1977 г. Январь Том 121, вып. 1
УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

535.1

ЛУЧ СВЕТА
(К теории светового поля)

Г. В. Розенберг

СОДЕРЖАНИЕ

Что такое луч света и каков предмет лучевой оптики? Что значит «измерение света»? Откуда берутся понятия и законы фотометрии? Чем оперирует поляриметрия? Каково электродинамическое содержание и каковы границы применимости лучевых и фотополяриметрических представлений?

Эти исконные для оптики вопросы, мучившие еще ее создателей и находившие подчас ответы, отнюдь не приближавшие к истине, получили совершенно новое освещение с позиций современной статистической оптики. Изложение и обсуждение соответствующей, уже достаточно сформировавшейся и апробированной концепции составляет предмет предлагаемого обзора, в основу которого положена публикация [1], однако существенно пересмотренная и пополненная. В то же время он является в известном смысле продолжением обзора [2] и, так же как последний, содержит немалую долю неопубликованных ранее результатов автора, отмеченных отсутствием литературных ссылок. Что касается последних, то они не претендуют на полноту и имеют своей целью лишь ориентировать читателя в случае его дальнейшего интереса к предмету.

1. ПРЕДМЕТ ЛУЧЕВОЙ ОПТИКИ

а) Фотометрия, лучевая оптика и фурье-трансформанты поля излучения

Система понятий, величин и соотношений, которая служит в оптике для описания энергетики светового поля (яркость, освещенность, сферическая освещенность, параметры Стокса и т. п.) и которая может быть объединена совокупностью терминов «фотометрия», «поляриметрия» и «лучевая оптика», хотя и родственна используемой для тех же целей в электродинамике (плотность энергии, вектор Пойнтинга, функции когерентности и т. п.), но в то же время глубоко отличается от нее. Это различие, вскрытие которого равноценно выяснению места фотометрии в системе электродинамики, имеет весьма серьезные основания, коренящиеся, как оказалось, в путях реализации измерительного процесса. Чтобы прояснить это обстоятельство, обратимся сначала к некоторым общим соображениям.

Фотометрией в широком смысле этого слова принято называть отдел оптики, посвященный энергетике излучения [3]. Интуитивные в своей основе фотометрические представления имеют сугубо эмпирическое происхождение. Возникнув в эпоху раннего Ренессанса (см., например, Данте [4]), они сложились к середине XVIII века в стройную систему взглядов, обессмертивших имена Бугера [5] и Ламберта [6]. С тех пор эти представления сохранились в почти неизменном виде до наших дней и вошли во все учебники физики как самостоятельная ветвь оптики, никак не связанная с ее основным содержанием и потому имеющая лишь прикладное значение.

Ярким примером тому может служить теория переноса излучения [7–14], являющаяся прямым развитием фотометрических идей и давно превратившаяся в самостоятельный хорошо развитый раздел математической и прикладной (но отнюдь не теоретической!) физики, совершенно независимый от теории излучения и существовавший до самого последнего времени без всякого электродинамического обоснования.

Неизбежно возникают вопросы: в чем причина обособленности этого раздела оптики? Каким образом формирующие его достаточно примитивные представления устояли под напором современной науки? Почему они не были сметены ни вековым развитием классической электродинамики, ни такими «взрывами», как появление квантовой электродинамики и статистической оптики? Следует помнить, что речь идет не о каких-то частностях, а о фундаментальных «истинах», обязательных для каждого школьника.

Источником такой изолированности и ограниченности фотометрии послужила именно бесплодность всех достаточно многочисленных попыток ввести ее в рамки электромагнитной теории света. Исключение составлял тривиальный случай плоской монохроматической волны, для которой оказалось возможным сопоставить создаваемую ею освещенность с вектором Пойнтинга, откуда тотчас вытекала квадратичность фотометрических величин относительно напряженности электрического поля световой волны. Более общий случай произвольного поля излучения длительное время вообще не поддавался фотометрической трактовке.

Здесь важно заметить, что в действительности, как мы увидим, фотометрические (и поляриметрические) понятия относятся отнюдь не к плоской монохроматической волне, а к световому лучу, представляющему собой стохастическую смесь некогерентных между собой волновых пакетов или *цугов* (по английской терминологии — wavelets), и исключительно к нему. Без дальнейшего эти понятия заведомо не могут быть распространены на поле произвольной структуры. Это явствует, скажем, из того, что понятия яркости и поляризации лишаются всякого физического содержания, когда речь идет о суперпозиции хотя бы частично когерентных световых пучков различных направлений, например в случае стоячих волн в тонкослойных системах [14, 15], или светового поля внутри малых рассеивающих частиц [16, 17].

В действительности обобщение фотометрии на световое поле сложной структуры оказывается возможным только в рамках его трактовки, как совокупности некогерентных между собой световых лучей. Понимание этого обстоятельства, хотя порой и не явное, стало краеугольным камнем развития фотометрической теории светового поля. Эта теория составляет основное достижение фотометрии XX века, включая сюда как ранние ее формы (см., например, [18]), так и общую теорию переноса излучения во всех ее модификациях [7–14, 21] и особенно ее электродинамическое обоснование (см., например, [2, 22–36]).

То же обстоятельство обусловило феноменологический характер этой теории, ибо выявление ее связи с электродинамикой оставалось недоступным без углубленного анализа понятия когерентности, т. е. до недавнего развития статистической оптики [37–42]. Отсюда и явное предпочтение, которое неизменно и ныне отдает большинство физиков неопределенному термину «интенсивность» света перед стандартизованными фотометрическими величинами — (см., например, [8, 9, 17, 18, 38–45]). По той же причине при анализе поляризационных явлений обычно предпочитают (см., например, [46, 47]) обращаться к обсуждению поведения векторов поля, вместо использования имеющих фотометрическую природу параметров Стокса. Между тем без специального анализа проблем когерентности такая трактовка нередко оказывается некорректной и, во всяком случае, неадекватной сущности явления, ибо само понятие поляризации света неразрывно связано с представлением о луче и носит существенно фотометрический характер (см. ниже).

Следует обратить также внимание на то, что фотометрия возникла и до последнего времени развивалась параллельно с геометрической оптикой, но независимо от нее. Суть в том, что эти науки имеют дело с двумя существенно различными аспектами *одного и того же*, а именно представления о световом луче как о потоке фотонов. Если геометрическая оптика занимается влиянием среды на траекторию фотонной струи, то предметом фотометрии служит динамика фотонов и, следовательно, вся совокупность относящихся сюда законов сохранения. С одной стороны, это требует расширения рамок фотометрии путем включения в нее поляриметрии, с другой стороны, возникает потребность рассматривать лучевую оптику как синтез геометрической оптики и фотометрии в ее расширенном понимании [2, 12, 21–23, 48–56].

Наиболее наглядно единство фотополяриметрического и геометрического аспектов выступает, если обратиться непосредственно к уравнениям Максвелла и воспользоваться так называемым приближением геометрической оптики в его векторной форме. Как известно, этот путь наилучшим образом приводит к представлению о монохроматической плоской электромагнитной волне и ее трансформации в квазинеоднородной среде, что, собственно, и служит обычно основой для введения понятий, относящихся к световому цугу и переносимых затем с необходимыми коррективами на световой луч. Уравнение эйконала появляется при этом как условие разрешимости системы линейных векторных уравнений нулевого приближения, а сами эти уравнения, в совокупности с условием разрешимости уравнений первого приближения, описывают поведение векторов поля [55, 56].

Отсюда вытекает вывод фундаментального характера. Поскольку прообразом светового цуга оказывается плоская электромагнитная волна и именно ее характеристики служат основой для введения фотометрических и поляриметрических понятий, постольку эти понятия тем самым лишены содержания в пространственно-временнóм представлении, а относятся к отдельным компонентам фурье-трансформанты поля излучения, т. е. определяются в его импульсно-частотном представлении. Последнее является прямым следствием трактовки светового луча как потока фотонов и;

с другой стороны, известной невозможности определить волновую функцию фотона в координатно-временном представлении [57].

Как мы увидим, именно это обстоятельство, если к нему добавить временную, пространственную, частотную и угловую фильтрацию фурье-компонент поля излучения, неизбежно осуществляемую оптическими измерительными устройствами, и обусловливает упомянутое выше различие между способами энергетического описания поля излучения, принятыми в оптике и электродинамике. Иными словами, оказывается, что пространственно-временное представление, столь удобное, например, в радиофизике, органически чуждо оптическому образу мышления.

В этом заложена, в частности, внутренняя противоречивость предложенного Солейлем [48], использованного, например, в [44] и детально разработанного позднее Федоровым [21, 53, 54] ковариантного описания светового поля при помощи определенного в трехмерном координатном пространстве тензора $E_i E_k^*$ $(i,\ k = x,\ y,\ z)$, если его прилагать к плоской волне или цугу (как это делается в [21, 44, 53, 54] в отличие от [48], где такое описание последовательно прилагается к полю излучения произвольной структуры).

В случае цуга логически последовательным представляется использование системы координат, a priori учитывающей поперечность поля излучения и жестко связанной с направлением распространения света. Это с необходимостью приводит к квантовомеханической матрице плотности $J_{ik} = (cn/4\pi)\, E_i E_k$ $(i,\ k = 1,\ 2)$, где величины E_i заданы в плоскости, ортогональной направлению луча, или образуемому из ее компонент четырехмерному вектор-параметру Стокса $S_i = (cn/4\pi)\, \mathbf{E} \sigma^i\, \mathbf{E}^*$ $(i = 1,\ 2,\ 3,\ 4$; σ^i — i-я матрица Паули; см. ниже), поскольку последние в явном виде определены именно в частотно-импульсном представлении (см., например, [2, 22, 37, 57–59]). Подробнее этот вопрос обсуждается в п. в) и д) гл. 2.

С другой стороны, описание цуга при помощи совокупности параметров S_i (или J_{ik}), являющихся функциями частоты и направления $\mathbf{l}$ распространения цуга, т. е. заданных в точке (точнее, как увидим, в некоторой малой окрестности точки) частотно-импульсного пространства, позволяет сформулировать *предмет* лучевой оптики как *исследование операторов трансформации* характеризующих луч *параметров* S_i (или J_{ik}) при перемещении или отображении соответствующей этому лучу точки $(\omega,\ \mathbf{l})$ в результате воздействия вещества на световой луч (см., впрочем, раздел в) гл. 1).

Такая постановка вопроса, впервые отчетливо сформулированная в работах [2, 22, 23], сразу же ведет к образованию специфических концепций и понятий алгебраической оптики, имеющих в конечном счете также фотометрическую природу и занимающих важное место в круге представлений и интересов современной лучевой оптики [2, 12, 13, 22, 23, 40, 48–52, 56, 60] и др.; см. подробнее гл. 3.

При этом обнажается еще одно важное обстоятельство. Описываемый подход позволяет отчетливо отделить характеристики поля излучения (до и после воздействия на него вещества) от характеристик самого вещества, оптические свойства которого исчерпывающе описываются оператором его воздействия на луч, независимым от состояния последнего [2, 22, 48].

Примером такого операторного описания могут служить коэффициенты Френеля, образующие в совокупности операторы отражения и преломления света границей раздела, тогда как примером альтернативного традиционного описания является совокупность вытекающих из них формул, характеризующих *результат* воздействия этих операторов, т. е., скажем, состояние поляризации отраженного или преломленного света при том или ином состоянии облучающего поверхность цуга [16, 46, 47, 61]. Другими примерами могут быть матрицы рассеяния света малыми частицами [2, 17, 18, 22, 23, 48, 49] или дисперсионные матрицы [2, 12, 62–64] (см. также ниже), также характеризующие свойства самого вещества, а не трансформированного им светового поля, как, скажем, степень поляризации или степень когерентности рассеянного излучения; см., например, [44, 47].

Введение оператора воздействия вещества на световой луч тотчас проясняет и постановку так называемых обратных задач, направленных на оптическое исследование свойств вещества [65, 66]. Их предметом становится интерпретация экспериментально определяемого оператора воздействия вещества на световой луч.

Итак, приближение геометрической оптики приводит, с одной стороны, к законам трансформации под воздействием вещества (при явлениях рефракции, отражения, преломления, рассеяния и т. п.) положения изображающей плоскую монохроматическую волну точки в частотно-импульсном пространстве и, одновременно, к законам трансформации векторов напряженностей электрического и магнитного полей этой волны, сопутствующих перемещению отображающей ее точки. Следующий шаг должен состоять в переходе к световому цугу (т. е. к некоторой конечной окрестности точки в частотно-импульсном пространстве) и описывающим его фотометрическим параметрам.

б) Фотометрия и наблюдаемость

Но тут же возникает ряд проблем. Во-первых, как перейти от соотношений, связывающих векторы поля плоской волны, к фотометрическим параметрам и законам их трансформации для светового цуга? Во-вторых, каков должен быть набор этих параметров для исчерпывающего описания светового цуга? В-третьих, как ввести фотометрические понятия в случае произвольной пространственно-временной структуры поля излучения, когда его следует рассматривать как суперпозицию, вообще говоря, частично когерентных плоских волн всевозможных направлений и частот? В-четвертых, как обобщить эти понятия и величины на световой луч? Наконец, каковы условия и границы применимости этих, в сущности, чуждых духу электродинамики понятий?

Для ответа на эти вопросы следует возвратиться к эмпирическому происхождению фотометрии и обратить внимание на то, что она имеет дело исключительно с *наблюдаемыми* величинами. Иными словами, истоки фотометрии не могут быть вскрыты рассмотрением только самого электромагнитного поля, в чем легко убедиться, скажем, из [37–42] или [53, 54], а также из трактовки фотометрических проблем в [25, 33, 36] и особенно в [67, 68]. Природа фотометрических величин и понятий принципиально неотделима от специфики процесса оптических измерений [2, 22, 23, 52] и порождается *квадратичностью* приемников излучения, *конечностью их размеров и конечностью их постоянной времени* [30], а также создаваемой приемником *фильтрацией* фурье-компонент поля излучения (см. ниже).

В позиций квантовой электродинамики это означает, что вся система фотометрических представлений и величин порождается оператором воздействия поля излучения на измерительное устройство (см., например, [57]). Более того, неразрывная связь фотометрии с представлением о световом луче и трактовка последнего как струи фотонов является прямым следствием свойств этого оператора [30].

На первый взгляд конечность размеров и постоянной времени измерительного прибора, влекущая за собой осреднение значений измеряемой величины и в пространстве (в масштабах, существенно превышающих длину волны) и во времени (длительность которого значительно больше периода световых колебаний), а также связанное с этим обрезание высокочастотной части и временнóго и пространственного спектров изменчивости поля излучения, обусловливается исключительно техническими причинами. В действительности, однако, она диктуется принципиальными соображениями. Чтобы уяснить важность такой операции пространственно-временного размазывания, достаточно вспомнить о вытекающей из соотношения неопределенностей невозможности построения мгновенного оператора плотности потока фотонов в точке (см., например, [57, 69]). Такая возможность появляется только при достаточном осреднении в пространстве и времени или, что то же, по некоторой окрестности в пространстве частот и волновых векторов, т. е., другими словами, только для светового цуга или луча.

Это принципиальное для описания светового поля обстоятельство впервые было указано Максом Планком [70], подметившим, что при пользовании световыми величинами дифференциал времени должен быть много больше периода колебаний, а дифференциал протяженности должен намного превышать длину световой волны.

Таким образом, описание светового поля при помощи векторов напряженностей электрического и магнитного полей излучения как функций времени и координат заведомо неадекватно фотометрической концепции. Последняя требует формулирования всей оптики в терминах наблюдаемых величин, определяемых в частотно-импульсном пространстве применительно к специфике светового луча как совокупности некогерентных между собой цугов, и операторов преобразования этих величин в процессах трансформации луча под воздействием вещества [2, 22, 23, 30]. Целенаправленное или, чаще, неосознанное осуществление такой программы представляет собой значительную часть предмета современной статистической оптики; см., например, [2, 12–14, 17–19, 21–42, 48–56, 65, 71].

Норберт Винер был, по-видимому, первым, кто обратил внимание на возможность представления поляризационных характеристик световой волны в форме наблюдаемых величин. Используя корреляционные функции для различных компонент электрического вектора плоской волны, Винер [52, 59] пришел к спектральной матрице, исчерпывающей совокупность наблюдаемых в этом случае величин, и далее с ее помощью образовал систему четырех параметров, тождественных с введенными Стоксом [72] еще в 1852 г. на радикально отличающейся основе и полузабытыми за отсутствием какой-либо связи с воззрениями того времени.

Те же параметры были впоследствии независимо введены автором [2, 22, 23] и позднее Фано [52] иным путем — непосредственно из анализа действия светового луча на измерительный прибор, оснащенный изменяющимся поляризационным устройством. При этом в основу были положены соображения, идентичные идеям Макса Борна (см., например, [73]) об инвариантности измеряемых параметров при варьировании метода измерений как о критерии объективности результата измерения.

При такой трактовке параметры Стокса, будучи в явной форме соотнесенными (как исчерпывающая совокупность наблюдаемых) не плоской волне и не полю излучения вообще, а конкретно световому лучу, т. е. малой окрестности точки в частотно-импульсном представлении, обрели отчетливо фотометрическое содержание, не только объединив фотометрию с поляриметрией, но и жестко привязав их к лучевым представлениям [2, 22, 23].

Прямым следствием этого оказалась уже упомянутая возможность последовательной алгебраической трактовки процессов воздействия вещества на световой пучок как операции линейного преобразования параметров Стокса, что позволило, в свою очередь, ввести учет трансформации состояния поляризации света под воздействием вещества (в частности, учет закона сохранения момента импульса) в теорию переноса излучения в рассеивающих средах — подробнее см. § 3. Важно еще раз заметить, что последнее оказалось возможным только по той причине, что уравнение переноса принципиально формулируется в рамках фотометрических представлений и существенно опирается на предположение о расщеплении светового поля в рассеивающей среде на некогерентные между собой световые цуги — см. гл. 2.

в) Когерентность и световой цуг

Переход к наблюдаемым величинам неизбежно выдвинул на первый план проблему когерентности. В общих чертах связь между когерентностью и наблюдаемостью была ясна еще Майкельсону [74]. Количественное же исследование этой связи стало в последние годы предметом пристального внимания статистической оптики; см., например, [37-42, 75-77].

Однако обычная трактовка этого вопроса несколько односторонняя — внимание концентрируется на исследовании статистических свойств самого поля излучения. При этом явления когерентности выступают как проявление корреляции между флуктуациями поля в разных пространственно-временных точках, а понятие когерентности непосредственно связывается с мерой согласованности фаз компонент фурье-разложения пространственно-временной изменчивости поля излучения по плоским монохроматическим волнам; см. например, [75].

Но имеется другой, не менее важный аспект, остававшийся до сих пор в тени. Суть в том, что само понятие когерентности порождается квадратичностью приемников света и конечностью как их размеров, так и постоянной времени. Без обращения к процессу измерения, т. е. без перехода к наблюдаемым величинам, в понятии когерентности не возникает никакой надобности. Такой фотометрический характер понятия когерентности подчеркивается и тем, что ее мера — степень когерентности — вводится через те же корреляционные функции [37-42], что и фотометрические величины [30] — см. ниже.

Поскольку в дальнейшем речь будет идти о расщеплении поля излучения на совокупность некогерентных, т. е. статистически независимых между собой цугов, необходимо также иметь в виде следующие соображения.

Представление о цуге, будучи модификацией понятия о плоской волне, может относиться только к излучению, распространяющемуся в квазиоднородной среде,— в существенно неоднородных средах это представление теряет смысл. С этим ограничением цуг можно рассматривать как образование, компоненты фурье-разложения которого плотно заполняют узкий спектральный интервал частот $\omega = \overline{\omega} - \Omega$ ($\overline{\omega}$ — средняя частота излучения; $|\Omega| \leqslant \Omega_0 \ll \overline{\omega}$), неразрывно связанных с ними волновых чисел $k = (\omega/c)\, m$ (c — скорость света, $m = n - i\varkappa$ — комплексный показатель преломления среды) и, вообще говоря, комплексных волновых нормалей $\vec{\mathfrak{l}} = \boldsymbol{l} + \boldsymbol{\rho}$ ($\boldsymbol{l}$ — волновая нормаль в направлении оси пучка, $\boldsymbol{l}^2 \approx \vec{\mathfrak{l}}^2 = 1$, $\boldsymbol{l\rho} = 0$, $|\boldsymbol{\rho}|/|\boldsymbol{l}\,\boldsymbol{l}| = |\boldsymbol{\rho}| \leqslant \rho_0 \ll 1$) с плавно меняющейся спектральной плотностью $\mathbf{E}_0\mathcal{G}(\Omega, \boldsymbol{\rho})$, обращающейся в нуль за пределами интервала $|\Omega| \leqslant \Omega_0$, $|\boldsymbol{\rho}| \leqslant \rho_0$. Иными словами, напряженности электрического и магнитного полей в световом пучке, рассматриваемые как функции координат и времени t, с учетом связи E и H для плоской волны [16, 55, 56, 75, 135] записываются в виде

$$\mathscr{E}(t, \mathbf{r}) = \overline{\mathbf{E}}_0 \exp\left[i\overline{\omega}\left(t - m\frac{\mathbf{l}\mathbf{r}}{c}\right)\right] g(t, \mathbf{r}),$$
$$\mathscr{H}(t, \mathbf{r}) = m[\mathbf{l}\mathbf{E}_0] \exp\left[i\overline{\omega}\left(t - m\frac{\mathbf{l}\mathbf{r}}{c}\right)\right] g(t, \mathbf{r}), \tag{1}$$

где $\mathbf{E}_0$ — комплексный, вообще говоря, фазор и функция

$$g(t, \mathbf{r}) = \int_{-\Omega_0}^{+\Omega_0} \int_{|\rho|=\rho} \mathscr{G}(\Omega, \boldsymbol{\rho}) \exp\left[i\Omega\left(t - m\frac{\mathbf{l}\mathbf{r}}{c}\right) - i\frac{\omega}{c} m\boldsymbol{\rho}\mathbf{r}\right] d\Omega\, d\boldsymbol{\rho}, \tag{2}$$

описывающая пространственно-временну́ю структуру пучка, сравнительно слабо зависит от t и $\mathbf{r}$.

В грубых чертах статистическая структура подобного образования характеризуется временем когерентности T и площадью когерентности s, которые оцениваются как

$$T \approx \frac{1}{2\Omega_0}, \quad s \approx \frac{4\pi^2}{(k\rho_0)^2} = \frac{\lambda^2}{\vartheta^2}, \tag{3}$$

где $\lambda = \lambda_0/n$ — длина волны в среде и $\vartheta \approx \rho_0$ — угол раствора светового пучка [41, 75].

Здесь уместно напомнить, что, как показал впервые Габор (см., например, [37, 39]), уравнения Максвелла оперируют не с действительными векторами напряженности поля, а с их комплексно-ассоциированными величинами, у которых компоненты фурье-образа существуют только при $\omega \geqslant 0$ и имеют вид (1), где $g(t, r) \equiv 1$. При этом, как выяснено в [16], комплексность векторного фазора $\mathbf{E}_0 = E_0(\mathbf{f} + i\mathbf{g})$, где действительные векторы $\mathbf{f}$ и $\mathbf{g}$ связаны соотношениями $\mathbf{fg} = 0$, $\mathbf{f}^2 + \mathbf{g}^2 = 1$, означает, что вектор $\mathbf{E}_0$ описывает эллипс с полуосями $E_0\mathbf{f}$ и $E_0\mathbf{g}$, комплексность же волновой нормали $\vec{\mathfrak{l}}$ соответствует неоднородности плоской волны.

Разложение монохроматического поля в пространственный спектр совместимо с уравнениями Максвелла лишь в том случае, если оно ограничивается плоскими волнами только данной частоты (или, что то же, с данным волновым числом, удовлетворяющим дисперсионному соотношению). Поэтому, вообще говоря, такое разложение возможно только при условии привлечения всего спектра неоднородных плоских волн с одинаковым волновым числом $k = m\omega/c$ [78] (разложение Вейля). Это означает [16], что совокупность волновых нормалей, вообще говоря, охватывает всю область комплексных векторов, удовлетворяющих условию унитарности по квадрату ($\vec{\mathfrak{l}}^2 = 1$), которое может быть переписано в виде

$$\mathbf{a}^2 - \mathbf{b}^2 = 1, \quad \mathbf{ab} = 0, \quad \mathbf{a} = \operatorname{Re}\vec{\mathfrak{l}}, \quad \mathbf{b} = \operatorname{Im}\vec{\mathfrak{l}}. \tag{4}$$

Можно, однако, убедиться, что представление о световом луче существенно предполагает отсутствие среди фурье-компонент функций $\mathscr{E}(t, r)$ и $\mathscr{H}(t, r)$ плоских волн с сильно выраженной неоднородностью. Точнее, для существования светового луча недостаточно квазиоднородности среды. Необходимо также, чтобы затухание каждой из образующих его фурье-компонент электромагнитного поля оставалось бы неощутимым по крайней мере в пределах площади когерентности в течение времени когерентности T, что можно рассматривать как уточнение понятия пространственно-временной квазистационарности поля (см., например, [79]).

В случае неоднородной плоской монохроматической волны частоты ω, распространяющейся в направлении $\vec{\mathfrak{l}}$, плотность потока мощности излучения, т. е. действительная часть комплексного вектора Пойнтинга

$$\mathbf{L} = \mathrm{Re}\,\frac{c}{4\pi}\,[\mathbf{EH}^*], \tag{5}$$

имеет вид [16, 53, 56]

$$\mathbf{L} = \frac{c}{4\pi}\,e^{-2k_0\mathbf{Kr}}\,\{(\mathbf{EE}^*)\,\mathbf{N} + i\,[\mathbf{K}\,[\mathbf{EE}^*]]\}, \tag{6}$$

где волновая нормаль

$$\mathbf{N} = \mathrm{Re}\,\frac{\mathbf{k}}{k_0} = n\mathbf{a} + \varkappa\mathbf{b}, \tag{7}$$

вектор затухания

$$\mathbf{K} = -\,\mathrm{Im}\,\frac{\mathbf{k}}{k_0} = \varkappa\mathbf{a} - n\mathbf{b} \tag{8}$$

и $\mathbf{k} = k\vec{\mathfrak{l}} = k_0 m\vec{\mathfrak{l}}$ — волновой вектор.

Соответственно, из оценки затухания вдоль оси цуга (1) и поперек нее требование квазиоднородности всех фурье-компонент цуга может быть записано в виде [56]

$$\left.\begin{array}{l} 2\varkappa\omega T \ll 1 \left(\text{или } \varkappa \ll \dfrac{\Omega_0}{\omega}\right), \quad |\mathbf{j}| \ll \dfrac{1}{4\pi k_0 \sqrt{s}} \approx \dfrac{\rho_0}{4\pi} \ll 1, \\ |\mathbf{l}| \approx 1 + \dfrac{|\mathbf{j}|^2}{2}, \quad \rho \approx \rho^*, \quad \mathfrak{l} = \mathbf{l} + i\mathbf{j}, \quad \mathbf{lj} = 0, \\ \overline{\mathbf{N}} \approx n\mathbf{l}, \quad \mathbf{K} \approx \varkappa\mathbf{l} - n\mathbf{j}. \end{array}\right\} \tag{9}$$

Иными словами, о цуге (т. е. и о луче) можно говорить только в достаточно слабо поглощающих средах, причем ограничения, налагаемые на допустимую неоднородность фурье-компонент поля, тем жестче, чем меньше угловой раствор цуга, т. е. чем больше его площадь когерентности.

Это требование, на которое до сих пор никто, по-видимому, не обращая должного внимания, налагает важнейшие ограничения на структуру электромагнитных полей, допускающих выделение в них световых цугов, а тем самым и введение фотометрического описания поля. В полях, не отвечающих этому требованию (скажем, при явлениях полного внутреннего отражения в области за отражающей границей раздела или при дифракции внутрь малых тел), результаты энергетических и корреляционных измерений не могут быть выражены в фотометрических терминах. В частности, для них исключается возможность пользования уравнением переноса излучения.

При ограничениях (9), как нетрудно убедиться,

$$[\mathbf{EE}^*] = -2i\,(\mathbf{EE}^*)\,[\mathbf{fg}] \approx i\,(\mathbf{EE}^*)\,q\mathbf{l}, \tag{10}$$

где

$$q = 2\,|\,\mathbf{f}\,|\,|\,\mathbf{g}\,|, \tag{11}$$

и из (6) с учетом (7) и (8) [56, 107]

$$\mathbf{L} = \frac{cn}{4\pi}\,e^{-2k_0\mathbf{Kr}}\,(\mathbf{EE}^*)\,(\mathbf{l} + \mathbf{q}\,[\mathbf{lj}]). \tag{12}$$

Образуем теперь осредненные в пространстве и времени плотности основных динамических величин, характеризующих поле цуга в естественном (вследствие малости Ω и ρ_0) предположении отсутствия частотной и пространственной дисперсии:

1) Средняя плотность электрической энергии излучения

$$W_E = \frac{\mathrm{Re}\,\varepsilon}{8\pi}\,(\vec{\mathscr{E}}\vec{\mathscr{E}}^*) = \frac{\mathrm{Re}\,\varepsilon}{8\pi}\,(\mathbf{E}_0\mathbf{E}_0^*)\,e^{-2k_0\mathbf{Kr}}\mathscr{G}\,(\Omega_0,\,\rho_0). \tag{13}$$

2) Средняя плотность магнитной энергии излучения

$$W_M = \frac{1}{8\pi}(\vec{\mathscr{H}}\vec{\mathscr{H}}^*) = \frac{mm^*}{8\pi}[\mathbf{l}\mathbf{E}_0][\mathbf{l}^*\mathbf{E}_0^*]\,e^{-2k_0\varkappa\mathbf{r}}\mathscr{G}(\Omega_0, \rho_0). \tag{14}$$

3) Средняя плотность потока мощности излучения [16, 56, 107]

$$\mathbf{L} = \operatorname{Re}\frac{c}{4\pi}[\vec{\mathscr{E}}\vec{\mathscr{H}}^*] = \frac{cn}{4\pi}(\mathbf{E}_0\mathbf{E}_0^*)\,e^{-2k_0\varkappa\mathbf{r}}(\mathbf{l} + q[\mathbf{l}\mathbf{j}])\,\mathscr{G}(\Omega_0, \rho_0). \tag{15}$$

4) Средняя плотность импульса излучения по Абрагаму [80–82]

$$\mathbf{p} = \operatorname{Re}\frac{1}{4\pi c}[\vec{\mathscr{E}}\vec{\mathscr{H}}^*] = \frac{n}{4\pi c}(\mathbf{E}_0\mathbf{E}_0^*)\,e^{-2k_0\varkappa\mathbf{r}}(\mathbf{l} + q[\mathbf{l}\mathbf{j}])\,\mathscr{G}(\Omega_0, \rho_0). \tag{16}$$

5) Средняя плотность спинового момента импульса излучения [2, 56, 57, 83] с учетом (10), (11)

$$\mathbf{M} = \frac{ip}{k_0}\frac{[\mathbf{E}\mathbf{E}^*]}{(\mathbf{E}\mathbf{E}^*)} = \frac{in}{4\pi\omega}e^{-2k_0\varkappa\mathbf{r}}[\mathbf{E}_0\mathbf{E}_0^*]\,\mathscr{G}(\Omega_0, \rho_0) \approx \frac{n}{4\pi\omega}e^{-2k_0\varkappa\mathbf{r}}q\mathbf{l}\mathscr{G}(\Omega_0, \rho_0), \tag{17}$$

где согласно (2)

$$\mathscr{G}(\Omega_0, \rho_0) = \langle g(t, \mathbf{r})\, g^*(t, \mathscr{G})\rangle_{T,s} \tag{18}$$

и $\langle\ \rangle_{T,s}$ означает осреднение по времени и площади когерентности.

Заметим также [56], что импульс $\mathbf{p}$ и момент импульса $\mathbf{M}$ переносятся в направлении распространения потока мощности, т. е. в направлении $\mathbf{l} + q[\mathbf{l}\mathbf{j}]$ с групповой скоростью

$$U = \frac{c}{N + \omega(dN/d\omega)} \approx \frac{c}{n + \omega(\partial n/\partial\omega)}, \tag{19}$$

причем направление $\mathbf{p}$ совпадает с направлением переноса мощности $\mathbf{L}$ и отличается, вообще говоря, как от направления волновой нормали $\mathbf{N}$, так и от направления $\mathbf{M}$.

Соотношения (13) — (19) представляют собой совокупность динамических характеристик цуга, как целостного образования, и тем самым составляют энергетическую основу наших представлений о световом луче.

Понятие о цуге является основным в системе лучевой оптики. Чтобы оценить, насколько оно связывает современные представления с воззрениями предыдущих веков и обеспечивает преемственность фотометрических и геометро-оптических концепций, оглянемся бегло на историю возникновения этого понятия.

Античное представление об исходящих из глаз светоносных лучах, порожденное неизбежным для зрительного восприятия светил явлением их лучистости, позволило Евклиду и Птолемею построить действенную теорию отражения и преломления света [84]. Последующее развитие геометрической оптики (например, Альгазеном) обратило ход лучей и наполнило их некоей материальной субстанцией, но не затронуло их внешнего облика, к которому Декарт, Ньютон и Гюйгенс добавили свойство независимости их друг от друга, т. е. некогерентности. Следующий шаг был сделан Леонардом Эйлером [85], превратившим луч в волновой канал. В сущности, это представление и сохранилось, во всяком случае в расчетной оптике, до наших дней, испытав лишь незначительные уточнения.

Главным из них стало представление о движении энергии по волновому каналу, т. е. замена бестелесного луча *световой трубкой*, что уже связывало геометро-оптические построения с фотометрией, правда, пока в духе физики середины прошлого века. В частности, это привело к фотометрической формулировке закона сохранения энергии в виде так называемого инварианта Штраубеля — (см., например, [20, 86]).

Легко видеть, что рассмотренный выше цуг представляет собой не что иное, как волновую модель светового импульса [75, 135], перемещающегося вдоль элементарной световой трубки. Совокупность некогерентных между собой цугов с общим направлением распространения, т. е. совокупность импульсов, перемещающихся вдоль одной и той же световой трубки, образует «*луч света*». Совокупность же лучей близких направлений, т. е. *сноп* лучей или световых трубок — «*световой пучок*».

Однако образ луча, т. е. световой трубки с текущей по ней энергией, жестко связан с пространственно-временны́м представлением, тогда как параметры, характеризующие состояние цуга, определены, как мы видели, в частотно-импульсном представлении. Поэтому возможность совмещения этих образов, т. е. «пересадки» параметров цуга из одного представления в другое, не тривиальна. Она обеспечивается исключительно конечностью области когерентности цуга и ограничивается требованиями соотношения неопределенностей. В рамках этих ограничений параметры цуга (в том числе фотометрические, скажем, параметры Стокса), соотнесенные в частотно-импульсном пространстве уже не точке (ω, **l**), а ее конечной окрестности, могут рассматриваться как параметрические функции координат и времени.

Именно эта двойственность представления о цуге и его параметрах, имеющая очевидные физические основания, создает возможности и отождествления цуга со световой трубкой и включения фотометрии в систему лучевой оптики.

Вместе с тем возникает проблема прослеживания и изучения процессов пространственно-временно́й трансформации цуга, как целого, под воздействием вещества. Иными словами, предмет лучевой оптики можно трактовать как жизнеописание цуга (со всей совокупностью характеризующих его структурных и динамических параметров) в качестве объекта разнородных физических воздействий со стороны среды или погруженных в нее тел (в том числе оптических устройств).

К этому кругу вопросов мы вернемся в гл. 3.

2. ОПТИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ И ФОТОПОЛЯРИМЕТРИЯ СВЕТОВОГО ПОЛЯ

Обратимся теперь к фотометрическому описанию светового поля с произвольной пространственно-временно́й структурой или, что то же, к вопросу об электродинамическом содержании фотометрических понятий и о границах их применимости.

Идея построения последовательной и замкнутой теории светового поля впервые была выдвинута Гершуном [87]. Развитая им концепция, сыгравшая важную роль в светотехнике, строилась феноменологически, вне всякой связи с электродинамикой, как классическая теория векторного поля энергетических параметров излучения. Оказалось, что в качестве последних выступают световые эквиваленты объемной плотности энергии и вектора Пойнтинга, причем был указан способ их конструирования из фотометрических величин.

Радикальный прогресс в этом направлении связан с возникновением статистической оптики [37–42], одним из основных предметов которой является именно теория поля энергетических параметров (корреляционных функций) излучения, причем последние конструируются непосредственно на основе уравнений Максвелла.

Однако такой подход к теории светового поля, как и подход Гершуна, связан, в сущности, с отречением от общепринятой и хорошо оправдавшей себя фотометрической концепции и требует разработки специальных методик для преодоления этого барьера. Нетрудно заметить, что значительная часть усилий, направленных на электродинамическое обоснование уравнения переноса излучения [23-36], имеет своей целью именно разработку процедур, связывающих аппарат корреляционных функций с аппаратом лучевой оптики (прежде всего выбор области осреднения).

Вместе с тем оказывается, что возможен иной, чисто фотометрический подход к построению последовательной общей теории светового поля в рамках статистической электродинамики.

а) Фотометрическая роль приемника света

При всем разнообразии существующих или возможных приемников света их можно разделить на два принципиально различные класса, порождающие, соответственно, различные фотометрические понятия и величины. К одному из них относятся приборы, которые можно назвать *флюксметрами*, т. е. накопители и преобразователи потока той или иной динамической величины (мощности, импульса, момента импульса), приносимой к приемнику электромагнитным излучением. Если речь идет об энергетических флюксметрах, то они в той или иной мере имитируют черное тело, внутри которого происходит превращение энергии захваченного им излучения в другие, непосредственно регистрируемые ее формы — тепловую, электрическую и т. п. Нередко роль такого черного или «серого» тела играет покрытие или объем рабочего тела приемника. Если же речь идет о потоке импульса (скажем, [88]) или момента импульса (например, [89, 90]), то приемным элементом служит поглощающая или зеркальная поверхность крылышка той или иной конструкции.

И в том и в другом случае для флюксметра характерно существование приемного окна или приемной поверхности (которую мы без уменьшения общности будем предполагать плоской) площадью $\Sigma \gg \lambda^2$ с одновременной угловой фильтрацией фурье-компонент поля излучения, воспринимаемых приемником. Измеряемой величиной при этом оказывается поток мощности (импульса, момента импульса) излучения, проникающий сквозь приемное отверстие (или приемную поверхность) и подвергнутый осреднению до площади Σ и по постоянной времени приемника $\tau \gg 1/\omega$ с последующим отнесением к единице поверхности и единице времени.

В случае потока мощности излучения этой величиной оказывается, вообще говоря, отнюдь не вектор Пойнтинга, а *энергетическая освещенность* F приемной поверхности, определяемая соотношением

$$F = \langle \widetilde{\mathbf{L}} \vec{\mathfrak{f}} \rangle_{\Sigma,\tau}, \tag{20}$$

где $\vec{\mathfrak{f}}$ — внутренняя нормаль к приемной поверхности и $\widetilde{\mathbf{L}}$ — вектор Пойнтинга для поля, *фильтрованного* приемником излучения:

$$\widetilde{\mathbf{L}} = \frac{c}{4\pi} e^{-2k_0 \mathbf{K r}} \operatorname{Re} \int\int\int\int f(\mathbf{l}) f(\mathbf{l}') [\mathbf{E}(\omega, \mathbf{l}) \mathbf{H}^*(\omega', \mathbf{l}')] \times \\ \times e^{i(\omega - \omega^*)t} e^{-ik_0(\mathbf{N} - \mathbf{N}^*)\mathbf{r}} \, d\omega \, d\omega' \, dO \, dO', \tag{21}$$

где dO — элемент телесного угла, соответствующий направлению вектора $\mathbf{N}$, и $f(\mathbf{l})$ — фильтрующий множитель, зависящий от конструкции прибора.

Так, если мы имеем два одинаковых источника света, то на полпути между ними, как можно видеть, $\mathbf{L} = 0$. Аналогичная ситуация имеет место внутри непоглощающей толщи облака или в глубине снежного покрова, где яркость светового поля одинакова в любом направлении — см., например, [12, 14, 91–93]. В то же время для прибора с угловым фильтром

$$f(\mathbf{l})=\begin{cases}1 & \text{при} \quad \mathbf{l}\vec{\mathfrak{f}}\geqslant 0,\\ 0 & \text{при} \quad \mathbf{l}\vec{\mathfrak{f}}<0,\end{cases} \tag{22}$$

в упомянутых ситуациях заведомо $\widetilde{\mathbf{L}}\neq 0$. Так, для флюксметра с фильтром (22), ориентированного на один из двух приемников, второй как бы перестает существовать. Точно так же в поле диффузного излучения внутри рассеивающей среды фильтрация типа (22) исключает для вертикально ориентированного приемника воздействие всех, скажем, восходящих или нисходящих фурье-компонент.

Именно это обстоятельство не позволяет в общем случае сопоставлять энергетическую освещенность F плотности потока мощности светового поля. В примере с двумя источниками последняя равна *разности* освещенностей площадки с противоположных сторон, а в условиях диффузного светового поля установление соответствующей связи требует более детального анализа [20].

С подобной ситуацией мы встречаемся во всякого рода калориметрах, термоэлементах, болометрах, приемниках, основанных на использовании термострикционных, пироэлектрических и пиромагнитных явлений, эффектов светового давления и т. п.

В основу действия приемников другого, кардинально отличного класса, а именно *фотоэлектрических* приемников, положен принцип счета (тем или иным способом) электронов, меняющих под действием света свое состояние в результате какого-нибудь из видов фотоэффекта за некоторое время $\tau \gg 1/\omega$ в некотором объеме $v \gg \lambda^3$. К их числу принадлежат все приемники, в которых используется фотоэмиссия, фотопроводимость, фотолюминесценция, фотохимические реакции и т. п.

В отличие от флюксметров, где достаточно ограничиться феноменологическим рассмотрением, понимание свойств фотоэлектрических приемников требует уже детального квантовомеханического анализа фотоэлектрического процесса. Такое рассмотрение, однако, приводит [39, 41, 71] к выводу, что независимо от индивидуальных характеристик процесса вероятность регистрации фотоэлектрического действия излучения в объеме v с координатами $\mathbf{r}$ за время τ равна

$$P(\mathbf{r})\,v\tau = v\tau\int\limits_0^\infty \alpha(\omega)\,\vec{\mathscr{E}}(\omega,\mathbf{r})\,\vec{\mathscr{E}}^*(\omega,\mathbf{r})\,d\omega, \tag{23}$$

где $\vec{\mathscr{E}}(\omega, \mathbf{r})$ — спектральная плотность временного фурье-разложения комплексного вектора напряженности $\vec{\mathscr{E}}(\mathbf{r}, t)$ электрического поля излучения в точке $\mathbf{r}$. При этом существенно предполагается слабая спектральная зависимость в масштабе τ^{-1} как самого поля, так и объемной квантовой эффективности приемника $\alpha(\omega)$, т. е.

$$\frac{1}{\tau}\frac{d\ln\mathscr{E}(\omega,\mathbf{r})}{d\omega}\ll 1, \quad \frac{1}{\tau}\frac{d\ln\alpha(\omega)}{d\omega}\ll 1. \tag{24}$$

А так как для реализации счета фотоэлектронов любой фотоэлектрический приемник должен иметь конечный объем $v \gg \lambda^3$, то объектом измерения становится осредненное по объему v и времени τ

значение $P(\mathbf{r}, t)$

$$\langle P\rangle_{\tau, v}=\frac{1}{v} e^{-2k_0\mathbf{K}\mathbf{r}} \int\limits_v \int\limits_0^\infty \alpha(\omega) \oint\oint f(\mathbf{l})\, f(\mathbf{l}')\, \mathbf{E}(\omega, \mathbf{l})\, \mathbf{E}^*(\omega, \mathbf{l}') \times$$
$$\times \exp\left(-ik_0(\mathbf{N}-\mathbf{N}')\mathbf{r}\right) dO\, dO'\, d\omega\, d\mathbf{r}, \qquad (25)$$

где учтено ранее оговоренное требование неощутимости изменения множителя $\exp(-2k_0\,\mathbf{K}\mathbf{r})$ в пределах измерительного объема v.

б) Расщепление поля излучения приемником и основы фотометрии

Рассмотрим сначала простейший случай облучения флюксметра цугом (1). Приемник производит, как сказано, осреднение величины $\overrightarrow{\tilde{\mathbf{L}}\mathfrak{f}}$ как по площади входного окна, так и во времени за период, равный его постоянной времени $\tau \gg 1/\omega$. Учитывая малость величин Ω_0/ω и ρ_0, практическую неизменность $\exp(-2k_0\mathbf{K}\mathbf{r})$ в пределах входного окна приемника, а также квазиоднородность всех фурье-компонент, согласно (7), (11) и (15), находим

$$F=\frac{cn}{4\pi} e^{-2k_0\mathbf{K}\mathbf{r}} (\mathbf{E}\mathbf{E}_0^*) (\overrightarrow{\mathbf{l}\mathfrak{f}})\, \mathcal{G}(\Omega_0, \rho_0), \qquad (26)$$

где $\mathcal{G}(\Omega, \rho)$ определено (18) с заменой области осреднения T, s на τ, Σ.

Весовой множитель $\mathcal{G}(\Omega_0, \rho_0)$ существенно определяется соотношением между параметрами прибора (τ, Σ) и области когерентности цуга (T, s). Если $1/\omega \ll \tau \geqslant T$ и $\lambda^2 \ll \Sigma \leqslant s$, то на оси пучка $\mathcal{G}(\Omega_0, \rho_0)=1$. Это означает, что пучок воспринимается прибором как единое полностью когерентное образование (т. е. плоская монохроматическая волна) с эффективной амплитудой

$$\mathbf{E}_{\text{эфф}}=E_0 e^{-k_0\mathbf{K}\mathbf{r}} \int\limits_{-\Omega_0}^{+\Omega_0} \int\limits_{|\rho|\leqslant\rho_0} \mathcal{G}(\Omega, \rho)\, d\Omega\, d\rho. \qquad (27)$$

Напротив, если $\tau \gg T$ или $\Sigma \gg s$, то прибор как бы расщепляет цуг на совокупность некогерентных между собой частей-цугов, для каждой из которых площадь и время когерентности равны соответственно Σ и τ и каждая из которых действует на прибор независимо в соответствии с (27), но с измененными областями интегрирования.

Поместим теперь наш приемник в произвольное поле излучения, которое будем предполагать квазистационарным во времени и пространстве. Осреднение во времени вновь приводит к расщеплению поля (в смысле его воздействия на приемник) на совокупность некогерентных между собой компонент со временем когерентности τ каждая. Обращаясь далее к разложению монохроматических компонент в пространственный спектр плоских волн, мы должны принять во внимание, что входное окно приемника выступает здесь не только как пространственный, но и как угловой фильтр вида (22), устраняя все фурье-компоненты, для которых $\overrightarrow{\mathbf{l}\mathfrak{f}} < 0$. Это обстоятельство, как мы видели, не позволяет уже сопоставлять энергетическую освещенность с вектором Пойнтинга, а заставляет обратиться к его усеченному аналогу $\tilde{\mathbf{L}}$ (21). Обычная техника фурье-преобразования, фильтрации фурье-компонент и последующего осреднения проекции (20) аналога (21) вектора Пойнтинга $\tilde{\mathbf{L}}$ для остаточного образования по площади приемника Σ, а также во времени за интервал τ, снова приводит [30] к расщеплению поля на совокупность некогерентных между собой цугов различных направлений, так что время и площадь когерентности каждого из них равны

$$T = \tau, \quad s = \Sigma \cdot \cos\theta \qquad (\cos\theta = \vec{\mathrm{l}\mathfrak{j}}), \tag{28}$$

причем каждый из выделенных таким образом цугов действует на приемники независимо.

При этом существенно предположено отсутствие в поле фурье-компонент с сильно выраженной неоднородностью, т. е., иными словами, статистические пространственная квазиоднородность и временная квазистационарность поля излучения, ограничивающие область фотометрической трактовки результатов оптических измерений.

Таким образом, как следствие конечности размеров входного окна и постоянной времени приборов типа флюксметра, измеряемая ими осредненная энергетическая освещенность в направлении $\mathrm{l} = \vec{\mathfrak{j}}$ может быть выражена в форме

$$F(\mathrm{l}) = \int F(\omega, \mathrm{l})\, d\omega, \tag{29}$$

где ее спектральная плотность

$$F(\omega, \mathrm{l}) = \int I(\omega, \mathrm{l}) \cos\theta dO \tag{30}$$

dO — элемент телесного угла в направлении l и, в соответствии с (26),

$$I(\omega, \mathrm{l}) = \frac{cn}{4\pi} e^{-2k_0\varkappa r} \mathrm{E}(\omega, \mathrm{l})\, \mathrm{E}^*(\omega, \mathrm{l}) \tag{31}$$

имеет очевидный фотометрический смысл спектральной плотности яркости цуга, распространяющегося в направлении l.

Эти рассуждения справедливы, если угловые размеры светящегося объекта превышают угловые размеры ΔO цуга, определяемые параметрами приемника. Такая ситуация имеет место, скажем, в глубине рассеивающей среды. В обратном случае, когда угловые размеры источника $\Delta O_{\text{и}}$ (скажем, удаленной звезды) меньше ΔO, освещенность F не зависит от $\Delta\theta$, и вместо (30) имеем

$$F(\omega, \mathrm{l}) = I(\omega, \mathrm{l}) \cos\theta \cdot \Delta O_{\text{и}}, \tag{32}$$

т. е.

$$I(\omega, \mathrm{l}) = \frac{cn}{4\pi} e^{-2k_0\varkappa r} \frac{(\mathrm{EE}^*)}{\Delta O_{\text{и}}}, \tag{33}$$

причем для малого источника $\Delta O_{\text{и}} \ll 1$ $(\mathrm{EE}^*) \sim \Delta O_{\text{и}}$, откуда следует инвариантность яркости светового пучка, распространяющегося от малого источника в непоглощающей среде. Очевидно, (31) совпадает с (33), если для протяженного источника принять $\Delta O_{\text{и}} = 1$.

Таким образом, как уже было отмечено выше на основе общих соображений, основная фотометрическая характеристика светового поля — спектральная плотность его яркости — определяется исключительно для цуга данного направления l, т. е. для окрестности некоторой точки (ω, l) в частотно-импульсном пространстве. При этом специфика приемников типа флюксметра приводит к определению еще одной фотометрической величины, а именно — энергетической освещенности в направлении l — и устанавливает ее связь со спектральными плотностями яркости в различных направлениях.

В качестве примера рассмотрим классический эксперимент с двухщелевым интерферометром Юнга, щели которого видны приемнику как смещенные на малый угол ϑ относительно друг друга. Если линейные размеры входного окна приемника существенно меньше масштаба измеряемой интерференционной картины, то ϑ меньше углового раствора ΔO выделяемого приемником цуга. Иными словами, для такого приемника обе щели неразличимы и воспринимаются им как единый малый совокупный источник, для которого согласно (32) и (33) с учетом того, что $\mathbf{K} = 0$,

$$F = \frac{cn}{4\pi} (\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2, \ \mathbf{E}_1^* + \mathbf{E}_2^*) \cos\theta, \tag{34}$$

где $\mathbf{E}_1$ и $\mathbf{E}_2$ — фазоры поля, создаваемого в окрестности приемника излучением щелей 1 и 2 интерферометра. Поэтому, перемещаясь вдоль интерференционной картины, приемник воспроизведет ее структуру.

Если же линейные размеры приемника превышают масштаб интерференционной картины, то угловые размеры некогерентных между собой цугов, на которые приемник расщепляет световое поле, меньше ϑ, хотя существенно больше угловых размеров каждой из щелей в отдельности. Поэтому приемник будет воспринимать излучение обеих щелей как некогерентное, т. е. согласно (30) — (33)

$$F' = \frac{cn}{4\pi} (\mathbf{E}_1\mathbf{E}_1^* + \mathbf{E}_2\mathbf{E}_2^*) \cos\theta, \tag{35}$$

что на ином языке может быть трактовано как результат осреднения интерференционной картины по площади приемника: $F' = \langle F \rangle$.

Вернемся теперь снова к фотоэлектрическому приемнику и погрузим его в произвольное световое поле, не прибегая к угловому фильтру (т. е. $f(\mathbf{l}) \equiv 1$). Если принять, что измерительный объем представляет собой параллелепипед со сторонами X, Y, Z, то из (25) следует

$$\langle P \rangle_{\tau, v} = e^{-2k_0 \mathbf{K} \mathbf{r}} \int\int\int \alpha(\omega)\, \mathbf{E}(\omega, \mathbf{l})\, \mathbf{E}^*(\omega, \mathbf{l}')\, \mathrm{sinc}\,(k_0 \Delta N_x X) \times \\ \times \mathrm{sinc}\,(k_0 \Delta N_y Y) \times \mathrm{sinc}\,(k_0 \Delta N_z Z)\, d\omega\, dO\, dO', \tag{36}$$

где $\mathrm{sinc}\, z = \sin z / z$, согласно (7) с учетом малости $\varkappa$ и $\mathrm{Im}\, \mathbf{l}$

$$\Delta N_x = n\,(\mathrm{l}'_x - \mathrm{l}_x) \tag{37}$$

и аналогично для ΔN_y и ΔN_z, откуда вследствие условия $X, Y, Z \gg 1/k$

$$\langle P \rangle_{\tau, v} = e^{-2k_0 \mathbf{K} \mathbf{r}} \int\int \alpha(\omega)\, \mathbf{E}(\omega, \mathbf{l})\, \mathbf{E}^*(\omega, \mathbf{l})\, d\omega\, dO, \tag{38}$$

или, вводя имеющую очевидный фотометрический смысл спектральной плотности сферической освещенности величину [20]

$$\Phi(\omega) = \oint I(\omega, \mathbf{l})\, dO, \tag{39}$$

находим

$$\langle P \rangle_{\tau, v} = \int_{\omega} A(\omega)\, \Phi(\omega)\, d\omega, \tag{40}$$

где

$$A = \frac{4\pi}{cn}\, \alpha(\omega) \tag{41}$$

Для неселективного приемника $(\partial\alpha/\partial\omega = 0)$

$$\langle P \rangle_{\tau, v} = A\Phi, \tag{42}$$

где

$$\Phi = \int \Phi(\omega)\, d\omega = \int I(\mathbf{l})\, dO \tag{43}$$

— полная сферическая освещенность объема v и

$$I(\mathbf{l}) = \int I(\omega, \mathbf{l})\, d\omega \tag{44}$$

— полная яркость светового пучка.

Величина

$$\Phi = \frac{cn}{4\pi} \langle \vec{\mathscr{E}}(t, \mathbf{r})\, \vec{\mathscr{E}}^*(t, \mathbf{r}) \rangle_{\tau, v} \tag{45}$$

согласно (13), (14) отличается от осредненной пространственной плотности энергии светового поля $\langle W \rangle = \langle W_E + W_M \rangle = 2 \langle W_E \rangle$ множителем c/n:

$$\Phi = \frac{c}{n} \langle W \rangle_{\tau, \Sigma}, \tag{46}$$

ибо аналогично (21) и (25) для произвольного светового поля

$$\langle W_E \rangle_{\tau, \Sigma} = \frac{\operatorname{Re}\varepsilon}{8\pi} e^{-2k_0 \mathbf{Kr}} \int\int (\mathbf{E}_0 \mathbf{E}_0^*)\, dO\, d\omega. \tag{47}$$

Необходимость введения такой скалярной характеристики светового поля, как Ф, для полноты его фотометрического описания выявлена Гершуном [20], указавшем также способ ее прямого измерения, основанный на соотношении (43).

Таким образом, и в случае приемников фотоэлектрического типа конечность их постоянной времени и их геометрических размеров ведет к расщеплению поля излучения на совокупность независимых (в смысле воздействия на приемник) цугов различной частоты и различных направлений с временем когерентности τ и площадью когерентности Σ, определяемой размерами приемника. Иными словами, возможность расщепления светового поля на совокупность некогерентных между собой цугов обеспечивается самим способом измерения поля при помощи квадратичного приемника с конечными τ и размерами, причем структурные параметры цугов целиком определяются параметрами приемника. Это важно иметь в виду при решении многих задач инструментальной оптики, включая действие обычной линзы.

Без дальнейшего очевидно, что приведенные рассуждения относятся ко всей совокупности динамических параметров излучения (13) — (17), которые после осреднения по τ и Σ образуются аддитивно из соответствующих параметров отдельных цугов.

Стоит добавить, что при рассеянии света средой нас интересуют опять-таки квадратичные формы относительно напряженности электрического поля рассеянного излучения, осредненные по некоторым «эффективным» элементам объема [23, 30, 31, 36], в чем легко убедиться при надлежащем анализе хода соответствующих рассуждений, например в [38, 44, 45]. Именно это обстоятельство позволяет рассматривать световое поле в рассеивающей среде также как совокупность некогерентных цугов и, соответственно, использовать феноменологические идеи теории переноса излучения — см. ниже.

Здесь следует сделать замечание принципиального характера. Расщепление приемником светового поля на совокупность независимо действующих на него дискретных цугов можно рассматривать как реализацию теоремы о выборке, точнее ее парафраза применительно к пространственно-временной фильтрации поля излучения приемником. Мы уже видели, что конечность выделяемых приемником пространственно-временных интервалов, которая определяет его частотно-контрастные характеристики, ведет к ограничению воспринимаемого им спектра мощности излучения со стороны высоких частот. При помощи теоремы о выборке (см., например, [77]) отсюда тотчас же вытекает эквивалентность воздействия всего поля излучения на приемник совокупности воздействий излучения в некоторых избранных точках в избранные моменты времени.

Можно, однако, опираясь на ту же теорему, показать, что пространственно-временная ограниченность восприятия приемника создает, кроме того, эквивалентность воздействующего на него поля совокупности дискретных некогерентных между собой (т. е. независимо воздействующих на приемник) компонент-цугов, каждая из которых имеет частотно-угловую структуру вида

$$[\mathrm{sinc}\,(\omega_n t - 2\pi n)\,\mathrm{sinc}\,(k_x X - 2\pi p)\cdot\mathrm{sinc}\,(k_y Y - 2\pi q)$$

и входит с весом, равным спектральной плотности яркости при $\omega_n = 2\pi n/\tau$, $k_x(p) = 2\pi p/X$, $k_y\ (q) = 2\pi q/Y$.

Параметры n, p и q пробегают здесь целочисленные значения, и предположено, что прямоугольное окно приемника со сторонами X и Y располагается в плоскости x, y. (При другой конфигурации окна изменяются конкретные выражения, но не суть разложения; в частности, если окно приемника имеет форму окружности, то функция sinc заменяется эквивалентным образованием из бесселевых функций; см., например, [77].)

Легко видеть, что компоненты возникающего таким образом разложения представляют собой не что иное, как рассматриваемые в фотометрии световые пучки, время и площадь когерентности которых определяются параметрами прибора.

Таким образом, когда речь идет о световом поле (в том числе об оптическом изображении) представление об образующих его световых лучах связано не с самим полем или вносимыми в него воображаемыми диафрагмами, а с воспринимающим свет приемником. В некоторых отношениях такое представление приближается к прозорливым, но наивным представлениям Евклида и Птолемея, чем и объясняется жизнеспособность их теоретических построений.

Очевидно, оснащение приемника любого типа спектральными или угловыми фильтрами, как это имеет место в реальных измерительных приборах, ничего не меняет в наших рассуждениях, кроме введения весовых множителей при $I\ (\omega, \mathbf{l})$.

Мы видели, что приемники разного типа порождают, в принципе, различные фотометрические величины (F и Φ), т. е. характеризуют поле с разных сторон. Еще Гершун [20] показал, что только совокупность этих характеристик обеспечивает полное энергетическое описание светового поля. Однако, переходя к реальным приборам, следует иметь в виду, что сказанное о флюксметрах, строго говоря, относится только к абсолютно черному телу, а о фотоэлектрических приборах — к элементу светочувствительного объема, в пределах которого яркости световых пучков можно считать неизменными, причем осреднение проводится по сечению этого объема, перпендикулярному световому пучку.

Реальный приемник света представляет собой совокупность подобных светочувствительных элементов объема, связанных некоторой системой сбора регистрируемой ими информации и ее осреднения по всему объему приемника. Так обстоит дело и в фотокатоде, и в фотопластинке, и в люминофорах, и в поглощающих покрытиях, например, болометров. Поэтому теория совокупного отклика приемника, как целого, неизбежно слагается из двух частей — оптической, относящейся к теории распространения света в светочувствительном теле приемника, и информационной, охватывающей физику процессов, обеспечивающих получение и осреднение информации о реакции (скажем, нагревании или фотохимическом выходе) каждого из элементов объема на его облучение. Особенности обоих этих процессов вносят существенные изменения в фотометрические свойства реальных приборов и во многом стирают грань между приборами различных типов. Вместе с тем они определяют индивидуальность каждого прибора и образуют физическую основу свойственных ему «поправок», т. е. отклонений измеряемых величин от I, F или Φ.

Так, целью оптической теории фотоэлектрического приемника света является, очевидно, установление связи сферической освещенности каждого из светочувствительных элементов объема рабочего тела с условиями освещения приемника в целом. Скажем, анализ с позиций теории переноса излучения показывает, что сферическая освещенность Φ внутри освещенных снаружи слабопоглощающих рассеивающих тел типа фотоэмульсий, люминесцирующих порошков, окиси магния, молочных стекол, листьев растений и т. п. может существенно (до четырех крат) превышать освещенность F их поверхности [12, 13, 91, 92]. При этом, даже если оптическая толщина слоя достаточно велика, поглощение излучения в слое в целом определяется величиной, заведомо отличающейся (хотя и не очень сильно) от освещенности слоя F[13, 14, 91, 92].

Световой режим в слое металлической черни, покрывающей приемную поверхность болометров, может рассматриваться с тех же позиций [93], причем фотометрические свойства слоя в целом существенно зависят от его микроструктуры и даже при очень большой толщине приближаются к характеристикам черного тела лишь очень грубо. В частности, слои черни, как и слои слабопоглощающих рассеивающих веществ (например, фотоэмульсий или люминофоров) или матированные металлические поверхности, отнюдь не ортотропны, одним из результатов чего оказывается отличие измеряемой величины от освещенности, которое, впрочем, может быть компенсировано угловым фильтром.

Что касается фотокатодов, имеющих тонкослойную структуру или помещаемых в слоистый интерферометр [16], а также полупрозрачных металлических фотокатодов [16, 94, 95], то световое поле в них не допускает фотометрической трактовки. Однако такая трактовка допустима для слоя в целом, причем его поглощательная способность (а следовательно и отклик прибора) существенно отличается от поглощательной способности совокупности тех же, но разрозненных элементов.

Проведенный выше анализ, завершившийся получением основных фотометрических соотношений, отчетливо выявляет электродинамическое содержание фотометрических понятий и величин, а также условия их применимости, и тем самым вводит фотометрию в рамки электродинамики, или, точнее, статистической оптики, ликвидируя ее вековую изоляцию от электромагнитной теории света.

в) Поляриметрическое обобщение

Дальнейшее обобщение фотометрических понятий возникает из анализа наблюдаемости светового поля при оснащении приемника поляризационным или интерференционным устройством того или иного типа. Первым шагом в этом направлении стало уже упомянутое введение в систему фотометрии (т. е. лучевой оптики) параметров Стокса

$$S_i(\omega, \mathbf{l}) = \frac{cn}{4\pi} e^{-2k_0\varkappa r}\mathbf{E}(\omega, \mathbf{l})\,\sigma^i\mathbf{E}^*(\omega, \mathbf{l}), \tag{48}$$

где $i = 1, 2, 3, 4$;

$$\sigma^1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \sigma^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \sigma^3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma^4 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \tag{49}$$

— спинорные матрицы Паули.

Как показано в работах [2, 22, 23, 52, 58, 59] с разных позиций, совокупность этих параметров, образующих в функциональном пространстве четырехмерный вектор-параметр Стокса $\vec{S}$, содержит полную фотометрическую информацию о цуге. Величина $S_1(\omega, \mathbf{l}) \equiv I(\omega, \mathbf{l})$ имеет смысл его яркости, а величина $S_4(\omega, \mathbf{l}) = qS_1(\omega, \mathbf{l})$ (где q — степень эллиптичности поляризации излучения, определяемая (11)), связана вытекающим из (15) и (17) соотношением

$$S_4(\omega, \mathbf{l}) = \omega c M(\omega, \mathbf{l}) = \omega\left(n + \omega\frac{\partial n}{\partial\omega}\right)\mathscr{M}(\omega, \mathbf{l}) \tag{50}$$

со средней плотностью M спинового момента импульса излучения в световом пучке и средней плотностью $\mathscr{M} = MU$ его потока, где U — групповая скорость, определяемая (19). Напомним, что величина $\overline{\mathscr{M}}$, вообще говоря, измеряема приборами типа флюксметра [89, 90]. Динамическое содержание остальных параметров Стокса требует дальнейшего исследования.

Обобщение выражений для компонент вектор-параметра Стокса на случай произвольного представления, т. е. представления поля цуга, как наложения двух произвольных альтернативных, вообще говоря, эллиптически поляризованных компонент

$$\mathbf{E} = E_1\mathbf{e}_1 + E_2\mathbf{e}_2, \tag{51}$$

где комплексные базисные векторы удовлетворяют условиям [2, 23, 56]

$$\mathbf{e}_i\mathbf{l} = 0, \quad \mathbf{e}_i\mathbf{e}_j^* = \delta_{ij}, \quad \mathbf{e}_i = \mathbf{f}_i + i\mathbf{g}_i, \quad \mathbf{f}_i\mathbf{g}_i = 0, \tag{52}$$

введено в работах [2, 23]; см. также [96].

Как явствует из проведенного рассмотрения, все динамические характеристики излучения, в том числе параметры Стокса, аддитивны для некогерентных цугов достаточно близких направлений и близких частот, т. е. для компонент объединяющего их светового луча. Для описания последнего, т. е. *результата* стохастического наложения цугов, существенно различающихся только состояниями поляризации, необходимо введение добавочного статистического параметра, характеризующего *степень однородности смеси* [2, 22]. Таким параметром оказывается *степень поляризационной когерентности цугов* [2, 22, 37, 38], определяемая через соответствующие корреляционные функции для $E_i(t)$ и выражаемая через компоненты вектор-параметра Стокса при помощи соотношения

$$r = \frac{\sqrt{S_2^2 + S_3^2 + S_4^2}}{S_1}. \tag{53}$$

Используя эту величину, можно записать вектор-параметр Стокса в форме

$$\vec{S} = I(1, r\mathbf{P}), \tag{54}$$

где $\mathbf{P}$ — единичный трехмерный «вектор поляризации» в соответствующем функциональном пространстве. Такая запись немедленно приводит к разработанному Пуанкаре [97] изящному аппарату для описания поляризационных эффектов («сфера Пуанкаре»), удобному при решении некоторых задач, но выпадающему из современных концепций [2].

Любое поляризационное устройство также может быть охарактеризовано некоторым вектор-параметром Стокса $\vec{s} = A(1, \mathbf{P}_y)$, где $\mathbf{P}_y$ — вектор поляризации выделяемой устройством полностью поляризованной ($r = 1$) компоненты и A — энергетическая «прозрачность» устройства для этой компоненты. Тогда (см., например, [2]) яркость I_H наблюдаемого через такое устройство светового пучка с вектор-параметром $\vec{S}$ равна

$$I_H = \frac{1}{2}\vec{S}\vec{s} = \frac{A}{2} I\,(1,\, r\mathbf{P})\,(1,\, \mathbf{P}_y) = \frac{A}{2} I\,(1 + r\cos\theta), \tag{55}$$

где

$$\cos\theta = \mathbf{P}\mathbf{P}_y. \tag{56}$$

Важно заметить, что при $r \neq 1$, т. е. когда мы имеем дело со стохастической смесью некогерентных между собой цугов, находящихся в различных состояниях поляризации, классическое описание поляризационных явлений при помощи эллипса поляризации (см., например, [46, 60, 120]) теряет всякий физический смысл. Оно остается справедливым только в рамках представления о световом цуге и, по существу, не имеет прямого отношения к идеям лучевой оптики.

Очевидно, что для всех четырех параметров Стокса S_i могут быть образованы фотометрические величины F_i и Φ_i, аналогичные спектральным плотностям освещенности $F = F_1$ и сферической освещенности $\Phi = \Phi_1$. Образование этих величин необходимо при рассмотрении законов сохранения для излучения в рассеивающей среде и, в частности, при выводе матричного уравнения переноса излучения [2, 12, 22, 36]. Способ и физический смысл такого обобщения для S_4 очевидны — $\mathbf{F}_4$ и Φ_4 представляют собой векторы, соответствующие (с точностью до множителя) плотности потока спинового момента импульса излучения через поверхность ($\mathbf{F}_4$) и полного спинового момента импульса излучения в элементе объема (Φ_4). Сложнее обстоит дело с введением величин F_2, F_3 и Φ_2, Φ_3, физический смысл которых не столь прозрачен. При их определении требуется осторожность, связанная с предварительной трансформацией плоскости референции, т. е. представления (51), к которому относятся параметры Стокса для цугов различного направления [2, 22, 98]. Фотометрическое использование этих величин еще ждет своего исследователя.

г) Фотометрический аспект законов сохранения

Сказанное приводит нас к проблеме законов сохранения для динамических характеристик светового поля произвольной пространственно-временной структуры. Отсылая читателя к анализу современного состояния этой проблемы, например, в [80-82 99-101], остановимся здесь только на некоторых моментах, имеющих прямое отношение к нашей теме, и ограничимся, соответственно, случаем квазиоднородных и квазистационарных полей.

Обращаясь к уравнениям Максвелла в простейших предположениях изотропности, немагнитности и неподвижности среды, лишенной объемного заряда, и следуя с небольшой модификацией общеизвестной методике (см., например, [101]), получаем законы сохранения в виде

$$\begin{gathered} -\operatorname{div}\operatorname{Re}\frac{c}{4\pi}[\vec{\mathscr{E}}\vec{\mathscr{H}}^*] = \operatorname{Re}\left(\vec{\mathscr{E}}\,\frac{\partial\vec{D}^*}{\partial t}\right) + \frac{1}{2}\,\frac{\partial(\vec{\mathscr{H}}\vec{\mathscr{H}}^*)}{\partial t} + \operatorname{Re}(\mathbf{j}\vec{\mathscr{E}}^*), \\ i\operatorname{div}[\vec{\mathscr{E}}\vec{\mathscr{E}}^*] = \frac{2}{c}\operatorname{Im}\left(\vec{\mathscr{E}}\,\frac{\partial\vec{\mathscr{H}}^*}{\partial t}\right). \end{gathered} \tag{57}$$

Прибегая вновь к фурье-разложению во временной спектр и предполагая, как и в [101], существование частотной дисперсии, т. е. принимая для электрической индукции $\vec{\mathscr{D}}$ и тока $\mathbf{j}$

$$\begin{aligned}\vec{\mathscr{D}}(\mathbf{r}, t) &= \int \varepsilon(\omega, \mathbf{r})\, \vec{\mathscr{E}}(\omega, \mathbf{r})\, e^{i\omega t}\, d\omega,\\ \mathbf{j}(\mathbf{r}, t) &= \int \sigma(\omega, \mathbf{r})\, \vec{\mathscr{E}}(\omega, \mathbf{r})\, e^{i\omega t}\, d\omega,\end{aligned} \tag{58}$$

где $\sigma(\omega, \mathbf{r})$ — электропроводность на частоте ω, находим

$$\left.\begin{aligned}\operatorname{Re}\left(\vec{\mathscr{E}}\frac{\partial \vec{D}^*}{\partial t}\right) &= \frac{i}{2}\int_0^{+\infty}\!\!\int [\omega\varepsilon(\omega) - \omega'\varepsilon^*(\omega')]\, \vec{\mathscr{E}}(\omega)\, \vec{\mathscr{E}}^*(\omega')\, e^{i(\omega'-\omega)t}\, d\omega\, d\omega',\\ \operatorname{Re}(\mathbf{j}\vec{\mathscr{E}}^*) &= \frac{1}{2}\int_0^{+\infty} [\sigma(\omega) + \sigma^*(\omega')]\, \vec{\mathscr{E}}(\omega)\, \vec{\mathscr{E}}^*(\omega')\, e^{i(\omega'-\omega)t}\, d\omega\, d\omega',\\ \frac{\partial(\vec{\mathscr{H}}\vec{\mathscr{H}}^*)}{\partial t} &= \frac{i}{2}\int_0^{+\infty}\!\!\int (\omega - \omega')\, \vec{\mathscr{H}}(\omega)\, \vec{\mathscr{H}}^*(\omega')\, e^{i(\omega'-\omega)t}\, d\omega\, d\omega',\end{aligned}\right\} \tag{59}$$

$$2\operatorname{Im}\left(\vec{\mathscr{E}}\frac{\partial \vec{\mathscr{H}}^*}{\partial t}\right) = -2\operatorname{Re}\int_0^{\infty}\!\!\int \omega\vec{\mathscr{E}}(\omega)\, \vec{\mathscr{H}}^*(\omega')\, e^{i(\omega'-\omega)t}\, d\omega\, d\omega'. \tag{60}$$

Выполняя далее разложение $\vec{\mathscr{E}}(\omega, \mathbf{r})$ и $\vec{\mathscr{H}}(\omega, \mathbf{r})$ по плоским волнам и осреднение во времени и пространстве, получаем

$$\left\langle -\operatorname{div}\operatorname{Re}\frac{c}{4\pi}[\vec{\mathscr{E}}\vec{\mathscr{H}}^*]\right\rangle_{T,\,s} = \int_0^{+\infty} \oint [\sigma(\omega) + \omega\operatorname{Im}\varepsilon(\omega)]\, \mathbf{E}(\omega, \mathbf{l})\, \mathbf{E}^*(\omega, \mathbf{l})\, d\omega\, dO, \tag{61}$$

$$\langle -i\operatorname{div}[\vec{\mathscr{E}}\vec{\mathscr{E}}^*]\rangle_{T,\,s} = \frac{2}{c}\operatorname{Re}\int_0^{+\infty} \oint \omega\mathbf{E}(\omega, \mathbf{l})\, \mathbf{H}^*(\omega, \mathbf{l})\, d\omega\, dO, \tag{62}$$

или с учетом справедливого для плоской волны соотношения [16, 56]

$$\mathbf{H}(\omega, \mathbf{l}) = m(\omega)[\mathbf{l}, \mathbf{E}(\omega, \mathbf{l})] = [\mathbf{N}(\omega, \mathbf{l}) - i\mathbf{K}(\omega, \mathbf{l}), \mathbf{E}(\omega, \mathbf{l})], \tag{63}$$

а также (10) — (17) и (31), (39), после несложных преобразований находим законы сохранения для фотометрических величин:

$$\begin{aligned}\langle -\operatorname{div}\mathbf{L}\rangle_{T,\,s} &= -\int_0^{\infty} \oint \operatorname{div}\mathbf{L}(\omega, \mathbf{l})\, d\omega\, dO =\\ &= \frac{4\pi}{c}\int_0^{+\infty} \oint [\sigma(\omega) + \omega\operatorname{Im}\varepsilon(\omega)]\, I(\omega, \mathbf{l})\, d\omega\, dO =\\ &= \frac{4\pi}{c}\int_0^{+\infty} [\sigma(\omega) + \omega\operatorname{Im}\varepsilon(\omega)]\, \Phi(\omega)\, d\omega =\\ &= \frac{4\pi}{n}\int_0^{+\infty} [\sigma(\omega) + \omega\operatorname{Im}\varepsilon(\omega)]\, W(\omega)\, d\omega,\end{aligned} \tag{64}$$

$$\langle -\operatorname{div}\mathbf{p}\rangle_{T,s}=\frac{1}{c^2}\langle -\operatorname{div}\mathbf{L}\rangle_{T,s}=-\int\limits_0^{+\infty}\oint \operatorname{div}\mathbf{p}(\omega,\mathbf{l})\,d\omega\,dO, \tag{65}$$

$$\langle\operatorname{div}\mathbf{M}\rangle_{T,s}=-\int\limits_0^{+\infty}\oint \operatorname{div}\mathbf{M}(\omega,\mathbf{l})\,d\omega\,dO=2\int\limits_0^{+\infty}\oint \omega\mathbf{K}(\omega,\mathbf{l})\,\mathbf{M}(\omega,\mathbf{l})\,d\omega\,dO\approx$$

$$\approx 2\int\limits_0^{+\infty}\omega\varkappa(\omega)\left[\oint \mathbf{M}(\omega,\mathbf{l})\,dO\right]d\omega=2\int\limits_0^{+\infty}\omega\varkappa(\omega)\,\Phi_4(\omega)\,d\omega. \tag{66}$$

Иными словами, при осреднении по достаточно обширной пространственной и временной области динамические характеристики квазиоднородного квазистационарного поля излучения аддитивно слагаются из аналогичных характеристик отдельных цугов, на которые расщепляется поле, причем законы сохранения, рассматриваемые «в среднем» для соответствующей области, не содержат перекрестных «обменных» членов — каждый из цугов испытывает независимое воздействие вещества. Подчеркнем, что речь идет о динамических характеристиках самого поля излучения и что при формулировании законов сохранения надо иметь в виду также эффекты воздействия поля на среду (скажем, действие силы Абрагама) — см. [81, 82].

Заметим также, что соотношение типа (64) (хотя и в несколько упрощенном виде) было сформулировано впервые для светового поля как самоочевидное из интуитивных соображений Гершуном [20], и, позднее, в 1957 г. получено из уравнения переноса излучения (основанного, как сказано, тоже только на интуитивных фотометрических соображениях) в работах [10, 12, 98]. С тех пор оно стало основой наиболее распространенных методов измерения поглощательной способности рассеивающих сред (в том числе природных вод), ибо и $\langle\operatorname{div} L\rangle_{T,S}$ и $W(\omega)$ могут быть измерены непосредственно в толще рассеивающей среды.

Представляется, что введение в систему лучевой оптики всей совокупности законов сохранения динамических параметров остается одной из важнейших задач ее дальнейшего развития, особенно в связи с изучением специфики матриц воздействия вещества на световой луч (см. ниже) при различных видах воздействия.

д) Фотометрия и общая теория когерентности

Теперь нам предстоит выяснить связь между фотометрическими характеристиками поля излучения и его статистической структурой, являющейся предметом общей теории когерентности. Последняя, как известно (см., например, [37–42]), оперирует, вообще говоря, кросс-корреляционными функциями (функциями взаимной когерентности) вида

$$\Gamma_{\alpha\beta}(\theta,\boldsymbol{\rho})=\frac{cn}{4\pi}\langle\mathscr{E}_\alpha(t,\mathbf{r})\,\mathscr{E}^*_\beta(t+\theta,\mathbf{r}+\boldsymbol{\rho})\rangle, \tag{67}$$

где $\mathscr{E}_\alpha$ — α-я компонента напряженности поля ($\alpha,\beta=x,y,z$) и осреднение ведется по времени t и координатам $\mathbf{r}$ в пределах квазистационарности и квазиоднородности поля излучения.

Переходя к фурье-разложению $\mathscr{E}_\alpha(t,\mathbf{r})$ в пространстве и времени и осуществляя осреднение применительно к параметрам приемника излучения, находим

$$\Gamma_{\alpha\beta}(\theta,\boldsymbol{\rho})=\int\limits_0^{+\infty}\oint m^{ik}_{\alpha\beta}(\mathbf{l})\,J_{jk}(\omega,\mathbf{l})\,e^{-i\omega\theta+i\mathbf{k}\boldsymbol{\rho}}\,d\omega\,dO, \tag{68}$$

где

$$m^{jk}_{\alpha\beta}(\mathbf{l}) = c_{\alpha j}(\mathbf{l})\, c^{x}_{\beta k}(\mathbf{l}),$$

$c_{\alpha j}(\mathbf{l}) = (\mathbf{e}_j)_\alpha$ — вообще говоря, комплексные направляющие косинусы j-го базисного вектора $\mathbf{e}_j$ для направления $\mathbf{l}$ ($j, k = 1, 2$), определяемого согласно (51) и (52), а функции

$$J_{jk}(\omega, \mathbf{l}) = \frac{cn}{4\pi} E_j(\omega, \mathbf{l})\, E^*_k(\omega, \mathbf{l}) \qquad (69)$$

суть компоненты квантовомеханической матрицы плотности для цуга с частотой ω и направлением распространения $\mathbf{l}$ (см. [2, 22, 23, 57]).

Матрица плотности J связана с параметрами Стокса S_i соотношениями [57]

$$S_i(\omega, \mathbf{l}) = \mathrm{Sp}\,(J\sigma^i), \quad J(\omega, \mathbf{l}) = \frac{1}{2} S_i(\omega, \mathbf{l})\, \sigma^i, \qquad (70)$$

в котором σ^i — матрицы Паули — см. (49). Соответственно из (68) находим

$$\Gamma_{\alpha\beta}(\theta, \boldsymbol{\rho}) = \frac{1}{2} \int_0^{+\infty} \oint m^{jk}_{\alpha\beta}(\mathbf{l})\, \sigma^i_{jk} S_i(\omega, \mathbf{l})\, e^{-i\omega\theta + i\mathbf{k}\boldsymbol{\rho}}\, d\omega\, dO \qquad (71)$$

и, в частности,

$$\Gamma(\theta, \boldsymbol{\rho}) = \int_0^{+\infty} \oint I(\omega, \mathbf{l})\, e^{-i\omega\theta + i\mathbf{k}\boldsymbol{\rho}}\, d\omega\, dO, \qquad (72)$$

где

$$\Gamma(\theta, \boldsymbol{\rho}) = \frac{cn}{4\pi} \langle \vec{\mathscr{E}}(\mathbf{r}, t)\, \vec{\mathscr{E}}^*(\mathbf{r} + \boldsymbol{\rho}, t + \theta) \rangle. \qquad (73)$$

Таким образом, основные фотометрические величины $I(\omega, \mathbf{l})$, $J_{jk}(\omega, \mathbf{l})$, $S_i(\omega, \mathbf{l})$ оказываются коэффициентами пространственно-временного фурье-разложения соответствующих корреляционных функций напряженности электрического поля излучения.

Если в формуле (72) принять $\boldsymbol{\rho} = 0$ и осуществить в правой части интегрирование по направлениям, то с учетом (39)

$$\Gamma(\theta, \rho = 0) = \int_0^{+\infty} \Phi(\omega)\, e^{-i\omega\theta}\, d\omega, \qquad (74)$$

т. е. спектральная плотность сферической освещенности имеет смысл спектральной плотности разложения $\Gamma(\theta, \boldsymbol{\rho} = 0)$ во временной спектр. Точно так же после интегрирования правой части (72) по ω при $\theta = 0$ получаем с учетом (44)

$$\Gamma(\theta = 0, \boldsymbol{\rho}) = \oint I(\mathbf{l})\, e^{i\mathbf{k}\boldsymbol{\rho}} dO, \qquad (75)$$

т. е. яркость луча имеет смысл спектральной плотности разложения $\Gamma(\theta = 0, \boldsymbol{\rho})$ в пространственный спектр.

Применительно к цугу последнее соотношение впервые было получено и проанализировано Долиным [25] и привело его к первой электродинамической формулировке понятия яркости, совпадающей с (31) при $K = 0$. Общий случай диффузного светового поля Л. С. Долиным не рассматривался.

Более поздняя попытка получить фотометрические величины и соотношения из общей теории когерентности поля излучения была предпринята в работах [67, 68], также не в общем случае, а применительно к полю излучения некоторого объекта конечной площади. В сущности авторы показали, что для конструирования фотометрических величин необходимо пространственное (временного они не рассматривали) осреднение квадратичных относительно напряженности электрического поля излучения корреляционных функций. Однако, оторвав эту позицию от процесса измерения и свойств приемника и связав ее целиком со свойствами светящегося объекта, они лишили ее общности (исключив, в частности, возможность анализа диффузного светового поля) и натолкнулись на ряд трудностей, не нашедших последовательного разрешения.

Вместе с тем они нащупали пути введения в рамки электродинамики таких величин, как светимость или яркость объекта, хотя их анализ требует некоторого пересмотра в свете изложенной здесь концепции — ср. (31) — (33).

Добавим, что, видимо, по недоразумению, авторы [68] причисляют к области фотометрии закон Ламберта, т. е. ортотропность диффузно излучающих или диффузно отражающих объектов. В действительности проблема углового распределения собственного или отраженного излучения относится целиком к области теории переноса излучения; см., например, [7-14, 91-93, 102], причем как экспериментально, так и теоретически установлено, что, вообще говоря, закон Ламберта не может иметь места, а является лишь грубой, хотя и удобной аппроксимацией.

Возвращаясь к связи величин $\Gamma(\theta, \rho)$ и $I(\omega, \mathbf{l})$, рассмотрим в качестве примера интерферометр типа Майкельсона, создающий разность хода $c\theta$ между двумя компонентами одного и того же светового пучка с $I(\omega, \mathbf{l}) = I_0(\omega)\,\delta(\mathbf{l} - \mathbf{l}_0)$. Яркость интерференционной картины на выходе интерферометра определяется в этом случае аналогичным (55) соотношением (см., например, [37])

$$I_и = \int\limits_0^{+\infty} I_и(\omega)\,d\omega = (A+B)\int\limits_0^{+\infty} I_0(\omega)\,d\omega + 2\sqrt{AB}\,\mathrm{Re}\,\Gamma(\vartheta, \rho=0), \tag{76}$$

где A и B — эффективные прозрачности соответствующих каналов интерферометра и учтено соотношение (44). Подставляя сюда значение Γ из (72), получаем результат в фотометрической форме

$$I_и = \int\limits_0^{+\infty} \left[(A+B) + 2\sqrt{AB}\cos(\omega\theta)\right] I_0(\omega)\,d\omega. \tag{77}$$

В общем случае трактовка интерференционного эксперимента ведет к необходимости использования кросс-корреляционных функций вида (67) и не всегда может быть приведена к фотометрической форме. С такого рода ситуацией мы встречаемся, например, при рассмотрении интерференции волн, рассеянных отдельными элементами (скажем, частицами) стохастически неоднородной среды, когда учет множественных интерференционных явлений составляет основу как для голографического изучения подобных сред, так и для электродинамического вывода и выяснения границ применимости уравнения переноса излучения (см., например, [36]).

Имеется также обширный круг явлений, понимание которых требует привлечения статистических моментов более высокого порядка; см. [37, 41, 76]. На одном из них мы остановимся в следующем разделе.

Однако большинство обобщений подобного рода относится уже к собственно статистической оптике и не затрагивает основ фотометрии, как динамического аспекта лучевой оптики, оперирующего законами преобразования и методами измерения параметров Стокса световых лучей там, где представление о световых лучах допустимо. После введения этих параметров в систему фотометрии и после выяснения электродинамического происхождения ее понятий и соотношений становление фотометрии, как самостоятельного раздела статистической оптики, следует рассматривать как завершенное.

В общей структуре статистической электродинамики фотометрия отчетливо выступает как некий предельный случай. Область ее применимости четко очерчена возможностью использования лучевых представлений и дальнейший анализ здесь необходим только с точки зрения введения в фотометрический обиход всего ассортимента динамических характеристик цуга, включая законы сохранения, а также для конкретизации отдельных деталей, касающихся связи фотометрических величин с более общими корреляционными характеристиками поля излучения.

Пожалуй, важнейшей из проблем этого рода остается разносторонний анализ условий согласования постоянной времени и площади приемника (т. е. масштабов осреднения) со статистической структурой поля излучения (т. е. пространственно-временными масштабами интерференционной картины) и уточнение границ применимости фотометрического подхода в зависимости от характера этого согласования.

Такого рода проблемы, например, возникают при наблюдении света, рассеянного коллоидной системой. Уже упоминалось, что и в случае рассеянного света при $\Sigma \gg s$ и $\tau \gg T$ приемник как бы разрушает интерференционную картину, расщепляя поле на совокупность некогерентных между собой цугов и воспринимая их раздельно, что соответствует некогерентности отдельных актов рассеяния. Однако при малых углах рассеяния характерные масштабы s и T для рассеянного света настолько возрастают, что положение меняется, приводя к образованию так называемой «зернистой структуры» поля рассеянного света и голограммы рассеивающей среды, а также к флуктуациям их формы и яркости [12], наблюденным, например, в [103] при соблюдении условий $\Sigma \approx s$, $\tau \approx T$. Аналогичные явления наблюдаются и при больших углах рассеяния в условиях надлежащего уменьшения τ и Σ, что стало эффективным методом исследования броуновского движения взвешенных в среде малых частиц — см., например, [104–107].

Это сразу приводит к необходимости изучения флуктуаций фотометрических величин, т. е. к явлениям «интерференции яркостей» [37] или, иными словами, к включению в систему лучевой оптики четвертых статистических моментов относительно напряженностей поля излучения.

В этой связи еще раз подчеркнем, что в случае рассеивающей среды вообще применимость лучевой трактовки, а следовательно и уравнения переноса излучения, обеспечивается (в меру их допустимости) надлежащим выбором параметров элемента объема, к которому относится операция квадратичного осреднения, и времени этого осреднения [30, 36]. Важно иметь в виду, что такое осреднение должно учитывать всю совокупность кооперативных дисперсионных явлений. Эти явления могут существенно сказываться на эффективных объемных феноменологических параметрах рассеивающей среды, которыми оперирует фотометрическая теория и, в частности, теория переноса излучения [2, 12, 18, 30, 36].

Все прочие проблемы, касающиеся корреляционных свойств поля излучения, в том числе проблемы их передачи через среду, а также трактовка результатов измерений, осуществляемых вне рамок применимости фотометрии, составляют уже предмет собственно статистической оптики подобно тому, как явления дифракции лежат за пределами компетенции геометрической оптики и целиком относятся к области волновой теории.

Таким образом, в акте измерения при помощи оптического приемника поле излучения выступает как совокупность некогерентных световых лучей, что приводит к основным понятиям и законам фотометрии, а затем и их поляриметрическому обобщению. Законы сохранения при этом также приобретают «лучевую» формулировку, отражающую независимость воздействия вещества на каждый из цугов.

Возникающая при этом система понятий и представлений лучевой оптики (яркость, освещенность, сферическая освещенность, параметры Стокса и т. п.) находится в определенном соотношении с используемыми в электродинамике понятиями плотности энергии и вектора Пойнтинга, а также с традиционным аппаратом общей теории когерентности. Фундаментальное различие соответствующих величин и понятий связано с тем, что они определены в различных представлениях, а именно электродинамические величины — в пространственно-временно́м, а оптические — в частотно-импульсном.

Теперь нам предстоит рассмотреть процессы трансформации световых лучей под воздействием вещества и методы описания этих процессов в рамках приближения лучевой оптики.

3. ЛУЧ СВЕТА И ЕГО ТРАНСФОРМАЦИЯ

а) Луч света и селекция некогернтных цугов

Мы установили, что основные фотометрические величины, а именно совокупность четырех параметров Стокса (48) и в том числе яркость (31), по определению соотносятся некоторому цугу вида (1). Поэтому для их отыскания измерительное устройство должно быть оснащено угловым $f(\mathbf{l})$ и частотным $f(\omega)$ фильтрами, обеспечивающими выделение достаточно малых интервалов направлений $(\Delta\mathbf{l})$ и частот $(\Delta\omega)$, доступных для фурье-компонент поля излучения, достигающего приемника и воздействующего на него. Иными словами, необходимо ограничить в частотно-импульсном пространстве область ощущаемого приемником излучения малой окрестностью некоторой точки $(\omega, \mathbf{l})$. Согласно (3) время T и площадь s когерентности выделяемого фильтрами образования равны $T = 1/\Delta\omega$, $s = \lambda^2/(\Delta\mathbf{l})^2$.

Допустим теперь, что для используемого приемника постоянная времени $\tau \gg T$ и геометрическая площадь $\Sigma \gg s$. Тогда, как мы видели, произойдет расщепление попадающего на приемник излучения на совокупность некогерентных между собой, т. е. независимо воздействующих на приемник цугов с $T' = \tau$ и $s' = \Sigma$, причем приемник будет воспринимать их как единое стохастическое образование, для которого, вследствие предположенной малости $\Delta\mathbf{l}$ и $\Delta\omega$, имеет место аддитивность параметров Стокса отдельных цугов [2, 22, 23, 37, 38, 40].

Это позволяет распространить фотометрические понятия и величины на луч света, если под последним понимать стохастическую смесь цугов, почти не различающихся по частоте и направлению распространения и воспринимаемую измерительным устройством как единое образование:

$$S_i^{\text{луч}}(\omega, \mathbf{l}) = \sum_j S_i^j(\omega, \mathbf{l}), \tag{78}$$

где j — номер цуга.

Однако цуги, образующие луч света, могут находиться в различных состояниях поляризации, зависящих от их происхождения или предыстории [22, 23, 107]. Поэтому полноценное статистическое описание светового луча не может ограничиваться указанием степени его поляризационной когерентности r — см. (53), характеризующей, как показано в работе [22], только степень однородности поляризации различных цугов или, на ином языке [37, 38, 41, 43], долевой вклад в яркость луча, полностью его поляризованной (т. е. когерентной) компоненты, если отделить ее от полностью некогерентной, как это явствует из (54).

Подобного рода описание при помощи величин S_i (включая образование r) сводится, как легко видеть, к учету только вторых статистических моментов относительно напряженности $\mathbf{E}$ поля излучения — см. [37]. Полноценное же описание состояния луча должно содержать и моменты более высокого (скажем, четвертого) порядка, описывающие флуктуации величин S_i (т. е. так называемые явления «интерференции интенсивностей»), а в идеале — трехмерную функцию распределения цугов по состояниям поляризации $W(\mathbf{p})$ [107].

В качестве примера рассмотрим однократное рассеяние света коллоидальной системой. С одной стороны, размывание частоты рассеянного света за счет обусловленного броуновским движением или турбулентным перемешиванием допплеровского уширения создает флуктуации яркости (см., например, [103–106]), а следовательно, и поляризации рассеянного света, позволяющие, в частности, отыскивать распределение рассеивающих частиц по размерам.

С другой стороны, коллоид можно рассматривать как совокупность частиц, распределенных по состояниям p с плотностью вероятности $n(p)$ — это может быть, скажем, распределение молекул по ориентациям или сферических частиц по размерам и т. п. Для каждой из частиц параметры Стокса рассеянного ею в направлении $\mathbf{l}$ излучения записываются в виде [2]

$$S_i^{\text{расс}}(\mathbf{l}; p) = D_{ik}(\mathbf{l}, p)\, S_k^0, \tag{79}$$

где $D_{ik}(\mathbf{l}, p)$ — матрица рассеяния света частицей, находящейся в состоянии p, и S_k^0 — параметры Стокса облучающего коллоид света (см. также ниже).

Вследствие некогерентности рассеяния света стохастически распределенными частицами, т. е. аддитивности $D_{ik}(p)$ [2, 22, 23], для луча рассеянного света, образованного всей совокупностью частиц, имеем

$$S_i^{\text{луч}}(\omega, \mathbf{l}) = Ic_i^{\text{луч}} = S_k^0 \int D_{ik}(\mathbf{l}, p)\, n(p)\, dp = \\ = \int S_i^1(\mathbf{l}, p)\, n(p)\, dp = I \int c_i^1(p)\, w(p)\, (dp), \tag{80}$$

где согласно (54) $\vec{c} \equiv (1, rP_1, rP_3, rP_4)$, S_i^1 и c_i^1 относятся к когерентному акту рассеяния света одной частицей, находящейся в состоянии p, и $Iw(p)\,dp = I^1(p)\,n(p)\,dp$ — яркость света, рассеянного всей совокупностью частиц, находящихся в состояниях от p до $p + dp$, откуда, в частности, $c_i^{\text{луч}} = \langle c_i^1(p) \rangle$.

Любое поляриметрическое устройство, основанное на использовании явлений дихроизма, двойного лучепреломления, френелева отражения и других явлениях, имеющих характер расщепления каждого цуга на совокупность двух альтернативно поляризованных компонент и их независимого преобразования (селективного ослабления, изъятия, преломления и т. п.), работает как фильтр, выделяющий компоненту с параметрами $c_i = s_i$ (см. 2), и согласно (55) яркость пропускаемого этим устройством света

$$I_H = \frac{1}{2} I c_i s_i, \tag{81}$$

Таким образом, при произвольном варьировании поляризационного устройства (т. е. параметров s_i) информация об измеряемом световом пучке ограничивается величинами $I = \langle I^1(p)\rangle$ и $c_i = \langle c_i^1(p)\rangle$, т. е. первыми моментами относительно квадратичных величин вида $\langle E_i E_k\rangle$. Более высокие моменты остаются заведомо недоступными для измерения подобными методами и требуют использования либо флуктуационных явлений, либо принципиально иных средств. Видимо, именно это обстоятельство послужило причиной того, что до самого последнего времени проблема определения функции $W(\mathbf{p})$ распределения цугов по состояниям поляризации вообще не возникала в литературе.

Одним из возможных средств для измерения $W(\mathbf{p})$, как показано в работе [107], может быть использование зависимости направления вектора Пойнтинга при распространении плоской неоднородной волны от состояния ее поляризации. Действительно, согласно (15) в изотропной среде (в том числе в вакууме) перенос мощности излучения цугом неоднородных волн с практически одинаковой мнимой частью $\mathbf{j}$ комплексной волновой нормали — см. (9) — осуществляется, вообще говоря, не в направлении действительной оси цуга $\mathbf{l}$, а в направлении [56]

$$\vec{\mathscr{L}} = \mathbf{l} + q\,[\mathbf{lj}], \tag{82}$$

где q — определяемая соотношением (11) степень эллиптичности поляризации цуга, причем [2] $q = S_4/S_1$. Иными словами, направление движения цуга отклоняется от направления фазового вектора в сторону перпендикуляра к плоскости $(\mathbf{l}, \mathbf{j})$ на угол

$$\vartheta = q\,|\mathbf{j}|, \tag{83}$$

на что качественно обратил внимание еще в 1912 г. Богуславский [108].

Вследствие взаимной некогерентности цугов, образующих луч света, их векторы Пойнтинга аддитивны и каждый из них испытывает независимое отклонение от общего для всех цугов направления фазовой нормали. Таким образом, если световой луч образован совокупностью цугов неоднородных волн, то отдельные цуги будут перемещаться в различных направлениях, зависящих от q (т. е. их спинового момента импульса) [56] и должны разойтись веером, образуя пространственную развертку функции $W(q)$ распределения цугов по значения q, т. е. *спин-спектр* светового луча [107].

Практическая реализация спин-спектроскопического устройства связана с необходимостью превращения однородного светового луча с $\mathbf{j} = 0$ в пучок неоднородный, что может осуществляться различными путями [107, 109]. Одним из них может быть рефракция в поглощающей среде [56], другим — пропускание светового пучка сквозь призму из поглощающего материала или же сквозь любую среду (или тело, например, фотометрический клин) с постоянным поперечным градиентом оптической плотности. После прохождения подобной призмы, среды или тела однородная плоская волна превращается в слабонеоднородную с

$$\mathbf{j} = \frac{\nabla D}{\lg e \cdot k_0 n}, \tag{84}$$

где e — основание натуральных логарифмов.

Соответственно происходит и развертка светового луча в угловой спектр по величине q так, что угловое распределение освещенности, создаваемое совокупностью разошедшихся цугов, непосредственно воспроизводит функцию распределения $W(q)$, причем развертка в спин-спектр происходит в направлении, перпендикулярном ∇D. В частности, при использовании призмы из поглощающего материала осуществляется одновременно двойное разложение — перпендикулярно ребру призмы в обычный частотный спектр и параллельно ребру призмы — в спин-спектр.

Третья возможность превращения однородной волны в неоднородную и, соответственно, пространственной селекции цугов по значениям их спинового вращательного момента q связана с использованием полного внутреннего отражения. Сам эффект поперечного смещения цуга при полном внутреннем отражении в зависимости от q, впервые предсказанный Федоровым [110], теоретически изучен достаточно давно (см., например, [61, 111, 112]) и недавно подтвержден экспериментально [113]. Однако его применение для селекции цугов и определения $W(q)$ впервые предложено в [107, 109].

Если перед устройством, осуществляющим превращение волны в неоднородную, расположить поворотный компенсатор, то регистрация $W(q)$ при трех различных положениях компенсатора, трансформирующего известным образом состояние поляризации каждого цуга, будет эквивалентна определению полной трехмерной функции распределения цугов $W(\mathbf{p})$ по всевозможным состояниям поляризации [107, 109].

Из (83) и (84) при разумных допущениях о $|\nabla D|$ и геометрических размерах клина или призмы (т. е. поперечного сечения луча) легко видеть, что для $q = \pm 1$ угол $\vartheta \approx 10'' - 30''$, т. е. эффект поляризационной селекции цугов сравнительно мал. Пространственная селекция цугов с $q = \pm 1$ при полном внутреннем отражении также не велика и достигает всего $10-30\lambda$, т. е. около 5—15 *мкм* для видимого света [113].

Поэтому реальная разрешающая способность спин-спектроскопии определяется в первую очередь дифракционными помехами при поперечном смещении вектора Пойнтинга. Соответствующие оценки, выполненные на основе специально развитого с этой целью обобщения классической теории дифракции на неоднородные волны [114], показали, что при разумных параметрах устройства эти помехи пренебрежимы и не препятствуют достижению приемлемой разрешающей способности.

Возвращаясь к функции распределения цугов по состояниям поляризации для света, рассеянного коллоидной системой,— см. (80), — заметим, что величины c_i, характеризующие состояние рассеянного луча, связаны с величинами c_i^1 соотношением

$$c_i = \int c_i^1(p)\, W(c_i^1)\, dc_i^1, \tag{85}$$

где $W(c_i^1)$ — плотность вероятности реализации величины c_i^1 в акте рассеяния (или излучения, если речь идет о совокупности некогерентных излучателей). Использование спин-спектроскопии позволяет определить непосредственно величины $W(c_i^1)$, т. е. получать информацию о функции распределения рассеивателей (или излучателей) $w(p)$, а следовательно и $n(p)$. (см. (80)). Скажем, при рассеянии на шарообразных частицах, радиус которых $a \leqslant 2/k_0$, $c_4^1 \equiv q^1$ монотонно зависит от a и

$$n(a) = \frac{w(a)}{I^1(a)} = \frac{W(q^1)}{I^1(a)} \frac{dq^1}{da}, \tag{86}$$

где $I^1(a)$ и $q^1(a)$ известны из теории Ми рассеяния света шаром [17].

б) Дифференциальное преобразование луча

В рамках справедливости представлений о световом луче распространение цуга в неоднородной среде выступает как последовательное чередование актов его локального преобразования (отражения, преломления, рассеяния и т. п. на границах раздела или локальных неоднородностях среды) и разделяющих их актов распространения цуга от одного акта локального преобразования до другого [22]. При этом каждое локальное преобразование носит характер дискретного изменения параметров цуга, тогда как преобразование в акте распространения характеризуется их постепенной, дифференциальной трансформацией [2, 23].

Поскольку далее само представление о цуге допустимо только в квазиоднородной среде, круг возможных дифференциальных преобразований ограничивается явлениями рефракции, абсорбции, дихроизма, двойного лучепреломления и собственного (в том числе индуцированного) излучения среды. При этом каждый цуг преобразуется независимо, чем и определяется результат преобразования луча в целом.

Представление о квазиоднородной среде применительно к условиям распространения в ней плоской монохроматической волны может быть обобщено и на среду, содержащую локальные неоднородности при условии, что размеры этих неоднородностей малы по сравнению с длиной свободного пробега фотона [23, 30, 31, 36], причем присутствие рассеивающих частиц вносит свой вклад в величину показателя преломления среды, т. е. изменение скорости распространения волны и явления абсорбции, дихроизма и двойного лучепреломления [2, 12, 23, 36, 44]. Кроме того, необходимо, чтобы осреднение охватывало элемент объема с достаточно большим поперечным сечением [12, 23, 31].

В противном случае плотной упаковки неоднородностей (например, порошки, осадки), как показали экспериментальные исследования Иванова [115], представление о световом луче, а вместе с ним и основы фотометрии (включая теорию переноса излучения) перестают отвечать действительности, поскольку важную роль начинают играть существенно неоднородные компоненты фурье-разложения поля излучения в среде.

Если рассматривать квазиоднородную среду в пространственных масштабах, соответствующих осуществлению непрерывных дифференциальных преобразований цуга, то можно принять [56, 116]

$$m = n_0(1 + \mu - i\nu), \quad \mu = \frac{n - n_0}{n_0} \ll 1, \quad \nu = \frac{\varkappa}{n_0} \ll 1, \tag{87}$$

откуда, в частности,

$$\frac{\nabla m}{m} \approx \nabla\mu - i\nabla\nu, \tag{88}$$

а также вследствие предположенной слабости неоднородности цуга ($\mathbf{j} \ll 1$) использовать приближенные соотношения (9). Общая теория рефракции неоднородных волн [56] приводит тогда к приближенным уравнениям для действительной и мнимой частей комплексной волновой нормали $\mathfrak{l} = \mathbf{l} + i\mathbf{j}$ осевой волны цуга:

$$\begin{gathered} \operatorname{rot}\mathbf{l} = [\mathbf{l}, \nabla\mu], \quad \operatorname{rot}\mathbf{j} = [\nu\mathbf{l} + \mathbf{j}, \nabla\mu] - [\mathbf{l}, \nabla\nu], \\ \operatorname{div}[\mathbf{l}\,\mathbf{j}] = -2[\mathbf{l}\,\mathbf{j}]\,\nabla\mu, \quad (\mathbf{l}\nabla)\mathbf{l} = \nabla\mu - (\mathbf{l}\nabla\mu)\mathbf{l}, \end{gathered} \tag{89}$$

и направления фазовой нормали $\mathbf{N}/N = \mathbf{l} + \nu\mathbf{j} \ll \mathbf{l}$; направление перемещения цуга описывается (82), причем оператор дифференцирования вдоль траектории цуга

$$(\vec{\mathscr{L}}\nabla) = (\mathbf{l}) + (\{\nu\mathbf{j} + q\,[\mathbf{l}\mathbf{j}]\}\nabla) \approx (\mathbf{l}\nabla) + q\,([\mathbf{l}\mathbf{j}]\nabla). \tag{90}$$

Вследствие обусловливающего применимость понятия о луче света предположения крайней малости j и ν, радиусы кривизны $\mathscr{R}$ и кручения $\mathscr{T}$ действительной траектории цуга практически не отличаются от определяемых соотношениями

$$\frac{1}{\mathcal{K}^2} \approx (\nabla\mu)^2 - (l\nabla\mu)^2, \quad \frac{1}{\mathcal{T}^2} \approx \frac{[l\nabla\mu](l\nabla)\nabla\mu}{(\nabla\mu)^2-(l\nabla\mu)^2}. \tag{91}$$

Главная же нормаль **p** и бинормаль **s** практически не отличаются от действительных векторов

$$\mathbf{p} = \mathcal{R}[\nabla\mu - (\mathbf{l}\nabla\mu)\mathbf{l}], \quad \mathbf{s} = \mathcal{R}[\mathbf{l}, \nabla\mu], \quad \mathbf{p}^2 = \mathbf{s}^2 = 1, \tag{92}$$

причем

$$(\vec{\mathcal{L}}\nabla)\,\mathbf{p} \approx -\frac{\mathbf{l}}{\mathcal{R}} - \frac{\mathbf{s}}{\mathcal{T}}, \quad (\vec{\mathcal{L}}\nabla)\,\mathbf{s} \approx \frac{\mathbf{p}}{\mathcal{T}}. \tag{93}$$

При рассмотрении трансформации напряженности поля цуга в процессе рефракции в квазиоднородной изотропной среде удобно в качестве плоскости референции выбрать саму плоскость рефракции ($\mathbf{p}$, $\vec{\mathcal{L}}$) и в качестве базисных векторов

$$\mathbf{e}_1 = \cos\gamma\mathbf{p} - i\sin\gamma\mathbf{s}, \quad \mathbf{e}_2 = i\sin\gamma\mathbf{p} + \cos\gamma\mathbf{s}, \tag{94}$$

откуда

$$(\vec{\mathcal{L}}\nabla)\,\mathbf{e}_1 = -\frac{\cos\gamma}{\mathcal{R}}\overleftarrow{\mathcal{L}} - \frac{\mathbf{e}_2^*}{\mathcal{T}}, \quad (\vec{\mathcal{L}}\nabla)\,\mathbf{e}_2 = -\frac{\sin\gamma}{\mathcal{R}}\vec{\mathcal{L}} + \frac{\mathbf{e}_1^*}{\mathcal{T}}. \tag{95}$$

Полагая, в частности, $\gamma = 0$ и возвращаясь к (51), т. е. принимая

$$\mathbf{E} = E_1\mathbf{p} + E_2\mathbf{s}, \tag{96}$$

из условий разрешимости системы уравнений первого приближения геометрической оптики получаются [55, 56] соотношения, регулирующие изменение **E** вдоль траектории луча

$$\operatorname{div}\{n(\mathbf{E}\mathbf{E}^*)\,\mathbf{l}\} = 0, \quad \mathbf{l}\frac{E_1\nabla E_2 - E_2\nabla E_1}{\mathbf{E}\mathbf{E}^*} = \frac{1}{\mathcal{T}}, \tag{97}$$

где опущены малые поправки, обусловленные комплексностью m и $\mathbf{l}$, а также отличием $\mathbf{l}$ от $\vec{\mathcal{L}}$. Разрешая (97) относительно $(\mathbf{l}\nabla)\,E_i$ после несложных преобразований, находим

$$d\mathbf{E} = -\nu\mathbf{E}\,d\mathbf{l}, \tag{98}$$

где

$$\nu = \frac{1}{\mathcal{T}}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} + \left[\frac{1}{2}\left(\frac{d\ln m}{dl} + \operatorname{div}\mathbf{l}\right) + ik_0m\right]\delta_{ik}, \tag{99}$$

причем первое, зависящее от радиуса кручения слагаемое обусловлено исключительно поворотом самих базисных векторов **p**, **s** в пространстве [55, 56], а слагаемое ik_0m учитывает набег комплексной фазы вдоль волновой нормали [2].

Кроме плавной, создающей рефракцию неоднородности среды, выражающейся в координатной зависимости показателя преломления, на пути цуга могут оказаться локальные неоднородности (например рассеивающие свет частицы), либо изымающие кванты цуга, либо когерентно трансформирующие их. Обусловленные этим изменения цуга могут быть представлены как результат интерференции облучающей волны с волной, рассеянной частицами (см., скажем, [33, 44]), что, как известно, является основой теории дисперсии [44]. Обобщение этих идей на немолекулярное рассеяние, осуществленное в [23] (см. также [2, 12]), показало, что присутствие неоднородностей на пути цуга эквивалентно появлению дополнительного слагаемого в матрице ν, а именно

$$\nu_{ik}^{\text{доб}}=\frac{2\pi}{k^2}\sum_s \mu_{ik}^s(\mathbf{l},\mathbf{l})=\frac{2\pi N}{k^2}\mu_{ik}(\mathbf{l},\mathbf{l}), \tag{100}$$

где $\mu_{ik}^s(\mathbf{l},\mathbf{l})$ — компонента амплитудной матрицы рассеяния света s-й частицей в направлении вперед и N — концентрация частиц.

Если ограничиться случаем отсутствия кручения луча ($\mathcal{T}\to\infty$), то из (96) и (97) следует для матрицы когерентного дифференциального преобразования

$$\nu=\left[\frac{1}{2}\left(\frac{d\ln m}{dl}+\operatorname{div}\mathbf{l}\right)+ik_0m\right]\delta_{ik}+\frac{2\pi N}{k^2}\mu_{ik}(\mathbf{l},\mathbf{l}), \tag{101}$$

(при кручении осложняется преимущественно форма записи, но не суть явлений), что соответствует в случае изотропных частиц ($\mu_{ik}=\mu_{11}\delta_{ik}$) эффективному изменению показателя преломления

$$m_{\text{эфф}}=m\left(1+\frac{2\pi N}{ik^3}\mu_{11}\right). \tag{102}$$

Примеры конкретного расчета вида матрицы ν для магнитоактивной плазмы можно найти, например, в работах [62–64]. Попутно заметим, что примечание на стр. 405 работы [63], касающееся определения компонент тензора J_{ik}, основано на прямом недоразумении. Выбор этот не произволен и диктуется иными соображениями, чем обсуждаемые в [63]. Как видно из сказанного, фотометрическое приближение существенно оперирует параметрами Стокса, определяемыми соотношением (48), изменение же этих параметров прослеживается в направлении групповой скорости согласно (90) и (85) [56].

Вследствие линейности и однородности уравнений Максвелла, преобразование характеризующих состояние цуга корреляционных функций (а следовательно, и параметров Стокса) вдоль его траектории также будет непрерывным и может быть записано в виде [2, 23]

$$d\vec{S}=Q(\omega,\mathbf{l})\,\vec{S}dl, \tag{103}$$

где с учетом (101)

$$\left.\begin{aligned}
&Q_{11}=Q_{22}=Q_{33}=Q_{44}=\frac{d\mu}{dl}+\operatorname{div}\mathbf{l}+2k_0\varkappa+\frac{2\pi N}{k^2}\operatorname{Re}(\mu_{11}+\mu_{22}),\\
&Q_{12}=Q_{21}=\frac{2\pi N}{k^2}\operatorname{Re}(\mu_{11}-\mu_{22}),\quad Q_{13}=Q_{31}=\frac{2\pi N}{k^2}\operatorname{Re}(\mu_{12}+\mu_{21}),\\
&Q_{14}=-Q_{41}=\frac{2\pi N}{k^2}\operatorname{Im}(\mu_{12}-\mu_{21}),\quad Q_{23}=-Q_{32}=\frac{2\pi N}{k^2}\operatorname{Re}(\mu_{12}-\mu_{21}),\\
&Q_{42}=-Q_{24}=\frac{2\pi N}{k^2}\operatorname{Im}(\mu_{12}+\mu_{21}),\quad Q_{34}=-Q_{43}=\frac{2\pi N}{k^2}\operatorname{Im}(\mu_{11}-\mu_{22}).
\end{aligned}\right\} \tag{104}$$

Поскольку каждый из образующих луч цугов преобразуется независимо, матрица преобразования $Q(\omega,\mathbf{l})$ относится не только к отдельному цугу, но и ко всему лучу как к единому образованию.

При изотропии локальных неоднородностей $\mu_{ik}=\mu_{11}\delta_{ik}$ и матрица $Q(\omega,\mathbf{l})$ вырождается в скаляр $Q_{ik}=\varepsilon(\omega)\,\delta_{ik}$, где коэффициент экстинкции

$$\varepsilon(\omega)=\frac{d\mu(\omega)}{dl}+\operatorname{div}\mathbf{l}+2k_0\varkappa(\omega)+\frac{4\pi N}{k^2}\operatorname{Re}\mu_{11}(\omega). \tag{105}$$

Заметим, что, вообще говоря, $\varkappa(\omega)$ может быть отрицательным, как это имеет место при известных ограничениях в результате оптической накачки.

Из соотношений (100) и (104), в частности, явствует [12], что флуктуации N или $\mu_{11}(\omega)$ могут обусловливать флуктуации амплитуды и фазы светового цуга в той же мере, как и флуктуации показателя преломления μ, рассмотренные в монографии [116]. Успешная попытка учесть это явление была предпринята недавно в работе [117].

в) Локальное преобразование луча и уравнение переноса излучения

Мы уже упоминали, что в каждом единичном акте локального преобразования излучения веществом, при котором происходит скачкообразное изменение состояния, направления или частоты светового цуга (например, при отражении, преломлении, рассеянии и т. п.), но сохраняется линейность и однородность уравнений электродинамики, каждый цуг преобразуется независимо и результат преобразования зависит от изначального состояния цуга [2, 22, 23]. Соответственно в рамках лучевой оптики акт локального преобразования может быть представлен в виде [2, 22, 23, 50]

$$\mathbf{E}'(\omega', \mathbf{l}') = \mu(\omega, \mathbf{l}'; \omega, \mathbf{l})\, \mathbf{E}(\omega, \mathbf{l}), \tag{106}$$

где оператор локального преобразования μ, определяемый в частотно-импульсном представлении, описывает свойства вещества. (При отказе от фотометрически-лучевой концепции и обращении к общей теории когерентности его заменяет некоторый пространственно-временной оператор воздействия вещества на излучение — см., например, [33, 36].)

В работе [23] показано (см. также [2]), что всегда можно найти такие представления $\mathbf{e}_1$, $\mathbf{e}_2$ до акта и $\mathbf{e}_1'$, $\mathbf{e}_2'$ после акта воздействия, что матрица μ диагонализируется. Это означает, что каждый цуг как бы распадается на две альтернативные спиновые компоненты, преобразуемые в данном акте воздействия вещества независимо.

Именно по этой причине, в частности, никакие поляризационные устройства традиционного типа, основанные на выполнении над лучом ряда последовательных операций расщепления, фильтрации и трансформации каждого образующего луч цуга, не в состоянии доставить информацию о функции распределения цугов по состояниям поляризации сверх первых моментов этого распределения, а именно параметров Стокса. Выход из этого тупика возможен, как показано выше, только двумя путями, а именно переходом к селекции цугов, основанной на радикально ином принципе, или же обращением к анализу флуктуаций параметров Стокса, т. е. поведения параметров типа

$$\langle S_i(\omega, \mathbf{l})\, S_k(\omega + \Omega, \mathbf{l} + \boldsymbol{\rho})\rangle_{\omega, \mathbf{l}}.$$

Обращаясь к параметрам Стокса, т. е. к фотометрическим характеристикам цуга (или луча) как целого, для единичного акта локального преобразования (например, рассеяния) из (106) получаем [2, 22, 23, 48, 49, 51, 52, 118]

$$d\vec{S}'(\omega', \mathbf{l}') = D^1(\omega', \mathbf{l}'; \omega, \mathbf{l})\, \vec{S}(\omega, \mathbf{l})\, d\omega\, dO, \tag{107}$$

где имеющая смысл коэффициента яркости безразмерная матрица D^1_{ik} образуется из матрицы μ_{ik} при помощи соотношения [119]:

$$D^1_{ik} = \frac{1}{2}(-1)^{\delta_{k4}} \mu_{sj} \mu^*_{tl} \sigma^i_{st} \sigma^k_{jl}, \tag{108}$$

в котором σ^i_{st} — i-я матрица Паули — см. (49), $\vec{S}'(\omega', \mathbf{l}')$ — параметры Стокса преобразованного луча, осредненные по видимой площади s неоднородности, находящейся на расстоянии $\mathbf{l}$ от наблюдателя.

Заметим, что в американской литературе (в том числе и в ее русских переводах и переложениях — см., например, [60, 120]), матрицам D локального преобразования излучения веществом нередко присваивается имя Г. Мюллера, на что нет никаких оснований. В действительности идея введения матриц подобного вида, описывающих преобразование веществом параметров Стокса излучения, высказана в 1929 г. Солейлем [48] и впервые реализована в 1942 г. Перреном [49] применительно к акту рассеяния света. Независимо и в более развернутом виде (включая введение операторов локального преобразования μ и Q, исследование их вида для различных типов рассеяния и формулирование матричного уравнения переноса излучения) концепция алгебраической оптики световых лучей была разработана в 1946 г. автором [22] (см. также [2]), для которого по условиям военного времени работа Ф. Перрена оставалась неизвестной, так же как и публикации Дж. Джонса [50], разработавшего когерентную алгебраическую оптику применительно к плоским монохроматическим волнам. Вскоре появились публикации Г. Мюллера [118] (1948 г.) и Н. Парке [51] (1949 г.), в которых независимо развиты некоторые из идей и методов, содержавшихся в работе [22]. Обобщение этих идей на произвольные представления для параметров Стокса и непрерывные преобразования луча осуществлено в [23] (см. также [2]).

Впервые матрицы рассеяния света были измерены для атмосферного воздуха в 1957 г. [121, 122]. Впоследствии многими авторами выполнялись их измерения для разных сред — в атмосфере, морской воде, взвесях, латексах и т. п. (см., например, [123–126]).

Соотношение (107) относится к единичной неоднородности (частице), видимой для наблюдателя в рассеянном свете под телесным углом $\Delta O_{\text{и}} = s/\mathrm{l}^2$. Если теперь в поле зрения наблюдателя $\Delta O \gg \Delta O_{\text{и}}$ находится много локальных неоднородностей, располагающихся на расстоянии l в слое толщиной $d\mathrm{l}$ с объемной концентрацией N, то осредненные по полю зрения ΔO параметры Стокса в соответствии с (30) — (33)

$$d\vec{S}(\omega', \mathrm{l}') = N\,dV_{\text{ }}d\vec{S}(\omega', \mathrm{l}')\frac{\Delta O_{\text{и}}}{\Delta O}, \tag{109}$$

и так как объем $dV = \mathrm{l}^2 d\mathrm{l}\Delta O$

$$d\vec{S}(\omega', \mathrm{l}') = D(\omega', \mathrm{l}'; \omega, \mathrm{l})\,\vec{S}(\bar{\omega}, \mathrm{l}')\,d\omega\,dO\,d\mathrm{l}, \tag{110}$$

где объемная матрица D локального преобразования (рассеяния) света средой связана с D^1 соотношением

$$D(\omega', \mathrm{l}'; \omega, \mathrm{l}) = ND^1(\omega', \mathrm{l}'; \omega, \mathrm{l}). \tag{111}$$

Из соотношений взаимности для компонент амплитудной матрицы μ, относящейся к единичному акту воздействия, а именно [119]

$$\mu_{ik}(\omega', \mathrm{l}'; \omega, \mathrm{l}) = \mu_{ki}(\omega, -\mathrm{l}; \omega', -\mathrm{l}') \tag{112}$$

вытекают соотношения взаимности для матрицы D_{ik} [119] в виде

$$(-1)^{\delta_{i4}} D_{ik}(\omega', \mathrm{l}'; \omega, \mathrm{l})\frac{s}{n} = (-1)^{\delta_{k4}} D_{ki}(\omega, -\mathrm{l}; \omega', -\mathrm{l}')\frac{s'}{n'}, \tag{113}$$

где s и s' — видимые площади трансформирующего излучения объекта (неоднородности) для излучателя (в направлении l) и наблюдателя (в направлении l'), а n и n' — показатели преломления среды в местах нахождения излучателя и наблюдателя соответственно.

Вследствие независимости трансформации некогерентных между собой цугов и аддитивности параметров Стокса для цугов, претерпевших преобразование, матрица D сохраняет применимость и в случае светового луча, рассматриваемого как целое образование.

С другой стороны, если цуг испытывает параллельные некоррелированные преобразования на разных объектах (например, рассеивающих частицах или стохастических границах раздела) и если цуги, порожденные этими преобразованиями, вновь объединяются в единый преобразованный световой луч, то матрица их совокупного преобразования D вследствие аддитивности параметров Стокса образуется аддитивно из матриц D_i^1 индивидуальных преобразований, т. е. $D = \sum_i D_i^1$. При этом, хотя параллельные преобразования D_i^1 статистически независимы, каждое из них в отдельности строго когерентно в соответствии с (106) и (108). Поэтому, как нетрудно показать, компоненты матрицы совокупного преобразования должны удовлетворять следующему неравенству:

$$\Big(\sum_k c_k D_{1k}\Big)^2 \geqslant \sum_{i\neq 1} \Big(\sum_k c_k D_{ik}\Big)^2 \tag{114}$$

при любых c_k ($c_1 \equiv 1$, $c_2^2 + c_3^2 + c_4^2 \leqslant 1$), откуда, в частности,

$$D_{11}^2 \geqslant D_{21}^2 + D_{31}^2 + D_{41}^2, \quad (D_{11} \pm D_{1k})^2 \geqslant \sum_{i\neq 1} (D_{i1} \pm D_{ik})^2. \tag{114а}$$

Для серии последовательных преобразований, как это очевидно из (107) или (110), матрица результирующего преобразования формируется путем умножения матриц частных преобразований с сохранением того порядка, в котором их испытывает луч [2, 22, 91, 118].

Таким образом, какова бы ни была судьба луча, она слагается из ряда чередующихся дифференциальных и локальных преобразований, переживаемых параллельно всеми образующими луч цугами. Каждое из них описывается операторами Q или D, соответствующими тому или иному виду воздействия вещества на излучение [2, 22, 23]. При этом операторы Q и D приобретают отчетливый смысл вероятности той или иной трансформации цуга, а вместе с ним и всего луча в целом.

Вместе с тем траектория цуга между актами его локального преобразования описывается уравнениями рефракции (89) — (90), и вид оператора Q непосредственно связан с поведением ортов $\mathbf{p}$ и $\mathbf{s}$ и законами сохранения (97). При этом необходимо заметить существование связи между законами сохранения (97) и (64) — (66) и вытекающие отсюда зависимости между матрицами Q и D.

Важнейшей из них является так называемая «оптическая теорема» (см., например, [17, 38]), практически без изменений обобщаемая на немолекулярное рассеяние [36] и устанавливающая прямую связь между матрицами μ_{ik} ($\mathbf{l}'$, $\mathbf{l}$) и D_{ik} ($\mathbf{l}'$, $\mathbf{l}$). Ее частным случаем является известное соотношение [2, 12, 23, 36]

$$\frac{4\pi}{k^2}\,\mathrm{Re}\,\mu_{11} = \oint D_{11}(\omega,\ \mathbf{l}';\ \omega,\ \mathbf{l})\,dO + \alpha(\omega), \tag{115}$$

физический смысл которого сводится к утверждению, что каждый изымаемый частицей из луча квант должен быть либо рассеян в каком-нибудь направлении, либо поглощен этой частицей — вероятность последнего описывается тогда входящей в (115) величиной $\alpha(\omega)$.

Однако реальное содержание оптической теоремы существенно шире этого утверждения (см. [36]), так же как и ее рамки не исчерпывают связи законов сохранения (64) — (66) с видом матрицы D_{ik}, обязанной учитывать всю совокупность явлений обмена энергией импульсом и моментом импульса между излучением и неоднородностью в акте рассеяния.

Иными словами, *лучевая оптика* предстает перед нами как целостная неразрывная концепция, объединяющая геометрическую оптику, фотометрию, поляриметрию, теорию рефракции и, как мы увидим, теорию переноса излучения и образующая самостоятельную ветвь физической оптики, охватывающую закономерности формирования светового поля, а также теорию его измерения. Располагая обширнейшими областями практического применения как в чисто научных, так и в прикладных проблемах, она достигла ныне известной степени внутренней завершенности.

Однако реальные возможности ее применения существенно ограничиваются недостаточностью наших знаний о структуре и поведении операторов Q и D для различных типов воздействия вещества на излучение в зависимости от тех или иных физических факторов, скажем, строения или состояния вещества. Их исследование остается уделом смежных разделов оптики и становится, в связи со сказанным, одной из их первоочередных задач, включая и перевод многих традиционных результатов на специфический операторный язык лучевых представлений.

Одним из примеров подобного подхода стало теоретическое и экспериментальное изучение матриц рассеяния света, начатое в работах Ф. Перрена [49], У. Фано [52] и автора [22, 23]. Уже на первых порах оно привело к экспериментальному обнаружению эллиптичности поляризации света при его рассеянии [121, 122], оптической анизотропии океанических вод [126] и мелкодисперсности оптически активного атмосферного аэрозоля [65, 124, 127] и ныне развернулось в обширную и разностороннюю программу, занимающую все более заметное место в оптических журналах (см., например, [17, 18]), в частности в связи с разработкой новых методов оптического исследования состояния золей и прослеживания процессов, происходящих в диспергированной фазе вещества.

Другой ветвью современной лучевой оптики стало развитие операторных методов расчета оптических систем и устройств, восходящее к первоначальным публикациям Джонса [50] и Парке [51] и вылившееся в самостоятельную техническую дисциплину [60, 120].

Наконец, как уже неоднократно упоминалось, концепция лучевой оптики лежит в основе обширнейшего и тщательно разработанного раздела современной математической физики, а именно теории переноса излучения в рассеивающих средах. Поскольку световое поле позволительно трактовать как совокупность некогерентных световых цугов всевозможных направлений, теория его структуры может основываться на элементарной идее прослеживания судьбы каждого цуга во всех переживаемых им перипетиях.

Эта идея, выдвинутая Соре [128, 129] около 90 лет назад, на современном языке может быть записана в виде [13, 119]

$$S_i(\omega', \mathbf{l}'; B, t+\theta) = P_{ik}^{AB,\theta}(\omega', \mathbf{l}'; \omega, \mathbf{l})\, S_k(\omega, \mathbf{l}; A, t), \tag{116}$$

где $S_k(\omega, \mathbf{l}; A, t)$ относится к изначальному световому цугу в произвольной точке A в момент времени t, а $S_1(\omega', \mathbf{l}', B, t+\theta)$ — к порожденному им семейству цугов в некоторой другой точке B по истечении времени θ.

Матрица переноса $P_{ik}^{AB,\theta}$, связывающая пару произвольных точек A и B, представляет собой вероятность того, что квант, вышедший из точки A в направлении $\mathbf{l}$, достигнет любыми путями точки B за время θ, изменив надлежащим образом свое состояние поляризации, частоту и направление движения.

Предметом теории при этом становится прослеживание всех возможных вариантов пути, доступных кванту, и соответственно вероятностей их реализации. Методикой осуществления такого анализа и различаются предложенные разными авторами варианты теории переноса излучения [7-14, 91, 130-134].

В частности, основой для исследования матриц переноса $P_{ik}^{AB,\theta}$ может стать анализ процесса изменения параметров светового луча на элементе длины dl его траектории. Это изменение слагается из двух процессов — изъятия или трансформации фотонов, образующих луч, т. е. дифференциального преобразования вида (103), и присоединения к лучу фотонов, ранее принадлежавших другим лучам, в результате локального акта рассеяния, происходящего на том же отрезке пути dl. Этот процесс описывается соотношением (110).

Сочетая оба процесса, приходим к соотношению, впервые полученному еще в 40-е годы независимо Чандрасекаром [8] и автором [22, 23] (см. также [2, 12]) и известному как матричное уравнение переноса излучения

$$(\mathbf{l}\nabla) S_i(\omega, \mathbf{l}) =$$
$$= -Q_{ik}(\omega, \mathbf{l}) S_k(\omega, \mathbf{l}) + \int \oint D_{ik}(\omega, \mathbf{l};\ \omega', \mathbf{l}') S_k(\omega', \mathbf{l}')\, d\omega'\, dO' + S_i^{\text{изл}}(\omega, \mathbf{l}), \tag{117}$$

где $S_i^{\text{изл}}$ относится к собственному некогерентному (например, тепловому) излучению среды.

Именно это интегродифференциальное уравнение, представляющее собой фотометрическое (лучевое) приближение более общего и значительно позднее сформулированного уравнения Бете — Солпитера [36], служит обычно теоретической основой для исследования поведения матрицы переноса $P_{ik}^{AB,T}$. Тем самым определяется положение фотометрической по своей природе *теории переноса излучения* в рамках общей статистической оптики и в концепции лучевой оптики — в последнем случае она выступает именно как *фотометрическая теория диффузного светового поля*.

Попутно заметим, что до настоящего времени широко распространено использование первоначального физически заведомо некорректного скалярного варианта уравнения переноса, разработанного еще в начале века независимо Шварцшильдом и Шустером. Некорректность этого уравнения, оперирующего только яркостью луча $I \equiv S_1$, с математической точки зрения связана с отбрасыванием в (117) членов того же порядка величины, что и сохраняемые, а физически вытекает из игнорирования влияния поляризационного состояния цуга на результат его преобразования и, вместе с тем, требований, обусловленных существованием законов сохранения, кроме сохранения энергии [2, 22]. Аргументами же в пользу скалярного уравнения остаются только его сравнительная простота, крайняя ограниченность данных о матрицах D_{ik} локального преобразования луча и, пожалуй, тенденция ограничиваться качественным анализом получаемых результатов, несмотря на крайнюю трудоемкость математических процедур.

В заключение заметим также, что центральной проблемой перехода от уравнения Бете—Солпитера к уравнению переноса излучения (117), т. е. введения фотометрического приближения, является определение элементарного объема среды, по которому осуществляется осреднение корреляционных функций поля [30, 31, 36]. Именно в процессе этого осреднения поле взаимного облучения неоднородностей эффективно расщепляется на когерентную и некогерентную части [23]. Первая из них обусловливает изменение действующего поля, в котором находятся неоднородности, и в конечном счете проявляется в компонентах дисперсионной матрицы ν (или Q) — см. (101), (104). Кроме того, когерентная часть поля взаимного облучения частиц в большей или меньшей мере нарушает аддитивность матриц ν, Q и D в элементе объема, а также изменяет вид матрицы D (например, угловую зависимость ее коэффициентов).

Некогерентная часть поля взаимного облучения частиц, напротив, расщепляется при осреднении корреляционных функций по элементу объема на совокупность независимых лучей, создающих именно те эффекты многократного рассеяния, которые являются предметом теории переноса излучения.

Именно по этой причине так называемые кооперативные эффекты, обусловленные когерентной частью взаимного облучения частиц, лежат за пределами теории переноса и проявляются только в поведении тех характеристик вещества, которыми она оперирует [30, 31, 36].

С изложенной точки зрения в настоящее время наиболее существенно исследование этих характеристик (т. е. матриц ν, Q и D), включая роль когерентных кооперативных эффектов в их формировании в зависимости от свойств и состояния вещества, но это лежит уже за пределами лучевой оптики.

* * *

Если обратиться к структуре современной статистической оптики, то сразу же бросается в глаза неразрывная связь ее обоих аспектов — теории измерений и теории структуры поля излучения [37–42]. Одна из сторон этой связи и стала предметом нашего внимания.

Мы обнаружили, что пользование *оптическим* приемником с неизбежностью порождает приближение *лучевой* оптики, т. е. замкнутую систему представлений, понятий и соотношений, составляющих реальное содержание современной *теории светового поля*. Последняя, как мы убедились, охватывает с единых позиций такие разделы оптики, как геометрическая оптика, фотометрия, поляриметрия, трансформация луча веществом, теория переноса излучения и т. п.

Образ луча, казалось, связанный с источником света, но в действительности порождаемый актом измерения при помощи оптического приемника (например, глаза), переносит нас из привычного координатно-временного представления в частотно-импульсное пространство фурье-образов, для которого и определяются основные понятия и величины лучевой оптики, включая и специфические формулировки законов сохранения и законов трансформации. Именно здесь заложены особенности оптической трактовки и оптического способа описания явлений.

В первую очередь это относится к алгебраической оптике, выступающей как самостоятельный раздел теории светового поля, имеющий задачу описания процессов трансформации светового луча веществом — будь это процессы распространения (рефракция, двойное лучепреломление и т. п.) или локальные акты отражения, преломления, рассеяния и т. д. Обращение к аппарату линейных операторов, получающих физически отчетливую вероятностную трактовку, немедленно приводит к теории переноса излучения (не имевшей ранее электродинамического обоснования) со всеми ее техническими, геофизическими и астрофизическими ответвлениями. Вместе с тем получают определенность и условия допустимости применения оптических приемников, а тем самым и границы справедливости связанного с этим приближения лучевой оптики.

Хотя отдельные ветви лучевой оптики имеют уже длительную историю и богатую литературу, изложенная выше целостная концепция теории светового поля нуждается в разностороннем развитии. Статья выполнит свое назначение, если стимулирует интерес к этой теории и вместе с тем поможет устранить устоявшееся представление о независимости фотометрии и теории переноса от электродинамики.

Институт физики атмосферы
АН СССР

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. G. V. Rozenberg, Appl. Optics 12, 2855 (1973).
2. Г. В. Розенберг, УФН 56, 77 (1955).
3. Ш. Фабри, Общее введение в фотометрию, М., ГТТИ, 1934.
4. Данте Алигьери, Божественная комедия. Перевод М. Лозинского, Рай. Песня вторая. Стихи 97—105, М., Гослитиздат, 1950.
5. П. Бугер, Оптический трактат о градации света, И., Изд-во АН СССР, 1950.
6. J. Lambert, Photometria, sive de mensure et gradilus luminus, colorum et mubrac. Ostwald's Klassiker den exakten Wissenchaften, Nr. 31—33, Lpz., 1892.
7. В. А. Амбарцумян, Изв. АН Арм. ССР, № 1—2 (1944).
8. K. Chandrasekhar, Radiative Transfer, Lnd., 1950.
9. В. В. Соболев, Перенос лучистой энергии в атмосферах звезд и планет, М., 1956.
10. R. W. Preisendorfer, Radiative Transfere, Oxford, Pergamon (No. 9), 1965.
11. Б. Девисон, Теория переноса нейтронов, М., Атомиздат, 1961.
12. Г. В. Розенберг, УФН 69, 57 (1959).
13. Г. В. Розенберг, УФН 91, 569 (1967).
14. А. П. Иванов, Оптика рассеивающих сред, Минск, «Наука и техника», 1969.
15. A. Vašiček, Optics of Thin Films, Amsterdam, North-Holland, 1960.
16. Г. В. Розенберг, Оптика тонкослойных покрытий, М., Гостехиздат, 1958.
17. Q. Van de Hulst, Light Scattering by Small Particles, N. Y., 1962.
18. M. Kerker, The Scattering of Light, N. Y., Academic Press, 1969.
19. Г. В. Розенберг, Ю. Р. Озорович, Опт. и спектр. 35, 351 (1973).
20. А. А. Гершун, Избранные труды по фотометрии и светотехнике, М., Гостехиздат, 1958.
21. Ф. И. Федоров, ЖПС 4, 58 (1966).
22. Г. В. Розенберг, Особенности поляризации света, рассеянного атмосферой в условиях сумеречного освещения. Канд. диссертация, Москва, 1946.
23. Г. В. Розенберг, Некоторые вопросы распространения электромагнитных волн в неоднородных средах. Докт. диссертация, Москва, 1954.
24. Ю. Н. Гнедин, А. З. Долгинов, ЖЭТФ 45, 1136 (1963).
25. Л. С. Долин, Изв. вузов, сер. «Радиофизика» 7, 559 (1964).
26. В. М. Финкельберг, ЖЭТФ 53, 401 (1967).
27. Ю. Н. Барабаненков, В. М. Финкельберг, ibid., с. 978.
28. А. Г. Боровой, Изв. вузов, сер. «Физика», № 4, 97 (1967).
29. М. И. Рязанов, в кн. Прохождение излучения через вещество, М., Атомиздат, 1968, с. 91.
30. Г. В. Розенберг, Опт. и спектр. 28, 392 (1970).
31. Г. В. Розенберг, в кн. Теоретические и прикладные проблемы рассеяния света, Минск, «Наука и техника», 1971, с. 159.
32. Ю. Н. Барабаненков, В. М. Финкельберг, ibid., с. 171.
33. Ю. Н. Барабаненков, Ю. А. Кравцов, С. М. Рытов, В. И. Татарский, УФН 102, 3 (1970).
34. Л. А. Апресян, Изв. вузов, сер. «Радиофизика» 16, 461 (1973).
35. Л. А. Апресян, ibid. 17, 165 (1974).
36. Ю. Н. Барабаненков, УФН 117, 49 (1975).
37. M. Beran, G. B. Parent, Theory of Partial Coherence, N. Y., 1964.
38. М. Борн, Э. Вольф, Основы оптики, М., «Мир», 1970.
39. Дж. Клаудер, Э. Сударшан, Основы квантовой оптики, М., «Мир», 1970.
40. Е. Л. О'Нейл, Введение в статистическую оптику, М., ИЛ, 1966,
41. Э. Вольф, Л. Мандель, УФН 87, 491 (1965); 88, 347, 619 (1966).
42. Я. Перина, Когерентность света, М., «Мир», 1974.
43. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Электродинамика сплошных сред, М., Гостехиздат, 1957.
44. М. В. Волькенштейн, Молекулярная оптика, М., Гостехиздат, 1951.
45. И. Л. Фабелинский, Молекулярное рассеяние света, М., Физматгиз, 1965.
46. А. А. Шишловский, Прикладная физическая оптика, М., Физматгиз, 1961.

47. Р. Дитчберн, Физическая оптика, М., «Наука», 1965.
48. P. Soleillet, Ann. de Phys. 12, 23 (1929).
49. F. Perrin, J. Chem. Phys. 10, 415 (1942).
50. G. Jones, J. Opt. Soc. Am. 31, 488, 493, 500 (1941); 32, 486 (1942); 37, 107, 110 (1947).
51. N. G. Parke, J. Math. and Phys. 28, 131 (1949).
52. V. Fano, J. Opt. Soc. Am. 39, 859 (1949).
53. Ф. И. Федоров, Оптика анизотропных сред, Минск, Изд-во АН БССР, 1958.
54. Ф. И. Федоров, ЖПС 2, 523 (1965).
55. С. М. Рытов, ДАН СССР 18, 263 (1938).
56. Г. В. Розенберг, И. Г. Мельникова, Изв. АН СССР, сер. «Физика атмосферы и океана» 7, 1053 (1971).
57. А. И. Ахиезер, В. Б. Берестецкий, Квантовая электродинамика, М., Физматгиз, 1959.
58. N. Winer, J. Francl. Inst. 207, 525 (1929).
59. N. Winer, Acta Math. 55, 117 (1930).
60. У. Шерклифф, Поляризованный свет, М., «Мир», 1965.
61. В. А. Кизель, Отражение света, М., «Наука», 1973.
62. В. Н. Сазонов, В. Н. Цытович, Изв. вузов, сер. «Радиофизика» 11 1287 (1968).
63. V. V. Zheleznyakov, Astrophys. and Space Sci. 2, 403 (1968).
64. В. В. Железняков, Е. В. Суворов, В. Е. Шапошников, Астрон. ж. 51, 243 (1974).
65. Г. В. Розенберг, УФН 95, 159 (1968).
66. Г. В. Розенберг, Изв. АН СССР, сер. «Физика атмосферы и океана» 12(11) (1976).
67. A. Walther, J. Opt. Soc. Am. 58, 1256 (1968).
68. E. W. Marchand, E. Wolf, Optics Comm. 6, 305 (1972).
69. В. И. Татарский, ЖЭТФ 63, 2077 (1972).
70. M. Planck, Vorlesungen über die Theorie der Wärmestrahlung, Berlin, 1906.
71. R. J. Glauber, in: Quantum Optics and Electronics, No 9, N. Y., Gordon and Breach, 1965.
72. G. G. Stokes, Trans. Cambr. Phil. Soc. 9, 399 (1852).
73. М. Борн, УФН 62, 129 (1957).
74. A. A. Michelson, Light Waves and Their Uses, Chicago, 1903.
75. M. Francon, S. Slansky, Coherence en Optique, Paris, 1965.
76. L. Mandel, Progr. Optics 2, 181 (1963).
77. H. Gamo, ibid. 3, 187 (1964).
78. Л. И. Мандельштам, Полное собрание трудов, т. I и V, М., Изд-во АН СССР, 1947.
79. С. М. Рытов, Статистическая радиофизика, М., «Наука», 1966.
80. Д. В. Скобельцын, УФН 110, 253 (1973).
81. В. Л. Гинзбург, УФН 110, 309 (1973).
82. В. Л. Гинзбург, В. А. Угаров, УФН 118, 175 (1976).
83. A. A. Sadovskii, Acta et Comm. Imp. Univ. Jureviensis. 7, Nr. 1—3 (1899); 8, Nr. 1—2 (1900).
84. С. И. Вавилов, Глаз и Солнце, М., Изд-во АН СССР, 1961.
85. С. И. Вавилов, Микроструктура света, М., Изд-во АН СССР, 1950.
86. Д. С. Волосов, М. В. Цивкин, Теория и расчет светооптических систем, Л., «Искусство», ЛО, 1960.
87. А. А. Гершун, Световое поле, Л., ОНТИ, 1936.
88. R. V. Jones, Nature 167, 439 (1951).
89. Q. Q. Beth, Phys. Rev. 49, 471 (1935); 50, 115 (1936).
90. Carrada, Nature 164 (4177), 882 (1949).
91. Г. В. Розенберг, в кн. Спектроскопия светорассеивающих сред, Минск, «Наука и техника», 1963.
92. Г. В. Розенберг, ЖПС 1, 315 (1955).
93. Г. В. Розенберг, ibid. 10, 954 (1969).
94. Г. В. Розенберг, в кн. Труды Московского вечернего машиностроительного института, вып. 2, М., «Сов. наука», 1955, с. 290.
95. Г. В. Розенберг, УФН 58, 487 (1956).
96. L. Kuščer, Optica Acta 6, 42 (1959).
97. A. Poincare, Theorie mathematique de la lumiere, v. 2, Paris, 1892. ch. 12.
98. Г. В. Розенберг, ЖПС 4, 440 (1958).
99. В. Л. Гинзбург, Распространение электромагнитных волн в плазме, М., «Наука», 1967.
100. В. М. Агранович, В. Л. Гинзбург, Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теории электронов, М., «Наука», 1965.
101. Ю. С. Бараш, В. Л. Гинзбург, УФН 118, 523 (1976).

102. Г. В. Розенберг, Изв. АН СССР сер. «Физика атмосферы и океана», 6, 445 (1970).
103. А. Е. Хайрулина, А. П. Иванов, ДАН БССР 12, 503 (1968).
104. А. П. Иванов, А. Я. Хайрулина, А. Г. Чайковский, Опт. и спектр. 36, 964 (1947).
105. Сб. Photon's Correlation and Light Beating Spectroscopy, ser. B, v. 3, NATO, Advance-Study Inst., 1973.
106. W. Hinds, P. C. Reist, Aerosol. Sci. 3, 501 (1972).
107. Г. В. Розенберг, Авторское свидетельство № 434259 с приоритетом от 7.III 1974 г., Бюлл. изобретений № 24 (1974).
108. S. Boguslawski, Phys. Zs. 13, 393 (1912).
109. Г. В. Розенберг, Авторское свидетельство № 451000 с приоритетом от 26.X 1974 г., Бюлл. изобретений № 43 (1974).
110. Ф. И. Федоров, ДАН СССР 105, 465 (1955).
111. C. Beanregard, Cahiers de Phys. 18, 471 (1964).
112. H. Schilling, Ann. d. Phys. 16, 122 (1966).
113. Ch. Imbert, Phys. Rev. D3, 787 (1972).
114. В. И. Шевернев, Изв. вузов, сер. «Радиофизика» (1976).
115. А. П. Иванов, доклад на Всесоюзном совещании по оптике рассеивающих сред, Мозжинка, декабрь 1974 г.
116. В. И. Татарский, Распространение волн в турбулентной атмосфере, М., «Наука», 1967.
117. В. И. Татарский, Г. И. Овчинников, Изв. АН СССР, сер. «Физика атмосферы и океана» 11 (9) (1975).
118. H. Mueller, J. Opt. Soc. Am. 38, 661 (1948).
119. Г. В. Розенберг, Изв. АН СССР, сер. «Физика атмосферы и океана» 10, 1266 (1974).
120. М. М. Горшков, Эллипсометрия, Л., «Сов. радио», ЛО, 1974.
121. Г. В. Розенберг, И. М. Михайлин, Опт. и спектр. 5, 671 (1958).
122. Ю. С. Георгиевский и др., Прожекторный луч в атмосфере, под ред. Г. В. Розенберга, М., Изд-во АН СССР, 1961.
123. Г. И. Горчаков, Изв. АН СССР, сер. «Физика атмосферы и океана» 2, 595 (1966).
124. Г. И. Горчаков, ibid. 9, 204 (1973).
125. Ю. С. Любовцева, И. Н. Плахина, Океанология 15, 157 (1975).
126. Е. А. Кадышевич, Ю. С. Любовцева, Г. В. Розенберг, Изв. АН СССР, сер. «Физика атмосферы и океана» 12, 186 (1976).
127. Г. В. Розенберг, ibid. 3, 936 (1967).
128. J. L. Soret, Ann. Chim. et Phys. 503 (1888).
129. J. L. Soret, Arch. Sci. phys. et nature 20, 439 (1888).
130. H. D. Van de Hulst, W. Irvine, Met. Soc. Roy. Sci. Liege 7, 78 (1962).
131. W. Irvine, Bull. Astron. Inst. Netherlands 17 (4) (1964).
132. Л. М. Романова, Изв. АН СССР, сер. «Физика атмосферы и океана» 1, 1022 (1965).
133. Л. М. Романова, ibid., с. 599.
134. Метод Монте-Карло в атмосферной оптике, под общей ред. Г. И. Марчука, Новосибирск, «Наука», СО, 1976.
135. Л. М. Бреховских, Волны в слоистых средах. М., «Наука», 1973.