

# УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

537.31.33

## АНИЗОТРОПНЫЕ РАЗМЕРНЫЕ ЭФФЕКТЫ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ И ПОЛУМЕТАЛЛАХ

Э. И. Раиба, Э. С. Грибников, В. Я. Кравченко

### СОДЕРЖАНИЕ

Введение . . . . .	3
1. Механизмы анизотропных размерных эффектов . . . . .	5
а) Большие релаксационные времена (5). б) Физический механизм возникновения АРЭ (6). в) Основные уравнения и граничные условия (9).	
2. Анизотропные размерные эффекты в слабом электрическом поле . . . . .	10
а) Междолинное перераспределение носителей (10). б) Перераспределение носителей по энергии (14). в) Комбинированный механизм АРЭ в магнитосопротивлении полупроводников (17). г) Поверхностная релаксация (18). д) Экспериментальное изучение размерной анизотропии магнитосопротивления (19). е) Междолинное перераспределение в полуметаллах (20). ж) Размерный эффект в электропроводности $Bi$ (24).	
3. Электрический пинч-эффект в полупроводниках с биполярной проводимостью . . . . .	27
а) Физическая картина и теория (28). б) Электрический пинч в однородных образцах — эксперимент (29). в) Электрический пинч в магнитном поле (31). г) Электрический пинч в изогнутых образцах (31). д) Родственные эффекты (32). 1) Электрический пинч в греющем поле (32). 2) Тензодиодный эффект (33). 3) Электрический пинч в полупроводниках с глубокими центрами (33).	
4. Многодолинный кристалл в сильном поле . . . . .	33
а) Монополярная проводимость. Домены (34). б) Кинетические параметры доменизированного образца (36). в) Биполярная проводимость. Фотопроводимость (36). г) Обсуждение возможностей наблюдения эффектов (38).	
5. Скин-эффект в полуметаллах . . . . .	39
а) Влияние междолинного перераспределения на скин-эффект (39). б) Электромагнитное возбуждение звука (41).	
Заключение . . . . .	43
Цитированная литература . . . . .	44

### ВВЕДЕНИЕ

В твердых телах всегда существует иерархия электронных времен релаксации, характеризующих темп возвращения к равновесию электронной системы. Очень существенно, что различие между характеристическими временами различных релаксационных процессов может быть очень велико, особенно в полупроводниках. Типичные примеры таких времен: время релаксации по импульсу  $\tau_p$ , время релаксации по энергии  $\tau_e$ , время междолинной релаксации  $\tau_r$ , время электронно-дырочной рекомбинации  $\tau_r$ . Наименьшим из этих времен является  $\tau_p$  ( $\tau_p \sim 10^{-9} - 10^{-12}$  сек);

© Главная редакция физико-математической литературы издательства «Наука», «Успехи физических наук», 1976 г.

времена  $\tau_e$  и  $\tau_v$  в ряде случаев превышают его на 2—3 порядка, а время  $\tau_r$  — на 6—9 порядков. Каждому из «больших» времен может быть поставлена в соответствие характерная длина, имеющая смысл диффузионной длины:  $L_e \sim \sqrt{D\tau_e}$ ,  $L_v \sim \sqrt{D\tau_v}$ ,  $L_r \sim \sqrt{D\tau_r}$ ;  $D$  — коэффициент диффузии. Если  $\tau_r$  — наименьшее из времен, то все эти длины существенно превышают  $l_p \sim \sqrt{D\tau_p} \sim v\tau_p$  — обычную длину свободного пробега ( $v$  — характерная скорость электрона). Наличие сильного неравенства между временами позволяет разбить носители на группы, релаксация между которыми протекает медленно; ниже мы будем исходить из такой картины.

В линейной теории явлений переноса в однородных средах, как правило, определяющим является наименьшее из этих времен, и влияние всех других механизмов релаксации обычно мало \*).

Совершенно иная ситуация складывается для размерных эффектов: поскольку наибольшую величину имеют характерные длины, связанные с наибольшими временами релаксации, с утоньшением образцов именно для них ранее всего релаксационные длины сравниваются с характерными геометрическими размерами и поэтому именно с них начинается вся картина размерных эффектов. И лишь в наиболее тонких образцах включается обычный размерный эффект<sup>1</sup>, связанный с  $l_p$ .

Благодаря тому, что в полупроводниках релаксационная длина, отвечающая электронно-дырочной рекомбинации, достигает величин  $\sim 1$  см, тривиальные размерные эффекты типа зависимости фотопроводимости от размеров образцов \*\*) легко наблюдаются экспериментально. Мы хотим здесь подчеркнуть те особенности в генерации неравновесных носителей и их пространственном распределении, которые характерны для анизотропных размерных эффектов (АРЭ). Обычно неравновесные носители либо создаются сторонними источниками (световое пятно), либо инжектируются через  $p$  —  $n$ -переход, так что градиент их концентрации ориентируется вдоль направления тока. Наоборот, в анизотропных размерных эффектах, которые мы будем рассматривать ниже, сам проходящий ток генерирует неравновесные носители на боковых гранях образца \*\*\*) и поэтому возникающие градиенты концентрации направлены поперек направления тока. Условием возникновения неравновесных носителей здесь является наличие анизотропных групп носителей, т. е. групп, для которых ток направлен под углом к электрическому полю. Анизотропия может быть либо естественной, либо созданной давлением, магнитным полем и т. д. Неравновесные концентрации, создаваемые у границ, будут исчезать на расстояниях порядка соответствующих релаксационных длин  $L$ , и размерные эффекты будут проявляться при  $d \lesssim L$ , где  $d$  — геометрический размер. Поэтому анизотропные размерные эффекты могут служить для измерения больших релаксационных длин (или, что то же самое, темпа медленных релаксационных процессов).

Каждому из анизотропных размерных эффектов наряду с объемным временем релаксации, определяющим через соответствующую диффузионную длину пространственный масштаб эффекта, отвечает и определенная скорость поверхностной релаксации: степень диффузности поверхностного рассеяния, скорости поверхностного остывания носителей, их междолинного рассеяния и рекомбинации. При этом механизмы поверхностной релаксации, которые сопряжены с малыми характерными длинами, практически несущественны для размерных эффектов, связанных с большими

\*) Одно из исключений составляет низкотемпературное сопротивление чистых металлов, контролируемое эффектами переброса<sup>149, 150</sup>; мы исключаем подобные ситуации из рассмотрения.

\*\*) Подробнее см., например, § 19 в<sup>151</sup> и<sup>152, 153</sup>.

\*\*\*) Или на других его «поперечных» неоднородностях.

пространственными масштабами; например, диффузность поверхностного рассеяния не должна влиять на эффекты, связанные с длинами  $L_e$ ,  $L_v$  и  $L_r$ . Специфика АРЭ состоит в том, что они сохраняются (а иногда даже и максимальны) и при исчезновении соответствующего механизма поверхностной релаксации, и полностью исчезают в однородных образцах, если на всей внешней поверхности темп релаксации неограниченно растет. Наоборот, традиционные размерные эффекты (например, <sup>1)</sup> возникают именно вследствие релаксации на поверхности и аннулируются, когда она исчезает на всей поверхности. В дальнейшем будет показано, что нелинейные АРЭ наиболее велики при сильном различии темпа релаксации на различных гранях образца.

Родственные эффекты возникают также при распространении электромагнитных волн, которые должны сопровождаться волнами концентраций носителей. Только здесь роль  $d$  играет длина волны  $\lambda$  (или скин-глубина  $\delta$ ).

## 1. МЕХАНИЗМЫ АНИЗОТРОПНЫХ РАЗМЕРНЫХ ЭФФЕКТОВ

Ниже мы постоянно будем использовать понятие «группы носителей», вкладывая в него следующий смысл: время релаксации между группами носителей должно значительно превышать время релаксации внутри группы. Мы подробно будем рассматривать следующие примеры групп: а) носители тока из разных долин при многодолинном энергетическом спектре (которым обладают электроны в Bi, Ge, Si, GaP, электроны и дырки в халькогенидах свинца и т. д.), б) носители тока с различными кинетическими энергиями в пределах одной зоны (или одной долины), в) носители тока из разных зон (например, электроны и дырки). Но список этот может быть продолжен (электроны с одной ориентацией спина; электроны, принадлежащие одной части поверхности Ферми в металлах с многосвязными ферми-поверхностями). Иногда анизотропию отдельных групп порождает магнитное поле.

Если сильное неравенство между временами выполнено, то для каждой группы в отдельности можно ввести кинетические коэффициенты, такие как тензор подвижности  $\hat{\mu}^\alpha$ , тензор коэффициентов диффузии  $\hat{D}^\alpha$ , тензор проводимости  $\hat{\sigma}^\alpha$  и т. д.;  $\alpha$  нумерует группы. Очень существенно, что даже в кристаллах с высокой симметрией кинетические коэффициенты отдельных групп обычно являются сильно анизотропными.

В этом разделе мы, во-первых, на нескольких примерах выясним физические причины, в силу которых  $\tau_r$  может оказаться существенно меньше других релаксационных времен и, во-вторых, обсудим механизм, в силу которого наличие анизотропных групп приводит к возникновению неравновесных носителей.

### а) Большие релаксационные времена

Причины, по которым времена  $\tau_r$ ,  $\tau_v$  и  $\tau_e$  могут существенно превышать  $\tau_r$ , совершенно различны; поэтому как абсолютная, так и относительная величина этих «больших» времен может изменяться в широких пределах.

Темп электронно-дырочной рекомбинации в полупроводниках лимитируется необходимостью передачи электронной энергии порядка ширины запрещенной зоны ( $\sim 1$  эв). Различные механизмы \*) приводят к рекомбинационным временам  $\tau_r \sim 10^{-9} - 10^{-3}$  сек.

\*) Обсуждение механизмов рекомбинации в полупроводниках см. в книгах 152-154.

Электронный спектр полуметаллов и многих полупроводников является многодолинным — экстремум энергии достигается в нескольких точках бриллюэновской зоны. Рассеяние электрона из одной долины в другую связано с передачей импульса порядка бриллюэновского и поэтому геометрический поперечник примесного междолинного рассеяния можно оценить как  $\sigma \sim 10^{-15} - 10^{-16} \text{ см}^2$ . Учет процессов, включающих захват или обменное рассеяние, приводит к некоторому увеличению этих поперечников. Например, для рассеяния на донорах в Ge при  $T = 4^\circ \text{K}$   $\sigma \sim 10^{-13} - 10^{-12} \text{ см}^2$ , что тем не менее существенно меньше поперечников обычного кулоновского рассеяния в тех же условиях ( $\sigma \sim 10^{-11} \text{ см}^2$ ). Поскольку в полуметаллах дебаевский радиус экранирования  $l_D$  значительно превышает постоянную решетки ( $l_D \sim 10 - 100 \text{ \AA}$ ), и в этом случае различие между вероятностями внутримолинового и междолинного рассеяния должно быть велико. Возможны, конечно, и процессы междолинного фононного рассеяния. Но они связаны с передачей энергии порядка дебаевской частоты  $\omega_D$ , и поэтому их вероятность экспоненциально мала при низких температурах. Необходимо подчеркнуть, что в полуметаллах принципиальное различие между процессами междолинного электронного рассеяния и электронно-дырочной рекомбинации исчезает — последний процесс также лимитируется только необходимостью большой передачи импульса и имеет тот же порядок величины ( $\tau_v \sim \tau_r$ ). В Bi согласно <sup>5</sup> времена  $\tau_p$  и  $\tau_r$  сравниваются при  $T \approx 15^\circ \text{K}$ , а при более низких температурах разрыв между ними достигает двух порядков.

Различие между  $\tau_p$  и  $\tau_e$  связано с тем, что рассеяние электронов на примесях является упругим, а на акустических фононах — квазиупругим. В последнем случае параметром разложения является  $(c_s/v)^2 \ll 1$  ( $c_s$  — скорость звука). Когда эти механизмы доминируют в рассеянии импульса, то обычно  $\tau_p/\tau_e \sim 10^{-3}$ .

#### б) Физический механизм возникновения АРЭ

Рассмотрим теперь физический механизм и основные закономерности АРЭ. Геометрия экспериментов представлена на рис. 1: образец считаем ограниченным в направлениях  $y$  и  $z$  и неограниченным в направлении  $x$ ,

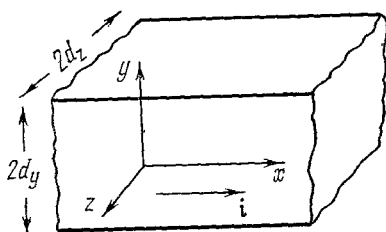


Рис. 1. Геометрия экспериментов.

вдоль которого протекает ток со средней плотностью  $i$ . Мы будем исходить из предположения, что для всех времен  $\tau_{\alpha\beta}$ , отвечающих релаксации между различными группами  $\alpha$  и  $\beta$ , выполнены критерии  $\tau_{\alpha\beta} \gg \tau_p$ , и поэтому будем приписывать отдельным группам кинетические тензоры  $\hat{u}^\alpha$ ,  $\hat{\sigma}^\alpha = en_\alpha \hat{u}^\alpha$  и  $\hat{D}^\alpha$  ( $n_\alpha$  — концентрация носителей в группе  $\alpha$ , т. е.  $\alpha$ -электронов). Различные векторы удобно представлять в виде  $\mathbf{A} = \mathbf{A}_x + \mathbf{A}_\perp$ , вводя аналогичные обозначения для компонент кинетических тензоров.

Рассмотрим потоки, возникающие под действием внешнего электрического поля  $\mathbf{E} = E_x$ , и начнем с исходного равномерного распределения носителей по поперечному сечению (все  $n_\alpha = \text{const}$ ). В этих условиях ток является чисто поперечным, и поскольку тензоры  $\hat{\sigma}^\alpha$  являются анизотропными, то у парциальных токов, принадлежащих отдельным группам  $i^\alpha = \hat{\sigma}^\alpha E_x$ , будут неисчезающие поперечные части  $i^\alpha_\perp = \hat{\sigma}^\alpha_{\perp x} E_x$ .

Ситуация предельно проста в случае, когда имеется всего одна группа носителей: возникший поперечный ток порождает поперечное поле  $\mathbf{E}_\perp$

(квазихолловское поле) — такое, что ток, вызываемый полным полем  $\mathbf{E}$ , является чисто продольным:  $\mathbf{i}_{\perp}^{\alpha} = (\hat{\sigma}^{\alpha} \mathbf{E})_{\perp} = 0$ . При этом концентрация  $n_{\alpha}$  вследствие условия нейтральности остается постоянной.

Совершенно иначе обстоит дело, если число групп больше единицы. Здесь подбором вектора  $\mathbf{E}_{\perp}$  можно добиться обращения в нуль только плотности полного поперечного тока

$$\mathbf{i}_{\perp} = (\hat{\sigma} \mathbf{E})_{\perp} = 0, \quad \hat{\sigma} = \sum_{\alpha} \hat{\sigma}^{\alpha}, \quad (1.1)$$

т. е. обеспечить сохранение электрического заряда. При этом  $\mathbf{E}_{\perp}$  и полный ток равны \*):

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{\perp} &= -(\hat{\sigma}_{\perp\perp})^{-1} \sigma_{\perp x} E_x, \quad i_x = \Sigma(\infty) E_x, \\ \Sigma(\infty) &= \sigma^* = \sigma_{xx} - \sigma_{x\perp} (\hat{\sigma}_{\perp\perp})^{-1} \sigma_{\perp x}. \end{aligned} \quad (1.2)$$

Парциальные поперечные токи, отвечающие отдельным группам, равны

$$\mathbf{i}_{\perp}^{\alpha} = [\sigma_{\perp x}^{\alpha} - \hat{\sigma}_{\perp\perp}^{\alpha} (\hat{\sigma}_{\perp\perp})^{-1} \hat{\sigma}_{\perp x}] E_x. \quad (1.3)$$

Расписывая, аналогично (1.3), выражение (1.1) для полного поперечного тока  $\mathbf{i}_{\perp}$ , легко видеть, что парциальные потоки  $\mathbf{i}_{\perp}^{\alpha}$  аннулируются вместе с  $\mathbf{i}_{\perp}$ , лишь если

$$(\hat{\sigma}_{\perp\perp}^{\alpha})^{-1} \sigma_{\perp x}^{\alpha} = C, \quad (1.4)$$

где  $C$  не зависит от  $\alpha$ . Соотношение (1.4) выполняется лишь в исключительных случаях, например, когда тензоры  $\hat{\sigma}^{\alpha}$  для всех долин пропорциональны друг другу (все группы с одинаковой анизотропией), либо когда  $\sigma_{\perp x}^{\alpha} = 0$  для всех групп.

Полученная картина с поперечными потоками (1.3) может быть стационарной, лишь если на всех поверхностях действуют механизмы, конвертирующие носители одной группы («приходящие») в носители других групп («уходящие») с практически неограниченной эффективностью. Такая конверсия включает в себя междолинное рассеяние, электронно-дырочную рекомбинацию, неупругое рассеяние электронов и т. д. Если же темп межгрупповой поверхностной конверсии ограничен, то исходный баланс электронов будет нарушаться — каждый из приповерхностных слоев будет обогащаться носителями из одних групп и обедняться носителями из других. Возникающие поперечные градиенты концентраций создадут диффузионные потоки, и новое стационарное состояние установится только, когда парциальные поперечные потоки на поверхности придут в соответствие с темпом межгруппового поверхностного рассеяния. При этом для парциальных токов надо использовать общие формулы

$$\mathbf{i}^{\alpha} = -e_{\alpha} \hat{D}^{\alpha} \nabla n_{\alpha} + e n_{\alpha} \hat{u}^{\alpha} \mathbf{E}; \quad (1.5)$$

$e_{\alpha} = \pm e$  ( $e > 0$ ) для дырочных и электронных групп соответственно.

Итак, приходящий ток порождает пространственно-неоднородное распределение носителей; происходит как бы сепарация в  $\mathbf{r}$ -пространстве носителей, принадлежащих различным группам (например, различным долинам в  $\mathbf{p}$ -пространстве).

Из-за того, что в объеме всегда имеется междолинное рассеяние, неравновесные концентрации будут релаксировать в глубь образца. В слабых электрических полях релаксация происходит на межгрупповых длинах  $L \sim \sqrt{\bar{D} \tau_{\alpha\beta}}$  (ср. гл. 2). В результате концентрации возмущаются в приповерхностных слоях с толщиной  $\sim L$ , а на больших расстояниях

\*) Для кубического кристалла, естественно,  $\hat{\sigma}$  является скаляром, и  $\sigma^* = \sigma$ .

от поверхностей возвращаются к своим равновесным значениям. Поэтому при произвольной скорости поверхностной конверсии  $\Sigma$  ( $\infty$ ) определяет проводимость массивных образцов ( $d_y, d_z \gg L$ ); на это и указывает аргумент  $\infty$  в скобке.

Как правило, мы будем полагать, что все размеры значительно превышают дебаевскую длину экранирования  $l_D$  ( $d_y, d_z, L \gg l_D$ ). При этом практически во всем объеме выполняется условие квазинейтральности:

$$\sum_{\alpha} e_{\alpha} n_{\alpha} = \text{const.} \quad (1.6)$$

При малых полях  $E_x$ , когда концентрации  $n_{\alpha}$  слабо возмущены в сравнении с равновесными, поведение биполярных систем (т. е. включающих группы с разными зарядами) практически ничем не отличается от поведения монополярных. Положение существенно меняется в сильных полях: в монополярной системе условие (1.6) фиксирует сумму концентраций, а в биполярной — их разность  $n_+ - n_-$ . Поэтому в монополярных системах одни группы носителей могут вытеснять другие при сохранении полного числа носителей; следовательно, размерный эффект в основном должен быть связан с различием подвижностей для разных групп. Наоборот, в биполярных системах могут возникать широкие области обогащения и обеднения, и сопротивление может изменяться во много раз. Откладывая рассмотрение нелинейных эффектов до гл. 3 и 4, мы произведем здесь оценку размерного эффекта в слабых полях.

Чтобы оценить величину АРЭ в зависимости от темпа поверхностной конверсии, удобно рассмотреть случай, когда поверхностная конверсия отсутствует, а толщины  $d_y, d_z \ll L$ . Тогда парциальными поперечными потоками во всем объеме можно пренебречь. В слабых полях  $E_x$  величины  $E_{\perp}$  и  $\nabla n_{\alpha}$  остаются почти постоянными во всем объеме\*). Из (1.5) и (1.6) следует

$$e_{\alpha} \nabla n_{\alpha} = e n_{\alpha} \varepsilon_{\alpha}^{-1} [E_{\perp} + (\hat{\sigma}_{\perp\perp}^{\alpha})^{-1} \sigma_{\perp x}^{\alpha} E_x], \quad (1.7)$$

$$E_{\perp} = - \frac{\sum_{\alpha} \varepsilon_{\alpha}^{-1} n_{\alpha} (\hat{\sigma}_{\perp\perp}^{\alpha})^{-1} \sigma_{\perp x}^{\alpha}}{\sum_{\alpha} \varepsilon_{\alpha}^{-1} n_{\alpha}} E_x, \quad (1.8)$$

где  $\varepsilon_{\alpha}$  определяется условием  $\hat{D}^{\alpha} = \varepsilon_{\alpha} \hat{u}^{\alpha}$  (при невырожденной статистике  $\varepsilon_{\alpha} = T/e$ ). Отсюда с учетом (1.5) сразу же следует формула для тока в тонком образце

$$i_x = \Sigma(0) E_x, \quad \Sigma(0) = \sum_{\alpha} \sigma_{\alpha}^*, \quad (1.9)$$

$$\sigma_{\alpha}^* = \sigma_{xx}^{\alpha} - \sigma_{x\perp}^{\alpha} (\hat{\sigma}_{\perp\perp}^{\alpha})^{-1} \sigma_{\perp x}^{\alpha}.$$

Согласно (1.9) в тонком образце каждая группа вносит в полную проводимость  $\Sigma(0)$  свой вклад совершенно независимо от других групп. Подчеркнем, что это изменение проводимости возникает при постоянстве полного числа носителей в каждой из групп за счет вклада диффузионных потоков в полный ток.

Сопоставление формул (1.2) с формулами (1.8) и (1.9), которые применительно к тонким образцам отвечают двум крайним случаям, — предельно высокой и предельно низкой скорости поверхностной конверсии соответственно, — показывает, что выражения для проводимости и поперечного поля оказываются совершенно различными.

\*) Можно показать, что это справедливо при любой конечной скорости поверхностной конверсии, если только неравенство  $d_y, d_z \ll L$  выполнено достаточно сильно.

Обратимся к кубическим кристаллам. В них  $\sigma_{\perp x} = 0$  и согласно (1.2)  $\Sigma(\infty) = \sigma^* = \sigma_{xx} = \sigma$  — объемной проводимости. В то же время отдельные  $\sigma_{\perp x}^{\alpha} \neq 0$  и поэтому  $\Sigma(0) < \sigma$ . Определим их отношение применительно к электронному германию, спектр которого содержит четыре долины — эллипсоиды вращения, лежащие на осях типа [111]. Если ось  $x$  направлена по одной из осей 4-го порядка, а ось  $y$  — по диагонали грани, то

$$\frac{\Sigma(0)}{\Sigma(\infty)} = 1 - \frac{\sigma_{xy}^1 \sigma_{yx}^1}{\sigma_{xx}^1 \sigma_{yy}^1} = \left[ 1 + \frac{(\sigma_l - \sigma_t)^2}{4\sigma_l \sigma_t} \sin^2 2\theta \right]^{-1}, \quad (1.10)$$

где  $\theta \approx 55^\circ$  — угол между осями [100] и [111], а  $\sigma_l$  и  $\sigma_t$  — главные значения проводимости для одного эллипсоида. При  $\sigma_l/\sigma_t \approx 0,05$  и 0,2 (при акустическом и примесном рассеянии соответственно <sup>6)</sup> имеем  $\Sigma(0)/\Sigma(\infty) \approx 0,2$ , и 0,5. Ниже используем  $\sigma_l/\sigma_t = 0,05$ .

Из предыдущего ясны два простейших проявления АРЭ — зависимость проводимости  $\Sigma$  от толщины на масштабах порядка  $L$  и возникновение (даже в кубических кристаллах!) поперечной разности потенциалов, связанной с полем  $E_{\perp}$ .

Первое указание на явления, которые мы объединяем здесь понятием АРЭ, восходит, по-видимому, к монографии Фаулера <sup>7</sup> и связано с эффектом Холла в биполярном проводнике (т. е. с эффектом на длине  $L_T$ ). Интерес к этому эффекту, известному преимущественно как магнитоконцентрационный, возник после теоретических и экспериментальных работ Велькера с сотрудниками <sup>8-11</sup>. Систематическая теория размерных гальванотермомангнитных явлений в биполярных полупроводниках дана Пикусом <sup>12</sup> (см. также <sup>13</sup>). Исследование АРЭ, вызванных анизотропией, не связанной с магнитным полем, начато работами <sup>14, 15</sup>. Несколько позже началось изучение АРЭ на других диффузионных длинах — междолинной  $L_b$  (электропроводность <sup>16</sup>, эффект Холла <sup>17</sup>, магнитосопротивление <sup>18</sup>, скин-эффект <sup>19</sup>) и длине остывания  $L_e$  (магнитосопротивление <sup>20</sup>), которые в полупроводниках короче, чем  $L_T$ .

#### в) Основные уравнения и граничные условия

Для вычисления токов  $i^{\alpha}$  в общем случае необходимо знать пространственное распределение концентраций. В дальнейшем мы ограничимся одномерным случаем ( $d_z \rightarrow \infty$ ), т. е. пластиной с толщиной  $2d_y = 2d$ , так что все величины зависят исключительно от координаты  $y$ .

Зависимость  $n_{\alpha}$  от  $y$  определяется из системы уравнений непрерывности для потоков  $j^{\alpha} = i^{\alpha}/e_{\alpha}$ :

$$\frac{\partial n_{\alpha}}{\partial t} + \frac{\partial j_y^{\alpha}}{\partial y} = \sum_{\beta \neq \alpha} (n_{\alpha} \tau_{\alpha\beta}^{-1} - n_{\beta} \tau_{\beta\alpha}^{-1}) \quad (1.11)$$

и граничных условий на свободных поверхностях  $y = \pm d$ :

$$j_y^{\alpha}(\pm d) = \pm \sum_{\beta \neq \alpha} (n_{\alpha}^{\pm} s_{\alpha\beta}^{\pm} - n_{\beta}^{\pm} s_{\beta\alpha}^{\pm}), \quad n_{\alpha}^{\pm} = n_{\alpha}(\pm d), \quad (1.12)$$

в которых введены объемные времена  $\tau_{\alpha\beta}$  и поверхностные скорости  $s_{\alpha\beta}^{\pm}$  ухода из группы  $\alpha$  в группу  $\beta$ .

Для определения всех  $n_{\alpha}(y)$  и поля  $E_y(y)$  эту систему надо дополнить уравнением Пуассона. Во многих важных случаях оно может быть заменено условием квазинейтральности (1.6), или эквивалентным ему в пространственно-одномерной задаче условием  $i_y = 0$ . Тогда скорости  $s_{\alpha\beta}^{\pm}$  задаются на границах квазинейтральной области и являются

феноменологическими параметрами; чтобы связать их со скоростями на истинной поверхности, требуется решать точную задачу для приповерхностных слоев объемного заряда.

После исключения  $E_y(y)$  в уравнениях остаются две постоянные компоненты поля:  $E_x$  и  $E_z$ . Первая из них предполагается заданной, а вторая определяется квазихолловским условием равенства нулю полного тока в направлении  $z$ .

Подчеркнем, что мы ограничиваемся одномерным случаем исключения из соображений математической простоты; при этом все основные качественные закономерности удается проследить достаточно полно. Однако из-за возникновения потоков в  $z$ -направлении численная величина размерного эффекта может в некоторых случаях заметно уменьшиться. В частности, в примере с  $n$ -Ge, рассмотренным в конце п. б) гл. 1, при  $d_y \rightarrow 0$ ,  $d_z \rightarrow \infty$  вместо (1.10) имеем

$$\frac{\Sigma(0)}{\Sigma(\infty)} = 1 - \frac{1}{2} \frac{\sigma_{xy}^1 \sigma_{yx}^1}{\sigma_{xx}^1 \sigma_{yy}^1}, \quad (1.10a)$$

что при тех же значениях  $\sigma_l/\sigma_t$  составляет всего 0,6—0,75 (вместо 0,2—0,5).

## 2. АНИЗОТРОПНЫЕ РАЗМЕРНЫЕ ЭФФЕКТЫ В СЛАБОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

Систематическое рассмотрение АРЭ мы начинаем со случая слабого электрического поля, когда концентрации неравновесных носителей малы и пропорциональны  $E$ . Анализ здесь является относительно более простым и в известной мере универсальным — картина практически не зависит от знака носителей. В то же время номенклатура явлений, в которых должны проявляться АРЭ, достаточно широка: электропроводность, магнетосопротивление, термо-э.д.с. и т. д.

При линеаризации системы уравнений (1.11) и (1.5) и исключении  $E_y(y)$  получается система однородных диффузионных уравнений, из которых выпадают как первые производные, так и поле  $E_x$ ; оно входит только через граничные условия ((1.12) в сочетании с (1.5)). Для  $\nu$  групп носителей эта система определяет  $\nu - 1$  диффузионную длину  $L_\kappa$ , и все решения представляются суммами экспонент  $\exp(\pm y/L_\kappa)$ .

### а) Междолинное перераспределение носителей

Влияние междолинного перераспределения на электропроводности рассмотрено в работе <sup>16</sup>. Результаты удобно проиллюстрировать на примере полупроводника с двумя эквивалентными долинами ( $\nu = 2$ ). Из уравнений п. б, в) гл. 1 следует, что при этом для всех анизотропных эффектов определяющим является коэффициент

$$a = a_1 - a_2, \quad a'_\alpha = \frac{u_{yx}^\alpha}{u_{yy}^\alpha}. \quad (2.1)$$

Коэффициенты  $a_\alpha$  являются мерой анизотропии в каждой из долин; это одномерные аналоги левой части (1.4).

Реальной физической моделью является пластина из  $n$ -Ge, вырезанная так, что он ведет себя как двухдолинный полупроводник. Для этого нужно одну из осей 4-го порядка направить вдоль  $z$ , а две другие — под произвольным углом  $\varphi$  к  $x$  и  $y$  (см. рис. 1 и 2).

Уравнения п. в) гл. 1 сводятся тогда к одному диффузионному уравнению с эффективным коэффициентом диффузии  $D(\varphi)$ , связанным с обычным

объемным коэффициентом диффузии  $D$  соотношением

$$D(\varphi) = D(1 - a_0^2 \sin^2 2\varphi), \quad a_0 = \frac{\sigma_t - \sigma_l}{2\sigma_t + \sigma_l}. \quad (2.2a)$$

Для Ge  $\sigma_l/\sigma_t \ll 1$  и  $a_0 \approx 0,5$ . Диффузионная длина  $L(\varphi) = \sqrt{D(\varphi)\tau}$  также зависит от  $\varphi$ ;  $\tau = \tau_{\alpha\beta}/4$  \*). Она определяет глубину слоев, в

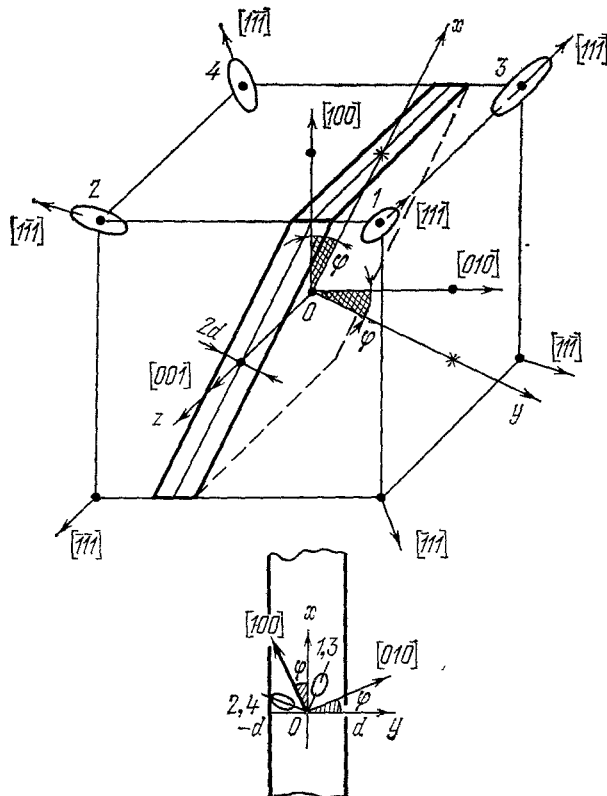


Рис. 2. Ориентация пластины относительно кристаллографических осей, позволяющая реализовать в  $n$ -Ge двухдолинную ситуацию

которых происходит междолинное перераспределение. Основная угловая зависимость содержится в анизотропном факторе

$$a^2(\varphi) = a_0^2 \frac{\cos^2 2\varphi}{1 - a_0^2 \sin^2 2\varphi}. \quad (2.2b)$$

Степень модуляции проводимости определяется толщиной  $\delta = d/L(\varphi)$  и безразмерными скоростями поверхностной рекомбинации  $S^\pm(\varphi) = s^\pm L(\varphi)/D(\varphi)$  (в принципе  $s^\pm$  также могут содержать зависимость от  $\varphi$ ):

$$\Sigma(\delta, \varphi) = \Sigma(\infty) [1 - a^2(\varphi) \zeta(\delta, \varphi)]. \quad (2.3a)$$

здесь  $\Sigma(\infty) = \sigma$  — объемная электропроводность, а

$$\zeta(\delta, \varphi) = \frac{\text{th } \delta}{\delta} \frac{1 + (1/2)(S^+ + S^-) \text{cth } \delta_1^2}{1 + S^+ S^- + (S^+ + S^-) \text{cth } 2\delta}, \quad 0 \leq \zeta \leq 1. \quad (2.3b)$$

\*) Здесь, как и всюду ниже, когда имеется в виду единственный механизм релаксации, мы опускаем индекс у  $\tau$  и  $L$ .

Изменение проводимости максимально при  $\varphi = 0$ . Ее зависимость от  $\delta$  при  $\varphi = 0$  и нескольких значениях  $S^\pm$  иллюстрируется рис. 3. При  $S^\pm \gg 1$  эффект исчезает. Если же только одна из скоростей  $S^\pm$  велика, то эффект по-прежнему велик.

Поле  $E_y$  порождает квазихолловскую поперечную разность потенциалов  $V_\perp = 2d\bar{E}_y$ , где

$$\bar{E}_y = \frac{1}{2} a_0^2 \zeta(\delta, \varphi) \frac{\sin 4\varphi}{1 - a_0^2 \sin^2 2\varphi} E_x. \quad (2.4)$$

Помимо  $\Sigma$  и  $\bar{E}_y$ , по-видимому, прямому экспериментальному наблюдению доступна также анизотропия диэлектрической проницаемости, наводимая междолинным перераспределением свободных носителей. Максимальное изменение поверхностной концентрации возникает при  $S^\pm = 0$ ,  $\varphi = 0$  и равно

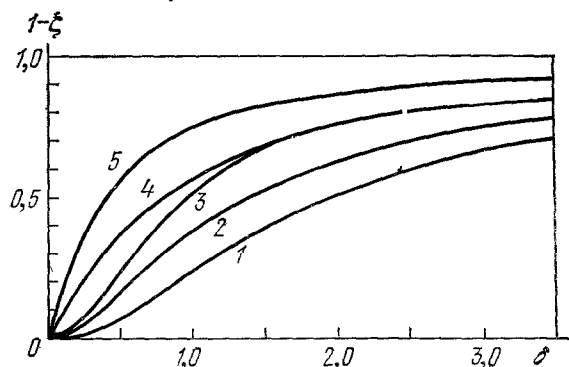


Рис. 3. Зависимость  $(\Sigma(\delta) - \Sigma(0))/a_0^2 \Sigma(\infty) = 1 - \zeta(\delta)$  (при  $\varphi = 0$ ) от  $\delta$  для различных  $S^\pm$ : 1 —  $S^+ = S^- = 0$ ; 2 —  $S^+ = 1$ ,  $S^- = 0$ ; 3 —  $S^+ = \infty$ ,  $S^- = 0$ ; 4 —  $S^+ = S^- = 1$ ; 5 —  $S^+ = \infty$ ,  $S^- = 1$ .

Максимальное изменение поверхностной концентрации возникает при  $S^\pm = 0$ ,  $\varphi = 0$  и равно

$$\frac{\Delta n(\pm d)}{n_0} = \frac{a_0 E_x}{E_L} \text{th } \delta, \quad E_L = \frac{D}{uL}. \quad (2.5)$$

Величина  $E_L$  имеет смысл диффузионного поля и определяет границы линейного режима

$$aE_x \ll E_L \quad (2.6)$$

(если  $S^\pm \lesssim 1$ ).

Еще одна величина, которая может оказаться удобной для экспериментального исследования — это анизотропия проводимости в плоскости  $x, z$ . Она возникает, когда ось  $y$  не совпадает с направлением высокой симметрии в кристалле (т. е. с осью 3-го или 4-го порядка). Например, при  $\varphi = \pi/4$  из (2.2б) и (2.3а) следует, что проводимость равна  $\sigma$ , т. е. размерный эффект вообще отсутствует. Если же ток направлен в этой же плоскости вдоль оси 4-го порядка (что отвечает просто перестановке осей  $z$  и  $x$ ), то проводимость равна

$$\Sigma = \sigma \left[ 1 - \frac{a_0^2}{1 - a_0} \zeta(\delta) \right], \quad (2.3в)$$

где  $\zeta(\delta)$  определяется формулой (2.3б), в которой  $D(\varphi) \rightarrow (1 - a_0) D$  и  $S^\pm \rightarrow 4S_{12}^\pm = 4S_{13}^\pm$  (см. рис. 2).

Интересная особенность последнего случая: проводимости долин 2 и 4 недиагональны в осях пластины, а долин 1 и 3 — диагональны (фактически здесь реализуется трехдолинная схема). Тем не менее, поле  $E_y(y)$ , порождаемое 2- и 4-электронами, вовлекает 1- и 3-электроны в междолинное перераспределение: их концентрация максимальна в средней части пластины и спадает к краям.

Вариация проводимости с  $\varphi$  и  $d$ , описываемая (2.2) — (2.3), не превышает 25%. Анизотропия проводимости в случае, описываемом формулой (2.3в), больше — при  $d \rightarrow 0$  она может достигать двух раз. Еще больший эффект достигается, если анизотропной деформацией переселить все носители в Ge в две долины. При этом размерное уменьшение проводимости может составить 4—5 раз.

Подчеркнем, что в линейном приближении, которое используется в этом разделе, поправки к концентрациям пропорциональны  $E_x$  и, следовательно, поправка к полемому току пренебрежимо мала. Поэтому изменение проводимости (см. (2.3a)) возникает целиком за счет диффузионных токов.

Все сказанное выше непосредственно относится только к идеально однородным пластинам, в которых влияние неоднородных поверхностных слоев может быть описано скоростями  $s^{\pm}$ . Это возможно, лишь если вклад

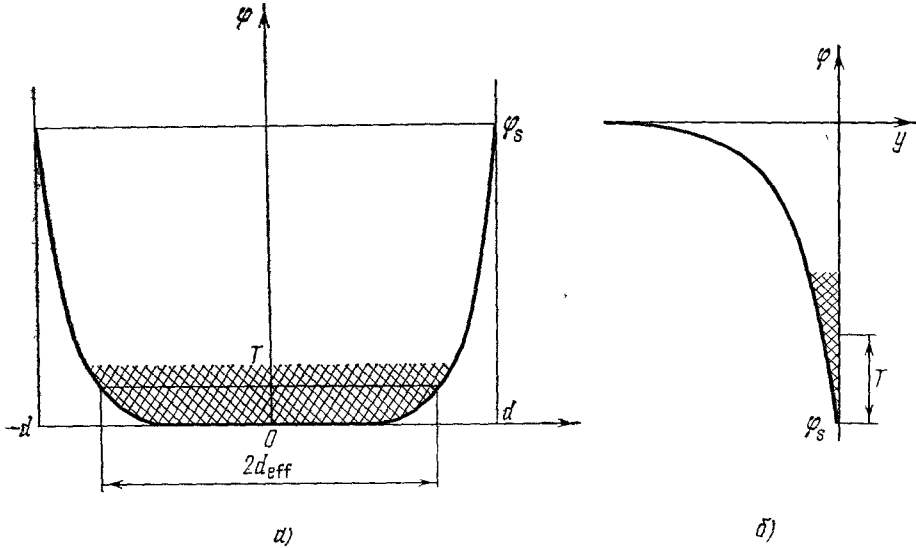


Рис. 4. Слои обеднения (а) и обогащения (б) у поверхностей образцов.

этих слоев в полную проводимость пренебрежим мал. Поскольку трудно ожидать, чтобы неравенство  $L \gg l_D$  выполнялось с большим запасом, теория имеет жесткие границы применимости.

Наиболее благоприятен случай двух слоев истощения. Тогда носители сконцентрированы в объеме между ними ( $d_{\text{eff}} < d$ ; рис. 4, а), а  $s^{\pm}$  будут экспоненциально малы. Действительно, большинство носителей отражается от плавного потенциала слоя объемного заряда с малой передачей импульса, недостаточной для междолинного перехода, а реальной поверхности достигает лишь часть носителей  $\sim \exp(-\phi_s/T)$ , где  $\phi_s$  — изгиб зон.

Слой обогащения, в котором может быть сконцентрировано большое количество носителей, сам аналогичен тонкому образцу, одной стороной которого является реальная поверхность, а другой — электростатический потенциал, отражающий электроны (рис. 4, б) и почти не вызывающий междолинного рассеяния. По этой причине в поверхностном слое неизбежно возникает АРЭ вне зависимости от истинного значения  $s$  на реальной поверхности. Междолинное перераспределение в поверхностном слое, прежде всего навязывает аналогичное перераспределение объемным электронам; соответствующая зависимость  $s(\phi_s)$ , включающая перемену знака (!), определена в работе <sup>21</sup>. Но при достаточно больших изгибах зон и проводимость тонких образцов, и влияние АРЭ на нее, определяются носителями в слоях обогащения. Толщина этих слоев, управляемая поверхностным зарядом, играет роль эффективной толщины образца  $d_{\text{eff}}$ .

О наблюдении АРЭ на таких слоях сообщено в работе <sup>22</sup>. Были исследованы образцы Ge со свободной поверхностью (112). На такой грани, как

объяснено выше, проводимость должна быть анизотропной. На рис. 5 представлена зависимость параметра анизотропии от изгиба зон: видно, что она возникает лишь при достаточном обогащении. Междолинная длина  $L$ , оцененная по толщине области локализации носителей, при которой появ-

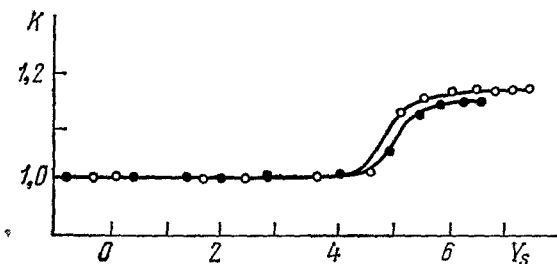


Рис. 5. Коэффициент анизотропии поверхностной проводимости  $\sigma_s$  в зависимости от поверхностного потенциала для образца с  $y \parallel [11\bar{2}]$  (на осях  $K = \sigma_s ([110]) / \sigma_s ([111])$  и  $Y_s = \varphi_s / T$ ). Темные кружки соответствуют химически травленной поверхности, а светлые — поверхности, подвергнутой ионной бомбардировке<sup>22</sup>.

ляется анизотропия, оказалась  $\approx 10^{-5}$  см при 297 °К и  $\approx 10^{-4}$  см при 77 °К в согласии с данными по акусто-электрическому эффекту<sup>2</sup>; в этой области температур доминирует фоновое междолинное рассеяние.

#### б) Перераспределение носителей по энергии

Переходим к АРЭ, в которых в качестве отдельных «групп» фигурируют электроны с определенным значением энергии. В этом случае анизотропное перераспределение приводит к тому, что симметричная часть  $f_0(\epsilon)$  функции распределения электронов  $f(\mathbf{p})$  становится функцией координаты  $y$ .

Электронная система характеризуется временами  $\tau_p$ ,  $\tau_\epsilon$  и временем  $\tau_{ee}$ , отвечающим электрон-электронным соударениям. Если  $\tau_p$  формируется за счет квазиупругого рассеяния (см. п. а) гл. 1), а электронные концентрации сравнительно невелики, то

$$\tau_p \ll \tau_\epsilon, \tau_{ee}. \quad (2.7)$$

Если эти критерии выполнены одновременно, электроны с энергией  $\epsilon$  выделяются в отдельную группу ( $\epsilon$ -электроны).

Рассмотрим однодолинную систему. Для возникновения АРЭ необходимо, чтобы фактор  $a(\epsilon) = u_{yx}(\epsilon) / u_{yy}(\epsilon)$  (ср. (1.4) и (2.1)) был отличен от нуля и зависел от  $\epsilon$  — тогда разные  $\epsilon$ -электроны будут обладать различной анизотропией. Последствия, к которым это приводит, удобно рассмотреть на примере поперечного магнитосопротивления (ПМС) для полупроводника с изотропным спектром ( $\mathbf{H}$  в плоскости пластины). Здесь

$$a(\epsilon) = \omega_c \tau_p(\epsilon), \quad \omega_c = \frac{eH}{mc} \quad (2.8)$$

имеет смысл тангенса холловского угла. Само классическое ПМС возникает исключительно за счет того, что из-за зависимости  $a$  от  $\epsilon$  холловское поле, компенсирующее полный поперечный ток, не компенсирует парциальные потоки (с различными  $\epsilon$ ). Так как АРЭ существенно влияют на эти потоки, можно рассчитывать, что эффект будет велик. Это действительно было показано в работе<sup>20</sup>.

Особенность рассматриваемой ситуации состоит в том, что  $\epsilon$ , индекс группы, является непрерывным, и переход из группы в группу происходит не только за счет соударений, но и за счет поля. Поэтому вместо системы (1.11) получается интегро-дифференциальное уравнение в частных производных

$$\operatorname{div} \mathbf{j} - e \mathbf{E} \frac{\partial \mathbf{j}}{\partial \epsilon} = -R[f_0] \quad (2.9a)$$

для плотности потока  $\varepsilon$ -электронов

$$\mathbf{j} = \mathbf{j}(\varepsilon, \mathbf{r}) = -g(\varepsilon) \hat{D}(\varepsilon) \left( \frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{r}} - e\mathbf{E} \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \right); \quad (2.96)$$

здесь  $R(f_0)$  — функционал, описывающий релаксацию функции  $f_0(\varepsilon)$ ,  $g(\varepsilon)$  — плотность состояний в зоне,  $\hat{D}(\varepsilon)$  — тензор коэффициентов диффузии

$$D_{xx} = D_{yy} = \frac{2\varepsilon}{3m} \frac{\tau_p(\varepsilon)}{1+a^2(\varepsilon)}, \quad D_{xy} = -D_{yx} = -\frac{2\varepsilon}{3m} \frac{a(\varepsilon)\tau_p(\varepsilon)}{1+a^2(\varepsilon)}, \quad (2.10)$$

связанный с подвижностью  $\hat{u}(\varepsilon)$  соотношением  $\hat{u}(\varepsilon) = -e\hat{D}(\varepsilon) \partial \ln f_0 / \partial \varepsilon$ . Граничное условие (1.12) заменяется условием

$$j_y(\varepsilon, \pm d) = \hat{s}^\pm[f_0], \quad (2.11)$$

где  $\hat{s}^\pm$  — функционал поверхностной релаксации распределения  $f_0$ .

В зависимости от соотношения  $\tau_\varepsilon$  и  $\tau_{ee}$  возможны две предельные ситуации. Если  $\tau_{ee} \ll \tau_\varepsilon$ , то в электронном газе будет устанавливаться электронная температура  $T_e(y)$ , т. е.

$$f_0(\varepsilon, y) \sim T_e^{-3/2} \exp\left(-\frac{\varepsilon}{T_e}\right). \quad (2.12)$$

Температура  $T_e(y)$  определяется уравнением электронной теплопроводности; она устанавливается на длине  $L_{ee} \sim \sqrt{D\tau_{ee}}$  и релаксирует на длине остывания  $L_\varepsilon \sim \sqrt{D\tau_\varepsilon}$ . Если же  $\tau_{ee} \gg \tau_\varepsilon$ , то межэлектронные столкновения несущественны;  $f_0$  является немаксвелловской и релаксирует на длине  $L_\varepsilon$ .

Удобно начать изложение со случая  $\tau_\varepsilon \ll \tau_{ee}$ , рассмотренного в работе<sup>23</sup> применительно к акустическому рассеянию, представив проводимость в слабых полях в форме<sup>24</sup>

$$\Sigma(\delta) = \sigma \left[ 1 - \left( \frac{H}{H_0} \right)^2 (1 - \zeta_1(\delta)) - \left( \frac{E_x}{E_0} \right)^2 (1 - \zeta_2(\delta)) + \right. \\ \left. + b_1 \frac{E_x H}{E_0 H_0} \zeta_3(\delta) \right], \quad b_1 \approx 0,275; \quad (2.13)$$

здесь второй член в квадратной скобке описывает магнетосопротивление, третий — неомичность, а последний — смешанный эффект;  $E_0 \sim T/eL_\varepsilon$  и  $H_0 \sim mc/e\tau_p$  — характерные поля. Функции  $\zeta_i(\delta)$  описывают размерный эффект:  $\zeta_1$  и  $\zeta_2$  монотонно убывают от 1 до 0 с ростом  $\delta$ , а  $\zeta_3(0) = \zeta_3(\infty) = 0$ ;  $|\zeta_3|$  проходит через максимум при  $\delta \sim 1$  и отлична от нуля, лишь если  $\hat{s}^+ \neq \hat{s}^-$ . При  $\hat{s}^+ = \hat{s}^- = 0$  отлична от нуля только  $\zeta_1$  и размерный эффект присутствует только в магнетосопротивлении. При  $\hat{s}^+$ ,  $\hat{s}^- = \infty$  сохраняется только  $\zeta_2$ . При  $\hat{s}^+ = 0$ ,  $\hat{s}^- \rightarrow \infty$  все  $\zeta_i \neq 0$ . Явный вид функций  $\zeta_i(\delta)$  зависит от вида функционалов  $\hat{s}^\pm$ , который не известен. На рис. 6 приведен вид функций  $\zeta_i(\delta)$  при некоторых предельных условиях на поверхностях.

Из рис. 6 видно, что при  $d \rightarrow 0$  и  $\hat{s}^\pm \neq \infty$  ПМС аннулируется\*). Этот результат является общим и справедлив также для сильных (но не квантующих) магнитных полей. Для  $\hat{s}^+ = \hat{s}^- = 0$  он очевиден, так как поперечные потоки (а именно они ответственны за ПМС) аннулируются на поверхности, а следовательно (при  $d \ll L_\varepsilon$ ) и во всем объеме. При

\*) Мы исключаем из рассмотрения область малых толщин  $d \lesssim l_p$ , где магнетосопротивление при диффузном рассеянии имеет другое происхождение<sup>25</sup>.

$s^{\pm} \neq 0$  он также сохраняет силу, так как роль безразмерной скорости поверхностной релаксации в тонкой пластине играет величина  $s_e d/D$

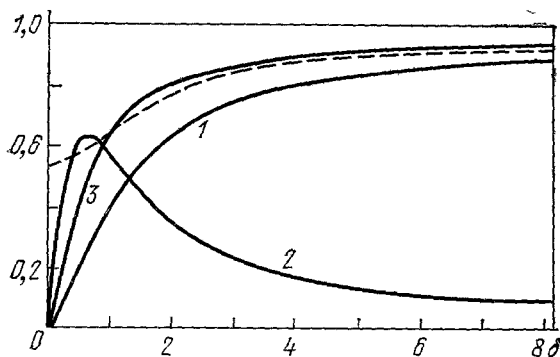


Рис. 6. Размерные коэффициенты в формуле (2.13) для некоторых предельных условий на поверхностях <sup>23</sup>.

1 —  $1 - \zeta_1(\delta)$  при  $\hat{s}^+ = \hat{s}^- = 0$ ; 2 —  $\zeta_2(\delta)$  при  $\hat{s}^- = 0, \hat{s}^+ = \infty$ ; 3 —  $1 - \zeta_1(\delta)$  при  $\hat{s}^- = 0, \hat{s}^+ = \infty$ . Зависимость  $(1 - \zeta_2(\delta))$  при  $\hat{s}^- = \hat{s}^+ = \infty$  практически совпадает с 1, а при  $\hat{s}^- = 0, \hat{s}^+ = \infty$  — с 3. Штриховой линией изображена функция  $1 - \zeta_1(\delta)$  при  $s_e^{\pm} = 0$ , полученная в температурном приближении для рассеяния электронов на акустических фононах <sup>20</sup>. При  $\hat{s}^{\pm} = \infty$  на соответствующей поверхности  $f_0^{\pm}$  равновесна.

Они связаны с существованием промежуточной области толщин  $L_{ee} \leq d \ll L_e$ , в которой электроны успевают термализоваться, а полный поперечный поток энергии электронов не успевает заметно измениться. Поэтому размерное изменение ПМС происходит в два

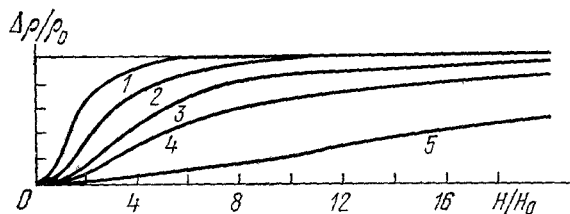


Рис. 7. Схематическая зависимость магнитосопротивления от величины магнитного поля ( $H \parallel z$ ) для образцов различной толщины.

1 —  $d \gg L_e$ , 2 —  $d > L_e$ , 3 —  $d \sim L_e$ , 4 —  $d < L_e$ , 5 —  $d \ll L_e$ ;  $L_e$  — диффузионная длина при  $H = 0$ .

этапа: с утоньшением образца при  $d \sim L_e$  происходит падение ПМС от объемного значения  $(\Delta\rho/\rho)_{\infty}$  до промежуточного значения  $(\Delta\rho/\rho)_{L_{ee}}$ , отвечающего нижнему пределу применимости температурного приближения ( $L_{ee} \ll d \ll L_e$ ) (рис. 8). Дальнейшее уменьшение  $\Delta\rho/\rho$  до нуля происходит на толщинах  $d \sim L_{ee}$ . Величина отношения  $(\Delta\rho)_{L_{ee}}/(\Delta\rho)_{\infty}$  существенно зависит от механизма рассеяния <sup>20</sup>; для деформационного акустического рассеяния она равна 0,54, а для других механизмов существенно меньше единицы (т. е. практически все падение  $\Delta\rho/\rho$  происходит в температурной области).

(здесь  $s_e$  — характерная скорость, отвечающая операторам  $\hat{s}^{\pm}$ ), аннулирующаяся при  $d \rightarrow 0$ .

В сильных магнитных полях  $D$  падает как  $H^{-2}$  (ср. (2.10)). Из-за этого падает  $L_e \propto H^{-1}$ , отношение  $d/L_e$  растет  $\propto H$ ; поэтому АРЭ ослабевает с ростом  $H$ . Это иллюстрируется рис. 7. Если  $H$  нормально к плоскости пластины, то размерный эффект должен отсутствовать; поэтому ПМС тонкого образца должно сильно зависеть от ориентации  $H$ .

Если  $\tau_e \gg \tau_{ee}$ , то теория <sup>20, 24, 23</sup> значительно упрощается, так как при  $d > L_{ee}$  применимо температурное приближение, а в физической картине появляются новые детали.

Критерием слабого перераспределения является  $E \ll E_{L_e}$ , где  $E_{L_e} = T/eL_e \sim E_0$  имеет смысл диффузионного поля по отношению к перераспределению по энергиям. Но это же неравенство является условием слабого разогрева. Поэтому сильный разогрев может сопровождаться и сильным перераспределением  $T_e$  по образцу <sup>26</sup>.

АРЭ проявляются также и в других кинетических эффектах, в которых существенны поперечные потоки, например в продольном эффекте Нернста — Эттингсгаузена (изменение термо-э.д.с. в поперечном магнитном поле). Из-за вклада эффектов увлечения электронов фононами магнитотермо-э.д.с. может менять знак, и в этой области температур размерные зависимости могут быть немонотонными и знакопеременными <sup>27</sup>. Ряд других эффектов описан в обзоре <sup>28</sup>.

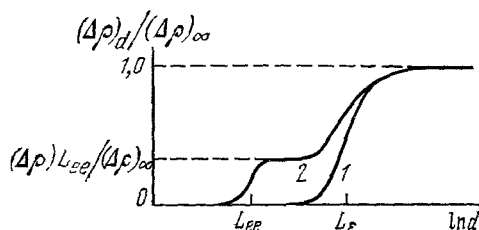


Рис. 8. Размерная зависимость ПМС в двух предельных случаях:  $L_{ee} \gg L_e$  (1) и  $L_{ee} \ll L_e$  (2). В случае 2 размерное изменение происходит в два этапа.

#### в) Комбинированный механизм АРЭ в магнитосопротивлении полупроводников

В однодолинных полупроводниках ПМС связано с поперечными потоками  $\varepsilon$ -электронов. В многодолинных полупроводниках к этому механизму добавляется механизм, связанный с поперечными потоками различных  $\alpha$ -электронов; поэтому ПМС не исчезает даже при  $\tau_p(\varepsilon) = \text{const}$ . Если  $L_v \gg L_e$ , то размерное изменение ПМС, обязанное междолинному механизму, проявится во всем диапазоне  $d \lesssim L_v$ , а обязанное энергетическому механизму — только при  $d \lesssim L_e$ .

Тогда при  $d \gg L_e$  теория строится совершенно аналогично п. а). Отличие состоит только в том, что в тензорах  $u_{ij}^\alpha$  возникают антисимметричные части. Поэтому ПМС отлично от нуля и при таких ориентациях кристалла, при которых размерный эффект в электропроводности отсутствует.

Гальваномагнитные междолинные явления в Ge были рассмотрены в работе <sup>29</sup> применительно к конфигурации п. а) При  $\mathbf{H} \parallel y$  холловское поле  $E_z$  обладает сильной размерной зависимостью: при изменении  $d$  отношение  $E_z/E_x$  меняется в четыре раза (т. е. значительно сильнее проводимости; ср. (2.3а). При  $\varphi \neq 0, \pi/4$  возникает продольный эффект Холла (естественно, отсутствующий в массивных образцах). Неожиданной является слабая зависимость размерного ПМС и от угла  $\varphi$  (в отличие от размерной проводимости — ср. (2.2) и (2.3)), и от направления  $\mathbf{H}$  в плоскости  $y, z$ . При уменьшении  $d$  ПМС остается конечным, если  $\tau$  зависит от  $\varepsilon$ ; при акустическом рассеянии оно падает примерно вдвое. Дальнейшее падение до нуля происходит при  $d \lesssim L_e$ . Здесь оба механизма ПМС включаются последовательно (подобно  $L_e$ - и  $L_{ee}$ -механизмам в п. б) гл. 2). Расчет для трехдолинной ситуации в  $n$  — Si выполнен в работе <sup>30</sup>.

Неравенство  $L_v \gg L_e$ , по-видимому, никогда не является очень сильным. Нетрудно указать ситуации, в которых можно ожидать обратного неравенства (например, сильно легированные полупроводники). Поэтому актуален случай  $L_v \sim L_e$ ; здесь механизм АРЭ является комбинированным. Из-за различия  $a_\alpha(\varepsilon)$  для разных долин нарушение равновесного распределения по энергии будет различным в разных долинах, что создаст дополнительный механизм междолинного перераспределения (как и в греющих

полях <sup>31</sup>). Аналогично, неодинаковое заполнение долин порождает поток носителей, а следовательно, и поток энергии из одной долины в другую. Результат будет зависеть от механизма рассеяния. При примесном междолинном рассеянии для механизмов с виртуальным или реальным захватом электрона донором <sup>2</sup>  $\tau_v(\epsilon)$  является возрастающей функцией  $\epsilon$ ; поэтому междолинные переходы совершают преимущественно медленные электроны, нагревая более заселенную и охлаждая менее заселенную долину. Этой ситуации в греющих полях отвечает аномальный эффект Сасаки (см. <sup>32</sup>). При фононном междолинном рассеянии результат должен быть обратным, так как  $\tau_v(\epsilon)$  резко падает при  $\epsilon \gtrsim \omega_{ph}$ .

В этой ситуации не только в ПМС, но и в размерной электропроводности междолинное перераспределение будет сопровождаться неравновесным распределением по энергии <sup>33</sup>.

Взаимное влияние двух механизмов ослабляется при высоких концентрациях благодаря обмену энергией между долинами вследствие электрон-электронных соударений. В приближении общей температуры было показано, что в слабых и сильных полях  $H$  (а также при произвольном  $H \parallel z$  в конфигурации рис. 2) оба механизма разделяются, а их вклады в магнитопроводимость аддитивно суммируются <sup>34</sup>.

### г) Поверхностная релаксация

Можно предположить, что поверхностные скорости междолинного рассеяния  $s_v$  и остывания  $s_\epsilon$ , подобно хорошо изученной скорости поверхностной рекомбинации  $s_r$ , являются структурно-чувствительными величинами и сильно зависят от состояния поверхности. Хорошо известно \*), что  $s_r$  в Ge управляется в пределах  $10^2 \div 10^6$  см/сек обработкой поверхности и изгибом зон с помощью эффекта поля.

В отсутствие приповерхностного изгиба зон из общих соображений можно ожидать больших значений  $s_v$  и существенно меньших значений  $s_\epsilon$ . Действительно,  $s_\epsilon$  обязательно должна быть связана с неупругими процессами. Наоборот,  $s_v$  может быть обеспечена упругим рассеянием с большой передачей импульса на поверхностных несовершенствах атомного масштаба. Если концентрация таких несовершенств велика, то  $s_v$  должна быть соизмерима со средней скоростью «стеночного» потока  $\bar{v}/4$ . В феноменологической теории скорости  $s_v$ , сравнимые с  $v$ , должны рассматриваться как  $s_v = \infty$ . Но скорость  $s_v$  может быть существенно меньше для атомарно совершенных поверхностей, а также при наличии слоев истощения <sup>35</sup> (ср. п. а) гл. 2). В этом случае, по-видимому,  $s_v \lesssim (1/4) \bar{v} \exp(-\phi_s/T)$ . Небольшие изгибы зон  $\phi_s \sim 3T$  обеспечивают необходимое снижение  $s_v$ .

Наличие поверхностной релаксации энергии, как было показано в работе <sup>36</sup>, должно существенно снизить разогрев электронов в слоях с  $d \lesssim L_\epsilon$  и изменить проводимость (а также все гальваномагнитные коэффициенты <sup>28, 37</sup>) в греющих полях, которая становится размерно чувствительной.

Этот эффект был обнаружен на  $n$ -Si <sup>38-40</sup> и  $p$ -Ge <sup>41</sup> при 77° К. Опыты на  $p$ -Ge выполнены с пластинами, толщина которых менялась шлифовкой и травлением, а на  $n$ -Si — с поверхностными каналами с пириной, регулируемой методом неравновесного обеднения <sup>42</sup>. Большой размерный эффект в электропроводности, наблюдаемый и в  $n$ -Si при отсутствии изгиба зон <sup>38, 39</sup>, и в  $p$ -Ge <sup>41</sup>, отвечает неожиданно большой скорости  $s_\epsilon$  — порядка тепловой  $\bar{v}$ . В  $n$ -Si со слоями истощения <sup>40</sup> зависимость электропроводности от размера отсутствовала при  $E < 500$  в/см

\*) См., например, § 18 в <sup>151</sup>.

и резко включалась при  $E \gtrsim 500$  в/см. Эти результаты демонстрируют эффективность подавления  $s_e$  слоями истощения, а также возможность преодоления барьера сильно разогретыми электронами. Большие значения  $s_e$  в экспериментах <sup>38, 39, 41</sup>, видимо, естественнее всего объясняются предположением о двухступенчатом механизме релаксации, когда на первом этапе энергия передается электронам, локализованным на поверхностных уровнях (и обладающих квазинепрерывным спектром), и только на втором этапе — решетке.

Резюме этого пункта таково: успеху экспериментов на АРЭ на длинах  $L_v$  и  $L_e$  должно способствовать создание слоя обеднения по крайней мере на одной поверхности.

#### д) Экспериментальное изучение размерной анизотропии магнитосопротивления

Специфическая зависимость ПМС от ориентации  $\mathbf{H}$  в тонких образцах наблюдалась в ряде работ <sup>43-49</sup>. Во всех случаях использовались образцы с заведомо значительной зависимостью проводимости от  $y$ . Такая неоднородность сама по себе должна вызывать анизотропию ПМС, т. е. зависимость ПМС от ориентации  $\mathbf{H}$  в плоскости  $y, z$ . Однако, по мнению авторов работ, исследовавших  $p$ -Ge <sup>45-48</sup> и  $n$ -GaAs <sup>49</sup>, неоднородностью нельзя объяснить весь наблюдаемый эффект, и поэтому при интерпретации они привлекли размерный эффект на  $L_e$  (ср. п. б) гл. 2). Анизотропия ПМС, наблюдаемая в макроскопически однородных образцах  $p$ -Ge, также была объяснена этим размерным эффектом <sup>50</sup>; однако в работе <sup>50</sup> измерения выполнены в сильных магнитных полях, подчеркивающих, как известно <sup>51</sup>, роль малых случайных неоднородностей.

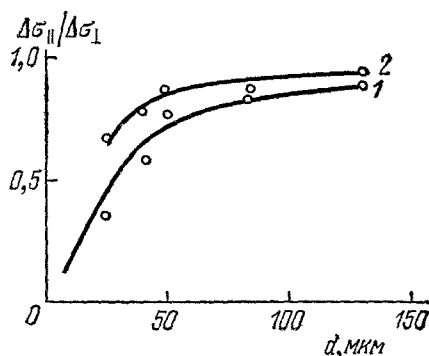


Рис. 10. Зависимость отношения магнитопроводимостей при  $\mathbf{H} \parallel z$  ( $\Delta\sigma_{||}$ ) и  $\mathbf{H} \parallel y$  ( $\Delta\sigma_{\perp}$ ) от полутолщины образца при  $T = 25^\circ \text{K}$  <sup>52</sup>.

1 —  $uH/c = 0,5$ ; 2 —  $uH/c = 1$ ; значки — экспериментальные значения, кривые — теоретические зависимости.

уменьшения скоростей поверхностной релаксации на поверхностях создавались слои истощения. На рис. 9 представлены угловые диаграммы ПМС при двух толщинах; видно, что диаграмма для толстого образца имеет ось 4-го порядка, для тонкого — только 2-го порядка. На рис. 10 представлено

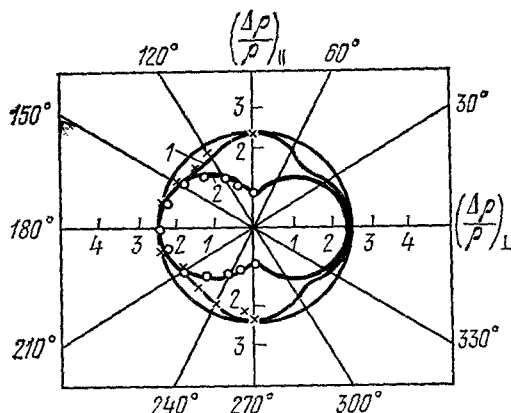


Рис. 9. Зависимость ПМС от угла между направлениями  $\mathbf{H}$  и оси  $y$  для толстого и тонкого образцов <sup>52</sup>.

1 —  $2d = 700$  мкм, 2 —  $2d = 40$  мкм.

Ниже мы остановимся подробнее на работах <sup>52</sup>, в которых однородность пластинок  $n$ -Si с толщиной  $2d = 40$ — $700$  мкм специально контролировалась, и использовались умеренные магнитные поля. Оси пластинок были ориентированы вдоль осей 4-го порядка, поэтому АРЭ в проводимости отсутствовал. Для

отношение магнетопроводимостей при  $\mathbf{H} \parallel z$  и  $\mathbf{H} \parallel y$  для двух значений  $H$ . По этим данным авторы<sup>53</sup> определили характерную релаксационную длину  $L \approx 15 \text{ мкм}$  (при  $T = 25^\circ \text{ K}$ ), что находится в удовлетворительном согласии со значением  $L_e$ , рассчитанным ими по результатам работы<sup>38</sup>. В работе<sup>53</sup> эффект трактуется как комбинированный (ср. п. в) гл. 2) на длинах  $L_e$  и  $L_v$ , которые, как показывают косвенные оценки, одного порядка \*); отметим, что в области фононного рассеяния всегда  $L_v \gg L_e$ . Экспериментальные зависимости эффекта от  $T$  (в интервале  $20\text{--}160^\circ \text{ K}$ ) и  $H$  согласуются с такой интерпретацией.

В заключение приходим к следующим выводам. Экспериментальное исследование АРЭ на междолинной длине  $L_v$  и длине остывания  $L_e$  затрудняется в первую очередь тем, что в полупроводниках эти длины невелики. Количественная теоретическая интерпретация результатов осложняется также и тем, что хотя характерные длины  $L_e$  и  $L_v$  являются «буквенно» независимыми и в принципе могут существенно различаться, но в реальных ситуациях разрыв между ними фактически невелик и потому следует ожидать проявления комбинированного механизма. Именно такой эффект, судя по всему, наблюдался в  $n\text{-Si}$ .

#### е) Междолинное перераспределение в полуметаллах

Полуметаллы типа  $\text{Bi}$  (см., например, <sup>54, 55</sup>) обладают многодолинным электронным спектром, и поэтому в них также возможно междолинное перераспределение. Однако из-за специфики, связанной с численными значениями параметров для полуметаллов, желательно не ограничиваться феноменологической теорией, а продвинуться в область толщин  $d \sim l_p$ , основываясь на решении кинетического уравнения.

Дело в том, что, в отличие от полупроводников, где длины  $l_p$  малы ( $l_p < 10^{-4} \text{ см}$ ),  $l_p$  для  $\text{Bi}$  достигает  $\sim 0,3 \text{ мм}$ , и эксперименты по размерному эффекту (см. п. ж) гл. 2) захватывают такие толщины. В то же время отношение  $L_v/l_p$  даже в лучших образцах по порядку величины не превышает 10. К тому же при увеличении толщины размерные эффекты убывают  $\propto d^{-1}$ , т. е. медленно, и поэтому области, в которых проявляются размерные эффекты, связанные с различными характерными длинами, могут перекрываться. Поэтому желательно получить уравнения, справедливые во всей области толщин; при этом, конечно, теряются некоторые преимущества феноменологического подхода, так как приходится делать определенные предположения об энергетическом спектре и характере релаксации.

Такая теория была построена для специальной ситуации в работе<sup>56</sup> и для общего случая в работе<sup>57</sup>. Мы ограничимся здесь моделью, демонстрирующей общий подход. Если представить  $f_\alpha = f_0 (\varepsilon - \varepsilon_F) + \varphi_\alpha \partial f_0 / \partial \varepsilon$ , то при  $\tau_v \gg \tau_p$  кинетические уравнения для отдельных электронных долин в приближении скалярного времени релаксации таковы:

$$v_y \frac{\partial \varphi_\alpha}{\partial y} - e E v + \frac{\varphi_\alpha - \bar{\varphi}_\alpha(y)}{\tau_p} + \sum_{\alpha' \neq \alpha} \frac{\varphi_{\alpha'} - \bar{\varphi}_{\alpha'}(y)}{\tau_v} = 0. \quad (2.14)$$

Черта сверху указывает усреднение по долине; величины  $\bar{\varphi}_\alpha(y)$  являются поправками к химпотенциалам отдельных долин. Для системы эквива-

\*) Недавно независимые измерения  $\tau_v$  на  $\text{Si}$  привели к значениям  $10^{-8}\text{--}10^{-9} \text{ сек}$ <sup>158</sup>.

лентных электронных эллипсоидов условия квазинейтральности

$$\sum_{\alpha} \bar{\varphi}_{\alpha}(y) = 0. \quad (2.15)$$

Если предположить, что внутридолинное рассеяние диффузно (вероятность его  $w_{\alpha\alpha}$ ), а междолинное определяется вероятностями  $w_{\alpha\alpha'}$  ( $\alpha' \neq \alpha$ ), то условие непрерывности потоков на поверхности  $y = -d$

$$\varphi_{\alpha}^{>}(-d) \overline{(v_y)_{\alpha}^{>}} + \sum_{\alpha'} w_{\alpha'\alpha} v_y \overline{\varphi_{\alpha'}^{<}(-d, \mathbf{v})} = 0, \quad \sum_{\alpha'} w_{\alpha'\alpha} = 1 \quad (2.16)$$

и аналогично на поверхности  $y = d$  (ср. <sup>57, 58</sup>). Функции  $\varphi^{\pm}$  относятся к  $v_y \geq 0$ ; аналогично, верхние индексы  $\geq$  у всех величин указывают, что при усреднении их надо считать отличными от нуля только при  $v_y \geq 0$  соответственно. Нижний индекс указывает долину, по которой происходит усреднение.

Если рассматривать в (2.14)  $\bar{\varphi}_{\alpha}(y)$  и  $\mathbf{E}(y)$  как известные функции, то его решение имеет фуксовский <sup>1</sup> вид:

$$\begin{aligned} \varphi_{\alpha}^{\pm}(y, \mathbf{v}) = & \beta \bar{\varphi}_{\alpha}(y) + \left[ (\varphi_{\alpha}^{\pm}(\mp d) - \beta \bar{\varphi}_{\alpha}(\mp d)) \exp\left(-\frac{y \pm d}{v_y \tau}\right) + \right. \\ & \left. + \frac{1}{v_y} \int_{\mp d}^y dy' e(\mathbf{v} \mathbf{E}_{\alpha}(y')) \exp\left(-\frac{y' - y}{v_y \tau}\right) \right], \end{aligned} \quad (2.17)$$

где

$$\beta = \tau \left( \frac{1}{\tau_p} - \frac{1}{\tau_v} \right), \quad \frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_p} + \frac{v-1}{\tau_v}, \quad (2.18)$$

а квазиполя

$$\mathbf{E}_{\alpha}(y) = \left( E_x, E_y - \frac{\beta}{e} \frac{d\bar{\varphi}_{\alpha}}{dy}, E_z \right). \quad (2.19)$$

Из (2.16) определяются  $2v$  константы интегрирования  $\varphi_{\alpha}^{\pm}(\mp d)$ . Квазиполя  $\mathbf{E}_{\alpha}(y)$  определяются путем самосогласования решений (2.17) их усреднением по скоростям. При квадратичном законе дисперсии  $\varepsilon_{\alpha}(\mathbf{p})$ :

$$\begin{aligned} & (\varphi_{\alpha}^{<}(d) - \beta \bar{\varphi}_{\alpha}(d)) \overline{(e^{(y-d)/v_y \tau})_{\alpha}^{>}} + (\varphi_{\alpha}^{>}(-d) - \beta \bar{\varphi}_{\alpha}(-d)) \overline{(e^{-(y+d)/v_y \tau})_{\alpha}^{<}} - \\ & - \int_{-d}^d dy' \operatorname{sign}(y' - y) e \mathcal{E}_{\alpha}(y') \overline{(e^{-(|y-y'|)/v_y \tau})_{\alpha}^{>}} = (1 - \beta) \bar{\varphi}_{\alpha}(y), \end{aligned} \quad (2.20)$$

где

$$\mathcal{E}_{\alpha}(y) = \sum_i E_{\alpha i}(y) \frac{\varepsilon_{iy}^{\alpha}}{\varepsilon_{yy}^{\alpha}}, \quad \varepsilon_{\alpha}(\mathbf{p}) = \frac{1}{2} \sum_{ij} \varepsilon_{ij}^{\alpha} p_i p_j. \quad (2.21)$$

Уравнения (2.20) совместно с (2.15) в принципе позволяют найти все  $\bar{\varphi}_{\alpha}(y)$  и поле  $\mathbf{E}(y)$ .

Эти уравнения решаются либо аналитически для предельных ситуаций, либо численно. Аналитические особенности решений можно выделить, продифференцировав (2.20). Видно, что  $\mathcal{E}_{\alpha}(y)$  содержит члены типа  $\{(1/v_y) \exp[(z-d)/v_y \tau]\}_{\alpha}^{>}$ , приводящие к вкладам  $\propto \ln[(d^2 - y^2)/l_p^2]$ .

Поэтому  $E_y$  и  $d\bar{\varphi}_{\alpha}/dy$  логарифмически расходятся у краев.

Остановимся еще на условиях в приповерхностном слое. В Bi  $l_D \sim \sim 10^{-6}$  см, и неравенство  $l_D \ll l_p$  выполнено сильно, т. е. в области поверхностного слоя электроны движутся баллистически. Так как  $\varepsilon_F \sim 10^{-2}$  эв,

то поверхностных полей  $E_s \sim 10^4 - 10^5$  в/см достаточно, чтобы  $|\varphi_s| \geq \varepsilon_F$ . При этом, в зависимости от знака  $\varphi_s$ , для носителей одного знака (электронов либо дырок) потенциал будет отталкивающим. Эти носители будут выходить на поверхность, только если их скорость лежит в «конусе досягаемости», а именно, если  $|v_y| > (2\varepsilon_{yy} |\varphi_s|)^{1/2}$ . Соображения, которые обсуждались в пп. а) и г) гл. 2, приводят к заключению, что междолинное рассеяние будут испытывать носители, летящие внутри «конуса досягаемости» (обеспечивая  $s_{\alpha\alpha'} \sim (1/4)vw_{\alpha\alpha'}$ ), а носители вне конуса будут рассеиваться внутридолинно и притом в значительной мере зеркально<sup>57\*</sup>). Такой механизм может моделировать «отсекание» диффузного рассеяния, обсуждавшееся применительно к размерным эффектам в работе<sup>58</sup>.

Перечислим основные выводы, следующие из анализа и решения выписанной выше системы.

Во всех величинах проявляются два масштаба —  $l_p$  и  $L_p$ . Для образцов с  $d \gg l_p$  результаты совпадают с получающимися в феноменологической теории (ср. п. а) гл. 2), с тем только отличием, что в приповерхностных квазинейтральных слоях толщиной  $\sim l_p$  возникают сингулярные члены в полях и концентрациях  $E_y \propto E_x d \ln \bar{\varphi}_\alpha / dy \propto E_x w_{\alpha\alpha'} \ln [(d^2 - y^2)/l_p^2]$ <sup>\*\*</sup>). Сюда входят  $w_{\alpha\alpha'}$ , с  $\alpha \neq \alpha'$ , и поэтому особые члены исчезают, если междолинное рассеяние подавлено (например, зоны изогнуты так, что на поверхности присутствуют только дырки, имеющие однодолинный спектр). Проводимость  $\Sigma(d)$  для таких пластин определяется только темпом междолинного рассеяния, не зависит от степени зеркальности  $q$  и совпадает с описанной в п. а) гл. 2, т. е. при  $l_p \ll d \ll L_p$  в ней возникнет плато.

Для образцов с  $d \lesssim l_p$  на аналитическое поведение  $\Sigma(d)$  определяющее влияние оказывает степень диффузности поверхностного рассеяния, а характерной длиной является, естественно,  $l_p$ . Но амплитуда изменения  $\Sigma(d)$  в этой области зависит от всех  $w_{\alpha\alpha'}$ . Если зоны не изогнуты, то все носители достигают поверхности и асимптотически в тонких пластинках ( $d \ll l(1 - q)$ ) эффективная длина пробега

$$l^* \sim \frac{d}{1-q} \ln \left[ \frac{l_p(1-q)}{d} \right]$$

(аналогично<sup>1</sup>). Но при изогнутых зонах электроны, движущиеся вне «конуса досягаемости», испытывают зеркальное рассеяние и при  $d \rightarrow 0$  вносят конечный вклад в  $\Sigma$ ; поэтому  $\Sigma(d)$  стремится к конечному пределу при  $d \rightarrow 0$ . Если для всех носителей  $q = 1$  (рассеяние зеркально!), то на масштабе  $d \sim l_p$  проводимость постоянна и плато при  $d \ll L_p$  протягивается до  $d \sim l_D \ll l_p$ . Если  $d \ll l_p$ , то логарифмические члены в  $E_y$  и  $d\bar{\varphi}_\alpha/dy$  имеют малость  $d/l_p$ ; согласно численным расчетам<sup>60</sup>  $E_y(y)$  и  $d\bar{\varphi}_\alpha/dy$  тогда вообще слабо меняются в пределах образца. Если все  $w_{\alpha\alpha'} = 0$  при  $\alpha \neq \alpha'$ , то поперечные потоки носителей всех групп аннулируются, а  $E_y$  и  $d\bar{\varphi}_\alpha/dy$  постоянны<sup>56</sup>.

Общий ход теоретических кривых  $\Sigma(d)$  показан применительно к параметрам В1 на рис. 11. При  $s_v = 0$  и зеркальном рассеянии либо электронов ( $q_n = 1$ ), либо дырок ( $q_p = 1$ ) возникают три плато (кривые 2 и 3 на рис. 11, а); при  $q_n = q_p = 1$  возникают два плато с переходной областью

\*) Влияние поверхностного барьера на отражение носителей, по-видимому, экспериментально обнаружено в недавних работах<sup>156а, 158</sup>, где были непосредственно установлены сильная угловая зависимость  $q$  (для электронов в В1) и резкое различие в значениях  $q$  для электронов и дырок (в Sb).

\*\*) Они должны проявляться в эффектах, где существенный вклад вносят носители, движущиеся в слое  $\lesssim l_p$  у поверхности, например в электромагнитной генерации звука (ср. п. б) гл. 5) с длиной волны  $\lambda \sim l_p$ .

при  $d \sim L_v$ . При большом  $s_v$  размерный эффект в основном проявляется при  $d \sim l_p$ , а плато при  $d \ll l_p$  возникает, лишь если для дырок  $q_p = 1$ .

Подчеркнем, что последовательное решение уравнений (2.20) и (2.16) необходимо для получения правильных результатов. В первых работах, в которых кинетическое уравнение применялось к размерному эффекту в многодолинных системах<sup>59, 61–63</sup>, условия самосогласования не были

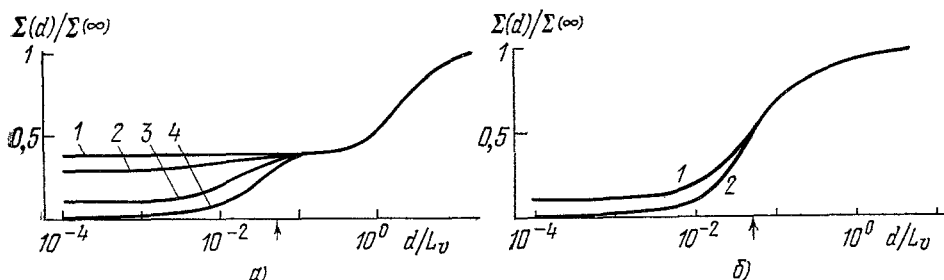


Рис. 11. Теоретические кривые для размерного эффекта в электропроводности Bi. Тр Игональная ось  $C_3 \parallel z$ , бинарная ось  $C_2 \parallel y$ . В этой геометрии перераспределение дырок и электронов одной из долин отсутствует. Подвижности носителей приняты согласно<sup>62</sup>;  $L_v/l_p = 10$ . а)  $S_v = 0$ , кривые: 1 —  $q_n = q_p = 1$ , 2 —  $q_n = 1, q_p = 0$ , 3 —  $q_n = 0, q_p = 1$ , 4 —  $q_n = q_p = 0$ ; б)  $S_v = 10$ , кривые: 1 —  $q_n = 0, q_p = 1$ , 2 —  $q_n = q_p = 0$ ; стрелкой отмечены значения  $2d = l_p$ .

выполнены, и в работах<sup>62, 63</sup> был получен качественно неправильный вывод: существование при зеркальном рассеянии ( $q = 1$ ) размерного эффекта на длине  $l_p$  для эллипсоидальных долин (ср. кривую 1 на рис. 11, а и работы<sup>56, 64</sup>).

Влияние магнитного поля проиллюстрируем в геометрии  $H \parallel z$ . Когда ларморовский радиус  $r_L = v/\omega_c \ll l_p$ , он определяет размер области нелокальности при вычислении проводимости. При  $r_L \ll d$  почти во всей пластине применима феноменологическая теория. В полуметаллах концентрации электронов и дырок равны ( $n = p$ ), и проводимость массивных образцов  $\Sigma \propto H^{-2}$  (см. <sup>65</sup>, § 27) вследствие исчезновения в низшем порядке по  $a^{-1} = r_L/l_p$  (ср. (2.8)) холловского поля. В сильном поле диффузионная длина уменьшается  $L_v(H) \sim L_v/a \ll L_v$ . В тонких пластинах  $r_L \ll d \ll L_v(H)$  проводимость можно найти согласно (1.9). Учитывая, что  $\sigma_{xy} = -\sigma_{yx} \sim \frac{\sigma}{a}$ ,  $\sigma_{yy} = \sigma_{xx} \sim \frac{\sigma}{a^2}$  (ср., например, (2.10)), получаем  $\sigma_a^* \sim \sim \sigma$ , что совпадает с проводимостью при  $H = 0$ . Это связано с существованием поперечных градиентов, которые действуют как эффективные холловские поля, а каждая группа носителей ведет себя независимо — как в монополярном металле. В массивном образце  $d \gg L_v(H)$  повышенной проводимостью обладают приповерхностные слои толщиной  $\sim L_v(H)$ . Поэтому картина распределения тока аналогична статическому скин-эффекту (см. <sup>58</sup> и <sup>65</sup>, § 29), с тем, однако, отличием, что область повышенной проводимости распространяется не на  $r_L$ , а на  $L_v(H) \sim r_L(\tau_v/\tau_p)^{1/2} \gg r_L$ . Приповерхностные слои с такой толщиной при  $s_v \lesssim L_v/a\tau_v$  вносят в проводимость  $\Sigma(d)$  вклад  $\sim \sigma L_v/ad$ . При  $s_v \gtrsim L_v/a\tau_v$  вклад этих слоев в проводимость  $\sim \sigma D/a^2 ds_v$ <sup>12, 66, 67</sup>. Размерный эффект возникает, когда вклад в  $\Sigma(d)$  от приповерхностных слоев сравнивается с  $\sigma_{xx} \sim \sigma/a^2$ . В двух указанных здесь областях значений  $s_v$  это приводит к  $d \sim aL_v$  и  $d \sim \sim D/s_v \sim l_p v/s_v$  соответственно.

Таким образом, в сильном магнитном поле имеются три характерные длины, на которых должен возникать размерный эффект:  $r_L$ ,  $L_v(H)$  и  $aL_v$  либо  $D/s_v$ . Две последние длины могут значительно превышать  $L_v(H)$ .

Описание эффектов, связанных с расстояниями  $\sim r_L$ , было выполнено в работе <sup>67</sup> в рамках кинетического уравнения на основе подхода, аналогичного <sup>57</sup>. При  $q \neq 1$  у границ в  $E_y(y)$  и  $d\bar{\varphi}_\alpha/dy$  возникают сингулярности типа  $(r_L/(d - |y|))^{1/2}$ , которые существенно влияют на величину константы Холла (при  $H \parallel z$ ). Так как магнитное поле изгибает траектории, то скользящие электроны вводятся в «конус досягаемости» и в результате при  $r_H \lesssim d$  в проводимости исчезает плато на малых толщинах.

### ж) Размерный эффект в электропроводности Вi

Интерес к размерному эффекту в электропроводности Вi возник после работы <sup>68</sup>, в которой было обнаружено насыщение  $\Sigma(d)$  при малых  $d \lesssim 1$  мм. Данные представлены на рис. 12. Они были интерпретированы на основе <sup>63</sup> как размерный эффект на длине  $l_p$ , возникающий при зеркальном поверхностном рассеянии в системах с анизотропным спектром. Выше

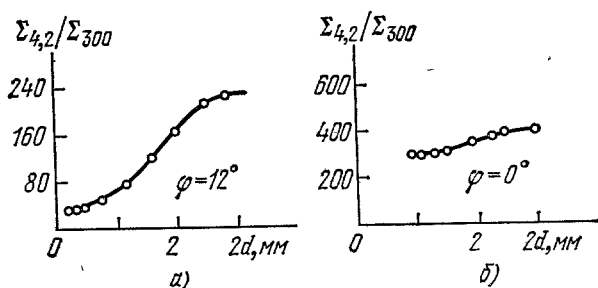


Рис. 12. Зависимость электропроводности Вi от толщины при 4,2° К <sup>68</sup>.  
Ось  $C_2 \parallel z$ ,  $\varphi$  — угол между  $C_2$  и  $x$ .

(см. п. е) гл. 2) было показано, что такой эффект в действительности отсутствует. Эта интерпретация противоречит и некоторым экспериментальным данным: длина  $l_p \approx 1$  мм из размерного эффекта заметно превышает определенную по подвижности ( $l_p \approx 0,1—0,4$  мм при 4,2° К согласно <sup>69</sup>; см. также <sup>70</sup>). В Вi при 4° К  $\tau_v/\tau_p \sim 30$  <sup>71</sup>; это значение было определено для  $\tau_r$ , но поскольку в Вi междолинное рассеяние и рекомбинация связаны с практически одинаковой передачей импульса, следует ожидать, что  $\tau_v \approx \tau_r$ . В работе <sup>35</sup> было предположено, что наблюдаемый эффект связан с АРЭ на длине  $L_p$ . Для тонких пластин ( $d \ll L_p$ ) при  $S \ll 1$  угловая зависимость  $\Sigma(d, \varphi)$  точно совпадает с той, которая получается в работе <sup>63</sup> при  $d \ll l_p$ ; поэтому качественное согласие с теорией <sup>63</sup>, полученное в работе <sup>68</sup> из анализа зависимости  $\Sigma$  от  $\varphi$ , в равной мере относится к интерпретации на основе АРЭ. Эта интерпретация может позволить также понять, почему в работе <sup>68</sup>  $\Sigma$  в тонких образцах оставалось конечным, когда специальной обработкой нарушалась зеркальность поверхности; это естественно, если  $s_v$  оставалось малым.

Впоследствии такие эксперименты были проведены рядом авторов для пластин, клиновидных образцов и др. Примеры экспериментальных кривых приведены на рис. 13. Видно, что во всех случаях обнаруживается характерная длина  $\sim 2$  мм. На кривых 2 и 4 обнаруживается новый спад при  $d \sim 0,5$  мм, что может отвечать размерному эффекту на длине  $l_p$ . Эта тенденция проявляется и в результатах <sup>70</sup>, где при  $d \ll l_p$  подвижность для ряда образцов снова насыщается; это можно связать с зеркальной компонентой рассеяния <sup>73,74</sup>.

Эти факты согласуются с интерпретацией на основе АРЭ. Но имеется и ряд трудностей. Спадание  $\Sigma$  в шесть раз на рис. 12 можно объяснить лишь при дырочном вкладе в проводимость  $\leq 10\%$ ; в то же время согласно <sup>69</sup> он составляет  $\approx 25\%$ . Теория (ср. рис. 11) не может объяснить такое крутое спадание, как на кривой 3 на рис. 13; поскольку, однако, другие кривые (особенно 4) являются значительно более плавными, трудно исключить влияние неоднородностей, особенно в клиновидных образцах. Самое существенное затруднение связано с наблюдением большого эффекта при

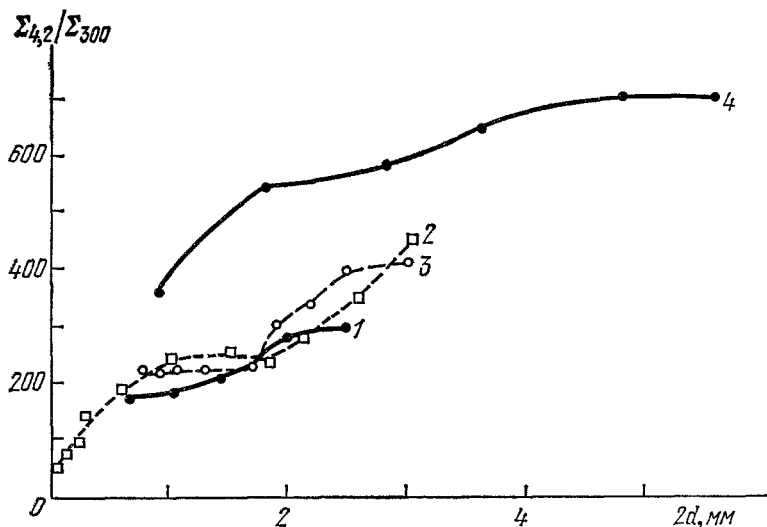


Рис. 13. Зависимость электропроводности Bi от толщины при 4,2° К.

Данные: кривая 1 — <sup>66</sup>, 2 — <sup>72</sup>, 3 — <sup>75</sup> и 4 — <sup>80</sup>.

ориентации, в которой АРЭ может возникнуть лишь за счет малого наклона ( $\approx 6^\circ$ ) электронных эллипсоидов к базисной плоскости — кривая 2; причина этого не ясна.

В связи с этим отметим другие попытки объяснения размерного эффекта. В работе <sup>75</sup> было предположено, что он связан с увлечением фононов и их рассеянием на поверхности; последующие оценки <sup>76</sup>, а также данные <sup>77</sup>, показывают, что этот эффект мал. В работе <sup>59</sup> насыщение  $\Sigma$  при малых  $d$  объяснено зеркальным рассеянием скользящих электронов, но этот механизм может проявиться лишь при  $d \lesssim l_p$ .

По-видимому, более прямым проявлением АРЭ является возникновение размерного поперечного поля  $E_y$ . Первое сообщение об обнаружении такого поля с  $(\bar{E}_y/E_x)_{\max} \approx 20$  было сделано в работе <sup>78</sup>. Более детальное исследование выполнено в работах <sup>79, 80</sup> (рис. 14). Значение  $\bar{E}_y/E_x$  при высоких температурах, где АРЭ исчезает, определяет постоянный вклад, связанный с анизотропией объемной электропроводности и возможным относительным смещением измерительных электродов. Оценка по формулам диффузионной теории (аналогичным (2.4)) показывает, что для Bi  $(\bar{E}_y/E_x)_{\max} \approx 0,5$ ; данные <sup>79, 80</sup> согласуются с этой величиной. Предполагая, что началу быстрого роста на кривых на рис. 14 отвечают  $L(T) \sim d$ , авторы <sup>79, 80</sup> определили температурную зависимость  $\tau_v(T)$ , которая согласуется с зависимостью  $\tau_r(T)$  (из акустомангнетозлектрического эффекта <sup>5</sup>).

Первые эксперименты по размерному эффекту в ПМС Bi <sup>18</sup> были выполнены при 77° К и интерпретированы как «диффузионный размерный эффект».

Однако в Вi согласно <sup>5</sup>  $\tau_p < \tau_v$  лишь при  $T < 15^\circ \text{K}$ ; поэтому АРЭ должны проявляться только при низких температурах. В работе <sup>66</sup> при  $4,2^\circ \text{K}$  измерения ПМС были выполнены для образцов с  $d > L_v(H)$  при  $H$  до  $2 \text{ кэ}$ . В полях  $H \sim 100$  э измеренная зависимость размерной части  $\Sigma$  от  $H$  согласо-

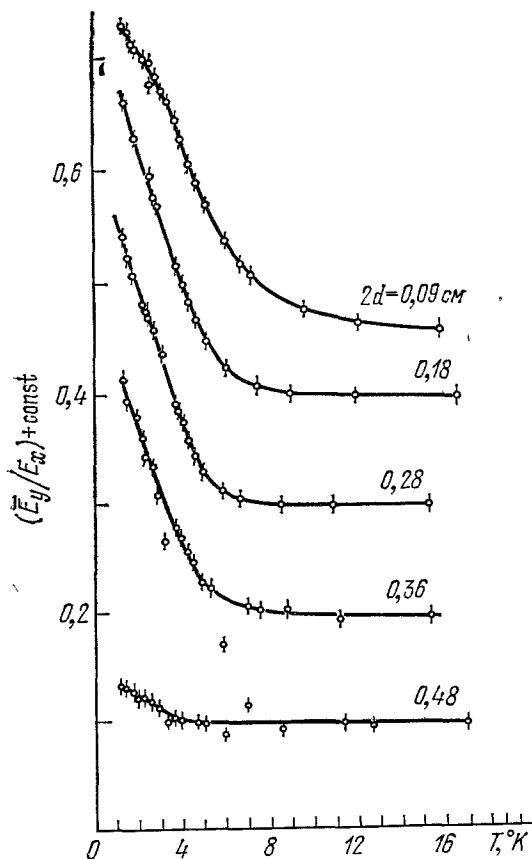


Рис. 14. Зависимость среднего поперечного поля  $\bar{E}_y$  от температуры для образцов различных размеров <sup>79</sup>.

при  $T \ll \varepsilon_F$  изменение  $\alpha_\alpha(\varepsilon)$  (см. п. в) гл. 2) на энергиях  $\sim T$  мало. К тому же в Вi с  $p_F$  порядка пары градусов, и поэтому при  $T = 4^\circ \text{K}$   $\tau_\varepsilon \sim \tau_p$ . Некоторые осложнения могут возникнуть, лишь когда в междолинном рассеянии начнет доминировать фононный механизм ( $T \gtrsim 6^\circ \text{K}$  в Вi <sup>5</sup>), и в результате междолинного перераспределения возникнет вторичный поток горячих электронов с энергией  $\omega_{ph} \approx 40^\circ \text{K}$  <sup>5</sup> из долины в долину (ср. п. в) гл. 2).

Обращает на себя внимание следующий факт. В Вi диффузионные длины  $L$ , связанные с междолинным рассеянием и рекомбинацией, очень велики (порядка миллиметров) и поэтому изготовление образцов с толщиной  $\sim L$  не вызывает затруднений. Несмотря на это, в экспериментальных результатах различных авторов имеется большой разброс. В значительной мере это может объясняться отсутствием стандартной процедуры обработки поверхности и ее контроля. Между тем экспериментально доказано существенное влияние обработки поверхности на кинетические параметры <sup>68,81,155</sup>; оно, по-видимому, связано с изменением условий движения

с теоретической; отклонения при больших  $H$  интерпретируются как зависимости  $s_v(H)$ . Измеренные значения  $\tau_v$  имеют большой разброс и на порядок ниже, чем полученные в работе <sup>5</sup>. Скорости  $s \sim 10^6 \text{ см/сек}$ , определенные при разных ориентациях  $H$ , не согласуются при  $H \rightarrow 0$  даже для одной грани. Поэтому достоверность значений параметров проблематична. В работе <sup>81</sup> использованы более чистые образцы и большие  $H$  (рис. 15). Оценка значений параметров, произведенная в <sup>81</sup>, привела к  $\tau_v \approx 2 \cdot 10^{-8} \text{ сек}$  в согласии с <sup>5</sup>. Для вероятности поверхностной рекомбинации, оцененной в рамках модели с однодолинным электронным и дырочным спектром <sup>67</sup>, получено  $w_{np} \sim 1/3$ . Это значение  $w_{np}$  отвечает области  $s_r \gg L_r/a\tau_r$ , и поэтому наблюдавшийся размерный эффект, по-видимому, отвечает характерной длине  $D/s_r$  (ср. п. е) гл. 2). Размерный эффект изучался также в Sb <sup>82,83</sup>.

Отметим еще, что в полуметаллах нет оснований ожидать заметных эффектов, связанных с энергетической релаксацией (ср. п. б) гл. 2). Действительно,

носителей в приповерхностном слое вследствие влияния травления на величину и знак поверхностного потенциала  $\phi_s$  (ср. п. е) гл. 2). Интересные возможности для прямого экспериментального контроля влияния обработки поверхности на величину коэффициента зеркальности открывает исследование фокусировки носителей в поперечном магнитном поле<sup>156</sup>. Другой причиной разброса экспериментальных данных является, по-видимому, недостаточный контроль объемных параметров материала и степени его пространственной однородности. Ввиду высокой пластичности Bi

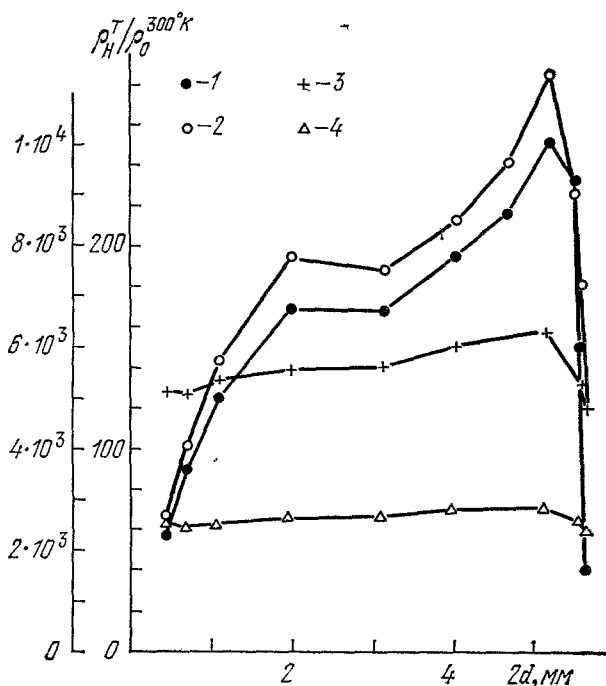


Рис. 15. Зависимость магнитосопротивления от поперечного размера  $b$  образца прямоугольного сечения согласно<sup>81</sup> при  $H \parallel C_3$ .

Резкие изменения  $\rho(H)$  для крайних правых точек связаны с удалением поврежденного поверхностного слоя. 1 —  $T = 4,2^\circ \text{ K}$ ,  $H = 1 \text{ кэ}$ ; 2 —  $T = 4,2^\circ \text{ K}$ ,  $H = 10 \text{ кэ}$  (шкала слева); 3 —  $T = 14^\circ \text{ K}$ ,  $H = 5 \text{ кэ}$ ; 4 —  $T = 20^\circ \text{ K}$ ,  $H = 5 \text{ кэ}$ .

трудно избежать возникновения большого числа дислокаций; поскольку естественно ожидать интенсивного междолинного рассеяния носителей на ядрах дислокаций, пластическая деформация должна оказывать заметное влияние на размерные эффекты. Ее влияние на кинетические параметры уже наблюдалось в работе<sup>157</sup>.

### 3. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ПИНЧ-ЭФФЕКТ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ С БИПОЛЯРНОЙ ПРОВОДИМОСТЬЮ

В этой главе рассматривается поведение анизотропного биполярного полупроводника в сильном электрическом поле. В результате анизотропного биполярного дрейфа носители выносятся из большей части образца в узкие слои, концентрация в которых значительно превышает равновесную; мы будем называть их пинч-слоями. Образец в целом при этом может быть как сильно обеднен, так и сильно обогащен носителями. Большие длины диффузионного смещения ( $L_r \sim 0,1\text{--}1 \text{ мм}$ ) приводят к тому, что,

например, при комнатной температуре большими оказываются поля, начиная с  $E_L \sim 1$  в/см, и осложнения, связанные с разогревом (ср. гл. 4), несущественны. Большие  $L_r$  позволяют наблюдать эффект в «обычных» образцах (т. е. эффект фактически не является тонкопленочным). Благодаря этому различные аспекты явления были изучены в многочисленных экспериментах, выполненных на анизотропных образцах, а также на изотропном материале в магнитном поле. Теория детально сравнена с экспериментом.

#### а) Физическая картина и теория

Рассмотрим пластину из собственного полупроводника, в котором тензоры подвижности электронов и дырок ( $u_{ij}^n$  и  $u_{ij}^p$ ) недиагональны в осях, связанных с образцом. Используя уравнения (1.5), (1.11) и (1.12) и условие квазинейтральности (ср. (1.6)), получаем уравнение поперечной биполярной диффузии

$$\frac{d^2 p}{d\eta^2} + 2\gamma \frac{dp}{d\eta} = p - p_i, \quad \gamma = \frac{aeL}{4T} = \frac{a}{4} \frac{E_x}{E_L}, \quad (3.1)$$

с граничными условиями при  $\eta = \pm \delta$ :

$$\left(\frac{dp}{d\eta}\right)^{\pm} + 2\gamma p^{\pm} = \mp S^{\pm} (p^{\pm} - p_i); \quad (3.2)$$

здесь  $a = a_n - a_p$  — аналогично (2.1),  $L = L_r = \sqrt{D\tau_r}$ ,  $D$  — коэффициент биполярной диффузии:  $D = 2D_{yy}^n D_{yy}^p / (D_{yy}^n + D_{yy}^p)$ ,  $\eta = y/L$ ,  $\delta = d/L$ ,  $S = sL/D$ ,  $p_i$  — равновесная концентрация дырок. Коэффициент  $2\gamma$ , стоящий в (3.1) при первой производной, имеет смысл безразмерного эффективного поперечного поля, обеспечивающего биполярный дрейф в  $y$ -направлении.

Решение уравнения (3.1) определяет две характерные длины

$$L_{1,2} = \frac{L}{\sqrt{1 + \gamma^2 \mp \gamma}}. \quad (3.3)$$

При больших полях  $\gamma^2 \gg 1$ , наиболее существенных для нас в дальнейшем,

$$L_1 \rightarrow L(E) = 2|\gamma|L = \frac{u}{2}|aE_x|\tau, \quad u = \frac{eD}{T}, \quad (3.4)$$

т. е. переходит в дрейфовую (растянутую диффузионную) длину, а

$$L_2 \rightarrow l(E) = \frac{L}{2|\gamma|} = \frac{2T}{|aeE_x|} \quad (3.5)$$

переходит в сжатую диффузионную длину<sup>84</sup>.

При  $aE_x > 0$  эффективное поле гонит носители к поверхности  $\eta = -\delta$ . В результате от поверхности  $\eta = \delta$  в глубь образца распространяется слой обеднения с толщиной  $\sim L(E)$ , а у поверхности  $\eta = -\delta$  образуется обогащенный пинч-слой с толщиной  $\sim l(E)$ . В пределе  $2\gamma \gg \delta$ ,  $\delta^{-1}$ ,  $S^+$ ,  $1/S^-$  область обеднения охватывает почти весь кристалл и в ней  $p \approx p_i$  ( $S^+ + \delta - \eta$ )/ $2\gamma$ , т. е. убывает  $\propto E_x^{-1}$ . В пинч-слое максимальная концентрация насыщается:  $p^- \approx p_i (S^+ + S^- + 2\delta)/S^-$ , а полное число носителей убывает  $\propto E_x^{-1}$ . В результате ток через образец насыщается. Его величина зависит от  $S^{\pm}$  и при  $S^+ \neq S^-$  возникает выпрямление.

Исключение составляют несколько особых ситуаций. При  $S^+ = \infty$  концентрация почти во всем объеме  $\approx p_i$ , а в пинч-слое вблизи  $\eta = -\delta$  возрастает  $\propto \gamma$ ; в результате  $i_x \propto \gamma$ . При  $S^- = 0$  концентрация  $p^- \propto \gamma$ , и ток  $i_x \propto \gamma$ . Если же одновременно  $S^+ = \infty$ ,  $S^- = 0$ , то  $p^-$ ,  $i_x \propto \gamma^2$ .

В последнем случае эффект выпрямления максимален: обратный ток насыщения минимален, а прямой ток растет  $\propto E_x^2$ .

Результаты в равной мере применимы как к изотропному полупроводнику в магнитном поле, так и к произвольному анизотропному полупроводнику. Применительно к последней ситуации эффект перераспределения носителей получил название электрического пинч-эффекта; мы будем применять этот термин ко всей группе явлений. Формальное различие состоит только в том, что в случае магнитного поля в тензорах  $u_{ij}^\alpha$  существует антисимметричная часть.

Подчеркнем в заключение, что, в отличие от п. а) гл. 2, рассмотренные здесь эффекты главным образом связаны с изменением концентрации носителей и идут по параметру  $\gamma$ , в то время как изменения проводимостей порядка  $a^2$  (отвечающие замене  $\sigma \rightarrow \sigma^*$ ; ср. п. б) гл. 1) играют второстепенную роль.

#### б) Электрический пинч в однородных образцах — эксперимент

Непосредственное наблюдение перераспределения носителей в условиях электрического пинча осуществлено в работе<sup>85</sup> по поглощению света свободными носителями. Измерения выполнены на собственном Ge, подвергнутом одноосной деформации. Экспериментальные кривые на рис. 16

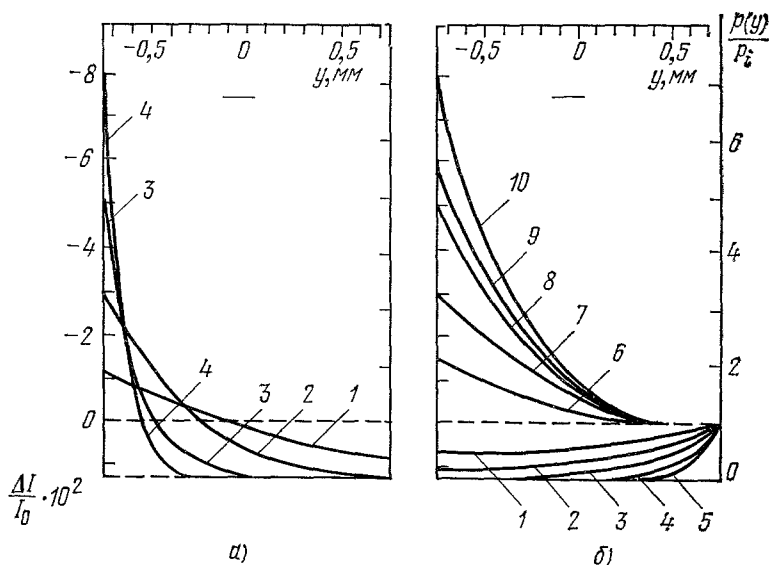


Рис. 16. Изменение пропускания инфракрасного излучения (левая шкала) и поперечное распределение концентрации носителей (правая шкала) 113.

Для образца с  $2d = 1,5 \text{ мм}$ ,  $L = 2 \text{ мм}$ ,  $T = 50^\circ \text{C}$ ; деформирующее давление  $X = 1500 \text{ кТ/см}^2$ ;  $E \equiv E_x$ . а)  $s^- \approx s^+ \approx 10^2 \text{ см/сек}$ ,  $E$  (в/см) = 20 (1), 40 (2), 60 (3) и 100 (4); б)  $s^- \approx 10^2$ ,  $s^+ \approx 10^4 \text{ см/сек}$ ,  $E$  (в/см) = -5 (1), -10 (2), -15 (3), -20 (4), -30 (5), 5 (6), 10 (7), 15 (8), 20 (9) и 30 (10). Горизонтальные отрезки в верхних частях рисунков показывают размер инфракрасного пятна.

непосредственно дают распределение носителей по образцу при малых значениях  $s^\pm$  (рис. 16, а) и при малом  $s^-$ , но большом  $s^+$  (рис. 16, б). Видны области обеднения, охватывающие большую часть образца, пинч-слои (с возрастанием концентрации на порядок), а также обогащение и обеднение образца в целом в зависимости от направления тока (рис. 16, б).

Подчеркнем, что все кривые получены при малых  $a \approx 0,7 \cdot 10^{-2} - 10^{-1}$ , а нелинейность проявляется в небольших полях благодаря малому  $E_L \sim \sim 0,1$  в/см. Изменение концентрации у поверхностей было обнаружено также по обратному току локального  $p-i$ -перехода<sup>86</sup> (рис. 17).

Вольт-амперные характеристики (ВАХ) пластины представлены на рис. 18. Видны все перечисленные выше особенности: сильные нелинейность и выпрямление, насыщение тока (остаточный наклон связан с

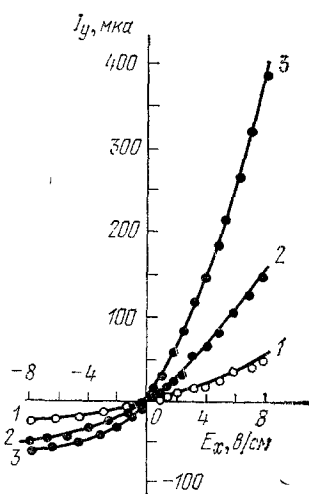


Рис. 17. Зависимость тока  $p-i$ -перехода  $I_y$  от внешнего поля  $E_x$  при различных давлениях  $X$ , вызывающих одноосную деформацию ( $s^- \ll s^+$ )<sup>86</sup>.

$p-i$ -переход создан локальным вплавлением индия на боковой  $x, z$ -поверхности ( $y = -d$ ) кристалла собственного Ge. На противоположной поверхности выполнен омический контакт.  $X$  ( $\kappa\Gamma/\text{см}^2$ ) = 400 (1); 800 (2) и 1200 (3).

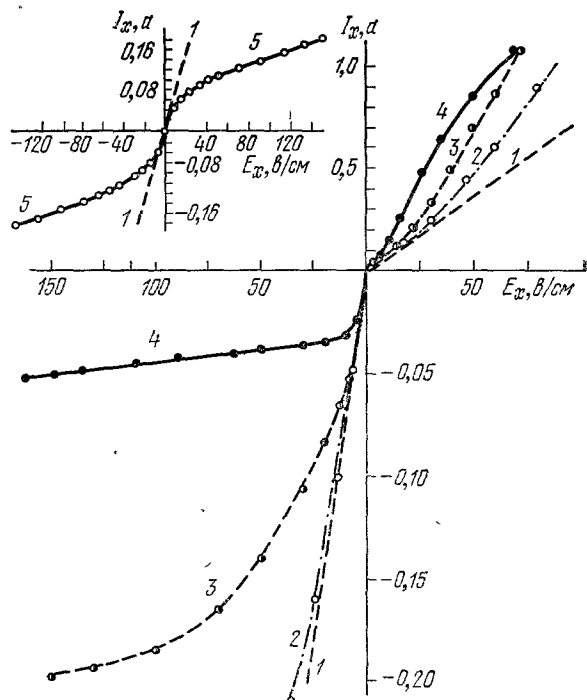


Рис. 18. ВАХ тех же образцов, что на рис. 16<sup>85</sup>.

1 — недеформированный образец ( $X = 0$ ); 2—4 — выпрямляющие характеристики для образца с  $s^- \approx 10^4$  см/сек; 2 —  $X = 100$ , 3 —  $X = 300$ , 4 —  $X = 1500$   $\kappa\Gamma/\text{см}^2$ ; 5 — невыпрямляющие характеристики образца с  $s^+ \approx s^- \approx 100$  см/сек,  $X = 1500$   $\kappa\Gamma/\text{см}^2$ .

$n_0 - p_0 \neq 0$ ) и даже сверхлинейность типа  $i_x \propto E_x^2$  на прямой ветви при промежуточных полях.

Основной чертой кинетики является определяющая роль биполярного поперечного дрейфа. Поэтому, например, когда носители вытягиваются на поверхность с большим  $s$ , время релаксации совпадает с временем дрейфа  $2d / |a/2|$  и  $E_x \propto E_x^{-1}$ . Кинетика изучалась также в работах<sup>87-89</sup>.

Эффекты, описанные в п. а) гл. 3, должны наблюдаться не только на равновесных носителях, но и при фотовозбуждении электронно-дырочных пар. Характеристики фототока (рис. 19) обнаруживают четкое насыщение<sup>87,90</sup>; его природа та же, что в собственном полупроводнике.

Помимо деформированного Ge, электрический пинч обнаружен на двух естественно анизотропных полупроводниках: CdSb<sup>91</sup> и Te<sup>92</sup>.

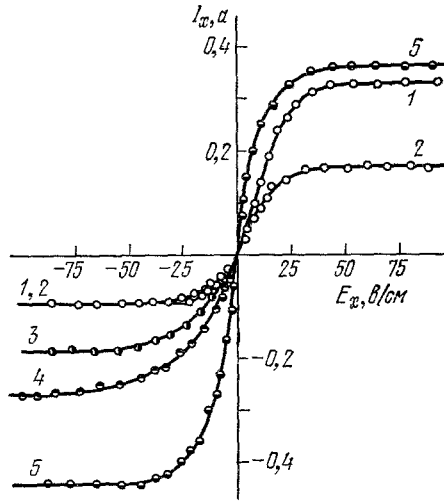


Рис. 19. ВАХ фототока для образца собственного Ge при комнатной температуре ( $2d = 0,15$  см,  $L = 0,21$  см)<sup>87</sup>.

Поверхность  $y = -d$  освещается сильно поглощаемым светом ( $3 \cdot 10^{17}$  фот/см<sup>2</sup>). 1, 2 —  $s^+ \rightarrow \infty$ ,  $X = 1200$  кГ/см<sup>2</sup>,  $s^- (1) < s^- (2)$ , 3, 4 —  $s^+ \rightarrow \infty$ ,  $s^- (3) = s^- (4) = s^- (1)$ ,  $X (3) = 600$  кГ/см<sup>2</sup>,  $X (4) = 400$  кГ/см<sup>2</sup>, 5 —  $s^+ \approx s^-$ ,  $X = 1200$  кГ/см<sup>2</sup>. Для кривых 3 и 4 показаны только обратные ветви.

Качественное изменение асимптотики ВАХ при одноосной деформации было предложено использовать для создания высокочувствительных тензодатчиков<sup>85</sup>.

#### в) Электрический пинч в магнитном поле

Теория применительно к эффекту в магнитном поле, начиная с работы<sup>8</sup>, развивалась в ряде работ (<sup>10, 12, 93-96</sup> и др.). В первых же экспериментальных работах были наблюдаемы выпрямление тока при сильной асимметрии  $s^+$  и  $s^-$  (и в этой связи введено понятие магнитного запорного слоя<sup>9,11</sup>), нелинейные ВАХ с тенденцией к насыщению типа приведенных на рис. 18, влияние света на магнитный запорный слой, уменьшение релаксационных времен с ростом  $E_x$  и  $H_z$ , люминесценция, вызванная неравновесными носителями<sup>97</sup> и т. д. Преимуществом измерений в магнитном поле является практически неограниченный диапазон изменения параметра анизотропии  $a$ , тогда как в анизотропной ситуации при  $H = 0$  всегда  $a < 1$ , причем диапазон его изменения при деформации еще меньше. Явления в магнитном поле были применены для измерения параметров полупроводников:  $s^\pm$ ,  $\tau$  и  $D$ , а также магнитного поля. Мы не останавливаемся на них подробнее, так как обзор ранних работ содержится в монографии<sup>98</sup>; к настоящему времени библиография по этому вопросу включает около 100 работ.

#### г) Электрический пинч в изогнутых образцах<sup>99</sup>

Остроумный вариант электрического пинча осуществлен в<sup>99</sup>. Если вместо одноосного сжатия (ср. п. б) гл. 3) применить изгиб, то деформация в пластине, а с ней и параметр анизотропии  $a(y)$ , является линейной функцией  $y$ :

$$a(y) = a_0 y / d. \quad (3.6)$$

По одну сторону от нейтральной плоскости пластина сжата, по другую — растягнута. Поэтому поперечный дрейф по обе стороны нейтральной плоскости идет в противоположные стороны. В результате при  $s^+ = s^-$  в нейтральной плоскости достигается экстремум концентрации: максимум или минимум в зависимости от направления тока. Вычисленное распределение концентрации (в логарифмическом масштабе) показано на рис. 20.

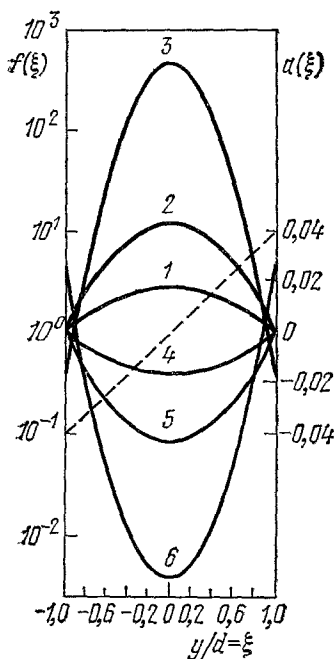


Рис. 20. Поперечное распределение безразмерной концентрации носителей  $f = p(y)/p_i$  в образце с  $\delta = 0,125$ ,  $a_0 = 0,04$  при различных значениях безразмерного электрического поля  $\gamma_1 = a_0 e d E_x / 2T$  для «прямого» (1—3) и «обратного» изгибов <sup>99</sup>.

Штриховой линией показана зависимость  $a(y)$ . 1, 4 —  $\gamma_1 = \pm 2$ ; 2, 5 —  $\gamma_1 = \pm 5$ ; 3, 6 —  $\gamma_1 = \pm 15$ .

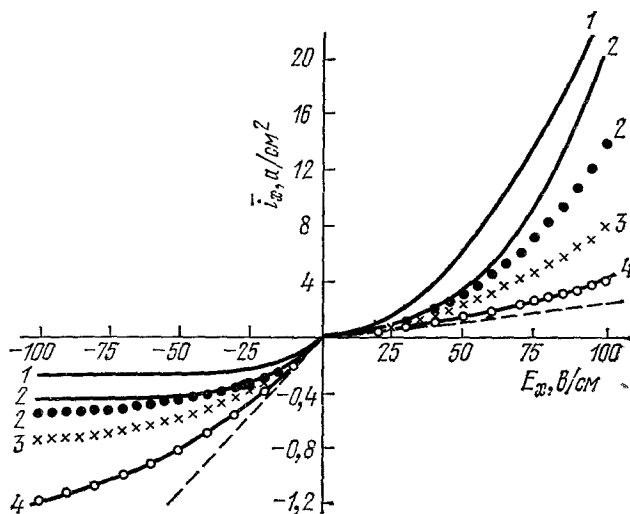


Рис. 21. Теоретические (кривые) и экспериментальные (значки) ВАХ изогнутых образцов собственного Ge <sup>99</sup> при  $a_0 = 0,04$  (что отвечает напряжению на поверхностях  $y = \pm d$ ,  $X_0 = 600$  кГ/см<sup>2</sup>).

$\delta = 1,0$  (1), 0,45 (2), 0,312 (3) и 0,125 (4) Штриховая линия показывает ВАХ недеформированного образца ( $X_0 = 0$ ).

ВАХ при  $s^+ = s^-$  обнаруживают сильное выпрямление: проходное направление соответствует пинч-слою вблизи нейтральной плоскости, запиорное — выносу носителей из объема в два одинаковых пинч-слоя у поверхностей, где носители быстро рекомбинируют. Экспериментальные ВАХ находятся в хорошем качественном согласии с теорией (рис. 21).

#### д) Родственные эффекты

1) Электрический пинч в греющем поле. Как известно <sup>31</sup>, в греющих полях электропроводность кубического кристалла становится анизотропной (эффект Сасаки). Как было отмечено в работе <sup>14</sup>, эта анизотропия сама может явиться причиной электрического пинча. Такой эффект был экспериментально обнаружен в работе <sup>100</sup> в Ge в полях  $\sim 1$  кВ/см и проявлялся в сильной зависимости сопротивления от ориентации образца. Теория изложена в работах <sup>101, 102</sup>.

2) Тензодиодный эффект<sup>103, 104</sup>. Электрический пинч возникает также на неравновесных носителях, инжектированных через  $p-n$ -переход. Особенность ситуации состоит в существенно неоднородном распределении носителей в направлении тока (т. е. в  $x$ -направлении). В изотропном длинном диоде в сильном поле  $E_x$  устанавливается дрейфовое распределение неравновесной плазмы с законом спада концентрации  $p(x) \propto \sqrt{i_x \tau_{\text{eff}}/x}$  и ВАХ  $i_x \propto \tau_{\text{eff}} V^2$ , как это показано в работе<sup>105</sup> (и затем в<sup>106</sup>) и<sup>107</sup>. Здесь  $\tau_{\text{eff}}$  учитывает влияние поверхностной рекомбинации. В качестве примера рассмотрим деформацию изгиба. При «обратном» изгибе, когда плазма прижимается к стенкам,  $\tau_{\text{eff}} \sim l(E)/s \propto E_x^{-1}$ , ток падает, и ВАХ становится омической. При «прямом» изгибе инжектированная плазма отрывается от стенок, темп рекомбинации падает ( $\tau_{\text{eff}} \rightarrow \tau_r$ ), ток возрастает, и ВАХ в длинных образцах сохраняет вид  $i \propto V^2$ , а в более коротких наступает инжекционный пробой<sup>108</sup> — напряжение на образце стремится к насыщению. Все перечисленные закономерности видны на кривых рис. 22, снятых для германиевого диода в форме пластины.

ВАХ для образцов с однородной деформацией подобны характеристикам при «обратном» изгибе. Такие же ВАХ получаются при магнитодиодном эффекте\*) в тонких пластинах<sup>109, 112–114</sup>. Биполярный перенос в другой геометрии анализировался в работе<sup>115</sup>.

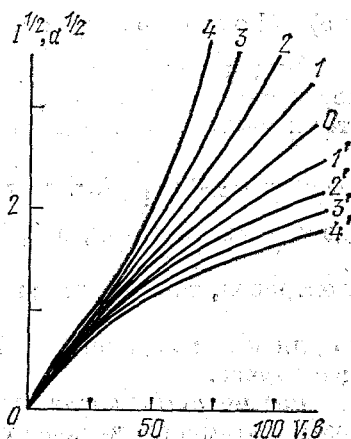


Рис. 22. Измеренные ВАХ (в масштабе  $I^{1/2} = f(V)$ ) изогнутого германиевого диода при различных величинах изгиба<sup>104</sup>.

Размеры диода:  $2d = 1,1$  мм,  $l_z = 3,5$  мм,  $l_x = 5,5$  мм,  $d - X_0 = 0$ ; 1, 1' —  $X_0 = 100$ ; 2, 2' —  $X_0 = 200$ ; 3, 3' —  $X_0 = 300$ ; 4, 4' —  $X_0 = 400$   $\pi$  Г/см<sup>2</sup>. Номера без штрихов — прямой изгиб, со штрихом — обратный изгиб.

3) Электрический пинч в полупроводниках с глубокими центрами. В работе<sup>116</sup> показана возможность электрического пинч-эффекта в полупроводнике с почти монополярной проводимостью (равновесные концентрации  $n_0 > p_0$ ) и высокой концентрацией ловушек. Эффект основывается на большой асимметрии рекомбинационных времен электронов и дырок  $\tau_p/\tau_n \ll 1$  и состоит в почти полном захвате электронов на уровне при выносе на поверхность дырок.

Результаты этой главы можно резюмировать следующим образом. Благодаря большой величине рекомбинационной длины  $L_r$  эксперименты по электрическому пинчу абсолютно достоверны и включают широкую группу явлений. Согласно теории с экспериментом является полным, и предметом дальнейшего исследования могут являться отдельные особые ситуации и технические приложения.

#### 4. МНОГОДОЛИННЫЙ КРИСТАЛЛ В СИЛЬНОМ ПОЛЕ

Мы рассмотрим здесь очень своеобразную картину нелинейного поведения в сильных электрических полях, которая специфична для многодолинных кристаллов. Будет показано, что электроны из разных долин

\*) Универсальный механизм магнитодиодного эффекта, основанный на зависимости  $L$  от  $H$  вследствие обычного магнитосопротивления, предложен и исследован в<sup>109–111</sup>. Он невелик в рассмотренных здесь пластинах, но, по-видимому, преобладает в образцах иной геометрии.

должны полностью разделяться в пространстве, заполняя отдельные слои (домены). В биполярной ситуации дырки должны вовлекаться в перераспределение, что приводит к гигантскому изменению проводимости.

а) Монополярная проводимость. Домены <sup>117, 118</sup>

Будем считать поле  $E_x$  достаточно сильным. При этом междолинное перераспределение велико либо во всем образце, либо в его приповерхностных частях. Поперечная компонента потока  $\alpha$ -электронов

$$j_{\alpha y} = -u_{\alpha y} n E_x \left[ \left( a_\alpha + \frac{E_y(y)}{E_x} \right) f_\alpha + \frac{T}{E_x} \frac{df_\alpha}{dy} \right] \quad (\alpha = 1, 2, \dots, \nu), \quad (4.1)$$

где  $\nu$  — число долин, а  $f_\alpha(y) = n_\alpha(y)/n$ ,  $n = \sum_{\alpha=1}^{\nu} n_\alpha$  — равновесная концентрация электронов, так что условие нейтральности:  $\sum_{\alpha=1}^{\nu} f_\alpha = 1$ . Хотя (4.1) записа-

но для невырожденных электронов, основные выводы справедливы в общем случае.

Рассмотрим сначала пластину с толщиной  $2d$ . Тогда, если только скорость объемного и поверхностного междолинного рассеяния конечна, потоки  $j_{\alpha y}$  с ростом  $E_x$  остаются ограниченными. Поэтому при больших  $E_x$

$$\left( a_\alpha + \frac{E_y}{E_x} \right) f_\alpha + \frac{T}{E_x} \frac{df_\alpha}{dy} = O\left(\frac{E_L}{E_x}\right). \quad (4.2)$$

Поскольку  $f_\alpha \leq 1$ , член с производной может играть заметную роль лишь в прослойках с толщиной порядка сжатой длины  $l(E) \sim T/aeE_x$ . Вне их

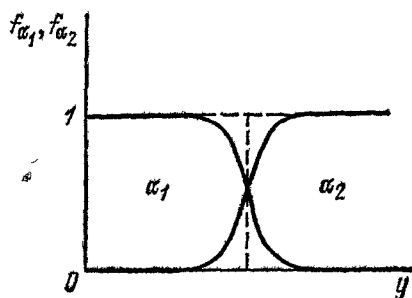


Рис. 23. Распределение  $\alpha_1$ - и  $\alpha_2$ -электронов в доменной стенке ( $\alpha_1\alpha_2$ -стенке).

$$\begin{aligned} \left( a_\alpha + \frac{E_y}{E_x} \right) f_\alpha &= \\ &= O\left(\frac{E_L}{E_x}\right) \quad (\alpha = 1, 2, \dots, \nu). \end{aligned} \quad (4.2')$$

Решения системы (4.2'), удовлетворяющие условию нейтральности, в пределе  $E_x \rightarrow \infty$  имеют вид

$$f_\beta(y) = \delta_{\beta\alpha}, \quad E_y = -a_\alpha E_x \quad (\alpha, \beta = 1, 2, \dots, \nu). \quad (4.3)$$

Следовательно, электроны распределяются в виде доменов-слоев, параллельных поверхностям пластины. В каждом домене присутствуют электроны одного типа, причем в домене с  $\alpha$ -электронами ( $\alpha$ -домене)  $E_y = -a_\alpha E_x$ .

Остается определить закон взаимного расположения (чередования) доменов и вычислить их толщины.

Рассмотрим гипотетическую стенку между  $\alpha_1$ - и  $\alpha_2$ -доменами (рис. 23). В ней  $f_{\alpha_1} + f_{\alpha_2} = 1$ , причем  $f_{\alpha_1}$  спадает от 1 до 0,  $f_{\alpha_2}$  возрастает от 0 до 1, а  $E_y/E_x$  изменяется от  $-a_{\alpha_1}$  до  $-a_{\alpha_2}$ . Из (4.2) следует, что

$$\frac{d}{dy} \ln \frac{f_{\alpha_1}}{f_{\alpha_2}} = -\frac{E_x}{T} (a_{\alpha_1} - a_{\alpha_2}), \quad (4.4)$$

и поэтому при  $E_x > 0$  стенка может существовать лишь при  $a_{\alpha_1} > a_{\alpha_2}$ , т. е. домены располагаются вдоль оси  $y$  в порядке монотонного убывания  $a_\alpha$ . При  $E_x < 0$  они располагаются в порядке возрастания  $a_\alpha$ .

Толщины  $\alpha$ -доменов  $d_\alpha$  определяются интегральным балансом междолинных переходов в образце. Если поверхностное междолинное рассеяние отсутствует, то перераспределение  $\alpha$ -электронов по образцу не меняет их общего числа, и  $\delta_\alpha = d_\alpha/2d = f_\alpha^0$ , где  $f_\alpha^0$  — равновесные значения  $f_\alpha$ . Для эквивалентных долин  $f_\alpha = 1/v$ , и все  $d_\alpha$  одинаковы. В «вырожденном» случае  $a_{\alpha_1} = a_{\alpha_2}$  домен удвоенной толщины равномерно заполняется  $\alpha_1$ - и  $\alpha_2$ -электронами. Если же  $s_{\alpha\beta}^\pm \neq 0$ , то число слоев  $v'$  не всегда совпадает с числом доменов:  $v' \leq v$ , ибо крайние домены могут быть вообще вытеснены из образца, и соответствующие им электроны сохраняются лишь в приповерхностных стенках с толщиной  $\sim l(E)$  (рис. 24). Система уравнений, обеспечивающих интегральный баланс для каждой из  $v$  групп электронов

$$\sum_{\substack{\beta=1 \\ \beta \neq \alpha}}^v (\tau_{\alpha\beta}^{-1} \delta_\alpha - \tau_{\beta\alpha}^{-1} \delta_\beta + \mathcal{S}_{\alpha\beta}^+ f_\alpha^+ - \mathcal{S}_{\beta\alpha}^+ f_\beta^+ + \mathcal{S}_{\alpha\beta}^- f_\alpha^- - \mathcal{S}_{\beta\alpha}^- f_\beta^-) = 0 \quad (\alpha = 1, 2, \dots, v), \quad (4.5)$$

содержит  $(v-1)$  независимых уравнений;

здесь  $\mathcal{S}_{\alpha\beta}^\pm = s_{\alpha\beta}^\pm/2d$ ,  $f_\alpha^\pm = f_\alpha(\pm d)$ . Из этой системы и условий

$$\sum_{\alpha=1}^v \delta_\alpha = \sum_{\alpha=1}^v f_\alpha^+ = \sum_{\alpha=1}^v f_\alpha^- = 1, \quad \delta_\alpha f_\alpha^\pm \geq 0 \quad (4.6)$$

определяются  $v'$  ненулевых толщин  $\delta_\alpha$  и  $v - v' + 2$  ненулевых значений  $f_\alpha^\pm$ , отвечающих электронам из двух крайних и  $v - v'$  вытесненных доменов.

Например, в двухдолинном полупроводнике ( $a_1 < a_2$ ) при  $\mathcal{S}^+ \neq \mathcal{S}^-$  имеем два домена с  $\delta_{1,2} = (1/2) [1 \pm (\mathcal{S}^- - \mathcal{S}^+) \tau]$ , пока  $\tau |\mathcal{S}^- - \mathcal{S}^+| < 1$ , и  $\delta_1 = 1$ ,  $\delta_2 = 0$ ,  $f_2 = (\mathcal{S}^+ + \tau^{-1})/\mathcal{S}^-$ ,  $f_{11}^- = (\mathcal{S}^- - \mathcal{S}^+ + \tau^{-1})/\mathcal{S}^-$  при  $\tau(\mathcal{S}^- - \mathcal{S}^+) > 1$ , т. е. первый домен расширился на весь образец, исключая узкую прослойку около поверхности  $y = -d$ .

Концентрация в пределах домена меняется на междолинной дрейфовой длине  $L(E) \sim auE_x\tau$ , а в стенках — на длине  $l(E)$ . Поэтому критерии возникновения описанной выше картины

$$\text{а) } l(E) \ll d \ll L(E), \quad \text{б) } S \ll \frac{L(E)}{L}. \quad (4.7)$$

Первый из них может выполняться лишь в тонких пластинах при

$$\left( \frac{aE_x}{E_L} \right)^2 \gg 1 \quad (4.7')$$

— критерий, обратный (2.6).

В толстых образцах критерий а) (4.7) заведомо не может быть выполнен. В них на расстояниях  $\leq L(E)$  от поверхностей возникает сильное междолинное перераспределение. Образуется структура, состоящая из слоев с толщиной  $\sim L(E)$ , в которых одновременно присутствуют несколько сортов электронов, концентрации которых плавно меняются; слои разделены стенками с толщиной  $\sim l(E)$ . Пример дан на рис. 25.

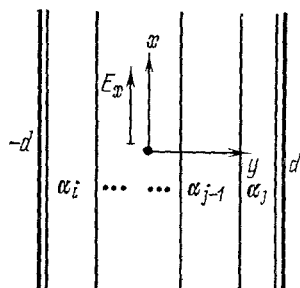


Рис. 24. Схема расположения доменов в пластине.

$a_{\alpha_i} < a_{\alpha_j}$ ; у поверхности  $y = -d$  сосредоточены электроны с  $a_{\alpha_s} < a_{\alpha_j}$ , а у поверхности  $y = d$  с  $a_{\alpha_s} > a_{\alpha_j}$ .

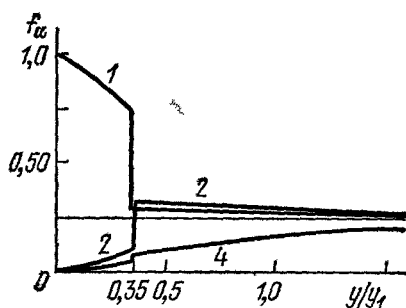


Рис. 25. Распределение относительных концентраций  $\alpha$ -электронов  $f_\alpha(y)$  около поверхности (010) полубесконечного ( $y > 0$ ) образца  $n$ -Ge [17].

Ток течет вдоль оси [101].  $a_1 = -a_2$ ,  $a_3 = a_4 = 0$ ;  $1 - f_1(y)$ ,  $2 - f_2(y) = f_3(y)$ ,  $4 - f_4(y)$ ;  $y_l = (u_2 - u_1) E_x \tau / 6 \sqrt{2}$ .

### б) Кинетические параметры доменизированного образца

Рассмотрим некоторые экспериментальные проявления доменной структуры. Эффективная удельная электропроводность в сильном поле <sup>117</sup>

$$\Sigma_{\infty}(d) = n \sum_{\alpha=1}^v u_{\alpha}^* \delta_{\alpha}, \quad u_{\alpha}^* = u_{xx}^{\alpha} - \frac{u_{xy}^{\alpha} u_{yx}^{\alpha}}{u_{yy}^{\alpha}}. \quad (4.8)$$

Индекс в  $\Sigma_{\infty}$  указывает, что берется предельное значение  $E_x \rightarrow \infty$ ; подвижности  $u_{\alpha}^*$  — одномерные аналоги проводимостей (1.9). При  $s_{\alpha\beta}^{\pm} = 0$  все  $\delta_{\alpha} = f_{\alpha}^0$ , и  $\Sigma_{\infty}(d)$  равно  $\Sigma_0(0)$  — проводимости предельно тонкой пластины в слабом поле, определяемой формулой (1.9); индекс у  $\Sigma_0$  указывает, что берется предел  $E_x \rightarrow 0$ . Поэтому  $\Sigma_{\infty}(d) = \Sigma_0(0) \leq \Sigma_0(d)$  (ср. п. а) гл. 2). При  $s_{\alpha\beta}^{\pm} \neq 0$  возникают также случаи  $\Sigma_{\infty}(d) > \Sigma_0(d)$ , причем различие между этими проводимостями может быть значительным. Буквенный параметр, определяющий  $\Sigma$ , это  $u_1/u_t$  — отношение главных значений подвижности для одного эллипсоида. В кубических кристаллах при  $d > L_0$  проводимость  $\Sigma_0(d) \approx \sigma$ , а минимальное и максимальное значения отношения  $\Sigma_{\infty}(d)/\sigma$  при  $u_1 \ll u_t$  составляют  $3u_1/2u_t$  и  $3/2$ . При  $s^+ \neq s^-$  проводимость  $\Sigma_{\infty}$  зависит от знака  $E_x$  (выпрямление).

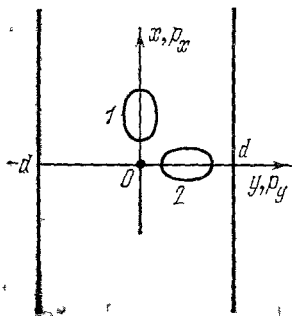


Рис. 26. Двухдолинный полупроводник, в котором при  $H_z = 0$  отсутствует доменная структура ( $a_1 = a_2 = 0$ ).

Магнитное поле  $H_z$  приводит к  $a_1 \neq a_2$  и появлению доменной структуры.

Магнитосопротивление доменной структуры возникает вследствие влияния поля  $H_z$  на  $a_{\alpha}$ . Поэтому  $H_z$  может изменить порядок следования доменов; если доменам, меняющимся местами, отвечают разные  $\delta_{\alpha}$ , то  $\Sigma_{\infty}$  меняется скачком. Простейший пример — двухдолинный полупроводник в геометрии рис. 26. При  $H_z = 0$   $u_{1yx} = u_{2yx} = 0$ , и имеется единственный равномерно заполненный 1–2-домен. При  $H_z \neq 0$  и  $s^+ \neq s^-$  возникнут два домена различной толщины. Если  $\tau |s^- - s^+| > 1$ , один домен заполняет весь

образец, а второй вытесняется. В зависимости только от знака  $H_z$  сохранится либо 1-й, либо 2-й домен; соответственно  $\Sigma_{\infty} \approx nu_{1xx}$  либо  $\Sigma_{\infty} \approx nu_{2xx} \approx nu_{1yy}$ , и в точке  $H_z = 0$  проводимость  $\Sigma_{\infty}$  скачком меняется в  $u_1/u_t$  раз.

Даже при  $H_z = 0$  возникает квазихолловская поперечная разность потенциалов <sup>117</sup>, имеющая порядок  $aE_x \min \{d, |s^- - s^+| \tau\}$ . Проводимость для малого поперечного тока лимитируется междолинным рассеянием и имеет порядок  $\sigma/L(E)$ , что меньше равновесной проводимости  $\sigma/2d$  на фактор  $\sim L(E)/d \gg 1$ .

### в) Биполярная проводимость. Фотопроводимость <sup>35,119–121</sup>

В монополярных кристаллах масштаб эффектов ограничен тем, что изменяется лишь эффективная подвижность носителей при сохранении их полного числа, причем перераспределение существенно лишь на расстояниях, не превышающих растянутой междолинной длины. Ниже показано, что в биполярной системе оба масштаба, — амплитудный и пространственный, — могут существенно возрасти, первый — вследствие

существенного изменения полного числа носителей, второй — вследствие включения механизма электронно-дырочной рекомбинации и длины  $L_r$ .

Многодолинные эффекты должны проявляться при низких температурах, когда велико  $\tau_v$ . В этих условиях биполярная и собственная проводимость существуют либо при освещении (фотопроводимость), либо в узкощелевых и бесщелевых полуметаллах и полупроводниках (см., например, <sup>122</sup>). Оба случая ниже рассматриваются совместно.

Для определенности рассматриваем дырки с изотропным и электроны с многодолинным спектром. Тогда возникают две различные ситуации:  $n \gg p$  и  $n \lesssim p$ .

В первом случае вследствие междолинного перераспределения при больших  $E_x$  у поверхности в области с толщиной  $\sim L_v(E)$  возникает сильное поле  $E_y \sim aE_x$ , направленное к поверхности. Оно создает для дырок

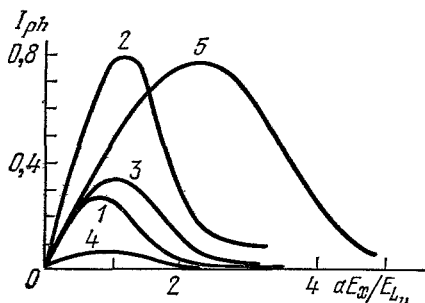


Рис. 27. Зависимость фототока в полубесконечном ( $y > 0$ ) двухдолинном полупроводнике ( $a_1 = -a_2 = a$ ) от поля <sup>119</sup>.

$I_{ph}$  — безразмерный фототок;  $L_v/L_r = 10^{-2}$ ;  
 1 —  $S_v = 0$ ,  $S_r = 1$ ; 2 —  $S_v = 0$ ,  $S_r = 0, 1$ ,  
 3 —  $S_v = 1$ ,  $S_r = 1$ ; 4 —  $S_v = 1$ ,  $S_r = 10$ ,  
 5 —  $S_v = 10$ ,  $S_r = 1$ .

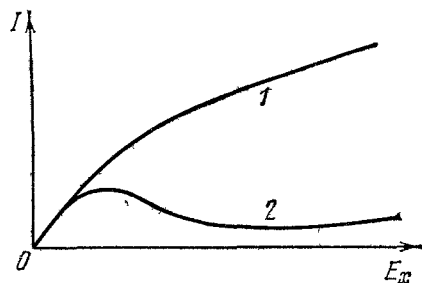


Рис. 28. Типичные ВАХ биполярных многодолинных полупроводников.

1 — ВАХ, характерные для несобственных образцов, а также для собственных образцов с большими  $s_v$  и малыми  $s_r$ ; 2 — ВАХ, характерные для собственных образцов с малыми  $s_v$  и большими  $s_r$ .

приповерхностную потенциальную яму с глубиной  $\sim aE_x L_v(E)$ , обеспечивающую возрастание эффективной  $s_r$  на фактор  $\exp[(eaE_x L_v/T)^2]$ . В результате при объемном возбуждении возникает область обеднения с шириной  $\sim L_r$ . При поверхностном возбуждении задерживающее поле настолько сильно повышает темп поверхностной рекомбинации, что фототок экспоненциально падает в определенном диапазоне  $E_x$  (рис. 27).

Во втором случае удобно описать движение носителей коэффициентом амбиполярной диффузии

$$D(E) = D_p D_n [n + p(1 + \gamma^2)] (nD_n + pD_p)^{-1}, \quad (4.9)$$

$$\gamma^2 = \frac{1}{v} \sum_{\alpha=1}^v (u_{yx}^\alpha E_x)^2 \tau_v D_n^{-1}.$$

При  $\gamma \rightarrow 0$  он совпадает с обычным, а начиная с  $aE_x \gtrsim E_{L_v}$  растет  $\propto E_x^2$ . Соответственно диффузионная длина  $L_{rv}(E) = (D(E) \tau_r)^{1/2}$  растет как  $|E_x|$ . Это возрастание легко интерпретировать, если учесть, что  $\alpha$ -электроны испытывают поперечный дрейф под действием силы  $\sim eaE_x$ , вызванной полем  $E_x$ . Из-за междолинного рассеяния эта сила будет случайной, и поэтому за время жизни  $\tau_r$  электрон продиффундирует в  $y$ -направлении на расстояние  $\sim auE_x \sqrt{\tau_v \tau_r}$ , что совпадает с полученным выше  $L_{rv}(E)$ . У обеих поверхностей пластины образуются пинч-слои с толщиной  $\sim l(E)$  (аналогично гл. 3), что приводит к росту эффективных  $s_r^\pm$ . В результате образуются слои обеднения с размером  $\sim L_{rv}(E)$ . В зависимости от соотношения параметров могут быть два типа ВАХ (рис. 28).

$N$ -образные характеристики возникают для образцов, близких к собственным, с  $s_v^{\pm} L_v < D$  и  $s_r^{\pm} \tau_r > d$ .

Второй омический участок отвечает полям, при которых области обеднения охватывает всю толщину образца и концентрация основных носителей равна  $(n_0 - p_0)$  — разности равновесных концентраций.

Во всех случаях обеднение максимально при  $n_0 \approx p_0$ , т. е. при переходе к собственному полупроводнику. При  $n_0 = p_0$ , если только  $d \ll L_{rv}(E)$ , концентрация остаточных носителей в объеме  $\propto 1/E_x$ . Она велика только в приповерхностных слоях с толщиной  $\propto 1/E_x$ , где при  $E_x \rightarrow \infty$  достигает конечного значения. Поэтому полное число носителей в образце, а следовательно, и проводимость, убывают как  $E_x^{-1}$ , а ток стремится к насыщению. Исключение составляет случай, когда ось  $x$  направлена вдоль главного направления одного из электронных эллипсоидов: тогда эти электроны и такое же количество дырок сохраняются в объеме, и проводимость остается конечной.

Интересно отметить, что междолинное перераспределение изменяет фотопроводимость и при  $s_v = \infty$ . В этом случае для сильно поглощаемого света вместо обычной формулы для числа фотоносителей  $N = G\tau_r/(1 + S_r)$  в сильном поле  $\gamma \gg 1$  получается  $N = G\tau_r$ ;  $G$  — темп генерации.

Таким образом, в биполярной ситуации междолинное перераспределение порождает эффекты, распространяющиеся на длины  $\sim L_r$  и даже  $\sim L_{rv}(E)$ .

#### г) Обсуждение возможностей наблюдения эффектов

Доменная структура, описанная в этой главе, и связанные с ней нелинейные явления пока, насколько нам известно, экспериментально не были обнаружены. Поэтому, чтобы облегчить постановку соответствующих экспериментов, мы перечислим здесь некоторые экспериментальные проявления образования таких доменов (слоев), а затем обсудим условия их наблюдения.

1) Сублинейные вольт-амперные характеристики монополярных образцов; при  $s^+ \neq s^-$  должно наблюдаться выпрямление.

2) Возникновение поперечной э.д.с. в кубических кристаллах (при  $s^+ \neq s^-$ ).

3) Скачки в сопротивлении и поперечной э.д.с., когда внешнее магнитное поле изменяет порядок следования доменов. Изломы в зависимости этих же величин от ряда параметров (деформации, скоростей  $s^+$  и  $s^-$  и т. д.), когда изменяется число доменов в образце.

4) Специфическая зависимость фотопроводимости от напряженности поля  $E_x$  (см. п. в) гл. 4).

5) Сильная анизотропия фотопроводимости кубических кристаллов в асимптотически сильных полях.

Главная трудность, по-видимому, состоит в разогреве электронного газа. Средняя энергия электронов может быть оценена как  $\varepsilon_a = \varepsilon_0 + ev_a E_x \tau_e^a$ , где  $v_a(E_x)$  — дрейфовая скорость. При сильном нагреве доминирует второе слагаемое, и (4.7) заменяется на  $v\tau_e/a \ll d \ll av\tau_e$ , что возможно лишь при  $\tau_e \ll a^2\tau_v$ ; это условие, по существу, совпадает с общим критерием применимости всей феноменологической теории этого параграфа. Второй критерий, сам по себе, обеспечивает образование слоистой структуры у поверхности массивного полупроводника (ср. конец п. а) гл. 4). Первый критерий относится к доменам в пластинах и является более жестким. Для количественного выполнения теории п. а — в) гл. 4 необходимо,

чтобы существенные параметры не изменялись при нагреве. Из-за сильной температурной зависимости  $\tau_v \propto \exp(-\omega_{ph}/T)$  в области междолинного фононного рассеяния вместо (4.7') должны выполняться более жесткие критерии

$$\left(\frac{E_x}{E_{L_e}}\right)^2 \ll \frac{T}{\omega_{ph}}, \quad \tau_e \ll \frac{a^2 \tau_v T}{\omega_{ph}}.$$

Численные значения  $\tau_v$  и  $\tau_e$  для Ge сейчас поддаются достаточной надежной оценке. Для концентрации доноров  $\approx 10^{12} \text{ см}^{-3}$  при  $T \approx 20^\circ \text{K}$  согласно экстраполяции данных <sup>2</sup> получается  $\tau_v \approx 2,5 \cdot 10^{-7} \text{ сек.}$  Время  $\tau_e$ , оцененное для акустического рассеяния, порядка  $5 \cdot 10^{-10} \text{ сек.}$  При этом хорошо выполняется даже последний жесткий критерий.

## 5. СКИН-ЭФФЕКТ В ПОЛУМЕТАЛЛАХ

В полуметаллах скин-слой, в который проникает внешнее электромагнитное поле, играет роль «пластины», в которой разыгрываются АРЭ. Вследствие междолинного перераспределения концентрации в отдельных долинах вовлекаются в колебательный процесс. В результате волны становятся смешанными электромагнитно-концентрационными; число их возрастает, а глубина проникновения существенно изменяется. Вследствие электрон-фононной связи переменные концентрации в свою очередь порождают деформацию решетки, т. е. звук; этот механизм преобразования электромагнитных волн в звуковые оказывается весьма эффективным.

### а) Влияние междолинного перераспределения на скин-эффект

Всюду выше приложенное электрическое поле было однородным, и поэтому перераспределение носителей возникало только там, где нарушалась пространственная однородность системы: за исключением двух случаев (ср. п. г) гл. 3 и конец п. а) гл. 2) лишь у поверхностей образца. Существенно иная ситуация складывается в переменном поле: неоднородность электрического поля на длине волны приводит (вследствие анизотропии тензоров подвижностей  $u_{ij}^{\alpha}$ ) к неоднородным потокам в направлении распространения волны и, как следствие, к возникновению неравновесных носителей. Поскольку здесь неравновесные носители генерируются не только на поверхности, но и в объеме, эффект не исчезает и при  $s \rightarrow \infty$ . В условиях скин-эффекта картина напоминает ту, которая рассматривалась в п. а) гл. 2 применительно к приповерхностному слою обогащения: неравновесны носители создаются как на поверхности кристалла, так и на внутренней границе скин-слоя.

Система основных уравнений включает (1.5), (1.11) и уравнения Максвелла. Порядок этой системы согласно (1.11) зависит от числа групп. В дальнейшем для нас окажется важным случай сильных магнитных полей  $\omega_{cr} \gg 1$ . Хорошо известно (см. <sup>65</sup>, § 27), что в этом пределе асимптотическое поведение кинетических коэффициентов различно для «четных» и «нечетных» металлов (с  $n = p$  и  $n \neq p$ ). Поэтому простая модель изотропных электронной и дырочной зон, на которой мы, следуя <sup>67</sup>, проиллюстрируем основные результаты, является применительно к полуметаллам достаточно адекватной.

Будем считать, что постоянное и переменное магнитные поля  $\mathbf{H}, \tilde{\mathbf{H}} \parallel z$ , а волновой вектор ориентирован по нормали ( $\parallel y$ ). Тогда в классической

области  $\omega_c \ll T$  дисперсионное уравнение для электромагнитно-концентрационных волн имеет вид \*)

$$k^4 + \left( \frac{1}{L^2} - \frac{i}{\delta_0^2} \right) k^2 - \frac{i}{\delta^2 L^2} = 0, \quad (5.1)$$

где  $L^2 \equiv L^2(H) = D(H) \tau(\omega)$ ,  $\tau(\omega) = \tau/(1 - i\omega\tau)$ ;  $L$  — диффузионная длина,  $D(H)$  — коэффициент биполярной диффузии,  $\tau$  — рекомбинационное время,  $\omega$  — частота волны. Скиновые длины  $\delta$  и  $\delta_0$  равны

$$\frac{1}{\delta^2} = \frac{4\pi\omega}{c^2} (\sigma_n^* + \sigma_p^*), \quad \frac{1}{\delta_0^2} = \frac{4\pi\omega}{c^2} \sigma^*, \quad (5.2)$$

где  $\sigma^*$  и  $\sigma_n^*$ ,  $\sigma_p^*$  определяются формулами (1.2) и (1.9). При  $a \sim \omega_c \tau_p \gg 1$  проводимости  $\sigma^* \sim \sigma/a^2$ ,  $\sigma_n^*$ ,  $\sigma_p^* \sim \sigma^*$ , а  $\delta \sim a\delta_0 \gg \delta_0$ ; при этом также  $D(H) \sim D(0)/a^2$  и  $L \sim L(0)/a$ . Величина  $\delta$  — классическая скиновая длина для четного металла, а  $\delta_0$  — для нечетного. Уравнение (5.1) справедливо для нормального скина, т. е. при  $kr_L \ll 1$  (локальный предел<sup>123</sup>, когда применима феноменологическая теория).

Вследствие  $\delta/\delta_0 \sim a \gg 1$  корни уравнения (5.1) значительно различаются:  $|k_1|^2 \gg |k_2|^2$ . Их величина зависит от значения параметра

$$\left( \frac{L}{\delta_0} \right)^2 = \frac{8\pi n}{3H^2} (\epsilon_{Fn} + \epsilon_{Fp}) \omega \tau(\omega). \quad (5.3)$$

Рассмотрим предельные случаи.

Случай А:

$$\left( \frac{L}{\delta_0} \right)^2 \ll 1, \quad k_1^2 = -\frac{1}{L^2}, \quad k_2^2 = \frac{i}{\delta^2}. \quad (5.4a)$$

Случай Б:

$$\left( \frac{L}{\delta_0} \right)^2 \gg 1, \quad k_1^2 = \frac{i}{\delta_0^2}, \quad k_2^2 = -\left( \frac{\delta_0^*}{\delta L} \right)^2 \sim \frac{1}{D(0)\tau}. \quad (5.4b)$$

Непосредственно видно, что глубины проникновения волн совпадают с диффузионной длиной  $L$  и глубиной скин-слоя  $\delta$  лишь при  $L \ll \delta_0$ . При  $L \gg \delta_0$  они сводятся к соответствующим величинам при  $H = 0$ .

Соотношение амплитуд двух возбуждаемых волн, а следовательно, и поверхностный импеданс  $Z$ , зависят от темпа поверхностной рекомбинации:

случай А:

$$Z = Z_0 \begin{cases} [1 - (i^{3/2} L \delta / \delta_0^2)]^{-1}, & s = 0, \\ 1, & s = \infty. \end{cases} \quad (5.5a)$$

случай Б:

$$Z = Z_0 \frac{\delta_0}{\delta} \begin{cases} 1, & s = 0, \\ 1 + (i^{1/2} \delta / L), & s = \infty; \end{cases} \quad (5.5b)$$

здесь  $Z_0 = 4\pi\omega\delta/i^{1/2}c^2$  — обычное выражение для импеданса, которое получается в отсутствие АРЭ. Видно, что (5.5) приводит к такому импедансу только в случае А при выполнении дополнительных условий: либо  $s = \infty$ , либо  $L(0) \ll \delta_0$ .

Таким образом, в области нормального скина существует широкая область полей и частот, в которой АРЭ изменяет глубину проникновения поля и поверхностный импеданс по порядку величины — в меру параметра анизотропии  $a \gg 1$ . Естественно, эффект существует и при  $H = 0$  —

\*) В общем случае получается дисперсионное уравнение  $2\nu$ -й степени.

его величина определяется параметрами  $a_\alpha$  отдельных долин<sup>19</sup>. В области аномального скина в основном сохраняются результаты Зондхеймера<sup>124</sup>, а влияние АРЭ сводится к поправкам, не превышающим  $\delta/L$ <sup>19</sup>.

В квантовой области  $\omega_c \gg T$  включается новый механизм генерации неравновесных носителей — квантовая зависимость концентраций  $n(B)$  от магнитной индукции  $B$ . Одновременно в электродинамике становятся существенными осцилляции магнитной восприимчивости  $\mu = dB/dH$ <sup>125, 126</sup>. Феноменологическая теория для квантовой области построена в работе<sup>127</sup>. Не останавливаясь на анализе волн, отметим только, что в формулу для  $(L/\delta_0)^2$ , аналогичную (5.3), входит  $\mu(B)$ , и поэтому при большой амплитуде квантовых осцилляций весь диапазон параметров, отвечающих случаям А и Б, может быть пройден на одной осцилляции.

### б) Электромагнитное возбуждение звука\*)

Деформационный потенциал электронов проводимости зависит от электронного импульса  $\hat{\Lambda} = \hat{\Lambda}(\mathbf{p})$ . Поэтому изменение электронной функции распределения приводит к изменению энергии решетки, а градиент функции распределения — к объемной силе, действующей на решетку. Этот механизм взаимодействия электронов с решеткой носит название деформационного<sup>128-130</sup>. В полуметаллах носителям каждой долины должен быть приписан свой деформационный потенциал  $\hat{\Lambda}_\alpha$ , который можно полагать не зависящим от импульса.

Вследствие деформационного взаимодействия электромагнитно-концентрационная волна порождает неоднородную силу, действующую на решетку, и потому должна возбуждать звук. Коэффициент трансформации  $\Gamma$ , определяемый как отношение потоков энергии в звуковой волне и возбуждающей электромагнитной волне, проще всего записывается для длинных звуковых волн  $k_s = \omega/c_s \ll k_1, k_2$ <sup>131-133 \*\*</sup>.

$$\Gamma = \frac{9H^2}{16\pi\rho c_s} \left( a_n a_p k_s^2 L^2 \frac{\Lambda_n - \Lambda_p}{\varepsilon_{Fn} + \varepsilon_{Fp}} \right)^2 |g|^2, \quad (5.6)$$

где  $\rho$  — плотность, а

$$g = \begin{cases} [1 + (\delta L/\sqrt{i}\delta_0^2)]^{-1}, & s=0, \\ 1, & s=\infty. \end{cases} \quad (5.7a)$$

$$(5.7b)$$

В обоих случаях А и Б (ср. (5.4))  $\Gamma \propto H^2$ , но с различными коэффициентами. Температурная зависимость  $\Gamma$  определяется температурной зависимостью  $\tau(\omega)$  и времени свободного пробега  $\tau_p$ . Если  $s = \infty$ , а также если  $s = 0$  и  $L\delta/\delta_0^2 \ll 1$ , имеем  $\Gamma \propto \tau_p^2 \tau^2(\omega)$ . Если  $s = 0$ , то как при  $L\delta/\delta_0^2 \gg 1$  (в случае А), так и в случае Б, получается  $\Gamma \propto \tau(\omega)$ .

Наряду с деформационным всегда присутствует пондеромоторный механизм возбуждения звука<sup>(135, § 34)</sup>. В случае  $k_s \ll k_1, k_2$ , который мы здесь рассмотрим, пондеромоторный механизм приводит к  $\Gamma \propto H^2$  и не зависящему от температуры. В полуметаллах удельный вес этого механизма мал из-за большого фактора  $(\Lambda_n - \Lambda_p)^2/\varepsilon_F^2 \sim 10^4$  (см. <sup>136</sup>), фигурирующего в (5.6).

\*) Распространение звука в многодолинных системах (включая поглощение, усиление, акустоэлектрический и акустомангнетозлектрический эффекты) само по себе обладает многими интересными особенностями и включает процессы, которые в ряде отношений родственны рассматриваемым в настоящем обзоре. Однако мы не имеем возможности затрагивать здесь эту большую область исследований. Ниже возбуждение звука рассматривается лишь как метод индикации АРЭ в условиях скин-эффекта.

\*\*) В тонких пластинах может оказаться существенным обратное преобразование звуковой волны в электромагнитную, и поэтому необходимо самосогласованное рассмотрение<sup>134</sup>.

Экспериментальное изучение электромагнитного возбуждения звука в полуметаллах началось работой <sup>137</sup> на Bi, в которой эффект был обнаружен начиная с полей  $H \sim 10$  э. Образец являлся акустическим резонатором, и эффект регистрировался по особенностям поверхностного импеданса, отвечавшим возбуждению стоячих волн. В дальнейшем <sup>138</sup> было высказано предположение, что высокая интенсивность возбуждения звука,

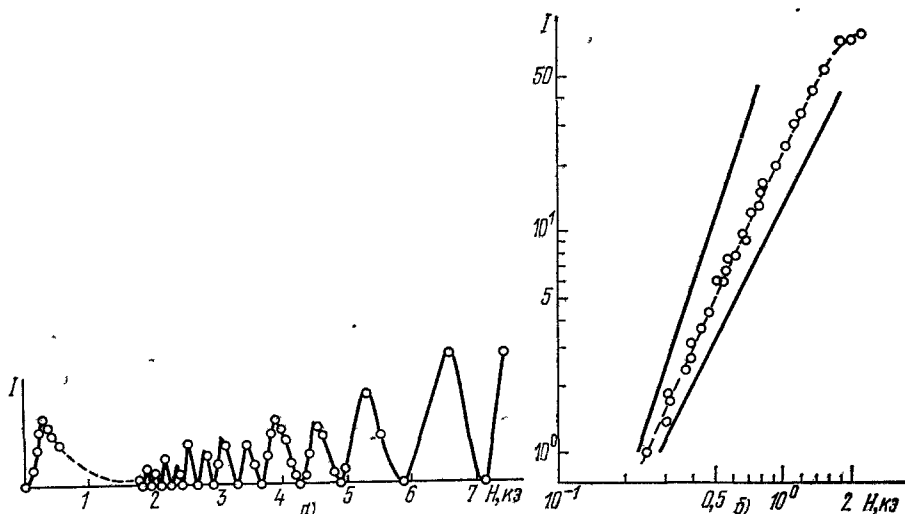


Рис. 29. Зависимость амплитуды звукового резонанса от магнитного поля при  $T = 4,2^\circ \text{K}$ .

а) Bi,  $\omega/2\pi = 0,51 \text{ Mc/sec}$  <sup>138</sup>; б) Sb,  $\omega/2\pi = 2,8 \text{ Mc/sec}$  <sup>132</sup>; сплошные линии —  $I \propto H^2$  и  $I \propto H^3$ .

не объяснимая пондеромоторным механизмом, связана с междолинным перераспределением в духе работ <sup>16, 57</sup>. Генерация звука изучалась далее в работах <sup>132, 138-140</sup> и интерпретирована в <sup>131</sup>.

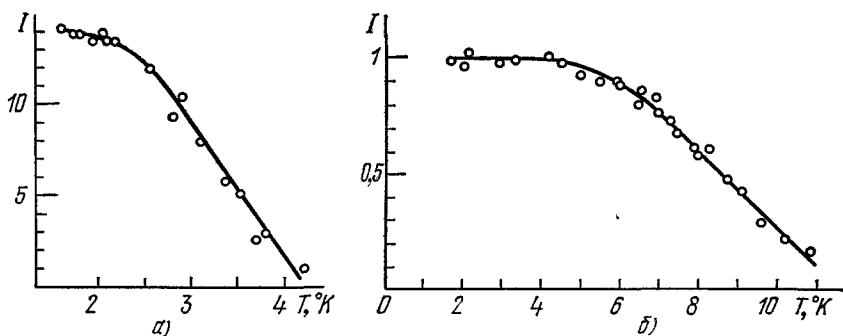


Рис. 30. Зависимость амплитуды звукового резонанса от температуры.

а) Bi,  $\omega/2\pi = 0,51 \text{ Mc/sec}$ ,  $H = 140 \text{ э}$  <sup>138</sup>. б) Sb,  $\omega/2\pi = 2,8 \text{ Mc/sec}$ ,  $H = 1200 \text{ э}$  <sup>132</sup>.

На рис. 29 приведена зависимость интенсивности звука  $I$  от  $H$ , а на рис. 30 — температурная зависимость  $I$ . Мы здесь в основном следуем анализу этих данных, проведенному в работе <sup>132</sup>.

По абсолютной величине эффекта в Sb было оценено  $\tau \approx 10^{-8} \text{ сек.}$  Для актуальных значений  $H$  (рис. 29, б и 30, б) это приводит с учетом (5.3) к оценке  $(L/\delta_0)^2 \sim 10$ , что соответствует случаю Б. Полевая зависи-

мость  $I$  (рис. 29, б) близка к теоретической  $I \sim H^2$ . Отсутствие температурной зависимости при  $T \lesssim 4^\circ \text{K}$  в условиях, когда  $\tau_p$  заметно зависит от температуры, видимо свидетельствует о малом значении  $s$  ( $s \approx 0$ ), так что  $I \propto \Gamma \propto \tau(\omega)$ . Поведение  $I$  при более высоких температурах отвечает падению  $\tau$  примерно в пять раз к  $10^\circ \text{K}$ .

Известно <sup>5, 71</sup>, что в Bi  $\tau \sim 10^{-8}$  сек. Применительно к параметрам рис. 29, а и 30, а это дает  $(L/\delta_0)^2 \sim 0,1$  (случай А) и  $L\delta/\delta_0^2 \sim 1$ . Изменение  $I(T)$  в интервале  $2 \div 4^\circ \text{K}$  (см. рис. 30, а) качественно согласуется с зависимостью  $I \propto \tau_p^2 \tau^2$ , обеспечивающей падение  $I$  примерно в шесть раз. Предположение, что  $s$  велико, позволяет объяснить такую зависимость \*). Интересна зависимость  $I(H)$  — см. рис. 29, а. Максимум  $I$  при  $H \approx 300$  э отвечает  $k_s \sim k_2$ ; при дальнейшем увеличении глубины скин-слоя  $I$  падает в согласии с теорией <sup>132, 133</sup>. Осцилляции при  $H \gtrsim 2$  кэ являются квантовыми, теоретический анализ произведен в работах <sup>138, 141</sup>.

Хорошее качественное согласие теории с экспериментом, по-видимому, не оставляет сомнения в правильности принятой интерпретации. Поэтому есть все основания рассматривать эксперименты <sup>137</sup> (и последующих работ) как индикацию АРЭ по возбуждению звуковых волн. Прямое экспериментальное исследование поведения импеданса, которое позволило бы проверить формулы типа (5.5), пока, насколько нам известно, не проводилось. Между тем зависимость импеданса  $Z$  от частоты и магнитного поля качественно отличается от стандартной зависимости для нормального скин-эффекта. Поэтому представляется интересным измерение импеданса при контролируемых условиях на поверхности.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключение мы резюмируем полученные результаты и постараемся очертить область явлений, которые мы относим к АРЭ. Последнее не столь просто, так как они тесно переплетаются с рядом смежных явлений.

Анизотропия электронных свойств порождает поперечные электронные потоки и, как следствие, циркуляционные токи. Они хорошо известны в теории термо-э.д.с. <sup>142, 143</sup>, фотомагнитной э.д.с. Кикоина — Носкова <sup>144</sup>, поперечной демберовской фото-э.д.с. <sup>145, 146</sup> и т. д. Мы относили к категории АРЭ и обсуждали выше те явления, в которых поперечные потоки создают в макроскопических областях градиенты концентраций неравновесных носителей. Точнее говоря, — явления, в которых возникновение таких градиентов доказано к настоящему времени экспериментально либо теоретически.

Теория, развитая применительно к конкретным явлениям, имеет ряд ограничений. Все размеры предполагаются макроскопически большими, так что квантовые размерные эффекты <sup>147, 148</sup> отсутствуют. Электрические поля (и слабые, и «сильные») предполагаются не греющими; в тех случаях, когда АРЭ исчезают с ростом температуры, это ограничение имеет принципиальное значение.

В то же время теория имеет достаточно широкую область применимости и охватывает АРЭ, связанные с несколькими «большими» релаксационными длинами: рекомбинационной, междолинной и длиной остывания, и легко обобщается на другие случаи. Из теории вытекает ряд следствий, допускающих прямое сравнение с экспериментом: размерная зависимость электропроводности (включая ее зависимость от ориентации даже в кубических кристаллах и специфическую зависимость от состояния поверхности), возникновение поперечного электрического поля, нелинейность

\*) К выводу, что  $s_{\text{Bl}} \gg s_{\text{Bb}}$ , независимо пришли авторы работ <sup>81, 83</sup> из анализа размерного эффекта.

электропроводности в относительно слабых полях, гигантское перераспределение носителей в «сильных» полях (сопровожаемое образованием слоев обогащения и обеднения, доменов и т. д.), изменение (по порядку величины) поверхностного импеданса полуметаллов и интенсивное электромагнитное возбуждение звука и т. д.

Отдельные эксперименты были выполнены до разработки теории, значительное количество — после, некоторые следствия теории пока не подвергались экспериментальной проверке. Согласие теории с экспериментом в целом удовлетворительное. Однако интерпретация некоторых экспериментов в рамках теории АРЭ является пока лишь качественной или даже предположительной; объяснение отдельных экспериментов встречается с трудностями. Основные итоги проведенного анализа таковы.

В полупроводниках рекомбинационная длина  $L_r$  достигает значений  $L_r \sim 1$  мм. Поэтому обширные эксперименты, имеющиеся по АРЭ на длине  $L_r$ , абсолютно надежны, а их сравнение с теорией является вполне убедительным (см. гл. 3). Здесь, по существу, не остается неясных физических вопросов, и дело перешло в стадию технических приложений.

Значительно сложнее обстоит дело с АРЭ на междолинной длине  $L_v$  и длине остывания  $L_e$ . В области  $T \approx 20-77^\circ \text{ К}$  оценки дают  $L_v, L_r \sim 1-30$  мм. Работа с пластинами и приповерхностными слоями обогащения с такой толщиной трудна по ряду причин; поэтому точность результатов пока не высока. Количественная обработка экспериментов затрудняется тем, что в ряде случаев  $L_v \approx L_e$  и АРЭ на обеих длинах накладываются. Однако общий итог совокупности экспериментальных данных таков — АРЭ обнаружены и в электропроводности, и в магнитосопротивлении (см. п. а) и д) гл. 2). К сожалению, нет сообщений о наблюдении очень интересной картины АРЭ, которая должна возникать на длине  $L_v$  в «сильных» полях (см. гл. 4); такие эксперименты могут быть успешными лишь при низких температурах и в достаточно чистых образцах.

В полуметаллах типа Bi  $L_v \approx L_r$ ; в чистом Bi при  $T \approx 4^\circ \text{ К}$   $L_v$  достигает  $\sim 1$  мм. Несмотря на большую величину  $L_v$ , в данных по размерному эффекту в электропроводности есть большой разброс, связанный, по-видимому, с чисто экспериментальными трудностями в получении достаточно совершенных ориентированных образцов и стандартных условий на их поверхностях. Поэтому мы отдаем предпочтение данным по поперечному электрическому полю и электромагнитному возбуждению звука — их интерпретация в терминах АРЭ является практически однозначной (см. гл. 5).

*Дополнение при корректуре.* В недавних работах <sup>160,161</sup> исследовано анизотропное перераспределение носителей с нарушением условия квазинейтральности. Большое нелинейное изменение проводимости в этом случае возникает либо за счет перенаселения глубоких центров <sup>160</sup>, объемных или поверхностных, либо за счет изменения подвижности носителей по сечению образца <sup>161</sup>. В последнем случае эффект обнаружен экспериментально.

Институт теоретической физики  
им. Л. Д. Ландау АН СССР,  
Черноголовка (Московская обл.)  
Институт полупроводников АН УССР,  
Киев

Институт физики твердого тела АН СССР,  
Черноголовка (Московская обл.)

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. K. Fuchs, Proc. Cambr. Phil. Soc. 34, 100 (1938).
2. G. Weinreich, T. M. Sanders, H. G. White, Phys. Rev. 114, 33 (1959).
3. N. P. Mason I. B. Bateman, ibid. A134, 1387 (1964).
4. B. Tell, G. Weinreich, ibid. 143, 584 (1966).

5. A. A. Lorez, *ibid.* 175, 823 (1968).
6. Г. Л. Бир, Г. Е. Пикус, Симметрия и деформационные эффекты в полупроводниках, М., «Наука», 1972, стр. 485.
7. R. H. Fowler, *Statistical Mechanics*, Cambridge, Univ. Press, 1936.
8. H. Welker, *Zs. Naturforsch.* 6a, 184 (1951).
9. E. Weisshaar, H. Welker, *ibid.* 8a, 681 (1953).
10. O. Madelung, I. Tewordt, H. Welker, *ibid.* 10a, 476 (1955).
11. E. Weisshaar, *ibid.*, S. 486.
12. Г. Е. Пикус, ЖЭТФ 26, 22, 36 (1956).
13. И. М. Цидильковский, Ф. Г. Басс, ЖЭТФ 28, 312 (1955).
14. Э. И. Рашба, ФТТ 6, 3247 (1964).
15. И. И. Бойко, И. П. Жадько, Э. И. Рашба, В. А. Романов, ФТТ 7, 2234 (1965).
16. Э. И. Рашба, ЖЭТФ 48, 1427 (1965).
17. S. H. Koenig, *Helv. Phys. Acta* 34, 765 (1961).
18. S. Tosima, T. Hattori, *J. Phys. Soc. Japan* 19, 2022 (1964).
19. Г. И. Бабкин, В. Я. Кравченко, ЖЭТФ 57, 1392 (1969).
20. З. С. Грибников, В. И. Мельников, ЖЭТФ 51, 1909 (1966).
21. З. С. Грибников, УФЖ 16, 772 (1971).
22. Yu. I. Gorkun, V. G. Litovchenko, V. S. Lysenko, V. A. Novominskii, *Phys. Stat. Sol.* a3, K281 (1970); 20, 275 (1973).
23. З. С. Грибников, Н. А. Прима, ФТП 5, 1274 (1971).
24. В. С. Бочков, Ю. Г. Гуревич, ФТТ 11, 714 (1969).
25. М. Я. Азбель, ЖЭТФ 44, 1262 (1963).
26. Н. А. Прима, ФТП 9, 2036 (1975).
27. Н. А. Прима, ФТП 7, 338 (1973).
28. Ф. Г. Басс, В. С. Бочков, Ю. Г. Гуревич, ФТТ 9, 3479 (1967).
29. М. И. Белинский, З. С. Грибников, УФЖ 14, 1233 (1969).
30. А. И. Климовская, ФТП 7, 637 (1973).
31. Э. Конуэлл, Кинетические свойства полупроводников в сильных электрических полях, М., «Мир», 1970.
32. В. А. Кочелап, В. В. Митин, ФТП 4, 1051 (1970).
33. Н. А. Прима, УФЖ 21, 317 (1976).
34. V. V. Mitin, N. A. Prima, *Phys. Stat. Sol.* b58, 809 (1973).
35. З. С. Грибников, Э. И. Рашба, ФТТ 9, 967 (1967).
36. З. С. Грибников, В. И. Мельников, Т. С. Сорокина, ФТТ 8, 2022 (1966).
37. Ф. Г. Басс, В. С. Бочков, Ю. Г. Гуревич, ФТП 7, 3 (1973).
38. А. И. Климовская, О. В. Снитко, Письма ЖЭТФ 7, 194 (1968).
39. А. И. Климовская, О. В. Снитко, В. И. Мельников, в кн. Труды IX Международной конференции по физике полупроводников (Москва, 23—29 июля 1968 г.), Л., «Наука», ЛО, 1969, стр. 848.
40. А. И. Климовская, С. И. Кириллова, О. В. Снитко, ФТП 8, 702 (1974).
41. Б. П. Зотьев, А. Ф. Кравченко, Э. М. Скок, ФТП 6, 1377 (1972).
42. W. I. Primatshenko, O. W. Snitko, W. W. Milenin, *Phys. Stat. Sol.* 11, 711 (1965).
43. W. A. Albers, J. E. Thomas, *J. Phys. and Chem. Sol.* 14, 181 (1960).
44. M. H. Brodsky, R. B. Schoolar, *J. Appl. Phys.* 40, 107 (1969).
45. П. П. Вильмс, В. С. Сардарян, П. П. Добровольский, С. В. Капылова, Письма ЖЭТФ 10, 377 (1969).
46. В. С. Сардарян, П. П. Вильмс, Э. А. Клименко, А. Г. Клименко, К. Т. Ермаганбетов, ФТП 3, 1255 (1969).
47. В. С. Сардарян, П. П. Вильмс, ФТП 4, 1375 (1970).
48. Б. П. Зотьев, А. Ф. Кравченко, Э. М. Скок, К. Т. Ермаганбетов, ФТП 6, 1077 (1972).
49. T. N. Sitenko, V. I. Lyashenko, I. P. Tyagulskii, *Phys. Stat. Sol.* a9, 51 (1972).
50. Б. П. Зотьев, А. Ф. Кравченко, Э. М. Скок, В. И. Юдаев, ФТП 6, 1072 (1972).
51. C. Herring, *J. Appl. Phys.* 31, 1939 (1960).
52. А. И. Климовская, О. В. Снитко, С. И. Кириллова, Письма ЖЭТФ 11, 119 (1970); ФТП 5, 1281 (1971).
53. А. И. Климовская, С. И. Кириллова, О. В. Снитко, ФТП 8, 707 (1974).
54. W. S. Boyle, G. E. Smith, *Progr. Semicond.* 7, 1 (1963).
55. Л. А. Фальковский, УФН 94, 3 (1968).
56. Ю. И. Горкун, Э. И. Рашба, ФТТ 10, 3053 (1968).
57. В. Я. Кравченко, Э. И. Рашба, ЖЭТФ 56, 1713 (1969).

58. М. Я. Азбель, В. Г. Песчанский, ЖЭТФ 49, 572 (1965); 55, 1980 (1968).
59. I. E. Parrott, Proc. Phys. Soc. 85, 1143 (1965).
60. Ю. И. Горкун, УФЖ 16, 657 (1971).
61. R. Engelmann, E. H. Sondheimer, Proc. Phys. Soc. B69, 449 (1956).
62. F. S. Ham, D. C. Mattis, IBM J. Res. and Develop. 4, 143 (1960).
63. P. J. Price, *ibid.*, p. 152.
64. J. E. Parrott, Proc. Phys. Soc. 87, 1000 (1966).
65. И. М. Лифшиц, М. Я. Азбель, М. И. Каганов, Электронная теория металлов, М., «Наука», 1971.
66. T. Hattori, J. Phys. Soc. Japan 23, 19 (1967).
67. Г. И. Бабкин, В. Я. Кравченко, ЖЭТФ 60, 695 (1971).
68. A. N. Friedman, S. H. Koenig, IBM J. Res. and Develop. 4, 158 (1960).
69. R. Hartman, Phys. Rev. 181, 1070 (1969).
70. R. N. Zitter, Phys. Rev. Lett. 14, 14 (1965).
71. A. N. Friedman, Phys. Rev. 159, 553 (1967).
72. N. Garcia, Y. H. Kao, Phys. Lett. A26, 373 (1968).
73. G. E. Smith, Phys. Rev. 115, 1561 (1959).
74. М. С. Хайкин, В. С. Эдельман, ЖЭТФ 47, 878 (1964).
75. J. E. Aubrey, C. J. Creasey, J. Phys. C2, 824 (1969).
76. J. E. Parrott, *ibid.* F1, 657 (1971).
77. Э. С. Медведев, В. Н. Копылов, Л. П. Межов-Деглин, ФНТ 1, 1192 (1975).
78. J. E. Aubrey, A. J. Barrell, J. Phys. F1, L36 (1971).
79. И. Н. Жилиев, Л. П. Межов-Деглин, Письма ЖЭТФ 19, 461 (1974).
80. И. Н. Жилиев, Л. П. Межов-Деглин, ЖЭТФ 70, 771 (1975).
81. Ю. А. Богод, Вит. Б. Красовицкий, Физ. конденс. сост., вып. 30, 14 (1974).
82. Ю. А. Богод, Б. И. Веркин, В. Б. Красовицкий, ЖЭТФ 61, 275 (1971).
83. Ю. А. Богод, В. Б. Красовицкий, ЖЭТФ 63, 1036 (1972).
84. В. Е. Лашкарев, ЖЭТФ 18, 953 (1948).
85. E. I. Rashba, V. A. Romanov, I. I. Voiko, I. P. Zhadko, Phys. Stat. Sol. 16, 43 (1966).
86. И. П. Жадько, В. А. Романов, Э. И. Рашба, И. М. Бойко, ФТП 1, 1174 (1967).
87. V. A. Romanov, I. P. Zhadko, I. I. Voiko, Phys. Stat. Sol. 17, 389 (1966).
88. И. С. Левитас, Ю. К. Пожела, А. П. Сашук, ФТП 6, 205 (1972).
89. В. К. Малютенко, Г. И. Тесленко, И. И. Бойко, ФТП 8, 916 (1974).
90. И. П. Жадько, УФЖ 12, 1387 (1967).
91. И. П. Жадько, В. А. Романов, Б. К. Сердега, Ю. Г. Юров, УФЖ 19, 1682 (1974).
92. И. П. Жадько, В. А. Романов, Б. К. Сердега, Л. С. Солончук, ФТП 9, 297 (1975).
93. А. И. Ансельм, ЖТФ 22, 1146 (1952).
94. L. Landauer, J. Swanson, Phys. Rev. 91, 555 (1953).
95. P. C. Vombary, H. K. Henisch, A. Manu, Proc. Phys. Soc. A66, 753 (1953).
96. A. Chovet, G. Kamarinos, Rev. Phys. Appl. (P.) 6, 345 (1971).
97. M. Bernard, J. Phys. and Chem. Sol. 8, 332 (1959).
98. A. C. Beer, in: Galvanomagnetic Effects in Semiconductors, N.Y.-L., 1963, p. 60.
99. I. I. Voiko, I. P. Zhadko, V. A. Romanov, Phys. Stat. Sol. 34, 461 (1969).
100. А. П. Варякопте, И. С. Левитас, Ю. К. Пожела, Лит. физ. сб. 6, 427 (1966).
101. И. С. Левитас, Ю. К. Пожела, Р. Ф. Фихман, ФТП 1, 410 (1967).
102. В. В. Митин, ФТП 5, 1729 (1971).
103. Z. S. Gribnikov, G. I. Lomova, V. A. Romanov, Phys. Stat. Sol. 28, 815 (1968).
104. З. С. Грибников, И. П. Жадько, В. А. Романов, Б. К. Сердега, УФЖ 15, 303 (1970); Phys. Stat. Sol. 35, K163 (1969).
105. Э. И. Рашба, Р. Б. Толпыго, ЖТФ 26, 1419 (1956).
106. M. Lampert, A. Rose Phys. Rev. 121, 26 (1961).
107. A. Rose, J. Appl. Phys. 35, 2664 (1964).
108. R. Hirota, S. Tosima, M. A. Lampert, J. Phys. Soc. Japan 18, 535 (1963).
109. З. С. Грибников, ФТТ 7, 251 (1965).
110. В. И. Стафеев, ФТТ 1, 841 (1959).
111. Э. И. Каракушан, В. И. Стафеев, ФТТ 3, 677 (1961).
112. Л. Е. Воробьев, Э. И. Каракушан, В. И. Стафеев, ФТТ 5, 982 (1963).

112. T. Yamada, in: Proc. of 9th Intern. Conference on Physics of Semiconductors, L., Nauka Publ., 1968, p. 672.
113. H. Pfeleiderer, Sol. State Electron. 15, 335 (1972); 16, 1347 (1973).
114. В. Робинсон в кн. М. Ламперта и П. Марка «Инжекционные токи в твердых телах», М., «Мир», 1973, стр. 282.
115. J. F. Schetzina, J. P. McKelvey, Phys. Rev. B2, 1869 (1970).
116. З. С. Грибников, ФТП 9, 1740 (1975).
117. З. С. Грибников, В. А. Кочелап, Э. И. Рашба, ЖЭТФ 51, 266 (1966); ФТТ 8, 2479 (1966).
118. E. I. Rashba, I. I. Boiko, V. A. Cochelar, Z. S. Gribnikov, V. A. Romanov, I. P. Zhad'ko, in: Proc. of Intern. Conference on Physics of Semiconductors, (Kyoto, 1966), J. Phys. Soc. Japan, Suppl. 21, 351 (1966).
119. З. С. Грибников, В. В. Митин, УФЖ 14, 240 (1969).
120. З. С. Грибников, Письма ЖЭТФ 9, 545 (1969).
121. З. С. Грибников, ФТП 3, 1821 (1969).
122. The Physics of Semimetals and Narrow-gap Semiconductors. Proc. of the Conference held at Dallas, Texas (1970), J. Phys. and Chem. Sol. 32, Suppl. No. 1 (1971).
123. Э. А. Канер, В. Г. Скобов, УФН 89, 367 (1966).
124. E. H. Sondheimer, Proc. Roy. Soc. A224, 260 (1954).
125. М. Я. Азбель, Г. А. Бегнашвили, Письма ЖЭТФ 3, 201 (1966).
126. Р. Г. Минц, ibid. 11, 128 (1970).
127. В. Я. Кравченко, Э. И. Рашба, ЖЭТФ 61, 753 (1971).
128. А. И. Ахизер, М. И. Каганов, Г. Я. Любарский, ЖЭТФ 32, 837 (1957).
129. В. Л. Гуревич, ЖЭТФ 37, 71, 1680 (1959).
130. В. М. Конторович, ЖЭТФ 45, 1638 (1963).
131. Г. И. Бабкин, В. Т. Долгополов, В. Я. Кравченко, Письма ЖЭТФ 13, 563 (1971).
132. В. Т. Долгополов, ЖЭТФ 61, 1545 (1971).
133. Г. И. Бабкин, В. Я. Кравченко, ЖЭТФ 61, 2083 (1971).
134. И. Л. Гилянский, М. Б. Султанов, Ю. В. Левин, ЖЭТФ 66, 225 (1974).
135. Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшиц, Электродинамика сплошных сред, М., Гостехиздат, 1957.
136. K. Walther, Phys. Rev. 174, 782 (1968).
137. В. Ф. Гантмахер, В. Т. Долгополов, Письма ЖЭТФ 5, 17 (1967).
138. В. Ф. Гантмахер, В. Т. Долгополов, ЖЭТФ 57, 132 (1969).
139. E. R. Dobbs, R. L. Thomas, D. Hsu, Phys. Lett. A30, 338 (1969).
140. E. R. Dobbs, J. Phys. and Chem. Sol. 31, 1657 (1970).
141. В. Я. Кравченко, ЖЭТФ 62, 377 (1972).
142. В. Л. Гинзбург, ЖЭТФ 14, 177 (1944).
143. А. Г. Самойлович, Л. Л. Коренблит, ФТТ 3, 2054 (1961).
144. Б. Я. Мойжес, ЖТФ 27, 495 (1957).
145. W. van Roosbroeck, W. G. Pfaff, J. Appl. Phys. 33, 2304 (1962).
146. И. П. Жадко, Э. И. Рашба, В. А. Романов, И. М. Стахира, К. Д. Товстюк, ФТТ 7, 1777, 1965.
147. Б. А. Тавгер, В. Я. Демиковский, УФН 96, 61 (1968).
148. V. N. Lutski, Phys. Stat. Sol. a1, 199 (1970).
149. Р. Пайерлс, Квантовая теория твердых тел, М., ИЛ, 1956, гл. 6.
150. Р. Н. Гуржи, УФН 94, 689 (1968).
151. Г. Е. Пикус, Основы теории полупроводниковых приборов, М., «Наука», 1965.
152. Дж. Блэкмор, Статистика электронов в полупроводниках, М., «Мир», 1964, гл. 10.
153. Р. Бьюб, Фотопроводимость твердых тел, М., ИЛ, 1962, § 12.
154. С. М. Рывкин, Фотоэлектрические явления в полупроводниках, М., Физматгиз, 1963.
155. В. Н. Копылов, Л. П. Межов-Деглин, ЖЭТФ 65, 720 (1973).
156. В. С. Цой, а) ЖЭТФ 68, 1849 (1975); б) Письма ЖЭТФ 22, 409 (1975).
157. В. Н. Копылов, Л. П. Межов-Деглин, ФТТ 15, 13 (1973).
158. C. Jacobini, C. Canali, G. Ottaviani, A. Alberigi-Quaranta, in: Proc. of 12th Intern. Conference on the Physics of Semiconductors (Stuttgart, 1974), Ed. M. H. Pilkuhn, Stuttgart, B. G. Teubner, 1974, p. 824.
159. И. И. Разгонов, В. С. Цой, Письма ЖЭТФ 23, 107 (1976).
160. З. С. Грибников, А. В. Саченко, ФТП 10, 304 (1976).
161. А. М. Белянцев, В. А. Валов, В. А. Козлов ЖЭТФ 70, 569 (1976).