1976 г. Март | Том 118, вып. 3
УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

БИБЛИОГРАФИЯ

517.942(049.3)

ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ СПРАВОЧНЫЕ ТАБЛИЦЫ

Д. А. Варшалович, А. Н. Москалев, В. К. Херсонский. Квантовая теория углового момента. Аппарат неприводимых тензоров. Сферические функции. $3nj$-символы. Л., «Наука» (Ленинградское отделение), 1975, 440 с.

О том, что ленинградские физики готовят издание большого справочника по коэффициентам Клебша — Гордана, было известно давно. И тем не менее, когда видишь, как груды материала, тысячи формул и чисел приняли, наконец, систематизированный и доступный для обозрения вид, нельзя не прийти в изумление. Количество информации, которую содержат ленинградские таблицы (будем их так называть), очень велико. Ни один из существующих справочников в этой области нельзя даже сравнивать с этими таблицами. Из таблиц, которыми вообще пользуются физики, в один ряд с ленинградскими можно поставить, пожалуй, только таблицы интегралов и сумм Градштейна и Рыжика, а также пять томов таблиц Бейтмена и Эрдейи [2]. Ленинградские таблицы будут, конечно, долгие годы оставаться стандартным справочником, они будут переиздаваться и переводиться. В общем, их издание надо считать серьезным событием в отечественной и мировой литературе по математической физике.

Это обстоятельство позволяет в самом начале рецензии отметить некоторые более общие вопросы. Издание подобных книг нельзя сравнивать с изданием книг вообще. Такие издания правильнее сравнивать с изготовлением приборов для экспериментаторов, ибо таблицы в работе теоретика играют, очевидно, не менее важную роль. И так же, как, конструируя прибор, сейчас серьезно думают о том, чтобы им было удобно пользоваться, так и таблицы должны «конструироваться» с учетом аналогичных пожеланий.

Таблицы, о которых мы говорим, изданы хорошо, но все же можно было чертежи сделать лучше (стр. 21, например), набор не таким плотным, шрифт более четким. Следовало бы подумать и о системе указателей, которые помогали бы находить нужную формулу (это уже пожелание авторам). Наверное, и пожелание использовать цветную печать принесло бы немалую пользу *). Ясно, что выполнение таких пожеланий — дело хлопотное, но давно настало время подумать и о том, как помочь читателю отбирать нужную ему информацию с наименьшей затратой усилий.

Но обратимся все же к самой книге. Она состоит из двух одинаковых по объему частей. Первые 200 страниц посвящены сферическим системам координат и разным сферическим функциям (на обычной двумерной сфере), остальная часть книги — коэффициентам Клебша — Гордана, Рака́ ($6j$-символы) и Фано ($9j$-символы). Символы старшего порядка ($12j$ и т. д.) остались за рамками книги. В конце кратко изложен графический метод суммирования разных коэффициентов, развитый Левинсоном, Ванагасом, Юцисом и др.

Коэффициенты Клебша — Гордана (КГГ) и возникающие в связи с ними семейства коэффициентов исследованы далеко не достаточно, несмотря на большое число посвященных им работ. Причина состоит в том, что эти коэффициенты не подчиняются никакому дифференциальному уравнению и похожи в этом смысле на Г- и В-функции. Младшие из них: КГГ и коэффициенты Рака́ равны обобщенным гипергеометрическим функциям ${}_3F_2$ и ${}_4F_3$ при аргументе, равном единице; относительно старших символов ($9j$ и т. д.) не известны даже такие связи.

Для КГГ известно много формул, которые обнаруживают не вполне понятое отношение этих коэффициентов к исчислению конечных разностей — комбинаторике. Симметрия КГГ оказывается связанной с теорией функций Уиппла, разновидностей обобщенных гипергеометрических функций (при аргументе единица). Аналитическое продолжение КГГ выводит нас к представлениям группы Лоренца и к преобразованиям многомерных сферических координат (ср. [3]). $6nj$-символы появляются в формулах

*) Таблицы логарифмов Бюрги, изданные в 1620 г., печатались в две краски.

симметризации волновых функций (по спинам и координатам). Однако до сих пор формулы такого сорта не собрались в единую картину. Красивой и стройной теории $6nj$-символов еще нет. Поэтому в ленинградских таблицах можно видеть не только «прибор» для расчетов, но и, что не менее важно, таблицы «экспериментальных» данных, которые ждут своего объяснения. В этом смысле таблицы можно просто внимательно читать и пытаться распутать их внутренние скрытые от первого взгляда закономерности. То, что такое занятие будет полезным, очевидно. Отсутствие развитой теории отразилось даже на форме таблиц. По необходимости формулы сгруппированы по случайным признакам, авторы практически не рассматривают групповые свойства. В книге нет места геометрическим интерпретациям. Общие претензии к авторам в этом смысле незаконны: где-то надо было провести границу, все же отсутствие классификации $12j$- и $15j$-символов надо обязательно восполнить в следующем издании. Из пропусков отметим один. Недавно получено выражение для $9j$ в форме трехкратной суммы [4]. Это минимальная кратность. В таблице есть лишь сумма четырехкратная (стр. 287). Еще одно замечание касается обозначений. Авторы обозначают КГГ через C с верхними и нижними индексами. Обозначение, конечно, дело привычки, но все же обозначения Дирака («бра» и «кэт») более удобны для счета, особенно графического.

Физики и математики давно работают со специальными функциями. Специальные коэффициенты, которые появляются как решения разностных рекуррентных уравнений, не имеют хорошей теории, хотя такая теория вполне интересна и весьма содержательна. Ленинградские таблицы дают большой материал для размышлений. Остается повторить в конце, что таблицы найдут свое место на многих книжных полках (не больше чем на 2900,— к сожалению, таков тираж книги) и будут еще не один раз переиздаваться и улучшаться.

Я. А. Смородинский

ЛИТЕРАТУРА

1. И. С. Градштейн, И. М. Рыжик, Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений, изд. 5-е, М., «Наука», 1971.
2. Г. Бейтмен, А. Эрдейи, Высшие трансцендентные функции, М., «Наука»: 1) Гипергеометрическая функция. Функции Лежандра, изд. 2-е, 1973; Функции Бесселя, функции параболического цилиндра, ортогональные многочлены, изд. 2-е, 1974; 3) Эллиптические и автоморфные функции. Функции Ламе и Матье, 1967; Таблицы интегральных преобразований, М., «Наука», т. I — Преобразования Фурье, Лапласа, Меллина, 1969; т. II — Преобразования Бесселя. Интегралы от специальных функций, 1970.
3. Г. П. Кузнецов, Я. А. Смородинский, Письма ЖЭТФ (1975).
4. S. J. Ališauskas, A. P. Jucys, J. Math. Phys. 12, 594 (1975).

530.1(049.3)

НОВАЯ КНИГА О СИММЕТРИИ В ФИЗИКЕ

Э. Шмутцер. Симметрия и законы сохранения в физике. М., «Мир», 1974, 160 с.

Книга содержит обзор свойств симметрии, которыми обладают законы природы в физике, и их связей с физическими законами сохранения (обнаруженных для непрерывных свойств симметрии еще Э. Нётер). Для рационального распределения материала в книге используется дедуктивный метод изложения; в соответствии с ним законы сохранения и свойства симметрии в первую очередь рассматриваются в физических полях общей теории относительности (ОТО), а специальная теория относительности в основном рассматривается как предельный случай ОТО. Однако в рамки данного обзора входят не только классическая, но и квантовая теория поля, а свойства симметрии рассматриваются не только непрерывного, но и дискретного типа.

В соответствии с этими задачами весь материал книги разбит на две части. Часть А («Классическая теория поля и классическая механика») начинается с изложения непрерывных свойств симметрии в физических полях ОТО (принцип Гамильтона и лагранжев формализм, аппарат дифференцирования Ли, теорема Нётер, законы сохранения). Рассматривается два типа законов сохранения, формулируемых на основе нётеровских тождеств: сильные законы сохранения, отражающие только свойства инвариантности лагранжианов, и слабые законы сохранения, выполняющиеся лишь при учете уравнений поля. Исследуется возможность перехода от дифференциальных законов сохранения к интегральным и роль векторов Киллинга в формулировании последних. В связи с каноническим комплексом энергии-импульса анализируются энергетические парадоксы в ОТО (типа парадокса Бауэра). Остальной материал части А содержит приложения теоремы Нётер в механике и теории поля (рассматриваются, в частности, системы, состоящие из гравитационного, максвелловского и клейн-гордоновского или дираковского полей), анализ непрерывных симметрий в классической теории поля, а также дискретных симметрий в механике и классической теории поля, описываемых несобственными (дискретными) преобразованиями Лоренца.

Часть Б («Квантовая теория поля и квантовая механика») состоит из двух глав. Первая из них посвящена непрерывным, а вторая дискретным симметриям в релятивистской квантовой теории поля и нерелятивистской квантовой механике. В первой главе на базе квантовой теории рассматривается принципиальная сторона постановки вопроса, изложенного ранее для случая классической теории поля (теорема Нётер, дифференциальные и интегральные законы сохранения). Во второй главе, в отличие от классической теории, к несобственным (дискретным) преобразованиям Лоренца добавляется преобразование зарядового сопряжения (переход от частиц к античастицам).

После выхода в свет русского перевода книги Г. Вейля «Симметрия» (1968 г.), написанной с использованием лишь простейших математических понятий, но совершенно уникальной по глубине физико-теоретических и философских обобщений, давно назрела потребность в обстоятельной монографии, которая отражала бы вопрос о фундаментальной роли симметрии в физике именно с точки зрения физика, притом на современном математическом уровне. Монография, написанная одним из крупнейших специалистов по теории гравитации, отвечает этой потребности. Благодаря универсальности подхода к предмету и ясному лаконичному стилю изложения, она принесет бесспорную пользу физикам-теоретикам, на широкий круг которых она рассчитана.

В. Д. Захаров

530.12:531.51(049.3)

ПРОБЛЕМЫ СОВРЕМЕННОЙ ГРАВИТАЦИИ

Квантовая гравитация и топология. М., «Мир», 1973, 216 с.

Сборник содержит три обзорных статьи, объединяемых общностью геометрических методов, применяемых в решении различных задач теоретической физики.

Статья известного тополога Герока «Сингулярности в общей теории относительности» посвящена определению, условиям существования и свойствам сингулярностей в общей теории относительности (ОТО), т. е. особых точек в решениях уравнений тяготения. Проблема, однако, ставится более широко: а именно, исследуется вопрос о формулировке подходящего определения сингулярного пространства — времени с точки зрения римановой геометрии в целом. В качестве основного рассматривается топологическое определение сингулярности на основании геодезической неполноты пространства — времени. В этой же связи ряд известных результатов (теоремы Пенроуза, Хоукинга и автора о существовании сингулярностей в решениях уравнений тяготения Эйнштейна) переформулирован как теоремы о свойствах всего пространства решений в целом. Это дает возможность автору поставить вопрос о том, каким образом сингулярные решения уравнений тяготения распределены среди множества всех решений этих уравнений. Выясняется сингулярный характер подавляющего большинства пространств ОТО а также ставится вопрос (не получивший пока удовлетворительного разрешения) о полной классификации сингулярных пространств.

В статье Брилла и Гоуди «Квантование общей теории относительности» рассматриваются возможности и перспективы создания квантовой теории тяготения на современном геометрическом базисе («квантовая ОТО»). Сформулировано несколько известных к настоящему времени типов «квантовых ОТО». Каждая из них содержит элементы произвола и неоднозначности, а также технические трудности, делающие их малоэффективными и неудобными для расчета. Рассмотрены также подходы к квантованию гравитационного поля в отсутствие материи, как канонический формализм, суммирование по историям, теории источников. Подробно рассматривается квантование открытых пространств ОТО (гравитационное рассеяние), на котором иллюстрируется математическая структура формализма. При обсуждении квантования замкнутых вселенных («квантовая космология») особое внимание уделяется понятию суперпространства и построению конечномерных моделей квантовых теорий.

Третья статья (Салам, «Вычисление перенормировочных констант») представляет собой обзор докладов конференции по физике высоких энергий, состоявшейся в Корал-Гейблс (Триест) в 1971 г. В общем контексте наибольший интерес в ней представляет анализ эффектов включения в электродинамику лептонов квантованной тензорной гравитации.

Включенные в сборник статьи объединяет, бесспорно, и проблемность рассматриваемых вопросов, стоящих, можно сказать, на переднем крае современной теоретической физики. Затрагивая ряд фундаментальных проблем современной теории тяготения, книга окажется полезной для специалистов по теории гравитации, желающих расширить диапазон применяемых ими математических методов.

В. Д. Захаров

538.114(049.3)

МЕТОД ФУНКЦИЙ ГРИНА И ДИАГРАММНОЙ ТЕХНИКИ СО СПИНОВЫМИ ОПЕРАТОРАМИ

Ю. А. Изюмов, Ф. А. Кассан-оглы, Ю. Н. Скрябин. Полевые методы в теории ферромагнетизма. М., «Наука» (Главная редакция физико-математической литературы), 1974, 223 с.

Методы функций Грина и диаграммная техника, развитые первоначально в квантовой теории поля, уже давно нашли широкое применение в статистической механике взаимодействующих ферми- и бозе-систем, в частности в ряде задач теории твердого тела. По этим вопросам написан ряд фундаментальных монографий и учебников; в университетах читаются специальные курсы студентам.

Во многих моделях ферромагнетизма (точнее, магнитоупорядоченных кристаллов) динамическими переменными системы являются операторы спина, которые при коммутации друг с другом не дают c-число, как в случае операторов поля бозе- и ферми-систем. Это приводит к тому, что алгоритм вычисления средних от произведения операторов спина оказывается много сложнее, а диаграммная техника со спиновыми операторами становится весьма специфичной. Появилась монография, в которой впервые дано систематическое изложение метода функций Грина и диаграммной техники со спиновыми операторами. Первая часть рецензируемой монографии и посвящена развитию этой техники для трех известных моделей теории ферромагнетизма: Изинга, Гейзенберга и s — d-обменной. Как и в обычной диаграммной технике, формулируются правила, по которым можно вычислять корреляционные спиновые функции в любом порядке теории возмущений, и исследуется общая структура рядов. Некоторые общие закономерности, типа теоремы о связности, уравнения, выражающие функции Грина через их неприводимые части, остаются такими же, как и в обычной технике ферми- и бозе-систем. Одним из существенных отличий оказывается топологическая структура рядов диаграмм, приводящая к совершенно иным методам суммирования. Если в обычной технике характерным является суммирование геометрических прогрессий, то здесь типично появление степенных рядов типа ряда Тейлора с пропусками. Развиваемые в книге методы представляют интерес прежде всего потому, что позволяют описать магнитоупорядоченную систему с одной точки зрения в широком интервале температур. В частности, при низких температурах удается обосновать метод Дайсона описания гейзенберговского ферромагнетика с помощью неэрмитового гамильтониана взаимодействия возбуждений бозевского типа (спиновых волн); при высоких температурах — существование слабозатухающих длинноволновых спин-волновых возбуждений. В книге рассматривается не только ферромагнитное упорядочение, но также и антиферромагнитное и различные виды анизотропии.

В качестве примера взаимодействия спин-системы с какой-либо посторонней ветвью возбуждений рассматривается s — d-обменное взаимодействие в ферромагнитном металле и диаграммными методами вычисляются энергии возбуждений фермиевского и бозевского типа. Для ферромагнитного полупроводника решается задача о магнитном поляроне.

Многочисленные примеры вычисления различных свойств магнитоупорядоченных кристаллов, рассмотренные в монографии, демонстрируют методы работы диаграммной техники для спиновых операторов. Прочитав книгу, читатель может легко перейти к задачам, непосредственно не рассмотренным в монографии, но методы решения которых можно развить по аналогии, например, учесть спин-фононное взаимодействие в магнитоупорядоченных системах или исследовать модель Хаббарда в случае сильного внутриатомного кулоновского взаимодействия, введя «спиноподобные» операторы полярных состояний: дырок и двоек.

Вторая часть монографии Изюмова, Кассан-оглы и Скрябина посвящена применению метода континуального интегрирования к задачам магнетизма. Здесь дается представление статистической суммы изинговской и гейзенберговской моделей, а также спиновых функций Грина, через континуальные интегралы по флуктуирующим полям. Эти представления являются непосредственными обобщениями из квантовой теории поля. В книге детально исследуется связь между разложением подынтегральных выражений этих величин и рядами теории возмущений для них, а также связь между приближенными преобразованиями континуальных интегралов и частичным суммированием рядов теории возмущений.

К сожалению, в этой части мало физических приложений. Следовало бы, по-видимому, изложить метод ренорм-группы в теории фазовых переходов для изинговской и гейзенберговской моделей как метод приближенного преобразования континуального интеграла. В случае второго издания книги этот пробел следовало бы восполнить.

Выпуск монографии по полевым методам в теории магнетизма был своевременным. Появление книги ожидалось читателем, и она очень быстро разошлась; тираж в 4000 экз. оказался явно заниженным. Книга будет несомненно полезной физикам-теоретикам, аспирантам и студентам университетов, желающим овладеть современными методами статистической механики ферромагнетизма.

В.Г. Барьяхтар

539.126(049.3)