

ИЗ ТЕКУЩЕЙ ЛИТЕРАТУРЫ

539.189.1

**ДВУХЧАСТОТНАЯ ПРЕЦЕССИЯ  
 $\mu^+$ -МЕЗОНА В АТОМЕ МЮОНИЯ*****И. И. Гуревич, Б. А. Никольский***

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение . . . . .	169
2. Мюоний в магнитном поле . . . . .	171
3. Двухчастотная прецессия мюония в слабом магнитном поле . . . . .	173
4. Двухчастотная прецессия мюония в сильном магнитном поле . . . . .	173
5. Остановка прецессии мюония . . . . .	174
6. Экспериментальное наблюдение двухчастотной прецессии в слабом магнитном поле . . . . .	175
7. Размеры примесного атома мюония в веществе . . . . .	177
8. Двухчастотная прецессия мюония в кремнии . . . . .	178
9. Расчет величины сверхтонкого расщепления примесного атома мюония в германии и кремнии . . . . .	180
а) Схема пустой пары (181). б) Определение зависимости $\varepsilon(r)$ из электронной структуры германия и кремния (183).	
Цитированная литература . . . . .	185

## 1. ВВЕДЕНИЕ

В последние годы интенсивно развивается новый метод изучения вещества с помощью  $\mu^+$ -мезонов. Особенность  $\mu^+$ -мезона состоит в том, что он является меченой частицей, за спином которой можно следить, регистрируя позитроны  $\mu^+ \rightarrow e^+$ -распада, вылетающие преимущественно по направлению спина  $\mu^+$ -мезона. Разумеется, при  $\mu^+ \rightarrow e^+$ -распаде  $\mu^+$ -мезон исчезает, но остается информация о том, как он был поляризован в момент распада. Таким образом, можно изучать различные взаимодействия  $\mu^+$ -мезона с веществом, в которых  $\mu^+$ -мезон выступает как легкий изотоп протона. Захватив электрон,  $\mu^+$ -мезон образует водородоподобный атом мюония ( $\mu^+e^-$ ). В данном обзоре описываются эксперименты по определению частоты  $\omega_0$  сверхтонкого расщепления атома мюония в веществе.

Частота  $\omega_0$  определяется при наблюдении явления, которое мы назвали двухчастотной прецессией  $\mu^+$ -мезона в атоме мюония. Это явление описывает движение спина  $\mu^+$ -мезона атома мюония в магнитном поле. Разумеется, двухчастотная прецессия не относится исключительно к мюонию. Таким же будет движение спина ядра и в любом другом одноэлектронном атоме. Важно только, чтобы, как и в мюонии, электрон находился в  $S$ -состоянии, а спин ядра был равен  $1/2$ . Очевидно также, что двухчастотная прецессия является частным случаем более сложной, многочастотной временной зависимости, описывающей движение спина ядра в атоме

с произвольной электронной конфигурацией. Атом мюония, как уже было сказано выше, выделен лишь тем, что он предоставляет особые возможности для наблюдения за движением спина ядра, т. е.  $\mu^+$ -мезона, методом регистрации позитронов  $\mu^+ \rightarrow e^+$ -распада.

Двухчастотная прецессия определяет движение спина  $\mu^+$ -мезона в свободном атоме мюония. В практических экспериментах атом мюония получается при замедлении  $\mu^+$ -мезона в веществе. В большинстве веществ образовавшийся там атом мюония быстро, за время  $\sim 10^{-11}$  сек, вступает в то или иное диамагнитное соединение со скомпенсированными электронными спинами. В этом случае спин  $\mu^+$ -мезона может взаимодействовать только с внешним магнитным полем, что приводит к ларморовской прецессии с частотой свободного  $\mu^+$ -мезона. Существуют, однако, вещества, где примесный атом мюония живет достаточно долго. В таком примесном атоме с некомпенсированным электронным спином прецессия спина  $\mu^+$ -мезона подобна прецессии в свободном атоме мюония. Отличие может быть только из-за деформации электронной волновой функции мюония в веществе. Деформация электронной волновой функции изменит величину взаимодействия спинов  $\mu^+$ -мезона и электрона мюония, что приведет к изменению параметров двухчастотной прецессии. Наблюдение двухчастотной прецессии  $\mu^+$ -мезона атома мюония в веществе позволяет, таким образом, измерять деформацию его электронной волновой функции. Ниже кратко описывается суть явления двухчастотной прецессии  $\mu^+$ -мезона мюония.

В достаточно малом поперечном магнитном поле  $B$  атом мюония в триплетном состоянии прецессирует как целое с ларморовской частотой  $\omega = eB/2M_e c$ , где  $M_e$  — масса электрона. Наблюдение частоты  $\omega$  обычно и является экспериментальным доказательством существования долгоживущего примесного атома мюония в данном веществе. Однако такая одночастотная прецессия мюония является лишь приближением, которое справедливо только для относительно коротких времен и малых магнитных полей. В действительности прецессия или временная зависимость  $P(t)$  направления спина  $\mu^+$ -мезона в мюонии определяется не одной, а несколькими частотами. Это является следствием того, что  $S$ -состояние атома мюония в магнитном поле представляет собой четырехуровневую систему и в общем случае является суперпозицией четырех стационарных состояний с энергиями  $\omega_{ik}$  ( $\hbar = 1$ ), отвечающими различным комбинациям спинов электрона и  $\mu^+$ -мезона.

Правило отбора  $\Delta m = \pm 1$ , где  $m$  — магнитное квантовое число, приводит к тому, что из шести возможных частот  $\omega_{ik} = \omega_i - \omega_k$  ( $i, k = 1-4$ ) только четыре входят в выражения для  $P(t)$ . Выражение для  $P(t)$  существенно упрощается для случаев слабого и сильного внешнего магнитного поля  $B$ . Характерной величиной, разделяющей эти области (соответствующие в спектроскопии областям Зеемана и Пашена — Бака), является магнитное поле  $B_0 = 1594$  э. Поле  $B_0$  равно удвоенному значению магнитного поля, создаваемому магнитным моментом  $\mu^+$ -мезона на электроны мюония.

Временная зависимость  $P(t)$  в слабых поперечных полях  $B \ll B_0$  определяется, как будет показано ниже, двумя малыми и двумя большими ( $\sim 10^{10}$  сек $^{-1}$ ) частотами. Если в эксперименте большие частоты не детектируются, то после усреднения соответствующих членов получается следующее выражение для наблюдаемой зависимости  $P_{\text{набл}}(t)$ , которая и была названа двухчастотной прецессией мюония (см. (9)):

$$P_{\text{набл}}(t) = \frac{1}{2} \cos \Omega_1 t \cdot \cos \omega t; \quad (1)$$

здесь  $\Omega_1 = \omega^2/\omega_0$ ,  $\omega_0 = eB_0/M_e c$  — частота сверхтонкого расщепления основного состояния мюония. Частота  $\omega_0$  определяется плотностью  $|\psi_s(0)|^2$  электронной волновой функции на  $\mu^+$ -мезоне мюония <sup>1</sup>:

$$\omega_0 = \frac{32\pi\mu_e\mu_\mu}{3\hbar} |\psi(0)|^2 = B_0 \cdot 2\mu_e. \quad (2)$$

Для вакуума  $\nu = \omega_0/2\pi = 4463 \text{ Мгц}$ ; здесь  $\mu_e$  и  $\mu_\mu$  — магнитные моменты электрона и мюона.

В сильных полях  $B \gg B_0$   $P(t)$  зависит практически также только от двух частот:

$$P(t) \approx \cos \Omega_2 t \cdot \cos \frac{\omega_0}{2} t$$

(см. (10)) и тоже может быть названа двухчастотной прецессией.

Из приведенных соотношений следует, что экспериментальное наблюдение двухчастотной прецессии позволяет определить частоту сверхтонкого расщепления  $\omega_0$ , а следовательно, значение электронной плотности на  $\mu^+$ -мезоне мюония в данном веществе. Полученная величина  $|\psi(0)|^2$  представляет большой интерес, так как мюоний в веществе ведет себя подобно примесному атому водорода, а экспериментальное определение электронной плотности  $|\psi_n(0)|^2$  для водорода не всегда представляется возможным.

Содержание обзора следующее. В гл. 2 приводятся выражения для частот  $\omega_{ik}$  и для зависимости  $P(t)$ , определяющей прецессию  $\mu^+$ -мезона мюония в поперечном магнитном поле. В гл. 3 рассматривается случай слабого магнитного поля и показывается, что при этом наблюдаемая прецессия  $\mu^+$ -мезона мюония является двухчастотной <sup>2</sup>. В гл. 4 и 5 описывается двухчастотная прецессия мюония в сильном магнитном поле и «становка прецессии» <sup>3</sup>. В гл. 6 описывается экспериментальная установка и приводятся определенные методом двухчастотной прецессии значения частот  $\omega_0$  атома мюония в различных веществах <sup>4</sup>. Гл. 7 посвящена обсуждению экспериментальных результатов. Гл. 8 посвящена интересной работе <sup>5</sup> по наблюдению двухчастотной прецессии мюония в кремнии. В гл. 9 описывается работа <sup>6</sup>, в которой найденные экспериментально значения электронной плотности мюония  $|\psi(0)|^2$  в германии и кремнии сравниваются с результатами расчета.

## 2. МЮОНИЙ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Временная зависимость  $P(t)$  поляризации  $\mu^+$ -мезона мюония в поперечном магнитном поле (прецессия) определяется, как было сказано в гл. 1, четырьмя собственными значениями энергии  $\omega_i$  стационарных состояний мюония во внешнем магнитном поле  $B$ . Выражения для  $\omega_i(B)$  следующие <sup>4</sup>:

$$\left. \begin{aligned} \omega_1 &= \frac{1}{4} \omega_0 + \omega_-, & m &= +1, \\ \omega_2 &= -\frac{1}{4} \omega_0 + \sqrt{\frac{1}{4} \omega_0^2 + \omega_+^2}, & m &= 0, \\ \omega_3 &= \frac{1}{4} \omega_0 - \omega_-, & m &= -1, \\ \omega_4 &= -\frac{1}{4} \omega_0 - \sqrt{\frac{1}{4} \omega_0^2 + \omega_+^2}, & m &= 0, \end{aligned} \right\} \begin{aligned} I &= 1, \\ I &= 0; \end{aligned} \quad (3)$$

здесь  $\omega_{\pm} = \omega(1 \pm \xi)$ ,  $\xi = M_e/M_\mu$ ,  $M_e$  и  $M_\mu$  — массы электрона и  $\mu^+$ -мезона. Четыре значения  $\omega_i$  относятся к различным значениям спина  $I$

мюония и его проекции  $m$  на направление магнитного поля. Зависимости (3)  $\omega_i(B)$  схематически представлены на рис. 1. Как было отмечено

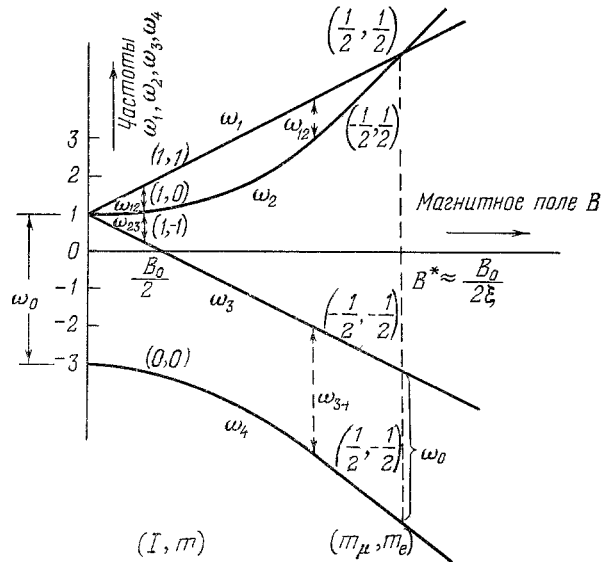


Рис. 1. Энергии стационарных состояний мюония в магнитном поле.

Стрелками указаны частоты  $\omega_{12}$ ,  $\omega_{23}$  и  $\omega_{14}$ ,  $\omega_{34}$ , определяющие двухчастотную прецессию соответственно в слабых ( $B \ll B_0$ ) и сильных ( $B \gg B_0$ ) полях. На рисунке указаны квантовые числа, определяющие состояние атома мюония в слабых и сильных полях: полный магнитный момент  $I$  и его проекция  $m$  на направление магнитного поля при  $B \ll B_0$  и проекция спинов  $\mu^+$ -мезона ( $m_\mu$ ) и электрона ( $m_e$ ) при  $B \gg B_0$ .

в гл. 1. прецессия  $\mu^+$ -мезона мюония определяется четырьмя частотами  $\omega_{ih}$  с  $\Delta m = \pm 1$ . Этими частотами являются

$$\left. \begin{aligned} \omega_{12} &= \frac{\omega_0}{2} + \omega_- - \sqrt{\frac{1}{4} \omega_0^2 + \omega_+^2}, \\ \omega_{23} &= -\frac{\omega_0}{2} + \omega_- + \sqrt{\frac{1}{4} \omega_0^2 + \omega_+^2}, \\ \omega_{14} &= \frac{\omega_0}{2} + \omega_+ + \sqrt{\frac{1}{4} \omega_0^2 + \omega_+^2}, \\ \omega_{34} &= \frac{\omega_0}{2} - \omega_+ + \sqrt{\frac{1}{4} \omega_0^2 + \omega_+^2}. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Используя стандартную вычислительную технику, получаем следующее выражение для временной зависимости  $P(t)$  поляризации или прецессии спина  $\mu^+$ -мезона в поперечном магнитном поле  $B^4$ :

$$P(t) = \frac{1}{4} (\cos \omega_{12}t + \cos \omega_{23}t + \cos \omega_{14}t + \cos \omega_{34}t) + \frac{\omega_+}{4\sqrt{(\omega_0^2/4) + \omega_+^2}} (\cos \omega_{12}t - \cos \omega_{23}t - \cos \omega_{14}t + \cos \omega_{34}t). \quad (5)$$

Из выражения (5) видно, что зависимость  $P(t)$  имеет довольно сложный вид. Выражение (5) существенно упрощается для случаев слабого ( $B \ll B_0$ ) и сильного ( $B \gg B_0$ ) магнитного поля, которые рассмотрены соответственно в гл. 3 и 4. Как будет показано, в этих случаях  $P(t)$  описывается только двумя частотами.

### 3. ДВУХЧАСТОТНАЯ ПРЕЦЕССИЯ МЮОНИЯ В СЛАБОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

В слабом ( $B \ll B_0$ ) магнитном поле частоты  $\omega_{\pm} \simeq \omega = eB/2M_e c$  много меньше частоты  $\omega_0 = eB_0/M_e c$  сверхтонкого расщепления, благодаря чему в выражении (5) можно пренебречь слагаемым во второй скобке и  $P(t)$  оказывается равным

$$P(t) \approx \frac{1}{4} (\cos \omega_{12}t + \cos \omega_{23}t + \cos \omega_{14}t + \cos \omega_{34}t), \quad (6)$$

$$B \ll B_0,$$

а соотношения (4) можно переписать в виде

$$\left. \begin{aligned} \omega_{12} &\approx \omega - \Omega_1, \\ \omega_{23} &\approx \omega + \Omega_1, \\ \omega_{14} &\approx \omega_0 + \omega + \Omega_1, \\ \omega_{34} &\approx \omega_0 - \omega + \Omega_1; \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

здесь

$$\Omega_1 = \frac{\omega_+^2}{\omega_0} \approx \frac{\omega^2}{\omega_0} = \omega \frac{B}{2B_0} = \frac{1}{4} \omega_0 \left( \frac{B}{B_0} \right)^2 \sim B^2. \quad (8)$$

Выражение (6) для  $P(t)$  упрощается, если в опыте (как было в нашем эксперименте) не детектируются большие частоты  $\omega_{14} \approx \omega_{34} \approx \omega_0$ . При этом быстро осциллирующие члены  $\cos \omega_{14}t$  и  $\cos \omega_{34}t$  усредняются и не дают вклада в наблюдаемую зависимость  $P_{\text{набл}}(t)$ :

$$P_{\text{набл}}(t) = \frac{1}{4} (\cos \omega_{12}t + \cos \omega_{23}t) = \frac{1}{2} \cos \Omega_1 t \cdot \cos \omega t; \quad (9)$$

здесь  $\omega = \frac{1}{2} (\omega_{12} + \omega_{23}) = eB/2M_e c$  — ларморовская частота прецессии мюония в поле  $B$ ,  $\Omega_1 = (\omega_{23} - \omega_{12})/2 \approx \omega^2/\omega_0$  — частота биений (см. (8)). Из соотношения (9) видно, что временная зависимость  $P_{\text{набл}}(t)$  определяется двумя частотами и может быть названа двухчастотной прецессией или биениями спина  $\mu^+$ -мезона мюония.

Наблюдение двухчастотной прецессии позволяет найти частоты  $\omega$  и  $\Omega_1$  и определить, таким образом, частоту  $\omega_0 = \omega^2/\Omega_1$  сверхтонкого расщепления атома мюония. Экспериментальное определение частот  $\omega_0$  в различных веществах методом двухчастотной прецессии в слабом поле описано в гл. 6.

### 4. ДВУХЧАСТОТНАЯ ПРЕЦЕССИЯ МЮОНИЯ В СИЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

В гл. 3 была рассмотрена прецессия  $\mu^+$ -мезона мюония в слабом поле. Здесь разбирается прецессия в сильном ( $B \gg B_0$ ) поле. При  $B \gg B_0$  множитель  $\omega_+/V(\omega_0^2/4 + \omega_+^2)$  в выражении (5) стремится к единице и  $P(t)$  может быть записано в виде двухчастотной прецессии:

$$P(t) \approx \frac{1}{2} (\cos \omega_{12}t + \cos \omega_{34}t) = \cos \frac{\omega_0}{2} t \cdot \cos \Omega_2 t, \quad (10)$$

$$B \gg B_0;$$

здесь

$$\Omega_2 = \frac{1}{2} (\omega_{34} - \omega_{12}) \approx 2\xi\omega + \frac{\omega_0^2}{8\omega}, \quad (11)$$

где  $2\xi\omega = \omega_{\mu} = eB/M_{\mu} c$  — частота ларморовской прецессии  $\mu^+$ -мезона в поле  $B$ . Таким образом, в двухчастотной прецессии (10) несущая частота

не зависит от внешнего магнитного поля и равна  $\omega_0/2$ . Зависимость от поля  $B$  частоты биений  $\Omega_2$  определяет выражение (11).  $\Omega_2(B)$  не является монотонной и изображена на рис. 2. Частота  $\Omega_2$  с ростом  $B$  сначала падает, достигая при

$$\tilde{B} = \frac{1-\xi}{1+\xi} \frac{B_0}{2\sqrt{\xi}} \approx \frac{B_0}{2\sqrt{\xi}}$$

своего минимального значения  $\Omega_2^{\min} = \sqrt{\xi}\omega_0$ , а затем начинает увеличиваться. При этом в полях  $B \ll \tilde{B}$   $\Omega_2 \approx \omega_0^2/8\omega \sim 1/B$ , а в полях  $B \gg \tilde{B}$   $\Omega_2 \approx 2\xi\omega \sim B$ .

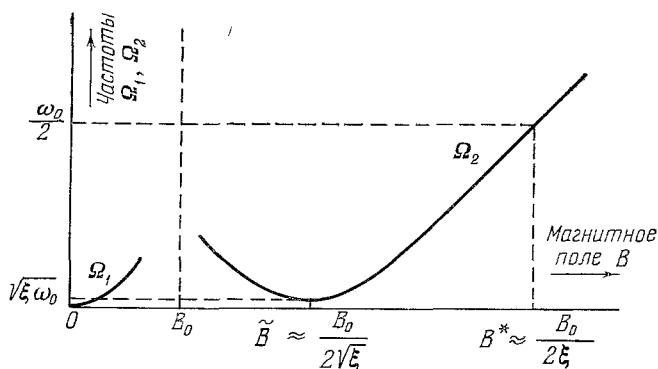


Рис. 2. Зависимость от поперечного магнитного поля  $B$  частот биений  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$  в выражениях (9) и (10) для двухчастотной прецессии соответственно в слабых  $B \ll B_0$  и сильных  $B \gg B_0$  магнитных полях (масштаб произвольный).

$\Omega_2 \approx 2\xi\omega \sim B$  и достигает значения  $\Omega_2 \approx \omega_0/2$  при

$$B^* = \frac{1-\xi}{2\xi} B_0 \approx \frac{B_0}{2\xi},$$

которое соответствует пересечению термов  $\omega_1$  и  $\omega_2$  (см. рис. 1). Для вакуумного значения  $\omega_0$   $\tilde{B} = 11,3$  кэ и  $B^* = 164$  кэ.

Случай вероятного наблюдения двухчастотной прецессии (10) описан в гл. 8.

## 5. ОСТАНОВКА ПРЕЦЕССИИ МЮОНΙΑ

В области эффекта Пашена — Бака, когда  $\omega \gg \omega_0$ , можно наблюдать еще одно красивое явление — остановку прецессии спина  $\mu^+$ -мезона мюония. Остановка прецессии связана с пересечением термов  $\omega_1$  и  $\omega_2$  (см. рис. 1) при поле  $B^*$ , когда частота  $\omega_{12} = 0$ . Пересечение термов возникает из-за того, что суммарный магнитный момент мюония в состоянии «1» —  $(\mu_e - \mu_\mu)$  меньше, чем в состоянии «2» —  $(\mu_e + \mu_\mu)$ . Поэтому энергия терма  $\omega_2$  с увеличением магнитного поля растет быстрее, чем энергия терма  $\omega_1$ . Из выражений (10) и (11) следует, что при  $B \rightarrow B^*$   $\Omega_2 \rightarrow \omega_0/2$  и  $P(t) \rightarrow \frac{1}{2}(1 + \cos \omega_0 t)$ . При недостаточном разрешении детектирующего прибора член  $\cos \omega_0 t$  усредняется и  $P(t) \rightarrow 1/2$ , т. е. наблюдается остановка прецессии. При хорошем разрешении наблюдается прецессия с частотой  $\omega_0$ . Из выражения (10) следует, что медленная прецессия  $\mu^+$ -мезона в полях  $B \rightarrow B^*$  определяется частотой  $\omega_{12}$ , которая согласно (4) при  $B \approx B^*$  приближенно равна

$$\omega_{12} \approx 2\xi \frac{e(B^* - B)}{2M_{ec}} = \frac{e\Delta B}{M_{\mu}c}, \quad (12)$$

где  $\Delta B = B^* - B$ . Из (12) видно, что при  $B \approx B^*$  частота  $\omega_{12}$  равна ларморовской частоте прецессии свободного  $\mu^+$ -мезона в поле  $\Delta B$ .

Экспериментальное определение поля  $B^*$  методом остановки прецессии также может быть использовано для определения частоты  $\omega_0$  примесного атома мюония в веществе.

## 6. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ НАБЛЮДЕНИЕ ДВУХЧАСТОТНОЙ ПРЕЦЕССИИ (В СЛАБОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ)

Схема экспериментальной установки для наблюдения двухчастотной прецессии  $\mu^+$ -мезона в мюонии приведена на рис. 3. Пучок продольно поляризованных  $\mu^+$ -мезонов синхроциклотрона ОИЯИ замедлялся и останавливался в мишени  $M$  из исследуемого вещества, помещенной в перпендикулярное к спину  $\mu^+$ -мезона магнитное поле  $B$ .

Поляризация (9)  $P_{\text{набл}}(t)$   $\mu^+$ -мезонов измерялась по асимметрии вылета позитронов  $\mu^+ \rightarrow e^+$ -распада следующим образом. Момент  $t_\mu$  — остановки  $\mu^+$ -мезона в мишени  $M$  — фиксировался системой сигналов от сцинтилляционных счетчиков 1 2 3 4 (совпадение сигналов от счетчиков 1, 2, 3 и антисовпадение от счетчика 4), момент  $t_e$  вылета позитрона  $\mu^+ \rightarrow e^+$ -распада — системой сигналов 4 5 6 3. Интервалы времени  $t = t_e - t_\mu$  (4 5 6 3) —  $t_\mu$  (1 2 3 4) для каждого случая  $\mu^+ \rightarrow e^+$ -распада анализировались с помощью преобразователя время — амплитуда на амплитудном анализаторе. Полученный таким образом временной спектр  $N(t)$  позитронов  $\mu^+ \rightarrow e^+$ -распада связан с изменением поляризации (9)  $P_{\text{набл}}(t)$   $\mu^+$ -мезонов во времени, как

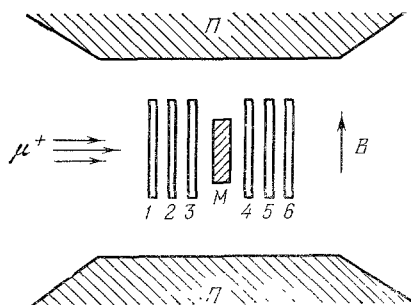


Рис. 3. Схема экспериментальной установки для наблюдения двухчастотной прецессии  $\mu^+$ -мезона мюонии в поперечном магнитном поле.  $M$  — мишень, где образуется мюоний; 1—6 — сцинтилляционные счетчики;  $\Pi$  — полюсы электромагнита.

$$N(t) = N_0 e^{-t/\tau_0} [1 - c P_{\text{набл}}(t)] = N_0 e^{-t/\tau_0} \left( 1 - \frac{c}{2} e^{-t/\tau} \cos \Omega_1 t \cos \omega t \right); \quad (13)$$

здесь  $\tau_0 = 2,2 \cdot 10^{-6}$  сек — время жизни  $\mu^+$ -мезона;  $\tau$  — время жизни мюония;  $c$  — экспериментальный коэффициент асимметрии углового распределения позитронов  $\mu^+ \rightarrow e^+$ -распада, который определяется поляризацией  $\mu^+$ -мезонов в пучке, вероятностью образования долгоживущего мюония в веществе, телесным углом позитронного телескопа счетчиков и временным разрешением аппаратуры.

Экспериментально двухчастотная прецессия (биения)  $\mu^+$ -мезона мюонии наблюдалась в веществах, где свободный атом мюония живет достаточно долго. В настоящее время известно, что к таким веществам относятся благородные газы, а также кварц, германий и лед<sup>7</sup>. На рис. 4 и 5 приведены экспериментальные зависимости  $N(t)$  (13), полученные при наблюдении двухчастотной прецессии в плавленом кварце и германии. Экспериментальные значения частот  $\omega$  и  $\Omega_1$ , а также  $\tau$ ,  $N_0$  и  $c$ , входящие в выражение (13), находились из сопоставления методом наименьших квадратов теоретической зависимости (13) и экспериментального спектра  $N_{\text{эксп}}(t)$ . Полученные таким образом величины  $\omega$ ,  $\Omega_1$  и  $\tau$  для всех исследованных веществ приведены в табл. I. В этой же таблице указаны параметры соответствия Пирсона  $\chi^2$  и их средние значения  $\bar{\chi}^2$ , равные числу эксперимен-

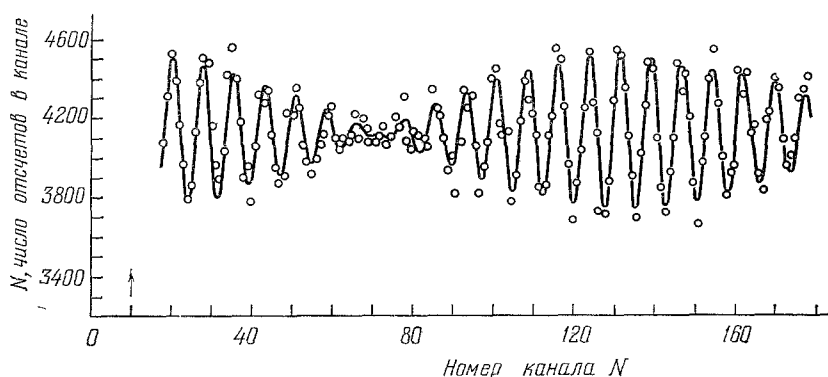


Рис. 4. Двухчастотная прецессия (биения) спина  $\mu^+$ -мезона мюония в плавленом кварце.

Сплошная кривая представляет собой теоретическую зависимость  $N(t)$  (13) с параметрами, подобранными по методу наименьших квадратов. На рисунке теоретические и экспериментальные значения  $N(t)$  «исправлены» на экспоненту распада  $\mu^+$ -мезона  $e^{-t/\tau_0}$  ( $\tau_0 = 2,2$  мсек). Ширина канала временного анализатора 1 нсек; магнитное поле  $B = 95$  э. Стрелкой указан канал, соответствующий  $t = 0$ .

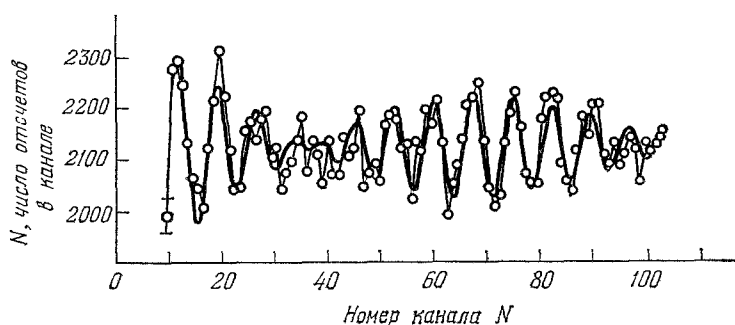


Рис. 5. Двухчастотная прецессия спина  $\mu^+$ -мезона мюония в германии.

Ширина канала временного анализатора 1 нсек, магнитное поле  $B = 98$  э.

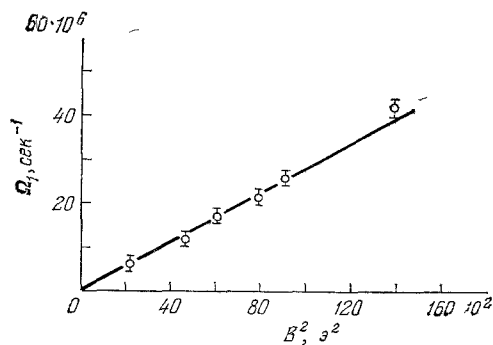


Рис. 6. Экспериментальная зависимость частоты биений  $\Omega_1$  в кварце от квадрата напряженности магнитного поля  $B$ .

Прямая линия представляет собой теоретическую зависимость (8).



тальных точек за вычетом числа подбираемых параметров. Для кварца биения наблюдались при различных значениях напряженности магнитного поля  $B$ , что дало возможность экспериментально проверить зависимость  $\Omega_1 \sim B^2$ , которая следует из соотношения (8). Полученная зависимость  $\Omega_1(B^2)$  приведена на рис. 6. Из этого рисунка видно, что экспериментальные значения  $\Omega_1^{\text{эксп}}(B^2)$  хорошо согласуются с предсказанием теории. Из соотношения  $\Omega_1 \sim B^2$  (см. также табл. I) следует, что двух-

Таблица I

Параметры двухчастотной прецессии  $\mu^+$ - мезона во льде, германии и кварце

$B, \text{ э}$	$\tau, \text{ нсек}$	$\frac{\omega^*}{10^6 \text{ сек}^{-1}}$	$\Omega_1, 10^6 \text{ сек}^{-1}$	$\nu = \frac{1}{2\pi} \frac{\omega^2}{\Omega_1}, \text{ Мгц}$	$\chi^2$	$\bar{\chi}^2$
Л е д, $T = 77^\circ \text{ K}$						
98	160	858	$24,5 \pm 1,5$	$4791 \pm 300$	285	289
Г е р м а н и я, $T = 77^\circ \text{ K}$						
98	100	868	$48,1 \pm 1,1$	$2494 \pm 60$	323	290
96	100	848	$42,7 \pm 1,3$	$2682 \pm 80$	330	307
П л а в л е н н ы й к в а р ц, $T = 300^\circ \text{ K}$						
47	1500	417	$6,1 \pm 0,9$	$4534 \pm 680$	79	57
68	То же	597	$11,6 \pm 0,7$	$4879 \pm 300$	62	67
78	» »	686	$16,8 \pm 0,8$	$4469 \pm 200$	204	186
89	» »	783	$21,3 \pm 0,7$	$4575 \pm 150$	115	69
95	» »	837	$25,7 \pm 0,4$	$4335 \pm 70$	317	305
118	» »	1043	$41,6 \pm 2,0$	$4160 \pm 200$	257	185

\*) Ошибки  $\omega$  не превышают 0,3% и практически не влияют на точность определения  $\nu$ .

частотную прецессию удобно наблюдать при сравнительно больших полях  $B$ , когда  $\Omega_1$  достаточно велико. При малых полях  $B$ , когда  $\omega \gg \Omega_1$ , для наблюдения одного периода биений необходимо зарегистрировать много периодов ларморовской прецессии. Такой опыт требует, чтобы поле  $B$  в мишени было однородно с высокой степенью точности. Поэтому при измерении зависимости  $\Omega_1(B)$  в данном опыте поле  $B$  изменялось в пределах  $B = 50-100 \text{ э}$ .

## 7. РАЗМЕРЫ ПРИМЕСНОГО АТОМА МЮНИЯ В ВЕЩЕСТВЕ

Приведенные в табл. I частоты  $\omega$  и  $\Omega_1$  для различных веществ позволяют определить частоты  $\nu = \omega_0/2\pi$  сверхтонкого расщепления основного состояния атома мюония в этих веществах. Полученные таким образом значения  $\nu$  для льда, германия и кварца указаны в табл. I. Из табл. I следует, что частоты  $\nu$  во льде и плавленном кварце совпадают в пределах ошибок с вакуумной величиной  $\nu_{\text{вак}} = 4463 \text{ Мгц}$ . Для льда  $\nu_{\text{H}_2\text{O}} = 4791 \pm 300 \text{ Мгц}$ ; для кварца частоты  $\nu_{\text{SiO}_2}$  при всех значениях поля  $B$  близки. среднее значение  $\nu_{\text{SiO}_2} = 4404 \pm 70 \text{ Мгц}$ . Совпадение  $\nu_{\text{H}_2\text{O}}$  и  $\nu_{\text{SiO}_2}$  с вакуумной частотой  $\nu_{\text{вак}}$  означает, что «размеры» мюония в основном состоянии во льде и кварце такие же, как и в вакууме. Частоты  $\nu_{\text{Ge}}$  (среднее по двум полям  $\nu_{\text{Ge}} = 2580 \pm 50 \text{ Мгц}$ ) в германии существенно меньше вакуумной величины  $\nu_{\text{вак}}$ . Это означает, что боровский радиус атома мюония

$$a = \left( \frac{32\mu_e\mu_\mu}{3\hbar\omega_0} \right)^{1/3} \sim \left( \frac{1}{\omega_0} \right)^{1/3} \sim \left( \frac{1}{\nu} \right)^{1/3}, \quad (14)$$

а германия больше, чем в вакууме

$$\frac{a_{\text{Ge}}}{a_{\text{вак}}} = \left( \frac{\nu_{\text{вак}}}{\nu_{\text{Ge}}} \right)^{1/3} = 1,20 \pm 0,01. \quad (15)$$

Соотношения (14) и (15) справедливы, разумеется, только в предположении, что атом мюония в германии водородоподобен. В действительности взаимодействие со средой деформирует волновую функцию электрона мюония. Именно с этим связано отличие  $\nu$  в веществе от величины  $\nu_{\text{вак}}$ . Поэтому, строго говоря, частота  $\nu$  определяет лишь значение  $|\psi(0)|^2$  электронной плотности в начале координат (см. (2)):

$$|\psi(0)|^2 = \frac{3}{16} \frac{\hbar}{\mu_e \mu_\mu} \nu.$$

Найденные значения  $\nu$  атома мюония в веществе можно сравнить с величиной  $\nu_{\text{H}}$  сверхтонкого расщепления примесного атома водорода. Величины  $\nu_{\text{H}}$  для плавленого кварца и льда измерены методом электронного парамагнитного резонанса (ЭПР) в работах <sup>8,9</sup>. Полученные значения  $\nu_{\text{H}}$  приведены в табл. II, где для сравнения указаны также значения  $\nu$  атома мюония в тех же веществах. Приведенное в табл. II значение  $\nu_{\text{H}}$  во льде получено при температуре 4° К. Поиски методом ЭПР свободного атома водорода во льде при температуре 77° К не дали положительных

Таблица II

Частоты сверхтонкого расщепления свободных атомов водорода ( $\nu_{\text{H}}$ ) и мюония ( $\nu$ ) во льде и кварце в единицах  $\nu_{\text{вак}}$

Вещество	$\nu/\nu_{\text{вак}}$	$\nu_{\text{H}}/(\nu_{\text{H}})_{\text{вак}}$	Литература
Лед	$1,07 \pm 0,07$	1,00	8
Плавленый кварц	$0,987 \pm 0,016$	0,985	9

результатов. Следующее из табл. II совпадение частот сверхтонкого расщепления свободных атомов водорода и мюония в веществе показывает, что взаимодействия этих атомов с веществом подобны и могут изучаться как методом ЭПР ( $\nu_{\text{H}}$ ), так и методом двухчастотной прецессии мюония ( $\nu$ ), дополняя друг друга. Следует отметить то преимущество двухчастотной прецессии, что этот метод позволяет одинаково эффективно регистрировать свободный атом мюония как в изоляторах, где нет свободных электронов, так и в полупроводниках (германий).

## 8. ДВУХЧАСТОТНАЯ ПРЕЦЕССИЯ МЮОНИЯ В КРЕМНИИ

Этот параграф посвящен работе Брюера, Кроу и др. <sup>5</sup> по наблюдению двухчастотной прецессии мюония в кремнии. Постановка эксперимента в этой работе в принципе аналогична описанной в гл. 6. Отличие состоит только в интерполяции экспериментальных результатов, которые представлены не в виде зависимости (9)  $P(t)$  (см. рис. 4, 5), а в виде разложения функции  $P(t)$  в ряд Фурье. Полученные таким образом спектры амплитуд Фурье, характеризующие прецессию мюония в кварце и кремнии, приведены на рис. 7. Из рис. 7 видно, что прецессия мюония в кварце характеризуется двумя частотами. Определенное из этих частот значение  $(\omega_0)_{\text{SiO}_2}$  для кварца совпадает с вакуумной величиной  $\omega_0$  в согласии с результатом работ <sup>2, 4</sup>.

В кремнии (Si  $p$ -типа, с числом примесей  $5 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$ ) при температуре  $T = 77^\circ \text{ К}$  были обнаружены, как это видно из рис. 7, четыре частоты. Две из них отвечают двухчастотной прецессии мюония в слабом магнитном поле, которая отличается от двухчастотной прецессии в кварце только меньшим значением  $(\omega_0)_{\text{Si}} = (0,45 \pm 0,02) \omega_0$  и аналогична, таким образом, двухчастотной прецессии в германии (см. табл. I). Найденное значение  $(\omega_0)_{\text{Si}}$  согласуется с результатом  $(\omega_0)_{\text{Si}} = (0,41 \pm 0,03) \omega_0$

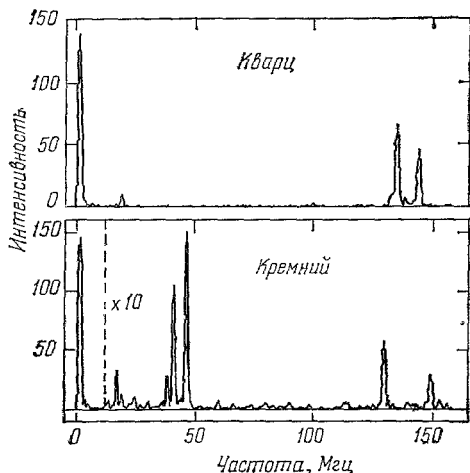


Рис. 7. Частотный спектр прецессии  $\mu^+$ -мезона примесного атома мюония в кварце и кремнии в поперечном магнитном поле  $B = 100 \text{ э}$ .

Пики частотных спектров (слева направо): при частоте  $1,36 \text{ Мгц}$  — сигнал прецессии свободного мюона; при  $19,2 \text{ Мгц}$  — сигнал частотной структуры пучка ускорителя;  $43,6 \pm \pm 2,9 \text{ Мгц}$  — аномальная прецессия в кремнии; два пика с пентром  $139 \text{ Мгц}$  отвечают обычной двухчастотной прецессии мюония в кварце и кремнии.

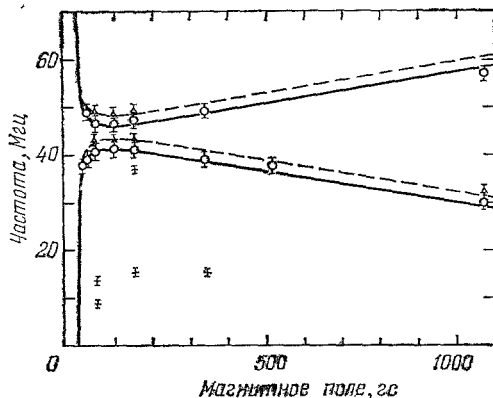


Рис. 8. Зависимость частот аномальной прецессии мюония в кремнии от напряженности магнитного поля (плавные кривые представляют собой зависимость от поля частот  $\omega_{12}$  и  $\omega_{34}$  с перенормированными значениями  $\omega_0$  и  $g$ ).

Кружки и сплошные кривые отвечают случаю, когда параллельно полю кристаллическая ось  $[111]$ , треугольники и штриховые кривые — случаю, когда параллельна полю кристаллическая ось  $[100]$ . Горизонтальными штрихами обозначены отдельные слабо выраженные пики, природа которых неизвестна.

Андреанова и др. <sup>10</sup>, полученным из менее прямых опытов по измерению остаточной поляризации  $\mu^+$ -мезонов в продольных магнитных полях. Две другие (меньшие) частоты в кремнии могут быть отнесены к двухчастотной прецессии мюония, образовавшегося в каких-то иных условиях. Однако эти частоты обнаруживают ряд особенностей, и были поэтому названы <sup>5</sup> аномальными. Аномальные частоты характеризуются прежде всего немонотонной зависимостью от напряженности внешнего магнитного поля. Эта зависимость приведена на рис. 8. Из рис. 8 следует, что аномальные частоты могут быть сопоставлены частотам  $\omega_{12}$  и  $\omega_{34}$  (4) в области сильных магнитных полей (ср. рис. 2, где приведена зависимость от магнитного поля частоты биений  $\Omega_2 = (\omega_{34} - \omega_{12})/2$  в полях  $B \gg B_0$ ). Такое сопоставление потребовало, однако, перенормировки сразу двух параметров в выражениях (4) для  $\omega_{12}$  и  $\omega_{34}$ : частоты  $\omega_0$  и магнитного момента (или  $g$ -фактора) электрона. Другая особенность аномальных частот состоит в том, что они оказываются зависящими от ориентации монокристалла кремния относительно направления магнитного поля. Эта зависимость также изображена на рис. 8. Перенормированные значения частоты  $(\omega_0)_{\text{Si}}$  для двух различных ориентаций кристалла кремния оказались равными  $(\omega_0)_{\text{Si}} = (0,0198 \pm 0,0002) \omega_0$  для случая, когда параллельна полю

кристаллическая ось  $[111]$  и  $(\omega_0'')_{\text{Si}} = (0,0205 \pm 0,0003) \omega_0$  — когда параллельна полю ось  $[100]$ . Наилучшее значение  $g$ -фактора в обоих случаях одинаково:  $g = 13 \pm 3$ . Отсюда следует, что величина поля  $B_0 = \omega_0/2\mu_e$  (2) для «аномального» мюония в кремнии очень мала:

$$(B_0)_{\text{Si}} = B_0 \left( \frac{\omega_0}{\mu_e} \right)_{\text{Si}} \left( \frac{\mu_e}{\omega_0} \right)_{\text{вак}} = 1594 \cdot \frac{0,02}{6,5} = 5,3 \text{ э.}$$

Указанная перенормировка параметров  $\omega_0$  и  $g$  представляет собой разумеется, лишь феноменологическое описание экспериментальных данных, которое может соответствовать различным физическим моделям. Одной из таких моделей является предположение<sup>5</sup>, что аномальная прецессия отвечает поверхностному примесному атому мюония, волновая функция электрона которого отлична от нуля в пределах нескольких элементарных ячеек. Большой размер поверхностного примесного атома приводит к естественному объяснению малых экспериментальных значений частоты  $(\omega_0)_{\text{Si}}$ . Для объяснения сильной перенормировки  $g$ -фактора электрона мюония и эффекта анизотропии взаимодействия спина  $\mu^+$ -мезона в кристалле кремния следует отказаться от предположения о контактном взаимодействии спинов электрона и  $\mu^+$ -мезона, так как последнее не может привести ни к сильной перенормировке  $g$ , ни к каким-либо анизотропным эффектам. Поэтому было предположено, что в этом случае мюоний образуется не в основном состоянии  $1S$ , а в возбужденном —  $2P$  (наблюдаемое время жизни 300 нсек). При сильном спин-орбитальном взаимодействии хорошим квантовым числом является полный момент количества движения электрона мюония  $J$ , который в гамильтониане Брейта — Раби формально заменяет в этом случае оператор  $S$  спина электрона. Полный же момент  $J$  из-за вклада орбитального движения может быть сильно перенормирован, что и определяет сильную перенормировку  $g$ -фактора электрона и анизотропные эффекты. При этом, разумеется, соотношение (2) между  $\omega_0$  и  $|\psi(0)|^2$  не имеет места и измерение  $\omega_0$  эквивалентно в этом случае измерению дипольного магнитного поля, создаваемого электроном на  $\mu^+$ -мезоне мюония.

Описанная выше физическая модель для объяснения аномальной прецессии мюония в кремнии не является единственной, хотя и представляется наиболее естественной. В работе<sup>5</sup> рассмотрены также и другие модели, основанные на взаимодействии магнитных моментов  $\mu^+$ -мезона и некоторых парамагнитных комплексов, образующихся при замедлении  $\mu^+$ -мезона в веществе.

## 9. РАСЧЕТ ВЕЛИЧИНЫ СВЕРХТОНКОГО РАСЩЕПЛЕНИЯ ПРИМЕСНОГО АТОМА МЮОНИЯ В ГЕРМАНИИ И КРЕМНИИ<sup>6</sup>

Выше были описаны эксперименты по определению частоты  $\omega_0$  сверхтонкого расщепления примесного атома мюония в веществе. Естественное в большинстве случаев представление о контактном взаимодействии спина  $\mu^+$ -мезона и электрона в мюонии (исключение составляет аномальная прецессия мюония в кремнии, рассмотренная в гл. 8) означает, что измерение частоты  $\omega_0$  эквивалентно измерению плотности  $|\psi(0)|^2$  волновой функции электрона мюония в точке  $r = 0$ , т. е. на  $\mu^+$ -мезоне. Экспериментальное определение  $|\psi(0)|^2$  для мюония позволяет проверить правильность теорий, в которых рассчитываются свойства примесного атома водорода (или мюония) в веществе. Идентичность свойств водорода и мюония в твердом теле иллюстрирует табл. II. Следует подчеркнуть, что измерение  $|\psi(0)|^2$  для мюония в германии и кремнии представляет особый интерес,

так как примесной атом водорода в этих кристаллах до сих пор не обнаружен.

Теоретическая оценка электронной плотности  $|\psi(0)|^2$  примесного атома мюония в германии и кремнии была выполнена в работе Ванга и Киттеля<sup>6</sup>. Эта оценка не является результатом строгого расчета взаимодействия мюония в веществе, который провести очень трудно, а основана на модельных представлениях. Примесной атом мюония в германии и кремнии рассматривается как глубокий донор, электрон которого движется в центрально-симметричном поле  $\mu^+$ -мезона, а частота  $\omega_0$  определяется контактным взаимодействием спинов электрона и  $\mu^+$ -мезона. Влияние среды учитывается введением диэлектрической постоянной  $\varepsilon$  и относительно небольшой перенормировкой массы электрона (перенормировка массы может отсутствовать). Отсюда видно, что результаты расчетов<sup>6</sup> могут быть сопоставлены только экспериментальным данным по обычной двухчастотной прецессии, когда электрон мюония находится в  $S$ -состоянии. Расчет состояний примесного атома, отвечающих аномальной прецессии мюония в кремнии, в работе<sup>6</sup> отсутствует, хотя указывается на возможность существования в германии и кремнии поверхностных донорных уровней для водорода или мюония.

Ванг и Киттель приводят две схемы расчета: схему пустой междоузельной боры и схему, где диэлектрическая постоянная определяется из электронной структуры полупроводников.

#### а) С х е м а п у с т о й б о р ы

Согласно этой схеме междоузельная бора, где находится примесный атом мюония, имеет сферическую форму радиуса  $R$ . На расстояниях  $r < R$  эта сфера пуста. Взаимодействие электрона мюония со средой проявляется только при  $r > R$ , т. е. вводится зависимость  $\varepsilon(r)$  и  $m(r)$ :

$$\varepsilon(r) = \begin{cases} 1 & \text{при } r < R, \\ \varepsilon_0 & \text{при } r > R, \end{cases} \quad (16)$$

$$m(r) = \begin{cases} m & \text{при } r < R, \\ m^* & \text{при } r > R; \end{cases} \quad (17)$$

здесь  $\varepsilon(r)$  и  $m(r)$  — диэлектрическая проницаемость среды и перенормированная масса электрона мюония. При расчете были приняты следующие значения  $\varepsilon_0$  и  $m^*$ :  $\varepsilon_0 = 12,0$ ,  $m^*/m = 0,31$  для кремния и  $\varepsilon_0 = 15,8$ ,  $m^*/m = 0,17$  для германия. Соотношения (16) соответствуют потенциалу взаимодействия электрона в мюонии:

$$V(r) = \begin{cases} -\frac{e^2}{r} & \text{при } r < R, \\ -\frac{e^2}{\varepsilon_0 r} & \text{при } r > R. \end{cases} \quad (18)$$

Однако потенциал (18) не обладает условием непрерывности. Поэтому в расчете был использован потенциал

$$V_1(r) = \begin{cases} -\frac{e^2}{r} + e^2 \frac{1 - \varepsilon_0^{-1}}{R} & \text{при } r < R, \\ -\frac{e^2}{\varepsilon_0 r} & \text{при } r > R, \end{cases} \quad (19)$$

по своим свойствам близкий к  $V(r)$  и непрерывный в точке  $r = R$ .

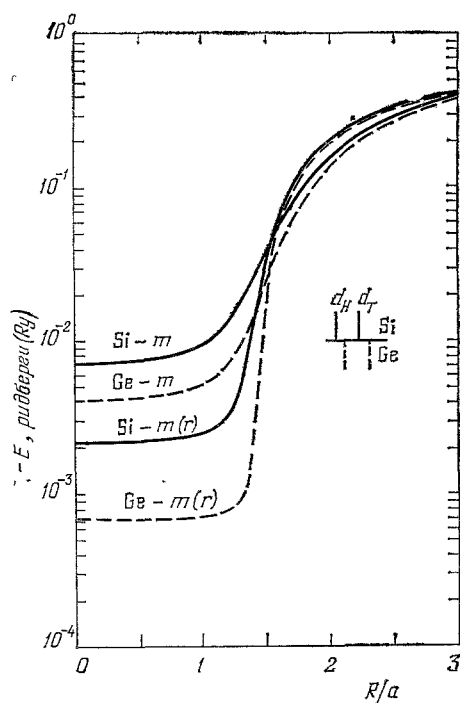


Рис. 9. Энергия ионизации —  $E$  в вакуумных единицах Ридберга в функции радиуса сферической пьоры  $R$  в единицах боровского радиуса  $a$ .

Расчет по схеме пустой пьоры.  $d_H$  и  $d_T$  — радиусы гексагональной и тетрагональной пьор для кремния и германия

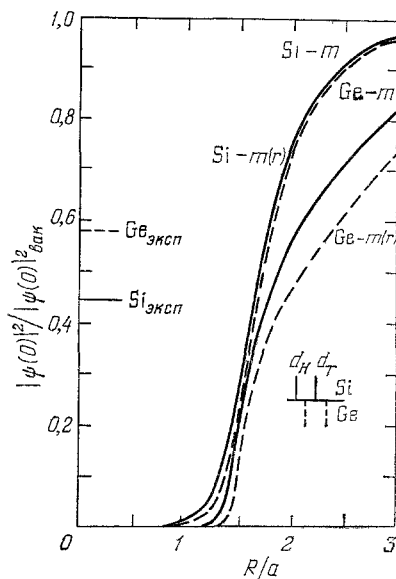


Рис. 10. Плотность волновой функции электрона мюония на  $\mu^+$ -мезоне в единицах вакуумного значения этой величины.

Расчет по схеме пустой пьоры.

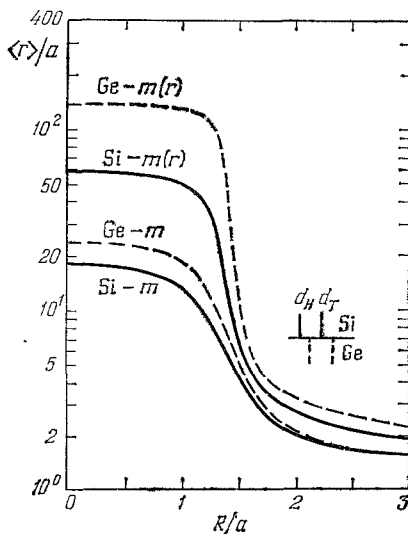


Рис. 11. Среднее значение радиуса мюония в единицах боровского радиуса  $a$ . Расчет по схеме пустой пьоры. ( $Si-m(r)$  для правой сплошной кривой.)

Результаты расчета, полученные при решении уравнения Шредингера с потенциалом взаимодействия (19) и с учетом условия (17) представлены на рис. 9—11. Приведенные на этих рисунках величины потенциала ионизации, плотности электронной волновой функции мюония и среднего радиуса атома мюония показаны в зависимости от радиуса сферы  $R$ . На этих рисунках указаны также значения радиуса пустой сферы —  $d$  в кристаллах германия и кремния. Радиус  $d$  определялся из условия, что сфера этого радиуса помещается в междоузельной поре в предположении, что атомы решетки представляют собой соприкасающиеся друг с другом жесткие шары. В кристаллах германия и кремния имеется два возможных положения примесного атома — с гексагональной и тетрагональной симметрией окружающих атомов. В соответствии с этим получается по два значения радиуса  $d$  —  $d_H$  и  $d_T$  соответственно для гексагональной и тетрагональной пор. Сравнение полученных таким образом расчетных и экспериментальных значений электронной плотности мюония показано в табл. III.

Т а б л и ц а   I I I  
Плотность  $|\psi(0)|^2$  электронной волновой функции  
мюония в германии и кремнии

Метод расчета		$ \psi(0) ^2 /  \psi(0) ^2_{\text{вак}}$	
$m(r)$	$d$	Ge	Si
$m(r) = \begin{cases} m, & r < R \\ m^*, & r > R \end{cases}$	$d_H$	0,506	0,578
	$d_T$	0,565	0,642
$m = \text{const}$	$d_H$	0,787	0,756
	$d_T$	0,860	0,837
Эксперимент		$0,58 \pm 0,01$	$0,45 \pm 0,02$

Из табл. III видно, что результаты расчета находятся в достаточно хорошем для такой грубой модели согласии с экспериментом.

Вычисленный таким же методом радиус поры  $d$  для льда оказался примерно в четыре раза больше боровского радиуса мюония, что находится в согласии с вакуумным значением частоты  $\omega_0$  для мюония во льде (см. табл. I и II). Оценка радиуса поры для плавленого кварца представляется затруднительной.

#### б)   О п р е д е л е н и е   з а в и с и м о с т и   $\varepsilon(r)$ и з   э л е к т р о н н о й   с т р у к т у р ы г е р м а н и я   и   к р е м н и я

Согласно этой схеме расчета зависимость  $\varepsilon(r)$  для германия и кремния принимается в виде

$$\frac{1}{\varepsilon(r)} = \frac{1}{\varepsilon_0} + \left(1 - \frac{1}{\varepsilon_0}\right) e^{-Qr}. \quad (20)$$

Такой вид  $\varepsilon(r)$  при соответствующем выборе параметров  $\varepsilon_0$  и  $Q$  хорошо описывает зависимости  $\varepsilon(r)$ , полученные Вальгером и Коэном<sup>11</sup> и Винсоном и Ричардсоном<sup>12</sup> из электронной структуры этих полупроводников. Используемые в расчете функции показаны на рис. 12. Параметры  $\varepsilon_0$  и  $Q$ , наилучшим образом соответствующие результатам<sup>11</sup> и<sup>12</sup>, приведены в табл. IV.

Значения электронной плотности  $|\psi(0)|^2$  были получены как и в первой схеме расчета, при решении уравнения Шрёдингера для электрона мюония с потенциалом  $V = e^2/\varepsilon(r)r$ . Показанные в табл. IV результаты

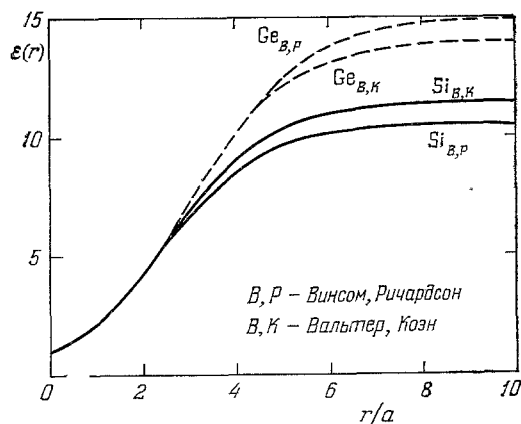
Таблица IV

Расчетные значения энергии ионизации  $-E$ , плотности  $|\psi(0)|^2$  электронной волновой функции и среднего радиуса  $\langle r \rangle$  атома мюония в Ge и Si, полученные при решении уравнения Шрёдингера с потенциалом  $V = -e^2/\varepsilon(r)$ , где  $\varepsilon(r)$  определяется соотношением (20)<sup>3</sup> (здесь  $\langle r \rangle$  — в единицах боровского радиуса  $a$ )

$\varepsilon(r)$	Германий					Кремний				
	Q	$\varepsilon_0$	E, Ry	$ \psi ^2/ \psi _{\text{Вак}}^2$	$\langle r \rangle$	Q	$\varepsilon_0$	E, Ry	$ \psi ^2/ \psi _{\text{Вак}}^2$	$\langle r \rangle$
Вальтер и Коэн Винсом и Ричардсон	0,87	14,0	0,116	0,453	2,53	0,92	11,5	0,112	0,427	2,62
	0,84	14,9	0,126	0,478	2,43	0,92	10,5	0,116	0,429	2,59

расчета получены для перенормированного значения массы  $m$  электрона мюония, так как уже при этом согласие теории и эксперимента оказывается вполне удовлетворительным и введение перенормировки  $m$  не улучшает его.

Хорошее согласие расчетных и экспериментальных значений  $|\psi(0)|^2$  в германии и кремнии (см. табл. III и IV) показывает, что представление

Рис. 12. Принятые при расчете зависимости (20) функции  $\varepsilon(r)$ .

о примесном атоме мюония, расположенном в междоузельной пьоре, является правильным. Было бы крайне желательно измерить также и энергию ионизации  $E$  примесного атома водорода или мюония. Это позволило бы провести более детальное сравнение выводов теории с экспериментом и, в частности, определить, в какой из двух возможных пор находится этот примесный атом.



ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. E. Fermi, Zs. Phys. 60, 320 (1930).  
E. Fermi, E. Segre, *ibid.* 82, 729 (1933).
2. I. I. Gurevich, I. G. Ivanter, L. A. Makariyana, E. A. Meleshko, B. A. Nikolsky, V. S. Roganov, V. I. Selivanov, V. P. Smilga, B. V. Sokolov, V. D. Shestakov, I. V. Jakovleva, Phys. Lett. B29, 387 (1969).
3. И. И. Гуревич, Б. А. Никольский, В. И. Селиванов, Письма ЖЭТФ 15, 640 (1972).
4. И. И. Гуревич, И. Г. Ивантер, Е. А. Мелешко, Б. А. Никольский, В. С. Роганов, В. И. Селиванов, В. П. Смилга, Б. В. Соколов, В. Д. Шестаков, ЖЭТФ 60, 471 (1971).
5. J. H. Brewer, K. M. Crow, F. N. Gyga, R. F. Johnson, B. D. Patterson, D. G. Fleming, A. Schenk, Phys. Rev. Lett. 31, 143 (1973).
6. J. Shy-Yih Wang, C. Kittel, Phys. Rev. B7, 713 (1973).
7. Г. Г. Мясничева, Ю. В. Обухов, В. С. Роганов, В. Г. Фирсов, ЖЭТФ 53, 451 (1967).
8. S. Siegel, J. M. Flournoy, L. H. Baum, J. Chem. Phys. 34, 1782 (1961).
9. Н. Н. Бубнов, В. В. Всеволодский, Л. С. Полак, Ю. Д. Цветков, Опт. и спектр. 6, 565 (1959).
10. Д. Г. Андрианов, Е. В. Минайчев, Г. Г. Мясничева, Ю. В. Обухов, В. С. Роганов, Г. И. Савельев, В. Г. Фирсов, В. И. Фистуль, ЖЭТФ 58, 1896 (1970).
11. J. P. Walter, M. L. Cohen, Phys. Rev. B2, 1821 (1970).
12. P. K. W. Vinsome, D. Richardson, J. Phys. C4, 2650 (1971).