10^{-8}. \quad (101)$$

Если угол смешивания не мал, то может быть использовано ограничение $|m_1^2 - m_2^2| \leq 1 \text{ эв}^2$, полученное из рассмотрения осцилляций (см. (64)). Отношение R_μ в этом случае оказывается на много порядков меньше, чем (100). Можно показать, что и в общем случае N типов нейтрино с различными от нуля массами и смешиванием отношение R_μ также на много

*) Следует отметить, что из космологических соображений могут быть получены ограничения на массу ν_μ , на 4 порядка лучшие, чем (97) ^{53b}.

порядков меньше экспериментальной границы (101). Итак, если нейтрино — единственные существующие нейтральные лептоны, то имеется лишь один способ поиска нарушения закона сохранения лептонных чисел: изучение осцилляций нейтрино *).

б) Тяжелые лептоны

Положение может радикально измениться ^{55 **}), если существуют тяжелые лептоны. (Отметим, что смешивание в схеме с тяжелыми лептонами обсуждалось в работе ⁵⁷.) Рассмотрим распад $\mu \rightarrow e \gamma$ в схеме с правыми токами. В качестве примера предположим, что наряду с левыми дублетами стандартной теории

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L, \quad \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L \quad (102)$$

имеются правые дублеты

$$\begin{pmatrix} N_e \\ e \end{pmatrix}_R, \quad \begin{pmatrix} N_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_R, \quad (103)$$

где $e_R = (1 - \gamma_5) e / 2$ и т. д., а

$$N_e = N_1 \cos \theta' + N_2 \sin \theta', \quad N_\mu = -N_1 \sin \theta' + N_2 \cos \theta'; \quad (104)$$

здесь N_1 и N_2 — операторы полей тяжелых нейтральных лептонов с массами M_1 и M_2 соответственно ($M_1, M_2 \geq M_K$, M_K — масса K -мезона), а θ' — угол смешивания. Очевидно, что заряженный лептонный ток имеет вид

$$j_\alpha^l = j_\alpha + j'_\alpha, \quad (105)$$

где первый член дается выражением (37), а

$$j'_\alpha = \bar{N}_e \gamma_\alpha e_R + \bar{N}_\mu \gamma_\alpha \mu_R. \quad (106)$$

Для распада $\mu \rightarrow e \gamma$ наряду с диаграммами рис. 3 возникают дополнительные диаграммы с виртуальными тяжелыми нейтральными лептонами N_1 и N_2 (рис. 4). Пренебрегая вкладом диаграммы рис. 3, для отношения R_μ получаем следующее выражение:

$$R_\mu = \frac{3}{32} \frac{\alpha}{\pi} \left(\frac{M_1^2 - M_2^2}{M_W^2} \right)^2 \sin^2 \theta' \cos^2 \theta'. \quad (107)$$

Из (101) и (107) для случая максимального смешивания находим $\sqrt{|M_1^2 - M_2^2| / M_W^2} < 1,4 \cdot 10^{-1}$. При $M_W = 60 \text{ Гэв}$ имеем $\sqrt{|M_1^2 - M_2^2|} < 8,5 \text{ Гэв}$. Отсюда следует также, что $|M_1 - M_2| < 8,5 \text{ Гэв}^{***}$.

*) Физическая причина чувствительности метода осцилляций состоит в том, что этот метод позволяет измерять амплитуду процесса, а не квадрат амплитуды, как в обычных случаях измерения вероятностей процессов. Хорошей иллюстрацией чувствительности метода осцилляций является измерение разности масс K_L и K_S -мезонов. Это единственный эффект второго порядка по слабому взаимодействию, величина которого измеряется достаточно просто и с большой точностью.

**) После того как работа ⁵⁵ была изложена в настоящем обзоре, нам стало известно о многочисленных работах сходного содержания, в которых на основе гипотезы о смешивании тяжелых лептонов рассмотрены процессы $\mu \rightarrow e \gamma$, $\mu \rightarrow 3e$ и др. Мы ограничимся лишь ссылками на известные нам к 10 апреля 1977 г. работы ⁵⁶ и в качестве примера рассмотрим схему ⁵⁵.

***) Аналогия между лептонами и кварками проявляется здесь в том, что верхняя граница разности масс тяжелых лептонов может быть получена из верхней границы вероятности распада $\mu \rightarrow e \gamma$, подобно тому как верхняя граница массы очарованного кварка получена из данных по разности масс K_L и K_S и редким распадам K -мезонов.

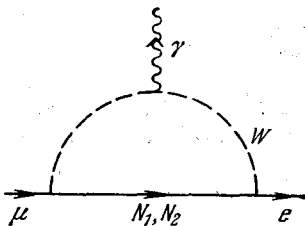


Рис. 4. Диаграммы процесса $\mu \rightarrow e \gamma$ с виртуальными тяжелыми нейтральными лептонами N_1 и N_2 .

При значениях $|M_1^2 - M_2^2|^{1/2}$ равных 1, 2, 3, 4 Гэв для отношения R_μ получаем соответственно $4,2 \cdot 10^{-12}$, $6,7 \cdot 10^{-11}$, $3,4 \cdot 10^{-10}$, $1,1 \cdot 10^{-9}$.

Итак, если существуют нейтральные лептоны с массой порядка нескольких Гэв и если имеет место смешивание, вероятность распада $\mu \rightarrow e\gamma$ может быть близкой к достигнутой в опытах ^{15a}, ⁵⁴ верхней границе. Отметим, что при $R_\mu \geq 10^{-11}$ распад может быть обнаружен на установке АРЕС ⁵⁸.

в) Распад $\mu \rightarrow e\gamma$ и осцилляции нейтрино

Обсудим связь между явлением осцилляций нейтрино и распадом $\mu \rightarrow e\gamma$ (и аналогичными процессами). Наблюдение этих эффектов, несомненно, означало бы, что имеет место смешивание лептонов. В таком общем смысле наблюдение одного из этих эффектов делало бы существование другого более вероятным (в частности, при этом массы нейтрино, вероятно, были бы конечными). Однако прямой связи между осцилляциями нейтрино и процессами типа $\mu \rightarrow e\gamma$ нет. Во-первых, осцилляции нейтрино могут наблюдаться, а распад $\mu \rightarrow e\gamma$ может при этом быть практически ненаблюдаем. Именно такую ситуацию мы обсуждали в первых шести главах обзора (случай, когда существуют только нейтрино и нет тяжелых нейтральных лептонов). Во-вторых, может оказаться, что распад $\mu \rightarrow e\gamma$ будет вполне наблюдаем (например, если существуют тяжелые нейтральные лептоны), а осцилляции нейтрино практически ненаблюдаемы вследствие малости угла смешивания или разности масс нейтрино. В-третьих, возможен случай, когда вероятность распада $\mu \rightarrow e\gamma$ может быть достаточно большой (например, существуют тяжелые заряженные лептоны и в гамильтониан входят несимметричные нейтральные токи), а осцилляции нейтрино полностью отсутствуют (эти два явления между собой никак не связаны).

8. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

а) Фундаментальная гипотеза, лежащая в основе рассмотренных здесь физических явлений — гипотеза смешивания лептонов. Основные следствия этой гипотезы зависят от того, какие лептоны существуют в природе. В случае только четырех лептонов (мюон, электрон и два нейтрино) основные наблюдаемые физические следствия гипотезы смешивания — осцилляции нейтрино. Вероятности таких процессов как $\mu \rightarrow e\gamma$, $\mu \rightarrow Ze$ и др., хотя в принципе и отличны от нуля, однако, оказываются на много порядков меньшими величин, которые доступны измерению.

б) Для того чтобы смешивание нейтрино было возможно, необходимо предположить, что массы нейтрино отличны от нуля. Отметим, что конечность масс нейтрино не противоречит какому-либо из известных в настоящее время принципов (аналогичному градиентной инвариантности, в силу которой масса фотона равна нулю). В этом смысле вопрос о массах нейтрино совершенно открыт (и не только в том «тривиальном» смысле, что экспериментальные верхние пределы масс ν_μ и ν_e довольно велики).

в) Вопрос о числе лептонов в настоящее время также является открытым. Если число нейтрино больше двух и если поля всех нейтрино смешаны, то становятся возможными осцилляции между всеми типами нейтрино. Вероятности распадов $\mu \rightarrow e\gamma$, $\mu \rightarrow Ze$ и др. и в этом случае практически равны нулю.

г) Ситуация меняется, если существуют тяжелые лептоны и их поля входят в гамильтониан в смешанном виде. При массах тяжелых лептонов порядка нескольких Гэв вероятности $\mu \rightarrow e\gamma$, и $\mu \rightarrow Ze$ и др. процессов могут быть близки к экспериментальным верхним границам. Однозначной

связи между вероятностями этих процессов и параметрами, характеризующими осцилляции нейтрино, в общем случае нет.

д) Мы видели, что возможны теории двух типов — теории с майоровскими нейтрино и теории с дираковскими нейтрино. Поля Майорана привлекательны своей экономичностью (в случае двух типов нейтрино всего четыре состояния). Если нейтрино описываются полями Дирака, то эти частицы описываются так же, как все остальные лептоны и кварки. Это весьма привлекательно с точки зрения кварк-лептонной аналогии. Картина осцилляций в этих двух разных теориях совершенно одинакова и отличить их оказывается практически невозможно.

е) Если поля нейтрино смешаны, то на первый взгляд теряет смысл лептонный заряд. Однако ортогональное смешивание, по существу, эквивалентно сохранению лептонных зарядов, если массы нейтрино достаточно малы (что в действительности имеет место).

В первом порядке по константе слабого взаимодействия амплитуды процессов, обусловленных асимметричными нейтральными токами, таких как $\mu \rightarrow e\gamma$, $\mu \rightarrow Ze$ и др. равны нулю. В высших порядках, однако, такие процессы возникают и их амплитуды пропорциональны разности квадратов масс нейтрино. Таким образом, именно малость масс нейтрино обеспечивает эффективное сохранение лептонных чисел и мы уже видели, что если существуют тяжелые лептоны с массой порядка 1 эв , то появляются $\mu \rightarrow e\gamma$, $\mu \rightarrow Ze$ и др. процессы.

ж) Осцилляции нейтрино до сих пор не наблюдались. Анализ всех нейтринных экспериментов, выполненных на ускорителях и реакторах (не имеющих, однако, целью поиск осцилляций) позволяет получить ограничение на разность квадратов масс нейтрино ($|m_1^2 - m_2^2| < 1\text{ (эв)}^2$ при максимальном смешивании). С другой стороны, в единственном выполненном до сих пор эксперименте с нейтрино от Солнца детектируемый сигнал оказался меньше ожидаемого — известный «парадокс солнечных нейтрино». Если такой парадокс действительно есть, то осцилляции нейтрино представляются наиболее естественным его решением.

з) Необходимость проведения опытов по поиску осцилляций нейтрино, а также экспериментов по поиску $\mu \rightarrow e\gamma$, $\mu \rightarrow Ze$ и других аналогичных процессов на любом уровне, лучше, чем существующий, совершенно очевидна.

В заключение нам приятно выразить глубокую благодарность Г. Т. Зацепину, С. М. Коренченко, Г. В. Мицельмахеру, Л. Б. Окуню, С. Петкову, М. И. Подгорецкому, А. А. Поманскому, А. Е. Чудакову за полезные обсуждения.

Объединенный институт ядерных исследований,
Дубна (Московская обл.)

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Б. М. Понтекорво, ЖЭТФ 53, 1717 (1967); см. также: ЖЭТФ 33, 549 (1957); 34, 247 (1958).
2. V. Gribov, B. Pontecorvo, Phys. Lett. B28, 493 (1969).
3. S. Weinberg, *ibid.* 19, 1264 (1967).
4. A. Salam; in: Proc. of the Eighth Nobel Symposium, N.Y., J. Wiley, 1968.
5. S. Eliezer, D. A. Ross, Phys. Rev. D10, 3088 (1974).
6. S. M. Bilenky, B. Pontecorvo, Phys. Lett. B61, 248 (1976).
7. S. Eliezer, A. Swift, Nucl. Phys. B105, 45 (1976).
8. Б. Понтекорво, Письма ЖЭТФ 13, 281 (1971).
9. S. M. Bilenky, B. Pontecorvo, Lett. Nuovo Cimento 17, 569 (1976).
10. H. Fritzsch, P. Minkowsky, Phys. Lett. B62, 72 (1976).
11. Я. Б. Зельдович, ДАН СССР 86, 505 (1952).
12. E. J. Konopinski, M. Mahmoud, Phys. Rev. 92, 1045 (1953).

12. B. T. Cleveland, W. R. Leo, C. S. Wu, L. R. Kasday, A. M. Rushton, P. J. Gollon, J. D. Ullman, *Phys. Rev. Lett.* **35**, 757 (1975).
13. T. Kirsten, H. W. Müller, Earth and Planet, *Sci. Lett.* **6**, 271 (1969).
B. Srinivasan, E. C. Alexander, F. D. Beatty, D. E. Sinclair, O. K. Mannel, *Econ. Geol.* **68**, 252 (1973).
14. K. Borer, B. Hahn, H. Hofer, H. Kaspar, F. Krenen, T. G. Seidler, in: *Proc. of 14th Intern. Conference on High Energy Physics*, Vienna, 1968.
15. а) S. Parker, H. L. Anderson, C. Rey, *Phys. Rev.* **B133**, 768 (1964).
б) С. М. Коренченко, Б. Ф. Костин, Г. В. Мицельмахер, К. Г. Некрасов, В. С. Смирнов, *ЯФ* **13**, 341 (1971).
16. С. М. Коренченко, Б. Ф. Костин, Г. В. Мицельмахер, К. Г. Некрасов, В. С. Смирнов, в кн. *Труды XVIII Международной конференции по физике высоких энергий* (Тбилиси, 1976), т. II, Дубна, ОИЯИ, 1977, В 175.
17. D. A. Bryman, M. Blecher, K. Gotow, R. J. Powers, *Phys. Rev. Lett.* **28**, 1469 (1972).
18. E. Belotti, D. Cavalli, E. Fiorini, M. Rollier, *Lett. Nuovo Cimento* **17**, 553 (1976).
19. J. D. Bjorken, S. L. Glashow, *Phys. Lett.* **11**, 255 (1964).
20. Л. Б. Окунь, в кн. *Некоторые проблемы современной теории ядра*, ч. II, М., МИФИ, 1974.
21. а) S. L. Glashow, J. Illiopulos, L. Miani, *Phys. Rev.* **D2**, 1285 (1970).
б) M. Nakagawa, H. Okonogi, S. Takata, A. Tojoda, *Progr. Theor. Phys.* **30**, 727 (1963).
22. С. Т. Петков, *ЯФ* **25**, 641 (1977).
23. М. Щепкин, *ЯФ* **18**, 153 (1973).
24. B. Pontecorvo, in: *Old and New Problems in Elementary Particles*, a Volume Dedicated to G. Bernardini, N.Y. and L., Academic Press, 1968, p. 252.
25. С. М. Биленький, В. М. Понтекорво, цит. в ¹⁶ сборник, В 122; Препринт ОИЯИ Е2-10032, Дубна, 1976.
26. A. K. Mann, H. Primakoff, *Phys. Rev.* **D15**, 655 (1977).
27. F. A. Nezrik, F. Reines, *ibid.* **142**, 852 (1966).
28. Р. Дэвис, Д. Эванс, в кн. *Труды семинара по активным процессам на Солнце и проблеме солнечных нейтрино*, Л., ФТИ АН СССР, 1976, с. 83.
29. J. N. Bahcall, R. Davis, *Science* **191**, 264 (1976).
30. а) V. M. Lobashev, O. V. Sedruk, *Nucl. Instr. and Meth.* **136**, 61 (1976).
б) А. А. Боровой, А. А. Микаэлян, в кн. *Труды конференции «Нейтрино-77»*, М., ИЯИ АН СССР, 1977.
31. Цитировано в препринте: E. Egelman et al., Harvard University, Jan. 17, 1977.
32. F. Reines, University of Calif., Irvine, UCI-10, P19-106 (1976).
33. E. Egelman, B. Gordon, W. Kozanecki, W. Loomis, J. LoSesso, C. Rubbia, A. Sessoms, J. Strait, L. Sulak, C. Tao, R. Wilson, M. Yudis, цит. в ³¹ препринт.
34. B. Pontecorvo, Chalk River Lab. Rept. PD-205 (1946).
35. B. Pontecorvo, *Helv. Phys. Acta* **23**, Suppl. III, 97 (1950).
36. В. Понтекорво, в кн. *Международный семинар по физике нейтрино и нейтринной астрофизике* (Москва, 9—12 сентября 1968 г.), М., «Наука», 1968.
А. А. Помаицкий, С. А. Северный, *ПТЭ*, № 3, 51 (1968).
D. Davis, J. C. Evans, V. Radeka, L. Rogers, in: *Proc. of the Conference of «Neutrino-72»*, Balatonfüred, Hungary, 1972, v. 1, p. 5.
37. J. N. Bahcall, *ibid.*, p. 29.
38. N. Bahcall, N. Cabibbo, A. Yahil, *Phys. Rev. Lett.* **28**, 316 (1972).
39. а) А. А. Романский, А. И. Севастьянов, in: *Proc. of Conference of «Neutrino-75»*, v. 2, 1975, p. 383.
б) В. А. Кузьмин, *ЖЭТФ* **49**, 1532 (1965).
40. а) V. Kuzmin, G. Zatsepin, in: *Proc. of Intern. Cosmic Ray Conference of MU-NU*, London, 1965, p. 36.
J. Bahcall, *Phys. Rev. Lett.* **23**, 251 (1969).
б) M. S. Freedman et al., *Science* **193**, 117 (1976).
R. S. Raghavan, *Phys. Rev. Lett.* **37**, 259 (1976).
R. D. Scott, *Nature* **264**, 729 (1976).
41. I. R. Vrabianov et al., цит. в ^{39а} сборник, v. 2, p. 387.
42. а) В. М. Понтекорво, *УФН* **104**, 3 (1971).
б) S. Nussinov, *Phys. Lett.* **B63**, 201 (1976).
в) М. А. Марков, I. M. Zheleznykh, *Nucl. Phys.* **27**, 385 (1961).
43. A. E. Chudakov, *Cosmnews*, No. 2 (1977).
44. Л. В. Волкова, Г. Т. Зацепин, *ЯФ* **14**, 211 (1971).
45. A. Roberts, H. Blood, J. Learned, F. Reines, Preprint Fermi-lab., Conf. 76/59-exp. (1976).

46. Г. А. Аскаръян, Б. А. Долгошеин, Препринт ФИАН СССР № 160, Москва, 1976.
47. K. Sarna, L. Wolfenstein, Preprint COO-3066-59 (1975).
48. M. R. Krishnaaswamy et al., Phys. Lett. B57, 105 (1975).
49. H. Fritzsch, M. Gell-Mann, P. Minkowsky, *ibid.* B59, 256.
A. DeRujula, M. Georgi, S. L. Glashow, Phys. Rev. D12, 3589 (1975).
См. также: Е. М. Липманов, ЖЭТФ 43, 893 (1963).
С. С. Герштейн, Л. Г. Ландсберг, В. Н. Фоломешкин, в кн. Труды семинара по μ - e -проблеме, М., «Наука», 1974, с. 432.
50. F. Gursey, P. Sikivie, Phys. Rev. Lett. 36, 755 (1976).
51. M. L. Perl et al., Phys. Lett. B63, 466 (1976).
G. J. Feldman et al., Phys. Rev. Lett. 38, 117 (1977).
52. Е. Ф. Третьяков и др., Препринт ИТЭФ № 15, Москва, 1976.
53. а) A. Clark et al., Phys. Rev. D9, 533 (1974).
б) С. С. Герштейн, Я. Б. Зельдович, Письма ЖЭТФ 4, 174 (1966).
G. Marx, A. Szalay, in: Neutrino-72, v. 1, 1972 p. 191.
R. Cowsic, T. Clelland, Phys. Rev. Lett. 29, 669 (1972).
54. С. М. Коренченко, Б. Ф. Костин, Г. В. Мицельмахер, К. Г. Некрасов, В. С. Смирнов, ЯФ 13, 341 (1971).
55. S. M. Bilenky, S. T. Petcov, B. Pontecorvo, Phys. Lett. B67, 309 (1977).
56. Е. П. Шабалин, Препринт ИТЭФ № 9, Москва, 1977.
V. Barger, D. V. Nanopoulos, Preprint 1977 COO-583 (1977).
P. T. Cheng, L. F. Li, Phys. Rev. Lett. 38, 381 (1977).
J. D. Bjorken, S. Weinberg, *ibid.* 38, 622 (1977).
S. B. Treiman, F. Wilczek, A. Zee, Preprint Princeton University, 1977.
W. J. Marciano, A. I. Sanda, Preprint COO-2232B-116 (1977).
B. W. Lee, S. Pakvasa, R. E. Shrock, H. Sugawara, Phys. Rev. Lett. 38, 937 (1977).
R. Decker, J. Restieau, UCL-IPT-77/04.
W. J. Marciano, A. I. Sanda, Preprint COO-2232B-122 (1977).
A. Pais, Preprint COO-2232B-118 (1977).
57. Э. Н. Липманов, Письма ЖЭТФ 23, 363 (1976).
58. С. М. Коренченко, Г. В. Мицельмахер, К. Г. Некрасов, Препринт ОИЯИ Р13-9542, Дубна, 1976.