

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

539.171.017

ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВЕННЫХ ПРОЦЕССОВ

И. Л. Розенталь

СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение	271
2. Статистическая теория Ферми	272
3. Статистическая модель Померанчука	273
4. Физические основы гидродинамической теории	274
5. О диссипативных членах и уравнении состояния	276
6. Гидродинамическая интерпретация столкновения нуклонов с ядрами	278
7. Распределение по логарифмической координате η	281
8. Влияние диссипативных членов и уравнения состояния на величину \bar{N}	282
9. О роли выделенных частиц в множественных процессах	284
10. Состав вторичных частиц	284
11. Корреляции и флуктуации в множественных процессах	285
12. Масштабная инвариантность в гидродинамической теории	287
13. О точности вычисления характеристик множественных процессов	288
14. Сопоставление гидродинамической теории с экспериментом	289
15. Аннигиляционные процессы и гидродинамическая теория	293
16. Квантовополевая интерпретация гидродинамической теории	295
17. О применимости классического подхода к начальному состоянию	296
18. Заключительные замечания	298
Приложение. Формализм гидродинамического разлета	299
Цитированная литература	300

1. ВВЕДЕНИЕ

Образование многих частиц при столкновении двух адронов (множественные процессы) — привилегия сильных взаимодействий. Эти две особенности множественных процессов — большое число частиц в конечном состоянии и сильные взаимодействия — обуславливают специфику этого явления. Сложность его описания связана с перманентными сомнениями в применимости современной теории поля к сильным взаимодействиям. С другой стороны, участие в процессе многих частиц вселяет надежду на успешное применение квазиклассического приближения. Поэтому целесообразно подойти к описанию множественных процессов с позиций и квантовых и классических представлений.

Здесь уместно отметить некоторую аналогию с ядерными моделями: например, оболочечная модель представляет квантовый, в то время как газовая модель — классический подход. Однако в этой аналогии есть очень важный предел; в то время как ядро представляет совокупность *реальных* частиц, в множественных процессах существенную роль играют *виртуальные* частицы. Последнее обстоятельство не содействует прояснению ситуации. Тем не менее важнейший пункт подобной аналогии — возможность и квантового и классического подходов к описанию обоих явлений (ядро и множественные процессы) остается.

Исторически теория множественных процессов началась с предсказания явления еще до его экспериментального обнаружения. Гейзенберг¹, пытаясь объяснить наблюдаемые давно в космических лучах ливни, использовал забытый сейчас вариант β -взаимодействия. Однако, и это более существенно, уже в своих ранних работах^{1, 2} он подчеркнул возможность статистического описания множественных процессов, обусловленную большой величиной константы связи.

В дальнейшем эта идея нашла свое выражение в работе Ферми³, который основывался на гипотезе установления статистического равновесия в лоренц-сжатом объеме.

Однако Померанчук⁴ отметил непоследовательность этой теории, базирующейся на допущении сильного взаимодействия многих частиц, сосредоточенных в объеме, размеры которого существенно менее радиуса действия сил. Эта непоследовательность усугублялась тем, что при оценках характеристик множественных процессов использовалась модель идеального газа. Поэтому лоренц-сжатый объем в классическом подходе должен быть лишь начальным состоянием системы.

Основываясь на этих замечаниях, Ландау⁵ развил гидродинамическую теорию, которая и составляет основное содержание настоящей статьи, причем основные акценты будут сделаны на тех пунктах, которые освещались мало или не освещались вовсе ранее в обзорах: взаимодействие нуклонов со сложными ядрами, аннигиляция лептонов в адроны, принципиальные основы гидродинамической модели.

Гидродинамическую теорию ожидала любопытная история. Хотя одновременно с классическим описанием развивался и квантовый подход^{6, 7}, тем не менее, вплоть до конца пятидесятых годов, гидродинамическая теория бесспорно доминировала. Положение изменилось после формулировки мультипериферической теории⁸, когда казалось, что найден путь решения всех проблем множественных процессов в рамках современной теории. Эти надежды усилились после включения в эту теорию метода комплексных моментов⁹.

Тем не менее не удалось преодолеть основной трудности: создание замкнутой теории множественных процессов.

С другой стороны, проведенные в самое последнее время прецизионные наблюдения на больших ускорителях (в особенности, ISR *) продемонстрировали, что многие измеренные теперь характеристики множественных процессов были предсказаны ранее в рамках гидродинамической теории.

Все эти обстоятельства обусловили резкое увеличение интереса к гидродинамической теории.

Это второе рождение привело к любопытному парадоксу: вопросы и проблемы, которые стояли перед физиками около двух десятилетий тому назад, сейчас заново решаются (и не всегда правильно) и переоткрываются. Подобная ситуация явилась побудительно причиной для переосмысления и изложения гидродинамической теории.

2. СТАТИСТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ФЕРМИ

Напомним коротко основную идею статистической теории. В Ц-системе сталкивающиеся нуклоны представляют сжатые диски с поперечными размерами $1/\mu$ (μ — масса пиона) и с продольными $\sim (2/\mu) M/\sqrt{s}$ (M — масса нуклона, \sqrt{s} — полная энергия в Ц-системе).

*) Intersecting Storage Rings — пересекающиеся накопительные кольца.

Основное допущение модели: во время столкновения в характеристическом объеме

$$V \approx \frac{8}{3} \pi \frac{M}{\mu \sqrt{s}} \quad (1)$$

возникают наблюдаемые *реальные* частицы, распределение которых при достаточно большом числе частиц $N \gg 1$ (термодинамическое приближение) соответствует черному излучению, с учетом изотопического фактора 3/2, отражающего факт существования трех типов заряженных пионов. Тогда число \bar{N} частиц равно

$$\bar{N} = n_1 V, \quad (2)$$

где концентрация

$$n_1 \approx 0,4 T^3. \quad (3)$$

Здесь и далее $\hbar = c = k = 1$ (k — постоянная Больцмана), T — температура системы.

Поскольку плотность энергии дается выражением

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{s}}{V} \quad (4)$$

и

$$\varepsilon \approx 0,7 T^4, \quad (5)$$

то

$$\bar{N} \approx 1,5 \sqrt{\frac{\sqrt{s}}{M}}, \quad (6)$$

или *)

$$\bar{N} \approx 2,5 \sqrt[4]{\frac{E_0}{M}}, \quad (7)$$

где E_0 — энергия налетающей частицы в Λ -системе.

3. СТАТИСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПОМЕРАНЧУКА

Вскоре после появления работы Ферми была отмечена ⁴ противоречивость пространственно-временного описания N частиц на основе модели идеального газа ($N > 1$), радиус взаимодействия которых больше чем суммарный размер системы **). Для преодоления этого противоречия в духе всей статистической концепции следует допустить, что описание множественных процессов делится на три стадии:

- 1) образование первоначально сжатого диска;
- 2) расширение системы;
- 3) распад системы на реальные частицы.

Здесь важно подчеркнуть, что на первых стадиях нет речи о реальных частицах. Таким образом, ликвидируется отмеченное выше противоречие. Однако этот успех достигается большой ценой, поскольку возникает принципиальный вопрос о конкретном содержании понятия того, что расширяется во время столкновения. К этому вопросу мы вернемся позже.

*) Подчеркнем, что зависимость (7) получена в термодинамическом приближении, которое оправдывается при $E_0 > 10^{11}$ эв. При энергии $E_0 \ll 10^{11}$ эв точное вычисление статистических весов ¹⁰ при степенной аппроксимации зависимости $\bar{N}(E_0)$ приводит к функции $N \propto E_0^{1/3}$.

**) Вскоре выяснилось, что статистическая теория Ферми противоречит экспериментальным данным относительно состава и углового распределения вторичных частиц.

Для того чтобы придать количественную форму статистической модели с расширяющимся объемом, нужно задать характеристический объем системы. Из физических соображений, помимо лоренц-сжатого начального диска, в нашем распоряжении существует лишь один объем, равный «объему» V_0 элементарной частицы в собственной системе координат. По порядку величины

$$V_0 \approx \frac{4}{3} \pi \frac{1}{\mu^3}. \quad (8)$$

Тогда полный объем системы

$$V_T = NV_0. \quad (9)$$

Поскольку полная энергия $\sqrt{s} = \varepsilon V_T$, то

$$\bar{N} \approx \frac{\sqrt{s}}{\mu}. \quad (10)$$

Этот результат был получен в первых работах по теории множественных процессов².

Во время расширения температура T уменьшается. На последней фазе температура T_f по порядку величины равна массе пиона (сравнить с (10)):

$$T_f \sim \mu. \quad (11)$$

Последующий анализ экспериментальных данных продемонстрировал, что зависимость (10) не согласуется с ними и гораздо ближе к соотношению (7).

Это обстоятельство, а также появление более последовательной гидродинамической теории привели к тому, что статистическая теория с расширяющимся объемом была основательно забыта.

Однако совсем недавно¹¹ тщательное сопоставление с экспериментом выводов статистической теории с расширяющимся объемом, вплоть до $E_0 \leq 30 \text{ Гэв}$, продемонстрировало хорошее согласие при условии введения нового феноменологического параметра — коэффициента неупругости K , который получился равным 0,4.

При энергии $E_0 > 30 \text{ Гэв}$ закон (10) уже вступает в противоречие с опытом.

4. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ

Статистическая модель с расширяющимся объемом также недостаточно последовательна. Дело заключается в том, что пределы применимости термодинамики и гидродинамики совпадают. Поэтому переход от начального состояния (стадия первая) к конечному состоянию — распаду на реальные частицы (т. е. расширение системы) есть фактор, определяющий третью конечную стадию. Гидродинамическая скорость элемента жидкости обуславливает, в конечном счете, распределение распадающихся элементов по быстротам:

$$y = \frac{1}{2} \ln \frac{E + p_{\parallel}}{E - p_{\parallel}}, \quad (12)$$

или

$$y = \ln \left[\frac{p_{\parallel}}{m_{\perp}} + \sqrt{1 + \left(\frac{p_{\parallel}}{m_{\perp}} \right)^2} \right]; \quad (13)$$

$m_{\perp} = \sqrt{m^2 + p_{\perp}^2}$, p_{\perp} , $p_{||}$ — перпендикулярная и параллельная составляющие импульса частицы, m — масса вторичной частицы.

Таким образом, для последовательного описания второй стадии нужно прибегнуть к гидродинамике. В рамках развиваемых представлений необходимо также ввести постулат о существовании на всех трех стадиях развития системы локального равновесия. Иначе говоря, на гидродинамическое движение накладывается тепловое движение в собственной системе, связанной с элементом жидкости. Распределение бозонов описывается формулой Бозе, а фермионов — распределением Ферми. Тогда суммарная быстрота u_{Σ} является суммой быстрот, соответствующих коллективному гидродинамическому движению и термодинамическому тепловому движению в системе координат, связанной с данным элементом жидкости. Таким образом, последовательное описание множественных процессов сводится к следующим постулатам:

а) на первой стадии образуется лоренц-сжатый диск с начальной температурой T_0 и плотностью энергии ϵ_0 , определяемой соотношением (5);

б) подобный диск является начальной стадией гидродинамического расширения; в процессе расширения величины ϵ и T уменьшаются;

в) когда температура T достигает некоторого конечного значения $T = T_f$, не зависящего от начальной энергии E_0 , но обусловленного свойствами адронного вещества, наступает распад системы на реальные частицы; естественно допустить, что и в этом случае $T_f \approx \mu$.

Хотя эта совокупность постулатов является логически замкнутой, к сожалению, она не дает однозначного решения проблемы. Дело заключается в том, что гидродинамическое описание движения определяется двумя типами членов ¹² (см. ниже уравнения (14) и (15)): инерционными, которые, по существу, являются следствием закона сохранения энергии-импульса, и диссипативными, отражающими свойства вещества (в данном случае адронного). Релятивистская гидродинамика заключена в системе уравнений

$$\frac{\partial T_{ik}}{\partial x^k} = 0, \quad (14)$$

$$T_{ik} = p_d g_{ik} + (\epsilon + p_d) u_i u_k + \tau_{ik}, \quad (15)$$

где p_d — давление, g_{ik} — метрический тензор, u_i — i -я компонента 4-скорости, τ_{ik} — диссипативный член, являющийся суммой слагаемых типа $\eta_v \partial u_i / \partial x^k$, $\eta_v (\partial u_i / \partial x^l) u_l u_k$; η_v — коэффициент вязкости.

Помимо неопределенности с относительным вкладом диссипативных членов, очевидно, что даже если положить

$$\tau_{ik} = 0, \quad (16)$$

система (14) не имеет однозначного решения, поскольку в пяти уравнениях (система (14) и уравнение $\sum_{i=1}^4 u_i^2 = 1$) содержится шесть неизвестных (ϵ , p_d , u_i). Поэтому, чтобы получить однозначное решение, нужно задать уравнение состояния

$$p_d = \varphi(\epsilon). \quad (17)$$

Зависимости (6), (7) получены при допущении (16), и

$$p_d = \frac{\epsilon}{3}^*). \quad (18)$$

*) Ниже обсуждаются физические условия справедливости этого соотношения.

5. О ДИССИПАТИВНЫХ ЧЛЕНАХ И УРАВНЕНИИ СОСТОЯНИЯ

Возникает вопрос о степени общности условий (16) и (18). В то время, когда создавалась гидродинамическая теория, эти условия казались почти очевидными. Сейчас ситуация представляется гораздо менее ясной.

Чтобы проследить возникающие здесь вопросы, удобно обратиться к некоторым простым моделям, когда почти все можно оценить количественно.

Рассмотрим, прежде всего, уравнение состояния (18). Это соотношение есть относительно общее следствие изотропии пространства и релятивизма. Действительно, для идеального газа давление p_d есть усредненный поток среднеквадратичной проекции импульса на нормаль к поверхности через единицу ее площади:

$$p_d = \frac{mn_1 \sqrt{\overline{v_n^2}}}{\sqrt{1-v^2}}, \quad (19)$$

где

$$\overline{v_n^2} = \frac{\overline{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}}{3} = \frac{v^2}{3}. \quad (20)$$

Полагая $v = 1$, получаем соотношение (18). В этом рассуждении существенно допущение об изотропии пространства. Для макроскопических тел здесь нет вопроса. Однако, когда мы переходим к расстояниям, сравнимым с «размерами» частиц, это допущение становится менее очевидным из-за возможного влияния спиновых эффектов (появляется возможное выделенное направление, обусловленное спиновыми корреляциями).

Если использовать теорию поля и ограничиться взаимодействием без производных, то в первом порядке теории возмущений и ультрарелятивистском приближении также получается уравнение (18) ¹³⁻¹⁵.

Тем не менее, если, например, концентрация $n_1 \rightarrow \infty$ и масса $\neq 0$, то для векторных частиц получается ¹⁶

$$p_d = \varepsilon. \quad (21)$$

Перейдем теперь к выяснению роли диссипативных частиц. Полагая $du/dx \sim u/L$, где L — характеристический размер системы, получаем, что допустимо пренебрежение диссипативными членами; если число Рейнольдса

$$Re \sim \frac{(\varepsilon + p_d) L}{\eta_v u} \gg 1 \quad (22)$$

или поскольку $\varepsilon \sim p_d$, то

$$Re \sim \frac{p_d L}{\eta_v u}. \quad (23)$$

Для нерелятивистского газа, состоящего из реальных частиц, $\eta_v \sim \sim n_1 m v l$ (l — длина свободного пробега), поэтому

$$Re \sim \frac{u L}{v l}. \quad (24)$$

Условия применимости гидродинамики $L \gg l$, поэтому в основополагающих работах ^{5, 17} был сделан вывод о возможности пренебрежения вязкостью.

Однако в этом рассуждении содержится непоследовательность: коэффициент η_i вычислен для нерелятивистского газа, в то время как все вычисления проводятся в релятивистском приближении.

Еще более существенно иное соображение: для среды из сильно взаимодействующих частиц само понятие «длина свободного пробега» имеет условный характер. Здесь критерием является соотношение между радиусом взаимодействия и средним расстоянием между частицами. Очевидно, длина свободного пробега имеет смысл, когда это отношение меньше 1.

Рассмотрим более детально ситуацию для системы фотонов и электронов, когда (в отличие от адронов) можно провести численные оценки. Повидимому, для системы релятивистских электронов и фотонов, находящейся в термодинамическом равновесии, роль размеров играет классический радиус электрона $r_e = e^2/m$. Действительно, сечения процессов и распределения в подобной системе получаются обычно в одноквантовом приближении. Многоквантовые процессы начинают играть роль, когда выполняется следующее неравенство:

$$n_1 \lambda \sigma \gtrsim \frac{1}{\alpha} \approx \frac{1}{137} \quad (25)$$

(см., например, ¹⁸); λ — средняя длина волны излучения; для ультрарелятивистского газа $\lambda \approx 1/T$; σ — характеристическое сечение процесса, вычисленное в одноквантовом приближении. В нашем случае это процесс образования пар: $\sigma \sim \alpha r_e^2$. Используя (3), получаем условие

$$T \gtrsim \frac{1}{r_e} \sim 10^{11} \text{ град}, \quad (26)$$

которое соответствует равенству среднего расстояния между частицами классическому радиусу электрона.

Отметим, что даже если положить размеры системы $L \sim r_e$, то и в этом случае использование критерия типа (24) приводит к значениям $Re \sim 1$ при критическом условии $n_1 \lambda \sigma \sim 1$. Отвлекаясь от ненадежности подобной оценки, мы хотели бы подчеркнуть существование связи между коэффициентом η_v и уравнением состояния (17). При взаимодействии адронов обе функции определяются свойствами адронного вещества.

Приведенные выше соображения делают количественные оценки коэффициента вязкости, а вместе с тем и роли диссипативных процессов весьма проблематичными.

Например, для скалярного взаимодействия в низшем порядке теории возмущения *) было получено ¹⁹ соотношение

$$\eta_v \sim T^3. \quad (27)$$

Более обоснованной представляется оценка коэффициента вязкости из соображений размерности ²⁰. Поскольку размерность $\eta_v = [\text{масса}]/[\text{длина}][\text{время}]$, то в нашей системе единиц получаем в ультрарелятивистском случае ($T \gg M$) соотношение (27). В этом рассуждении существенно отсутствие параметра с размерностью массы и поэтому его роль играет температура. Обычно принимают, что наибольшее значение массы равно массе M нуклона. Однако, во-первых, правильность этого утверждения неочевидна, и, во-вторых, начальная температура $T_0 \gtrsim M$ лишь при энергии $E_0 \gtrsim 10^{14}$ эв (см. (5)). Иначе говоря, в весьма интересном интервале энергий $E_0 < 10^{14}$ эв размерностных соображений недостаточно для оценки коэффициента η_v .

Поэтому, учитывая подобные неопределенности, целесообразно постулировать определенные зависимости $\eta_v(T)$ и $p_d(\epsilon)$. Из соображений простоты и аналогии с электродинамикой мы примем вначале соотношения (16) и (18). В дальнейшем будут произведены оценки для иных зависимостей $\eta_v(T)$ и $p_d(\epsilon)$.

*) Многочастичные взаимодействия оценивались весьма грубо.

6. ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ СТОЛКНОВЕНИЯ НУКЛОНОВ С ЯДРАМИ

Рассмотрим столкновение релятивистского нуклона с ядром, атомный номер которого A . Вследствие резко анизотропного разлета вторичных частиц следует ожидать, что нуклон и образованные им частицы будут двигаться в пределах ядра приблизительно по одной траектории. Таким образом, нуклон будет как бы вырезать в ядре «трубку» ядерного вещества.

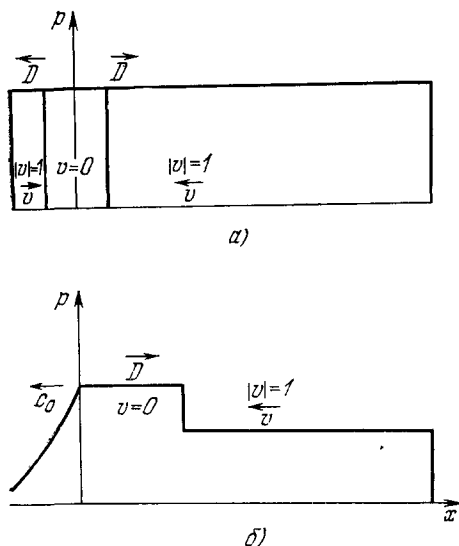


Рис. 1. Схема гидродинамического разлета частиц.

а) Схема движения вещества и ударных волн на начальном этапе. Вещество между ударными волнами покоится, $n = 0$; «части» нуклона (слева) и «трубка» (справа) продолжают двигаться со скоростью $v = 1$ навстречу друг другу. б) Ударная волна дошла до края нуклона. Началось истечение простой волны в вакуум со скоростью c_0 . Штриховая линия соответствует плоскости соприкосновения нуклона и «трубки» в начальный момент.

Описание этого процесса имеет два предельных варианта. В первом — нуклон и порожденные им вторичные частицы испытывают последовательные соударения с каждым из нуклонов «трубки». Во втором — нуклон сталкивается с «трубкой», вещество которой лишено структуры (модель «трубки»²¹). В модели «трубки» ядерное вещество представляет единую «элементарную» частицу с плотностью вещества, равной плотности нуклона. Геометрическая форма «трубки» — цилиндр с радиусом основания $\sim 1/\mu$.

Сделанные оценки показали, что если в процессе элементарного столкновения нуклон теряет относительно малую долю энергии, то эффективная продольная длина взаимодействия может превосходить размеры ядра²². Тогда время одного акта может превосходить время между взаимодействиями и, следовательно, есть основания для применения модели «трубки».

Сейчас нет однозначных доводов в пользу модели «трубки»; ее основной постулат, бесструктурность ядерного вещества во время соударения,

выходит за систему постулатов гидродинамической теории. Тем не менее модель «трубки» весьма ей консистентна. Рассмотрим гидродинамику начальной стадии столкновения нуклона с бесструктурной «трубкой».

В том случае, если длина «трубки» $n = 1$ (один нуклон), эта задача имеет лишь методический интерес, так как начальное состояние определяется условием симметрии; это состояние — покоящаяся жидкость, заключенная в лоренц-сжатом объеме.

Существенно более сложная картина возникает, если $n > 1$. В первый момент соприкосновения нуклона с «трубкой» по ядерному веществу начинают в обе стороны распространяться ударные волны. Если принять уравнение состояния (17), то скорость D ударных волн равна $1/3$, в то время как скорость звука в среде $c_0 = 1/\sqrt{3}$ ²³. Удобно анализ проводить в системе координат, где нуклон и «трубка» имеют одинаковые по абсолютному значению скорости.

Если плотность ядерного вещества нуклона и «трубки» одинакова, то вещество между ударными волнами будет покоиться (будем полагать, что нуклон падает слева (рис. 1, а)). Тогда ударная волна, идущая влево,

дойдет до края нуклона раньше, чем волна, движущаяся вправо, до края «трубки». В этот момент по ядерному веществу слева направо пойдет простая (бегущая) волна разрежения (рис. 1, б). Эта волна распространяется со скоростью звука c_0 , т. е. быстрее, чем ударная волна. Оценки²³ показали, что если $n < 3,7$ (и, в частности, $n = 1$), то простая волна не успеет догнать ударную раньше, чем последняя достигнет края «трубки». Если $n > 3,7$, то простая волна догонит ударную и, отразившись от нее, создаст так называемую первую отраженную волну. Когда ударная волна, движущаяся вправо, подойдет к краю «трубки», то начнется истечение вещества в вакуум.

Оценим далее влияние гидродинамического разлета на среднюю множественность \bar{N} . Вследствие идеальности жидкости (см. условие (15)) энтропия не возрастает и поэтому для NN -взаимодействий остается в силе зависимость (6) и (7). Однако при увеличении атомного номера A множественность несколько возрастает. Физические основы этого эффекта легче проследить, используя статистическую теорию²¹.

Пусть масса трубки равна $M_{\text{тр}} = nM$. Тогда объем $V_{\text{тр}}$ «трубки» в собственной системе координат и ее масса $M_{\text{тр}}$ пропорциональны $A^{1/3}$. Используя формулы (3)–(5), легко получить

$$\bar{N} \propto s^{1/2} A^{1/6}. \quad (28)$$

Поскольку $E_0 \sim s/M_{\text{тр}}$, то окончательно получаем

$$\bar{N} \propto E_0^{1/4} A^{1/4}. \quad (29)$$

Решение гидродинамических уравнений²³ приводит к более медленной зависимости

$$\bar{N} \propto A^{0,19}. \quad (30)$$

Более резкий рост получается при столкновении двух одинаковых ультрарелятивистских ядер с номерами A . Рассуждения, подобные (28), (29), приводят к зависимости

$$\bar{N} \propto A^{0,75}. \quad (31)$$

Необходимо подчеркнуть грубость последней оценки, поскольку при лобовом столкновении в системе имеется много нуклонов (т. е. начальная энтропия существенно отлична от нуля), что не учитывается при выводе (31).

Рассмотрим далее влияние гидродинамического разлета на угловые и импульсные распределения или распределение по быстроте.

Вследствие сильного сжатия в начальный момент существует выделенное направление, совпадающее с направлением движения первичных частиц. Поэтому гидродинамический разлет будет иметь преимущественно одномерный характер. Было показано²⁴, что вплоть до энергий $E_0 \leq 10^{13} - 10^{14}$ эв в первом приближении можно для оценки гидродинамического движения использовать одномерное движение. Тогда продольные составляющие импульса определяются гидродинамической скоростью, а перпендикулярные — тепловым движением²⁵. В этом приближении инклюзивная функция распределения

$$f(p_{\perp}, p_{\parallel}, s) = \frac{E d^3\sigma}{dp^3} \quad (32)$$

разбивается на два множителя:

$$f(p_{\perp}, p_{\parallel}, s) = f_1(p_{\perp}, s) f_2(p_{\parallel}, s). \quad (33)$$

Здесь есть существенный момент. Поскольку конечная температура $T_f = \text{const}(s)$, то и функция $f_1(p_\perp, s)$ не зависит от первичной энергии, а определяется исключительно тепловым движением. Тогда это распределение является проекцией распределения Бозе (для бозонов) на направление, перпендикулярное движению²⁵:

$$\int f dp_\parallel = \frac{dN}{dp_\perp} = \frac{gm^3}{2\pi^2} \sum_{r=1}^{\infty} (\mp 1)^{r-1} K_1 \left[r \sqrt{1 + \left(\frac{p_\perp}{m} \right)^2} \right] p_\perp; \quad (34)$$

g — число внутренних степеней свободы частицы, K_1 — функция Бесселя от мнимого аргумента. Полагая $T_f = m = \mu$, получаем

$$\frac{dN}{dp_\perp} = B \sum_{r=1}^{\infty} (\mp 1)^{r-1} K_1 \left[r \sqrt{1 + \left(\frac{p_\perp}{m} \right)^2} \right] p_\perp. \quad (35)$$

При $p_\perp \gg \mu$ получаем

$$\frac{dN}{dp_\perp} = B p_\perp e^{-p_\perp/\mu}. \quad (36)$$

На рис. 2 представлено распределение dN/dp_\perp , вычисленное для разных значений параметра T_f .

В следующем приближении необходимо принять во внимание влияние гидродинамического расширения на поперечное движение вещества и тепловых флуктуаций на продольное движение. Этот сложный расчет был произведен в работах^{26, 27}, которые привели к согласующимся результатам. Чтобы не отвлекаться здесь громоздкими вычислениями (см. приложение), мы ограничимся окончательными выводами²⁶. В Ц-системе

$$\frac{dN}{dy^*} = N \frac{\exp[-(y^*)^2/2L]}{\sqrt{2\pi L}}, \quad (37)$$

где

$$L = 0,56 \ln \frac{E_0}{M} + 1,6 \ln \left(\frac{2}{n+1} \right) + 1,6. \quad (38)$$

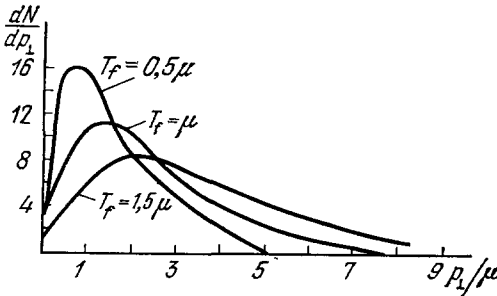


Рис. 2. Распределение dN/dp_\perp при различных значениях конечной температуры T_f ²⁵.

Точность решения уравнений (14), (15) при условии (16) $\sim 15-20\%$. Распределение (37) верно, если $n < 3,7$. В этом случае отличие Ц-системы от системы равных скоростей невелико и им можно пренебречь. Распределение dN/dy^* остается симметричным относительно $y^* = 0$. Столкновение с ядрами в этом случае лишь немного сужает распределение dN/dy^* и соответственно уширяет распределение $dN/d\vartheta^*$ (ϑ^* — угол вылета в Ц-системе).

Однако любопытный эффект возникает при $n > 3,7$ ²⁸. В этом случае отличие Ц-системы от системы, в которой разлет вторичных частиц симметричен, становится весьма ощутимым. Это означает, что в Ц-системе симметрия относительно $y^* = 0$ нарушается. В области фрагментации мишени (так называемый задний конус) вылетает больше частиц, чем в области фрагментации налетающей частицы.

Относительная скорость V_{Π} системы центра тяжести относительно системы, в которой разлет симметричен, определяется выражением

$$V_{\Pi} = \text{th} \left[\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{2n-4-2\sqrt{3}}{7+4\sqrt{3}} - \text{Arth} \left(\frac{n-1}{n+1} \right) \right], \quad (39)$$

$$\frac{dN}{dy^*} = \frac{N \exp [-(y^* - y_{\Pi}^*)^2/2L]}{\sqrt{2\pi L}}, \quad (40)$$

где $y_{\Pi} = \text{Arth } V_{\Pi}$.

Необходимо подчеркнуть и другое важное заключение. Учет бокового гидродинамического движения приводит к слабой зависимости функции dN/dp_{\perp} от s . Вычисления²⁹, проведенные на основе результатов работы²⁶, привели к следующей зависимости $\bar{p}_{\perp}(s)$ в интервале энергий $10^{12} < E_0 < 10^{14}$ эв:

$$\bar{p}_{\perp}(M\text{эв}) = 250 + 40 \ln \frac{V_s}{M}. \quad (41)$$

Если пытаться аппроксимировать эту зависимость степенной функцией, то в этом интервале

$$\bar{p}_{\perp} \sim s^{1/15}. \quad (42)$$

Любопытно отметить, что совсем недавно (см. соотношение (105) в приложении)³⁰ зависимость $\bar{p}_{\perp}(s)$ вычислялась на основе распределений, полученных в основной работе⁵. Однако вследствие весьма грубого приближения к оценке последней стадии гидродинамического разлета, именно для распределения dN/dp_{\perp} , результаты⁵ весьма неточные. Поэтому полученная зависимость $\bar{p}_{\perp} \sim s^{1/12}$ ³⁰ и сделанное заключение о противоречии гидродинамической теории и экспериментальных данных неправоильны.

7. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПО ЛОГАРИФМИЧЕСКОЙ КООРДИНАТЕ η

В течение длительного времени для анализа множественных процессов используется весьма удобная величина

$$\eta = -\ln \text{tg} \frac{\theta^*}{2}, \quad (43)$$

введенная в физику высоких энергий в работе⁵.

Поскольку

$$\eta = \frac{1}{\sqrt{2}} \ln \frac{p+p_{\parallel}}{p-p_{\parallel}}, \quad (44)$$

то очевидно, что в релятивистском случае ($p \gg m$)

$$\eta \approx y \quad (45)$$

(сравнить с определением быстроты (12)). Однако совсем иная ситуация для медленных частиц $p \lesssim m$.

Например, если $p \ll m$, то $y \rightarrow 0$, а $0 < \eta < \infty$. Это обстоятельство существенно сказывается на особенностях распределения dN/dy и $dN/d\eta$ при $y \rightarrow 0$ или $\eta \rightarrow 0^*$. Уточненные (сравнительно с²⁶) вычисления распределения $dN/d\eta$ в рамках гидродинамической теории продемонстрировали, что вблизи точки $\eta = 0$ в распределении $dN/d\eta$ появляется небольшой минимум³¹, глубина которого увеличивается при уменьшении величины \bar{p}_{\perp} , т. е. зависит от величины конечной температуры T_f .

*) До последнего времени обычно не делали разницы между обоими распределениями во всем допустимом интервале y .

На рис. 3 представлены распределения $dN/d\eta$ для различных температур T_f . Причину отмеченного эффекта понять нетрудно. При уменьшении p_\perp увеличивается анизотропия, что приводит к уменьшению числа

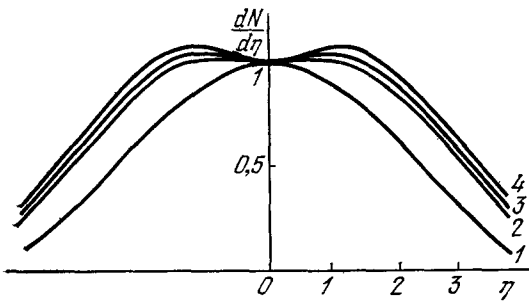


Рис. 3. Распределение $dN/d\eta$ при различных значениях параметра T_f ³¹.

Кривые нормированы так, что при $\eta = 0$ $dN/d\eta = 1$. 1 — $T_f \gg \mu$, 2 — $T_f = \mu$, 3 — $T_f = 0,73\mu$, 4 — $T_f = 0,5\mu$.

частиц, летящих под углами $\theta^* \sim \pi/2$, т. е. вблизи $\eta = 0$. В дальнейшем было отмечено ³², что появление минимума в распределении $dN/d\eta|_{\eta \rightarrow 0}$ есть весьма общее явление, обусловленное ограниченностью \bar{p}_\perp . Иначе: если принять, как экспериментальный факт $\bar{p}_\perp(s) = \text{const}$, то при $s \rightarrow \infty$ обязательно при $\eta = 0$ будет минимум в распределении $dN/d\eta$ при любых распределениях по продольным импульсам.

Впоследствии эффект появления минимума в распределении в рамках гидродинамической теории весьма скрупулезно исследовался в работе ³³.

Количественно вычисление распределения $dN/d\eta$ сводится к интегрированию распределения (32) по p_\perp в кинематических границах.

Используя зависимость

$$y = \text{Arcth} \left(\frac{p}{E} \text{th} \eta \right), \quad (46)$$

получаем

$$\frac{dN}{d\eta} = 2\pi N \text{sch}^2 \eta \int_0^{p_m} \frac{p^2 f[p \text{sch} \eta, y(p, \eta), s]}{(p^2 + m^2)^2} dp, \quad (47)$$

p_m — максимально допустимое значение импульса p .

8. ВЛИЯНИЕ ДИССИПАТИВНЫХ ЧЛЕНОВ И УРАВНЕНИЯ СОСТОЯНИЯ НА ВЕЛИЧИНУ \bar{N}

Выше отмечалось, что если уравнение состояния аппроксимировать линейной функцией

$$p_g = c_0^2 \epsilon, \quad (48)$$

то $0 \leq c_0 < 1$.

Распределения при $c_0^2 \neq 1/3$ вычислялись в работе ³⁴ (см. также последующие оценки ²⁷). Оказалось, что

$$\frac{dN}{dy} \approx \frac{N \exp[-(y^*)^2/2L]}{\sqrt{2\pi L}}, \quad (49)$$

где

$$L = \frac{2c_0^2}{1-c_0^2} \ln \left(\frac{1+c_0^2}{2c_0^2} \frac{s}{\mu M} \right)^{c_0^2/(1+c_0^2)}. \quad (50)$$

В другой форме логарифмический член имеет вид

$$\ln \left(\frac{1+c_0^2}{2c_0^2} \frac{\sqrt{s}}{M V_0 \mu^4} \right)$$

(см. приложение), т. е. распределение Гаусса имеет универсальный характер, однако значение L , характеризующее ширину плато в распределении dN/dy^* в окрестности $y^* = 0$, зависит от значения c_0 .

Множественность \bar{N} существенно определяется величиной s :

$$\bar{N} \propto s^{(1-c_0^2)/2(1+c_0^2)}. \quad (51)$$

Эта зависимость вытекает из соотношений

$$\begin{aligned} s &\propto \varepsilon^{1/(1+c_0^2)}, \\ \varepsilon &\propto T^{(1+c_0^2)/c_0^2}, \end{aligned} \quad (52)$$

которые следуют из уравнения (48).

Таким образом, допустимому интервалу изменения скорости звука c_0 соответствует степенная зависимость

$$\bar{N} \propto s^\alpha, \quad (53)$$

где $0 \leq \alpha \leq 1/2$.

Максимальное значение \bar{N} соответствует параметру $c_0 = 0$. По-видимому, уменьшение \bar{N} с ростом c_0 объясняется тем обстоятельством, что относительная величина кинетической энергии уменьшается с давлением; рост потенциальной энергии связан с увеличением роли диссипативных процессов, что приводит к росту множественности (см. далее).

Перейдем теперь к оценке диссипативных процессов^{20, 28}.

Если принять соотношения $\eta_v \approx T^3$ и (52), то

$$\text{Re} \approx T^{(1-2c_0^2)/c_0^2} L; \quad (54)$$

L — характеристический размер системы.

Полагая $\text{Re} \approx 1$, мы получаем новую характеристическую зависимость

$$L_1 \approx \frac{T_1^{c_0^2/(1-2c_0^2)}}{c_0^2}. \quad (55)$$

Подробный количественный анализ влияния вязкости на характеристики множественных процессов был дан в работах^{28, 34}.

Качественно это влияние можно оценить, исходя из допущений о пренебрежении инерционными членами сравнительно с диссипативными до границы, определенной формулой (55). При $L > L_1$ влиянием членов можно пренебречь²⁰.

Используя (52) и (55) и уравнение (18), получаем

$$\begin{aligned} T_1 &\propto s^{1/6}, \\ \bar{N} &\propto T_1^2 \propto s^{1/3}. \end{aligned} \quad (56)$$

Поскольку при $T < T_1$ жидкость полагается идеальной, то на дальнейшей стадии разлета множественность остается неизменной.

Увеличение множественности (56) по сравнению с законом (29) имеет простой физический смысл; диссипативные члены отражают дополнительное взаимодействие элементов жидкости, которое приводит к увеличению энтропии.

Дополнительное взаимодействие приводит также к уширению углового распределения (или к соответствующему уменьшению плато в распределении dN/dy). Однако это изменение сравнительно невелико и определяет предэкспоненциальный множитель в выражении (49) или логарифмический член в определении (50).

Большее влияние оказывает вязкость на энтропию, заключенную в простой волне ³⁴. Отметим, однако, что энтропия простой волны относительно невелика ^{24, 35} и оценки в этой области ненадежны.

В заключение заметим, что выражения для вязкости здесь получены, строго говоря, лишь для значения $c_0^2 = 1/3$.

9. О РОЛИ ВЫДЕЛЕННЫХ ЧАСТИЦ В МНОЖЕСТВЕННЫХ ПРОЦЕССАХ

На основе исследований космических лучей давно был сделан вывод о существовании среди вторичных частиц одной энергетически выделенной частицы.

Дальнейшее тщательное изучение этого вопроса подтвердило этот вывод; при столкновении двух барионов такой выделенной частицей является барион, а при pN -столкновении — пион. Средний коэффициент неупругости K при столкновении двух нуклонов или при соударении нуклона с легким ядром приблизительно равен 0,5. Существование выделенных частиц и тем более сохранение ими определенных квантовых чисел указывает, что в статистическую систему переходит не вся энергия сталкивающихся частиц. Величина K является параметром теории, который следует определить из эксперимента. Однако можно указать определенные физические причины выделенности нуклонов из составной статистической системы ³⁶. При $E_0 \lesssim 10^{12} - 10^{13}$ эв на всей стадии разлета $T \lesssim M$, поэтому в этом интервале энергий можно ожидать, что первичные нуклоны будут сохранять свои квантовые числа.

С другой стороны, грубые оценки показывают, что при этих энергиях граничная фермиевская энергия $\epsilon_F \gtrsim T_0$ и, следовательно, давление, обусловленное принципом Паули, будет стремиться вытолкнуть нуклоны на периферию объема, в котором сосредоточена адронная жидкость *).

Здесь так же, как и при оценке влияния вязкости, возникает некая новая характеристическая энергия $E_0 \sim 10^{13} - 10^{14}$ эв (соответствующая значению $T_0 \sim M$), когда следует ожидать изменения зависимости множественности $\bar{N}(E_0)$ в сторону ее увеличения.

10. СОСТАВ ВТОРИЧНЫХ ЧАСТИЦ

Составом называют относительный выход частиц различного сорта.

Статистическая теория со сжатым объемом предсказывала неверный состав вторичных частиц, поскольку при $T = T_0$ массы вторичных частиц уже не сказываются на составе; поэтому относительные статистические веса определяются отношением внутренних квантовых чисел g_i/g_π , которое по порядку величины равно 1. Например, отношение числа антинуклонов к числу пионов равно 8/3, что кардинально расходится с экспериментальными данными.

Однако совершенно иная ситуация возникает в гидродинамической теории, где состав вторичных частиц определяется последней фазой разлета при $T = T_f$.

Расчет состава в гидродинамическом приближении при $c_0 = \frac{1}{\sqrt{3}}$ (число частиц сорта i $n_i > 1$) приводит к выражению

$$\frac{\bar{n}_i}{\bar{n}_\pi} = \frac{g_i}{g_\pi} \frac{F(m_i/T_f)}{F(\mu/T_f)}, \quad (57)$$

*) Приведенные оценки выполнены для нуклон-нуклонного соударения; по-видимому, они сохраняются в модели «трубки», где проблема выделенных частиц остается.

где

$$F(z) = z^3 \int_0^\infty \frac{x^2 dx}{\exp(z \sqrt{1+x^2}) \pm 1}. \quad (58)$$

Знак «+» относится к фермионам, знак «—» к бозонам. Для $m_i > T_f = \mu$

$$\frac{\bar{n}_i}{\bar{n}_\pi} \sim \frac{g_i}{g_\pi} \frac{1}{F(1)} \left(\frac{\pi}{2}\right)^{1/2} \left(\frac{m_i}{\mu}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{m_i}{\mu}\right). \quad (59)$$

Здесь возникает характерный экспоненциальный множитель, который подавляет появление тяжелых частиц (например, $\bar{n}_k/\bar{n}_\pi \sim 0,17$).

В термодинамическом приближении состав не зависит от первичной энергии E_0 . Однако формула (57) получена при весьма жестком допущении $n_i > 1$, которое начинает выполняться для каонов и антинуклонов лишь при энергии $E_0 \gtrsim 10^{12}$ эв.

Поэтому для меньших энергий нужно при вычислении состава использовать точные выражения для статистического веса^{11, 38-40}. Здесь есть существенный момент. Вследствие сохранения барионного числа или странности тяжелые частицы появляются парами. В рамках статистического подхода это означает, что если такая пара появляется с вероятностью $W_i \ll 1$, то увеличение фазового объема влечет рост $W_i \propto r(r-1)$, где r — число элементов фазового объема. Поскольку число $\bar{n}_\pi > 1$, то $\bar{n}_\pi \propto W_\pi \propto r$. Поэтому, если $\bar{n}_i \ll 1$, то

$$\frac{\bar{n}_i}{\bar{n}_\pi} \propto \bar{n}_\pi \quad (60)$$

и лишь при $\bar{n}_i > 1$ достигается асимптотическое соотношение

$$\frac{\bar{n}_i}{\bar{n}_\pi} = \text{const.}$$

11. КОРРЕЛЯЦИИ И ФЛУКТУАЦИИ В МНОЖЕСТВЕННЫХ ПРОЦЕССАХ

Вследствие относительно небольшого числа вторичных частиц (при достигаемых на ускорителях энергиях это число ~ 10) все характеристики множественных процессов подвержены сильным флуктуациям. Помимо трудности, обусловленной этим обстоятельством, существует другая проблема, которая также затрудняет подходы к решению вопроса о флуктуациях в множественных процессах. Обычно при теоретической оценке флуктуаций нужно формулировать допущения, выходящие за границы постулатов, необходимых для вычисления средних величин.

Проиллюстрируем этот фактор на примере оценки флуктуации в рамках гидродинамической теории.

Здесь мы будем конкретно говорить о флуктуациях двух величин: множественности N при фиксированной энергии E_0 и относительного расстояния между частицами в шкале быстрот y (полагая для определенности, что быстрота i -й частицы $y_i < y_{i+1}$). Можно выделить следующие основные причины флуктуаций:

а) Отклонение гидродинамической скорости от средней, определенной уравнениями (14).

б) Флуктуации в величине коэффициента неупругости K , что сказывается на доле энергии, выделяемой в статистическую систему и, следовательно, на величине N .

в) Влияние резонансов, распад которых влияет и на множественность N и на относительную быстроту y^*).

г) Термодинамические флуктуации.

Для оценки флуктуаций, связанной с гидродинамической скоростью, необходимо учесть кинетику разлета, что, по крайней мере для описания микрофизических процессов, выходит за рамки феноменологического подхода.

Грубые оценки влияния коэффициента K показывают, что его изменение может привести к существенному изменению распределения по множественности, обуславливая его уширение.

Влияние резонансов можно было оценить, если бы в нашем распоряжении находились данные о парциальных сечениях выхода резонансов. Однако уже при энергии $E_0 > 10 \text{ Гэв}$ такие данные отсутствуют. И наконец, более подробно остановимся на роли термодинамических флуктуаций. Поскольку первые три фактора при этом не учитываются, то таким образом мы получаем оценку *нижней* границы флуктуаций.

Тепловые флуктуации рассматривались в работе⁴². Флуктуации существенно определяются диссипативными членами. Однако, если в рамках выбранной системы постулатов полагать, что осуществляется разлет идеальной жидкости, то отсутствует тепловой обмен между различными элементами жидкости (адиабатическое движение).

Тогда при $c_0 = 1/3$ для бозонов отношение среднего числа частиц \bar{N} к дисперсии D оказывается постоянным:

$$\frac{\bar{N}}{D(\bar{N})} \approx 2.$$

Влияние тепловых флуктуаций можно также распространить на оценку смещений скорости вторичных частиц относительно ее среднего значения⁴³.

Пусть ряд

$$\bar{y}_1 < \bar{y}_2 < \dots < \bar{y}_N \quad (61)$$

соответствует средним значениям скоростей 1, 2, ..., N -й частиц. Допустим даже, что распределение Δy_i определяется отклонением от $\bar{\Delta y}_i$, обусловленных тепловыми флуктуациями. Тогда в собственной системе, связанной с элементом жидкости, распределение по импульсу является распределением Бозе (для пионов), а в Ц-системе — распределением, трансформированным с лоренц-фактором, равным компоненте 4-скорости u_0 . Вычисления^{42, 44} показали, что если выбрать переменную $\xi = E/u_0 m$, то в Ц-системе при $u_0 \gg 1$ получается универсальное распределение

$$\frac{dN}{d\xi} \sim \left[\frac{m}{2T_f} \left(\xi + \frac{1}{\xi} \right) + 1 \right] e^{-(m/2T_f) [\xi + (1/\xi)]}. \quad (62)$$

После перехода от величины ξ к скорости y можно получить

$$D(y) = \sqrt{\bar{y}_i^2 - y_i^2} \approx 1. \quad (63)$$

Интересно, что эта оценка не зависит от индекса i и слабо зависит от массы вторичной частицы. Поскольку средний интервал между двумя частицами^{61a}

$$\overline{\Delta y} \approx \frac{\ln(E_0/M)}{N}, \quad (64)$$

*) Чтобы исключить влияние резонансов, целесообразно рассматривать корреляции частиц с одинаковым знаком заряда⁴¹.

то для энергий $E_0 > 10^{12}$ эв оказывается, что

$$D(y) \sim \overline{\Delta y}. \quad (65)$$

Это соотношение означает, что величина тепловых флуктуаций соизмерима со средним интервалом $\overline{\Delta y}$. Отсюда следует важное заключение. Вследствие квазиодномерности движения точки в фазовом пространстве располагаются внутри узкого цилиндра с радиусом основания $1/\mu$; следовательно, состояние частицы почти определяется одним параметром — скоростью y . Из-за больших флуктуаций велика вероятность, что значение Δy сильно отклоняется от среднего значения; поэтому тепловые флуктуации могут быть источником появления кластеров, которые обычно определяются как набор частиц с близким расположением точек в фазовом пространстве.

12. МАСШТАБНАЯ ИНВАРИАНТНОСТЬ В ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ

В работе ⁴⁵ был сформулирован новый принцип инвариантности — скейлинг или масштабная инвариантность. Именно, если $s \rightarrow \infty$, то инклюзивная функция распределения (32)

$$f(p_{\perp}, y, s) = f(x, p_{\perp}), \quad (66)$$

где

$$x = \frac{2p_{\parallel}}{\sqrt{s}}. \quad (67)$$

Не вдаваясь в подробную историю формулировки этого принципа (см. ⁴⁶), отметим лишь, что принцип масштабной инвариантности является следствием ультрарелятивизма в том смысле, что он осуществляется, если $M/\sqrt{s} \rightarrow 0$, где M — наибольшая из характеристических масс процесса.

Однако в гидродинамической теории это условие не выполняется. Здесь наибольшая масса — это масса всего сгустка и поэтому $M/\sqrt{s} \rightarrow \text{const} \neq 0$, если $s \rightarrow \infty$. Поэтому приобретает принципиальный интерес исследование скейлинга в рамках гидродинамической теории ^{47, 48}.

С этой целью перейдем в распределение (37) к скейлинговой переменной x :

$$d\sigma \approx \frac{\bar{N}}{\sqrt{2\pi L}} \frac{dx}{x} \exp \left\{ -\frac{[\ln(x\sqrt{s}/2m_{\perp})]^2}{2L} \right\}. \quad (68)$$

В пределе при $s \rightarrow \infty$ получаются два асимптотических выражения. В окрестности

$$x \sim \frac{M}{\sqrt{s}} \quad d\sigma \sim \frac{dx}{x}. \quad (69)$$

Если $x \gg M/\sqrt{s}$, то

$$d\sigma \sim \frac{dx}{x^2}. \quad (70)$$

Заметим, что если ввести в распределение (37) переменную

$$u_1 = \frac{y}{\sqrt{L}}, \quad (71)$$

то зависимость (37), выраженная в переменной u_1 , имеет универсальную форму, в которую уже не входит переменная s ³³:

$$\frac{dN}{du_1} = N \frac{e^{-u_1^2/2}}{\sqrt{2\pi}}. \quad (72)$$

Таким образом, как и следовало ожидать, строго говоря, масштабная инвариантность в рамках гидродинамической теории не выполняется. Однако, и это весьма существенно, практическое отличие от принципа (66) очень невелико: оно отражено в логарифмическом множителе L . Иначе говоря, гидродинамическая теория масштабно инвариантна с логарифмической точностью.

Практически же в рамках гидродинамической теории масштабная инвариантность осуществляется при $x \gtrsim 0,05$.

13. О ТОЧНОСТИ ВЫЧИСЛЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК МНОЖЕСТВЕННЫХ ПРОЦЕССОВ

Когда рассматривается вопрос о точности вычисления параметров процессов на основе строгой физической теории, то обычно имеют в виду математическую точность решения уравнения. В данном случае подобный подход абсолютно нецелесообразен. Уравнения (14), (15) можно решить численными методами практически с любой точностью. Однако подобная акция не имеет большого физического смысла вследствие неопределенности параметров теории. Поэтому в первую очередь нужно оценить, хотя бы приближенно, основные параметры и уточнить физические приближения. С этой точки зрения важно отдавать себе отчет о *физической* точности вычисления различных характеристик множественных процессов. В рамках гидродинамической теории оценки этих характеристик могут претендовать на существенно различную точность. К наиболее достоверным характеристикам следует отнести те, которые практически не зависят от недостаточно определенных начальных условий. Здесь в первую очередь следует говорить о составе образованных частиц и распределении dN/dp_{\perp} . Эти распределения определяются исключительно уравнением состояния и конечной температурой T_f *).

Весьма важной характеристикой является зависимость $\bar{N}(E_0)$. Однако при ее вычислении, помимо величины начального объема (порядок которого определяется физическими соображениями), обычно пренебрегают диссипативными членами, учет которых изменяет эту зависимость. Некоторую неопределенность при вычислении $\bar{N}(E_0)$ вносит возможное влияние квантовых флуктуаций на начальной стадии гидродинамического расширения (см. далее).

Угловые и энергетические распределения определяются начальными условиями задачи, уравнением состояния и влиянием диссипативных членов. Даже в рамках сделанных нами допущений (уравнения (16) и (18)) распределение dN/dy , строго говоря, обуславливается распределением адронной материи в пределах начального объема. Очевидно, что постулат о шарообразной форме этого объема в собственной системе координат — идеализация. Однако попытки уточнения этой формы (например, учет краевых эффектов в виде экспоненциального спада плотности вещества в начальном состоянии) являются совершенно иллюзорными.

Поэтому, например, возникает вопрос о необходимости учета теплового движения при вычислении распределения dN/dy . Дело усугубляется еще и тем, что вычисление dN/dy проводится в ультрарелятивистском приближении, в то время как на конечной стадии $T \sim T_f \sim \mu$ и для медленных частиц $u_i \sim 1$. Однако, и это важно, все перечисленные факторы хотя и вносят неопределенность в окончательные результаты, но эта

*) Мы здесь, не касаемся распределения dN/dp_{\perp} при $p_{\perp} \gtrsim 2 \Gamma_{\text{эв}}$, которое, по-видимому, относится к области глубоко неупругих процессов.

неопределенность имеет логарифмический характер (см. формулы (37) и (38)) и поэтому несущественно влияет на окончательные результаты.

Более сложен вопрос об области фрагментации. Ранее упоминалось, что гидродинамическая теория не может претендовать на описание выделенных, лидирующих частиц *). Однако здесь возникает другой принципиальный вопрос о пределах применимости гидродинамического описания. Пригоден ли вообще этот подход к описанию значительной части области фрагментации? Здесь, по-видимому, сейчас возможны два альтернативных ответа и лишь будущие эксперименты могут внести ясность в этот вопрос.

В рамках первого можно полагать, что гидродинамическая теория может описать все множественные процессы во всей допустимой области изменения y , кроме области вблизи кинематических пределов.

Со второй точки зрения гидродинамическая теория может претендовать лишь на описание столкновений с большими значениями коэффициента K (так называемые центральные соударения), когда практически отсутствуют выделенные частицы.

Представляется, однако, правдоподобным а priori, что обе сформулированные альтернативы являются крайними точками зрения, отражающими, в известной степени, бедность нашего языка.

Несомненно, однако, что при увеличении значений N и K шансы на успешную гидродинамическую интерпретацию увеличиваются **).

14. СОПОСТАВЛЕНИЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ С ЭКСПЕРИМЕНТОМ

Весьма многочисленные сопоставления распределения (35) при значении $T_f \approx \mu$ с экспериментальными данными (см., например, ^{11, 50, 51}) продемонстрировали хорошее согласие. Существенно, что в соответствии с теоретическими предсказаниями распределения оказались не зависящими от сортов налетающей частицы и мишени и зависели лишь от массы вторичных частиц ***).

В то время как для пионов при $p_{\perp} > \mu$ распределение dN/dp_{\perp} аппроксимировалось экспонентой, для тяжелых частиц в соответствии с опытом это распределение представлялось ¹¹ функцией Гаусса. На рис. 4 представлены расчет зависимости $\bar{p}_{\perp}(E_0)$ и экспериментальные значения этой величины ²⁹. Хотя и сейчас нет окончательной уверенности в наблюдении слабого увеличения \bar{p}_{\perp} с энергией, однако эта тенденция явно проступает (см. последние данные ²⁹).

На рис. 5 представлены зависимости $\bar{N}_s(E_0)$ ****). Пунктирная кривая аппроксимация: $\bar{N}_s = 1,97 E_0^{1/4}$ ⁴⁸ (см. также ⁵²).

В широком интервале изменений переменной η сопоставление экспериментального и теоретического распределений $dN/d\eta$ было произведено в работе ³³, где использовались экспериментальные данные ⁵³ (рис. 6).

На рис. 7 представлены результаты тщательного сравнения вычислений ⁵⁴ распределений $dN/d\eta$ для различных значений коэффициента c_0 в уравнении состояния (48). Из этого рисунка можно сделать заключение о сильной зависимости распределения $dN/d\eta$ от параметра c_0 . На основа-

*) Это обстоятельство практически не сказывается на результатах вычисления отмеченных выше характеристик.

**) Например, в рамках гидродинамической теории трудно объяснить появление кластеров в области фрагментации при $N \ll \bar{N}$ ⁴⁹.

***). В работах ^{50, 51} сопоставление проводилось для термодинамической модели. Однако выводы обеих моделей для распределения dN/dp_{\perp} совпадают.

****) \bar{N}_s — средняя множественность заряженных частиц.

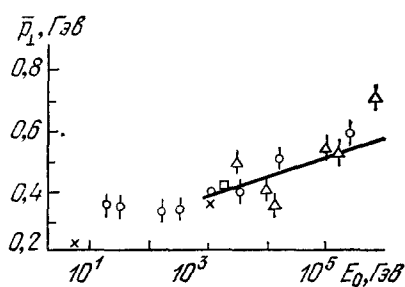


Рис. 4. Зависимость $\bar{p}_\perp(E_0)$ ²⁹.
Сплошная кривая — расчет по гидродинамической теории.

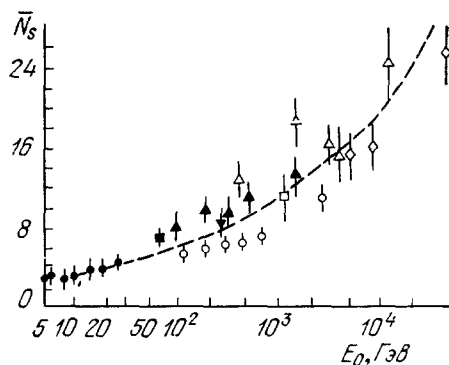


Рис. 5. Зависимость $\bar{N}_s(E_0)$ ⁴⁸.

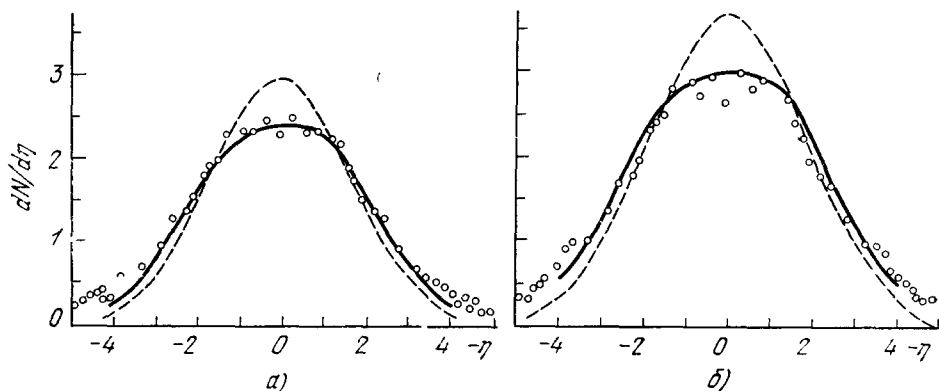


Рис. 6. Сопоставление теоретических³³ и экспериментальных распределений⁵³ $dN/d\eta$ в большом интервале изменений η .

Сплошные кривые — теоретическое распределение $dN/d\eta$. Штриховые кривые — распределения $dN/d\eta$.

а) $\sqrt{s} = 30,8$ Гэв, б) $\sqrt{s} = 53,4$ Гэв.

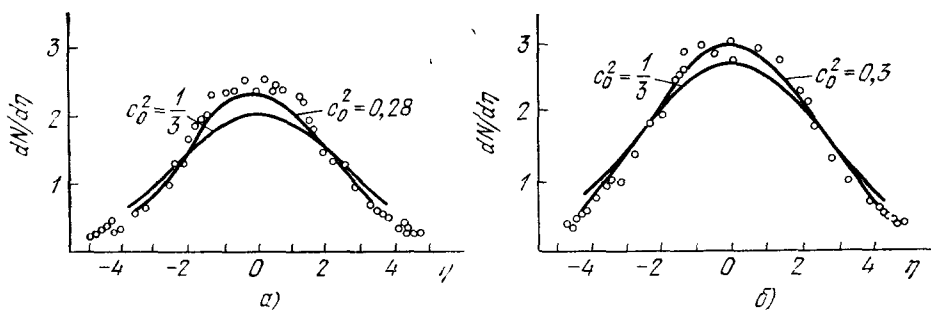


Рис 7. Сопоставление теоретических и экспериментальных распределений $dN/d\eta$ при различных уравнениях состояния⁵⁴.

а) $\sqrt{s} = 30,8$ Гэв, б) $\sqrt{s} = 53,4$ Гэв.

нии того, что при увеличении s лучшее согласие достигается при приближении $c_0 \rightarrow 1/\sqrt{3}$, авторы⁵⁴ делают вывод, что асимптотическое уравнение (18) еще не достигается при энергии $E_0 \sim 10^{12}$ эв; по-видимому, точность вычислений⁵⁴ завышена.

На рис. 8 представлено сопоставление распределения $\ln [N/(dN/du_1)]$ для различных значений E_0 ³³.

Весьма тщательное сопоставление расчетных и экспериментальных распределений по y^* и x для фиксированных p_\perp было проведено в работе⁵⁵ (рис. 9 и 10). Таким образом, весьма прецизионное сопоставление многих экспериментальных характеристик NN -столкновений, полученных в самое последнее время, с гидродинамической теорией свидетельствует о хорошем согласии.

Весьма парадоксально то обстоятельство, что почти все выводы теории были получены много лет назад и лишь введение в строй больших ускорителей позволило провести детальное сопоставление.

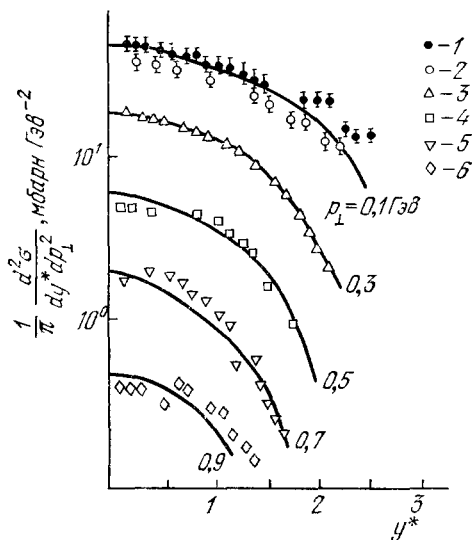


Рис. 9. Сопоставление теоретического и экспериментального распределений по быстротам⁵⁵.

1 — $p_\perp = 0$, 2 — $0 < p_\perp < 0,2$ Гэв, 3 — $0,2 < p_\perp < 0,4$ Гэв, 4 — $0,4 < p_\perp < 0,6$ Гэв, 5 — $0,6 < p_\perp < 0,8$ Гэв, 6 — $0,8 < p_\perp < 1,0$ Гэв.

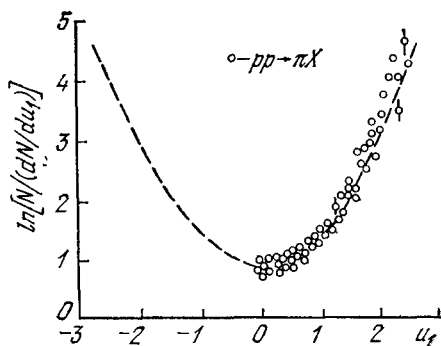


Рис. 8. Распределение dN/du ³³.

По оси ординат отложена величина $\ln [N/(dN/du_1)]$. Штриховая кривая — расчет. Экспериментальные точки соответствуют значениям $E_0 = 12, 19, 21, 24$ и 29 Гэв.

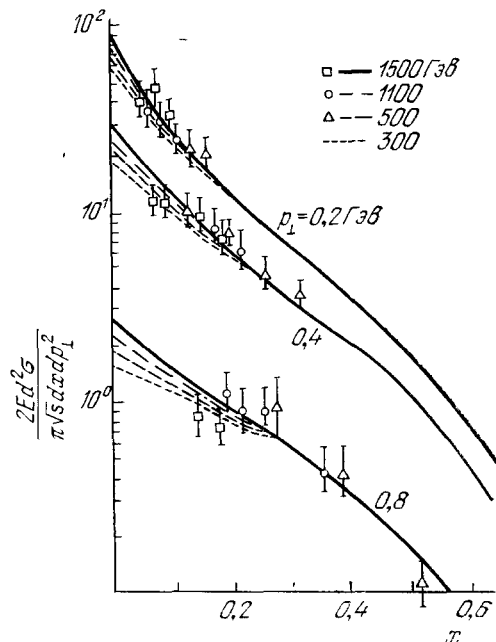


Рис. 10. Сопоставление теоретического и экспериментального распределений по переменной x ⁵⁵ (по оси ординат — мбари·Гэв⁻²).

Существенно более скудным является сравнение модели «трубки» с опытом, однако можно утверждать, что по крайней мере полуколичественно эксперимент согласуется с теорией.

Как известно, наиболее интересной особенностью взаимодействий адронов со сложными ядрами является относительно слабая зависимость характеристик множественных процессов от атомного номера A (см., например, ²⁹). Именно это свойство хорошо описывается моделью «трубки».

Так, если аппроксимировать экспериментальную зависимость степенной функцией

$$\bar{N} \propto A^\alpha, \quad (73)$$

то в соответствии с обзором ⁵⁶ $\alpha = 0,15 \pm 0,06$. В работе ^{57a}, выполненной с помощью фотоэмульсии, отмечается, что если сопоставить множественность при столкновении нуклонов с энергией $E_0 = 200$ ГэВ с тяжелыми ядрами (Ag, Br) с величиной \bar{N} в нуклон-нуклонных соударениях, то $\alpha = 0,15 \pm 0,01$. Исследования зависимости (73) с помощью космических лучей ^{57a} привели к значению $\alpha = 0,30 \pm 0,09$. Эти данные не противоречат зависимости (30).

На рис. 11 представлено отношение $R = \bar{N}_{\text{эм}}/\bar{N}_{\text{H}}$ средней множественности заряженных релятивистских частиц в фотоэмульсии и в

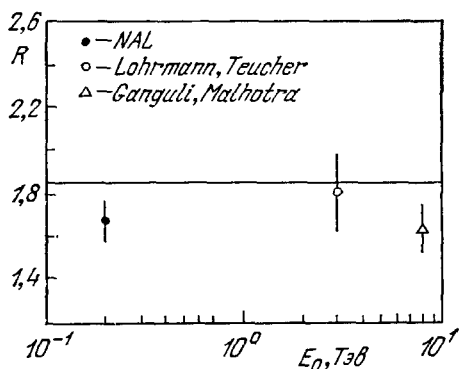


Рис. 11. Отношение R средней множественности в эмульсии и водороде ⁵⁸.

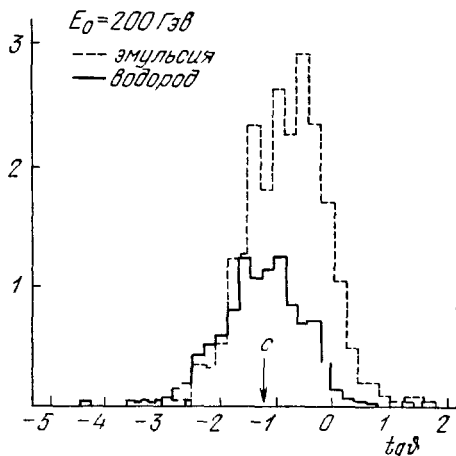


Рис. 12. Распределение $dN/d \lg \theta$ в эмульсии (штриховая кривая) и в водороде (сплошная кривая).

Точка C соответствует Ц-системе для pp -соударений при $E_0 = 200$ ГэВ (см. ⁵⁸).

водороде (см. ⁵⁸); сплошная кривая представляет это отношение, вычисленное по формуле (30) при допущении, что средний атомный номер в эмульсии $A = 70$.

Отметим, что предсказание модели «трубки» относительно появления резкой асимметрии в Ц-системе, когда нуклоны сталкиваются с тяжелыми ядрами, также, по-видимому, подтверждается на эксперименте ⁵⁷⁻⁶⁰. Эта асимметрия проявляется в том, что в области фрагментации ядра резко возрастает число вторичных частиц. Для иллюстрации на рис. 12 представлены экспериментальные распределения в логарифмических координатах в эмульсии (пунктир) и в водороде (сплошная гистограмма) (см. работу ⁵⁸).

Примечательны наблюдения кумулятивного эффекта ^{61a} — образование (в области фрагментации ядра-мишени) частиц со скоростями, превышающими скорость этого ядра до столкновения в Ц-системе.

Этот эффект качественно объясняется в рамках коллективного ускорения гидродинамического типа при столкновениях нуклонов с ядрами. Однако количественное сопоставление характеристик кумулятивного эффекта с предсказаниями гидродинамической теории нецелесообразно по двум причинам: 1) энергия налетающих нуклонов в опытах ^{61a} относительно невелика ($E_0 \lesssim 10 \text{ Гэв}$) и 2) количественные предсказания гидродинамической теории в области самых быстрых (в Ц-системе) частиц ненадежны.

Несомненно, что детальное сопоставление модели «трубки» с экспериментальными данными о соударениях нуклонов с ядрами представляет интересную проблему. В продолжении этого направления интересно также сравнение характеристик столкновений двух релятивистских ядер (о такой возможности см ^{61b}) с предсказаниями гидродинамической теории и, прежде всего, с формулой (31), которая приводит к весьма сильной зависимости $\bar{N}(A)$

15. АННИГИЛЯЦИОННЫЕ ПРОЦЕССЫ И ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ

Аннигиляция релятивистских барион-антибарионных пар является, по-видимому, наиболее благодатным материалом для применения гидродинамической теории. Дело заключается в том, что аннигиляционные процессы заведомо не имеют периферического характера и поэтому здесь не имеет прежней остроты сложный вопрос о применимости гидродинамической теории к области фрагментации и особенно к энергетически выделенным частицам.

К сожалению, сейчас пока нет пучков достаточно быстрых антинуклонов. В области промежуточных энергий сопоставление экспериментальных данных со статистической теорией Померанчука свидетельствует о хорошем согласии ¹¹. В последнее время значительное внимание привлекла статистическо-гидродинамическая интерпретация процесса e^+e^- —аннигиляции в адроны ⁶²⁻⁶⁶.

Наблюдения в интервале изменения величины $\sqrt{s} = 3-5 \text{ Гэв}$ продемонстрировали ряд весьма интересных особенностей (см. ⁶⁴):

а) Энергетическое распределение вторичных адронов имеет примерно экспоненциальный характер:

$$\frac{dN}{dE} \sim \exp\left(-\frac{E}{T}\right), \quad (74)$$

где $T \sim 160 \text{ Мэв}$. Это распределение не зависит от значения E_0 .

б) Отношение выхода пионов, каонов и нуклонов

$$\bar{n}_\pi : \bar{n}_k : \bar{n}_p \sim 1 : 0,1 : 0,01. \quad (75)$$

в) Средняя множественность вторичных частиц сильно растет с энергией, однако точный закон возрастания множественности неясен.

г) Угловое распределение в Ц-системе приблизительно изотропно.

д) Полное сечение, если и изменяется с энергией E_0 , то слабо и приблизительно равно 20 нбарн .

Все эти данные трудно объяснить с точки зрения полевых теорий (см. ⁶⁴). Однако вся отмеченная совокупность экспериментальных результатов (кроме, разумеется, вопроса о сечении, который выходит за рамки модели) хорошо объясняется статистически гидродинамической теорией. Тем не менее при гидродинамической интерпретации процесса $e^+ + e^- \rightarrow$ адроны возникает новый весьма существенный вопрос о выборе начального объема. Поскольку сталкиваются точечные частицы (лептоны), то естественно, что начальное состояние является сферически симметричным, что обуславливает отсутствие анизотропии.

Однако здесь существенна и величина начального объема и его зависимость от энергии *). В простейшем варианте ^{62, 63} допускается, что начальный объем V не зависит от энергии E_0 и имеет размеры $\approx 1/\mu$. Используя (4) и (5), легко получить, что в этом случае

$$\bar{N} \propto s^{3/8} V^{1/4}. \quad (76)$$

Для более общего уравнения состояния (см. (52)) получается

$$\bar{N} \propto s^{1/2 (1+c_0^2)} V^{c_0^2/(1+c_0^2)}. \quad (77)$$

Энергетическое распределение вторичных частиц и состав естественно объясняются статистическим характером распада системы.

Однако против простейшего варианта можно выдвинуть некоторые возражения. Прежде всего величина $1/\mu$ не является характеристическим расстоянием для начального состояния в данном процессе. Для адронных соударений это значение определяет величину полного сечения ($\sim 1/\mu^2$) и поэтому величина $1/\mu$ естественно вписывается в теорию; для e^+e^- -аннигиляции это совсем не так.

Кроме того, из соображений размерности были получены указания ⁶⁴, что начальный объем должен зависеть от энергии, а именно

$$V \propto s^{-3/2}. \quad (78)$$

Тогда из соотношения (76) получается

$$\bar{N} = \text{const}, \quad (79)$$

что плохо согласуется с экспериментальными данными. Возникшую трудность можно разрешить, по-видимому, двумя путями. В первом ⁵⁶ допускается, что характеристические размеры R_0 начальной системы существенно меньше $1/\mu$. Например, если попытаться связать начальный объем с наблюдаемым значением сечения ($\sim 10^{-32} \text{ см}^2$), нужно допустить, чтобы $R_0 \sim 10^{-16} \text{ см}$; тогда множественность определяется уже не начальным объемом, а диссипативными членами и условием $R_c \sim 1$. Однако характеристическое уравнение в этом случае будет отличаться от зависимости (55). Именно: для сферически симметричного случая характеристическое соотношение имеет форму **)

$$E^{(1-2c_0^2)/(1+c_0^2)} r_1^{(7c_0^2-2)/(1+c_0^2)} = 1. \quad (80)$$

Здесь r_1 — расстояние, при котором можно пренебречь влиянием диссипативных членов. Используя (77), получаем

$$\bar{N} \propto s^{(3c_0^4+2c_0^2-1)/(7c_0^2-2)(1+c_0^2)}. \quad (81)$$

Соотношения (80) и (81) выполняются при условии $c_0^2 > 2/7$.

Другим выходом является отказ от попытки связать начальный объем с величиной сечения e^+e^- -аннигиляции. Тогда в нашем случае единственной характеристической величиной в начальном состоянии остается $V \rightarrow 0$. Из соотношения (77) следует, что, вообще говоря, в этом случае и $\bar{N} \rightarrow 0$, что является очевидной бессмыслицей.

Однако существует единственный случай, когда $\bar{N} \neq 0$, а именно, если $c_0 = 0$. В этом случае множественность оказывается максимально возможной (10). В начальный момент $T_0 \rightarrow \infty$ и $\varepsilon \rightarrow \infty$, но гидродинамический разлет заканчивается очень быстро (здесь картина очень близка к модели Померанчука).

*) Подчеркнем, что вследствие сферической симметрии процесса аннигиляции стадия расширения играет меньшую роль, чем в случае столкновения адронов. При аннигиляции очень быстро наступает последняя стадия распада системы на реальные частицы.

**) Здесь, как и ранее, полагаем $\eta_B \propto T^3$.

В Ц-системе устанавливается энергетическое распределение бозевского типа (для пионов), имеющее нескейлинговый характер *). Состав определяется термодинамическими соотношениями.

Дальнейшие эксперименты по e^+e^- -аннигиляции в адроны (и особенно измерения множественности) должны прояснить возможность ее гидродинамического описания. Кажется несомненным, что важную роль в обосновании применимости статистическо-гидродинамического подхода будут играть исследования других форм электромагнитного ядерного взаимодействия при больших энергиях, а именно $\gamma + N \rightarrow$ адроны, $e + N \rightarrow e + N$ адроны, $\mu + N \rightarrow \mu + N$ адроны. В частности, представляется существенным изучение степени универсальности спектров и состава образованных адронов.

16. КВАНТОВОПОЛЕВАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ

Гидродинамическая теория построена на основе квазиклассических представлений.

В этой связи возникают два вопроса: существует ли аналогия с квантовой теорией поля и о пределах применимости классического подхода.

Первый вопрос, поставленный уже в ранних работах по теории множественных процессов (см., например, ²), имеет качественный ответ — жидкость, как и поле, — система с бесконечным числом степеней свободы, распространяющаяся в пространстве-времени.

Однако при конкретной попытке проследить связь между обоими представлениями нельзя сделать ее однозначной вследствие того, что классическое описание оперирует с одними понятиями (энтропия, температура и т. д.), а теория поля с совершенно иными (амплитуда поля).

Тем не менее то обстоятельство, что плотность энергии или лагранжиана выражается через классические и квантовые понятия, вселяет надежду на успешное обнаружение аналогии между обоими подходами.

Эта задача была решена в работе ⁶⁸, где исследовались скалярные поля. Идеей последующего рассмотрения было разбиение лагранжиана на два слагаемых:

$$L = L_0 + L_{вз}, \quad (82)$$

где

$$L_0 = -\frac{1}{2} (\varphi_k^2 + m^2 \varphi^2), \quad (83)$$

$$\varphi_k = \frac{\partial \varphi}{\partial x_k}, \quad (84)$$

$$L_{вз} = \lambda \varphi_k^{2t}; \quad (85)$$

λ, t — постоянные. Основная идея аналогии заключается в следующем: если плотность энергии ε достаточно велика, то величиной L_0 можно пренебречь. Если плотность энергии мала, то $L_{вз} < L_0$ и в этом случае частицы можно считать свободными. Момент $L_{вз} = L_0$ соответствует времени, когда в гидродинамической картине $T = T_f$. Оказалось, что в рамках такой аналогии можно ввести сохраняющуюся величину Σ , аналогичную полной энтропии S :

$$\Sigma = 2 \int \frac{\partial L_{вз}}{\partial \varphi_k^2} \varphi_k^2 d\Omega^t. \quad (86)$$

* Аналогия множественных процессов с точечным взрывом была предложена ранее ⁶⁷ для обоснования принципа масштабной инвариантности. Однако вследствие решающего влияния теплового движения в данном случае, точечный взрыв, по-видимому, не должен приводить к масштабнo-инвариантным распределениям.

Интегрирование производится по некоторой пространственно-подобной поверхности. Полагая, что

$$\bar{N} \propto S \propto \Sigma, \quad (87)$$

можно получить зависимость

$$\bar{N} \propto s^{(t-1)/4t}. \quad (88)$$

Если сопоставить это выражение с зависимостью $\bar{N}(s)$, полученной на основе обобщенного уравнения состояния, то получается

$$c_0^2 = \frac{1}{2t-1}. \quad (89)$$

Таким образом, гидродинамической теории соответствует нелинейный лагранжиан взаимодействия, в частности, стандартному уравнению состояния (18) $t = 2$.

17. О ПРИМЕНИМОСТИ КЛАССИЧЕСКОГО ПОДХОДА К НАЧАЛЬНОМУ СОСТОЯНИЮ

Другим принципиальным вопросом является ограничение на квазиклассическое описание микросистемы с лоренц-сжатым объемом^{69 *}).

Подход к этому вопросу можно наметить следующим образом. Разобьем сжатый диск на n изолированных слоев, перпендикулярных направлению движения первичной частицы. Тогда из принципа неопределенности для одного из подобных слоев получаем условие

$$\varepsilon \gg \left(n \mu^2 \frac{\sqrt{V_s}}{M} \right)^2. \quad (90)$$

Из условий (4) и (90) следует

$$n^2 \ll \frac{M}{\mu} \sim 7. \quad (91)$$

Таким образом, ограничения, предписанные принципом неопределенности, не позволяют произвести разбиение сжатого диска на сколько-нибудь значительное число изолированных слоев. Поэтому необходимо специально рассмотреть возможность применения квазиклассического описания к начальному состоянию гидродинамической системы.

Можно наметить несколько путей подхода к решению парадокса⁶⁹, что уже само по себе свидетельствует о неполноте решения этой проблемы.

Первый путь заключается в признании строгости рассуждения⁶⁹. Однако, очевидно, что ограничение (90) и (91) применимо лишь к начальному состоянию системы. Достаточно системе расшириться в несколько раз сравнительно со сжатым размерами диска, как трудность, связанная с этими ограничениями, исчезает. Поэтому здесь возникает вопрос о роли начального состояния в гидродинамической системе.

Этот пункт рассматривался ранее (см. (48), (50), (59) и стр. 288—289), где отмечалось, что из всех основных характеристик множественных процессов форма начального объема сказывается лишь на зависимости $\bar{N}(E_0)$. Простейшая трактовка ограничений (90) и (91) приводит к заключению о том, что вычисление этой зависимости на основе гидродинамического подхода не обоснована^{**}).

*) Этот вопрос является частным аспектом важнейшего пункта микрофизики о пространственно-временном пределе экстраполяции наших современных представлений⁷⁰.

**) Отметим, что уже при столкновении нуклона с «трубкой» и тем более при столкновении двух сложных ядер возможная роль квантовых флуктуаций существенно уменьшится.

Рассмотрим теперь аргументацию ⁶⁹ более детально. Здесь наиболее принципиальным представляется постулат о возможности разбиения первоначального диска на изолированные слои. Этот вопрос был подробно рассмотрен в работах ^{13, 19}, где отмечалось, что вследствие сильного взаимодействия любая малая ячейка находится в сильном взаимодействии с окружающим ее мезонным облаком и поэтому на начальной стадии разбиение на ионизированные слои можно производить весьма условно.

Очевидно, что совершенно иная ситуация имеет место, если в ограниченный объем заключить частицы, не взаимодействующие сильно (например, электроны и фотоны).

Анализ ^{13, 19} показал, что в сильно взаимодействующей жидкости возникает новая характеристическая длина, которая для высоких температур ($T \gg M$) из соображений размерности оценивается как $\tau \approx 1/T$ ²⁰. Эти соображения, естественно, подтверждаются модельными расчетами. Однако, если считать $\tau \approx 1/T$, то и в этом случае нельзя использовать представления об идеальной гидродинамике вблизи начального состояния.

В этом случае феноменологическим способом учета сильного взаимодействия является введение вязкости ²⁰, которая обуславливает увеличение множественности (этот вопрос обсуждался раньше; см. (56)). Однако нам представляется, что лишь размерностных соображений недостаточно для уверенных заключений о количественном значении параметров τ или η . В особенности это относится к областям $E_0 < 10^{14}$ эв, когда $T_0 \sim M$.

Поэтому в рамках чисто термодинамического подхода возможно непротиворечивое описание начального состояния вплоть до энергий $E_0 \sim 10^{14}$ эв. Однако подобная возможность является отдельным постулатом, обосновать который не представляется возможным.

Сложный вопрос о квантовых флуктуациях в начальном состоянии возникает и в случае e^+e^- -аннигиляции в адроны. Если положить $\tau \approx 1/T$, то условие $\tau < R_0$ выполняется лишь, если $\sqrt{s} > 1/R_0$. Этому условию легко удовлетворить, если $R_0 \approx 1/\mu$; однако, если $R_0 \leq 10^{-16}$ см, то совместить термодинамические представления на начальной стадии с квантовыми флуктуациями можно лишь, допуская значительное влияние диссипативных членов, которые и определяют начальную фазу гидродинамического разлета *).

Определенные трудности в интерпретации начального состояния приводят к целесообразности поэтапной экспериментальной проверки различных фаз гидродинамического описания: начального состояния, гидродинамического расширения и конечного состояния. Начальная фаза в основном определяет множественность частиц. Если уравнение состояния имеет вид (48), то зависимость $\bar{N}(E_0)$ имеет степенную форму. С другой стороны, именно степенная зависимость $\bar{N}(E_0)$ характерна для моделей статистическо-гидродинамического типа. Поэтому первостепенное значение имеет прецизионная проверка этой зависимости в достаточно широком интервале энергий (например, $10^{11} < E_0 < 10^{13}$ эв). Гидродинамический разлет обуславливает угловые и энергетические распределения вторичных частиц. Поэтому исследование этих характеристик может послужить проверкой для этой фазы.

Конечная стадия определяет состав и распределение p_{\perp} . Очень важна для анализа возможности термодинамического описания степень универсальности этих характеристик.

И наконец (по счету, но не по важности), вопрос о том, «что» движется во время гидродинамического разлета.

*) Из соотношения неопределенности также следует неравенство $\sqrt{s} > 1/R_0$.

Уже отмечалось, что это не реальные частицы. По-видимому, нельзя безоговорочно говорить и о виртуальных частицах в том смысле как это понимают обычно в квантовой теории поля.

Ближе к современным, но далеко незавершенным представлениям — допущение, что «движутся» партоны или кварки (см. ⁷¹). В этом случае на начальной стадии квазисвободными являются лишь достаточно «энергичные» партоны с длинами волн $\lambda \approx 1/\sqrt{s} \ll M/m\sqrt{s}$. Партоны с большими длинами волн $\lambda \gg M/m\sqrt{s}$ существенно взаимодействуют друг с другом, образуя единую систему.

Несомненно, что в подобных образных представлениях слишком велик филологический элемент, чтобы их можно было рассматривать серьезно.

18. ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Гидродинамическая теория хорошо описывает экспериментальные данные о множественных процессах, полученные на современных больших ускорителях; большая часть выводов была получена, практически с теми же параметрами много лет назад. Подобная эвристическая способность парадоксальна для столь грубой модели. Любопытно, что другое направление теории множественных процессов — мультипериферизм — также хорошо согласуется с экспериментом (см. например, ⁷²). Несомненно, внешне тоже кажется парадоксальным, что столь различные теории достаточно точно описывают результаты опыта.

Разумеется, подобное совпадение можно объяснить за счет большого числа свободных параметров в рамках обоих направлений.

Однако на наш взгляд здесь есть более глубокая причина. В основе обоих теоретических построений лежит положение о квазиодномерности вылета вторичных частиц ⁷³.

В основе мультипериферизма лежит допущение об ограниченности \bar{p}_\perp : в гидродинамической теории это есть следствие релятивистского сжатия сталкивающихся адронов. Именно это обстоятельство определяет основные выводы теории. Поэтому, если расположить частицы по возрастающим значениям быстрот (ряд (61)), то в рамках мультипериферизма состояние i -й частицы

$$\Phi_i = \Phi(y_{i-1}, y_{i+1}). \quad (92)$$

Хотя гидродинамическая теория и приводит к иной зависимости

$$\Phi_i = \Phi(y_1, \dots, y_{i-1}, y_{i+1}, \dots, y_N, s), \quad (93)$$

однако реально состояние i -й частицы почти исключительно определяется также соседями по ряду (61).

При этом чем больше значение $i - k$ (k — индекс k -й частицы), тем меньше корреляции между обеими частицами.

Разница функциональных зависимостей (90) и (91) обуславливает также и различие в физическом состоянии системы N частиц, трактуемой с позиций обоих направлений. В рамках мультипериферизма также достигается равновесие, однако это равновесие проявляется в пространстве быстрот.

Гидродинамическая теория основывается на допущении о равновесии в обычном конфигурационном пространстве. В пространстве быстрот равновесие, вообще говоря, не успевает установиться. Единственное исключение — это гидродинамика при значении $s_0 = 1$. Этот случай, соответствующий $\bar{N} = \text{const}$, ближе всего подходит к идеологии мультипериферизма.

Несомненно, что сейчас гидродинамическая модель является органической частью теории множественных процессов. Гидродинамическая теория хорошо объясняет основные экспериментальные данные и ставит интересные вопросы перед теоретиками. Так, в появившейся недавно обстоятельной работе ⁷⁴ перечисляется до 20 проблем, решения которых полезны для развития гидродинамической теории (столкновения частиц с разными массами, оценки корреляций и флуктуаций и т. д.).

ПРИЛОЖЕНИЕ

ФОРМАЛИЗМ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО РАЗЛЕТА ^{26, 27, 68}

Решение уравнений (14) для столкновения нуклона с «трубкой» основывается на следующих положениях:

- 1) Гидродинамический разлет имеет в основном одномерный характер.
- 2) Строгое решение одномерной задачи при начальном условии в форме сжатого диска было получено в работе ⁷⁵ *). Передний фронт здесь представляется простой волной, которая, с одной стороны, граничит с вакуумом, а с другой — с областью нетривиального решения.
- 3) Распределение в поперечном направлении в основном определяется тепловым движением. Решение, основанное на этих предположениях, называют квазиодномерным приближением. Оно дает хорошую точность вплоть до энергий $E_0 \lesssim 10^{13} - 10^{14}$ эв ²⁴.
- 4) Поправки, связанные с поперечным гидродинамическим движением, получаются путем усреднения гидродинамической скорости по сечению, перпендикулярному к оси разлета.

В одномерном случае система (14) эквивалентна уравнению

$$c_0^2 \frac{\partial^2 \chi}{\partial a^2} - \frac{\partial^2 \chi}{\partial y^2} + (1 - c_0^2) \frac{\partial \chi}{\partial a} = 0, \quad (94)$$

где $a = \ln(T_0/T)$ (см. ^{68, 75}).

Соответственно простые волны, бегущие вправо и влево, описываются уравнениями

$$\begin{aligned} \frac{x}{t} &= \frac{v - c_0}{1 - vc_0}, \\ a &= -c_0 y \end{aligned} \quad (95)$$

и

$$\begin{aligned} \frac{x - l}{t} &= \frac{v + c_0}{1 + vc_0}, \\ a &= c_0 y, \quad l = \frac{1}{4} \frac{\sqrt{s}}{M}; \end{aligned} \quad (96)$$

x, t — координата и время элемента жидкости, которые выражаются через переменную χ следующим образом:

$$\begin{aligned} x &= e^{-a} \left(\frac{\partial \chi}{\partial a} \operatorname{sh} y - \frac{\partial \chi}{\partial y} \operatorname{ch} y \right), \\ t &= a^{-a} \left(\frac{\partial \chi}{\partial a} \operatorname{ch} y - \frac{\partial \chi}{\partial y} \operatorname{sh} y \right). \end{aligned} \quad (97)$$

В области нетривиального решения связь имеет довольно сложный характер:

$$\chi = \frac{l}{2c_0} e^a \int_{-c_0 y}^a e^{-(1+c_0^2)/2c_0^2} I_0 \left[\frac{1-c_0^2}{2c_0^2} \sqrt{x^2 - (c_0 y)^2} \right] dx; \quad (98)$$

I_0 — функция Бесселя.

*) Простая и ударная волны в одномерной задаче исследовались также в работе ⁷⁶.

Используя определение энтропии

$$dS = -s_0 e^{-a} \left(\frac{\partial \psi}{\partial y} da + c_0^2 \frac{\partial \psi}{\partial a} dy \right),$$

$$\psi = \frac{\partial \chi}{\partial u} - \chi \quad (99)$$

(здесь s_0 — удельная энтропия), получаем окончательно

$$\frac{dN}{dy} = N \frac{1 - c_0^2}{4c_0} \left[J_0(r) - \frac{a I_1(r)}{\sqrt{a^2 - (c_0 y)^2}} \right],$$

$$r = \frac{1 - c_0^2}{2c_0} \sqrt{a^2 - (c_0 y)^2}. \quad (100)$$

Используя разложение функций Бесселя, получаем решение (37) и (49). Зависимость (100) получена в квазиодномерном приближении. Качественно трехмерное движение можно представить следующим образом²⁶. В начальный момент, когда поперечная координата $z \approx 1/\mu$, термодинамические параметры испытывают скачок, т. е. осуществляется сильный разрыв. В дальнейшем он распадается на слабые разрывы, которые движутся со скоростью звука c_0 . Область трехмерного движения ограничена пределами

$$\frac{1}{\mu} - c_0 t < z < \frac{1}{\mu} + c_0 t. \quad (101)$$

Поперечное гидродинамическое движение становится существенным, когда продольные размеры системы сравниваются с поперечными. Чтобы подойти к решению полной системы уравнений (14), вместо компонент 4-скорости и вводятся новые переменные: $u_0 = \text{ch } y$, $\text{ch } \xi$, $u^1 = \text{sh } y \text{ ch } \xi$, $u^2 = \text{sh } \xi \cos \varphi$, $u^3 = \text{sh } \xi \sin \varphi$; φ — полярный угол в плоскости, перпендикулярной к оси движения.

Систему уравнений (14) в новых координатах удается затем упростить, однако все же решить ее в аналитической форме затруднительно *).

Численное решение с точностью $\sim 15\%$ было проведено для значения $c_0^2 = 1/3$. Распределение в Ц-системе по углам и импульсам выражено через суммарную 4-скорость $\text{sh } \xi$ в поперечном направлении

$$\text{tg } \vartheta^* = \frac{\text{tg } \xi}{\text{sh } y}, \quad (102)$$

$$E^* = \mu \text{ch } y \cdot \text{ch } \xi, \quad (103)$$

$$p_{\perp} = \mu \text{sh } \xi. \quad (104)$$

Средняя гидродинамическая скорость в поперечном направлении:

$$\text{sh } \xi = 0,5 \frac{n+1}{2} \left(\frac{E_0}{M} \right)^{0,07}. \quad (105)$$

Следовательно, средний поперечный импульс \overline{p}_{\perp} растет с энергией чрезвычайно медленно ($\propto E_0^{1/16}$).

Институт космических исследований АН СССР.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. W. Heisenberg, Zs. Phys. 101, 533 (1936).
2. W. Heisenberg, ibid. 126, 569 (1949).
3. E. Fermi, Progr. Theor. Phys. 5, 570 (1950).
4. И. Я. Померанчук, ДАН СССР 78, 889 (1956).
5. Л. Д. Ландау, Изв. АН СССР, сер. физ. 17, 51 (1953).
6. H. W. Lewis, J. R. Oppenheimer, S. A. Wouthuysen, Phys. Rev. 73, 127 (1948).
7. а) Е. Л. Фейнберг, Д. С. Чернавский, ДАН СССР 81, 795 (1951);
б) И. М. Дремин, Д. С. Чернавский, ЖЭТФ 38, 229 (1960).

*) Аналитическое решение в несколько более упрощенной форме получено в работе²⁷.

8. D. Amati, S. Fubini, A. Stangellini, *Nuovo Cimento* 26, 896 (1962).
9. К. А. Тер-Мартirosян, *ЖЭТФ* 44, 341 (1963).
10. С. З. Беленький, В. М. Максименко, А. И. Никитов, И. Л. Розенталь, *УФН* 62 (2), 1 (1957).
11. Е. Л. Фейнберг, *УФН* 104, 539 (1971).
12. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Механика сплошных сред*, М., Гостехиздат, 1953.
13. M. Namiki, C. Iso, *Progr. Theor. Phys.* 18, 591 (1956).
14. H. Ezawa, I. Tomozawa, H. Umezawa, *Nuovo Cimento* 5, 811 (1957).
15. Е. С. Фрадкин, *Тр. ФИАН СССР* 29, 7 (1965).
16. Я. Б. Зельдович, *ЖЭТФ* 41, 1609 (1961).
17. С. З. Беленький, Л. Д. Ландау, *УФН* 56, 309 (1955).
18. А. И. Никитов, В. И. Ритус, *ЖЭТФ* 46, 776, 1768 (1964).
19. С. Исо, К. Мори, М. Намики, в: *Труды Международной конференции по космическим лучам*, т. 1, М., Изд-во АН СССР, 1960, стр. 230.
20. Е. Л. Фейнберг, *Тр. ФИАН СССР* 29, 155, (1965).
21. И. Л. Розенталь, Д. С. Чернавский, *УФН* 52, 185 (1954).
22. И. Я. Померанчук, Е. Л. Фейнберг, *ДАН СССР* 93, 439 (1953).
23. С. З. Беленький, Г. А. Милехин, *ЖЭТФ* 29, 20 (1955).
24. И. Л. Розенталь, *ЖЭТФ* 31, 278 (1956).
25. Г. А. Милехин, И. Л. Розенталь, *ЖЭТФ* 33, 197 (1957).
26. Г. А. Милехин, *ЖЭТФ* 35, 1185 (1958).
27. Э. В. Шуряк, *ЯФ* 16, 395 (1972).
28. А. А. Емельянов, *Тр. ФИАН СССР* 29, 169 (1965).
29. В. С. Мурзин, Л. И. Сарычева, *Множественные процессы при высоких энергиях*, М., Атомиздат, 1974.
30. M. Chaichian, H. Satz, E. Suhonen, *CERN Preprint TH1862*, April 1974.
31. E. I. Daibog, I. L. Rozental, *Acta Phys. Hung.* 29, Suppl. 3, 267 (1970).
32. Е. И. Дайбог, И. Л. Розенталь, *ЯФ* 14, 226 (1971).
33. P. Carruthers, Minh Duong Van, *Phys. Rev.* 8, 859 (1973).
34. А. А. Емельянов, Д. С. Чернавский, *ЖЭТФ* 37, 1058 (1959).
35. Н. М. Герасимова, Д. С. Чернавский, *ЖЭТФ* 29, 372 (1957).
36. С. А. Гурвиц, Е. И. Дайбог, И. Л. Розенталь, *ЯФ* 14, 1268 (1971).
37. С. З. Беленький, *ДАН СССР* 99, 523 (1954).
38. И. Н. Сисакян, Е. Л. Фейнберг, Д. С. Чернавский, *Тр. ФИАН СССР* 57, 164 (1971).
39. E. V. Shuryak, *Phys. Lett.* B42, 357 (1972).
40. E. V. Shuryak, in: *Proc. of 5th Intern. Colloquium on Collision Multiparticle Hydrodynamics*, Leipzig, 1974, p. 811.
41. Г. И. Копылов, М. И. Подгорецкий, *ЯФ* 19, 434 (1974).
42. М. И. Подгорецкий, И. Л. Розенталь, Д. С. Чернавский, *ЖЭТФ* 29, 296 (1955); 34, 536 (1958).
43. И. Л. Розенталь, *ЯФ* 19, 1098 (1974).
44. А. М. Балдин, В. И. Гольданский, В. М. Максименко, И. Л. Розенталь, *Кинематика ядерных реакций*, М., Атомиздат, 1968.
45. R. Feynman, *Phys. Rev. Lett.* 23, 1415 (1969).
46. В. М. Дубовик *УФН* 109, 756 (1973).
47. Е. И. Дайбог, Ю. П. Никитин, И. Л. Розенталь, *ЯФ* 16, 1315 (1972).
48. P. Carruthers, Minh Duong Van, *Phys. Lett.* B41, 597 (1972).
49. G. Belletini, in: *Proc. of 5th Intern. Conference on High Energy Collisions*, Stony-Brook, 1973.
50. R. Hagedorn, *Nuovo Cimento*, A56, 1027 (1968).
51. R. Listienne, in: *Proc. of 3rd Intern. Colloquium on Multiparticle Reaction*, Zaccopane, 1972, p. 629.
52. P. Carruthers, Minh Duong Van, *Phys. Lett.* B44, 507 (1973).
53. Pisa-Stony Brook Collaboration, *Proc. of 12th Intern. Conference on High Energy Physics*, Batavia, 1972.
54. E. Suhonen, J. Enkelberg, K. Lassile, S. Solho, *Phys. Rev. Lett.* 31, 1567 (1973).
55. F. Cooper, E. Shonberg, *ibid.* 30, 880.
56. E. L. Feinberg, *Phys. Rept.* 5C, No. 5 (1972).
57. а) Alma-Ata—Leningrad—Moscow—Tashkent Collaboration, *Particle Hydrodynamics*, p. 477; б) М. И. Атанелишвили и др., *Препринт АН ГрузССР 16-ФКЛ*, Тбилиси, 1974.
58. K. Gottfried, *CERN Preprint TH 1735* (1973).
59. Л. И. Сарычева, *Докт. диссертация* (ФИАН СССР, 1974).
60. Alma-Ata—Leningrad—Moscow—Tashkent (сотрудничество), *Препринт ФИАН СССР № 171*, Москва 1973.

61. а) А. М. Балдин и др., ЯФ 20, 1201 (1974); б) А. М. Балдин, Препринт ОИЯИ РГ-5769, Дубна, 1971.
 62. Е. V. Shuryak, Phys. Lett. B34, 509 (1971).
 63. F. Coorner, G. Frey, E. Shonberg, Phys. Rev. Lett. 32, 862 (1974).
 64. Дж. Д. Бьеркен, Б. Л. Иоффе, УФН 116, 115 (1975).
 65. Е. Л. Фейнберг, цит. в ⁴⁰ сборник р. 789.
 66. H. Satz, в: Труды семинара по глубоко неупругим и множественным процессам, Дубна, ОИЯИ, 1973.
 67. В. А. Матвеев, Р. М. Мурадян, А. Н. Тавхелидзе, Препринт ОИЯИ Е2-5962, Дубна, 1971.
 68. Г. А. Милехин, цит. в ¹⁹ сборнике, стр. 223.
 69. Д. И. Блохинцев, ЖЭТФ 32, 350 (1957).
 70. Д. И. Блохинцев, Пространство и время в микромире, М., «Наука», 1970.
 71. R. Feupman, in: Photon-Hadron Interactions, N.Y., Benjamin, 1972.
 72. Е. М. Левин, М. Г. Рыскин, в: Материалы 8-й школы ЛИИЯФ, Ленинград, 1973, стр. 94.
 73. И. Л. Розенталь, цит. в ⁶⁶ сборник, стр. 291.
 74. P. Carruthers, Invited Paper (New York Academy of Sciences). Cornell Univ. Preprint CLNS-219 (1973).
 75. И. М. Халатников, ЖЭТФ 26, 529 (1954).
 76. К. П. Станюкович, в: Труды 3-го Совещания по вопросам космогонии, М., Изд-во АН СССР, 1954, стр. 279.
-