

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУКФИЗИКА НАШИХ ДНЕЙ

523.84

ЧЕРНЫЕ ДЫРЫ И КВАНТОВЫЕ ПРОЦЕССЫ В НИХ**В. П. Фролов**

Рождает ли гравитационное поле частицы? — Что такое черная дыра. Коллапс звезд. — Вращающаяся черная дыра. — Гравитационное поле вращающейся черной дыры. Эргосфера. — Извлечение энергии из черной дыры. Теорема Хоукинга. — Четыре закона физики черных дыр. Аналогия с термодинамикой. — Супerrрадиация. Неустойчивость вакуума в поле вращающейся черной дыры. — Рождение частиц в невращающихся черных дырах. Эффект Хоукинга. — Первичные черные дыры и их эволюция.

ВВЕДЕНИЕ

Современные астрофизики «избалованы» сенсационными открытиями объектов с необычными свойствами, таких, как пульсары и квазары. Однако в 1973 г. сообщение о возможном новом открытии, сделанном при исследовании рентгеновских спектров, полученных на спутнике «Ухуру», вновь заставило взволноваться. На сей раз волнение охватило не только астрофизиков, но и физиков-гравитационистов, так как речь шла об открытии так называемой *черной дыры*. В настоящее время, хотя еще остаются некоторые сомнения, большинство специалистов, работающих в этой области, уверено в том, что первая черная дыра во Вселенной уже обнаружена.

Это открытие взбудоражило умы физиков не тем, что подобные объекты явились неожиданностью для теоретиков, а скорее обратным. Возможно, наконец, обнаружены объекты, существование которых предсказывалось еще в конце 30-х годов (Оппенгеймер, Снайдер, 1939) как одно из необычных, но абсолютно необходимых следствий эйнштейновской теории гравитации. Непосредственным астрофизическим наблюдениям предшествовала большая работа теоретиков. Особенно интенсивные теоретические исследования в области физики черных дыр развернулись с 1965 г. В результате этой работы удалось довольно далеко продвинуться в понимании многих, ранее совершенно неясных вопросов о структуре пространства-времени в сильных гравитационных полях. И хотя методы исследования в этой области имеют порой сложный математический характер, полученные результаты привели к построению довольно простой картины возникновения черных дыр и их дальнейшей эволюции. Полученные теоретические результаты и начавшиеся астрофизические исследования позволяют заключить, что в течение последних лет появилась новая, удивительно интересная область физики — физика черных дыр. О некоторых последних достижениях в этой области мы хотим рассказать в этой статье.

Если не вдаваться в детали, то ученым сейчас представляется следующая картина образования и эволюции черных дыр. Остывшие массивные звезды с массой более двух или нескольких масс Солнца, полностью израсходовавшие свое ядерное горючее, оказываются неспособными противостать далее огромным силам гравитации, сжимающим их. Поэтому в таких звездах рано или поздно развивается неустойчивость, приводящая к процессу сжатия (*коллапса*) звезды. В результате коллапса, протекающего довольно быстро (в течение времени, измеряемого минутами *)), образуется черная дыра, т. е. компактное неизлучающее тело, размером с гравитационный радиус звезды (гравитационный радиус Солнца — около трех километров). Возникшая таким образом черная дыра и ее гравитационное поле обычно сначала нестационарны. Однако довольно быстро (за доли секунды **)) в результате излучения гравитационных волн возбужденная черная дыра переходит в основное, стационарное состояние.

Все особенности внутреннего строения сколлапсировавшей звезды, наличие в ней источников различных физических полей, кроме электромагнитного, становятся недоступными для наблюдения после образования стационарной черной дыры, и подобные черные дыры, независимо от их происхождения, однозначно характеризуются только значением своей массы и углового момента (заряженные черные дыры — также значением электрического заряда, заключенного в них ***). Стационарные черные дыры, обладающие одинаковыми параметрами, совершенно неотличимы друг от друга.

Грубо говоря, черные дыры не обладают никакими другими свойствами, кроме способности притягивать. Поэтому первоначально считалось, что подобные застывшие «мертвые» объекты представляют собой естественный конечный этап развития массивных звезд, и обнаружение их представлялось довольно безнадежной задачей ****). Позднее, однако, поняли, что если подобная черная дыра окружена некоторой средой (межзвездным газом, пылью), то она втягивает это вещество в себя наподобие гигантского космического пылесоса и втягиваемое (аккрецируемое) веще-

*) После начала сжатия в процессе коллапса гравитационные силы превышают силы давления на конечную величину, и поэтому можно оценить время сжатия звезды до размеров, сравнимых с гравитационным радиусом, рассматривая свободное падение ее вещества в собственном гравитационном поле. Получаемое таким образом характерное «гидродинамическое» время имеет порядок $T_0 \sim (R_0/c) \sqrt{R_0/R_g}$, где R_0 — начальный размер звезды, а $R_g = 2GM/c^2$ — гравитационный радиус звезды.

**) Характерное время превращения черной дыры в стационарную следующим образом связано с параметрами сколлапсировавшей звезды: $T \sim R_g/c \sim 10^{-5}$ (сек) $\times M/M_\odot$, где M — масса звезды и M_\odot — масса Солнца. Это же время является характерным временем «застывания» коллапсирующей звезды около ее гравитационного радиуса с точки зрения отдаленного наблюдателя.

***)) То свойство стационарных черных дыр, что для их описания не требуется никаких дополнительных характеристик (таких, например, как мультипольные гравитационные и электромагнитные моменты, заряд массивного векторного поля, слабый заряд и т. п. ^{29-34, 71}, Уиллер образно отразил в следующем высказывании: «Черные дыры не имеют волос». Процесс сбрасывания «лишних характеристик» в процессе коллапса М. А. Марков назвал «гравитационным стриптизом». О глобальных свойствах сколлапсированного вещества можно прочесть, например, в статье Маркова ¹. Интересная статья Р. Пенроуза о черных дырах была опубликована в ².

****)) Для подобного обнаружения необходимо было бы зарегистрировать невидимый объект с массой больше двух масс Солнца, одиночный или входящий в качестве второй компоненты в двойную звездную систему. Я. Б. Зельдович и И. Д. Новиков в книге ³ следующим образом охарактеризовали подобную ситуацию: «Привлечение невидимости» в качестве аргумента звучит комически, подобно диссертации «Отсутствие телеграфных столбов и проволоки в археологических раскопках как доказательство древней радиосвязи».

ство, разогреваясь, становится источником сильного рентгеновского излучения с очень специфическими характеристиками.

То же самое происходит, если черная дыра является соседом обычной звезды, образуя вместе с последней двойную систему. В этом случае черная дыра перетягивает в себя вещество соседа и может стать рентгеновским источником, обладающим периодически изменяющимся излучением. Период изменения интенсивности совпадает с периодом обращения черной дыры вокруг звезды. Обнаружение рентгеновского источника в созвездии Лебедя, входящего в состав двойной системы, изучение его свойств и свойств видимой компоненты позволили заключить, что обнаружена черная дыра *).

Таким образом, в настоящее время представление о черных дырах как застывших «мертвых» образованиях сменилось представлением о них как об очень активных объектах во Вселенной. В связи с этим, естественно, появился дополнительный интерес к более подробному изучению взаимодействий (как классических, так и квантовых), в которых могут участвовать черные дыры. При подобном изучении выяснился ряд интересных и довольно своеобразных моментов.

Оказалось, в частности, что хотя черная дыра обладает массой и, следовательно, внутренней энергией, извлечь полностью эту энергию невозможно. Из одиночной вращающейся черной дыры можно извлечь только ту часть ее энергии, которая связана с вращением. Из невращающейся черной дыры можно извлечь некоторую энергию, только приведя ее во взаимодействие с другой черной дырой **). Эти положения, как и целый ряд других, являются следствиями общей теоремы, доказанной Хоукингом ^{5, 6}, утверждающей, что в каких-либо классических процессах площадь поверхности черной дыры не может уменьшиться.

Наряду с черными дырами, возникающими при коллапсе звездных объектов, возможно существование и черных дыр, образующихся из неоднородностей вещества на раннем этапе развития Вселенной. Подобные черные дыры называют первичными или реликтовыми. Первичные черные дыры могут обладать массой гораздо меньше массы Солнца. (О первичных черных дырах рассказывается в последних разделах статьи).

Если учесть, что напряженность статического гравитационного поля на поверхности черной дыры имеет порядок $\kappa \sim GM/R_g^2 \sim c^4/GM$ и крайне велика для черных дыр малой массы, то, естественно, возникает вопрос о возможности квантовых явлений рождения пар в этом сильном статическом поле. Особенно важно выяснить, не приводят ли квантовые процессы рождения пар в гравитационном поле черной дыры к каким-либо наблюдаемым эффектам ***). Даже если подобные процессы очень слабы,

*) В нашей статье мы не будем далее касаться свойств аккрецируемого вещества, строения аккреционных дисков и детальных свойств излучения, позволивших идентифицировать черную дыру, так как обо всем этом можно подробно прочитать в статье Торна ⁴.

**) Это напоминает ситуацию, возникающую при рассмотрении термодинамических систем. Закон возрастания энтропии запрещает возможность полного превращения внутренней энергии термодинамической системы в работу и позволяет частично извлекать эту энергию, используя две системы с разной температурой. В физике черных дыр роль, аналогичную энтропии в термодинамике, выполняет площадь поверхности черной дыры. Более детально об этой аналогии речь пойдет в соответствующих разделах статьи.

***) По-видимому, уместно сразу подчеркнуть, что здесь и далее речь идет о квантовых процессах, происходящих во внешнем классическом гравитационном поле. В принципе, возможны также и другие квантовые эффекты, возникающие из-за квантовой природы самого гравитационного поля. Однако, по всей видимости, эти эффекты могут оказаться существенными только в том случае, когда радиус кривизны пространства-времени (в случае черной дыры — ее размер) становится сравнимым с характерной квантово-гравитационной (планковской) длиной $l_{пл} = \sqrt{\hbar G/c^3} = 1,6 \cdot 10^{-33}$ см.

тем не менее для черной дыры в пустоте они явились бы определяющими и за огромное время, порядка возраста Вселенной, они могли бы привести к существенным изменениям в строении черной дыры или, возможно, даже к распаду последней. О квантовых процессах в черных дырах, их роли в эволюции реликтовых черных дыр и возможных космологических следствиях подобных явлений рассказывается в последних разделах статьи.

РОЖДАЕТ ЛИ ГРАВИТАЦИОННОЕ ПОЛЕ ЧАСТИЦЫ?

Прежде чем обратиться к физике черных дыр и квантовым явлениям в кривом пространстве-времени, полезно попытаться ответить на вопрос; почему следует ожидать рождения частиц в гравитационном поле и какие

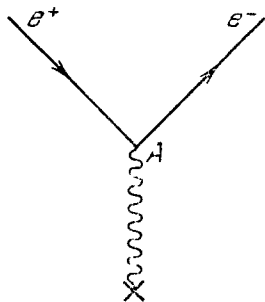


Рис. 1. Рождение электрон-позитронной пары в переменном электромагнитном поле.

Волнистая линия соответствует виртуальному кванту электромагнитного поля с массой больше двух электронных масс. Виртуальный фотон распадается в точке A на электрон и позитрон. Пара образуется в пространственно-временной области размером порядка комптоновской длины электрона.

условия необходимы для этого? Чтобы ответить на вопрос, разумно воспользоваться аналогией, существующей между гравитационным и электромагнитным полями*). Процессы рождения электрон-позитронных пар во внешнем электромагнитном поле полностью описывается современной квантовой электродинамикой. Хотя существует единое описание, пригодное для внешнего поля произвольного вида, оказывается целесообразным рассмотреть эффекты рождения пар в двух крайних предельных случаях.

В качестве первого случая рассмотрим быстропеременное электромагнитное поле, порождаемоедвигающимися зарядами. Пусть это поле содержит фурье-компоненты с частотами ω такими, что $\hbar\omega \geq 2mc^2$ (m — масса электрона). Разложению по фурье-компонентам соответствует представление о поле, как суперпозиции отдельных мод, или фотонов. Если поле свободное, то масса каждого из таких фотонов равна нулю. В общем случае, когда переменное поле связано с источниками, масса фотонов не обязательно нулевая. Фотоны в этом случае называют виртуальными.

Если внешнее поле от источников содержит высокие частоты или, что то же самое, достаточно тяжелые (с массой $M \geq 2m$) виртуальные фотоны, то законы сохранения позволяют этим виртуальным фотонам распасться на электрон-позитронную пару. Подобный процесс схематически изображен на рис. 1. Происходящие время от времени акты «развала» тяжелых виртуальных квантов на более привычном языке описываются как процессы спонтанного рождения электрон-позитронных пар во внешнем переменном высокочастотном электромагнитном поле**).

Другая ситуация возникает, когда имеется однородное статическое электрическое поле напряженности E , например в области между обкладками конденсатора (рис. 2, а). Для того чтобы выяснить, может ли это

*) Отметим, что подобная аналогия, конечно, не является полной. Гравитационное поле, в отличие от электромагнитного, является полем притяжения. Поэтому указанная аналогия позволяет понять лишь некоторые особенности процессов рождения частиц в гравитационном поле.

**) Уместно подчеркнуть, что с описанным выше однофотонным процессом рождения пар в реальных экспериментальных ситуациях сталкиваются относительно редко (подобный процесс имеет место, например, при переходе возбужденных состояний ядер углерода C^{12} и кислорода O^{16} в основное состояние путем испускания пары e^+e^-). Гораздо более распространенными являются процессы двухфотонного рождения (например, рождение e^+e^- -пары фотоном в кулоновском поле ядра).

поле рождать пары, поступим следующим образом. Постараемся сначала узнать, не запрещает ли закон сохранения энергии (или другие законы сохранения) возможность таких явлений. Пусть энергия поля в конденсаторе есть \mathcal{E}_0 . Предположим теперь, что в этом поле родилась электрон-позитронная пара и рожденные частицы находятся на расстоянии l друг от друга (рис. 2, б). Легко видеть, что энергия системы (поле конденсатора и рожденные частицы) дается выражением $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 + 2mc^2 - eEl$. Поэтому закон сохранения энергии разрешает рождение пары частиц только в том случае, если частицы при рождении отстоят друг от друга на расстоянии, большем чем $l_0 = 2mc^2/eE$.

Казалось бы это налагает абсолютный запрет на возможность рождения пары, так как такая пара должна образовываться в области размером порядка комптоновской длины электрона $\lambda = h/mc$ и для разумных значений напряженности поля $\lambda \ll l_0$. Однако достаточно вспомнить явление

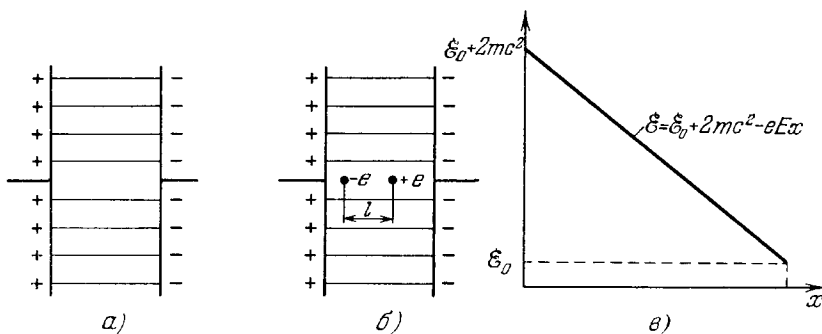


Рис. 2. Рождение пары в статическом электрическом поле конденсатора.

Подобный процесс энергетически возможен, если энергия конденсатора без пары (а) и энергия конденсатора вместе с рожденной парой (б) равны. Это условие означает, что пара может родиться, если возникающие частицы появляются на расстоянии больше $l_0 = 2mc^2/eE$. На рис. в) изображен потенциальный барьер, который приходится преодолеть виртуальной частице (электрону), чтобы стать реальной. По оси x отложено расстояние между виртуальными частицами пары, по оси \mathcal{E} — соответствующая энергия системы, состоящей из конденсатора и этой виртуальной пары.

подбарьерного просачивания, столь характерное для квантовой теории, чтобы понять, что запрет этот не является абсолютным. Существует малая, но конечная вероятность рождения пары. Малость этой вероятности связана с наличием потенциального барьера (рис. 2, в), который приходится преодолеть рожденной (виртуальной) частице, прежде чем она попадает в область, где ее энергия имеет допустимое значение (т. е. где частица становится, наконец, реальной). Поэтому, чтобы вероятность рождения пары в статическом поле не была пренебрежимо малой величиной, требуются поля с большим значением напряженности.

Обычное квазиклассическое приближение позволяет получить для прозрачности этого потенциального барьера значение $D = \exp(-\pi m^2 c^3 / eE \hbar)$. Точное выражение для вероятности рождения электрон-позитронной пары в единице объема за единицу времени постоянным однородным электрическим полем имеет вид ⁷

$$w = \frac{(eE)^2}{\pi^2 \hbar^2 c} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \exp\left(-\frac{\pi m^2 c^3}{eE \hbar}\right).$$

Члены в сумме с $n \geq 2$ описывают процессы рождения нескольких пар одновременно. Первый член суммы точно совпадает с результатом квазиклассического приближения, если учесть, что вероятность рождения пары реальных частиц дается произведением вероятности $(eE)^2/\pi^2 \hbar^2 c$ рождения виртуальной пары в поле и вероятности D подбарьерного просачивания, необходимого для превращения виртуальной пары в реальную.

На диаграммном языке можно описать процесс рождения пары в статическом поле так, как это изображено на рис. 3. Точки на рисунке показывают, что виртуальные частицы испытывают бесконечно много рассеяний на статическом поле, прежде чем они становятся реальными. Можно также рассматривать статическое поле как предел медленно изменяющегося поля с частотой ω_0 при стремлении ω_0 к нулю. В этом случае при однократном рассеянии электрона на таком поле, оно способно передать электрону энергию $\hbar\omega_0$. Поэтому, прежде чем виртуальные частицы накопят энергию $2mc^2$, позволяющую им стать реальными частицами, они должны испытать $N = 2mc^2/\hbar\omega_0$ рассеяний. При переходе к постоянному

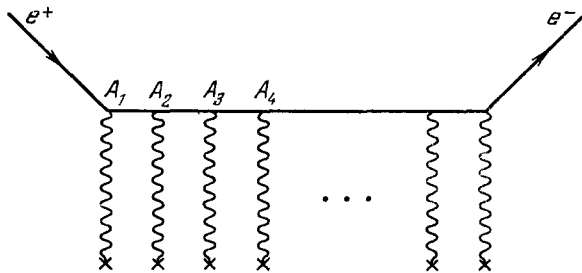


Рис. 3. Диаграмма, изображающая рождение электрон-позитронной пары в статическом электрическом поле.

Волнистыми линиями изображено внешнее электрическое поле, на котором виртуальные частицы пары рассеиваются в точках (вершинах) A_1, A_2, A_3, \dots . Точки означают, что надо учесть все подобные диаграммы с произвольно большим числом вершин.

тием локальным (рожденные частицы находятся на расстоянии порядка комптоновской длины друг от друга), в то время как в постоянном поле частицы могут рождаться на довольно значительном *пространственно-подобном расстоянии* друг от друга⁸.

Возвращаясь к обсуждению вопросов рождения пар в гравитационном поле, следует иметь в виду обе возможности. На ранних этапах развития Вселенной, характеризующихся быстрым изменением гравитационного поля, рождение пар происходит в полной аналогии со случаем быстрого переменного электромагнитного поля. Подобные процессы, представляющие значительный интерес для космологии, в настоящее время интенсивно исследуются^{*)}. Аналогия с электромагнитным полем подсказывает нам, что в случае стационарного гравитационного поля можно надеяться на значительные эффекты рождения пар только в случае очень сильных полей. Подобные поля описываются в общей теории относительности как искривление пространства-времени. Сильные поля могут существовать только вблизи тел, обладающих большой массой и плотностью. Как указывалось во введении, подобные объекты обычно оказываются неустойчивыми и в результате коллапса массивных плотных тел возникают черные дыры. Поэтому при изучении вопроса о рождении пар постоянным гравитационным полем в качестве наиболее естественных астрофизических объектов, для которых эти явления могут оказаться существенными, рассматривают черные дыры.

*) Рождение скалярных частиц в изотропных моделях Вселенной было рассмотрено в работах⁹⁻¹¹. В работах^{12, 13} была выяснена важная роль анизотропии расширения пространства в процессах рождения частиц. Квантовым явлениям рождения различных частиц в разных космологических моделях посвящены работы¹²⁻²⁴.

полю число взаимодействий стремится к бесконечности, а вероятность рождения — к величине, приведенной выше.

Резюмируя изложенное, можно сказать, что главную роль при рождении пар в достаточно быстропеременном поле играет частота этого поля, в то время как в статическом случае определяющее значение имеет величина напряженности поля. Другим, крайне важным различием является то, что в переменном поле рождение пары является событием

ЧТО ТАКОЕ ЧЕРНАЯ ДЫРА. КОЛЛАПС ЗВЕЗД

Что же такое черная дыра? Во введении уже говорилось, что это объект, который возникает в результате необратимого сжатия (коллапса) массивного тела и характеризуется своим сильным гравитационным полем. Для более аккуратного определения черной дыры проще всего начать с рассуждения, принадлежащего Лапласу²⁵. Если частица обладает скоростью v , то она может, преодолев гравитационное поле массы M , уйти с поверхности тела на бесконечность только в том случае, если радиус тела R превосходит величину $R_0 = 2GM/v^2$ (G — гравитационная постоянная). Применяв этот результат к свету, получаем, что существует критический размер тела массы M $R_g = 2GM/c^2$ (называемый его *гравитационным радиусом*) такой, что если размер тела меньше R_g , то, даже свет не может уйти с поверхности этого тела на бесконечность, а удерживается сильным гравитационным полем.

Это качественное ньютоновское рассмотрение дает тот же самый результат, что и общая теория относительности, хотя в последней этот эффект описывается по-иному. Согласно общей теории относительности гравитационное поле проявляется через геометрические свойства пространства-времени. Распространение света в искривленном пространстве-времени характеризуется положением локальных световых конусов. Поэтому тот факт, что гравитационное поле тяготеющего тела искривляет лучи света и свет, как и все другие предметы, притягивается к тяготеющему объекту, означает, что в гравитационном поле локальные световые конусы наклоняются в сторону тяжелого тела (рис. 4).

Рассмотрим более подробно изображенный на рис. 4 процесс гравитационного коллапса массивной сферически-симметричной звезды, приводящий к образованию черной дыры. На этом рисунке ось времени направлена вверх, а положение и наклон локальных световых конусов соответствуют ситуации, возникающей при точном рассмотрении задачи в общей теории относительности. Картина локальных световых конусов позволяет понять, как распространяется свет в гравитационном поле коллапсирующего тела, и построить, в частности, поверхность фронта волны выходящего излучения. На рисунке показаны такие поверхности для света, испускаемого наружу с поверхности тела через равные промежутки времени. Гравитационное действие коллапсирующей звезды проявляется в том, что лучам света, покидающим поверхность звезды все труднее и труднее становится уйти на бесконечность, и, наконец, как видно из рисунка, существует такой момент времени, когда испущенный наружу свет уже никогда не достигнет бесконечности. Это происходит, когда поверхность коллапсирующего тела пересекает гравитационный радиус (т. е. поверхность размером $R_g = 2GM/c^2$).

Поверхность, образованная фронтом выходящей световой волны, испущенной в момент пересечения коллапсирующим телом гравитационного радиуса, называют *горизонтом событий*. Горизонт событий возникает и при несферическом коллапсе и всегда представляет собой светоподобную поверхность (т. е. поверхность, образованную лучами света). Название «горизонт событий» связано с тем, что поверхность горизонта делит пространство-время на две части, внешнюю, из которой сигнал может уйти на бесконечность, и внутреннюю, откуда такой уход невозможен. Это свойство горизонта событий и служит его определением в самом общем случае. Область пространства, лежащая под горизонтом событий, называется *черной дырой*. Границу черной дыры в момент времени t образует двумерная поверхность пересечения пространственноподобной гиперповерхности $t = \text{const}$ и горизонта событий. Возникновение горизонта собы-

тий, и, следовательно, образование черной дыры, всегда указывает на то, что в некотором объеме в пространстве плотность энергии возрастает настолько, что гравитационное поле не дает даже лучам света вырваться из этого объема.

Существование горизонта событий влечет за собой несколько важных и неожиданных следствий, для рассмотрения которых мы снова обратимся к картине сферически-симметричного коллапса, изображенной на рис. 4. Прежде всего из самого определения ясно, что никакая информация о происходящем под горизонтом событий недоступна внешнему наблюдателю. Поэтому говорят, что горизонт событий выполняет роль односторонней мембраны, через которую энергия и информация могут входить внутрь, но никогда не выходят наружу.

Как же будет видеть внешний наблюдатель картину гравитационного коллапса, если информация о движении тела после ухода под гравитационный радиус (под горизонт событий) ему недоступна? Из рисунка видно, что световые лучи, испущенные с поверхности тела через равные промежутки, будут приходить к отдаленному наблюдателю с тем большей задержкой, чем ближе к гравитационному радиусу происходит это испускание. Под действием гравитационного поля эти сигналы испытывают все более сильное «покраснение» и соответствующим образом уменьшается общая светимость звезды. Поэтому при коллапсе светящейся звезды наблюдатель видит быстрое (как показывают вычисления, экспоненциальное) уменьшение ее светимости и одновременное покраснение; при этом видимые размеры звезды стремятся (также экспоненциально) к гравитационному радиусу *). При коллапсе звезд с массой порядка нескольких солнечных масс уже через доли секунды после начала заметного покраснения звезда перестает быть видимой и образует черную дыру, т. е. компактный неизлучающий объект размером с гравитационный радиус. Так как гравитационное поле вне сферически-симметричного распределения вещества всегда статично (Биркгоф ²⁶), то и возникающая при коллапсе этого вещества черная дыра также статична.

В связи с появлением существенной необратимости в процессах, приводящих к образованию горизонта событий, естественно возникает вопрос о том, как связать подобную необратимость с обратимостью во времени уравнений Эйнштейна. Ответ на этот вопрос состоит в том, что при замене t на $-t$ существенно изменяются начальные условия. При подобной замене решение, описывающее коллапс, переходит в новое решение, соответствующее совершенно другой физической ситуации (антиколлапсу). Новое решение описывает систему, в которой вещество, обладая кинетической энергией большей, чем гравитационная энергия притяжения, необратимо расширяясь, выходит из-под гравитационного радиуса. На события, происходящие под сферой $R = R_g$, внешний наблюдатель не может повлиять, хотя происходящее под R_g ему доступно для наблюдений. В работах ^{27, 28} было показано, что если в отдельных областях Вселенной произошла задержка «взрыва», давшего начало разбеганию вещества, то подобные области могут дать начало антиколлапсирующим телам. Подобные объекты получили название белых дыр. (Более подробно вопрос о белых дырах освещен в ³.)

Что изменится в рассмотренной выше картине коллапса, если коллапсирующее тело не является сферически-симметричным? Если оно сжимается так, что его размеры по всем направлениям уменьшаются, то качественно картина коллапса остается прежней. При достаточно сильном сжатии тела гравитационное поле усиливается настолько, что свет с его поверхности уже не может уйти на бесконечность и возникает горизонт событий (рис. 5). Однако поверхность этого горизонта уже не сферически-симметрична. Существенное отличие от картины сферического

*) Характерное время «застывания» звезды и «покраснения» ее излучения есть $T \sim R_g/c \sim 10^{-5}$ (сек) M/M_\odot .

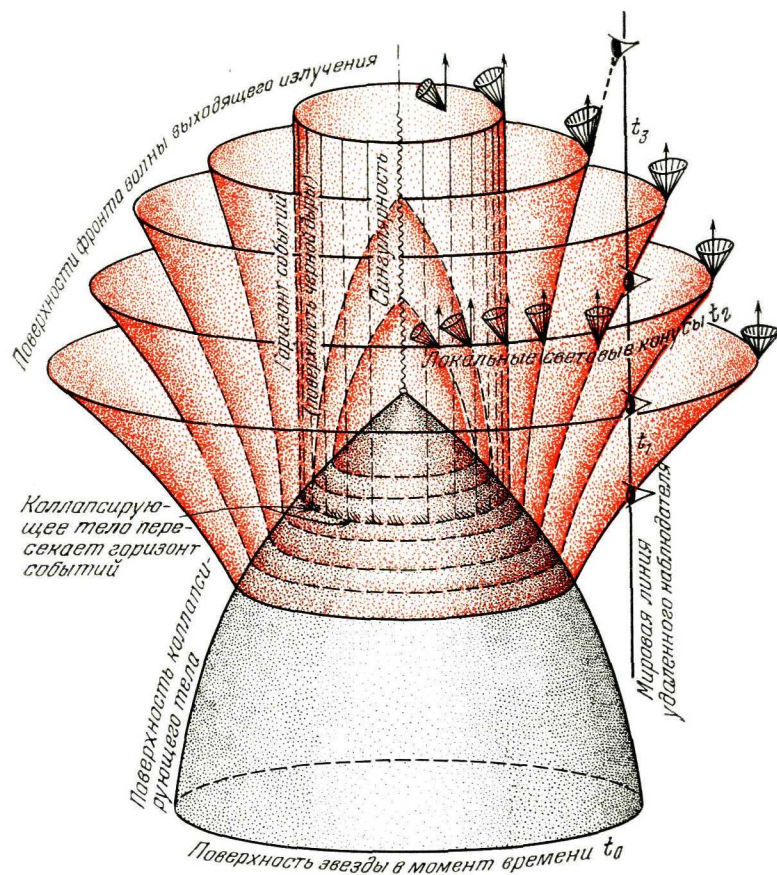


Рис. 4. Гравитационный коллапс сферически-симметричной звезды. На рисунке ось времени направлена вверх. Сферическая поверхность звезды в определенный момент времени схематически изображена в виде окружности.

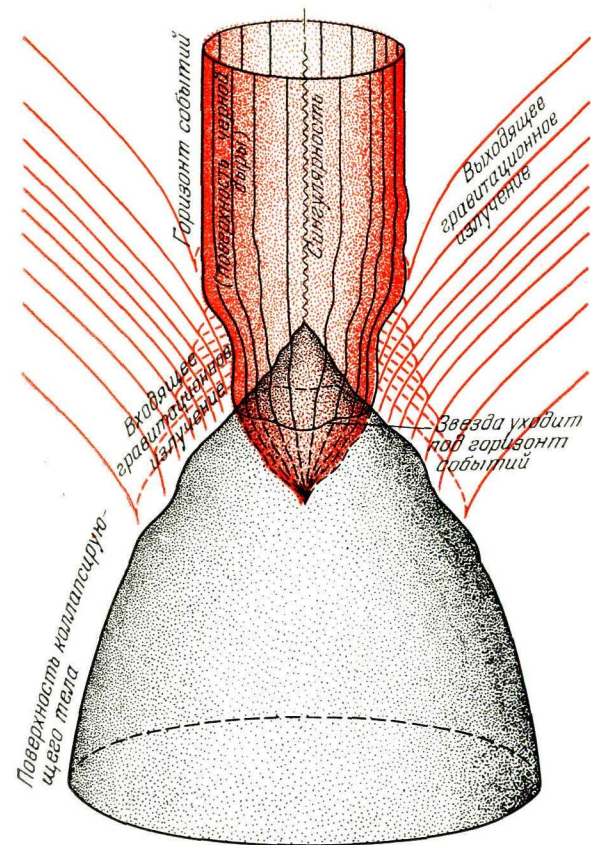
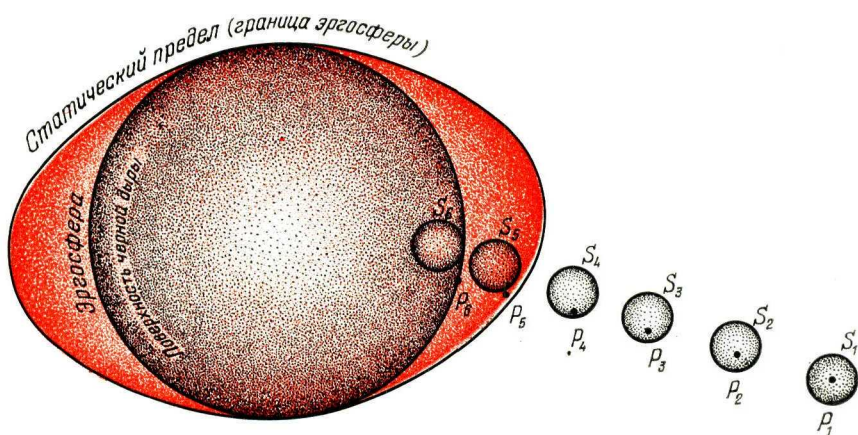
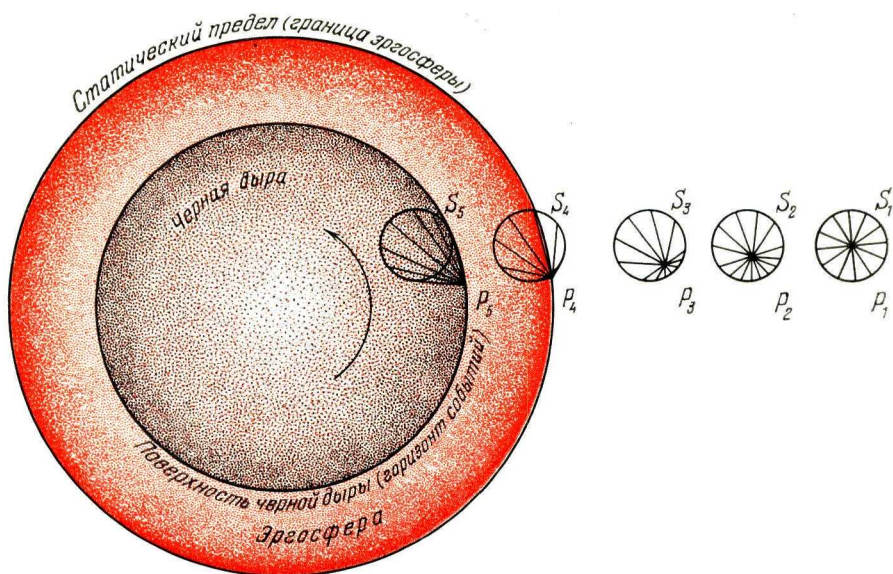


Рис. 5. Несферический гравитационный коллапс. Временная ось направлена вверх.



а)



б)

Рис. 6. Структура гравитационного поля вращающейся черной дыры.

На рис. а) дано объемное схематическое изображение вращающейся черной дыры. На рис. б) представлен «вид сверху» по оси вращения на ту же черную дыру. Сферические поверхности S_i изображают положение фронта волны излучения через малый промежуток времени после испускания волны в точках P_i .

коллапса состоит в том, что коллапсирующее тело теперь обладает квадрупольным и более высокими моментами, изменение которых при сжатии тела неизбежно приводит к возникновению гравитационного излучения *). Поэтому возникающая черная дыра нестатична. Однако довольно быстро в результате ухода гравитационных волн на бесконечность, а также частичного поглощения их черной дырой гравитационное поле становится статическим. Если в результате этих процессов в наблюдаемой области пространства не возникнут нефизические особенности (а есть некоторые основания полагать, что подобные «голые» сингулярности не возникают), то, как показал Израэль^{35, 36}, появившаяся статическая черная дыра обязательно будет сферически-симметричной, и подобная черная дыра совершенно не отличима от дыры, образовавшейся при сферическом коллапсе.

Отметим еще одно важное обстоятельство, связанное с образованием черной дыры. Появление горизонта событий означает, что если даже свет не может вырваться из ограниченной области пространства, то и тем более материальные частицы, удерживаемые гравитационным полем, уже не покинут эту область. Более того, под действием гравитационного поля вещество в этой области будет неограниченно сжиматься, и, как показал Пенроуз³⁷, рано или поздно неизбежно возникает сингулярность, т. е. физически особая область, где обычные представления о пространстве-времени перестают быть справедливыми. И хотя эти сингулярности, как и все, что лежит под горизонтом событий, недоступны для наблюдений извне, однако сам факт их неизбежного существования является довольно неприятным для теории и заставляет привлекать, в частности, квантовые представления с целью избежать подобной ситуации.

ВРАЩАЮЩАЯСЯ ЧЕРНАЯ ДЫРА

До сих пор, рассматривая коллапс, мы предполагали, что коллапсирующее тело не вращается. Понятно, что если вращение тела невелико и соответствующие центробежные силы неспособны разорвать его или препятствовать сжатию, то на некотором этапе сжатия, как и прежде, возникает горизонт событий. Образовавшаяся черная дыра снова становится стационарной после довольно быстрого процесса излучения гравитационных волн. Новым, однако, является то, что гравитационное поле этой черной дыры «чувствует» вращение сколлапсировавшей звезды.

Для того чтобы понять, каким образом вращение тяготеющего тела сказывается на свойствах его гравитационного поля, полезно рассмотреть случай слабого поля, когда отклонение метрики $g_{\mu\nu}$ от метрики плоского пространства-времени $\eta_{\mu\nu}$ мало: $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}$. В этом случае уравнения Эйнштейна сводятся к линейным уравнениям для $h_{\mu\nu}$ **)

$$\square h_{\mu\nu} = \frac{16\pi G}{c^4} \left(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2} \eta_{\mu\nu} T^\alpha_\alpha \right),$$

где $T_{\mu\nu}$ — тензор энергии-импульса вещества. В стационарном случае решение этих уравнений получается обычным способом в виде

$$h_{\mu\nu}(\mathbf{r}) = -\frac{4G}{c^4} \int \frac{T_{\mu\nu}(\mathbf{r}') - (1/2) \eta_{\mu\nu} T^\alpha_\alpha(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r}'.$$

*) Коллапс с малыми отклонениями от сферической симметрии рассмотрен в работах²⁹⁻³³. Несферическому коллапсу посвящен обзор³⁴.

**) Для ликвидации «координатного произвола» при получении этого уравнения наложено дополнительное условие на $h_{\mu\nu}$, напоминающее условие Лоренца в теории Максвелла: $\partial_\mu \left(h^\mu_\nu - \frac{1}{2} \delta^\mu_\nu h^\alpha_\alpha \right) = 0$.

Если выбрать цилиндрическую систему координат с осью z вдоль направления оси вращения тела, то компонента $T_{t\varphi}$ тензора энергии-импульса, описывающая поток вещества при вращении, отлична от нуля, и поэтому появляется отличная от нуля компонента $g_{t\varphi}$ гравитационного поля. Преобразованием координат, сохраняющим независимость $g_{\mu\nu}$ от времени, можно обратить в нуль эту компоненту только в том случае, когда центральное тело не обладает угловым моментом.

Таким образом, вращение тяготеющего тела приводит к появлению недиагональных компонент метрики g_{ti} . Эти новые компоненты поля проявляются в виде дополнительных сил *), действующих на пробные тела,двигающиеся в гравитационном поле вблизи вращающегося тела. Если в подобное гравитационное поле поместить гироскоп, то эта дополнительная (кориолисова) сила вызывает его прецессию, причем, если \mathbf{g} это вектор, имеющий компоненты g_{ti} , то угловая скорость этой прецессии будет $\Omega = (c/2) \operatorname{rot} \mathbf{g}$. Как показывают вычисления, если центральное вращающееся тело обладает угловым моментом \mathbf{J} , то на большом расстоянии R от тела угловая скорость прецессии гироскопа оказывается равной

$$\Omega = \frac{G}{c^2 R^3} [\mathbf{J} - 3\mathbf{n} (\mathbf{J}\mathbf{n})],$$

где \mathbf{n} — единичный вектор направления оси гироскопа.

Приведенной формулой можно воспользоваться для определения углового момента вращающегося гравитирующего тела по измерению скорости прецессии гироскопа, помещенного вдали от этого тела, и в том случае, когда гравитационное поле вблизи тела велико и пространство-время в прилегающей к вращающемуся телу области существенно искривлены. Описывающие подобное аксиально-симметричное стационарное гравитационное поле от вращающегося источника точные решения уравнений Эйнштейна должны содержать две константы: массу M и угловой момент J тела. Приближенное решение уравнений Эйнштейна, описывающее гравитационное поле вдали от вращающихся тел, было известно давно (решение Тирринга — Ленсе³⁹). Однако лишь в 1963 г. Керру удалось получить точное решение⁴⁰, описывающее гравитационное поле вне вращающегося тела, содержащее константы M и J . Как и в случае, когда центральное тело не вращается, описываемое решением Керра пространство-время обладает горизонтом, размер которого дается выражением

$$R_g = \frac{GM}{c^2} + \sqrt{\frac{G^2 M^2}{c^4} - \frac{J^2}{M^2 c^2}}.$$

Как выяснили позднее^{5, 41, 42}, решение Керра — это единственно возможное решение без особенностей, описывающее стационарное гравитационное поле в пустое, обладающее горизонтом событий.

Поэтому если в результате коллапса вращающейся звезды возникает горизонт событий, то после быстрого излучения гравитационных волн «возбужденная» вращающаяся черная дыра становится стационарной и однозначно определяется значениями ее массы M и углового момента J . Быстрое вращение звезды препятствует возникновению горизонта. Как видно из выражения для R_g , максимальный угловой момент тела, при

*) Чтобы избежать возможных недоразумений, заметим, что свободная частица в гравитационном поле всегда движется по соответствующей геодезической. В стационарном поле удобно описывать движение подобной частицы траекторией в трехмерном пространстве. Эти траектории в трехмерном пространстве этого пространства. Удобно объяснить «негеодезичность» трехмерных траекторий действием гравитационных сил (более подробно см. ³⁸, стр. 323). Именно о подобных силах и идет речь здесь и далее.

котором еще образуется горизонт, есть $J_{\max} = GM^2/c$. Черную дыру, обладающую максимальным угловым моментом, называют *экстремальной черной дырой*. Поверхность вращающейся черной дыры представляет собой уже не сферу, как в случае черной дыры без вращения, а более сложную поверхность вращения *), и площадь поверхности вращающейся черной дыры равна

$$S \left(\begin{array}{c} \text{площадь поверхности} \\ \text{черной дыры} \end{array} \right) = 8\pi \frac{GM}{c^2} \left(\frac{GM}{c^2} + \sqrt{\frac{G^2 M^2}{c^4} - \frac{J^2}{M^2 c^2}} \right).$$

Как и в случае невращающихся черных дыр, удивительным оказывается полная одинаковость черных дыр с вращением в случае совпадения пары описывающих их параметров M и J и полное «забвение» черной дырой своей предыстории и внутреннего «устройства» после ее образования.

ГРАВИТАЦИОННОЕ ПОЛЕ ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ЧЕРНОЙ ДЫРЫ. ЭРГОСФЕРА

Рассмотрим теперь более подробно свойства гравитационного поля, порождаемого черными дырами. Если черная дыра не вращается, то на пробное тело со стороны ее действует сила притяжения, величина которой зависит только от положения пробного тела и не зависит от величины и направления его скорости. По мере приближения к поверхности черной дыры это притяжение неограниченно возрастает. Поэтому никакая конечная сила не может удержать частицу на поверхности черного тела или извлечь ее из-под горизонта событий.

В гравитационном поле вращающейся черной дыры величина действующей на пробное тело силы зависит не только от положения тела, но и от его скорости (кроме обычной силы притяжения, появляется еще дополнительная «кориолисова» сила, вызванная вращением тяготеющего тела). При приближении к черной дыре сила притяжения, действующая на *неподвижное тело*, растет и обращается в бесконечность вне горизонта событий, на поверхности, называемой *статическим пределом* или *границей эргосферы*, определяемой уравнением

$$\left(\begin{array}{c} \text{уравнение} \\ \text{границы} \\ \text{эргосферы} \end{array} \right) R_{\Gamma\Xi} = \frac{GM}{c^2} + \sqrt{\frac{G^2 M^2}{c^4} - \frac{J^2}{M^2 c^2} \cos^2 \vartheta}.$$

Под этой поверхностью уже никакая сила не может удержать частицу в покое. Однако зависимость гравитационной силы от скорости пробного тела приводит к тому, что на частицу, обладающую моментом, совпадающим по направлению с угловым моментом черной дыры, действует меньшая сила, чем на покоящееся тело. Поэтому оказывается, что если частица движется по направлению вращения черной дыры, то гравитационная сила на границе горизонта остается конечной и подобные частицы можно извлечь наружу. Подобный эффект «компенсации» силы притяжения кориолисовой силой возможен в области, лежащей между поверхностью статического предела и поверхностью черной дыры. Эта область называется *эргосферой*. Взаимное расположение поверхности статического предела и поверхности черной дыры схематически изображено на рис. 6. Всякая частица, находящаяся в эргосфере, обязательно вращается вокруг

*) В дальнейшем на рисунках мы для простоты будем изображать, как это принято, поверхность черной дыры в виде сферы $R = R_g$, «забывая» о том, что R — не сферическая, а эллиптическая координата. Так как цель рисунков схематически показать взаимное расположение различных областей пространства-времени относительно друг друга, то принятое упрощение ничего качественно не изменяет.

черной дыры. В это вращение увлекается даже свет, как это видно из приведенной на рис. 6 схемы положения локальных световых конусов. Угловая скорость вращения разных частиц в эргосфере вдали от поверхности черной дыры может отличаться друг от друга, но все частицы, пересекающие горизонт событий, имеют одну и ту же угловую скорость. Эту величину называют угловой скоростью вращения черной дыры, и она оказывается равной ⁴³

$$\Omega \left(\begin{array}{c} \text{угловая скорость} \\ \text{черной дыры} \end{array} \right) = \frac{4\pi J}{MS}.$$

Все точки поверхности черной дыры вращаются с одной и той же угловой скоростью, и поэтому черная дыра в целом вращается, как твердое тело.

При уменьшении угловой скорости вращения черной дыры одновременно уменьшается и объем эргосферы. Поэтому в невращающейся черной дыре поверхности горизонта событий и статического предела совпадают. Как в случае вращения, так и в случае отсутствия вращения горизонт событий определяется как поверхность, из-под которой уже невозможно извлечь частицу наружу, какую бы силу мы ни прикладывали и какой бы скоростью (меньше скорости света) частица ни обладала.

Если на вращающуюся черную дыру падает периодически излучающее пробное тело, то действие гравитационного поля приводит к тому, что удаленный наблюдатель будет получать эти сигналы со все большей и большей задержкой. С точки зрения подобного наблюдателя падающее тело застывает около поверхности черной дыры и вращается вместе с ней с угловой скоростью Ω .

Излучение от частицы, падающей на вращающуюся черную дыру, испытывает качественно тот же эффект красного смещения, как и в случае черной дыры без вращения. Отличие состоит в том, что даже частицы без углового момента, падающие на вращающуюся черную дыру, увлекаются во вращение. Любые падающие частицы в эргосфере вращаются по направлению вращения черной дыры, и поэтому на обычный эффект красного смещения накладывается периодический доплер-эффект, вызванный этим движением. Величина дополнительного доплер-эффекта максимальна в экваториальной плоскости и обращается в нуль на полярной оси. Если исключить множитель, описывающий доплер-эффект, то при приближении частицы к горизонту сдвиг частот в гравитационном поле определяется соотношением

$$\frac{\omega_{\text{набл}}}{\omega_{\text{изл}}} \left(\begin{array}{c} \text{отношение наблюдаемой} \\ \text{частоты к частоте} \\ \text{излученной} \end{array} \right) \sim \exp \left(-\frac{\kappa t}{c} \right),$$

где κ — величина, называемая *поверхностной гравитацией*:

$$\kappa \left(\begin{array}{c} \text{поверхностная} \\ \text{гравитация} \end{array} \right) = \frac{4\pi c^2}{S} \sqrt{\frac{G^2 M^2}{c^4} - \frac{J^2}{M^2 c^2}}.$$

Если черная дыра не вращается, то $\kappa = c^4/4GM = GM/R_g^2$, и поверхностная гравитация представляет собой не что иное, как значение напряженности гравитационного поля (ускорение свободного падения) на поверхности черной дыры *). Как и угловая скорость, поверхностная гравита-

*) Значение $\kappa = GM/R_g^2$ совпадает с величиной напряженности гравитационного поля от тела с массой M на расстоянии R_g в ньютоновской теории тяготения. В общей теории относительности κ определяет напряженность гравитационного поля в следующем смысле. Пусть тело покоится вблизи поверхности невращающейся черной дыры и его четырехмерная скорость равна $u^\alpha = (\sqrt{g_{00}}, 0, 0, 0)$. Мировая линия подобного

ция для стационарной черной дыры одинакова для всех точек поверхности черной дыры.

Наряду с указанными выше характеристиками эргосфера обладает еще одним важным свойством: частицы и свет, двигающиеся в эргосфере, могут обладать отрицательной полной энергией. Рассмотрим это явление подробнее. Стационарность и аксиальная симметрия гравитационного поля вращающейся черной дыры, в полном согласии с теоремой Нётер, обеспечивают существование двух сохраняющихся величин: энергии и углового момента относительно оси.

Выражение для этих величин можно получить следующим образом. Наличие симметрии позволяет нам выбрать систему координат, в которой компоненты метрики не зависят от времени t и угловой переменной φ . Тогда сохраняющимися величинами оказываются проекции четырех-импульса на координатные линии t (энергия) и φ (угловой момент). То же самое можно записать в более инвариантном виде, если ввести пару векторных полей (называемых векторными полями Киллинга), задаваемых в выбранной выше координатной системе своими компонентами $\xi_{(t)}^\mu = \delta_t^\mu$ и $\xi_{(\varphi)}^\mu = \delta_\varphi^\mu$. Тогда энергия и угловой момент частицы определяются так:

$$E \text{ (энергия)} = g_{\mu\nu} p^\mu \xi_{(t)}^\nu, \quad L \text{ (угловой момент)} = g_{\mu\nu} p^\mu \xi_{(\varphi)}^\nu.$$

Выражение для энергии частицы в гравитационном поле

$$E \text{ (энергия частицы)} = m g_{0v} \frac{dx^v}{d\tau}$$

позволяет выяснить ряд обстоятельств. Если черная дыра не вращается, то недиагональные компоненты метрики отсутствуют и энергия частицы не зависит от направления движения, а определяется только модулем скорости (кинетическая энергия) и положением частицы в гравитационном поле (потенциальная энергия и гравитационный дефект масс). При движении частицы в поле вращающейся черной дыры ненулевые недиагональные компоненты метрики приводят к тому, что на величину энергии начинают влиять не только величина скорости, но и направление движения (значение момента). Энергия частицы, направление углового момента которой параллельно угловому моменту черной дыры, больше чем энергия частицы с противоположным направлением момента *).

Если энергия частицы в поле невращающейся черной дыры всегда положительна (гравитационный дефект массы частицы вне черной дыры может уменьшить величину энергии, но не сделать ее отрицательной), то в поле черной дыры с вращением возможна ситуация, когда сдвиг энергии за счет взаимодействия момента частицы с гравитационным полем столь велик, что полная энергия частицы становится отрицательной. Это

тела, очевидно, не является геодезической, и поэтому отлично от нуля четырехмерное ускорение. Изменение четырехмерной скорости за единицу времени t , измеренного по часам удаленного наблюдателя, равно $a^\alpha = (Du^\alpha/d\tau) d\tau/dt$. При приближении пробного покоящегося тела к поверхности черной дыры величина $|a| = \sqrt{-a_\alpha a^\alpha}$ стремится к ∞ . В инвариантной форме, в общем случае вращающейся черной дыры κ определяется следующим образом ⁴⁴. Пусть $\xi_{(t)}$ и $\xi_{(\varphi)}$ — векторные поля Киллинга, связанные с временной и аксиальной симметрией поля черной дыры, и $l^\alpha = \xi_{(t)}^\alpha + \Omega \xi_{(\varphi)}^\alpha$, где Ω — угловая скорость вращения черной дыры. Тогда κ определяется на горизонте соотношением $l_{;\beta}^\alpha l^\beta = \kappa l^\alpha$.

*) Если сферическое поле тяготения напоминает кулоново поле от заряженного шара, то дополнительное поле, возникающее при вращении тяготеющего поля, очень похоже на магнитное поле, появляющееся при вращении заряженного шара. Дополнительное взаимодействие момента частицы с гравитационным полем полностью аналогично явлению расщепления уровней энергии при движении заряженной частицы в магнитном поле.

возможно только в том случае, когда частица движется достаточно близко к поверхности черной дыры. Оказывается, что именно эргосфера и является той областью, где возможны состояния с полной отрицательной энергией.

Отметим, наконец, еще одно важное, хотя и несколько более формальное свойство эргосферы. Если вдали от черной дыры вектор $\xi_{(t)}$ времениподобен и имеет единичную длину, то внутри эргосферы $\xi_{(t)}$ обязан быть пространственноподобным. Это легко понять, если вспомнить, что вектор энергии-импульса времениподобен и для того чтобы полная энергия, равная скалярному произведению вектора энергии-импульса на $\xi_{(t)}$ была отрицательной, необходимо, чтобы $\xi_{(t)}$ был пространственноподобным вектором. Граница эргосферы определяется поэтому условием $\xi_{(t)}^\mu \xi_{(t)\mu} = 0$. В невращающейся черной дыре горизонт событий и граница эргосферы совпадают, поэтому вектор $\xi_{(t)}$ становится светоподобным на границе невращающейся черной дыры. Внутри черной дыры вектор $\xi_{(t)}$ пространственноподобен.

ИЗВЛЕЧЕНИЕ ЭНЕРГИИ ИЗ ЧЕРНОЙ ДЫРЫ. ТЕОРЕМА ХОУКИНГА

Наличие эргосферы позволяет (по крайней мере принципиально) черпать энергию, заключенную во вращающейся черной дыре. Рассмотрим сначала следующий мысленный эксперимент с невращающейся черной дырой. Будем на эту дыру опускать груз на прочной невесомой нити. Если масса груза m , то его полная энергия будет отличаться от mc^2 на величину, равную гравитационному дефекту масс. При достижении горизонта этот дефект масс достигает величины mc^2 и полная энергия груза обращается в нуль. Полная работа, совершенная гравитационным полем над грузом, в точности равна первоначальной внутренней энергии груза. Поэтому рассмотренный механизм позволяет освободить полную внутреннюю энергию, заключенную в теле, но энергия, заключенная в черной дыре при этом не расходуется и ее параметры такие как масса и размер, не изменяются. Если подобный эксперимент провести, не отбирая энергию от тела (например, дав ему возможность свободно падать), то в результате этого энергия черной дыры возрастет на величину, равную энергии, привнесенной в нее упавшим телом. Масса и размер черной дыры при этом возрастут.

Если вспомнить, что никакие тела и никакое излучение не могут выйти из черной дыры (из-под горизонта событий), то легко понять, что масса и размер невращающейся черной дыры не убывают со временем. Иначе говоря, площадь поверхности невращающейся черной дыры или остается неизменной, или растет. Оказывается ⁵, это имеет место не только в случае невращающихся черных дыр, но и в самой общей ситуации. *А именно, площадь поверхности черной дыры не может уменьшиться. Если имеется несколько черных дыр, то общая площадь их поверхностей не уменьшается при произвольном (классическом) взаимодействии черных дыр с веществом и друг с другом.* Этот результат получил название *теоремы Хоукинга* (рис. 7). Строгое доказательство этой теоремы требует применения довольно сложной математики. Центральным моментом доказательства является использование обнаруженного ранее Пенроузом свойства световых лучей, образующих горизонт, состоящего в том, что подобные световые лучи никогда не пересекаются. Если предположить, что световые лучи, образующие горизонт, начинают сближаться и плотность энергии везде в пространстве неотрицательна, то фокусирующее действие гравитационного поля проявляется в том, что это сближение должно привести к пересечению световых лучей. На основании этого делается вывод, что световые лучи, образующие горизонт, не могут быть сходящимися, а следовательно, площадь поверхности горизонта не может уменьшаться.

Теорема Хоукинга в силу своей общности имеет много полезных и интересных следствий. В качестве первого из них рассмотрим применение этой теоремы к случаю одной стационарной черной дыры. Если вращение отсутствует, то площадь поверхности горизонта пропорциональна

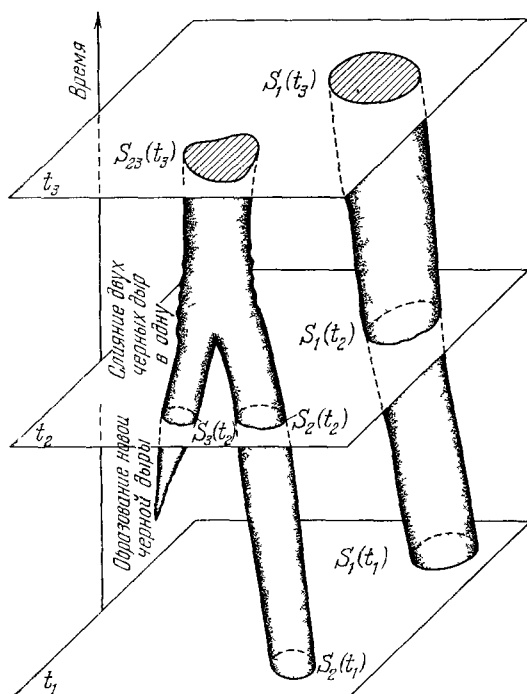


Рис. 7. Возможные процессы с черными дырами. Иллюстрация к теореме Хоукинга.

Плоскости t_1 , t_2 , t_3 обозначают пространственные сечения в соответствующие моменты времени, $S_a(t_i)$ — площадь поверхности черной дыры номера a в момент времени t_i . Две черные дыры могут сливаться в одну, черные дыры могут возникать, площадь поверхности одиночной черной дыры возрастает со временем. Одна черная дыра не может распасться на две или более черных дыр. Общая площадь поверхностей черных дыр в момент времени t обозначена $S(t)$. Теорема Хоукинга утверждает, что $S(t)$ — неубывающая функция времени.

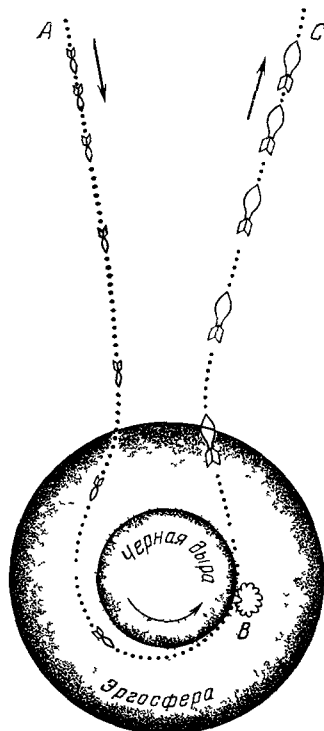


Рис. 8. Процесс Пенроуза.

Тело, падающее с некоторого расстояния (положение A), влетает в эргосферу вращающейся черной дыры и распадается в точке B около поверхности черной дыры на два осколка. Один из этих осколков поглощается черной дырой. Параметры взрыва выбраны так, что его энергия отрицательна. Другой осколок вылетает из эргосферы (положение C), обладая энергией большей, чем энергия падающего тела.

квадрату массы черной дыры, поэтому, как мы уже поясняли выше, любые процессы могут лишь увеличить массу черной дыры и, следовательно, извлечение энергии из нее невозможно.

Массу вращающейся черной дыры можно уменьшить не нарушая теоремы Хоукинга только в том случае, если при этом одновременно уменьшается и величина ее углового момента. (Это нетрудно проверить, анализируя приведенное ранее выражение для площади поверхности вращающейся черной дыры.) Пенроуз⁴⁵ предложил следующий мысленный эксперимент, показывающий, каким образом можно отнять у вращающейся черной дыры ее энергию вращения. Бросим на вращающуюся черную дыру (рис. 8) тело таким образом, чтобы оно влетело в эргосферу. Пусть в эргосфере это тело в результате взрыва в определенной точке распадается на две части. Можно выбрать параметры взрыва так, что одна из частей приобретает угловой момент, направленный против вращения черной

дыры, и полная энергия ее будет отрицательной, а вторая часть вылетает из эргосферы наружу. Тогда простое применение закона сохранения энергии показывает, что полная энергия вылетающей части будет больше, чем энергия падающего тела. Закон сохранения углового момента приводит к тому, что одновременно с извлечением энергии из черной дыры вылетевшее тело обязано унести и часть ее углового момента. Как показывают вычисления, максимальный выигрыш энергии в таком процессе достигается при распаде падающей частицы около самого горизонта событий. В этом случае площадь горизонта не изменяется. Подобные процессы, при которых площадь поверхности черной дыры не увеличивается, называют *обратимыми*. Теорема Хоукинга позволяет просто оценить максимальное количество энергии, которое можно извлечь из вращающейся черной дыры массой M и обладающей угловым моментом J . Эта энергия равна

$$E_{\text{вр}} \left(\begin{array}{c} \text{энергия вращения} \\ \text{черной дыры} \end{array} \right) = Mc^2 \left[1 - \sqrt{\frac{1}{2} \left(1 + \sqrt{1 - \frac{J^2 c^2}{G^2 M^4}} \right)} \right].$$

Это выражение, определяющее запас энергии вращения в черной дыре и равное энергии, извлекаемой из нее при обратимом процессе, можно получить следующим образом. Обозначим через M_1 массу невращающейся черной дыры, получаемой в обратимом процессе из вращающейся дыры. Условие обратимости позволяет найти M_1 , приравняв площади поверхностей вращающейся и полученной из нее невращающейся черных дыр. Величина $E_{\text{вр}}$ получается затем как $E_{\text{вр}} = (M - M_1) c^2$.

Другим следствием теоремы Хоукинга является *невозможность распада* черной дыры ни при каких внешних воздействиях на нее. Действительно, предположим что черная дыра (масса M и угловой момент J) распадается на пару других черных дыр (массы M_1 , M_2 и угловые моменты J_1 , J_2). Закон сохранения энергии позволяет заключить

$$\left(\begin{array}{c} \text{закон сохранения} \\ \text{энергии} \end{array} \right) \quad M \geq M_1 + M_2.$$

(Неравенство возникает из-за того, что часть энергии при распаде может быть унесена гравитационным излучением.) С другой стороны, условие неубывания площади поверхности черных дыр дает неравенство

$$\left(\begin{array}{c} \text{площадь черных} \\ \text{дыр не убывает} \end{array} \right) \quad M \left(M + \sqrt{M^2 - \frac{J^2 c^2}{G^2 M^2}} \right) \leq \\ \leq M_1 \left(M_1 + \sqrt{M_1^2 - \frac{J_1^2 c^2}{G^2 M_1^2}} \right) + M_2 \left(M_2 + \sqrt{M_2^2 - \frac{J_2^2 c^2}{G^2 M_2^2}} \right).$$

Легко показать, что выписанные два неравенства несовместны и тем самым закончить доказательство невозможности распада черной дыры.

Можно проверить, что теорема Хоукинга не запрещает обратного процесса — слияния двух черных дыр в одну. При таком явлении может освободиться часть энергии, заключенной внутри черной дыры. На основании теоремы Хоукинга можно оценить, что при столкновении двух вращающихся черных дыр может освободиться энергия до $(1 - 2^{-3/2}) \times (M_1 + M_2) c^2$. Отметим, что даже при столкновениях двух невращающихся черных дыр выделяется некоторая часть их внутренней энергии. Эта величина, однако, не превосходит $(1 - 2^{-1/2}) (M_1 + M_2) c^2$.

ЧЕТЫРЕ ЗАКОНА ФИЗИКИ ЧЕРНЫХ ДЫР. АНАЛОГИЯ С ТЕРМОДИНАМИКОЙ

С теоремой Хоукинга связана одна неожиданная, и, как оказалось, довольно полезная аналогия, существующая между физикой черных дыр и термодинамикой.

Так же как термодинамическая система, произвольная черная дыра после релаксационных процессов (излучения гравитационных волн) приходит к состоянию равновесия (стационарная черная дыра), в котором она полностью описывается конечным числом параметров. Внутренняя энергия E стационарной черной дыры $E = Mc^2$, определяемая ее массой M , может быть найдена, если известны площадь поверхности черной дыры и ее угловой момент. (Для этого достаточно использовать выражение для площади поверхности черной дыры.) Рассмотрим две стационарные черные дыры, площади поверхностей которых отличаются на δS , а угловые моменты — на δJ . Тогда вычисления показывают, что внутренняя энергия этих черных дыр отличается на величину $\delta E = \delta (Mc^2)$, равную⁴⁵

$$\left(\begin{array}{c} \text{первый закон} \\ \text{физики черных тел} \end{array} \right) \quad \delta E = \frac{\kappa c^2}{8\pi G} \delta S + \Omega \delta J.$$

В этой формуле величина κ , стоящая перед δS , является поверхностной гравитацией, а Ω — угловая скорость вращения черной дыры. Второй член справа представляет собой обычное выражение для изменения энергии вращения. Внешне выписанная формула напоминает первое начало термодинамики: $\delta E = T \delta S + \Omega \delta J$, дающее выражение для изменения внутренней энергии вращающегося с угловой скоростью Ω тела при изменении его энтропии δS и углового момента δJ .

Бекенштейн⁴⁶ предположил, что величину, пропорциональную κ , можно в некотором смысле рассматривать как температуру черной дыры, а величина, пропорциональная площади черной дыры, играет роль, аналогичную энтропии.

В полном соответствии с этой аналогией теорема Хоукинга приводит к тому, что полная энтропия системы черных дыр (т. е. величина, пропорциональная сумме поверхностей черных дыр S) не убывает, т. е. имеет место

$$\left(\begin{array}{c} \text{второй закон} \\ \text{физики черных дыр} \end{array} \right) \quad \delta S \geq 0.$$

Как выяснилось, указанную аналогию можно проследить довольно далеко. В обоих случаях (в термодинамике и физике черных дыр) второе начало в силу своей необратимости выделяет некоторое направление времени. В термодинамике закон возрастания энтропии приводит к тому, что определенная часть внутренней энергии обесценивается, т. е. не может быть превращена в работу. Совершенно аналогично закон возрастания площади черной дыры показывает, что доля внутренней энергии черной дыры, которую из нее нельзя извлечь (например, с помощью процесса Пенроуза), возрастает со временем. Как и в термодинамике, величина S связана с невозможностью получить подробную информацию о строении системы (в данном случае о внутренности черной дыры). Энтропия термодинамической системы в состоянии равновесия измеряет неопределенность, с которой внешние термодинамические параметры (давление, температура) определяют внутреннюю конфигурацию. Черные дыры, определяемые в состоянии равновесия несколькими параметрами (масса, угловой момент), при одинаковом значении этих параметров могут иметь самое различное происхождение и внутреннюю структуру. Естественно поэтому

ввести понятие об энтропии черной дыры как мере неопределенности внутреннего строения при заданных внешних параметрах.

Бекенштейн^{46, 47} рассмотрел процесс падения на черную дыру малой системы, обладающей энтропией и на определенной модели показал, что происходящее при этом увеличение поверхности черной дыры пропорционально энтропии падающего тела. Чтобы можно было говорить о полной энтропии системы, состоящей из черных дыр и обычного вещества, необходимо найти коэффициент пропорциональности между поверхностью черной дыры и соответствующей эффективной энтропией. Этот коэффициент был установлен Хоукингом^{48, 49} при изучении квантовых процессов в черных дырах (см. последующие разделы статьи).

Оказалось, что

$$\tilde{S} \left(\begin{array}{c} \text{энтропия} \\ \text{черной дыры} \end{array} \right) = \frac{S}{4l_{\text{пл}}^2}, \quad \theta \left(\begin{array}{c} \text{температура} \\ \text{черной дыры} \end{array} \right) = \frac{\hbar\kappa}{2\pi ck},$$

где $l_{\text{пл}} = \sqrt{\hbar G/c^3}$ — планковская длина, k — постоянная Больцмана. Если \tilde{S} — это полная энтропия черных дыр в системе (т. е. сумма энтропий отдельных черных дыр) и S_m — энтропия вещества вне черных дыр, то имеет место

$$\left(\begin{array}{c} \text{обобщенный} \\ \text{закон физики} \\ \text{черных дыр} \end{array} \right) \quad \delta\tilde{S} + \delta S_m \geq 0.$$

Выражение для энтропии черной дыры нетрудно «получить» из размерных соображений (с точностью до численного коэффициента). Энтропия, как логарифм числа состояний системы, есть величина безразмерная, а площадь поверхности черной дыры имеет размерность квадрата длины. Для обезразмеривания ее делят на квадрат универсальной (планковской) длины. Появление постоянной Планка в формуле для энтропии классической системы не должно удивлять читателя. Подобным образом, например, появляется \hbar в выражении для энтропии классического больцмановского газа. Величина энтропии связана с числом состояний системы, а реальные состояния системы в конечном счете всегда квантовые. Выражение для эффективной температуры черной дыры получается как коэффициент при $\delta\tilde{S}$ в формуле первого закона физики черных дыр.

В термодинамике, как хорошо известно, равновесие невозможно, если разные части системы имеют различную температуру. Наличие состояния термодинамического равновесия и существование температуры в термодинамике постулируются нулевым началом. В физике черных дыр подобным образом оказалось, что величина поверхностной гравитации в стационарной черной дыре есть постоянная величина⁴⁴:

(нулевой закон физики черных дыр): *поверхностная гравитация κ стационарной черной дыры постоянна везде на горизонте.*

Если поверхностная гравитация в разных точках поверхности черной дыры различна, то такая черная дыра нестационарна и по прошествии некоторого времени приходит в стационарное состояние с постоянным значением κ .

Наконец, в полной аналогии с третьим законом термодинамики можно сформулировать⁴⁴:

(третий закон физики черных дыр): *поверхностную гравитацию κ невозможно обратить в нуль посредством любого конечного числа операций.*

Следует особо подчеркнуть, что температура и энтропия черных дыр, введенные выше, никоим образом не связаны с температурой и энтропией сколлапсировавшего вещества. Независимо от того, насколько глубоки

основания для сформулированной аналогии физики черных дыр и термодинамики, приведенные выше законы физики черных дыр оказываются крайне полезными при рассмотрении различных явлений с участием черных дыр, точно так же, как начала термодинамики позволяют изучать многие общие характеристики термодинамических процессов.

СУПЕРРАДИАЦИЯ. НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ВАКУУМА В ПОЛЕ ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ЧЕРНОЙ ДЫРЫ

После этих замечаний, касающихся теоремы Хокинга и ее применений, вернемся к вопросу об извлечении энергии из вращающихся черных дыр. Способ, предложенный Пенроузом, можно несколько изменить, рассмотрев вместо падающего на вращающуюся черную дыру тела, соответствующим образом подобранную электромагнитную волну или волну какого-либо другого поля⁵⁰⁻⁵². Стационарность поля черной дыры приводит к тому, что частота падающей и частота отраженной волны ω будет одна и та же. При рассмотрении подобной задачи, удобно используя аксиальную симметрию искать решение в виде разложения по модам типа $\exp[i(\omega t + m\varphi)] R_{\omega m}(r, \theta)$. Обычно амплитуда рассеянной волны меньше амплитуды падающей, так как часть энергии поглощается черной дырой. Однако, оказывается, если выполняется следующее условие:

$$\left(\begin{array}{c} \text{условие усиления} \\ \text{волны} \end{array} \right) \quad \omega \leq m\Omega,$$

где Ω — угловая скорость черной дыры, то происходит усиление отраженной волны. Поэтому волны с соответствующими частотой ω и азимутальным квантовым числом m можно использовать для отбора энергии от вращающейся черной дыры.

Условие усиления волны можно довольно просто получить, используя сформулированные в предыдущем разделе законы физики черных дыр. Для этого предположим, что усиленная волна обладает дополнительной энергией ε и дополнительным моментом j по сравнению с падающей. Отношение ε/j , как нетрудно видеть, совпадает с ω/m . И энергию, и момент усиленная волна отбирает у вращающейся черной дыры, поэтому изменение энергии черной дыры есть $\delta E = -\varepsilon$ и изменение углового момента $\delta J = -j$. На основании первого закона физики черных дыр заключаем, что $(\kappa^2/8\pi G) \delta S = \Omega j - \varepsilon$. Если теперь вспомнить второй закон, говорящий, что $\delta S \geq 0$, то находим, что $j\Omega \geq \varepsilon$. Используя, наконец, соотношение $\varepsilon/j = \omega/m$, получаем окончательно условие усиления волны в приведенной выше форме.

Условие усиления универсально и не зависит от спина излучения. От спина поля существенно зависит коэффициент усиления волны⁵³. Если для электромагнитного поля максимальное увеличение энергии волны составляет 4,4%, то для гравитационной волны увеличение энергии уже порядка 138%. Явление усиления падающей волны вращающейся черной дырой получило название *суперрадиации*. Это явление аналогично известному в классической электродинамике явлению усиления электромагнитных волн, падающих на вращающийся поглощающий цилиндр.

Интересно отметить, что приведенный выше вывод условия усиления волны и само условие усиления полностью воспроизводятся в случае падения волны на вращающийся поглощающий цилиндр, если под Ω понимать угловую скорость вращения цилиндра и вместо законов физики черных дыр применить их термодинамические аналоги. Заметим также, что этот эффект принадлежит к группе явлений, возникающих, когда граница раздела сред имеет скорость, превышающую фазовую скорость волны излучения. В рассматриваемом случае явление усиления возникает, когда угловая скорость границы Ω превосходит угловую фазовую скорость волны, равную ω/m .

Явление суперрадиации — это чисто классическое явление. Это проявляется, например, в том, что коэффициент усиления не зависит от постоянной Планка. Как и другие классические процессы, явление суперрадиации можно описать на квантовом языке. При подобном описании явление суперрадиации состоит в увеличении числа квантов в отраженной волне по сравнению с числом квантов в падающей. Действительно, энергия волны пропорциональна квадрату ее амплитуды, а общее число квантов в волне можно найти, вспомнив, что энергия кванта частоты ω есть $\hbar\omega$. Поэтому увеличение амплитуды при неизменной частоте означает увеличение общего числа квантов поля.

Если окружить черную дыру полностью отражающими излучение стенками, то даже малый сигнал, обладающий параметрами, удовлетворяющими условию усиления, будет непрерывно расти. Подобная мысленная система вполне могла бы явиться генератором соответствующего излучения.

Рассмотрение классического явления суперрадиации позволяет понять и возможность связанного с ним чисто квантового эффекта — *спонтанного рождения частиц из вакуума в гравитационном поле* вращающейся черной дыры. Дело в том, что в физическом вакууме (в отличие от вакуума в классической физике) равно нулю лишь среднее значение поля, в то время как сами поля флуктуируют около этих нулевых значений (нулевые колебания). Амплитуда тех из нулевых колебаний, для которых выполняется условие усиления, непрерывно возрастает и это проявляется в рождении реальных квантов поля с квантовыми числами ω, m ($\omega \leq \Omega m$). Для безмассовых полей точное выражение для потока энергии и углового момента, уносимых рожденными из вакуума квантами, дается формулами ^{52 54}

$$\frac{dE}{dt} \left(\begin{array}{c} \text{поток энергии} \\ \text{на бесконечности, уносимый} \\ \text{рожденными из вакуума} \\ \text{квантами} \end{array} \right) = \frac{\mu}{\pi} \sum_{\substack{l, m \\ m\Omega > 0}} \int_0^{m\Omega} (K_{lm}(\omega) - 1) \hbar\omega d\omega,$$

$$\frac{dJ}{dt} \left(\begin{array}{c} \text{поток углового момента,} \\ \text{уносимый рожденными} \\ \text{из вакуума квантами} \end{array} \right) = \frac{\mu}{\pi} \sum_{\substack{l, m \\ m\Omega > 0}} \int_0^{m\Omega} (K_{lm}(\omega) - 1) \hbar m d\omega,$$

где $\mu = 1$ для скалярного поля и $\mu = 2$ для остальных полей, а $K_{lm}(\omega)$ — коэффициент усиления волны частотой ω и обладающей полным моментом l и проекцией момента на ось вращения m .

Качественно (с точностью до численных коэффициентов) можно получить приведенные выражения из следующих грубых соображений. Предположим, черная дыра окружена большой граничной сферой размера L (много большего, чем размер черной дыры). Если мы зафиксируем квантовые числа l и m , то задача о стационарных состояниях с нулевыми граничными условиями на внешней сфере является одномерной задачей, поэтому в интервале $d\omega$ число уровней имеет порядок $dn \sim L d\omega/c$. Стационарное состояние с определенной энергией является суперпозицией двух волн, бегущих внутрь и наружу, в каждой из которых поток вероятности имеет порядок $j \sim c/L$. Волны, бегущие внутрь, к поверхности черной дыры, усиливаются. В вакуумном состоянии состояние с частотой ω обладает энергией $\hbar\omega/2$, поэтому если коэффициент усиления есть $K_{lm}(\omega)$, то вклад в поток энергии от состояния с частотой ω имеет порядок $(\hbar\omega/2)(c/L)(K_{lm}(\omega) - 1)$. Вспоминая, что число состояний с частотами, лежащими в интервале $(\omega, \omega + d\omega)$, есть $dn \sim L d\omega/c$, находим вклад в поток энергии от состояний, лежащих в интервале $d\omega$ в виде $(\hbar\omega/2)(K_{lm}(\omega) - 1)d\omega$. Интегрирование этой величины по частотам, при которых коэффициент усиления больше единицы, и суммирование по квантовым числам l и m приводит (с точностью до коэффициента) к выражению для потока энергии рожденных из вакуума квантов, приведенному выше. Совершенно аналогично можно прийти и к формуле для потока углового момента.

Эффект рождения квантов в поле вращающейся черной дыры можно рассмотреть и несколько иным способом, при котором роль эргосферы проявляется более отчетливо. Для этого поступим так же, как поступали ранее при выяснении вопроса о рождении пар в постоянном электрическом поле, т. е. узнаем, допускают ли законы сохранения (в нашем случае сохранения энергии и момента) рождение пары частиц. Для того чтобы при рождении такой пары полная энергия и момент системы не изменился, необходимо чтобы суммарный момент и суммарная энергия рожденной пары были равны нулю. Это оказывается возможным, если одна из рожденных частиц находится в эргосфере и обладает отрицательной энергией. Процессы, допускаемые законами сохранения, обычно имеют место в квантовой теории. Эти общие соображения подтверждаются в настоящем случае конкретными расчетами, показывающими, что в гравитационном поле вне черной дыры вакуум не является устойчивым относительно процессов рождения пар. Одна из рожденных частиц, обладающая отрицательной энергией, падает на черную дыру, уменьшая ее массу и угловой момент. Другая из рожденных частиц, преодолев потенциальный барьер гравитационных и центробежных сил, уходит на бесконечность. Поэтому вне вращающейся черной дыры появляется постоянный поток рожденных частиц, уносящих энергию и момент черной дыры.

Характерная частота (измеренная удаленным наблюдателем) этого излучения имеет порядок $\omega \sim \Omega$, а полный поток энергии, как видно из приведенного точного выражения, имеет порядок $dE/dt \sim \hbar \Omega^2$. Максимальное значение угловой скорости черной дыры массой M достигается у экстремальной черной дыры и имеет значение $\Omega_{\max} = c^3/2GM$. Поэтому рождающиеся кванты имеют длину волны порядка или превосходящую размер черной дыры. Характерный порядок энергии квантов, рожденных в максимально вращающейся черной дыре, есть $\hbar\omega \sim c^3\hbar/GM \sim \sim 100 (M_{\text{эв}}) \cdot 10^{15} \text{ г}/M$. Скорость истечения энергии из такой черной дыры имеет порядок $dE/dt \sim \hbar (c^3/GM)^2 \sim 10^{20} (\text{эрг}/\text{сек}) (10^{15} \text{ г}/M)^2$. Приведенные оценки показывают, что для черных дыр, возникающих при коллапсе звезд (масса которых превосходит солнечную, т. е. больше величины $2 \cdot 10^{33} \text{ г}$) подобные квантовые эффекты крайне малы даже для быстро вращающихся черных дыр и полностью отсутствуют у черных дыр без вращения. Все обсуждаемые выше вопросы касались только рождения безмассовых частиц (фотонов, нейтрино, гравитонов), скорость же рождения массивных частиц существенно меньше.

РОЖДЕНИЕ ПАР В НЕВРАЩАЮЩИХСЯ ЧЕРНЫХ ДЫРАХ. ЭФФЕКТ ХОУКИНГА

Приведенные в предыдущем разделе рассуждения показывают, что рождение пары вне невращающейся черной дыры энергетически невозможно (частица вне черной дыры без вращения всегда имеет положительную энергию), и поэтому имеются основания полагать, что в невращающейся черной дыре вакуум полностью устойчив.

Результат, недавно полученный Хоукингом ^{48, 49 *}) заставил отказаться от этого представления. В своей работе Хоукинг рассмотрел безобидный на первый взгляд вопрос о том, сколько частиц рождается в процессе коллапса, приводящего к образованию невращающейся черной дыры. Казалось, что ответ на этот вопрос должен состоять в следующем. В процессе коллапса гравитационное поле переменное, и, как всякое переменное поле, оно рождает частицы. Однако с точки зрения внешнего

*) Позднее результаты Хоукинга были подтверждены целым рядом авторов ⁵⁵⁻⁵⁸.

наблюдателя коллапсирующее тело довольно быстро застывает у гравитационного радиуса и образующееся статическое внешнее поле не способно рождать частицы. Поэтому наблюдатель, изучающий явление коллапса, регистрирует некоторое конечное число частиц, образующихся при коллапсе и выходящих наружу. Общее число частиц зависит от конкретных характеристик коллапса, и почти все рожденные частицы образуются на активной стадии коллапса.

Хоукингом, однако, был получен совершенно иной результат. Оказалось, что кроме конечного числа частиц, рожденных переменностью поля, зависящего от деталей коллапса, всегда присутствует также и остающийся после активной стадии коллапса стационарный поток рожденных частиц. Спектр и интенсивность этого потока определяются только параметрами образовавшейся стационарной черной дыры *). Более того, каждая невращающаяся черная дыра рождает и излучает частицы такие, как фотоны, нейтрино или гравитоны, с той же скоростью, как если бы она являлась черным телом, нагретым до температуры $\theta = \hbar\kappa/2\pi ck$ (т. е. до эффективной температуры черной дыры).

В связи с этим довольно неожиданным результатом естественно возникает несколько вопросов, требующих ответа. Прежде всего необходимо понять, каким образом этот результат согласуется с утверждением о том, что гравитационное поле вне невращающейся статической черной дыры не может породить пару. Видимое противоречие результата Хоукинга и этого утверждения легко разрешается, если вспомнить, что при квантовом рождении частиц в статических полях, рожденные компоненты пары могут появляться в виде реальных частиц на значительном пространственноподобном расстоянии друг от друга. Поэтому возможна ситуация, когда одна из рожденных частиц оказывается под поверхностью черной дыры, в то время как другая появляется снаружи. Под поверхностью черной дыры частица может обладать отрицательной полной энергией (так как векторное поле Киллинга там пространственноподобно, т. е. ситуация подобна той, которая имеет место в эргосфере). Поэтому закон сохранения энергии допускает рождение подобных пар. Частицу, рожденную под горизонтом, внешний наблюдатель никогда не увидит. Вторая из рожденных частиц после преодоления потенциального барьера гравитационных и центробежных сил может уйти на бесконечность. Совершенно аналогично можно убедиться в том, что если в процессе Пенроуза распад частицы, влетающей под поверхность черной дыры, происходит квантовым образом, так что одна из частиц распада оказывается вне горизонта событий, то эта частица вне горизонта может обладать большей энергией, чем падающая, т. е. в подобном квантовом процессе Пенроуза может быть извлечена часть энергии невращающейся черной дыры.

Второй естественный вопрос касается теоремы Хоукинга. В результате квантовых процессов масса невращающейся черной дыры может уменьшиться, а это приводит к уменьшению площади поверхности черной дыры, что противоречит теореме Хоукинга. Однако следует напомнить,

*) При рассмотрении процессов квантового рождения пар в электрическом поле, например в поле конденсатора, обычно используют следующий прием. Для удобства определения состояния вакуума и понятия частицы первоначально рассматривают конденсатор без поля, а затем, тем или иным способом увеличивая поле до интересующего максимального постоянного значения, находят общее число рожденных частиц. Это общее число частиц можно разделить на две части. Первая часть зависит от способа и скорости включения поля, а вторая — полностью определяется характеристиками постоянного поля и представляет собой стационарный поток частиц, рожденных постоянным статическим полем. Эта ситуация полностью аналогична рассматриваемому случаю, в котором гравитационное поле черной дыры «включается» в результате коллапса.

что эта теорема была сформулирована и доказана в предположении, что все частицы и поля, участвующие в рассмотрении, являются классическими. В квантовом случае предположение о том, что локальная плотность энергии — всегда положительная величина, может не выполняться^{59 *}).

Хотя в квантовом случае классическая теорема Хоукинга несправедлива, обобщенный второй закон физики черных дыр по-прежнему остается верным. Более того, если бы черные дыры не излучали как черные тела с указанной эффективной температурой, то обобщенный второй закон физики черных тел неизбежно оказался бы нарушенным. В этом можно убедиться, рассматривая подобную черную дыру, помещенную в газ излучения, находящийся при температуре меньшей, чем эффективная температура черной дыры.

Действительно, предположим, что эффективная температура черной дыры θ_1 больше температуры θ_2 газа излучения и излучение от черной дыры отсутствует. Пусть за единицу времени черная дыра поглощает тепловое излучение, обладающее энергией δE . Энтропия газа излучения при этом уменьшается на $\delta S_2 = \delta E/\theta_2$, а эффективная энтропия черной дыры увеличивается на $\delta \tilde{S}_1 = \delta E/\theta_1$. В этом процессе общее изменение энтропии системы (черной дыры и газа излучения вне ее) составляет

$$\delta S = \delta \tilde{S}_1 - \delta S_2 = \delta E \left(\frac{1}{\theta_1} - \frac{1}{\theta_2} \right),$$

и так как $\theta_1 > \theta_2$, то эта величина является отрицательной, в чем и состоит противоречие с обобщенным вторым законом.

Следующий вопрос касается того, как связаны результат Хоукинга и рассмотренное в предыдущем разделе явление спонтанного рождения пар в поле вращающейся черной дыры. Как уже указывалось, излучение невращающейся черной дыры обладает тепловым спектром с эффективной температурой θ , поэтому интенсивность излучения энергии с единицы поверхности в интервале частот $d\omega$ дается выражением

$$\frac{dE}{dt dS} \left(\begin{array}{c} \text{интенсивность излучения} \\ \text{с единицы поверхности} \\ \text{невращающейся черной дыры} \\ \text{в интервале частот } d\omega \end{array} \right) = \frac{\hbar \omega^3}{4\pi^2 c^2} (e^{\hbar \omega / k\theta} \mp 1)^{-1} d\omega,$$

где знак минус необходим в формуле для бозонов, а знак плюс — в формуле для излучения безмассовых фермионов. Если черная дыра вращается с угловой скоростью Ω , то результат для излучения волн с проекцией момента на ось вращения, равной m , оказывается следующим^{**}):

$$\frac{dE}{dt dS} \left(\begin{array}{c} \text{интенсивность} \\ \text{излучения с единицы} \\ \text{поверхности вращающейся} \\ \text{черной дыры} \\ \text{в интервале частот } d\omega \end{array} \right) = \frac{\hbar \omega^3}{4\pi^2 c^2} |e^{\hbar(\omega - m\Omega)/k\theta} \mp 1|^{-1} d\omega.$$

*) На возможность нарушения теоремы Хоукинга при рассмотрении квантовых явлений было впервые обращено внимание Марковым⁶⁰.

**) Необходимо учесть, что рожденные частицы, чтобы выйти на бесконечность, должны преодолеть потенциальный барьер центробежных и гравитационных сил. Если обозначить прозрачность этого барьера для квантов с квантовыми числами ω , l , m через $\Gamma_{lm}(\omega)$, то точный результат получится, если умножить правую часть приведенного выражения на величину $\Gamma_{lm}(\omega)$.

В случае, когда эффективная температура черной дыры мала, основной вклад в излучение дают те частоты ω , для которых выполняется условие усиления волны $\omega < m\Omega$ *).

При рассмотрении несферического коллапса результат Хоукинга остается в силе. При подобном коллапсе изменяется лишь число частиц, рожденных переменностью поля. Черные дыры излучают не только безмассовые частицы, но и любые массивные частицы, точно так же как горячее черное тело температуры θ . Однако это излучение крайне мало, пока тепловая энергия $k\theta$ не будет сравнима с энергией покоя частицы mc^2 . Тепловой спектр излучения черной дыры появляется как следствие того, что вероятности испускания различных мод излучения и различного числа частиц в одной моде полностью не коррелированы между собой.

Прежде чем перейти к обсуждению возможных следствий явления квантового рождения частиц в черных дырах, сделаем еще несколько замечаний. Следует напомнить, что во всех предыдущих рассмотрениях гравитационное поле черной дыры считалось чисто классическим и заданным. Поэтому совершенно неверно было бы понимать эффект Хоукинга как следствие квантовых флуктуаций гравитационного поля, приводящих к «размытию» горизонта и позволяющих из-за этого «размытия» выйти наружу части энергии, заключенной внутри черной дыры. Подобный квантово-гравитационный эффект в принципе тоже возможен, но, по-видимому, он оказывается существенным, только если размер черной дыры не очень сильно отличается от планковской длины.

Явление Хоукинга скорее подобно эффекту рождения частиц в поле глубокой потенциальной ямы, при котором одна из рожденных частиц, обладающая отрицательной энергией, попадает на один из уровней в «яме», а другая — излучается наружу. Потенциальная яма гравитационного поля черной дыры настолько глубока, что даже свет не может вырваться из нее наружу.

Другое замечание касается того, что при рассмотрении квантового рождения частиц при коллапсе не учитывалось обратное влияние рожденного вещества на гравитационное поле и на динамику коллапса. Хотя этот вопрос пока не исследован, можно, однако, ожидать ⁴⁹, что если размер черной дыры гораздо больше планковской длины, то подобное обратное влияние ничтожно.

ПЕРВИЧНЫЕ ЧЕРНЫЕ ДЫРЫ И ИХ ЭВОЛЮЦИЯ

Обратимся теперь к количественным оценкам и выясним, к каким наблюдаемым явлениям могут привести рассмотренные выше квантовые процессы в черных дырах. Для простоты ограничимся рассмотрением невращающихся черных дыр. Так как подобная черная дыра излучает как черное тело температуры $\theta = \hbar\kappa/2\pi ck = 10^{-6} (M_{\odot}/M)$ градусов Кельвина (M_{\odot} — масса Солнца, равная $2 \cdot 10^{33}$ г), то в полном соответствии с законом Стефана — Больцмана интенсивность излучения с единицы поверхности черной дыры есть $dE/dt dS = \sigma\theta^4$, где $\sigma = 2\pi^5 k^4/15\hbar^3 c^2$ — постоянная Стефана — Больцмана. Полная площадь поверхности невращающейся черной дыры есть $S = 16\pi G^2 c^{-4} M^2$, поэтому за единицу времени черная дыра теряет энергию $dE/dt = (\hbar/15 \cdot 4^{5/2} \pi) (c^3/GM)^2$. В полученном выражении необходимо еще учесть, что часть излучения вследствие рассеяния на статическом гравитационном поле не достигает удаленного наблюдателя, а поглощается после рассеяния черной дырой. Коэффициент

*) В полном соответствии с термодинамической аналогией приведенная формула для излучения вращающейся черной дыры совпадает с выражением для излучения вращающегося черного тела с температурой θ .

прохождения, определяющий долю прошедшего излучения, зависит от спина и массы излучаемых частиц. Кроме того, черная дыра может излучать несколько различных типов частиц, поэтому полная интенсивность излучения складывается из интенсивностей излучения каждого из сортов частиц. Черная дыра с массой M излучает частицы, масса покоя которых не превосходит величины $k\theta/c^2$. Для черных дыр с массой, большей 10^{17} г, возможно испускание только безмассовых частиц (фотонов, нейтрино, гравитонов). При возрастании эффективной температуры черной дыры (при уменьшении ее массы) возникает возможность излучения и различных массивных частиц (электронов, мезонов, барионов). Поэтому в общем случае

$$\frac{dE}{dt} \left(\begin{array}{c} \text{излучение энергии} \\ \text{черной дыры} \\ \text{в результате} \\ \text{квантовых процессов} \end{array} \right) = 10^{46} \frac{\text{эрг}}{\text{сек}} f(M) (M(\text{г}))^{-2}.$$

Множитель $f(M)$ эффективно учитывает число различных видов излучаемых частиц и соответствующий коэффициент прохождения для каждого вида. Для черных дыр с массой $M > 10^{17}$ г) $f(M) \sim 1$, для $M \sim 10^{14}$ г $f(M) \sim 10^{61, 62}$.

Приведенные оценки, возникающие при точном рассмотрении, можно получить и с помощью следующих размерных соображений. Для определения длины волны рожденных черной дырой безмассовых квантов имеется только один характерный для теории параметр размерности длины — это размер черной дыры (гравитационный радиус) R_g *). Полагая длину волны излучения $\lambda \sim R_g$, получаем для характерной энергии квантов излучения оценку $\hbar\omega \sim \hbar c/R_g \sim \hbar c^3/GM$. Если вспомнить, что средняя энергия квантов теплового излучения пропорциональна температуре черного тела, мы приходим к приведенным выше выражениям для эффективной температуры и интенсивности излучения черной дыры.

Для черной дыры, массой порядка солнечной, интенсивность квантового излучения крайне мала и имеет величину порядка $3 \cdot 10^{-20}$ эрг/сек. (Для сравнения напомним, что Солнце, например, излучает около 4×10^{33} эрг/сек.) Эффективная температура такой черной дыры составляет 10^{-6} градусов Кельвина (что гораздо меньше температуры реликтового излучения). За все время жизни Вселенной эта черная дыра потеряет всего 10^{-17} г. Все это говорит о том, что в жизни массивных черных дыр, возникающих в результате коллапса звезд, квантовые явления оказываются совершенно несущественными. Рассмотренные квантовые процессы могут привести к наблюдаемым астрофизическим явлениям только в случае черных дыр массой, гораздо меньшей солнечной.

Оказывается ^{63, 64}, что хотя такие малые черные дыры не возникают в результате коллапса в настоящее время, на ранних этапах развития Вселенной образование их вполне возможно. Факт существования галактик в наше время указывает на то, что на ранних этапах развития Вселенной должны были существовать значительные неоднородности. Наличие этих хаотических возмущений и неоднородностей дает возможность ожидать, что в то время существовали области, в которых вещество было столь сильно сжато, что гравитационные силы могли превзойти силы давления и кинетическую энергию расширения вещества. В процессе эволюции Вселенной вещество в подобных областях коллапсирует и образуются

*) Планковская длина $l_{пл}$, построенная из фундаментальных констант, также имеет нужную размерность. Однако эта величина обычно возникает лишь при квантовании самого гравитационного поля, и так как подобные процессы здесь не рассматриваются, то планковская длина не возникает в формулах, описывающих рождение частиц во внешнем гравитационном поле.

черные дыры (рис. 9). Подобные черные дыры получили название *первичных* или *реликтовых* *). Масса первичных черных дыр может быть произвольной от 10^{-5} г до массы Солнца и выше, в зависимости от момента их возникновения. Чем раньше возникла такая дыра, тем меньшей массой она обладает.

Нетрудно понять это на основе следующих простых соображений. Плотность вещества в момент образования черной дыры можно определить, разделив массу черной дыры M на объем сферы радиуса, равного

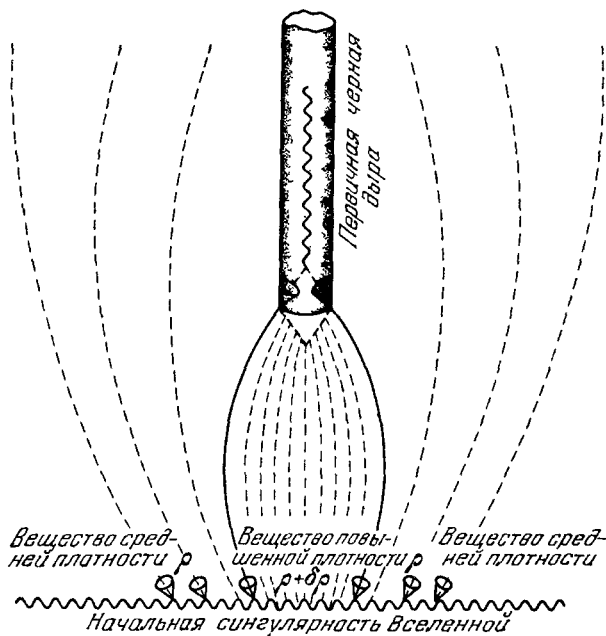


Рис. 9. Образование первичной черной дыры.

Если на раннем этапе развития Вселенной (вблизи начальной сингулярности) имеются неоднородности плотности вещества $\delta\rho/\rho \sim 1$, то более плотное вещество (плотности $\rho + \delta\rho$) при движении может сколлапсировать. В результате этого возникает первичная черная дыра, показанная на рисунке. (Временная ось направлена вверх.)

гравитационному. Полученная таким образом критическая плотность ρ и масса M связаны соотношением $M \sim \sqrt{c^6/\rho G^3} \sim 10M_{\odot}/\sqrt{\rho/10^{15}(\text{г/см}^3)}$. Если предположить, что характерная флуктуация плотности вещества во Вселенной $\delta\rho/\rho \sim 1$, то ясно, что в тот момент, когда плотность вещества во Вселенной имела значение ρ , преимущественно образуются черные дыры, масса которых удовлетворяет приведенному выше значению между массой и плотностью. На основании этой формулы можно, в частности, заключить, что образование первичных черных дыр массой 10^{-5} г возможно только на этапе, когда вещество имело колоссальную (квантовую) плотность 10^{93} г/см³, т. е. в ту пору, когда главную роль играли квантово-гравитационные эффекты.

Возникшие первичные черные дыры будут поглощать вещество из окружающего пространства, постепенно увеличивая свою массу. Однако возрастание массы первичных черных дыр за счет аккреции (падения)

*) В принципе, возможны и другие процессы, приводящие к образованию малых черных дыр, например аккреция вещества на белую дыру⁶⁵ и квантовый взрыв белой дыры⁶⁶.

на них окружающего вещества по всей видимости не может увеличить их первоначальную массу более чем на порядок ⁶⁷. Поэтому для малых черных дыр, массой меньше 10^{15} г, более существенным оказывается процесс их квантового распада. По мере излучения рожденных частиц, масса такой малой черной дыры уменьшается. Вместе с тем возрастает эффективная температура черной дыры и увеличивается интенсивность излучения. Последний этап эволюции черной дыры протекает очень бурно и по сути дела представляет собой взрыв, при котором в результате распада оставшейся черной дыры, массой порядка $3 \cdot 10^9$ г, за последние 0,1 сек выделяется энергия 10^{30} эрг. Хотя по астрофизическим масштабам эта энергия не очень велика, однако это явление довольно внушительно и уникально, так как при этом в крайней малой области пространства размером, сравнимым с величиной нуклона, освобождается энергия, эквивалентная энергии одновременного взрыва 1 миллиона 1 мегатонных водородных бомб.

Если учесть, что по мере возрастания температуры черной дыры появляется возможность для излучения все более и более тяжелых элементарных частиц, то оказывается, что на самом деле при квантовом взрыве малой черной дыры может освободиться на пять порядков большая энергия за крайне малое, по сравнению с ядерным, время.

Хотя последний короткий этап жизни черной дыры носит довольно бурный характер, все время, предшествующее этому этапу, черные дыры излучают энергию спокойно. Нетрудно, используя приведенное выражение для интенсивности излучения энергии черной дырой, получить полное время жизни черной дыры

$$T \left(\begin{array}{c} \text{время жизни} \\ \text{черной дыры} \end{array} \right) \approx 10^{-27} (\text{сек}) (M (\text{г}))^3 \approx 10^{10} (\text{лет}) \left(\frac{M}{10^{15}(\text{г})} \right)^3.$$

При выводе этого соотношения мы положили $f(M) = 1$, и поэтому полученная формула справедлива для черных дыр с массой, большей 10^{14} г. Время жизни меньших черных дыр существенно зависит от спектра масс элементарных частиц. Для подобных малых черных дыр полученная формула дает оценку сверху для времени жизни.

Это выражение показывает, что первичные черные дыры с массой меньше 10^{15} г к настоящему времени не могли уцелеть, так как за время 10^{10} лет, прошедшее с начала развития Вселенной, они полностью распались. Черные дыры массой, большей чем 10^{15} г, остались практически неизменными. Первичные черные дыры, масса которых близка к 10^{15} г, должны время от времени взрываться в настоящее время. Подобные черные дыры образовывались на очень раннем этапе развития Вселенной (через 10^{-23} сек после начала расширения из сингулярности). Спектр масс и число первичных черных дыр трудно оценить, так как они существенно зависят от деталей строения Вселенной в то время. К сожалению, эти детали нам пока неизвестны.

При обсуждении возможности наблюдений квантовых взрывов реликтовых черных дыр мы сталкиваемся и с другой трудностью. Как уже упоминалось, при уменьшении массы и соответствующем возрастании температуры черной дыры появляется возможность излучения все более и более тяжелых элементарных частиц. Поэтому имеется неопределенность при нахождении времени взрыва и продуктов его, связанная с нашим незнанием спектра элементарных частиц. Весьма вероятно, что хотя время взрыва первичной черной дыры может быть крайне малым, однако из-за сильного взаимодействия образовавшихся элементарных частиц между собой они не разлетаются сразу, а образуют горячую каплю — *файербол*, которая уже затем распадается ^{61, 68}. В этом случае количественный и качественный состав вылетающих частиц можно получить термодинамическими

методами, так же как это делают в обычной гидродинамической теории столкновения частиц при высоких энергиях.

Несмотря на многие неопределенности, уже сейчас можно дать некоторые оценки относительно числа малых черных дыр во Вселенной и частоты их взрывов. Это связано с тем, что большую часть своей массы черные дыры теряют в виде излучения безмассовых частиц (фотонов, нейтрино и гравитонов). На рис. 10 представлены результаты вычисления энергии и состава излучения невращающихся черных дыр различных масс ⁶¹, ⁶². На основании этих результатов можно считать,

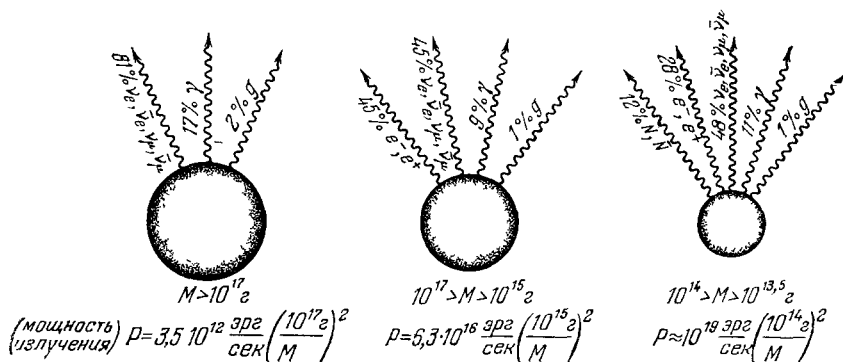


Рис. 10. Квантовый распад невращающейся черной дыры.

В процентах указана доля гравитонов (g), фотонов (γ), нейтрино (ν) и других элементарных частиц в общем числе частиц, излучаемых черными дырами различной массы.

что примерно 10% первоначальной массы 10^{15} г первичной черной дыры излучается в виде фотонов. Средняя характерная энергия фотонов, возникающих при распаде черной дыры 10^{15} г составляет около 100 Мэв . Наблюдения показывают, что общая плотность излучения фотонов подобной энергии во Вселенной имеет порядок 10^{-38} г/см^3 , и поэтому средняя плотность вещества, заключенного в черные дыры массой порядка 10^{15} г , должна быть меньше чем 10^{-8} от критической плотности вещества во Вселенной (т. е. плотности 10^{-29} г/см^3). Эта оценка позволяет заключить, что если первичные черные дыры распределены равномерно по всей Вселенной, то частота их взрывов должна быть меньше чем 10^{-7} за один год в одном кубическом парсеке пространства ⁶¹.

Выше уже упоминалось о сильной зависимости числа первичных черных дыр от степени неоднородности Вселенной на очень ранних этапах. Поэтому крайне важно то обстоятельство, что те или иные ограничения на среднюю плотность реликтовых черных дыр данной массы, существующих в настоящее время, позволяют судить о степени неоднородности Вселенной в очень отдаленном прошлом.

Уместно еще раз подчеркнуть, что одним из существенных является вопрос о том, останутся ли справедливыми приведенные оценки, если учесть влияние рожденных частиц на гравитационное поле черной дыры. Ясно, что пока интенсивность излучения мала, гравитационное поле черной дыры успевает «перестроиться» и процесс можно рассматривать как квазистатический, так что использование результатов, полученных для статической черной дыры, представляется оправданным. Однако на последнем этапе жизни малой черной дыры излучение становится столь интенсивным, что для аккуратного рассмотрения этой стадии эволюции малых черных дыр требуются дальнейшие исследования. Сейчас еще совершенно неясно, испаряется ли малая черная дыра полностью или

этот процесс прекращается на каком-либо этапе. Весьма интересная возможность, связанная с распадом малых черных дыр, состоит в том, что в результате квантового взрыва черной дыры из нее может образовываться микроскопическая черная дыра планковской массы 10^{-5} г (максимон⁶⁹). Если подобные элементарные черные дыры оказываются устойчивыми, то к настоящему времени во Вселенной как в результате образования на самых ранних этапах, так и в результате распада малых черных дыр их могло бы скопиться значительное количество.

С рассмотренным выше явлением испарения малых черных дыр связано несколько принципиальных вопросов. Пожалуй наиболее интересным из них является вопрос о сохранении барионного заряда. В процессе коллапса вещество состоящее из барионов, оказывается под горизонтом. После образования черной дыры внешний наблюдатель уже не может «пересчитать» число барионов внутри черной дыры. Более того, вне горизонта отсутствует и массивное векторное поле, источником которого являются барионы (черная дыра не имеет «волос»). Поэтому барионы, находящиеся внутри черной дыры, недоступны для регистрации наблюдателем, изучающим черную дыру снаружи. Однако при этом сохраняется принципиальная возможность убедиться, что барионы, попавшие в черную дыру, не исчезли. Эта возможность состоит в том, чтобы самому исследователю упасть в черную дыру и обнаружить находящиеся там барионы.

В связи с явлением Хокинга ситуация существенно изменилась. Действительно, после образования черная дыра начинает «испаряться» в результате квантового эффекта рождения пар. При этом черная дыра излучает равное число частиц и античастиц. Если в результате этого процесса малая черная дыра испаряется полностью, то мы сталкиваемся с нарушением закона сохранения барионного заряда, так как барионы, образовавшие черную дыру, полностью исчезли. Даже если предположить, что черная дыра при испарении излучает преимущественно барионы, а не антибарионы^{*)}, мы не можем добиться выполнения закона сохранения барионного заряда. Действительно, первичная черная дыра, образовавшаяся при коллапсе 10^{15} г барионов, при испарении теряет почти 90 % массы в результате излучения безмассовых частиц и лептонов, прежде чем ее температура возрастет настолько, что она станет излучать барионы. Если малые черные дыры не испаряются полностью, а приводят к образованию голой сингулярности или объектов с массой 10^{-5} г (максимонов), то для того, чтобы избежать нарушения закона сохранения барионов, мы вынуждены считать, что подобные остатки малой черной дыры обладают необходимым барионным зарядом. При этом, однако, остается довольно сложный вопрос о том, можно ли в принципе этот заряд измерить. К сожалению, ответа на этот вопрос мы сегодня не знаем.

Существование явления испарения малых черных дыр может сильно повлиять на наше представление о ранних этапах развития Вселенной. Не исключена возможность, что значительная доля вещества на ранних этапах была заключена в малых первичных черных дырах, которые затем полностью испарились. Если при этом испарении имело место нарушение *CP*-инвариантности, то в этом случае появляется возможность объяснить зарядовую несимметричность мира, даже если мир первоначально был зарядово-симметричным.

Малые реликтовые черные дыры (если они существуют) представляют собой довольно уникальное явление природы, в котором соединились

^{*)} Например, из-за существования какого-либо дальнегодействующего поля, взаимодействующего с барионами, как это предположил Уилер, или из-за нарушения *CP*-инвариантности.

микро- и макромасштабы. Обладая макроскопической массой (10^{15} г), они имеют микроскопический размер (10^{-13} см). Свойства этих макросистем существенным образом зависят от строения пространства-времени в малом. В. Л. Гинзбург⁷⁰ обратил внимание на то интересное обстоятельство, что изучение явления испарения первичных черных дыр может дать информацию о фундаментальной длине, если такая существует в природе. Существование фундаментальной длины может радикально сказаться на поведении черных дыр на поздних стадиях их эволюции и, в частности, на спектре излучения дыр в области высоких энергий, а также на самой возможности их образования.

В заключение этого обзора нам бы хотелось подчеркнуть, что мы осветили только часть вопросов, связанных с физикой черных дыр. Многие вопросы, например такие, как космологические следствия испарения реликтовых черных дыр, возможности наблюдения квантовых взрывов черных дыр и другие, сейчас еще только исследуются. В связи с этим нам хотелось бы напомнить, что физика черных дыр еще сравнительно молода. Классическая физика черных дыр имеет возраст чуть более десяти лет. Квантовая физика черных дыр «появилась на свет» всего два-три года назад. Бурное развитие физики черных дыр, интенсивно ведущиеся теоретические и астрофизические исследования позволяют ожидать новых и, быть может, совсем неожиданных открытий в этой интересной области физики.

Автор считает своим приятным долгом поблагодарить В. Л. Гинзбурга, Я. Б. Зельдовича и М. А. Маркова, за ряд сделанных ими замечаний.

Физический институт им. П. Н. Лебедева
АН СССР

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. М. А. Марков, УФН 111, 3 (1973).
2. Р. Пенроуз, УФН 109, 355 (1973).
3. Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков, Теория тяготения и эволюция звезд, М. «Наука», 1971.
4. К. Торн, УФН 118, 453 (1976) (см. этот номер журнала).
5. S. W. Hawking, Comm. Math. Phys. 25, 152 (1972).
6. S. W. Hawking, G. F. R. Ellis, The Large Scale Structure of Space-time, Cambridge, Cambridge Univ. Press, 1973.
7. J. Schwinger, Phys. Rev. 94, 1352 (1954).
8. Ja. B. Zel'dovich, in: Magic without Magic: John Archibald Wheeler, Ed. J. Klauder, San Francisco, 1972.
9. N. A. Chernikov, E. A. Tagirov, Ann. Inst. Henri Poincaré 9, 109 (1968).
10. L. Parker, Phys. Rev. Lett. 21, 562 (1968).
11. А. А. Гриб, С. Г. Мамаев, ЯФ 10, 1276 (1969); 14, 800 (1971).
12. Я. Б. Зельдович, Письма ЖЭТФ 12, 443 (1970).
13. Я. Б. Зельдович, А. А. Старобинский, ЖЭТФ 61, 2161 (1971).
14. К. А. Бронников, Э. А. Тагиров, Препринт ОИЯИ Р2-4151, Дубна, 1968.
15. L. Parker, Phys. Rev. 183, 1057 (1969).
16. L. Parker, *ibid.* D3, 346 (1971).
17. А. А. Любушин, ТМФ 10, 399 (1972).
18. В. П. Фролов, Препринт ФИАН СССР № 124, Москва, 1972.
19. В. П. Фролов, Препринт ФИАН СССР № 127, Москва, 1972.
20. S. A. Fulling, L. Parker, Ann. Phys. (N.Y.) 87, 176 (1974).
21. B. L. Hu, S. A. Fulling, L. Parker, Phys. Rev. D8, 2377 (1973).
22. L. Parker, S. A. Fulling, *ibid.* D9, 341 (1974).
23. В. Н. Лукаш, А. А. Старобинский, ЖЭТФ 66, 1515 (1974).
24. Н. А. Черников, Н. С. Шавахина, ТМФ 16, 77 (1973).
25. P. S. Laplace, 1798 Allgemeine Geographische Ephemeriden; англ. перевод приведен в приложении к книге⁶.
26. G. D. Birkhoff, R. Langer, Relativity and Modern Physics, Cambridge, Cambridge Univ. Press, 1923.

27. И. Д. Новиков, *Астрон. ж.* **41**, 1075 (1964).
28. Y. Ne'eman, *Astrophys. J.* **141**, 1303 (1965).
29. В. Л. Гинзбург, Л. М. Озерной, *ЖЭТФ* **47**, 1030 (1964).
30. А. Г. Дорошкевич, Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков, *ЖЭТФ* **40**, 170 (1965).
31. V. de la Cruz, J. E. Chase, W. Israel, *Phys. Rev. Lett.* **24**, 423 (1970).
32. R. H. Price, *Phys. Rev.* **D5**, 2419 (1972).
33. R. H. Price, *ibid.*, p. 2439.
34. K. S. Thorne, *Nonspherical Gravitational Collapse. A Short Review*, Orange Aid Preprint-236, Cal. Tech., Pasadena, 1971.
35. W. Israel, *Phys. Rev.* **164**, 1776 (1967).
36. W. Israel, *Comm. Math. Phys.* **8**, 245 (1968).
37. R. Penrose, *Phys. Rev. Lett.* **14**, 57 (1965).
38. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теория поля*, М., «Наука», 1973.
39. H. Thirring, J. Lense, *Phys. Zs.* **19**, 156 (1918).
40. R. P. Kerr, *Phys. Rev. Lett.* **11**, 237 (1963).
41. B. Carter, *ibid.* **26**, 331 (1971).
42. D. C. Robinson, *ibid.* **34**, 905 (1975).
43. B. Carter, *J. Math. Phys.* **10**, 70 (1969).
44. J. B. Bardeen, B. Carter, S. W. Hawking, *Comm. Math. Phys.* **31**, 161 (1973).
45. R. Penrose, *Riv. Nuovo. Cimento* **1**, 252 (1969).
46. J. D. Beckenstein, *Phys. Rev.* **D7**, 2333 (1973).
47. J. D. Beckenstein, *ibid.* **D9**, 3292 (1974).
48. S. W. Hawking, *Nature* **248**, 30 (1974).
49. S. W. Hawking, *Comm. Math. Phys.* **43**, 199 (1975).
50. Я. Б. Зельдович, *Письма ЖЭТФ* **14**, 270 (1971).
51. Я. Б. Зельдович, *ЖЭТФ* **62**, 2076 (1972).
52. А. А. Старобинский, *ЖЭТФ* **64**, 48 (1973).
53. А. А. Старобинский, В. Н. Лукаш, *ЖЭТФ* **66**, 1515 (1974).
54. W. G. Unruh, *Phys. Rev.* **D10**, 3194 (1974).
55. B. S. DeWitt, *Phys. Rept.* **C19**, 297 (1975).
56. W. G. Unruh, *Notes on Black Hole Evaporation*. Preprint of McMaster University, 1975.
57. R. M. Wald, *On particle Creation by Black Holes*. Preprint of University of Chicago, 1975.
58. L. Parker, *Probability Distribution of Particles Created by a Black Hole*. Preprint of University of Wisconsin, Milwaukee, 1975; *Phys. Rev.* **D12**, 1519 (1975).
59. Я. Б. Зельдович, Л. П. Питаевский, *Comm. Math. Phys.* **23**, 185 (1971).
60. M. A. Markov, in: *Gravitational Radiation and Gravitational Collapse*, Ed. C. DeWitt-Morette, Dordrecht-Boston, D. Reidel, 1974, p. 106.
61. B. J. Carr, *Some Cosmological Consequences of Primordial Black Hole Evaporations*. Orange Aid Preprint-415, Cal. Tech., Pasadena, 1975.
62. D. N. Page, *Particle Emission Rates from a Black Hole*. Orange Aid Preprint-419, Cal. Tech., Pasadena, 1975.
63. Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков, *Астрон. ж.* **43**, 758 (1966).
64. S. W. Hawking, *Mon. Not. RAS* **152**, 75 (1971).
65. D. M. Eardley, *Phys. Rev. Lett.* **33**, 442 (1974).
66. Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков, А. А. Старобинский, *ЖЭТФ* **66**, 1897 (1974).
67. B. J. Carr, S. W. Hawking, *Mon. Not. RAS* **168**, 399 (1974).
68. B. J. Carr, *The Primordial Black Hole Mass Spectrum*. Orange Aid Preprint-389, Cal. Tech., Pasadena, 1975.
69. M. A. Markov, *Suppl. Progr. Theor. Phys. (Extra Number)*, 85 (1965).
70. В. Л. Гинзбург, *Письма ЖЭТФ* **22**, 514 (1975).
71. J. D. Bekenstein, *Phys. Rev. Lett.* **28**, 452 (1972); *Phys. Rev.* **D5**, 1239, 2403 (1972).
- J. D. Teitelboim, *Lett. Nuovo Cimento* **3**, 326, 397 (1972).
- J. Hartle, *Phys. Rev.* **D3**, 2938 (1972).

