

НОБЕЛЕВСКИЕ ЛЕКЦИИ ПО ФИЗИКЕ 1975 г.

539.142.3

ВРАЩАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ В ЯДРАХ *)**О. Бор**

Исследование структуры ядра в последней четверти столетия принесло много острых переживаний тем, кому посчастливилось участвовать в этом. По мере того, как ядро подвергалось все более и более сильным воздействиям, оно обнаруживало неожиданные аспекты проблемы и открывало новые перспективы. Подготовка наших сегодняшних докладов дала возможность Бену Моттельсону и мне воскресить в памяти волнения этого периода и взаимодействие многочисленных идей и открытий, исходящих от мировой общественности физиков-ядерщиков, а также теплоту личных взаимоотношений.

Изучение вращательного движения имело особую роль. Вследствие простоты этого вида возбуждения и вследствие большого числа количественных соотношений вращательное движение явилось важной основой для проверки многих общих идей ядерной динамики. Фактически вращательное движение сыграло заметную роль в развитии динамических представлений, от небесной механики до спектров элементарных частиц.

ПЕРВОНАЧАЛЬНЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ О ВРАЩЕНИИ ЯДРА

Вопрос о том, могут ли ядра вращаться, стал спорным еще в самые первые дни возникновения ядерной спектроскопии ^{1, 2}. Квантовое вращение встречалось при описании молекулярных спектров ³, однако атомы давали пример квантовых систем, которые не обладают коллективным вращательным движением. Имевшиеся данные по спектрам ядерных возбуждений, полученные, например, по тонкой структуре α -распада, казалось, свидетельствовали против существования низколежащих вращательных возбуждений. Но предположение о том, что вращательное движение должно быть или свойством всех ядер или должно быть вообще исключено, как в атомах, и что момент инерции должен иметь твердотельное значение, как во вращениях молекул, задерживало решение вопроса. Спор тем не менее принял совершенно новую форму после возникновения оболочечной модели ядра ⁴.

Как раз в это время, в начале 1949 г., я приехал в Колумбийский университет в качестве стипендиата-исследователя и имел счастье рабо-

*) Aage B o h r, Rotational Motion in Nuclei. Nobel Lecture, Stockholm, December 11, 1975. Перевод А. Б. Курепина.

Оге Бор — профессор Института им. Нильса Бора Копенгагенского университета, Дания.

тать во вдохновляющей обстановке лаборатории Пьюпин, где под блестящим руководством И. Раби было сделано много выдающихся открытий. Одной из областей наибольшей активности было исследование ядерных моментов, которое играло решающую роль в развитии новых идей о ядерной структуре.

Трудно сегодня полностью представить то потрясение, которое испытывали физики, воспитанные на представлениях модели жидкой капли и модели составного ядра, на которых основывалась интерпретация ядерных явлений в течение предыдущего десятилетия ^{5 *}), в связи с обнаружением оболочечной структуры ядра. Я хочу также вспомнить реакцию моего отца на новые опытные данные, представляющие собой в некотором смысле дилемму, которая, как он считал, дает благоприятную возможность для более глубокого понимания. Летом 1949 г. он обсуждал с Джоном Уилером продолжение их работы о процессе деления и в этой связи, для того, чтобы «прояснить свои мысли», он написал некоторые наброски об объединении противоречивых опытных данных в более общую картину строения ядра и возможности описания ядерных реакций ⁷. Эти замечания стимулировали мои собственные мысли о рассматриваемой проблеме, которая сначала была в основном связана с интерпретацией величин ядерных моментов ^{**}).

Значение магнитных моментов в то время представлял собой один из наиболее обширных количественных классов данных по свойствам ядер. Эти данные требовали разъяснения от теории. Значения моментов обнаруживали сильную корреляцию с предсказаниями одночастичной модели ^{4, 9}, однако вместе с тем наблюдались существенные отклонения, которые свидетельствовали о наличии некоторого не включенного в рассмотрение эффекта. Чрезвычайно высокая точность, достигнутая в определении магнитных моментов, равно как и в измерениях сверхтонкой структуры, последовавших вслед за пионерскими работами Раби, Блоха и Парселла, позволила получить информацию о распределении магнетизма внутри ядер ^{10, 11}.

Ключ к пониманию отклонений схемы связи угловых моментов в ядре от предсказаний одночастичной модели дало обнаружение у многих ядер большого квадрупольного момента, более чем на порядок превышающего одночастичные значения ^{***}). Из этого факта непосредственно следовало распределение углового момента между многими частицами, что, казалось, подразумевало нарушение применимости одночастичной модели. Однако основные черты одночастичной модели могут быть сохранены, если предположить наличие отклонения от сферической симметрии у среднего ядерного поля, в котором движется нуклон ¹⁵. Такая картина

*) Борьба, возникшая при столкновении с новыми опытными данными, живо описана Йенсеном ⁶. В течение многих лет наша дискуссия с Гансом Йенсеном, касающаяся многих решающих спорных вопросов в процессе развития представлений о ядре, давала нам особый зазор и вдохновение.

**) Взаимодействие между индивидуальным движением частиц и коллективным движением в то время также рассматривалось Джоном Уилером. Затем вместе с Дэвидом Хиллом он опубликовал обширную статью под названием «Строение ядра и интерпретация явления деления» ⁸, которая в течение многих лет служила основой для понимания новых особенностей в ядерных явлениях.

***) Первое обнаружение несферичности формы ядра было получено из наблюдения влияния квадрупольной компоненты на сверхтонкую структуру атомных спектров ¹². Как показал анализ, электрические квадрупольные моменты некоторых ядер более чем на порядок превышают максимальные значения, обусловленные отдельным протоном. Для их описания было необходимо ввести деформацию ядра как целого ¹³. Быстрое возрастание количества экспериментального материала о квадрупольных моментах ядер в послевоенные годы и анализ этих моментов по оболочечной модели ¹⁴ сконцентрировали внимание на проблеме больших квадрупольных моментов.

приводит к модели ядра, напоминающей модель молекулы. В этой модели сердцевина ядра обладает колебательными и вращательными степенями свободы. По-видимому, нет никакого основания ожидать, что вращательное движение является классическим движением твердого тела. Однако вследствие большого числа нуклонов, участвующих в образовании деформации, частота вращения должна быть мала по сравнению с частотой движения отдельных частиц. В этом случае можно ввести определенную схему

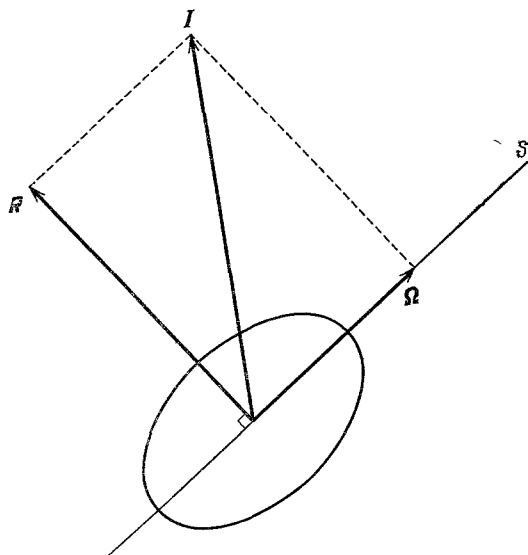


Рис. 1. Схема связи угловых моментов для частицы в медленно вращающемся сфероидальном ядре.

Внутреннее квантовое число Ω — проекция углового момента частицы вдоль оси симметрии ядра S , R — коллективный угловой момент сердцевины ядра. Он направлен перпендикулярно к оси симметрии, так как его компонента вдоль S , являющаяся константой движения, исчезает для основного состояния ядра. I — полный угловой момент. (Рисунок взят из работы ¹⁶.)

связи (рис. 1) и использовать ее для описания экспериментальных значений магнитных моментов и данных о распределении магнетизма ядра. В этом направлении были получены обнадеживающие результаты ^{15, 17 *}).

Тем временем и почти в той же точке земного шара Джеймс Рейнуотер думал о происхождении больших ядерных квадрупольных моментов и высказал идею, которая сыграла решающую роль в последующем развитии теории. Он осознал, что если учесть деформируемость ядра как целого, как в модели жидкой капли, то прямым следствием одночастичного движения по анизотропным орбитам будет возникновение несферической равновесной формы ¹⁸.

После моего возвращения в Копенгаген осенью 1950 г. я взялся за проблему включения схемы связи, предложенной Рейнуотером, в последовательную динамическую систему для описания движения частицы в деформируемой сердцевине. Вращательное движение в этой схеме связи возникает как низкочастотная компонента колебательных степеней свободы при достаточно сильной связи. Вращательное движение напоминает волну, распространяющуюся по ядерной поверхности, а момент

*) В это же время Фолди и Милфорд ¹⁸ рассмотрели, каким образом распределение углового момента между отдельной частицей и колебаниями ядерной поверхности влияет на величины магнитных моментов.

инерции оказывается значительно меньше, чем при вращении твердого тела (рис. 2).

Вскоре ко мне присоединился Бен Моттельсон для работы по поиску следствий взаимодействия движения индивидуальных частиц и коллективного движения в том разнообразии ядерных явлений, которое проявилось в экспериментальных исследованиях²⁰. В дополнение к ядерным моментам важные опытные данные были получены из классификации

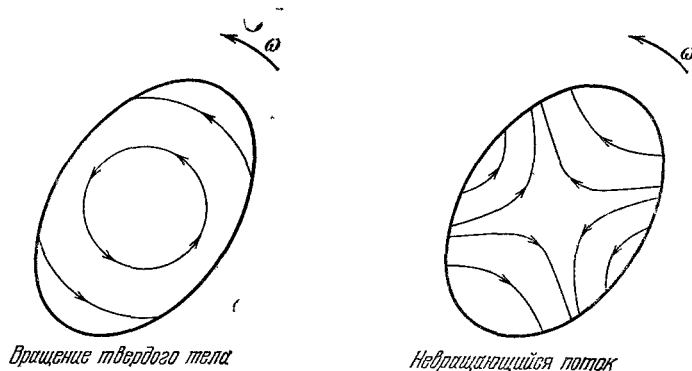


Рис. 2. Поля скоростей для вращательного движения.

Для вращения, вызванного невращающимся потоком, скорость пропорциональна деформации ядра (амплитуде распространяющейся волны). Поэтому для сфероидальной формы момент инерции $\mathcal{I} = \mathcal{I}_{\text{rig}} (\Delta R/R)^2$, где \mathcal{I}_{rig} — момент инерции твердого тела, R — средний радиус, ΔR — разность между большей и меньшей полуосями. Предполагается, что ΔR значительно меньше, чем R . (Рисунок взят из работы¹⁶.)

ядерных изомеров²¹ и β -распада²², а также из открытия одночастичного движения в ядерных реакциях^{23, 24}. Хотя основа для сопоставления результатов большинства имеющихся данных существовала, при попытках количественного описания эксперимента возникала неопределенность в параметрах, описывающих коллективные свойства ядер.

Было уже ясно, что описание согласно модели жидкой капли является неадекватным, а базис для оценки влияния оболочечной структуры на коллективные параметры отсутствовал.

ОТКРЫТИЕ ВРАЩАТЕЛЬНЫХ СПЕКТРОВ

В этот момент существенной поддержкой для обсуждаемых работ явилось следующее открытие. Оказалось, что схема связи, характеризующая сильно деформированные ядра с четко выраженной полосой вращательных состояний, реализуется для обширного класса ядер. Первое указание было получено Гольдхабер и Саньяром, которые обнаружили, что вероятности электрических квадрупольных переходов для распада низколежащих возбужденных состояний в четно-четных ядрах в ряде случаев были значительно больше соответствующих значений для одночастичных переходов²¹. Это свидетельствовало о наличии коллективных видов возбуждения. Интерпретация данных с помощью представления о вращательном движении²⁵ позволила получить значения эксцентриситета ядер в многообещающем согласии с величинами, рассчитанными из спектроскопических квадрупольных моментов.

Вскоре стали накапливаться указания на то, что рассматриваемые возбуждения являются частью последовательности уровней с угловыми моментами $I = 0, 2, 4, \dots$ и энергиями, пропорциональными $I(I + 1)$ ^{26, 27}.

Первые примеры таких спектров приведены на рис. 3. Радостное переживание доставило нам получение копии прецринта обзора 1953 г., составленного Холландером, Перлманом и Сиборгом²⁹, который содержал обширные данные по радиоактивным переходам, что позволило идентифицировать много вращательных полос.

Кульминацией волнующей весны 1953 г. стало открытие процесса кулоновского возбуждения^{30, 31}, предоставившего возможность систематического изучения вращательных возбуждений^{30, 32}. Уже первые эксперименты, проведенные Хусом и Зупанчиком (рис. 4), позволили сделать

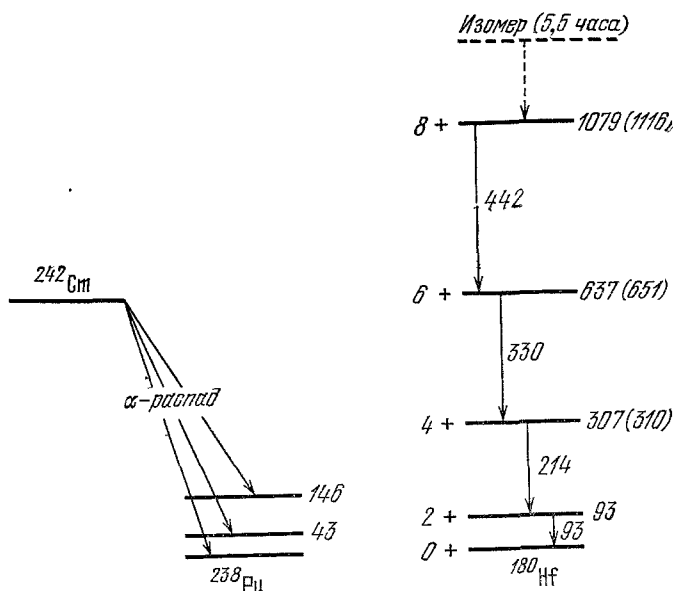


Рис. 3. Вращательные спектры ядер ^{238}Pu и ^{180}Hf .

Спектр ядра ^{180}Hf (из работы²⁶) был получен по наблюдению гамма-линий, соответствующих распаду изомерного состояния²⁸. Значения энергий приведены в кэв, а числа в скобках рассчитаны по энергии первого возбужденного состояния в предположении пропорциональности энергии величине $I(I+1)$. Спектр ядра ^{238}Pu установлен Азаро и Перлманом²⁷ по измерению тонкой структуры α -распада ядра ^{242}Cm . Последующие эксперименты показали, что последовательность спинов и четности имеет вид 0+, 2+, 4+ и что значения энергий с высокой точностью пропорциональны $I(I+1)$.

строгую количественную оценку вращательной схемы связи в нечетных ядрах, заключающейся в сильной связи между угловым моментом внутреннего движения и вращательным угловым моментом *).

Это был этап почти взрывного развития возможностей и многосторонности ядерной спектроскопии, что быстро привело к появлению очень большого объема данных по ядерным вращательным спектрам. Это развитие шло в ногу с прояснением и расширением теоретического базиса.

На рис. 5 указаны области ядер, где к настоящему времени были обнаружены вращательные полосы. Вертикальные и горизонтальные линии соответствуют числам нейтронов и протонов, образующих заполненные оболочки. Как видно, сильнодеформированные ядра расположены в областях, где много частиц находится в незаполненных оболочках. Эти частицы могут приводить к увеличению деформации.

*) Количественная оценка эффективного сечения может быть сделана на основе квазиклассической теории кулоновского возбуждения, разработанной Тер-Мартиросьяном³³ и Альдером и Винтером³⁴.

Вращательная схема связи может быть проверена не только последовательностью значений спиновых состояний и закономерностями в значениях энергий состояний, но также и с помощью сравнения отношений

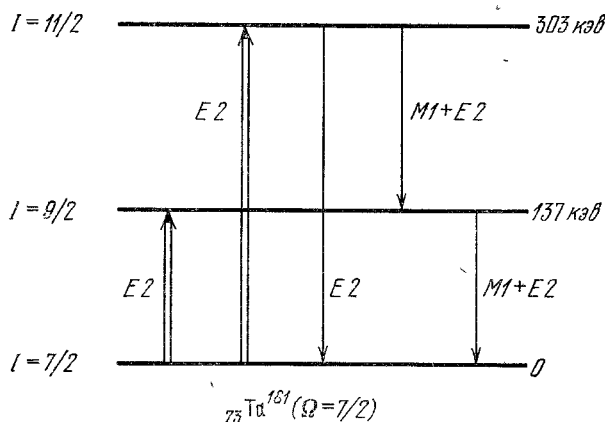
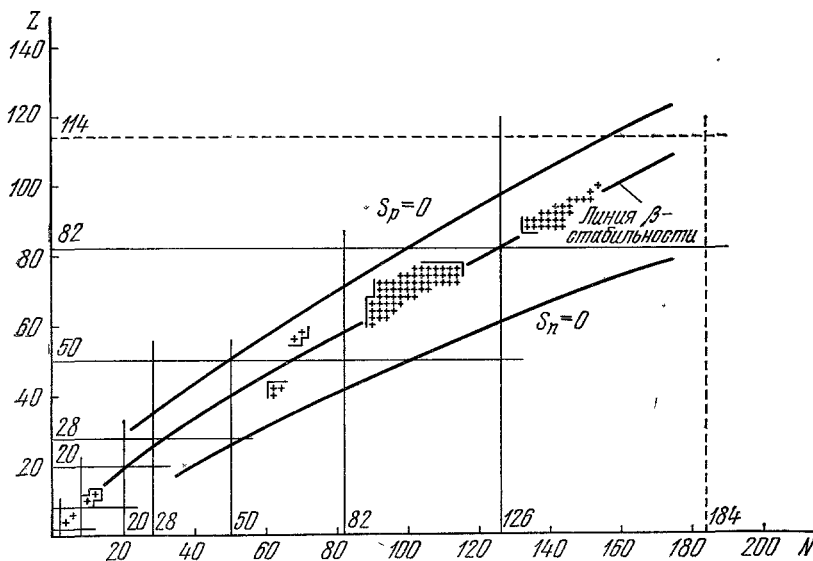


Рис. 4. Вращательные возбуждения ядра ^{181}Ta , наблюдаемые при кулоновском возбуждении.

В нечетных ядрах вращательные возбуждения приводят к последовательности $I = \Omega, \Omega + 1, \Omega + 2, \dots$, где Ω — внутренний угловой момент (см. рис. 1), при одинаковой четности. Действие электрического поля частицы на ядерный квадрупольный момент при кулоновском возбуждении вызывает $E2$ -переходы (электрические квадрупольные) и, следовательно, может заселять первые два вращательных состояния. Измеренные значения энергий ⁴⁰ оказываются приблизительно пропорциональны $I(I+1)$. Возбужденные состояния распадаются посредством $E2$ - и $M1$ (магнитных дипольных)-переходов, при этом вращательная интерпретация дает простые соотношения для интенсивностей переходов. Например, приведенный матричный элемент $E2$ -перехода внутри полосы пропорционален коэффициенту Клебша — Гордана $\langle I_i \Omega - 20 | I_z \Omega \rangle$, где I_i и I_z — угловые моменты начального и конечного состояний. (Рисунок взят из работы ¹⁶.)



тельными квантовыми числами и мультипольностью переходов (см. пример на рис. 4 и 10).

Оказалось возможным сопоставить низколежащие полосы состояний в ядрах с нечетным A с одночастичными орбитами в деформированном потенциале ⁴⁰⁻⁴², что существенно укрепило позиции вращательной схемы связи и силу ее предсказаний. В качестве примера на рис. 6 показан

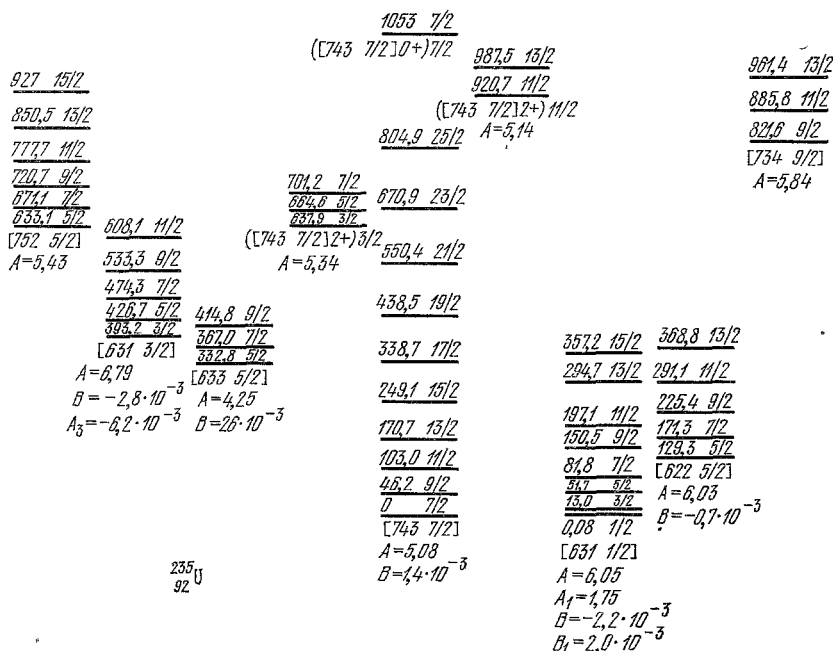


Рис. 6. Спектр ядра ^{235}U .

Рисунок взят из книги ³⁵ и основан на экспериментальных данных по кулоновскому возбуждению ⁴³, α -распаду ядра $^{239}\text{Pu}^{44}$, одночастичной реакции передачи ⁴⁵ и реакции $^{234}\text{U} (n, \gamma)^{46}$. Энергии выражены в мэВ . Уровни группируются во вращательные полосы, характеризующиеся последовательностью спинов, энергетической зависимостью и правилами для интенсивностей переходов. Значения энергий внутри полосы могут быть представлены в виде разложения в ряд $E(I) = AI(I+1) + BI^2(I+1)^2 + \dots (-1)^{I+\Omega}(I+\Omega)!(I-\Omega)!^{-1}(A_2\Omega + B_2\Omega I(I+1) + \dots)$ с параметрами, приведенными на рисунке. Низколежащие полосы помечены квантовыми числами имеющих одночастичных орбит (см. далее рис. 7). Частиценоподобные состояния изображены справа от полосы, построенной на основном состоянии, а дырочноподобные состояния — слева. Полосы, которые начинаются с уровней при 638, 921 и 1063 мэВ , соответствуют квадрупольным колебательным возбуждениям конфигурации основного состояния.

весьма сложный спектр ядра ^{235}U , имеющий большую плотность уровней. Однако, как видно из рисунка, состояния могут быть сгруппированы в несколько вращательных полос, однозначно соответствующих предсказаниям диаграммы Нильссона, приведенной на рис. 7.

Области деформаций, указанные на рис. 5, относятся к основным состояниям ядер. Другое направление связано с возможностью существования возбужденных состояний с равновесной формой, значительно отличающейся от формы в основном состоянии. Например, было обнаружено, что некоторые ядра с замкнутой оболочкой имеют сильно деформированные возбужденные конфигурации *). Другим примером изомерии формы

*) Тот факт, что первые возбужденные состояния ^{16}O и ^{40}Ca имеют положительную четность, в то время как низколежащие одночастичные возбуждения должны иметь отрицательную четность, свидетельствует о том, что в образовании этих состояний участвует возбуждение большого числа частиц. Было высказано предположение ⁴⁷,

с соответствующей вращательной полосой является наличие метастабильных сильнодеформированных состояний, которые образуются в тяжелых ядрах на пути к делению^{50, 51}.

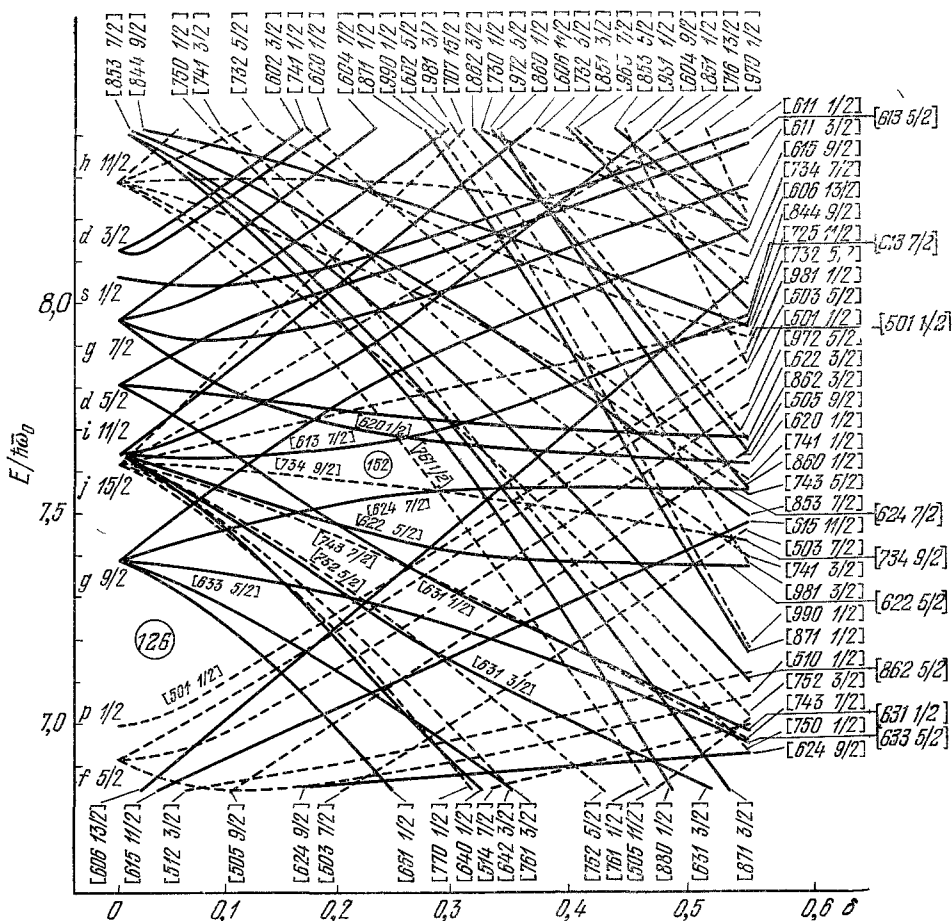


Рис. 7. Орбиты нейтронов в вытянутом потенциале.

На рисунке (из книги³⁵) изображены энергии одночастичных орбит, рассчитанные в соответствующем ядерном потенциале Густафсоном, Ламмом, Б Нильссоном и С Нильссоном⁴⁶. Одночастичные энергии даны в единицах величины $\hbar\omega$, выражающей расстояние между главными оболочками. Для ядра ^{235}U это расстояние приблизительно равно $6,6 \text{ Мэв}$. Параметр деформации δ связан с эксцентриситетом ядра. Из измерения матричного элемента $E2$ -перехода для ядра ^{235}U $\delta \approx 0,25$. Одночастичным состояниям присвоены значения «асимптотических» квантовых чисел $[Nn_z\Lambda\Omega]$. Последнее квантовое число Ω , выражающее проекцию полного углового момента J_z вдоль оси симметрии, представляет собой константу движения для всех значений δ . Дополнительные квантовые числа относятся к структуре орбит в пределе больших значений деформации, когда они выражают: полное число узловых поверхностей (N), число узловых поверхностей, перпендикулярных к оси симметрии (n_z), и компоненту орбитального углового момента вдоль оси симметрии (Λ). Каждая орбита дважды вырождена ($\Lambda = \pm\Omega$), и при заполнении орбит парами не возникает углового момента вдоль оси симметрии. Для ядра ^{235}U с числом нейтронов 143 видно, что две нижние конфигурации должны иметь нечетный нейтрон на орбите [743 7/2] или [631 1/2], что согласуется с наблюдаемым спектром (см. выше рис. 6). Видно также, что другие наблюдаемые низколежащие полосы в ядре ^{235}U соответствуют соседним орбитам на данном рисунке.

Новые возможности для исследования ядерного вращательного движения появились в результате открытия значительной анизотропии

что возбужденные состояния положительной четности связаны с наличием коллективной квадрупольной деформации. Исследование реакции $^{12}\text{C}(\alpha\alpha)$ ⁴⁸ и обнаружение больших матричных элементов $E2$ -переходов⁴⁹ дали убедительные доказательства наличия вращательной полосы в ^{16}O .

в угловом распределении осколков деления⁵². Этот эффект может быть объяснен с помощью введения вращательных квантовых чисел для обозначения индивидуальных каналов, по которым делящееся ядро проходит седловую точку деления⁵³. При современном развитии экспериментальной техники можно ожидать получения детальной информации о структуре полос в каналах деления и, следовательно, о вращательном движении в условиях, отличающихся от изученных ранее.

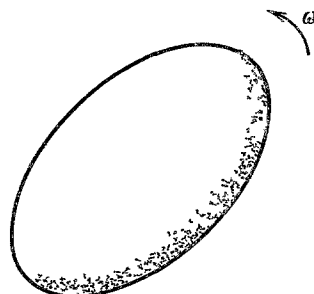
СВЯЗЬ МЕЖДУ ВРАЩАТЕЛЬНЫМ И ОДНОЧАСТИЧНЫМ ДВИЖЕНИЕМ

Всесторонняя проверка вращательной схемы связи и успешная классификация собственных этой схеме спектров явились хорошим отправным моментом для следующего шага в развитии теории — рассмотрения динамики вращательного движения.

В основе этого развития лежала смелая идея Инглиса⁵⁴, который предложил находить момент инерции путем простого суммирования инерциальных эффектов каждой частицы, поскольку они вовлекаются во вращение равномерно вращающимся потенциалом (рис. 8). В этом приближении потенциал как бы «приводится во вращение» извне. Поэтому проблемы, относящиеся к рассмотрению самосогласованного происхождения вращающегося потенциала и ограничений такого квазиклассического описания, горячо обсуждались в течение многих лет. Дискуссия прояснила многие детали, касающиеся связи между коллективным и одночастичным движением, но основная идея модели принудительного вращения прекрасно выдержала все испытания^{55, 55}.

Расчет моментов инерции на основе модели принудительного вращения привел к неожиданному результату. Оказалось, что в предположении независимого движения частиц момент инерции должен быть приблизительно равен значению момента инерции твердого тела⁵⁶. Однако наблюдаемые значения моментов были существенно меньше этих значений. Этот факт можно было качественно понять как следствие остаточных взаимодействий, которые стремятся связать частицы в пары с угловым моментом, равным нулю⁵⁶. Принципы систематического описания момента инерции с включением многократных корреляций, связанных с эффектом спаривания, были предложены Мигдалом⁵⁷ и Беляевым⁵⁸. Они использовали новые представления, которые к тому времени были развиты для описания электронных корреляций в сверхпроводниках⁵⁹ (см. также следующий доклад⁶⁰, с 563).

Итак, значения момента инерции ядер оказались промежуточными между предельными значениями, соответствующими вращению твердого тела и гидродинамической картине невращающегося потока. Последняя



$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 - \hbar \omega J_x$$

$$\mathcal{I} = 2\hbar^2 \sum_i \frac{\langle i | J_x | 0 \rangle^2}{E_i - E_0}$$

Модель принудительного вращения

Рис. 8. Момент инерции ядра по модели принудительного вращения.

Гамильтониан \mathcal{H} , описывающий движение частицы в потенциале, вращающемся с частотой ω вокруг оси x , получен из гамильтониана \mathcal{H}_0 для движения в фиксированном потенциале путем добавления члена, пропорционального проекции J_x полного углового момента. Это соответствует учету сил Кориолиса и центробежных сил, действующих во вращающейся системе координат. Момент инерции получается при расчете второго порядка теории возмущения с этим членом и при суммировании по возбужденным состояниям i . В модели независимых частиц момент инерции представляется в виде суммы вкладов отдельных частиц.

принималась только в первых моделях ядерного вращения. Действительно, классическая картина, рассматривающая локальный поток, имеет слишком ограниченные рамки для описания вращения ядер, поскольку в ядерной материи размер пар (длина когерентности) больше диаметра самого большого из существующих ядер. Макроскопическая сверхтекучесть ядерной материи и квантованные вихревые линии тем не менее могут возникнуть внутри вращающихся нейтронных звезд ⁶¹.

В то время как эти исследования освещали многотельные аспекты вращения ядра, применимые к системам с очень большим числом нуклонов, были начаты работы, использующие подход с противоположной стороны. Расчеты по модели оболочек, основанные на мощи теоретико-групповых схем классификации и быстродействующих электронных вычислительных машин, могли быть распространены на конфигурации с несколькими частицами вне заполненных оболочек. Это был весьма драматический момент, когда оказалось, что некоторые спектры легких ядер, которые были успешно проанализированы в приближении оболочечной модели, могли быть очень просто объяснены с помощью вращательной схемы связи *).

Уяснение того факта, что вращательные свойства могут проявляться даже в конфигурациях с очень небольшим числом частиц, послужило основой для открытия Эллиоттом возможности точного описания вращательной схемы связи для частиц, движущихся в потенциале гармонического осциллятора, в терминах классификации симметрии с помощью унитарной группы SU_3 ⁶⁵. В то время эта элегантная модель имела большое влияние на развитие теории и сейчас она продолжает оказывать неоценимую помощь для проверки многих идей, касающихся вращения ядра. Действительно, модель позволяла проследить в многотельной волновой функции хотя бы в этом предельном случае полную корреляционную структуру, обусловленную коллективным движением. Это придавало большое воодушевление. В модели явным образом разделялись внутреннее и коллективное движение. При этом подразумевалось, что спектр внутренних возбуждений отличается от спектра, обусловленного движением независимых частиц в деформированном поле, вследствие отбрасывания «ложных» степеней свободы, которые проявляются в коллективном спектре.

Эта работа также сконцентрировала внимание на ограничении понятия вращения из-за конечного числа частиц в ядре. Вращательный спектр в SU_3 -модели имеет конечную размерность (компактная группа симметрии), соответствующую существованию максимального углового момента, который может быть получен для данной конфигурации модели оболочек. Для низколежащих полос этот максимальный угловой момент по порядку величины равен числу нуклонов A . Действительно, в некоторых легких ядрах были получены доказательства такого ограничения во вращательных полосах, построенных на основном состоянии **). Однако подлинное место этого эффекта во вращательном движении ядра пока не ясно вследствие наличия существенных отклонений от схематизированной картины в SU_3 -модели.

*) Особую роль в связи с этим играл спектр ядра ^{19}F . Анализ этой трехчастичной конфигурации по оболочечной модели был дан Эллиоттом и Флауэрсом ⁶²; интерпретация при рассмотрении вращательного движения предложена Паулем ⁶³, близкое сходство волновых функций, полученных в этих подходах, было установлено Редлихом ⁶⁴.

**) Опытные данные ⁶⁶, ⁶⁷ относятся к поведению вероятностей квадрупольных переходов, которые, как ожидалось, уменьшаются при приближении к концу полосы ⁶⁵. Это поведение отражает постепенное выстраивание углового момента частиц и соответствующее изменение формы ядра, что в конце концов приводит к состоянию с аксиальной симметрией по отношению к угловому моменту и, следовательно, к отсутствию коллективного излучения ³⁵, ⁶⁸.

ОБЩАЯ ТЕОРИЯ ВРАЩЕНИЯ

Увеличение точности и обширности спектроскопических данных способствовало постановке новых проблем. Для их понимания был необходим такой подход, при котором можно было бы провести четкое различие между общими соотношениями, характеризующими вращательную схему связи и свойствами, более специфично зависящими от внутренней структуры и динамики вращательного движения *). Возможность изложения теории вращения, как части более широкого подхода к структуре ядра, представляла для нас дополнительный стимул. Основные понятия, которые я попытаюсь здесь изложить, постепенно формулировались в процессе этой продолжительной работы ^{35, 70, 71}.

В общей теории вращения основную роль играет симметрия. Действительно, можно считать, что любое возникновение коллективных вращательных степеней свободы происходит из-за нарушения вращательной инвариантности. Это нарушение приводит к возникновению «деформации», что делает возможным определение ориентации системы. Вращение представляет собой коллективный вид движения, связанный с таким спонтанным нарушением симметрии (голдстоуновский бозон).

Все степени свободы, обусловленные вращениями в трехмерном пространстве, проявляются в том случае, если деформация полностью нарушает вращательную симметрию, что позволяет установить ориентацию однозначно. Если деформация инвариантна по отношению к подгруппе группы вращений, соответствующие элементы представляют собой часть внутренних степеней свободы. Соответственно роль коллективных вращательных видов возбуждения в этом случае уменьшается, и они полностью исчезают в пределе сферической симметрии.

Таким образом, симметрия деформации находит отражение в множестве состояний, входящих во вращательные семейства, и в последовательности вращательных квантовых чисел, обозначающих эти состояния. Наблюдается подобие с классификацией симметрии в молекулярных вращательных спектрах. Изображенные на рис. 3, 4 и 6 вращательные спектры ядер относятся к деформации с аксиальной симметрией и инвариантности по отношению к вращению на 180° вокруг оси, перпендикулярной к оси симметрии (группа симметрии D_∞). Из наблюдаемых спектров также можно заключить, что деформация инвариантна по отношению к пространственным и временным отражениям.

Обнаружение определяющей роли деформации и степени нарушения симметрии для определения вращательных степеней свободы открывает новые перспективы для обобщения вращательных спектров, связанных с деформациями, в самых различных пространствах, включая спиновое, изоспиновое и калибровочное пространства в дополнение к геометрическому пространству нашего классического мира. Результирующая структура вращательной полосы может состоять из разнообразных семейств состояний, обозначенных различными квантовыми числами, которые соответствуют внутреннему нарушению симметрий. Между квантовыми числами в различных пространствах могут возникнуть некоторые соотношения вследствие инвариантности деформации по отношению к набору операций в разных пространствах **).

*) Существенное значение для развития этого направления имели спектроскопические исследования с высоким разрешением ⁶⁹, которые привели к установлению обобщенных соотношений для интенсивностей $E2$ -распада в γ -колебательной полосе ядра ^{156}Gd .

**) Хорошо известным примером является модель сильной связи с фиксированным источником для пикон-нуклонной системы, в которой внутренняя деформация является инвариантом по отношению к одновременному вращению в геометрическом и изоспиновом пространстве. В результате этого возникает полоса с $I = T^{72, 35}$.

Свойства, напоминающие особенности вращательных спектров, имеют траектории Редже, играющие важную роль в исследовании свойств адронов. Однако симметрию и природу возможных внутренних деформаций адронов еще требуется установить. Эти деформации могут быть связаны с областями пространства, где возможно рождение кварков.

Конденсация в сверхтекучей системе приводит к деформации поля, создающего конденсированные бозоны или фермионные пары. Тогда

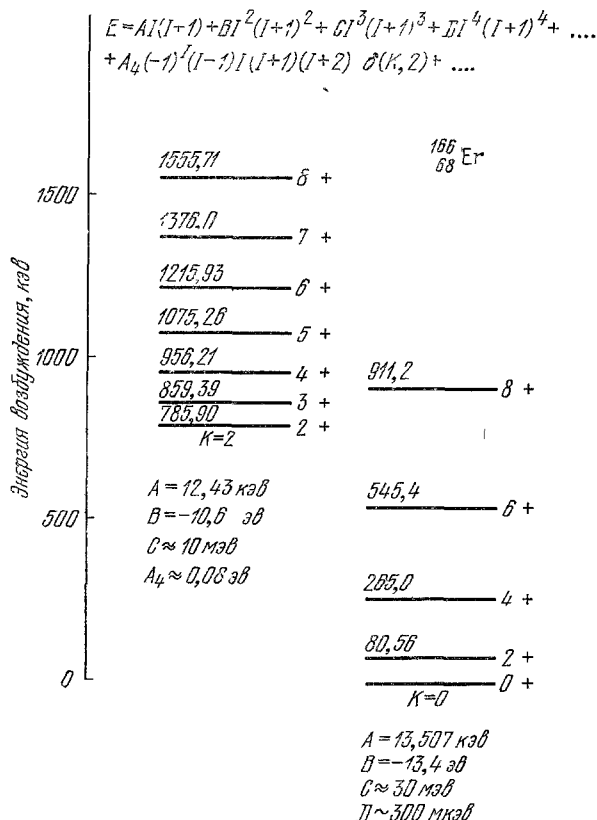


Рис. 9. Вращательные полосы в ядре ^{166}Er .

Рисунок взят из книги ⁸⁶ и основан на экспериментальных данных Рича и Клейна ⁷⁵. Полосам присвоено значение проекции K полного углового момента на ось симметрии. Полоса с $K = 2$, по-видимому, выражает возбуждение квадрупольных колебаний с отклонением формы ядра от аксиальной симметрии.

в процессе добавления или удаления коррелированной пары электронов в сверхпроводнике (например, в эффекте Джозефсона) или пары нуклонов в сверхтекучем ядре возникает вращательный тип движения в калибровочном пространстве, где число частиц играет роль углового момента ⁷³. Появление таких парных вращательных спектров, включающих набор состояний в различных ядрах, является заметной особенностью при исследовании двухчастичных реакций передачи ⁷⁴. В то время как часто считают калибровочное пространство довольно абстрактным построением, оно реально проявляется при изучении процессов передачи частиц.

Соотношения между членами вращательной полосы выражаются в простой зависимости матричных элементов от вращательных квантовых чисел, в $I(I+1)$ зависимости энергетических спектров, что было прежде

всего установлено, а также в правилах интенсивностей низшего порядка теории возмущений для переходов на различные уровни полосы. Наличие деформации, лежащей в основе этих эффектов, подтверждается коллективными переходами внутри полосы.

Анализ матричных элементов для достаточно малых значений вращательных квантовых чисел может быть основан на разложении по степеням углового момента. Общая структура этого разложения зависит от симметрии деформации и принимает особенно простой вид для аксиально-симметричной системы. В качестве примера на рис. 9 изображены две

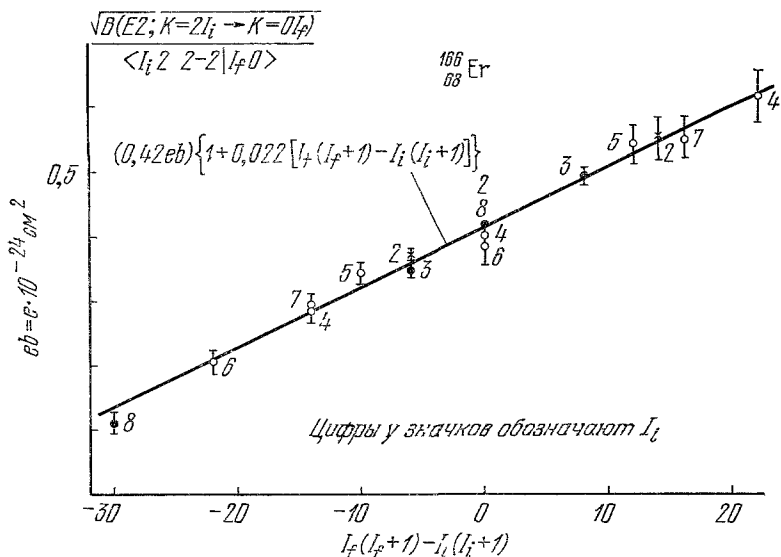


Рис. 10. Соотношение для интенсивности $E2$ -переходов между вращательными полосами.

На рисунке, взятом из книги ³⁵ и основанном на экспериментальных данных ⁷⁶, изображены измеренные приведенные вероятности электрических квадрупольных переходов $B(E2)$ между уровнями полос с $K = 2$ и $K = 0$ в ядре ^{166}Er (см. рис. 9). Разложение, аналогичное проведенному на рис. 9, но с учетом тензорных свойств оператора $E2$, приводит к выражению для $\sqrt{B(E2)}$, в котором коэффициент Клебша — Гордана $\langle I_i K_i 2 - 2 | I_f K_f \rangle$ (геометрический фактор) умножается на ряд по степеням углового момента I_i — начального состояния и I_f — конечного состояния. Главный член в этом разложении — константа, следующий член — линейный относительно $I_f(I_f + 1) - I_i(I_i + 1)$. Как видно, экспериментальные данные хорошо описываются с помощью этих двух членов.

нижние полосы, наблюдаемые в ядре ^{166}Er . Энергии внутри каждой полосы измерены с очень высокой точностью. Они могут быть выражены в виде ряда, который в диапазоне угловых¹ моментов, указанных на рисунке, сходится весьма быстро. Подобное разложение может быть проведено для матричных элементов тензорных операторов, соответствующих электромагнитным переходам, β -распаду, передаче частиц и т. д. Например, были проведены тщательные измерения $E2$ -переходов между двумя полосами в ядре ^{166}Er . На рис. 10 показаны результаты анализа полученных из эксперимента матричных элементов перехода, при использовании разложения по квантовым числам угловых моментов начального и конечного состояний.

Такой анализ экспериментальных данных дает феноменологическое описание вращательных спектров с помощью набора параметров, имеющих физический смысл. Эти параметры характеризуют внутреннюю структуру системы с учетом эффектов перенормировки, возникающей из-за связи с вращательным движением.

Систематический анализ этих параметров может быть основан на идеях модели принудительного вращения. Это приближение дает возможность получить важное качественное представление о разнообразии эффектов, связанных с вращательным движением. Однако в такой программе анализа имеются существенные нерешенные проблемы. Основные связи, включенные в модель принудительного вращения, могут быть изучены непосредственно путем рассмотрения влияния взаимодействия Кориолиса в нечетных ядрах с вращательными полосами, обусловленными различными орбитами непарной частицы⁷⁷. Однако в экспериментах неожиданно было обнаружено, что роль образующихся связей во многих случаях даже меньше, чем непосредственно испытываемое частицами влияние вращения ядра по отношению к далеким галактикам.⁷⁸ Возможно, что этот результат является отражением эффекта вращения самого ядерного потенциала^{35, 57, 79, 80}, однако вопрос остается открытым.

БЛИЖАЙШИЕ ПЕРСПЕКТИВЫ

В ближайшем будущем в исследовании вращения ядра открываются новые перспективы. Перед нами будут стоять не только уже упомянутые проблемы более глубокого изучения вращательного движения, ставшие возможными вследствие разработки новых мощных методов ядерной спектроскопии. Возникают новые возможности исследования ядерных состояний с очень большим значением углового момента. В реакциях, вызываемых тяжелыми ионами, уже сейчас возможно образование ядер с большим

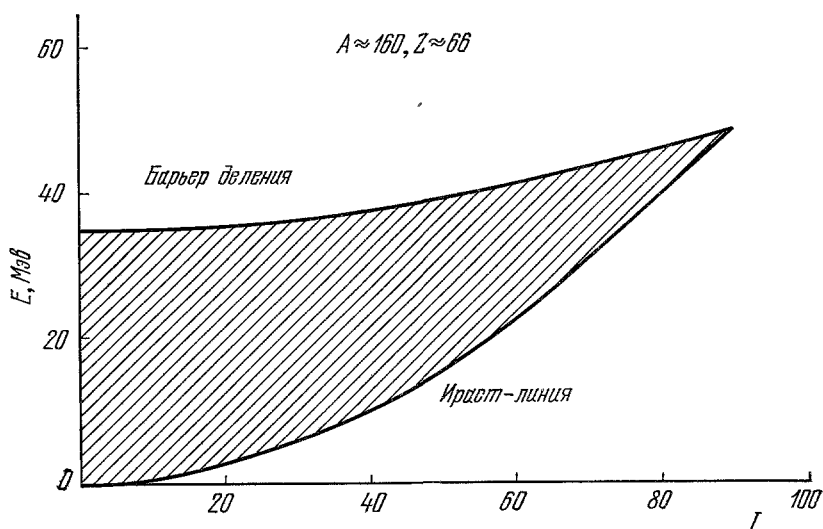


Рис. 11. Фазовая диаграмма ядра для зависимости энергии возбуждения от углового момента.

Ираст-линия и барьер деления основаны на оценках, сделанных Козном, Плазлом и Святецким⁸¹ по модели жидкой капли в предположении значения момента инерции твердого тела.

значением углового момента, порядка ста единиц. Таким образом, мы имеем дело с ядерным веществом при совершенно новых условиях, когда центробежные напряжения могут оказать глубокое влияние на структуру ядра. Проблемы, возникшие в связи с этими новыми условиями, взбудоражили воображение физиков-ядерщиков.

На рис. 11 изображена схематическая фазовая диаграмма, показывающая зависимость энергии от углового момента для ядра с массовым числом

$A \approx 160$. Нижняя кривая, дающая наименьшие значения энергии при заданном угловом моменте, называется ираст-линией (yrast line). Верхняя кривая, соответствующая барьеру деления в функции углового момента, рассчитана на основе модели жидкой капли⁸¹. Ядра становятся нестабильными по отношению к делению при $I \approx 100$. Существующие данные о сечениях образования составного ядра в столкновениях с участием тяжелых ионов, по-видимому, подтверждают справедливость этой приближенной оценки предельного значения углового момента⁸².

Практически вся имеющаяся информация о ядерных спектрах сосредоточена в малой области в левом углу фазовой диаграммы. Таким образом, сейчас открывается широкое поле деятельности для исследований.

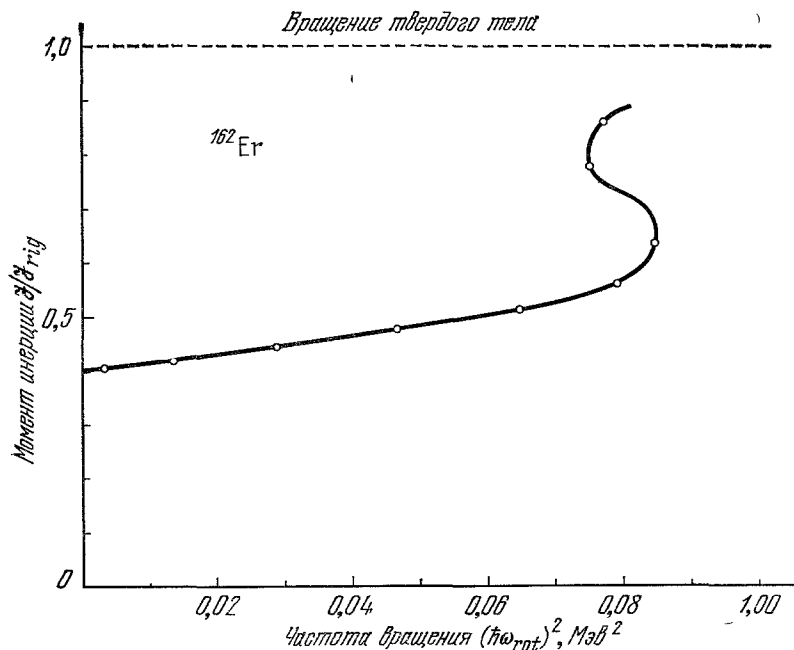


Рис. 12. Момент инерции как функция частоты вращения.

Рисунок взят из работы⁸³ и основан на экспериментальных данных Джонсона, Райда и Хьюрта⁸⁴. Частота вращения определяется как производная вращательной энергии по угловому моменту и находится путем линейной интерполяции по переменной $I(I+1)$ между квантовыми состояниями. Момент инерции определяется обычным способом, как отношение углового момента к частоте вращения.

Особенный интерес вызывает область, расположенная сразу над ираст-линией, где ядра, несмотря на сильное возбуждение, остаются холодными, так как почти вся энергия возбуждения сосредоточена на одной степени свободы. Поэтому можно ожидать, что спектр возбуждения будет иметь плотность уровней и структуру, аналогичную спектрам, расположенным вблизи основного состояния. Следовательно, распространение ядерной спектроскопии на эту область может привести к глубокому пониманию того, каким образом структура ядра реагирует на возрастание углового момента.

В последние годы удалось идентифицировать квантовые состояния в ираст-области при значениях $I \approx 20-25$. При этом наблюдались интересные новые явления. В качестве примера на рис. 12 приведена зависимость момента инерции от частоты вращения. Этот эффект «загиба назад» («back-bending») был открыт здесь в Стокгольме в Исследовательском

Институте атомной физики. Обнаружено, что это явление является весьма общим.

В рассматриваемой области угловых моментов близок фазовый переход от сверхтекучей к нормальной ядерной материи. Ожидается, что этот переход возникает, когда возрастание вращательной энергии вследствие меньшего значения момента инерции сверхтекучей фазы превышает выигрыш в энергии, связанный с корреляцией⁸⁵. Фазовый переход аналогичен разрушению сверхпроводимости в магнитном поле. Ожидается, что при этом происходит приближение момента инерции к значению момента инерции твердого тела, свойственному нормальной фазе.

Эффект загиба назад является, по-видимому, проявлением пересечения полос, при котором новая полоса с большим моментом инерции и соответственно меньшей частотой вращения при данном угловом моменте движется к иррадиационной линии. Такое пересечение полос может возникнуть из-за фазового перехода, так как энергия возбуждения квазичастицы во вращающемся потенциале может исчезнуть, хотя структурный параметр (энергия связи коррелированной пары) остается конечным. Здесь наблюдается близкая аналогия ситуации в бесщелевых сверхпроводниках⁸⁶.

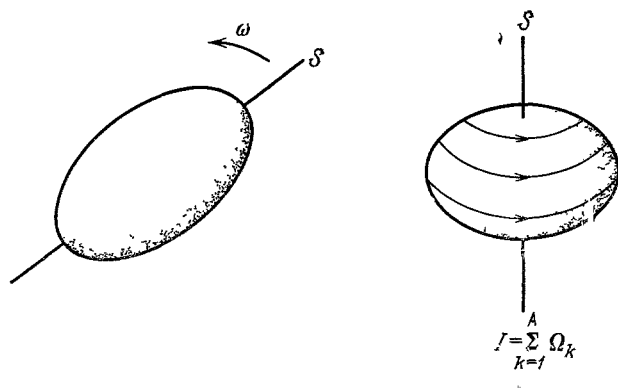


Рис. 13. Противопоставление коллективного вращения выстраиванию углового момента частиц вдоль оси вращения.

Действительно, угловой момент квазичастицы во вращающемся потенциале стремится к выстраиванию в направлении оси вращения. Поэтому возбуждение квазичастицы приводит к уменьшению углового момента, вносимого коллективным вращением⁸⁷.

Следует, однако, отметить, что пока нет количественного объяснения интересного нового явления, иллюстрируемого рис. 12. Возникает необходимость проведения анализа фазового перехода в терминах индивидуальных квантовых состояний.

Ожидается, что при еще больших значениях углового момента основные изменения ядерной формы производят центробежные напряжения, пока наконец система не становится нестабильной по отношению к делению. Путь следования данного ядра в пространстве деформаций зависит от взаимной роли квантовых эффектов, связанных с оболочечной структурой, и классических центробежных эффектов, таких же, как при вращении жидкой капли. Можно было бы раскрыть все богатство этого явления, но я упомяну лишь об одной интригующей возможности.

Классический центробежный эффект стремится придать вращающейся системе сплюснутую форму по отношению к оси вращения, так же как в случае вращения Земли. Сплюснутые ядра с угловым моментом, направ-

ленным по оси симметрии, обладают видом вращения, совершенно отличным от вращения, соответствующего низколежащим спектрам, когда ось вращения направлена перпендикулярно к оси симметрии (рис. 13). Для ядра, вращающегося вокруг оси симметрии, средняя плотность и потенциал являются статическими, и полный угловой момент равен сумме квантованных вкладов от индивидуальных частиц. В этой специфической ситуации мы не имеем более дела с тем коллективным вращательным движением, которое характеризуется усилением радиационных переходов. Поэтому возникает возможность существования иррадиационных состояний с относительно большими временами жизни⁸⁸. Если также высокоспиновые метастабильные состояния (сверхвращающиеся ядра, *super-dizzy nuclei*) действительно существуют, исследование их распадов предоставит новые возможности для глубокого изучения вращательного движения при очень больших значениях угловых моментов.

Итак, исследование вращения ядра проходило весьма активно в течение ряда лет. В настоящее время появляются новые интересные направления. Однако вращение ядра — это лишь один весьма частный аспект более широкой проблемы динамики ядра, которая является предметом следующего доклада.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. J. Thibaud, C.R. Ac. Sci. 191, 656 (1930).
2. E. Teller, J. A. Wheeler, Phys. Rev. 53, 778 (1938).
3. N. Bjerrum, in Nernst Festschrift, Halle, Knapp, 1912, p. 90.
4. M. G. Mayer, Phys. Rev. 75, 209 (1949).
5. O. Haxel, J. H. D. Jensen, H. E. Suess, *ibid.*, p. 1766.
6. N. Bohr, Nature 137, 344 (1936).
7. N. Bohr, F. Kalkar, Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk. 14, No. 10 (1937).
8. V. F. Weisskopf, Phys. Rev. 52, 295 (1937).
9. L. Meitner, O. R. Frisch, Nature 143, 239 (1939).
10. N. Bohr, J. A. Wheeler, Phys. Rev. 56, 426 (1939).
11. J. Frenkel, J. Phys. (USSR) 1, 125 (1939); см. также: Phys. Rev. 55, 987 (1939).
12. J. H. D. Jensen, in: Les Prix Nobel en 1963. Stockholm, Imprimerie Royale P. A. Norstedt and Söner, 1964.
13. N. Bohr, Tentative Comments on Atomic and Nuclear Constitution. Manuscript dated August 1949, Niels Bohr Archives, The Niels Bohr Institute, Copenhagen.
14. D. L. Hill, J. A. Wheeler, Phys. Rev. 89, 1102 (1953).
15. T. Schmidt, Zs. Phys. 106, 358 (1937).
16. F. Bitter, Phys. Rev. 75, 1326; 76, 150 (1949).
17. A. Bohr, V. F. Weisskopf, *ibid.* 77, 94 (1950).
18. H. Schüler, Th. Schmidt, Zs. Phys. 94, 457 (1935).
19. H. B. G. Casimir, On the Interaction Between Atomic Nuclei and Electrons. Prize Essay, Taylor's Tweede, Haarlem, 1936.
20. См. также: H. Koppfermann, Kernmomente, Leipzig, Akademische Verlagsgesellschaft, 1940.
21. C. H. Townes, H. M. Foley, W. Low, Phys. Rev. 76, 1415 (1949).
22. A. Bohr, *ibid.* 81, 134 (1951).
23. A. Bohr, Rotational States of Atomic Nuclei, Copenhagen, Munksgård, 1954.
24. A. Bohr, Phys. Rev. 81, 331 (1951).
25. L. L. Foldy, F. J. Milford, Phys. Rev. 80, 751 (1950).
26. J. Rainwater, Phys. Rev. 79, 432 (1950).
27. A. Bohr, B. R. Mottelson, Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk. 27, No. 16 (1953).
28. M. Goldhaber, A. W. Sunyar, Phys. Rev. 83, 906 (1951).
29. M. G. Mayer, S. A. Moszkowski, L. W. Nordheim, Rev. Mod. Phys. 23, 315 (1951).
30. L. W. Nordheim, *ibid.*, p. 322.
31. H. H. Barschall, Phys. Rev. 86, 431 (1952).
32. V. F. Weisskopf, Physica 18, 1083 (1952).
33. A. Bohr, B. R. Mottelson, Phys. Rev. 89, 316 (1953).
34. A. Bohr, B. R. Mottelson, *ibid.* 90, 717.
35. F. Asaro, I. Perlman, *ibid.* 91, 763.

28. S. B. Burson, K. W. Blair, H. B. Keller, S. Wexler, *ibid.* 83, 62 (1951).
29. J. M. Hollander, I. Perlman, G. T. Seaborg, *Rev. Mod. Phys.* 25, 469 (1953).
30. T. Huus, C. Zupancic, *Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk.* 28, No. 1 (1953).
31. C. L. McClelland, C. Goodman, *Phys. Rev.* 91, 760 (1953).
32. N. P. Heydenburg, G. M. Temmer, *ibid.* 94, 1399 (1954); 100, 150 (1955).
33. К. А. Тер-Мартirosян, *ЖЭТФ* 22, 284 (1952).
34. K. Alder, A. Winther, *Phys. Rev.* 91, 1578 (1953).
35. A. Bohr, B. R. Mottelson, *Nuclear Structure*, v. 2, Reading, Mass., W. A. Benjamin, Inc., 1975.
36. M. Sakai, *Nuclear Data Tables A8*, 323 (1970); *A10*, 541 (1972).
37. G. Alaga, K. Alder, A. Bohr, B. R. Mottelson, *Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk.* 29, No. 9 (1955).
38. A. Bohr, P. O. Fröman, B. R. Mottelson, *ibid.*, No 10.
39. G. R. Satchler, *Phys. Rev.* 97, 1416 (1955).
40. S. G. Nilsson, *Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk.* 29, No. 16 (1955).
41. B. R. Mottelson, S. G. Nilsson, *Phys. Rev.* 99, 1615 (1955).
42. K. Gottfried, *ibid.* 103, 1017 (1956).
43. F. S. Stephens, M. D. Holtz, R. M. Diamond, J. O. Newton, *Nucl. Phys.* A115, 129 (1968).
44. Th. W. Elze, J. R. Huizenga, *ibid.* A133, 10 (1969);
T. H. Braid, R. R. Chasman, J. R. Erskine, A. M. Friedman, *Phys. Rev.* C1, 275 (1970).
45. E. T. Jurney, in: *Neutron Capture Gamma-Ray Spectroscopy*, Proc. of the Intern. Symposium held in Studsvik, Vienna, IAEA (1969), p. 431.
46. C. Gustafson, I. L. Lamm, B. Nilsson, S. G. Nilsson, *Ark. Fys.* 36, 613 (1967).
47. H. Morinaga, *Phys. Rev.* 101, 254 (1956).
48. E. B. Carter, G. E. Mitchell, R. H. Davies, *ibid.* B133, 1421 (1964).
49. S. Gorodetzky, P. Memrath, W. Benenson, P. Chevallier, F. Scheibling, *J. Phys. et Radium* 24, 887 (1963).
50. С. М. Поликанов, В. А. Дрυνин, В. А. Карнаухов, В. Л. Михеев, А. А. Плевее, Н. К. Скобелев, В. Г. Субботин, Г. М. Тер-Акопьян, В. А. Фомичев, *ЖЭТФ* 42, 1462 (1962).
51. H. J. Specht, J. Weber, E. Конесны, D. Hennemann, *Phys. Lett.* B41, 43 (1972).
52. E. J. Winhold, P. T. Demos, I. Halpern, *Phys. Rev.* 87, 1139 (1952).
53. A. Bohr, in: *Proc. of the Intern. Conference on the Peaceful Uses of Atomic Energy*, v. 2, N.Y., U.N., 1956, p. 151.
54. D. R. Inglis, *Phys. Rev.* 96, 1059 (1954).
55. D. J. Thouless, J. G. Valatin, *Nucl. Phys.* 31, 244 (1962).
56. A. Bohr, B. R. Mottelson, *Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk.* 30, No. 1 (1955).
57. A. B. Migdal, *Nucl. Phys.* 13, 655 (1959).
58. S. T. Belyaev, *Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk.* 31, No. 11 (1959).
59. J. Bardeen, L. N. Cooper, J. R. Schrieffer, *Phys. Rev.* 106, 162; 108, 1175 (1957).
60. B. R. Mottelson, *Elementary Modes of Excitation in the Nucleus*. Nobel Lecture, Stockholm, December 11, 1975 (имеется перевод: Б. Моттельсон, Элементарные виды возбуждения в ядрах, *УФН* 120, 563 (1976) — в данном номере журнала).
61. M. Ruderman, *Ann. Rev. Astron. and Astrophys.* 10, 427 (1972).
62. J. P. Elliott, B. H. Flowers, *Proc. Roy. Soc.* A229, 536 (1955).
63. E. B. Paul, *Phil. Mag.* 2, 341 (1957).
64. M. G. Redlich, *Phys. Rev.* 110, 468 (1958).
65. J. P. Elliott, *Proc. Roy. Soc.* A245, 128, 562 (1958).
66. K. P. Jackson, K. B. Ram, P. G. Lawson, N. G. Chapman, K. W. Allen, *Phys. Lett.* B30, 162 (1969).
67. T. K. Alexander, O. Häusser, A. B. MacDonald, A. J. Ferguson, W. T. Diamond, A. E. Litherland, *Nucl. Phys.* A179, 477 (1952).
68. A. Bohr, in: *Intern. Nuclear. Phys. Conference*, Ed. R. L. Becker, N.Y., Academic Press, 1967, p. 489.
69. P. G. Hansen, O. B. Nielsen, R. K. Sheline, *Nucl. Phys.* 12, 389 (1959).
70. О. Бор, Б. Моттельсон, *АЭ* 14, 41 (1963).
71. A. Bohr, in: *Symmetry Properties of Nuclei*, Proc. of 15th Solvay Conference on Physics (1970), Lnd., Gordon and Breach Sci. Publ., 1974, p. 187.
72. E. M. Henley, W. Thirring, *Elementary Quantum Field Theory*, N.Y., McGraw-Hill, 1962.
73. P. W. Anderson, *Rev. Mod. Phys.* 38, 298 (1966).

74. R. Middleton, D. J. Pullen, Nucl. Phys. **51**, 77 (1964).
См. также: R. A. Broglia, O. Hansen, C. Riedel, Adv. Nucl. Phys. **6**, 287 (1973).
75. C. W. Reich, J. E. Cline, Nucl. Phys. **A159**, 181 (1970).
76. C. J. Gallagher, O. B. Nielsen, A. W. Sunyar, Phys. Lett. **16**, 298 (1965).
C. Günther, D. R. Parsignault, Phys. Rev. **153**, 1297 (1967).
J. M. Domingos, C. D. Symons, A. C. Douglas, Nucl. Phys. **A180**, 600 (1972).
77. A. K. Kerman, Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk. **30**, No. 15 (1956).
78. F. Stephens (1960), цит. по: E. Hyde, I. Perlman, G. T. Seaborg, in: The Nuclear Properties of the Heavy Elements. v. 2, Englewood Cliffs, N.Y., Prentice Hall 1964, p. 732.
S. A. Hjorth, H. Ryde, K. A. Hagemann, G. Løvholm, J. C. Waddington, Nucl. Phys. **A144**, 513 (1970); см. также обсуждение в ³⁵.
79. S. T. Belyaev, Nucl. Phys. **24**, 322 (1961).
80. I. Hamamoto, ibid. **A232**, 445 (1974).
81. S. Cohen, F. Plasil, W. J. Swiatecki, Ann. Phys. (N.Y.) **82**, 557 (1974).
82. H. C. Britt, H. H. Guthood, et al., Preprint.
H. Gauvin, D. Guerra, F. Plasil, X. Tarrago, Phys. Lett. **B58**, 163 (1975).
83. A. Bohr, B. R. Mottelson, Ann. Rev. Nucl. Sci. **23**, 363 (1973).
84. A. Johnson, H. Ryde, S. A. Hjorth, Nucl. Phys. **A179**, 753 (1972).
85. B. R. Mottelson, J. G. Valatin, Phys. Rev. Lett. **5**, 511 (1960).
86. A. Goswami, L. Lin, G. L. Struble, Phys. Lett. **B25**, 451 (1967).
87. F. S. Stephens, R. S. Simon, Nucl. Phys. **A183**, 257 (1972).
88. A. Bohr, B. R. Mottelson, Physica Scripta **A10**, 13 (1974).