1977 г. Январь *Том 121, вып. 1*

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ

539.184.5

ВЫНУЖДЕННЫЕ ЭФФЕКТЫ ПРИ «ВСТРЯСКЕ» ЭЛЕКТРОНА ВО ВНЕШНЕМ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ПОЛЕ

А. М. Дыхне, Г. Л. Юдин

СОДЕРЖАНИЕ

1. ВВЕДЕНИЕ

В связи с прогрессом лазерной техники в ряде исследований ставятся вопросы о влиянии сильных электромагнитных полей на различные элементарные атомные процессы [1–5].

Несмотря на кажущуюся пестроту рассматриваемых задач, в них существует много общего. Общность проявляется в том, что совершенно различные по постановке задачи, такие, например, как тормозное излучение в присутствии переменного поля [1, 4] и модуляция электронного пучка при прохождении его через диэлектрическую пластинку при наличии лазерного поля [6], содержат ответы, отличающиеся друг от друга фактически лишь заменой обозначений. Такое совпадение имеет, на наш взгляд, глубокие физические причины и связано с тем обстоятельством, что существенной особенностью изучаемых явлений оказывается изменение движения электрона за времена, много меньшие периода низкочастотных движений во внешнем поле. Эта общая черта позволяет описывать явления такого рода с единой точки зрения, как «встряску» электрона в присутствии электромагнитного поля.

Мы покажем на ряде конкретных примеров, что изучаемые явления можно представить себе протекающими в две стадии. На первой стадии происходит некоторое изменение движения заряженной частицы (столкновение ее с другой частицей или со стенкой, поглощение или рассеяние ею рентгеновского кванта, рождение в результате β-распада или фотоэффекта и т. д.). На этой первой стадии проявляется вся физическая специфика задачи. Амплитуда вероятности для первой стадии a^{I} вычисляется для каждого конкретного процесса по своим правилам. Поскольку, однако, по предположению эта стадия разыгрывается за времена τ, много меньшие периода низкочастотных движений $2\pi/\omega$ за это время умеренно сильное поле не успевает существенно повлиять на движение заряженной частицы. Это означает, что амплитуда a^{I} может вычисляться так же, как и в отсутствие внешнего поля.

Вторая стадия состоит в вынужденном поглощении или испускании некоторого числа фотонов внешнего поля. Хотя эта вторая стадия не происходила бы сама по себе в отсутствие первой, соответствующая ей амплитуда a^{II} не зависит от физической природы первой стадии. В этом смысле вторая стадия является универсальной для всех процессов рассматриваемого типа. В соответствии со сказанным, амплитуда вероятности любого процесса с поглощением или испусканием n квантов внешнего поля записывается в виде произведения $A_n = a_n^{\mathrm{I}} a_n^{\mathrm{II}}$.

Мы будем рассматривать умеренно сильные поля, достижимые при сегодняшнем уровне развития лазерной техники, в которых приобретаемая электроном переменная скорость $\widetilde{v} = eE/m\omega$ много меньше скорости света c. Отметим, что уже в таких (нерелятивистских) полях вклад вынужденных многофотонных переходов в рассматриваемых процессах может стать определяющим.

В гл. 2 вычисляется амплитуда вероятности второй стадии a_n^{II}, причем, как уже отмечалось, для решения этой задачи не требуется конкретизации процесса, соответствующего амплитуде a_n^{I}. В гл. 3 дается краткий обзор некоторых эффектов, рассмотренных ранее разными авторами для физически различных процессов. Мы хотим показать, что все они имеют общую природу и являются результатом встряхивания электрона во внешнем поле.

В гл. 4 рассмотрен чисто классический эффект появления сателлитов в спектре рассеянных жестких квантов при комптон-эффекте на электроне, помещенном во внешнее лазерное поле. Наконец, в гл. 5 исследуется спектр фотоэлектронов и β-частиц, образующихся в присутствии лазерного поля.

2. ВЫНУЖДЕННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ — ПОГЛОЩЕНИЕ ПРИ «ВСТРЯСКЕ» ЭЛЕКТРОНА

а) Классическое рассмотрение

Рассмотрим вначале классическую задачу о встряске нерелятивистского электрона, движущегося в переменном электрическом поле — $(1/c)\dot{\mathbf{A}}(t)$. Для определенности предположим, что поле $\mathbf{A}(t)$ адиабатически выключается при $t \to \pm\infty$.

Импульс электрона в поле равен

$$\mathbf{p}(t) = \mathbf{p}_- - \frac{e}{c}\mathbf{A}(t) \quad \text{при} \quad t < t_0,$$

$$\mathbf{p}(t) = \mathbf{p}_+ - \frac{e}{c}\mathbf{A}(t) \quad \text{при} \quad t > t_0;$$

здесь t_0 — момент времени, в который с электроном происходит какой-либо процесс, приводящий к быстрому (в сравнении с периодом электрического поля) изменению его движения (встряска), $\mathbf{p}_\pm$ — значения импульса электрона при $t \to \pm\infty$. Результирующее изменение энергии электрона

$$\frac{p_+^2 - p_-^2}{2m} = \delta\varepsilon + \frac{e}{mc}\delta\mathbf{p}\mathbf{A}(t_0) \equiv \delta\varepsilon + \Delta, \tag{1}$$

где

$$\delta\mathbf{p} = \mathbf{p}(t_0+0) - \mathbf{p}(t_0-0) = \mathbf{p}_+ - \mathbf{p}_-, \quad \delta\varepsilon = \frac{p^2(t_0+0) - p^2(t_0-0)}{2m}$$

суть импульс и энергия, переданные электрону в быстрой стадии процесса. Их значения совпадают с соответствующими величинами в отсутствие электрического поля.

Величина Δ в выражении (1) представляет собой полевую добавку к переданной электрону энергии. Поскольку эта добавка зависит от момента встряски t_0, электроны в конечном состоянии будут обладать разбросом по энергиям. Для вычисления средних величин следует провести усреднение по фазе поля $\varphi_0 = \omega t_0$, в которой встряска произошла, считая все фазы равновероятными. Поскольку $A \sim \cos \varphi_0$, для средней энергии получаем $\langle \Delta \rangle = 0$, а для разброса энергий

$$\Delta_0 \equiv \sqrt{\langle \Delta^2 \rangle} = \frac{|e\mathbf{E}_0 \delta \mathbf{p}|}{\sqrt{2}\, m\omega}; \tag{2}$$

здесь $\mathbf{E}_0$ — амплитуда электрического поля с вектор-потенциалом $\mathbf{A}$. Легко также получить распределение электронов по энергиям в конечном состоянии

$$W(\Delta)\, d\Delta \equiv \frac{d\varphi}{2\pi} = (\Delta_m^2 - \Delta^2)^{-1/2} \frac{d\Delta}{2\pi}, \tag{3}$$

Δ_m — максимальное значение переданной полю или взятой от него энергии, связанное со среднеквадратичным разбросом энергии соотношением $\Delta_m = \sqrt{2}\Delta_0$.

Для применимости проведенного классического расчета необходимо, чтобы характерное число испущенных или поглощенных в процессе встряхивания квантов электрического поля

$$N \equiv \frac{\Delta_m}{\hbar\omega} = \frac{|e\mathbf{E}_0 \delta \mathbf{p}|}{\hbar m \omega^2} \tag{4}$$

было много больше единицы. Но именно в этом случае вынужденные эффекты велики. Введенный параметр N по порядку величины есть отношение амплитуды колебаний электрона во внешнем поле $a_0 = eE_0/m\omega^2$ к де-бройлевской длине волны электрона, рассчитанной по переданному импульсу, $\lambda\!\!\!^{-}_e = \hbar/\delta p$.

Полученное распределение вероятностей для второй стадии процесса, в соответствии со сказанным выше, универсально и дается в классическом пределе формулой (3). Что касается первой стадии, она может быть (и чаще всего бывает) сугубо квантовой. Отметим, что полная вероятность процесса не зависит от наличия поля, поскольку

$$\int d\Delta W(\Delta) = 1.$$

б) Квантовое рассмотрение

В случае, когда $N \lesssim 1$, необходимо квантовое рассмотрение второй стадии процесса. По-прежнему, как и в классическом варианте, электрон может подвергнуться встряске в произвольный момент времени, что соответствует произвольной фазе поля. Теперь, однако, следует просуммировать амплитуды, описывающие различные пути эволюции электрона, что приведет к квантовым эффектам интерференции.

Пусть, например, в некоторый момент времени t_0 в поле $\mathbf{A}(t)$ попадает электрон с импульсом $\mathbf{p}_0$. В дальнейшем электрон эволюционирует. При $t \to \infty$ поле адиабатически выключается. В результате энергия электрона $p_+^2/2m$ не имеет определенного значения, а характеризуется амплитудой вероятности a^{II}. Воспользовавшись известным выражением для волновой функции электрона в поле $A(t)$

$$\psi_{\mathbf{p}}=C\exp\left[\frac{i}{\hbar}\,\mathbf{pr}-\frac{i}{2m}\int dt\left(\mathbf{p}-\frac{e}{c}\,\mathbf{A}\right)^2\right],\tag{5}$$

получим амплитуду вышеописанного процесса

$$a^{\mathrm{II}}\sim\exp\left[-i\,\frac{p_0^2}{2m}\,t_0+\frac{i}{2m}\int_{t_0}^{\infty}dt\left(\mathbf{p}_+-\frac{e}{c}\,\mathbf{A}\right)^2\right].\tag{6}$$

Интегрируя ее по моменту встряски t_0, находим

$$\langle a^{\mathrm{II}}\rangle\sim\int dt_0\exp\left[-i\,\frac{p_0^2}{2m}\,t_0+\frac{i}{2m}\int_{t_0}^{\infty}dt\left(\mathbf{p}_+-\frac{e}{c}\,\mathbf{A}\right)^2\right].\tag{7}$$

В поле вида $\mathbf{A}=(c\mathbf{E}_0/\omega)\,e^{-\Gamma t}\cos\omega t$, $\Gamma\to+0$, предполагая для простоты, что $p_+\gg\frac{e}{c}A$, имеем

$$\begin{gathered}\langle a^{\mathrm{II}}\rangle=\sum_{n=-\infty}^{\infty}a_n^{\mathrm{II}}\delta\left(\frac{p_+^2-p_-^2}{2m}+n\hbar\omega\right),\\ |a_n^{\mathrm{II}}|=J_n^2(N),\qquad N=\frac{|e\mathbf{E}_0\mathbf{p}_+|}{\hbar m\omega^2},\end{gathered}\tag{8}$$

J_n — функция Бесселя. Таким образом, энергетический спектр электрона при $t\to\infty$ представляет собой набор сателлитов, отличающихся от $p_0/2m$ кратным числом квантов $\hbar\omega$, поглощаемых или испускаемых во внешнем поле. Появление этих новых каналов характеризуется весом $J_n^2(N)$ и определяется величиной N.

В силу свойств функций Бесселя $J_n(N)$, при больших значениях аргумента N важны только такие амплитуды a_n^{II}, номера у которых $|n|\leqslant N$. Это соответствует классическому результату предыдущего пункта и означает фактически, что эффективное уширение спектра энергий электрона на бесконечности порядка $N\hbar\omega\equiv\Delta_m$.

В ряде случаев, например, при β-распаде или фотоэффекте с поглощением жесткого кванта, вылетающий электрон может обладать релятивистской скоростью. Для исследования вынужденного излучения-поглощения в таких условиях рассмотрим вопрос о попадании релятивистского электрона с 4-импульсом p_0 в поле плоской электромагнитной волны $A^\mu=A^\mu(\varphi)$, $\varphi=k_0x$ (используется 4-мерная запись, $k_0x=\mathbf{k}_0\mathbf{r}-\omega t$).

Если поле $\mathbf{A}(t)$ умеренной интенсивности, т. е. $\tilde{v}/c\ll1$ (напомним, что под $\tilde{v}$ мы понимаем нерелятивистскую добавку к, вообще говоря, релятивистской скорости электрона, приобретаемую им во внешнем поле), то решение Волкова [7] для волновой функции электрона значительно упрощается:

$$\psi_p=Cu_p\exp\left[-ipx-\frac{ie}{c\,(k_0p)}\int^{k_0x}d\varphi\left(pA-\frac{e}{2c}A^2\right)\right],\tag{9}$$

Все спинорные выражения здесь представлены единственным множителем u_p — биспинорной амплитудой свободной плоской волны. Спиновые же свойства электрона в отношении к его движению в электромагнитном поле никак не проявляются. Такое упрощение не требует иных спинорных преобразований при вычислениях сечений, кроме тех, которые необходимы и в отсутствие внешнего поля.

Поэтому и в случае релятивистской встряски амплитуда $\langle a^{\mathrm{II}}\rangle$ в рассматриваемых полях записывается, по аналогии с (8), как

$$\langle a^{\mathrm{II}}\rangle = \sum_n a_n^{\mathrm{II}}(N)\,\delta(p_+ - p_0 - nk_0). \tag{10}$$

Функции a_n^{II} и параметр N в (10) имеют тот же смысл, что и раньше. Например, для поля

$$A = e^{-\Gamma t}(a_1\cos\varphi + a_2\sin\varphi), \quad a_1a_2 = a_1k_0 = a_2k_0 = 0,$$

их вид при $\Gamma \to +0$ следующий:

$$|a_n^{\mathrm{II}}|^2 = J_n^2(N), \quad N = \frac{|e|}{c\,(k_0p_+)}\sqrt{(a_1p_+)^2 + (a_2p_+)^2}.$$

Так как каждому из каналов с номером n соответствует свой закон сохранения 4-импульса $p_+ = p_0 + nk_0$, вероятность быстрой стадии $|a_n^{\mathrm{I}}|^2$ также оказывается зависящей от n. Если же для всех $|n| \leqslant N$ этой зависимостью можно пренебречь, как это часто бывает, то для полного вклада всех каналов справедливо правило сумм

$$\sum_n |A_n|^2 \approx |a^{\mathrm{I}}|^2 \sum_n |a_n^{\mathrm{II}}|^2 = |a^{\mathrm{I}}|^2. \tag{11}$$

в) Применимость концепции «встряски».

Для применимости приближения «встряски» в задаче о вынужденном излучении — поглощении необходимо, чтобы первая стадия процесса протекала за времена τ, малые по сравнению с периодом низкочастотного движения во внешнем поле: $\omega\tau \ll 1$. Заметим, что это неравенство легко выполняется. Более того, в случае обратного неравенства, когда приближение «встряски» несправедливо, эффекты вынужденного излучения — поглощения будут крайне малыми. Поэтому приближение «встряски» для изучения вынужденных эффектов указанного типа применимо фактически всегда.

Времена τ нетрудно оценить в каждом конкретном процессе. Так, например, в случае испускания, поглощения или рассеяния на электроне жесткого кванта $\hbar\Omega$ неравенство $\omega\tau \ll 1$ является следующим условием для частот: $\Omega \gg \omega$. В процессах столкновений с участием атомов величина τ определяется временами пролета электроном характерных атомных размеров. Например, в случае рассеяния электронов и в фотоэффекте имеем, соответственно,

$$E_{\text{эл}} \gg \frac{\omega}{\Omega_{\text{ат}}}\hbar\omega, \quad \Omega \gg \frac{\omega}{\Omega_{\text{ат}}}\omega,$$

где $\Omega_{\text{ат}}$ — характерные атомные частоты.

Неравенство $\omega\tau \ll 1$ является необходимым, но, вообще говоря, не достаточным условием применимости концепции «встряски». Ясно, что достаточно интенсивное поле способно существенно повлиять на процессы столкновений даже за короткое время τ. Поэтому требуется еще выписать ограничение на его интенсивность. Амплитуда векторного потенциала $\mathbf{A}(t)$ определяет величину параметра N, с помощью которого, следовательно, такое ограничение можно сформулировать.

Для отыскания достаточного условия нужно потребовать, чтобы набег фазы, вызванный полем, $\Phi \sim \int dt\,\mathbf{pA}$ за времена τ был несущественным. Не вдаваясь в подробности вычисления $|a^{\mathrm{II}}|^2$, это сразу позволяет выписать критерий

$$(N+1)\,\omega\tau \ll 1, \tag{12}$$

при выполнении которого приближение «встряски» заведомо применимо.

В действительности же условие (12) при $N \gg 1$ можно в значительной степени ослабить. Есть два различных вида встряски: изменение за короткое время импульса электрона $\delta\mathbf{p}$ или изменение за такое время поля $\delta\mathbf{A}$ (при пролете, например, электроном границы раздела двух сред). В обоих случаях временная зависимость подынтегрального выражения в Φ такова: $f\,((t-t_0)/\tau)\,\sin\omega t$. Функция f резко меняется в интервале времени от t_0 до $t_0+\tau$ и адиабатически «выключает» поле при $t \to \to \pm\infty$. Условие $\omega\tau \ll 1$ позволяет выразить интересующую нас фазу

$$\Phi = N\omega \int\limits_{-\infty}^{+\infty} dt\, f\left(\frac{t-t_0}{\tau}\right)\sin\omega t$$

через моменты производной от функции f' (если они существуют):

$$\Phi \approx N\left(1-\frac{b}{2}\,\omega^2\tau^2\right)\cos\omega t_0 - Na\omega\tau\sin\omega t_0,$$

$$a\omega\tau = \int dx\,(x-x_0)\,f'\left(\frac{x-x_0}{\omega\tau}\right),$$

$$b\omega^2\tau^2 = \int dx\,(x-x_0)^2\,f'\left(\frac{x-x_0}{\omega\tau}\right).$$

В результате, из-за конечной продолжительности первой стадии, в соответствующем разложении $\exp(i\Phi)$ по функциям Бесселя $J_n(\mathcal{N})$ появляется новый аргумент

$$\mathcal{N} \approx N\left(1+\frac{a^2-b}{2}\,\omega^2\tau^2\right),$$

который, по предположению, должен быть близок к величине N. Таким образом, при $N \gg 1$ достаточное условие (12) заменяется более слабым неравенством

$$N\omega^2\tau^2 \ll 1. \tag{13}$$

3. НЕКОТОРЫЕ ЭФФЕКТЫ, ОПИСЫВАЕМЫЕ КАК «ВСТРЯСКА» ЭЛЕКТРОНА

Из таких эффектов напомним, в первую очередь, о хорошо изученном вынужденном тормозном эффекте [1] (ВТЭ — излучение или поглощение нескольких квантов внешнего лазерного поля, индуцированное рассеянием электрона). Вынужденные процессы становятся важными, когда

$$N = \frac{|e\mathbf{E}_0(\mathbf{p}_+ - \mathbf{p}_-)|}{\hbar m\omega^2} \gtrsim 1.$$

В рассматриваемых нерелятивистских полях для этого требуются быстрые электроны, а сам акт рассеяния по отношению к воздействию внешнего поля может считаться «встряской». Интересно, что в этом случае в первой стадии процесса электрон не меняет своей энергии и вся встряска состоит только в изменении направления импульса.

Подробное исследование вынужденного тормозного эффекта в последнее время обусловлено растущим интересом к проблеме нагревания плазмы лазерными полями [8-10]. Компактное выражение для вероятности второй стадии ВТЭ $|a_n^{\mathrm{II}}|^2 = J_n^2(N)$ получается, естественно, лишь в простейшем случае борновского приближения (когда энергия электрона много больше потенциала ионизации атома).

Выход за рамки борновского приближения [11-14] значительно усложняет конечное выражение для сечений ВТЭ, но сущность его остается прежней. Результаты борновского приближения [1] воспроизводятся в изящном методе, использующем переход в осциллирующую систему координат, связанную с электроном [15-16].

Существует целый ряд явлений, в которых «встряхивание» электрона происходит вследствие излучения или поглощения им фотона. Если энергия излучаемого (поглощаемого) кванта ($\mathbf{k}$, Ω) велика, так что частота $\Omega \gg \omega$, то параметр

$$N = \frac{|e\mathbf{E}_0\mathbf{k}|}{m\omega^2}, \tag{14}$$

определяющий роль вынужденных процессов, может стать достаточно большим уже в нерелятивистских полях. Условие $\Omega \gg \omega$ означает, что первая стадия (испускание или поглощение высокочастотного кванта) представляет собой «встряхивание» электрона во внешнем поле.

Обращает на себя внимание тот факт, что постоянная Планка $\hbar$ не вошла в выражение для параметра (14), и N представляет собой просто отношение амплитуды колебаний электрона в поле $a_0 = eE_0/m\omega^2$ к длине волны излучаемого (поглощаемого) фотона, $N \sim a_0/\lambda$. При условии $\Omega \gg \omega$ амплитуда a_0 может стать порядка λ уже в нерелятивистском внешнем поле, когда $eE_0/m\omega c \ll 1$. Для этого требуется такая интенсивность поля, чтобы $\tilde{v}/c$ стало порядка ω/Ω. Ясно, что в этом случае движение электрона во внешнем поле способно существенно изменить картину излучения (поглощения).

Отсутствие $\hbar$ в выражении (14) наводит на мысль, что рассматриваемый эффект допускает классическое истолкование даже в случае, когда N не велико. Покажем, как можно найти вероятность второй стадии $|a_n^{\mathrm{II}}|^2$, исходя из чисто классического рассмотрения.

Электрон, движущийся по произвольной траектории $\mathbf{r}(t)$, излучает спектр частот в интервале $-\infty < \Omega < +\infty$. Фурье-компонента векторного потенциала поля излучения находится из следующего выражения [17]:

$$\mathbf{A}_\Omega = e\,\frac{e^{ikR_0}}{cR_0}\int\limits_{-\infty}^{\infty} dt\,\mathbf{v}(t)\,e^{i\Omega t - i\mathbf{kr}(t)}. \tag{15}$$

R_0 — расстояние от заряда до точки наблюдения в момент времени t. Предположим теперь, что общая траектория $\mathbf{r}(t)$ отличается от некоторой заданной траектории $\mathbf{r}_0(t)$ переменной добавкой:

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}_0(t) + \mathbf{a}_0 \sin \omega t.$$

Физические причины появления этой добавки могут быть различны, например, внешнее лазерное или магнитное поле, пространственная периодичность свойств среды и т. п. Мы будем предполагать в дальнейшем, что выполняется неравенство $v_0 = |\dot{\mathbf{r}}_0| \gg a_0\omega$. Если при движении по траектории $\mathbf{r}_0(t)$ поле излучения определяется вектор-потенциалом A_{Ω_0}, то для траектории $\mathbf{r}(t)$ указанного выше вида из формулы (15) следует

$$\mathbf{A}_\Omega = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(N)\,\mathbf{A}_{\Omega_0+n\omega}, \quad N = |\mathbf{k}\mathbf{a}_0|. \tag{16}$$

Таким образом, в спектре излучения вместо одной частоты Ω_0 появляется целый набор частот $\Omega_0 + n\omega$ с относительными вкладами в интенсивность $J_n^2(N)$.

К простейшим из примеров встряски электрона вследствие излучения относится тормозное излучение на ядре в присутствии внешнего лазерного поля. К менее обычным эффектам встряски следует причислить переходное излучение и излучение Вавилова — Черенкова, происходящие на фоне медленных изменений траектории во внешнем поле. В переходном излучении роль встряски играет изменение электрического поля при пересечении электроном границы раздела сред.

Модуляция электронного пучка, проходящего через пластинку, вдоль которой распространяется электромагнитная волна [6], имеет ту же природу, что и эффекты переходного вынужденного излучения — поглощения. При прохождении через пластинку происходит две встряски — при влете и вылете из нее. Появление разброса в конечных энергиях электронов приводит к их пространственной группировке, а плотность тока становится модулированной на частоте переменного поля и ее гармониках.

В ряде работ [5, 20] изучалось влияние внешних полей на эффект Вавилова — Черенкова. Это явление также может быть изучено как результат встряски электронов среды вследствие пролета заряженной частицы. Поскольку такая встряска стимулирует излучение сателлитов, фазовые условия меняются и черенковский конус расщепляется на систему конусов, каждый из которых соответствует излучению черенковского кванта и сопровождается поглощением (вынужденным излучением) нескольких квантов внешнего поля.

Рассмотрим этот вопрос более подробно. Из законов сохранения 4-импульса в процессе черенковского излучения с одновременным испусканием n квантов внешнего поля $(\mathbf{k}_0, \omega)$

$$p_1 = p_2 + \hbar k + n\hbar k_0, \qquad n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

(p_1 и p_2 — 4-импульсы электрона до и после излучения), следует частотно-угловое соотношение для сателлитов

$$\cos\theta_n = \frac{v_\text{ф}}{v} + \frac{n\omega}{\Omega}\left(\frac{v_\text{ф}}{v} - \cos\alpha\right); \tag{17}$$

здесь θ_n — угол между направлениями излучения и скоростью частицы, $v_\text{ф}$ — фазовая скорость света в среде, α — угол между направлением распространения лазерной волны и скорости частицы.

Из формулы (17) вытекают некоторые интересные следствия. Так, при $\alpha = \theta_0$, когда лазерное поле распространяется по образующей основного черенковского конуса, все сателлиты (17) совпадают, поскольку $\theta_n = \theta_0$ при любых n. Сателлитные конусы, например, с положительными n могут располагаться как внутри, так и снаружи черенковского конуса, в зависимости от соотношения между величинами $\cos\alpha$ и $v_\text{ф}/v$, т. е. от направления распространения лазерной волны.

Влияние переменного внешнего поля на излучение Вавилова — Черенкова может быть связано с двумя механизмами. Первый сводится к изменению закона движения заряженной частицы под действием переменного поля (аналогичную роль играет и постоянное магнитное поле, приводящее к циклотронному вращению заряженной частицы). Второй механизм связан с непосредственным влиянием лазерного поля на движение зарядов среды. Относительный вклад этих двух механизмов может быть различным. В случае, когда черенковское излучение вызвано пролетом тяжелой заряженной частицы (например, протона), преобладающим может оказаться второй механизм.

Первый из этих механизмов прост, поскольку он обусловлен изменением движения одной частицы. Второй значительно сложнее, ибо он связан с нелинейными характеристиками среды. Этот вопрос выходит за рамки настоящей статьи, и мы на нем останавливаться не будем.

Интенсивность излучения в каждом из черенковских конусов в первом механизме пропорциональна просто $I_n \sim J_n^2(N)$, где $N \sim |\mathbf{ka}|$, $\mathbf{a}$ — амплитуда низкочастотного движения быстрой частицы во внешнем поле. Как видно из этой формулы, во всех конусах, кроме основного ($n = 0$), картина излучения не обладает осевой симметрией. Неоднородность в распределении интенсивности излучения на срезе конуса тем больше, чем больше его номер.

Интересно отметить, что в полупроводниках с малой эффективной массой m^* свободных электронов влияние внешнего лазерного поля с частотой $\omega < \omega_p$ (ω_p — плазменная частота) сильно возрастает. Параметр N может увеличиться из-за этого на два порядка, поэтому для наблюдения тех же вынужденных эффектов достаточно будет в 10^4 раз меньших интенсивностей лазерного излучения (мы не касаемся здесь вопросов о пробое и поглощении в полупроводниках, которые, разумеется, остаются открытыми).

4. ВЛИЯНИЕ ЛАЗЕРНОГО ПОЛЯ НА РАССЕЯНИЕ ЖЕСТКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ЭЛЕКТРОНАМИ

Комптон-эффект, протекающий во внешнем лазерном поле, очень удобен для иллюстрации всех особенностей обсуждаемых нами вынужденных процессов. Рассмотрим рассеяние высокочастотного кванта ($\mathbf{k}_1$, Ω_1) на электроне, помещенном в переменное поле частоты ω. Из общих соображений ясно, что, как и в случае излучения, параметр N, который характеризует вклад сателлитов в комптоновский спектр, не должен содержать постоянную Планка $\hbar$. Следовательно, даже при $N \leqslant 1$ эффект появления сателлитов — чисто классический.

Ввиду этого поставленная задача может быть решена как задача об излучении электрона, находящегося в поле двух электромагнитных волн различной интенсивности. При классическом решении пренебрегается комптоновской отдачей, что справедливо в области частот $\hbar\Omega \ll mc^2$. Это позволяет считать $\Omega_1 = \Omega_2 \equiv \Omega$. Кроме того, взаимодействие электрона с лазерным полем учитывается в дипольном приближении.

Решение уравнения движения

$$m\ddot{\mathbf{r}} = e\mathbf{E}_0 \sin \omega t + e\mathbf{E}_1 \exp(i\mathbf{k}_1\mathbf{r} - i\Omega t)$$

в первом порядке по E_1 ($E_1 \ll E_0$, $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{r}_1$, $r_1 \ll r_0$) дает

$$m\ddot{\mathbf{r}}_1 \approx e\mathbf{E}_1 \exp(i\mathbf{k}_1\mathbf{r}_1 - i\Omega t - i\rho \sin \omega t), \quad \rho = \frac{e\mathbf{E}_0\mathbf{k}_1}{m\omega^2}. \tag{18}$$

Интегрирование этого уравнения проводится после разложения последней экспоненты в ряд по функциям Бесселя $I_n(\rho)$. Множители $[1 + n(\omega/\Omega)]$, возникающие в соответствующих членах разложения, достаточно считать равными единице, поскольку существенны только $|n| \leqslant N$, а даже $N\frac{\omega}{\Omega} \sim \tilde{v}/c \ll 1$. В этом смысле можно говорить, что последняя экспонента в (18) меняется медленно по сравнению с другими, так что получаем

$$\dot{\mathbf{r}}_1 \approx \frac{ie\mathbf{E}_1}{m\Omega} \exp(i\mathbf{k}_1\mathbf{r}_1 - i\Omega t - i\rho \sin \omega t). \tag{19}$$

Отсюда следует выражение для векторного потенциала поля высокочастотного излучения электрона

$$\mathbf{A}_2 = \frac{e}{cR_0}\dot{\mathbf{r}}_1\Big|_{t-\frac{R_0}{c}+\frac{\mathbf{r}\mathbf{n}_2}{c}} \approx \sum_{n=-\infty}^{\infty} \mathbf{A}_2(n)\, J_n(N),$$
$$N = \frac{|e\mathbf{E}_0(\mathbf{k}_1-\mathbf{k}_2)|}{m\omega^2}; \tag{20}$$

здесь R_0 — радиус-вектор, проведенный от электрона в точку наблюдения поля, скорость $\dot{\mathbf{r}}$ подставляется с учетом запаздывания, $\mathbf{n}_2 = c\mathbf{k}_2/\Omega$, а величина $\mathbf{A}_2(n)$ отличается от соответствующего значения в отсутствие низкочастотного поля заменой $\Omega \to \Omega + n\omega$.

Вычисляя обычным образом [17] поток энергии излучения каждого из сателлитов в (20), мы находим парциальные сечения рассеяния с излучением частоты $\Omega + n\omega$:

$$\frac{d\sigma_n}{dO_2} = \frac{d\sigma_{\text{томс}}}{dO_2} J_n^2(N). \tag{21}$$

Так как для наблюдения сателлитов в нерелятивистских полях требуется условие $\Omega \gg \omega$, то первая стадия может рассматриваться как «встряска» по отношению ко взаимодействию электрона с низкочастотным полем. Для получения требуемого ответа в этом случае в задаче, рассмотренной в пункте 2а), следует провести замену обозначений $\delta\mathbf{p} \to \hbar(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)$, отражающую сохранение импульса в процессе рассеяния.

Заметим, что комптоновский сдвиг частоты $\delta\Omega = \Omega_1 - \Omega_2$, получающийся только в квантовомеханическом подходе, сравним с расстоянием между сателлитами уже при энергиях $\hbar\Omega \sim \sqrt{\hbar\omega mc^2}$. Поэтому при высоких частотах Ω и при исследовании сателлитов с большими номерами n требуется квантовое рассмотрение. Оно, естественно, не меняет сущности эффекта и в области пика (23) приводит лишь к общему сдвигу всех частот на величину $\delta\Omega$.

Наиболее просто результаты квантовомеханического расчета записываются в первом порядке по $\hbar\Omega/mc^2$. Частота рассеянного кванта $\Omega_2(n)$ находится из законов сохранения 4-импульса

$$p_1 + k_1 = p_2 + k_2 + nk_0, \qquad n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

Соответствующее сечение рассеяния

$$\frac{d\sigma_n}{dO_2} = \frac{d\sigma_{\text{томс}}}{dO_2}\left[\frac{\Omega_2(n)}{\Omega_1}\right]^2 J_n^2(N) \tag{22}$$

в области пика отличается от (21) заменой томсоновского сечения клейн-нишиновским, в котором сохранены члены первой степени $\hbar\Omega/mc^2$. Выражение для параметра N в линейно-поляризованном поле то же, что и в (20), а в поле круговой поляризации

$$N = \frac{|e|}{m\omega}\sqrt{[\mathbf{a}_1(\mathbf{k}_1-\mathbf{k}_2)]^2 + [\mathbf{a}_2(\mathbf{k}_1-\mathbf{k}_2)]^2};$$

здесь $\mathbf{a}_{1,2}$ — амплитуды вектор-потенциала двух линейно-поляризованных волн.

Эффект появления сателлитов в спектре рассеянной высокочастотной волны характеризуется величиной единственного параметра N и играет заметную роль лишь при условии $N \gtrsim 1$. Если даже не различать парциальные сечения для разных n, при условии $N \gg 1$ нетрудно измерить эффективное «уширение» спектра рассеянных частот. Характерная его полуширина

$$\Delta\widetilde{\Omega} \sim N\omega = \frac{|e\mathbf{E}_0(\mathbf{k}_1-\mathbf{k}_2)|}{m\omega}. \tag{23}$$

Это напоминает уширение комптоновской линии при рассеянии на связанном электроне

$$\Delta\Omega_{\text{св}} \sim \alpha Z\Omega \sin\frac{\theta}{2},$$

но имеет другую природу (α — постоянная тонкой структуры, Z — эффективный заряд, θ — угол рассеяния фотона). Отметим, что $\Delta\widetilde{\Omega}$ может сравняться с $\Delta\Omega_{\text{св}}$ и в относительно слабых полях, при $E_0 \ll E_{\text{ат}}$, если только $\omega \ll \Omega_{\text{ат}}$ (например, $\Delta\widetilde{\Omega} \sim \Delta\Omega_{\text{св}}$ в поле $E_0/E_{\text{ат}} \sim \omega/\Omega_{\text{ат}}$), $E_{\text{ат}}$ — характерное атомное поле.

Интересно сопоставить рассмотренные эффекты с аналогичным рассеянием на электронах проводимости в полупроводниках. Параметр N меняется здесь, в основном, в двух отношениях. Так как нужны частоты Ω, превышающие, как правило, плазменную, в отношении к высокочастотному полю электроны ведут себя практически как свободные. Если при этом $\omega < \omega_p$, то, во-первых, эффективная масса электронов m^*, движущихся в низкочастотном поле, значительно уменьшится, а, следовательно, возрастет величина параметта N. Во-вторых, в выражении для N должен проявиться анизотропный характер эффективной массы. Как уже отмечалось, при условии $m^* \sim m/100$ для наблюдения тех же эффектов достаточны лазерные поля с в 10^4 раз меньшей интенсивностью.

5. ФОТОЭФФЕКТ И β-РАСПАД ВО ВНЕШНЕМ ЛАЗЕРНОМ ПОЛЕ

Задача о фотоэффекте, происходящем во внешнем лазерном поле, сводится к рассмотренной уже задаче о попадании электрона в переменное поле (см. пункт 2б)), если выполнено условие $\Omega \gg \omega^2/\Omega_{\text{ат}}$. Так, в лазерном поле вида ($\Gamma \to +0$)

$$\mathbf{A} = e^{-\Gamma t}(\mathbf{a}_1\cos\omega t + \mathbf{a}_2\sin\omega t), \quad a_1^2 = a_2^2 = a_0^2, \quad \mathbf{a}_1\mathbf{a}_2 = 0,$$

пренебрегая взаимодействием фотоэлектрона с атомным остатком и полагая, для простоты, $p \gg \left(\frac{e}{c}\right)A$, получаем следующее выражение для парциальных сечений фотоэффекта:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_n}{dO_e} &= \frac{d\sigma^0(\mathbf{p}_n)}{dO_e} J_n^2(N), \\ N &= \frac{|e|}{mc\hbar\omega}\sqrt{(\mathbf{a}_1\mathbf{p}_n)^2 + (\mathbf{a}_2\mathbf{p}_n)^2}. \end{aligned} \tag{24}$$

$d\sigma^0/dO_e$ — сечение фотоэффекта в отсутствие поля $\mathbf{A}$, для которого в формуле (24) подставлено значение

$$\frac{p_n^2}{2m} = \hbar\Omega - |E_{\text{св}}| - \frac{e^2a_0^2}{2mc^2} - n\hbar\omega.$$

Сателлитам в спектре рассеянного излучения в комптон-эффекте соответствует в фотоэффекте сателлиты в спектре энергии фотоэлектронов. При тех же частотах Ω и ω параметр N для фотоэффекта в нерелятивистской области энергий кванта значительно превышает параметр, характерный для рассеяния. В самом деле, $\delta p_{\text{фото}} \sim \sqrt{m\hbar\Omega}$, а $\delta p_{\text{расс}} \sim \hbar\Omega/c$, поэтому

$$\frac{N_{\text{фото}}}{N_{\text{расс}}} \sim \frac{\delta p_{\text{фото}}}{\delta p_{\text{расс}}} \sim \sqrt{\frac{mc^2}{\hbar\Omega}} \gg 1.$$

Все трудности, возникающие при постановке соответствующих экспериментов, связаны с относительно малыми сечениями комптон-эффекта и фотоэффекта. При этом гораздо легче осуществлять их в фотоэффекте, так как методика регистрации и монохроматизации электронов развита особенно хорошо (см., например, работу [18]). Указанные трудности, связанные с малостью сечения, исчезают, однако, в других случаях, например, при β-распаде ядер или свободных нейтронов во внешнем лазерном поле.

Для релятивистского расчета процессов фотоэффекта или β-распада, протекающих в нерелятивистском лазерном поле, конечное состояние электрона следует описывать волновой функцией типа (9). Это приводит, в соответствии с (24), к следующему выражению для парциальных сечений:

$$d\sigma_n = d\sigma^0(p_n)\, J_n^2(N). \tag{25}$$

Отсюда следует, например, что энергетический спектр частиц с импульсами $p \sim mc$ эффективно уширяется на величину $\Delta E \sim eE_0c/\omega$, которая не зависит от массы m и определяется, тем самым, только параметрами лазерного поля. Вследствие такого уширения, например, граничная энергия β-спектра при распаде свободного нейтрона [19] $E_{\max} = 782\,470 \pm \pm 50$ *эв* сдвинется в бóльшую сторону. Так, в поле излучения CO_2-лазера $E_{\max}$ увеличится на ~ 50 *эв* уже при интенсивностях $I \sim 10^6$ *вт/см*^{2}.

Мы благодарим Л. А. Большова, Ю. А. Дрейзина и В. П. Крайнова за интересные обсуждения и полезные замечания, высказанные по поводу нашей работы.

Институт атомной энергии им. И. В. Курчатова

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Ф. В. Бункин, М. В. Федоров, ЖЭТФ **49**, 1215 (1965).
   Ф. В. Бункин, А. Е. Казаков, М. В. Федоров, УФН **107**, 559 (1972).
2. Я. Б. Зельдович, УФН **110**, 139 (1973).
3. В. А. Коварский, Н. Ф. Перельман, ЖЭТФ **60**, 509 (1971).
4. И. В. Лебедев, Опт. и спектр. **32**, 120 (1972).
5. В. В. Мусаханян, А. И. Никишов, ЖЭТФ **66**, 1258 (1974).
6. Д. А. Варшалович, М. И. Дьяконов, ЖЭТФ **60**, 90 (1971).
7. В. Б. Берестецкий, Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, Релятивистская квантовая теория, М., «Наука», 1968.
8. G. J. Pert, J. Phys. **A5**, 506, 1221 (1972).
9. J. F. Seely, E. G. Harris, Phys. Rev. **A7**, 1064 (1973).
10. B. J. Choudhury, Phys. Lett. **A54**, 254 (1975).
11. N. M. Kroll, K. M. Watson, Phys. Rev. **A8**, 804 (1973).
    N. K. Rahman, ibid. **A10**, 440 (1974).
    B. J. Choudhury, ibid. **A11**, 2194 (1975).
12. B. J. Choudhury, B. S. Bhakar, J. Phys. **B7**, 137 (1974).
13. M. Mohan, Phys. Lett. **A50**, 283 (1974).
14. J. I. Gersten, M. H. Mittleman, Phys. Rev. **A12**, 1840 (1975).
15. S. Rand, ibid. **136**, B231 (1964).
16. N. G. van Kampen, Kgl. Danske Videnskab. Selskab, Mat. Fys. Medd. **26**, No. 15 (1951).
    W, C. Henneberger, Phys. Rev. Lett. **21**, 838 (1968).
    Ch. K. Choi, Sh. N. Mian, W. C. Henneberger, R. A. Shatas, Phys. Rev., **A12**, 2635 (1975).
17. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Теория поля, М., «Наука», 1973.
18. Н. А. Красильникова, В. Г. Левин, Н. М. Персианцева, ЖЭТФ **69**, 1562 (1975).
19. Б. Г. Ерозолимский, УФН **116**, 145 (1975).
20. В. Л. Гинзбург, В. Я. Эйдман, ЖЭТФ **36**, 1823 (1959).
    В. Л. Гинзбург, Теоретическая физика и астрофизика, М., «Наука», 1975.