1975 г. Июнь

Том 116, вып. 2

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

535.**55**

ДВОЙНОЕ ЛУЧЕПРЕЛОМЛЕНИЕ СВЕТА В МАГНИТОУПОРЯДОЧЕННЫХ КРИСТАЛЛАХ

Г. А. Смоленский, Р. В. Писарев, И. Г. Синий

СОДЕРЖАНИЕ

Ι.	Введение	231
11.	Особенности распространения электромагнитных воли в магнитоупоря-	
	доченных кристаллах	232
	1. Магнитное круговое и линейное двупреломление (232). 2. Эллипти-	
	ческое двупреломление (234). З. Распространение света в кристаллах	
	с $\varepsilon \neq 1$, $\mu \neq 1$ (237). 4. Распространение света в магнитоэлектрических	
	кристаллах (238).	
III.	Принципы магнитной симметрии и оптические явления в кристаллах	239
IV.	Зависящая от спинов поляризуемость и микроскопические механизмы	
	магнитооптических явлений	242
v.	Кристаллооптика магнитоупорядоченных сред	244
	1. Гирационные поверхности (244). 2. Оптическая индикатриса кубиче-	
	ских магнитных кристаллов (245). З. Оптическая индикатриса одноосных	
	кристаллов (248). 4. Деформация оптической индикатрисы за счет упру-	
	гих напряжений и магнитострикции (251).	
VI.	Исследования магнитного двупреломления в ферро- и ферримагнетиках	252
	1. Соединения двухвалентного европия (252). 2. Ферриты со структурой	
	граната (254). 3. Ферримагнетик RbNiF ₃ (257).	
VII.	Исследования магнитного двупреломления в антиферромагнетиках	259
	1. Магнитное двупреломление в антиферромагнетиках α-Fe ₂ O ₃ , RbFeF ₃ ,	
	CsMnF ₃ , MnWO ₄ , K ₂ MnF ₄ (259). 2. Двупреломление света в антиферро-	
	магнетиках со структурой рутила (261). З. Антиферромагнитные кар-	
	бонаты марганца и кобальта (265).	
VIII.	Заключение	267
Цити	рованная литература	268

І. ВВЕДЕНИЕ

Около 40 лет тому назад в УФН был опубликован перевод ¹ статьи Бимса о двойном лучепреломлении в электрическом и магнитном полях. Статья Бимса давала обзор наиболее важных работ, изучающих эффекты, наблюдаемые при прохождении света через среду перпендикулярно к силовым линиям электрического и магнитного полей. Она охватывала почти столетний период развития электрооптики и магнитооптики. Эта отрасль физики получила свое начало в 1845 г. после открытия Фарадеем вращения плоскости поляризации света при его прохождении в прозрачной среде параллельно силовым линиям магнитного поля. Целенаправленные исследования Фарадея, искавшего связь между светом, электричеством и магнетизмом, более сотни лет продолжали служить стимулом для все;более интенсивных поисков новых явлений в области электро- и магнитооптики. Из многочисленных примеров этого влияния наиболее важными являются открытия эффектов ,носящих имя Керра, Зеемана и Коттона — Мутона.

[©] Главная редакция физико-математической литературы издательства «Наука», «Успехи физических наук», 1975 г.

В своей статье Бимс рассматривает эффект Коттона — Мутона в основном в жидкостях, ибо именно в таких средах были проведены подробные измерения. Эффекту Коттона — Мутона в кристаллах (или эффекту Фохта) посвящено всего несколько общих строк, обязанных своим появлением работам Беккереля (см. ², ³). Беккерель исследовал кристаллы, допированные редкоземельными ионами, и обнаружил в области линий поглощения изменение поляризации света, связанное с эффектом Зеемана. Здесь важно отметить неоднократное упоминание Бимса, что в экспериментах по измерению магнитного линейного двупреломления приходится отделять его от неизбежно накладывающегося сильного эффекта магнитного кругового двупреломления (эффекта Фарадея).

Ситуация с оптическими исследованиями магнитоупорядоченных кристаллов существенно изменилась после того, как были открыты кристаллы, обладающие высокой прозрачностью в больших участках инфракрасного, видимого и даже ультрафиолетового света. Однако долгое время исследования ограничивались изучением эффекта Фарадея. Этому вопросу посвящен ряд обзорных статей ⁴⁻⁸, и мы не будем здесь детально на нем останавливаться. Основное внимание будет уделено описанию явления магнитного линейного двупреломления в неметаллических ферро- и антиферромагнетиках.

Уже первые работы указали на необычайно большую величину эффекта магнитного линейного двупреломления в кристаллах, обладающих магнитным упорядочением ⁹⁻¹⁰. Так, в ферромагнетике EuSe было зафиксировано магнитное линейное двупреломление $n_{||} - n_{\perp} \approx 1.5 \cdot 10^{-2} \, {}^{10}$, что, по-видимому, является рекордной величиной, когда-либо наблюдавшейся в кристаллах.

[За последующие годы было проведено значительное количество исследований по линейному двупреломлению веществ с различными видами магнитного упорядочения. Выявились многие аспекты этого интересного явления, а именно большая величина и анизотропия эффекта в магнитных кристаллах, сосуществование линейного и кругового двупреломления, связь линейного двупреломления с намагниченностью. Поэтому возникла целесообразность обобщить и систематизировать эти исследования, что выполнено в данном обзоре.

В первых главах обзора мы остановимся на некоторых общих проблемах распространения света в магнитоупорядоченных кристаллах, в последующих главах будут рассмотрены основные экспериментальные результаты по магнитному линейному двупреломлению.

II. ОСОБЕННОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В МАГНИТОУПОРЯДОЧЕННЫХ КРИСТАЛЛАХ

1. Магнитное к^{*}руг^{*}овое и линейное двупреломление. Известно, что распространение электромагнитных волн описывается уравнениями Максвелла¹¹, а свойства сред, через которые эти волны распространяются, могут быть учтены введением электрической ε_{ik} и магнитной μ_{ik} проницаемостей. Связь между индукцией и интенсивностью электрического и магнитного полей световых волн может быть представлена в виде

$$D_i = \varepsilon_{ik} E_k, \quad B_i = \mu_{ik} H_k. \tag{1}$$

При учете пространственной дисперсии или магнитоэлектрического взаимодействия эта связь выглядит иначе, о чем будет сказано ниже.

Магнитооптические явления возникают при помещении среды, в которой распространяется свет, во внешнее магнитное поле (постоянное или меняющееся с частотой меньше частоты электромагнитных волн) или если в кристалле наблюдается спонтанное магнитное упорядочение. Учитывая, что эти возмущения сравнительно слабо влияют на оптические свойства сред, мы можем разложить электрическую проницаемость ε_{ik} в ряд по возрастающим степеням внешнего поля или намагниченности. Для кристалла, обладающего спонтанным ферромагнитным моментом M, мы можем записать это разложение в виде

$$\varepsilon_{ik} (\mathbf{M}) = \varepsilon_{ik}^{(0)} + f_{ikl}^{(1)} M_l + f_{iklm}^{(2)} M_l M_m + f_{iklmn}^{(3)} M_l M_m M_n + \dots, \qquad (2)$$

где $\varepsilon_{ik}^{(0)}$ — тензор электрической проницаемости кристалла в парамагнитной области (где $\mathbf{M} = 0$), $f_{ikl}^{(1)}$ — тензор третьего ранга, определяющий линейные по намагниченности магнитооптические эффекты, $f_{iklm}^{(2)}$ — тензор четвертого ранга, описывающий квадратичные эффекты, и т. д. Аналогичное разложение может быть также записано для тензора μ_{ik} .

Рассмотрим влияние линейных по М членов на характер распространения света в кристаллах. Направим намагниченность вдоль одной из осей четвертого порядка кубического кристалла М || [001]. Тогда (1) можно записать в виде

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_{xx} & -\boldsymbol{i}\boldsymbol{\varepsilon}_{xy} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{i}\boldsymbol{\varepsilon}_{yx} & \boldsymbol{\varepsilon}_{yy} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{\varepsilon}_{zz} \end{pmatrix} \mathbf{E},$$
(3)

где антисимметричные компоненты тензора равны по величине, $\varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yx}$, и являются линейными функциями намагниченности. Если плоская световая волна распространяется вдоль намагниченности, то для нее можно написать

$$D_x = n^2 E_x, \quad D_y = n^2 E_y, \quad D_z = 0.$$
 (4)

Из (3) и (4) легко получаем вместо одного значения n^2 два значения

$$n_{\pm}^2 = \varepsilon_{xx} \pm \varepsilon_{xy}, \qquad (5)$$

т. е. вдоль направления намагниченности могут распространяться две волны с различной скоростью. Аксиальная симметрия вокруг намагниченности приводит к тому, что эти две волны являются круговыми с противоположным вращением вектора поляризации. Суперпозиция двух волн противоположной круговой поляризации дает линейно поляризованную волну, и по мере того, как одна из круговых волн обгоняет другую, плоскость поляризации результирующей волны будет поворачиваться. В направлении распространения волны в кристалле этот угол поворота равен

$$\varphi_{\mathbf{\Phi}} = \frac{\pi v l}{c} \Delta n \cdot \cos \theta_{\bullet} \tag{6}$$

где v — частота света, l — длина кристалла, $\Delta n = n_- - n_+ = \varepsilon_{xy}/n$, θ — угол между намагниченностью и направлением распространения света. Это явление носит название эффекта Фарадея (ЭФ). При изменении направления намагниченности на противоположное угол поворота плоскости поляризации изменяет знак.

Формула (6) справедлива для тех участков спектра электромагнитных волн, где отсутствует поглощение. Однако, если на длине волны наблюдения имеется поглощение света, то две распространяющиеся в кристалле волны с противоположной круговой поляризацией будут по-разному затухать. Эта разность в коэффициентах поглощения для право- и левополяризованного по кругу света называется магнитным круговым дихроизмом (МКД). Это явление также является линейным по намагниченности. Так как на выходе кристалла две круговые волны имеют различную амплитуду, их суперпозиция дает свет эллиптической поляризации.

ЭФ и МКД связаны между собой интегральными соотношениями Крамерса — Кронига (см.¹¹). Хотя при исследовании применяются оба этих эффекта, МКД является наиболее прямым и удобным методом (в сочетании с оптическим поглощением) изучения энергетических состояний кристаллов.

Из выражения (6) следует, что при распространении света перпендикулярно намагниченности линейные магнитооптические явления обращаются в нуль и для выяснения роли намагниченности в этом случае необходимо учитывать следующий член $f_{iklm}^{(2)}M_{l}M_{m}$ разложения (2). Пусть луч света распространяется в направлении оси x кубического кристалла, намагниченного вдоль оси z. Для этой геометрии имеем

$$D_x = 0, \quad D_y = n^2 E_y, \quad D_z = n^2 E_z.$$
 (7)

Используя (7) и (3), мы получаем, что в кристалле могут распространяться две нормальные волны, линейно поляризованные вдоль и перпендикулярно намагниченности:

$$n_z = \sqrt{\varepsilon_{zz}}, \quad n_y = \sqrt{\varepsilon_{yy} - \frac{\varepsilon_{xy}^2}{\varepsilon_{xx}}}.$$
 (8)

Разная фазовая скорость этих волн приводит к линейному двупреломлению света, называемому эффектом Коттона — Мутона (ЭКМ) или эффектом Фохта. В этом случае свет на выходе кристалла будет иметь эллиптическую поляризацию. Степень эллиптичности зависит от разности показателей преломления $\Delta n = n_z - n_y$. Разность фаз после прохождения светом кристалла толщиной l может быть определена по формуле

$$\Delta_{KM} = \frac{2\pi v l}{c} \Delta n. \tag{9}$$

В выбранной геометрии при М || [001] оси x и y являются эквивалентными, т. е. $\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy}$ (кубический кристалл). Используя (8), можно найти разность показателей преломления

$$\Delta n = \frac{1}{2} \left(\Delta \varepsilon + \frac{\varepsilon_{xy}^2}{\varepsilon_{yy}} \right) , \qquad (10)$$

тде $\Delta \varepsilon = \varepsilon_{zz} - \varepsilon_{yy}$. Таким образом, магнитное линейное двупреломление зависит как от квадрата недиагональной компоненты тензора ε_{ik} , определяющей круговое двупреломление света (ЭФ), так и от разности диагональных компонент, добавки в которые являются квадратичными функциями намагниченности.

При перпендикулярной геометрии намагниченность также может вносить разность в коэффициенты поглощения волн с ортогональной линейной поляризацией, что приводит к магнитному линейному дихроизму (МЛД) кристаллов в области полос собственного поглощения.

2. Эллиптическое двупреломление. Эффекты кругового и линейного двупреломления представляют частные случаи двупреломления эллиптически поляризованных волн. В диа- и парамагнетиках эллиптическое двупреломление встречается при распространении света в оптически активных кристаллах вдоль направлений, не совпадающих с оптическими осями (например, в кварце). Эллиптическое двупреломление возможно в магнитоупорядоченных кристаллах, тензор диэлектрической

234

проницаемости которых в системе главных осей имеет вид

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & i\varepsilon_{xy} & i\varepsilon_{xz} \\ -i\varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & i\varepsilon_{yz} \\ -i\varepsilon_{zx} & -i\varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{pmatrix}.$$
 (11)

В эксперименте эллиптическое двупреломление будет наблюдаться в том случае, если величина недиагональных компонент сравнима с разностью между диагональными компонентами. Действительно, если кристалл характеризуется тензором диэлектрической проницаемости вида (11) и $\mu = 1$, то решение уравнений Максвелла дает два значения волнового вектора для света, распространяющегося вдоль оси z:

$$k_{\pm} = \frac{\omega^2}{2} \left[(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}) \pm \sqrt{(\varepsilon_{yy} - \varepsilon_{xx})^2 + 4\varepsilon_{xy}^2} \right].$$
(12)

Нормальные моды будут иметь эллиптическую поляризацию с осями эллипсов, направленными по осям x и y^{12} :

$$\begin{pmatrix} E'_{x} \\ E'_{y} \end{pmatrix} = A' \begin{pmatrix} 1 \\ -i/\alpha \end{pmatrix} \exp \left[i \left(\omega t - k_{+} z \right) \right], \quad \begin{pmatrix} E''_{x} \\ E''_{y} \end{pmatrix} = A'' \begin{pmatrix} 1 \\ i\alpha \end{pmatrix} \exp \left[i \left(\omega t - k_{-} z \right) \right], \quad (13)$$

где А — произвольная амплитуда и

$$\alpha = \frac{2\varepsilon_{xy}}{2\varepsilon_{xx} - [(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}) + \sqrt{(\varepsilon_{yy} - \varepsilon_{xx})^2 + 4\varepsilon_{xy}^2}}.$$
 (14)

Уравнения (13) описывают две ортогональные эллиптически поляризованные волны. Эти уравнения содержат также два крайних случая распространения света: если $\varepsilon_{xy} = 0$, то имеем обычное линейное двупреломление и распространение в кристалле волн с линейной поляризацией; если $\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy}$, то наблюдается только круговое двупреломление и распространяются волны с левой и правой круговой поляризацией.

Уравнения для нормальных мод могут быть преобразованы для *х*и *у*-компонент электрического поля, что позволяет найти относительные амплитуды и фазы этих компонент в любой точке *z* в направлении распространения

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix}_{z=l} = = \begin{pmatrix} \cos(\Phi/2) - i\cos\chi\sin(\Phi/2) & -\sin\chi\sin(\Phi/2) \\ \sin\chi\sin(\Phi/2) & \cos(\Phi/2) + i\cos\chi\sin(\Phi/2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix}_{z=0}, \quad (15)$$

где $\Phi = \delta z$, $\delta = k_+ - k_-$, $\cos \chi = (1 - \alpha^2)/(1 + \alpha^2)$, $\sin \chi = 2\alpha/(1 + \alpha^2)$. Матрица в первых скобках справа есть матрица Джонса, описывающая распространение света в среде¹³. Уравнение (15) дает относительный сдвиг между электрическими векторами.

Рассмотрим некоторые следствия, следующие из уравнения (15). Пусть на кристалл падает волна единичной амплитуды, поляризованная вдоль оси x. На выходе кристалла при z = l имеем

$$(E_x)_l = \cos\frac{\Phi}{2} - i\cos\chi \cdot \sin\frac{\Phi}{2},$$

$$(E_y)_l = \sin\chi \cdot \sin\frac{\Phi}{2}.$$
(16)

С первого взгляда видно, что максимальное значение E_y равно sin χ . Если круговое двупреломление значительно меньше, чем линейное, т. е. $|\varepsilon_{xy}| \ll |\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy}|$, то максимальное значение E_y будет малой величиной по сравнению с единицей. Таким образом, круговое двупреломление в этом случае вызовет лишь небольшую эллиптичность на выходе кристалла. Если же линейное двупреломление отсутствует, то амплитуда E_y может равняться единице. Когда же оба явления сосуществуют, т. е. $0 < \sin \chi < 1$, плоскость поляризации света в кристалле не может повернуться на 90°.

Если мы обозначим угол поворота большой оси эллипса по отношению к оси x через β и отношение осей через $a/b = \text{tg } \xi$, то из (16) можно получить

$$tg \ 2\beta = \frac{\sin\chi \cdot \sin\Phi}{\sin^2\chi \cdot \cos\Phi + \cos^2\chi},$$

$$\sin 2\xi = \sin 2\chi \cdot \sin^2\frac{\Phi}{2}.$$
(17)

Если sin $\chi \ll 1$, т. е. линейное двупреломление сильно превышает круговое, то

$$\beta = \frac{1}{2} \sin \chi \cdot \sin \Phi,$$

$$\xi = \frac{1}{2} \sin 2\chi \cdot \sin^2 \frac{\Phi}{2}$$
(18)

и мы видим, что ни β, ни ξ не могут быть большими.

Остановимся еще на одном важном обстоятельстве сосуществования в кристалле кругового и линейного двупреломления ¹². Если мы положим $\varepsilon_{xx} = \varepsilon_0 - \eta$, $\varepsilon_{yy} = \varepsilon_0 + \eta$ и подставим эти значения в уравнение для δ^2 , то получим

$$\delta^2 = \frac{\omega^2 \eta^2}{\varepsilon_0} + \frac{\omega^2 \varepsilon_{xy}^2}{\varepsilon_{yy}} + O(\eta^4, \ \varepsilon_{xy}^4). \tag{19}$$

Пренебрегая членами η^4 и ε_{xy}^4 и членами более высокого порядка малости, видим, что первый член в (19) дает линейное двупреломление среды в радианах на единицу длины, когда отсутствует круговое двупреломление:

$$\rho = \sqrt{\frac{\omega^2 \eta^2}{\varepsilon_0}} \,. \tag{20}$$

Второй член дает круговое двупреломление в радианах на единицу длины, которое наблюдалось бы при отсутствии линейного двупреломления:

$$2\theta = \sqrt{\frac{\omega^2 \varepsilon_{xy}^2}{\varepsilon_0}}.$$
 (21)

Итак, с точностью до отброшенных членов мы можем сформулировать принцип суперпозиции линейного и кругового двупреломления:

$$\delta = 2 \sqrt{\theta^2 + \left(\frac{\rho}{2}\right)^2},$$

$$\cos \chi = \frac{\rho}{\delta}, \quad \sin \chi = \frac{2\theta}{\delta}.$$
(22)

Такая запись позволяет легче понять смысл сделанных выше определений.

Кроме только что рассмотренной работы ¹², различные аспекты задачи о распространении света в средах с круговым и линейным двупреломлением анализировались в работах ¹⁴⁻¹⁷. В работе ¹⁴ было проведено экспериментальное исследование эллиптического двупреломления в кубических кристаллах гранатов, в которых круговое и линейное двупреломление возникает благодаря намагниченности. В работе ¹⁵ было получено общее выражение матрицы Мюллера (см. ¹³) для кубической среды, обладающей

236

линейными и квадратичными по намагниченности оптическими эффектами. Это выражение было получено на основе принципа суперпозиции, а также в предположении магнитооптической изотропии кристаллов ¹⁸. В работе ¹⁵ отмечалось то обстоятельство, что кристалл с эллиптическим двупреломлением позволяет преобразовывать состояние поляризации светового потока в неограниченных пределах без использования какихлибо дополнительных оптических приборов.

Сосуществование линейных и квадратичных магнитооптических эффектов приводит к некоторым интересным особенностям модуляции света при прецессии намагниченности, например, в СВЧ диапазоне ¹⁶. Если свет распространяется через кубический кристалл, намагниченный вдоль оси z, т.'е. **m** || *Оz* и k || *Оy*, то прецессия намагниченности приводит к появлению осциллирующих вдоль осей *x* и *y* компонент

$$m_x = \alpha m_z \cos \Omega t, \quad m_y = \alpha m_z \sin \Omega t,$$
 (23)

где а — амплитудный коэффициент, Ω — частота прецессии.

Если падающий свет поляризован вдоль оси z, то в первом приближении только компонента электрического поля вдоль оси x будет промодулирована:

$$E_{xl} = -i\alpha \sin \frac{l\delta}{2} E_0 \exp\left\{i\left[\left(\omega + \Omega\right)t - kl\right]\right\},\tag{24}$$

где $\delta = k_+ - k_-$, $k = (k_+ - k_-)/2$. Если падающий свет поляризован вдоль оси x, будет модулироваться только компонента электрического поля вдоль оси z. Таким образом, распространение света в среде с эллиптическим двупреломлением приводит к появлению перпендикулярной составляющей по отношению к падающему свету. Эта составляющая света имеет измененную частоту $\omega \pm \Omega$ в зависимости от того, как падающий свет поляризован по отношению к постоянной намагниченности. Амплитуда возникающей компоненты пропорциональна амплитуде прецессии и синусоидально изменяется в зависимости от длины пути света в кристалле l. Оценки для феррита-граната иттрия на длине волны 1,15 мкм с использованием известных компонент кругового и линейного двупреломления ($\alpha_{\phi} = 240 \ spad/cm$, $\beta_{KM} = 140-160 \ spad/cm$) показывают, что первый максимум синуса приходится на $l \sim 1,3 \ cm$.

Если цадающий свет поляризован под углом 45° к намагниченности, то амплитудная модуляция будет наблюдаться для обеих компонент с частотой прецессии Ω.

3. Распространение света в кристаллах с $\epsilon_{k} \neq 1$, $\mu \neq 1$. До сих пор мы рассматривали тензор є, полагая, что $\mu = 1$. Магнитная проницаемость оказывается преобладающей при распространении электромагнитных волн в радиочастотном и СВЧ диапазонах. Но может оказаться, что в определенном диапазоне частот вклад є и μ окажется сравнимым, что приведет к новым особенностям в распространении волн в таких средах ¹⁹, ²⁰.

Расчеты в случае, когда є и µ одновременно отличны от единицы, оказываются громоздкими даже в тех простых случаях, когда оба тензора є и µ могут быть одновременно приведены к главным осям. Поэтому в книге ¹⁹ задача рассматривалась на основе инвариантного метода, который в случае сложных расчетов значительно более удобен. Мы не будем здесь останавливаться на деталях расчета, так как этому посвящена целая глава монографии ¹⁹, а отметим лишь наиболее важные результаты.

Как известно, в прозрачных кристаллах с $\mu = 1$ существует определенное соотношение между сингонией кристалла и его осностью. В зависимости от сингонии кристаллы бывают оптически двуосные, одноосные и изотропные. Для кристаллов с $\mu \neq 1$ дело обстоит по-иному. Кристаллы кубических и средних сингоний по-прежнему будут изотропными и одноосными соответственно, но кристаллы низших сингоний могут быть как оптически двуосными, так и одноосными. Магнитные кристаллы средних и низших сингоний могут быть, кроме того, однопреломляющими. В этих кристаллах все три значения тензора $\gamma = \mu^{-1}\varepsilon$ оказываются совпадающими, т. е. тензоры ε и μ пропорциональны между собой. В них, несмотря на наличие анизотропии, сказывающейся в зависимости скорости распространения от направления, отсутствует двупреломление. Вдоль каждого направления может распространяться волна с любым состоянием поляризации или неполяризованный свет.

В работе ²⁰ распространение волн рассматривалось теоретически для сред, в которых отсутствует затухание; предполагалось, что оба тензора могут быть одновременно приведены к главным осям и что, кроме диагональных компонент, отличны от нуля недиагональные компоненты (т. е. для сред, обладающих гиротропией по є и µ).

По-видимому, среды с одновременной анизотропией и гиротропией свойств по є и µ пока еще не известны, и перспективы их обнаружения не очень благоприятны. Электрические дипольные переходы, дающие вклад в є, как правило, значительно превосходят магнитные дипольные переходы, определяющие µ. Возможно, что такие среды могут быть реализованы в случае, когда тензор є слабо анизотропен и его компоненты мало отличаются от единицы. Маловероятным представляется также условие получения однопреломляющих кристаллов, когда магнитный и электрический эллипсоиды подобны, т. е. µ = ke.

4. Распространение света в магнитоэлектрических кристаллах. В магнитоэлектрических кристаллах в общем случае связь между индукциями и полями должна иметь вид²¹

$$D_{i} = \varepsilon_{ij} (\omega, k) E_{j} + \alpha_{ij} (\omega, k) H_{j},$$

$$B_{i} = \beta_{ij} (\omega, k) E_{j} + \mu_{ij} (\omega, k) H_{j},$$
(25)

где константы магнитоэлектрической восприимчивости связаны между собой (согласно принципу Онзагера):

$$\alpha_{ij} = \beta_{ji}^*. \tag{26}$$

Особенности распространения света в магнитоэлектрических кристаллах рассматривались в теоретических работах ²¹⁻²⁴. Впервые задача была поставлена вскоре после открытия магнитоэлектрического эффекта ²⁵ в работе ²², где был получен результат о том, что даже в среде без потерь показатель преломления в общем случае должен быть комплексным, т. е. что плоские волны не могут распространяться без затухания. Однако позднее в работе ²³ было показано, что в работе ²² была допущена ошибка и что плоские волны могут распространяться без затухания при любой величине константы магнитоэлектрической связи.

Для отношения амплитуд волн, распространяющихся вдоль оси *х* было получено следующее выражение²³:

$$\frac{E_z}{E_y} \sim \pm \frac{(\eta_y - \eta_z) \sqrt{\tilde{e}_y \mu_z} \mu_y}{\mu_y \tilde{e}_z - \mu_z \tilde{e}_y}, \qquad (27)$$

$$\frac{E_y}{E_z} \sim \pm \frac{(\eta_y - \eta_z) \sqrt{\tilde{e}_z \mu_y} \mu_z}{\mu_z \tilde{e}_y - \mu_y \tilde{e}_z},$$

где $\tilde{\epsilon_i} = \epsilon_{ii} - (\alpha_{ii}^2/\mu_{ii}), \ \eta_i = \alpha_{ii}^2/\mu_{ii}$. Если магнитоэлектрический эффект отсутствует, т. е. $\eta_y - \eta_z = 0$, то уравнение (27) будет соответствовать

волнам с электрическими векторами, поляризованными вдоль у- или zнаправлений. Магнитоэлектрическая связь изменяет скорости распространения волн и приводит к тому, что поляризация уже не совпадает строгос осями у или z, т. е. волны приобретают эллиптическую поляризацию.

В работе ²¹, где магнитоэлектрический эффект был учтен методом теории возмущений, было показано, что действительная часть магнитоэлектрического тензора приводит к изменению состояния поляризации линейно поляризованного света по мере распространения его по кристаллу. Мнимая часть этого тензора приводит к эффекту оптической активности, т. е. к прогрессивному повороту плоскости поляризации. В этой работе авторам удалось также показать, что различные методы подхода к уравнениям связи между индукциями **D** и **B** и полями **E** и **H**, а именно уравнения типа (25) и (28), приводят в конечном результате к одним и тем жеоптическим эффектам.

В работах ²⁴ кристаллооптика магнитоэлектрических сред изучалась инвариантным методом и было рассмотрено влияние магнитоэлектрического эффекта на распространение света в кристаллах конкретных магнитных классов. В работе ²⁶ была показана роль магнитоэлектрического эффекта в гиротропном двупреломлении света.

К настоящему времени имеются лишь теоретические работы по оптикемагнитоэлектрических сред. Несмотря на то, что оценки приводят к оченьслабому влиянию магнитоэлектрического эффекта на оптические свойства, экспериментальные исследования в этом направлении представляют интерес.

III. ПРИНЦИПЫ МАГНИТНОЙ СИММЕТРИИ И ОПТИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ В КРИСТАЛЛАХ

Известно, что учет магнитной симметрии, т. е. симметрии, включающей в рассмотрение операцию изменения знака времени (или изменения направления токов на противоположные), привел к предсказанию и обнаружению ряда новых физических эффектов в магнитоупорядоченных кристаллах. Среди этих явлений можно указать открытие слабого ферромагнетизма ^{27, 28}, магнитоэлектрического эффекта ²⁵, пьезомагнетизма ^{11, 29} и ряда гальваномагнитных явлений ³⁰. Все эти явления обусловлены наличием в кристаллах выделенного направления антиферромагнитного упорядочения. Очевидно, что учет магнитной симметрии может привести к существованию новых оптических явлений в кристаллах ^{31, 32}.

При учете пространственной дисперсии, т. е. эффектов, возникающих вследствие существования неоднородностей электрического поля световой волны на длине порядка межатомных расстояний, связь между электрической индукцией и полем световой волны должна быть записана не в виде соотношения (1), а в форме¹¹

$$D_{i} = \varepsilon_{ik} E_{k} + \gamma_{ikl} \frac{\partial E_{k}}{\partial x_{l}} , \qquad (28)$$

где ε_{ik} , γ_{ikl} являются функциями частоты света. Рассмотрим свойства тензоров ε_{ik} и γ_{ikl} . Следуя книге ³³, будем обозначать тензоры, описывающие физические величины или параметры кристаллов, как *i*- и *с*-тензоры, где компоненты *i*-тензора остаются инвариантными при изменении знака времени, а компоненты *с*-тензора меняют знак при таком преобразовании.

В отсутствие внешнего магнитного поля **Н** или спонтанного магнитного упорядочения легко выяснить свойства симметрии тензоров ε_{ik} и γ_{ikl} . На основе обобщенного принципа симметрии кинетических коэффициентов получаем, что ε_{ik} содержит только симметричную, а γ_{ikl} — толькоантисимметричную части соответственно:

$$\varepsilon_{ik}^{s} = \varepsilon_{ki}^{s}, \quad \gamma_{ikl}^{a} = -\gamma_{kil}^{a}.$$
⁽²⁹⁾

Тензор γ_{ihl} обладает рядом особенностей в пироэлектрических немагнитных кристаллах ³⁴, на которых здесь мы не будем останавливаться.

Свойства тензоров ε_{ik} и γ_{ikl} при преобразовании координат и обращении времени приведены в табл. І. Симметричная часть ε_{ik} описывает

Таблица І

Свойства тензоров ε_{ih} и γ_{ihl} при преобразовании координат (инверсия I) и обращении времени (R) и соответствующие оптические эффекты в кристаллах «(знаки «+» и «-» говорят о сохранении или изменении знака при преобразовании; Re и Im-вещественная и мнимая части тензоров)

Тензор	Часть тензора	I	R	Оптический эффект
Re ε_{ih} Im ε_{ih} Im ε_{ih} Re ε_{ih} Re γ_{ihl} Im γ_{ihl} Re γ_{ihl} Im γ_{ihl}	Симметричная » Антисимметрич- ная То же .» » « » Симметричная »	++++	++- ++-	Линейное двупреломление Линейный дихроизм Невзаимное круговое двупреломление (эффект Фарадея) Невзаимный круговой дихроизм Обратимое круговое двупреломление (оптическая активность) Обратимый круговой дихроизм Невзаимный линейный дихроизм Невзаимное двупреломление

явление линейного двупреломления и линейного дихроизма, а антисимметричная часть γ_{ikl} — явление естественной оптической активности и кругового дихроизма.

При наличии внешнего магнитного поля в тензорах ε_{ik} и γ_{ikl} появляются антисимметричная и симметричная части соответственно. Они являются линейными функциями поля

$$\varepsilon_{ih}^{a}(H) = -\varepsilon_{hi}^{a}(H), \quad \gamma_{ihl}^{s}(H) = \gamma_{hil}^{s}(H). \tag{30}$$

Как отмечено в табл. I, антисимметричная часть є² характеризует необратимое вращение плоскости поляризации света, или эффект Фарадея, а также магнитный круговой дихроизм. Симметричная часть отражает явление знеобратимого, или гиротропного двупреломления.

Рассмотрим теперь, к каким оптическим эффектам может приводить возникновение в кристалле магнитного упорядочения, а также приложение к магнитному кристаллу электрического поля или упругих напряжений ³¹. Магнитное упорядочение будем описывать векторами ферромагнитного $\mathbf{m} = (\mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2)/2M_0$ и антиферромагнитного $\mathbf{l} = (\mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_2)/2M_0$ моментов. Будем считать, что внешние воздействия и магнитное упорядочение относительно слабо влияют на оптические свойства. Тогда антисимметричную часть тензора электрической проницаемости, описывающую эффект Фарадея, можно записать в виде

$$\varepsilon_{ik}^{a} = \alpha_{ikl}m_{l} + \beta_{ikl}l_{l} + \xi_{ikl}E_{l} + \delta_{ikln}\sigma_{ln}.$$
(31)

-Зная свойства тензоров ε_{ik}^{a} , m_{l} , l_{l} , E_{l} , σ_{ln} , легко найти свойства остальных тензоров, входящих в разложение (31), и определить наличие соответствующего тензора для конкретной магнитной структуры (табл. II).

Таблица II

Преобразования тензоров, определяющих эффект Фарадея (ЭФ) и эффект Коттона — Мутона (ЭКМ) в магнитоупорядоченных кристаллах

Явление	Тен- зор	Ранг	Свойства преобразования	Примеры		
			4	TI .		
Магнитный ЭФ	α_{ikl}	3	Аксиальныи <i>i</i> -тензор	Диа- и парамагнетики в магнитном поле: ферро- и ферримагнетики		
Антиферромаг- нитный ЭФ	β _{inl}	3	То же	Ферримагнетики; кристаллы со сла- бым ферромагнетизмом		
ЭФ в электри-	5ihl	3	Полярный <i>i</i> -тензор	Магнитоэлектрики		
ЭФ при упругих пеформациях	δ_{ikln}	4	Полярный с-тензор	Пьезомагнетики		
Магнитный ЭКМ	a _{ikln}	4	Тоже	Диа- и парамагнетики в магнитном поле; ферро- и ферримагнетики		
Антиферромаг- нитный ЭКМ	b _{ikln}	4	Полярный <i>i-</i> тензор	Антиферромагнетики; ферримагне- тики		
Билинейный ЭКМ	c _{ikln}	4	і-тензор	Кристалды со слабым ферромагне- тизмом		
		<u> </u>				

Первый член в первой части (31) описывает эффект Фарадея, возникающий при наличии в кристалле диа-, пара- или ферромагнитного момента. Этот эффект определяется аксиальным *i*-тензором третьего ранга α_{ikl} . Этот тензор имеется во всех кристаллах, и соображения симметрии накладывают ограничения лишь на количество его независимых компонент: одна в изотропных средах и кубических, две — в оптически одноосных и три — в оптически двуосных кристаллах.

Проанализируем возможность возникновения эффекта Фарадея за счет антиферромагнитного вектора l. Очевидно, что такой эффект возможен, если свойства преобразований вектора l или некоторых его компонент совпадают со свойствами преобразования аксиального вектора m или его отдельных компонент. Все компоненты l могут преобразовываться как компоненты m лишь в ферримагнетиках, где нет операции перестановки подрешеток. Эффект Фарадея в ферримагнетиках можно рассматривать как сумму эффектов за счет векторов m и l, а вклад последнего можно выявить в точке магнитной компенсации ферримагнетика, где m = 0.

В антиферромагнетиках эффект Фарадея за счет вектора 1 должен наблюдаться для тех компонент l_h , которые преобразуются по тем же неприводимым представлениям, что и компоненты m_h . Заметим, что это обстоятельство допускает существование в термодинамическом потенциале членов вида $m_h l_n$, что является условием возникновения в кристалле слабого ферромагнетизма.

Из разложения (31) и табл. II следует, что в определенных магнитоупорядоченных структурах может возникать эффект Фарадея при приложении к кристаллу электрического поля. Это явление определяется полярным с-тензором третьего ранга ξ_{ikl} , компоненты которого отличны от нуля, если данная магнитная структура не имеет центра инверсии. Известно, что полярный тензор третьего ранга ξ_{ikl} дуален аксиальному тензору второго ранга, а в свою очередь аксиальный тензор второго ранга определяет возможность появления в кристалле магнитоэлектрического эффекта.

Магнитная симметрия допускает также существование эффекта Фарадея при создании в кристалле деформаций. Это явление определяется полярным *с*-тензором четвертого ранга δ_{ikln}, антисимметричным по первой паре индексов и симметричным по второй паре. Наличие этого тензора совпадает с наличием в кристаллах компонент аксиального *с*-тензора третьего ранга, который характеризует пьезомагнитный эффект.

Разложение симметричной части тензора єї должно содержать лишь квадратичные по m и l члены, и его можно представить в виде

$$\varepsilon_{ik}^{s} = \varepsilon_{ik}^{(0)} + a_{ikln}m_{l}m_{n} + b_{ikln}l_{l}l_{n} + c_{ikln}m_{l}l_{n}, \qquad (32)$$

где \mathfrak{E}_{ik}^{0} — диэлектрическая проницаемость в парамагнитной области. Свойства тензоров, входящих в (32), даны в табл. II. Двупреломление, определяемое полярным *i*-тензором четвертого ранга a_{ikln} , симметричным по парам индексов *i*, *k* и *l*, *n*, является известным эффектом магнитного линейного двупреломления, или эффектом Коттона — Мутона, возникающим во всех кристаллах в магнитном поле или при наличии спонтанного ферромагнитного момента. Тензор b_{ikln} определяет антиферромагнитное линейное двупреломление. Хотя отдельные компоненты вектора **l** могут преобразовываться отличным от компонент вектора **m** образом, что накладывает ограничение на существование эффекта Фарадея, в случае магнитного линейного двупреломления антиферромагнитный вектор **l** всегда должен приводить к эффекту, аналогичному вектору **m**, так как произведения компонент $l_i l_n$ и $m_i m_n$ преобразуются одинаково.

Специфика магнитоупорядоченных кристаллов должна проявиться не только в антиферромагнитном двупреломлении, но и в двупреломлении, билинейном по **m** и l и определяемом тензором c_{ikln} . Этот эффект должен наблюдаться в структурах, где произведение $m_l l_n$ преобразуется так же, как произведение $m_l m_n$ или $l_l l_n$. Это возможно, если совпадают свойства преобразования некоторых компонент l и m, т. е. в кристаллах, допускающих существование слабого ферромагнетизма. Этот билинейный эффект интересен тем, что, в отличие от ферро- и антиферромагнитного двупреломления, он должен изменять знак при перемагничивании m, если l сохраняет при этом свое направление.

Аналогичным образом можно рассмотреть возможность возникновения оптической активности и гиротропного двупреломления в магнитных кристаллах. Для этого следует разложить антисимметричную и симметричные части тензора γ_{ihl} в ряд по компонентам m_n , l_n , E_n , σ_{nm} . Рассмотрение показывает, что эффект невзаимного гиротропного двупреломления может наблюдаться в антиферромагнетиках, структура которых допускает существование магнитоэлектрического эффекта.

Вопрос о существовании ненулевых тензоров ε_{ik}^s , ε_{ik}^a , γ_{ikl}^s , γ_{ikl}^s , pacсматривался в работе ³². Однако учет магнитной симметрии оставляет открытым вопрос о величине эффектов. Для такой оценки необходимо детальное рассмотрение микроскопических механизмов, дающих вклад в поляризуемость кристалла под действием световой волны. Некоторые из возможных механизмов будут рассмотрены в гл. IV.

'IV. ЗАВИСЯЩАЯ ОТ СПИНОВИПОЛЯРИЗУЕМОСТЬ И МИКРОСКОПИЧЕСКИЕ МЕХАНИЗМЫ МАГНИТООПТИЧЕСКИХ ЯВЛЕНИЙ

Взаимодействие света с кристаллом определяется поляризуемостью отдельных ионов, пар ионов и т. д. Эти члены поляризуемости, дающие наибольший вклад в магнитооптические эффекты, должны быть функциями намагниченностей отдельных ионов, и их можно записать в виде ³⁵

$$\alpha_{j}(\omega) = \sum_{\mu} \alpha_{j}^{\mu}(\omega) S_{j\mu} + \sum_{\mu,\nu} \alpha_{i}^{\mu\nu}(\omega) S_{j\mu}S_{j\nu} + \dots, \qquad (33)$$

$$\alpha_{jl}(\omega) = \sum_{\mu, \nu} \alpha_{jl}^{\mu\nu}(\omega) S_{j\mu} S_{l\nu} + \dots, \qquad (34)$$

где $S_{j\mu}$ — проекции среднего термодинамического значения спина иона *j*. Возможные компоненты тензоров, входящих в правую часть (33), (34) определяются локальной симметрией окружения отдельного иона и пары ионов. Полная, зависящая от спинов поляризуемость кристалла может быть представлена как

$$\alpha(\omega) = \sum_{j} \alpha_{j}(\omega) + \sum_{j,l} \alpha_{jl}(\omega) + \dots, \qquad (35)$$

где суммирование проводится по всем магнитным ионам и по всем парам ионов, а первый и второй члены в правой части (35) определяют поляризуемость отдельных ионов и пар ионов соответственно.

Наиболее общее выражение для зависящей от спинов поляризуемости пары ионов *j* и *l* может быть представлено в виде

$$\alpha_{jl}^{\mu\nu} = P_{jl}^{\mu\nu} \left(\mathbf{S}_{j} \mathbf{S}_{l} \right) + \sum_{\rho, \tau} Q_{jl, \rho\tau}^{\mu\nu} S_{j\rho} S_{l\tau} + \sum_{\rho, \tau} R_{jl, \rho\tau}^{\mu\nu} S_{j\rho} S_{l\tau}, \qquad (36)$$

где все члены симметричны по отношению к перестановке индексов μ и v. Такая форма записи поляризуемости пары ионов выделяет изотропно обменный член, пропорциональный P_{jl} , а члены с Q_{jl} и R_{jl} описывают члены, соответственно симметричные и антисимметричные по отношению к перестановке двух спинов или индексов ρ и τ , т. е. они обладают следующими свойствами:

$$Q_{jl,\ \rho\tau}^{\mu\nu} = Q_{jl,\ \tau\rho}^{\mu\nu}, \quad R_{jl,\ \rho\tau}^{\mu\nu} = -R_{jl,\ \tau\rho}^{\mu\nu}, \quad \sum_{\rho} Q_{jl,\ \rho\rho}^{\mu\nu} = 0.$$
(37)

Если рассматриваемая пара ионов обладает центром инверсии, то антисимметричные члены R_{jl} пропадают. Конкретная форма тензоров, для структуры рутила, пар, состоящих из одинаковых или разных ионов, приведена в работах ³⁵.

Взаимодействие света с электронами в магнитном кристалле может быть описано гамильтонианом ³⁵⁻³⁷

$$\mathscr{H} = \mathscr{H}_{\mathrm{KP}} + \mathscr{H}_{\mathrm{K}} + \mathscr{H}_{\mathrm{C-O}} + \mathscr{H}_{\mathrm{S}} + \mathscr{H}_{\mathrm{S-O}}, \tag{38}$$

где соответствующие члены описывают внутрикристаллическое поле, кулоновское взаимодействие электронов обменного типа, спин-орбитальную связь, зеемановскую энергию и взаимодействие электронов с фотонами. Однофотонные процессы (поглощение света) могут быть описаны теорией возмущений, линейной по $\mathcal{H}_{s-\phi}$. Также линейной по $\mathcal{H}_{s-\phi}$ теорией возмущения могут быть описаны процессы селективного поглощения поляризованного света (магнитный круговой и линейный дихроизм), но при этом требуется также учет членов \mathcal{H}_3 , \mathcal{H}_{c-o} , \mathcal{H}_k . Двухфотонные процессы (эффекты Фарадея и Коттона — Мутона, комбинационное рассеяние света), в которых происходит виртуальное поглощение и испускание фотона с измененной поляризацией, могут быть описаны теорией, квадратичной по $\mathcal{H}_{s-\phi}$ и линейной или квадратичной по остальным членам гамильтониана (38) в зависимости от рассматриваемого явления.

Не приводя здесь подробностей расчетов, содержащихся в работах ³⁵, остановимся лишь на результатах, оценивающих коэффициенты поляризуемости *a_m*, *p_m* и т. д. Теория возмущений третьего порядка дает для членов одноионной и двухионной поляризуемостей соответственно

$$a_m \sim \frac{\theta \mid (g \mid er \mid a) \mid^2 \lambda}{\Delta E_0 \Delta E},$$

$$p_m \sim \frac{I}{\lambda} \theta^{-1} a_m,$$
(39)

4*

где $|(g|er|a)|^2$ — квадрат момента электрического дипольного перехода между основным и возбужденными состояниями противоположной четности, $\Delta E_0 \sim (E_a - E_g - \hbar\omega_0)$ — энергия нечетного электронного возбуждения без энергии фотона, ΔE — энергия между основным и ближайшим уровнем противоположной четности, I — недиагональный обменный интеграл между двумя ионами, λ — константа спин-орбитальной связи. Параметр $\theta \sim \hbar\omega_0/(\Delta E + 2\hbar\omega_0)$, когда энергия фотона меньше ΔE . Этот нараметр θ может играть заметную роль для ионов 3*d*-группы, где ближайшие нечетные состояния лежат в области $\sim 10^5 \, сm^{-1}$.

Из (39) мы видим, что величина линейных по намагниченности эффектов (при отсутствии поглощения — это эффект Фарадея) определяется спин-орбитальным взаимодействием. Это взаимодействие учитывалось в работах по объяснению эффекта Фарадея в металлах $^{38-40}$, в ферримагнетике — иттриевом феррите-гранате $Y_3Fe_5O_{12}$ ⁴¹ и в ферромагнетике $CrBr_3$ ⁴².

Квадратичные магнитооптические явления в рассмотренном приближении зависят от недиагонального обменного интеграла *I*.

Вид a_m и p_m в (39) показывает, что эти члены могут оказаться сравнимыми по величине. Вклад в квадратичные эффекты может быть также получен в следующем приближении теории возмущений, а именно при двукратном учете электрон-фотонного и спин-орбитального взаимодействий. Это приближение дает вклад в члены поляризуемости A_m , A'_m :

$$A_m \sim A'_m \sim \frac{\lambda}{\Delta E} a_m \theta^{-1}. \tag{40}$$

Двукратный учет \mathcal{H}_{κ} дает вклад в биквадратичную поляризуемость пары ионов, порядок величины этого вклада ~ $(I/\Delta E) p_m$. Члены, билинейные по \mathcal{H}_{c-o} и \mathcal{H}_{κ} , дадут вклад в антисимметричные члены поляризуемости R_{jl} ; порядок величины этих членов ~ $(\lambda/\Delta E) p_m$. Более высокие приближения теории возмущений также будут давать вклады, зависящие от $\lambda/\Delta E$ или $I/\Delta E$, но очевидно, что их величина будет быстро убывать, так как для 3d-ионов $\lambda/\Delta E ~ I/\Delta E ~ 10^{-8}$.

V. КРИСТАЛЛООПТИКА МАГНИТОУПОРЯДОЧЕННЫХ СРЕД

1. Гирационные поверхности. По аналогии с поверхностями, характеризующими естественную оптическую активность вдоль различных кристаллографических направлений, можно ввести понятие гирационной поверхности, характеризующей магнитное вращение плоскости поляризации света. Это явление, описываемое линейным по намагниченности членом в разложении (31), может быть представлено поверхностью, являющейся линейной функцией направляющих косинусов γ_i радиуса-вектора **г** по отношению к намагниченности:

$$\varphi(\mathbf{r}) = M(a_1 | \gamma_1 | + a_2 | \gamma_2 | + a_3 | \gamma_3 |), \qquad (41)$$

где коэффициенты a_i описывают удельное вращение плоскости поляризации света, распространяющегося вдоль намагниченности, направленной вдоль выбранного направления. Для кристаллов низших сингоний $a_1 \neq a_2 \neq a_3$, для кристаллов средних сингоний $a_1 = a_2 \neq a_3$, для кристаллов средних сингоний $a_1 = a_2 \neq a_3$, для кубических кристаллов $a_1 = a_2 = a_3$. В отличие от гирационных поверхностей, описывающих оптическую активность, которые привязаны к осям кристалла, магнитная гирационная поверхность оказывается связанной с намагниченностью. На рис. 1 показана гирационная поверхность кубического кристалла при ориентации намагниченности вдоль оси x_3 . Радиус-вектор, проведенный из начала координат до пересечения с поверхностью, характеризует удельное вращение плоскости поляризации вдоль этого направления. Группа симметрии поверхности ∞/m . Если мы изменим направление

намагниченности, то вместе с ней переместится и гирационная поверхность; ее размер и симметрия при этом сохранятся.

При вращении намагниченности в оптически одноосных и двуосных кристаллах гирационная поверхность также будет следовать за намагниченностью, но ее размеры будут при этом изменяться согласно (41).

2. О птическая индикатриса кубических магнитных кристаллов. Оптическая индикатриса описывает эффекты распространения в кристаллах линейно поляризованного света, т. е. эффекта линейного двупреломления. В произвольной системе координат уравнение индикатрисы можно записать в виде

$$B_{ij}x_ix_j = 1, (42)$$

где i, j = 1, 2, 3 и $B_{ij} = \partial E_i / \partial D_j$ — диэлектрические непроницаемости.

В главной системе координат уравнение (42) можно переписать в развернутом виде

$$B_1 x_1^2 + B_2 x_2^2 + B_3 x_3^2 = 1. ag{43}$$

Рассмотрим влияние квадратичного члена в разложении (32) на оптическую индикатрису ¹⁸. Небольшие изменения диэлектрических непроницаемостей под действием спонтанного магнитного упорядочения приводят к изменению формы, размера, а также ориентации индикатрисы. Эти изменения могут быть описаны ваданием малых изменений коэффициентов B₁₁:

$$\Delta B_{ij} = \rho_{ijkl} M_k M_l = \rho_{ijkl} a_k a_l M^2, \qquad (44)$$

где ρ_{*ijkl*} — магнитооптический тензор четвертого ранга, симметричный по парам индексов, α_{*k*,*l*} — направляющие косинусы намагниченности. При произволь-

ной ориентации намагниченности уравнение индикатрисы примет форму

$$B_{1}x_{1}^{2} + B_{2}x_{2}^{2} + B_{3}x_{3}^{2} + 2B_{4}x_{2}x_{3} + 2B_{5}x_{3}x_{1} + 2B_{6}x_{1}x_{2} = 1, \qquad (45)$$

где использована система сокращения числа индексов. Обычным образом уравнение (45) может быть приведено к канонической форме, а также получены матрицы преобразования старой системы главных осей в новую.

Рассмотрим сначала деформацию под действием намагниченности оптической индикатрисы кубических кристаллов. Учитывая, что в кубических кристаллах симметричный тензор ρ_{ijkl} имеет только три независимые и отличные от нуля компоненты, а именно $\rho_{1111} \approx \rho_{11}$, $\rho_{1122} = \rho_{12}$ и $\rho_{2323} = \rho_{44}$ ⁴³, матричное уравнение (44) можно записать в развернутом

Рис. 1. Гирационная поверхность кубического кристалла ориентируется вдоль нама-

ГНИЧЕННОСТИ. Длина радиуса-вектора, проведенного из начала координат, пропорциональна величине фарадсевского вращения для света, распространяющегося в данном направлении Изменение направления распространения света на противоположное приводит к смене

знака вращения.



. .

$$\begin{pmatrix} \Delta B_{1} \\ \Delta B_{2} \\ \Delta B_{3} \\ \Delta B_{4} \\ \Delta B_{5} \\ \Delta B_{6} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_{1} - B_{0} \\ B_{2} - B_{0} \\ B_{3} - B_{0} \\ B_{4} \\ B_{5} \\ B_{6} \end{pmatrix} = \\ = \begin{pmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} & \rho_{12} & 0 & 0 & 0 \\ \rho_{12} & \rho_{11} & \rho_{12} & \rho_{12} & 0 & 0 & 0 \\ \rho_{12} & \rho_{12} & \rho_{11} & 0 & 0 & 0 \\ \rho_{12} & \rho_{12} & \rho_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \rho_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \rho_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \rho_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \rho_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_{1}^{2} \\ \alpha_{2}^{2} \\ \alpha_{3}^{2} \\ \alpha_{2}\alpha_{3} \\ \alpha_{3}\alpha_{1} \\ \alpha_{1}\alpha_{2} \end{pmatrix} M^{2} = \begin{pmatrix} \rho_{11}\alpha_{1}^{2} + \rho_{12}\alpha_{2}^{2} + \rho_{12}\alpha_{3}^{2} \\ \rho_{12}\alpha_{1}^{2} + \rho_{12}\alpha_{2}^{2} + \rho_{12}\alpha_{3}^{2} \\ \rho_{44}\alpha_{2}\alpha_{3} \\ \rho_{44}\alpha_{3}\alpha_{1} \\ \rho_{44}\alpha_{1}\alpha_{2} \end{pmatrix} M^{2}.$$
 (46)

В общем случае уравнение (46), где величины коэффициентов B_i могут быть определены из (44), описывает индикатрису оптически двуосного кристалла. При произвольной ориентации намагниченности форма индикатрисы и ее ориентация будут определяться конкретными соотношениями магнитооптических коэффициентов ρ_{11} , ρ_{12} и ρ_{44} . Рассмотрим в качестве иллюстрации несколько основных случаев ориентации намагниченности в кубическом кристалле:

 M || [001]. При данной ориентации намагниченности α₁ = α₂ = 0, α₃ = 1 и из (46) можем найти изменения главных показателей преломления деформированной индикатрисы:

$$\Delta n_{\parallel} = \Delta n_{001} = -\frac{1}{2} n_0^3 \rho_{11} M^2,$$

$$\Delta n_{\perp} = \Delta n_{100} = \Delta n_{010} = -\frac{1}{2} n_0^3 \rho_{12} M^2.$$
(47)

Отсюда следует, что двупреломление для светового луча, распространяющегося по направлению [100] или [010], а также вдоль любого другого направления, перпендикулярного намагниченности, выражается как

$$\Delta n = n_{\parallel} - n_{\perp}! = \frac{1}{2} n_0^3 \left(\rho_{11} - \rho_{12} \right) M^2.$$
(48)

Мы видим, что в этом случае кубический кристалл под действием намагниченности из оптически изотропного превращается в одноосный. Индикатриса будет представлять собой эллипсоид вращения, оптическая ось которого совпадает с направлением намагниченности. Величина двупреломления зависит от разности $\rho_{11} - \rho_{12}$ двух значений магнитооптического тензора.

2) М || [111]. При этой ориентации $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 1/\sqrt{3}$ и из (46) можем найти изменения показателей преломления в направлении намагниченности Δn_{111} и для любого направления, перпендикулярного [111], например Δn_{011} :

$$\Delta n_{\parallel} = \Delta n_{111} = -\frac{1}{6} n_0^3 \left(\rho_{11} + 2\rho_{12} + 2\rho_{44} \right) M^2,$$

$$\Delta n_{\perp} = \Delta n_{011} = -\frac{1}{6} n_0^3 \left(\rho_{11} + 2\rho_{12} - \rho_{44} \right) M^2.$$
(49)

Двупреломление для света, распространяющегося перпендикулярно [111]. имеет величину

$$\Delta n = n_{\parallel} - n_{\perp} = -\frac{1}{2} n_0^3 \rho_{44} M^2.$$
 (50)

В этом случае кубический кристалл из оптически изотропного также превращается в одноосный с оптической осью вдоль намагниченности. Величина двупреломления зависит только от одного значения ρ_{44} магнитооптического тензора.

При ориентации намагниченности вдоль других направлений в кристалле величина двупреломления будет определяться всеми тремя значениями ρ_{11} , ρ_{12} и ρ_{44} магнитооптического тензора, кристалл из изотропного будет превращаться в оптически двуосный. Для характеристики

оптического поведения кубических кристаллов оказывается удобным ввести в рассмотрение вместо трех значений магнитооптического тензора отношение вида

$$a = \frac{\rho_{44}}{\rho_{11} - \rho_{12}}, \qquad (51)$$

которое описывает магнитооптическую анизотропию. Если a = 1, то легко убедиться, что при любой ориентации намагниченности двупреломление будет иметь одну и ту же величину, т. е. оно будет изотропным. Кроме того, кристалл в этом частном случае будет превращаться в оптически одноосный с осью, направленной по намагниченности. Если $a \neq 1$, то магнитооптическое двупреломле-





ние будет анизотропным и кристалл будет оптически двуосным. Положение оптических осей будет определяться параметром *а.* Проанализируем различные возможности направления оптических осей, направив намагниченность вдоль оси второго порядка **М** || [110] (рис. 2). Можно выделить следующие случаи, различающиеся значениями параметра магнитооптической анизотропии *a*:

а) $1 \leq |a| \leq \infty$. Предположим, что $0 \leq \rho_{11} - \rho_{12} \leq \rho_{44}$, тогда можно найти $n_g = n_{110}$, $n_m = n_{001}$, $n_p = n_{110}$, где n_g , n_m и n_p — больший, средний и меньший главные показатели преломления. Используя общую форму для тангенса угла между оптическими осями, найдем

$$\pm \operatorname{tg} V = \sqrt{\frac{n_m - n_p}{n_g - n_m}} = \sqrt{\frac{a - 1}{a + 1}}.$$
(52)

По определению, оптические оси лежат в плоскости индикатрисы с полуосями эллипса n_g и n_p , т. е. угол V отсчитывается в этом случае в плоскости (001). При a = +1 оптическая ось направлена вдоль намагниченности, при a = -1 — перпендикулярно намагниченности вдоль [110]. При $a = \pm \infty$ оптические оси составляют между собой угол 90°, т. е. лежат вдоль взаимно перпендикулярных осей четвертого порядка [100] и [010]. Интересно отметить, что в магнитооптических анизотропных кристаллах двупреломление должно наблюдаться и при распространении света вдоль намагниченности (т. е. в геометрии ЭФ) или, наоборот, оно может отсутствовать при распространении света перпендикулярно намагниченности.

б) $0 \leqslant a \leqslant 1$. При этих значениях параметра магнитооптической анизотропии расположение оптических осей можно найти по формуле

$$\pm \operatorname{tg} V = \sqrt{\frac{1-a}{2a}},\tag{53}$$

где угол отсчитывается от направления намагниченности в плоскости [1 $\overline{10}$]. При a = 0 оптическая ось лежит перпендикулярно намагниченности вдоль [001].

в) 0 ≥ a ≥ − 1. При выполнении этого условия оптические оси лежат в плоскости (110) и угол между оптической осью и направлением [110] может быть найден по формуле

$$\pm \operatorname{tg} V = \sqrt{\frac{-1-a}{2a}}.$$
 (54)

При a = -1 оптическая ось совнадает с [1 $\overline{10}$].

Если намагниченность направлена в кристалле произвольным образом и $a \neq 1$, то можно показать, что оптические оси будут располагаться несимметрично по отношению к намагниченности и эта асимметрия будет тем больше, чем больше a. Следовательно, ни одно из главных значений показателя преломления не будет совпадать с направлением намагниченности. В общем случае положение индикатрисы по отношению к намагниченности является сложной функцией значений a и направляющих косинусов.

3. О птическая индикатриса одноосных кристаллов. Рассмотрим влияние магнитного упорядочения на оптическую индикатрису в одноосных кристаллах. В работах ^{44, 45} такая задача была решена для кристаллов карбонатов кобальта $CoCO_3$ и марганца MnCO₃, принадлежащих к классу D_{3d} тригональной сингонии. Так как ниже T_N эти кристаллы обладают слабым ферромагнитным моментом, квадратичные поправки к коэффициентам B_{ij} оптической индикатрисы в общем случае можно записать в виде ³¹

$$\Delta B_{ij} = \alpha_{ijkl} m_k m_l + \beta_{ijkl} l_k l_l + c_{ijkl} m_k l_l, \tag{55}$$

где т и l — ферромагнитный и антиферромагнитный векторы соответственно. Учитывая малость величины спонтанного ферромагнитного момента т, можно пренебречь связанными с этими моментами вкладами. Симметричный по парам индексов полярный *i*-тензор четвертого ранга β_{ijkl} описывает как первичный эффект магнитного двупреломления, так и вторичный эффект, обусловленный деформациями кристаллической решетки при магнитном упорядочении. Он имеет те же отличные от нуля коэффициенты, что и фотоупругий тензор ⁴³. Для кристаллов тригональной сингонии класса D_{3d} в развернутом виде и в записи с сокращенными индексами уравнение для поправок к коэффициентам индикатрисы принимает вид ⁴⁴

$$\frac{\Delta B_m}{l^2} = \begin{pmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} & \beta_{13} & \beta_{14} & 0 & 0 \\ \beta_{12} & \beta_{11} & \beta_{13} & -\beta_{14} & 0 & 0 \\ \beta_{31} & \beta_{31} & \beta_{33} & 0 & 0 & 0 \\ \beta_{41} & -\beta_{41} & 0 & \beta_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \beta_{44} & 2\beta_{41} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \beta_{44} & \beta_{11} - \beta_{12} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1^2 \\ \alpha_2^2 \\ \alpha_3^2 \\ \alpha_3 \alpha_1 \\ \alpha_1 \alpha_2 \end{pmatrix};$$
(56)

здесь α_i — направляющие косинусы антиферромагнитного вектора $l = (M_1 - M_2)/2M_0$ (в элементарной ячейке карбоната кобальта имеется два магнитных атома), система координат выбрана обычным способом (Oz || c_3 , Ox || u_2).

В общем случае при произвольной ориентации вектора 1 недиагональные коэффициенты уравнения оптической индикатрисы будут отличны от нуля, т. е. главные оси индикатрисы в магнитоупорядоченной области не будут совпадать с осями индикатрисы в парамагнитной области.

248

В работе ⁴⁴ были получены приближенные выражения для углов поворота индикатрисы при учете того обстоятельства, что магнитное двупреломление $\Delta n_m \sim 10^{-4}$ значительно меньше естественного кристаллографического $n_0 - n_e = 2 \cdot 10^{-1}$. При допущении, что компоненты тензора β_{ik} сравнимы между собой, оказывается, что углы поворота индикатрисы почти на два порядка меньше угла между оптическими осями в упорядоченной области.

Ограничиваясь при определении главных показателей преломления членами первого порядка малости, можно пренебречь отклонением направления n_3 от оси третьего порядка c_3 и считать, что n_1 и n_2 лежат в базисной плоскости. В этом приближении выражения для главных коэффициентов индикатрисы принимают вид

$$B_{1,2}^{(0)} = \frac{1}{\varepsilon_{1,2}^{(0)}} = B_0 + \left\{ \frac{1}{2} \left(\beta_{11} + \beta_{12} \right) \left(\alpha_1^2 + \alpha_2^2 \right) + \beta_{13} \alpha_3^2 \mp \left[\frac{1}{4} \left(\beta_{11} - \beta_{12} \right)^2 \left(\alpha_1^2 + \alpha_2^2 \right) + \beta_{14}^2 \alpha_3^2 \left(\alpha_1^2 + \alpha_2^2 \right) + \beta_{14} \left(\beta_{11} - \beta_{12} \right) \alpha_1 \alpha_3 \left(3\alpha_1^2 - \alpha_2^2 \right) \right]^{1/2} \right\} l^2,$$

$$B_3^{(0)} = \frac{1}{\varepsilon_3^0} = B_e + \left[\beta_{31} \left(\alpha_1^2 + \alpha_2^2 \right) + \beta_{33} \alpha_3^2 \right] l^2.$$
(57)

Эти выражения сильно упрощаются, если *l* лежит в базисной плоскости. В этом случае главные показатели преломления равны

$$n_1 = n_0 - \frac{1}{2} n_0^3 \beta_{12} l^2, \quad n_2 = n_0 - \frac{1}{2} n_0^3 \beta_{11}^* l^2, \quad n_3 = n_e - \frac{1}{2} n_e^3 \beta_{31} l^2.$$
(58)

Одна из главных плоскостей индикатрисы проходит при этом через антиферромагнитный вектор. Для света, распространяющегося вдоль главных направлений индикатрисы, двупреломление будет равно

$$n_{1} - n_{2} = \frac{1}{2} n_{0}^{3} (\beta_{11} - \beta_{12}) l^{2} \qquad \text{при } \mathbf{k} \parallel n_{3} (\mathbf{k} \parallel c_{3}, \perp \mathbf{l}),$$

$$n_{2} - n_{3} = (n_{0} - n_{e}) - \frac{1}{2} n_{0}^{3} \left(\beta_{11} - \frac{n_{e}^{3}\beta_{31}}{n_{0}^{3}}\right) l^{2} \quad \text{при } \mathbf{k} \parallel n_{1} (\mathbf{k} \perp c_{3}, \parallel \mathbf{l}),$$

$$n_{1} - n_{3} = (n_{0} - n_{e}) - \frac{1}{2} n_{0}^{3} \left(\beta_{12} - \frac{n_{e}^{3}\beta_{31}}{n_{0}^{3}}\right) l^{2} \quad \text{при } \mathbf{k} \parallel n_{2} (\mathbf{k} \perp c_{3}, \perp \mathbf{l}).$$
(59)

При распространении света параллельно тригональной оси двупреломление не должно зависеть от ориентации антиферромагнитного вектора в базисной плоскости. Однако, если вектор 1 не лежит в базисной плоскости, то появится зависимость $n_1 - n_2$ от ориентации проекции l_{\perp} в базисной плоскости. Анизотропия величины двупреломления при вращении l_{\perp} вокруг оси c_3 будет определяться отношением $2\alpha_3\beta_{14}/(\beta_{11} - \beta_{12})$. При малых углах отклонение 1 от базисной плоскости (α_3 мало) двупреломление будет равно

$$n_1 - n_2 = \frac{1}{2} n_0^3 (\beta_{11} - \beta_{12}) \left[1 + \frac{2\beta_{14}}{\beta_{11} - \beta_{12}} \alpha_2 \alpha_3 (3\alpha_1 - \alpha_2^2) \right] l^2.$$
 (60)

Зная разности между главными показателями преломления, можно определить угол между оптическими осями 2V. Он, будучи пропорциональным $\sqrt{n_g - n_m}$, зависит линейно от величины антиферромагнитного вектора. Если $1 \perp c_3$, то этот угол приближенно равен

$$2V = 2\sqrt{\frac{n_e^2 |n_1 - n_2|}{n_0 |n_0^2 - n_e^2|}} = 2n_0 n_e \sqrt{\frac{|\beta_{11} - \beta_{12}|}{2(n_0^2 - n_e^2)}} l.$$
(61)

При ($\beta_{11} - \beta_{12}$) > 0 $n_g = n_1$, $n_m = n_2$ и оптические оси будут лежать в плоскости, параллельной вектору **l**, а при ($\beta_{11} - \beta_{12}$) < 0 — в плоскости, перпендикулярной **l**.

В работе ⁴⁶ было проведено феноменологическое рассмотрение влияния антиферромагнитного упорядочения на оптические свойства кристаллов с тетрагональной структурой рутила. Выражение для плотности внутренней электромагнитной энергии для антиферромагнитных фторидов (пространственная группа D_{4h}^{14}) с учетом членов, квадратичных по компонентам вектора антиферромагнетизма, было записано в виде

$$\mathscr{E} = \mathscr{E}_{0} + \frac{1}{8\pi} \Big[\lambda_{1} E_{z}^{2} l^{2} + \lambda_{2} \left(E_{x}^{2} + E_{y}^{2} \right) l^{2} + \lambda_{3} E_{z}^{2} l_{z}^{2} + \lambda_{4} \left(E_{x}^{2} + E_{y}^{2} \right) l_{z}^{2} + \lambda_{5} E_{z} l_{z} \left(E_{x} l_{x} + E_{y} l_{y} \right) + \lambda_{6} E_{z} l_{z} \left(E_{x} l_{y} + E_{y} l_{x} \right) + \lambda_{7} E_{x} E_{y} l_{x} l_{y} + \lambda_{8} \left(E_{x}^{2} - E_{y}^{2} \right) \left(l_{x}^{2} - l_{y}^{2} \right) \Big].$$
(62)

Как обычно, ось z направлена по оси четвертого порядка, а оси x и y совпадают с осями второго порядка, $\mathbf{l} = (\mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_2)/2M_0$ — антиферромагнитный вектор, $E_{x,y,z}$ — компоненты электрического поля падающей волны, λ_k — магнитооптические коэффициенты. При записи (62) предполагалось, что двупреломление зависит в первую очередь от антиферромагнитного вектора, так как величина вектора намагниченности $\mathbf{m} = (\mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2)/2M_0$ на 2—3 порядка меньше величины l.

Компоненты симметричного e_{ik} тензора диэлектрической проницаемости могут быть получены из (62) дифференцированием по E_i , E_k . Анализ полученных компонент приводит к интересному результату: учет только изотропно обменных членов приводит к тому, что в магнитоупорядоченном состоянии кристалл остается оптически одноосным. Возникающее при этом магнитное двупреломление пропорционально квадрату антиферромагнитного вектора

$$\Delta n_{\text{MarH}}^{\text{H3OTP}} = l^2 \left(\frac{\lambda_1}{n_{\parallel}^{(0)}} - \frac{\lambda_2}{n_{\perp}^{(0)}} \right), \tag{63}$$

где $n_{\parallel}^{(0)} = \sqrt{\varepsilon_{\parallel}^{(0)}}$ и $n_{\perp}^{(0)} = \sqrt{\varepsilon_{\perp}^{(0)}}$, т. е. магнитное двупреломление для данного вещества не зависит от направления вектора 1 относительно кристаллографических осей, т. е. от магнитной структуры.

Анизотропные по компонентам вектора l члены также не вызывают двуосности кристалла при ориентации вектора l по оси [001] ($l_x = l_y = 0$, $l_z = l$). В этом случае магнитное двупреломление равно

$$\Delta n_{\text{MAFH}} = l^2 \left(\frac{\lambda_1 + \lambda_3}{n_{\parallel}^{(0)}} - \frac{\lambda_2 + \lambda_4}{n_{\perp}^{(0)}} \right). \tag{64}$$

При других ориентациях вектора l под углом к оси z появляется двупреломление за счет других членов тензора ε_{ik} . Так, появление l_x -комноненты вызывает изменение двупреломления в плоскости z, y:

$$\Delta n_{\text{MAFH}}^{\text{oblice}} = n_y - n_z = l^2 \left(\frac{\lambda_1}{n_{\parallel}^{(0)}} - \frac{\lambda_2}{n_{\perp}^{(0)}} \right) + l_z^2 \left(\frac{\lambda_3}{n_{\parallel}^{(0)}} - \frac{\lambda_4}{n_{\perp}^{(0)}} \right) + l_z^2 \frac{\lambda_3}{n_{\perp}^{(0)}}.$$
 (65)

При распространении света вдоль оси z при $l = l_x$ двупреломление равно

$$\Delta n_{\text{MATH}} = n_x - n_y = \frac{2\lambda_8 l_x^2}{n_\perp^{(0)}}, \qquad (66)$$

т. е. оно определяется только анизотропными членами.

Как было показано в предыдущем разделе, в кубических кристаллах магнитное двупреломление сильно изменяет оптические свойства кристаллов, которые в общем случае превращаются в двуосные, а оптическая индикатриса может ориентироваться произвольно в зависимости от ориентации намагниченности и параметра магнитооптической анизотропии.

250

Другая ситуация складывается в кристаллах, являющихся одноосными в парамагнитной области. В таких кристаллах магнитное двупреломление играет роль небольшого возмущения по отношению к кристаллографическому ($\Delta n_{\text{маге}}/\Delta n_{\text{крист}} = (10^{-3} - 10^{-4})/(10^{-1} - 10^{-2}) \approx 10^{-1} - 10^{-3}$); поворот оптической индикатрисы оказывается небольшим, порядка нескольких градусов.

4. Деформация оптической индикатрисы за счет упругих напряжений и магнитострикции. Оптическая пндикатриса кристаллов может быть изменена при создании в кристалле деформаций. Этот пьезооптический эффект можно описать в предположении, что изменения коэффициентов B_{ij} оптической индикатрисы (42) пропорциональны действующим в кристалле напряжениям:

$$\Delta B_{ij}^{\mathbf{n}-\mathbf{o}} = \pi_{ijkl} \sigma_{kl}, \tag{67}$$

где π_{ijkl} — пьезооптический тензор четвертого ранга. Он имеет те же отличные от нуля компоненты, что и магнитооптический тензор четвертого ранга ρ_{ijkl} в (44). Так, в случае кубических кристаллов двупреломление будет определяться лишь двумя комбинациями пьезооптических коэффициентов: ($\pi_{11} - \pi_{12}$) и π_{44} . В магнитоупорядоченных кристаллах деформации могут возникать не только за счет приложения внешних напряжений, но и за счет магнитострикции. Магнитострикционные деформации $\epsilon_{ij}^{\text{м-с}}$ определяются через направляющие косинусы $\alpha_{k,l}$ намагниченности

$$\varepsilon_{ij}^{\mathsf{M-C}} = \lambda_{ijkl} \alpha_k \alpha_l. \tag{68}$$

Таким образом, в общем случае наблюдаемое в магнитоупорядоченном кристалле двупреломление будет связано как с эффектом «истинного» магнитного двупреломления, так и со «вторичным» эффектом за счет магнитострикционных деформаций. Хотя оба этих эффекта зависят от намагниченности, их микроскопическая природа должна быть различной. Для истинного магнитного двупреломления — это расщепление электронных переходов в обменном поле или при учете спин-орбитального взаимодействия. Для магнитострикционного двупреломления — это расщепление электронных переходов или вырожденных колебаний решетки за счет понижения симметрии кристаллического поля при магнитострикции.

Величину магнитострикционного двупреломления можно рассчитать, если для исследуемого кристалла известны значения констант магнитострикции λ_{ijkl} , ориентация в кристалле спонтанной намагниченности, т. е. направляющие косинусы α_k , α_l , а также значения пьезооптических коэффициентов π_{ijkl} .

Пьезооптический коэффициент будет наблюдаться и при создании в кристалле деформаций за счет внешнего давления или растяжения образца. Этот эффект можно учесть обычным образом согласно (67). Однако важной особенностью магнитоупорядоченных кристаллов будет то, что за счет магнитоупругого взаимодействия упругие напряжения изменят ориентацию в кристалле спонтанной намагниченности. Значит, кроме обычного пьезооптического эффекта, будет наблюдаться изменение двупреломления за счет изменения в кристалле ориентации намагниченности. Это изменение влияет как на истинное магнитооптическое двупреломление, так и на двупреломление за счет магнитострикции. В практических случаях разделение различных механизмов может быть получено при приложении внешних воздействий вдоль основных кристаллографических направлений.

Г. А. СМОЛЕНСКИЙ, Р. В. ПИСАРЕВ, И. Г. СИНИЙ

VI. ИССЛЕДОВАНИЯ МАГНИТНОГО ДВУПРЕЛОМЛЕНИЯ В ФЕРРО- И ФЕРРИМАГНЕТИКАХ

1. Соединения двухвалентного европия. К настоящему времени наибольшие по абсолютной величине магнитооптические явления наблюдались в соединениях двухвалентного европия типа EuX, где X = 0, S, Se и Te. Магнитные, электрические и оптические свойства соединений европия детально рассмотрены в монографиях 4^{7-50} . Эти соединения кристаллизуются в кубической гранецентрированной структуре типа NaCl. Кристаллы EuO и EuS являются типичными ферромагнетиками. В EuSe наблюдается антиферромагнитное упорядочение, но уже в слабых полях порядка 0,1 кэ появляется заметная результирующая намагниченность, а в полях выше 8 кэ магнитные моменты ориентируются по полю. В EuTe наблюдается антиферромагнитное упорядочение.

С точки зрения оптического поглощения соединения европия характеризуются двумя интенсивными максимумами, расположенными в интервале энергий 2,0-2,5 эв и 4,0-4,7 эв. При увеличении параметра решетки (т. е. при уменьшении кристаллического поля) первый максимум смещается в сторону высоких энергий, а второй — в сторону низких энергий. Такое поведение позволяет связать эти максимумы с разрешенными электронными переходами $4f^7 \rightarrow 4f^65d \ (t_{2g})$ и $4f^7 \rightarrow 4f^65d \ (e_g)$ соответственно. В поглощении эти максимумы обнаруживают структуру, которая, однако, не разрешена даже при низких температурах. Эта структура, наиболее вероятно, связана со спин-орбитальным расщеплением t_{2g} - и e_g -состоя-ний, а при низких температурах и с обменным расщеплением. Значительно лучше разрешение структуры полос может быть получено по спектрам магнитного кругового и линейного дихроизма и двупреломления. Максимумы поглощения проявляют аномальное красное смещение порядка 1000-2000 см⁻¹ при магнитном упорядочении ^{10, 51}. Столь большая величина смещения говорит о том, что оно связано с возбужденным состоянием, так как обменное расщепление основного 4f-состояния не должно превышать ~100 см⁻¹.

Дисперсионные эффекты, так же как круговое и линейное двупреломление, представляют болыший интерес в областях прозрачности кристаллов, в частности в ближней инфракрасной и частично в видимой областях спектра. В окисле европия EuO при T = 20 °K в поле 9 кэ на длине волны $\lambda = 10,6\,\,$ мкм магнитное линейное двупреломление равно $n_{\perp} - n_{||} = 1,07\cdot 10^{-2}\,$ 52,53. Оно постепенно возрастает при увеличении энергия, достигая значения $1,5\cdot 10^{-2}$ при $\lambda = 2,5\,$ мкм. В EuSe вблизи первого максимума поглощения, лежащего в красной области спектра, магнитное линейное двупреломление также достигает очень больших значений. Экстраполированное к насыщению $n_{\perp} - n_{||} \approx 2,0\cdot 10^{-2}$ при $\lambda = 0,725\,$ мкм при $T = 4,2\,$ °K ¹⁰. Это значение магнитного линейного двупреломления является, по-видимому, рекордным, когда-либо наблюдавшемся в кристаллах.

Магнитное круговое и линейное двупреломление соединений европия является следствием значительного кругового и линейного дихроизма в области полос поглощения, которые изучались в кристаллах EuO ^{52, 53}, EuS ⁵⁴, EuSe ^{10, 55}.

Рассмотрим основные особенности этих явлений на примере EuS ⁵⁴. Исследования оптического поглощения и магнитного дихроизма были выполнены на тонких пленках этого соединения, осажденных в вакууме на полированных подложках CaF₂. Качество пленки контролировалось с помощью рентгеноструктурного анализа, а также по совпадению спектра поглощения и температуры Кюри $T_c = 18 \pm 1$ °K с опубликованными •



результатами. Результаты исследования поглощения и дихроизма при низких температурах показаны на рис. 3. Структура двух широких полос

Рис. 3. Спектр поглощения EuS (a), спектры магнитного кругового дихроизма (МКД) (6, в) и магнитного линейного дихроизма (МЛД) (г, д) в окрестностях и ниже T_c. Измерение дихроизма проведено в магнитных полях (хэ): 0,17 (б), 1,4 (в), 7,2 (г) и 0,44 (д) ¹⁴.

не разрешена в спектрах поглощения, но хорошо видна в спектрах магнитного кругового и линейного дихроизма (МКД и МЛД). Модель свободного иона Eu^{2+} позволяет рассчитать знаки МКД (++-) и МЛД (+-+) для спин-орбитальных компонент (расположенных по возрастанию J), возбужденного состояния ⁸P, 4f⁶ 5d (e_g или t_{2g}). Промежуточное состояние не видно в спектре МКД из-за взаимного перекрытия двух компонент, дающих одинаковый энак (++), но хорошо различимо в спектре МЛД, где вклады соседних компонент имеют противоположные энаки. При низких температурах обменное взаимодействие по-разному проявляется в зависимости от области спектра. Так, оно слабо меняет спектр МКД для полос *a* и *b*, но наблюдаются большие изменения в области полосы *c* (2,2-3,0 *эв*). К настоящему времени не удалось однозначно интерпретировать плечо в районе первой полосы поглощения. Одна из возможностей — приписать его спин-запрещенному переходу $5d(t_{2g})$ (S' = -5/2), который смешивается с уровнем $5d(t_{2g})$ (S' = 7/2), спин-орбитальным или обменным взаимодействием.

Теоретическая оценка знака и относительной величины эффектов Фарадея (Δn_{σ}) и Коттона — Мутона (Δn_{KM}) на основе модели внутриионного перехода была сделана в работе ¹⁰ для парамагнитного флюорида европия EuF₂. Полученные значения знаков эффектов и отношения $\Delta n_{KM}/\Delta n_{\sigma}$ для случаев, когда основной вклад в эффект обусловлен поочередно переходами на уровни мультиплета ⁸P_J, (4f⁶5d) с J' = 9/2, 7/2, 5/2, приведены в табл. III. Эксперимент дает отрицательный знак как для Δn_{σ} , так и для Δn_{KM} , т. е. экспериментальные значения хорошо согласуются с оценками для случая, когда нижайшим уровнем является ⁸P_{5/2}.

Таблица III

		Теория				
	$J' = \frac{9}{2}$	$J' = \frac{7}{2}$	$J' = \frac{5}{2}$	Эксперимент		
$ \Delta n_{\boldsymbol{\Phi}} $ $ \Delta n_{\boldsymbol{K}\boldsymbol{M}} $ $ \Delta n_{\boldsymbol{K}\boldsymbol{M}} / \Delta n_{\boldsymbol{\Phi}} \begin{cases} (20 \ \kappa_{\boldsymbol{\theta}}, \ 15 \ ^{\circ}\mathrm{K}) \\ (\infty, \ 0 \ ^{\circ}\mathrm{K}) \end{cases} $	+ 	 + 0,26 3	- +0,043 +0,5			

Сравнение величин и знаков эффектов Фарадея (Δn_{Φ}) и Коттона — Мутона (Δn_{KM}), даваемых теорией и полученных в эксперименте ¹⁰

2. Ферриты со структурой граната. Исторически исследования магнитооптических явлений в ферримагнетиках были начаты в кристаллах со структурой граната. Ферриты-гранаты иттрия и редких земель имеют общую формулу R₃Fe₅O₁₂ (R = Y, ионы редких земель). Их структура описывается кубической пространственной группой O^h_h — Ia3d, элементарная ячейка содержит восемь формульных единиц. Структура граната допускает синтез кристаллов с большими вариациями по составу замещающих ионов в тетраэдрических, октаэдрических и додекаэдрических позициях.

О первом визуальном наблюдении магнитного двупреломления света в ферритах-гранатах было сообщено в работе ⁹, впоследствие это явление подробно изучалось в работах ^{18, 56, 57}. Общее феноменологическое рассмотрение оптического поведения кубических кристаллов было дано в разделе 2 гл. V. В табл. IV приведены результаты по измерению магнитного двупреломления гранатов при ориентации намагниченности вдоль осей четвертого и третьего порядков и при распространении света перпендикулярно намагниченности. При комнатной температуре гранаты по параметру магнитооптической анизотропии *а* разделяются на две группы: в ферритах самария и европия a < 1, в остальных гранатах a > 1.

Таблица IV

		a	H [[100]		H [111]				H [100]		H [111]	
Кр	исталл		${\Delta n_{KM} \over \cdot 10^5}$	β _{КМ} , град/см	${}^{\Delta n}_{KM}$. ${}^{\cdot 10^{5}}$	β _{КМ} , гра∂/см	Кристалл	a	${\Delta n_{KM} \over \cdot 105}$	β _{КМ} , гра∂/см	${}^{\Delta n}_{KM} \cdot {}^{105}$	β _{KM} , град/с м
Y ₃ Sm Eu Gd Tb	Fe ₅ O ₁₂ 3Fe ₅ O ₁₂	1,34 0,62 0,98 1,29 2,67	3,87 8,06 10,25 4,00 1,44	120 250 320 124 45	5,16 5,0 10,00 5,10 3,80	160 155 312 160 115	Dy3Fe5O12 H03Fe5O12 Er3Fe5O12 Lu3Fe5O12 Lu3Fe5O12	3,67 1,82 1,52 1,65	0,97 2,72 3,55 3,20	30 85 110 100	$3,55 \\ 5,00 \\ 5,40 \\ 5,30$	110 155 167 165

Магнитное двупреломление света в ферритах-гранатах (T = 295 °K, $\lambda = 1,15$ мкм п H = 20 кэ)

Даже в иттриевом феррите-гранате, где ионы трехвалентного железа в тетраэдрических и октаэдрических позициях находятся только в S-состоянии, магнитооптическая анизотропия оказывается значительной при

комнатной температуре (a = 1,3).Интересно отметить, что аналогичное отношение для упругих постоянных в Y₃Fe₅O₁₂ равно 0,95, т. е. кристалл упругоизотропен с точностью 5% ⁵⁸. Что касается этого отношения для фотоупругих констант, то по статическим измерениям оно равно 1,54 59, а по измерениям на частоте 300 *Мгц* — 0,84 ⁶⁰. Большая анизотропия магнитного двупреломления свидетельствует о том, что его величина зависит не только от обменного взаимодействия, вклад которого должен быть изотропным, но и от анизотропных взаимодействий, например спин-орбитального.

Магнитное двупреломление гранатов, определяемое намагниченностями железных и редкоземельных подрешеток, оказывается сильно зависящим от температуры. Оно было измерено от 77 °К до температур Кюри T_c ~ 550-580 °К ^{18, 56}. Особенно сильны изменения двупреломления в редкоземельных ферритах-гранатах при попижении температуры за счет упорядочения редкоземельной подрешетки. Вклад редкоземельных подрешеток имеет большую величину и сильно анизотропен. На рис. 4 в качестве примера показано температурное поведение двупреломления в феррите-гранате тербия. При повышении температуры и приближе-





Кривые проведены после усреднения экспериментальных данных. T_c — точка Кюри, $T_{\mathbf{R}}$ — температура компенсации немагниченности, $\lambda = 1.15$ мкм, H = 23 кз.

нии к точке Кюри вклад редкоземельной подрешетки уменьшается: кривые двупреломления иттриевого и редкоземельных гранатов. сближаются. Рис. 5 показывает температурные изменения параметра магнитооптической анизотропии *a*. Он обнаруживает для некоторых кристаллов аномалии в районе точек магнитной компенсации. При приближении к точке Кюри этот параметр для всех изученных гранатов стремится к единице. Разумного объяснения этих явлений в настоящий момент не имеется.

Изменение с температурой параметра *а* говорит об изменении положения оптических осей в кристалле. Так, в гранате диспрозия "Dy₃Fe₅O₁₂ при изменении температуры оптические оси последовательно



Рис. 5. Температурное поведение параметра магнитооптической анизотропии в ряде редкоземельных ферритов-гранатов.

переходят из плоскости (001) в плоскость (110), потом в (110) и затем возвращаются в плоскость (001). Большое вращение оптических осей наблюдается также в гранатах гольмия и тербия вблизи температуры компенсации.

Заметим, что, кроме изменения температуры, изменение двупреломления может быть достигнуто путем изменения концентрации различных магнитных ионов.

К настоящему времени наиболее подробные результаты изучения магнитного двупреломления в гранатах были опубликованы в работах ¹⁸, ^{56, 57}. В основном полученные в двух разных лабораториях значения двупреломления совпадают, однако для некоторых кристаллов, особенно при комнатной температуре, наблюдаются небольшие расхождения. Эти расхождения могут быть связаны с остаточными кристаллографическими напряжениями. Эти напряжения могут быть устранены отжигом кристаллов ⁶¹.

Магнитное упорядочение в гранатах сопровождается магнитострикционными деформациями, что может приводить к появлению решеточного двупреломления. Однако оценки этого двупреломления при использовании известных значений фотоупругих постоянных и констант магнитострикции показали, что магнитострикционное двупреломление примерно на два порядка меньше, чем магнитооптическое ^{62, 63}.

Рассмотрим также результаты по измерению двупреломления света в ряде замещенных ферритов-гранатов ^{64, 65}. В ряду замещенных гранатов особый интерес представляют сложнокомпонентные соединения типа (Gd, Tb, Eu)₃Fe₅O₁₂, в которых были обнаружены отклонения от кубичности ⁶⁶. При вращении в магнитном поле вдоль (110) пластинки из такого кристалла вокруг луча света было установлено, что поведение двупреломления радикально отличается от кривых для кубических гранатов. В отсутствие поля кристаллы обнаруживают сильное двупреломление, которое не исчезает и выше температуры Кюри. Аналогичное поведение демонстрируют и висмут-кальций-ванадиевые гранаты, в состав которых не входят редкоземельные ионы 67. Исследования ориентационной и температурной зависимости эффекта позволяют связать двупреломление именно с кристаллографическим искажением кубической структуры граната, а не с магнитострикционпой деформацией или доменной структурой.

3. Ферримагнетик RbNiF₃. В подавляющем большинстве кристаллов фторидов 3d-металлов реализуется антиферромагнитное упорядочение, в некоторых из них имеется слабый момент. Гексагональная структура RbNiF₃ (пространственная группа D_{6h}^{4}) интересна тем, что она допускает существование ферро-, ферри- и антиферромагнитного упорядочения. Антиферромагнитное упорядочение имеет место в CsMnF₃ (см. раздел 1 гл. VIII). В RbNiF₃ впервые в группе кристаллов фторидов было найдено ферримагнитное упорядочение. Ионы двухвалентного никеля занимают два типа мест, обычно обозначаемых как 4f и 2a. Поскольку ионов 4f в два раза больше, чем ионов 2a, и спины ионов 4f и 2a расположены антипараллельно, в кристалле в упорядоченной области появляется спонтанный момент, при низких температурах достигающий $\sigma_s = 21$ CGSM/г⁶⁸, что составляет третью часть от оцениваемой величины намагниченности при параллельном расположении спинов в обеих подрешетках. Результаты статических магнитных, резонансных и оптических исследований говорят о том, что ниже $T_c = 139$ °K спипы подрешеток лежат в плоскости, перпендикулярной к оптической (гексагональной) оси, т. е. RbNiF₃ является ферримагнетиком типа «легкая плоскость». В магнитном поле, направленном в базисной плоскости, насыщение наблюдается в полях порядка 0,2 кэ, а при намагничивании вдоль гексагональной оси — в полях 20—24 кэ⁶⁹. Так как линейные магнитооптические явления такие, как эффект Фарадея и магнитный круговой дихроизм. могут в чистом виде наблюдаться лишь при распространении света вдоль оптической оси, для наблюдения этих эффектов в насыщении требуются достаточно большие магнитные поля.

В геометрии наблюдения квадратных эффектов луч света обычно направляют перпендикулярно намагниченности. Поэтому в RbNiF₃ магнитное двупреломление в насыщении при распространении света вдоль гексагональной оси наблюдается в малых полях $\sim 0,2$ кэ. В этом поле ось шестого порядка перестает быть оптической осью, кристалл становится оптически двуосным. В поле насыщения в окне прозрачности для $\lambda = 0,55$ мкм двупреломление при 77 °K составляет 142 град/см, в то время как эффект Фарадея при тех же условиях достигает только 95 град/см⁷⁰.

В RbNiF₃ наблюдался гистерезис магнитного двупреломления, связанный с доменной структурой ⁷¹. Если для линейного эффекта Фарадея наблюдается изменение направления вращения плоскости поляризации света при изменении направления поля, то знак квадратичного эффекта остается постоянным. Это приводит к тому, что петля гистерезиса для магнитного двупреломления имеет специфическую форму.

5 УФН, т 116, выч. 2

Кристаллы RbNiF₃ прозрачны в широких участках спектра в видимой, ультрафиолетовой и инфракрасной областях. Это позволило провести измерение дисперсии эффектов Фарадея и Коттона — Мутона и спектров магнитного дихроизма в значительном спектральном диапазоне ^{69, 71}. На рис. 6 представлена дисперсия магнитного двупреломления и спектр поглощения RbNiF₃.

В исследованной области спектра эффект Коттона — Мутона определяется электронными переходами в ионах Ni²⁺. Наибольший вклад связан с разрешенными электрическими дипольными переходами между различными электронными конфигурациями $3d^8 \rightarrow 4p3d^7$, расположенными в далекой ультрафиолетовой части спектра. В области электронных переходов внутри 3d-оболочки наблюдается сложная дисперсия магнитного



Рис. 6. Дисперсия магнитного двупреломления (вверху) и спектр поглощения вдоль гексагональной оси (внизу) в ферромагнетике RbNiF₃ при 77 °K.

двупреломления. Характер наблюдаемой дисперсии эффекта Коттона — Мутона отличен от дисперсии эффекта Фарадея, и вклад переходов в 3dоболочке в дисперсию фарадеевского вращения больший, чем в явление Коттона — Мутона. Отметим, что эффект Фарадея ⁶⁹, в отличие от квадратичного эффекта, несколько раз меняет знак в рассматриваемом спектральном интервале. Ряд острых линий, например, в области переходов на ${}^{3}T_{1}^{a}$ - и ${}^{1}T_{2}^{a}$ -уровни обнаружен в спектре магнитного кругового дихроизма, но в то же время в спектре линейного дихроизма некоторые из них не наблюдаются.

Анализ магнитного линейного дихроизма полос поглощения ${}^{1}E^{a}$ и ${}^{1}T_{2}^{a}$, проведенный для ферримагнетика ${\rm RbNiF_{3}}^{71}$, антиферромагнетика ${\rm KNiF_{3}}^{72}$ и слабого ферромагнетика ${\rm NiF_{2}}^{73}$, показывает, что знак эффекта определяется магнитной структурой кристаллов. Особенности магнитного линейного дихроизма в двух последних антиферромагнетиках будут еще рассмотрены в гл. VII.

Дисперсионные эффекты Фарадея и Коттона — Мутона, взятые даже в узкой области спектра, обычно являются суммой кругового и линейного дихроизма полос поглощения во всем спектральном интервале. Как известно, эта связь в общем виде устанавливается соотношением Крамерса — Кронига. Отсюда видно, что исследования магнитного дихроизма отдельных переходов может представить большой интерес для выяснения микроскопических механизмов магнитооптических эффектов. К сожалению, работ в этом направлении пока опубликовано немного.

VII. ИССЛЕДОВАНИЯ МАГНИТНОГО ДВУПРЕЛОМЛЕНИЯ В АНТИФЕРРОМАГНЕТИКАХ

1. Магнитное двупреломление в антиферромагнетиках α -Fe₂O₃, RbFeF₃, CsMnF₃, MnWO₄, K₂MnF₄. Магнитное двупреломление в антиферромагнетиках связано в первую очередь с вектором антиферромагнетизма 1, характеризующим намагниченность подрешеток. До настоящего времени двупреломление, связанное с ферромагнитным вектором **m**, в антиферромагнетиках не наблюдалось, так как этот вклад в двупреломление значительно меньше. Однако этот вклад оказывается значительным в ферромагнитных кристаллах.

В этом разделе мы кратко рассмотрим исследования магнитного двупреломления в некоторых антиферромагнетиках с различными магнитными структурами. В последующих разделах более подробно будут рассмотрены результаты по изучению двупреломления во фторидах со структурой рутила и в карбонатах переходных металлов.

Гематит (α -Fe₂O₃). Этот кристалл имеет структуру, описываемую пространственной группой D_{3d}^6 . Ниже $T_M \sim 250-260$ ⁹K спины направлены по оси кристалла и состояние является чисто антиферромагнитным,

при более высоких температурах спины лежат в базисной плоскости и слегка повернуты друг к другу, что приводит к существованию слабого ферромагнитного момента. Свойства симметрии α -Fe₂O₃ подробно рассмотрены в работах ²⁷, ⁷⁴.

Магнитное двупреломление гематита изучалось в работе ⁷⁵ при распространении света вдоль оптической оси. На рис. 7 приведена температурная зависимость двупреломления



Рис. 7. Температурная зависимость магнитного двупреломления в гематите α -Fe₂O₃ при $\lambda = 1,15$ мкм и H = 8 ко.

Эффект появляется в точке Морина, когда антиферромагнитный момент ориентируется перпендикулярно направлению распространения света.

в окрестности фазового перехода из чисто антиферромагнитного состояния в состояние со слабым моментом. Гематит обнаруживает значительное поглощение в видимой области, и исследования проводились на длине волны $\lambda = 1,15$ мкм.

Согласно кристаллооптическому рассмотрению, проведенному в гл. V для одноосных кристаллов тригональной сингонии, при ориентации вектора l вдоль тригональной оси кристалл остается одноосным и двупреломление будет отсутствовать при распространении света вдоль оси. Это действительно наблюдалось на эксперименте ниже $T_M \approx 253$ °K. Однако при отходе вектора l от тригональной оси должно появляться двупреломление, определяемое формулой (59). Интересно отметить, что если вектор l расположен перпендикулярно тригональной оси, то величина двупреломления не зависит от ориентации l в базисной плоскости. При отклонении вектора l от базисной плоскости должна появляться анизотропия двупреломления порядка $2\alpha_3\beta_{14}/(\beta_{11} - \beta_{12})$, где α_3 — косинус угла между l и тригональной осью и β_{ik} — магнитооптическая константа. **CsMnF**₃. Двупреломление этого гексагонального антиферромагнетика изучалось в работе ⁴⁵. Пространственная группа кристалла D_{6h}^4 , в элементарной ячейке имеются два типа позиций (4f и 2a), которые занимают парамагнитные ионы двухвалентного марганца. Ниже $T_N = 53,5$ °K этот кристалл переходит в магнитоупорядоченное состояние и спины располагаются в базисной плоскости. Из соображений симметрии в этом кристалле слабый ферромагнетизм невозможен и CsMnF₃ действительно является «чистым» антиферромагнетиком. Заметим, что симметрия допускает существование в этой гексагональной структуре ферромагнитного или ферримагнитного упорядочения. Последнее реализуется в RbNiF₃.

Сложность кристаллографической структуры CsMnF₃ (а также RbNiF₃) приводит к тому, что магнитооптические явления в этих кристаллах зависят от большого числа параметров. Для конкретного антиферромагнитного упорядочения спинов двух подрешеток CsMnF₃, а именно

$$l_1 = S_1 - S_2,$$

$$l_2 = -\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 - \sigma_4$$
(69)

(где S_i (i = 1,2) и σ_j (j = 1, 2, 3, 4) — магнитные моменты ионов 2аи 4f-подрешеток), число коэффициентов оказалось равным девятнадцати ⁴⁵. В разложении были учтены лишь квадратичные по I₁ и I₂ члены.

На рис. 13 (см. ниже) показано температурное изменение двупреломления в CsMnF₃ при распространении света перпендикулярно оптической оси **k** || *Oy*. Кристалл оставался оптически одноосным при всех температурах и магнитных полях, приложенных в базисной плоскости x, y. Величина Δn_{xz} (T) резко меняется в районе T_N . К сожалению, в данном кристалле не удалось выделить чисто магнитного вклада в двупреломление, так как в литературе отсутствуют данные о температурных изменениях постоянных решетки.

RbFeF₃. Этот кристалл является кубическим при комнатной температуре (структура типа перовскита), но при низких температурах в нем наблюдался ряд фазовых магнитных и кристаллографических переходов ⁷⁶, ⁷⁷. Исследование оптического поглощения показало, что этот кристалл прозрачен в широких участках инфракрасного, видимого и ультрафиолетового участков спектра ⁷⁸, ⁷⁹. В области 7020 и 9760 см⁻¹ имеются полосы поглощения, обусловленные электронными переходами ⁵ $T_{2g} \rightarrow {}^{5}E_{g}$ в ионах Fe²⁺ в октаэдрическом кристаллическом поле. При более высоких частотах располагаются более слабые максимумы поглощения, связанные с электронными переходами в ионах Fe²⁺ с изменением спина.

Парамагнитное двупреломление было зафиксировано в этом кристалле при 200 °К. В области прозрачности $v = 18\ 000\ cm^{-1}$ в поле ~30 кэ оно составило $\Delta n \approx 10^{-6}$. Эффект изменялся квадратично при возрастании поля. Изменение двупреломления при 77 °К (орторомбическая фаза со спонтанным магнитным моментом) было проведено в плоскости одного из главных сечений эллипсоида показателей преломления. В этом случае эффект составлял $\Delta n \approx 2 \cdot 10^{-4}$ в малых полях, при увеличении поля наблюдался сильный дифференциальный рост. Это обстоятельство говорит в пользу того, что RbFeF₃ при 77 °К обладает неколлинеарной магнитной структурой ⁸⁰.

При 82 °К двупреломление в RbFeF₃ составляло 9.10⁻⁵ при 4000 Å и 1.6.10⁻⁴ при 8000 Å в поле 5 кэ⁷⁸.

MnWO₄. Об измерении кристаллографического и магнитного двупреломления в этом кристалле сообщалось в работе ⁸¹. Кристалл является моноклинным, пространственная группа *P2/c*. Положение оптического эллипсоида показателей преломления: *Ox* || *b*, *Oy* || *a*, ось *z* располагается под углом 17—21° к оси с (для красного света, лампа Li). Угол между оптическими осями $2V_z = 75°$, кристалл оптически положителен. Показатели преломления при комнатной температуре $n_x = 2,17 \pm 0,01$, $n_y = 2,22 \pm 0,01$, $n_z = 2,32 \pm 0,01$.

Изучение двупреломления было проведено на пластинке типа (010), двупреломление в этом случае при комнатной температуре $n_z - n_y = 0,1$. Температурное изменение двупреломления показано на рис. 8. В области магнитного упорядочения ($T_N \approx 15$ °K) явно виден вклад магнитного

двупреломления $\sim 2 \cdot 10^{-3}$, однако детальное разделение кристаллографического и магнитного вкладов не проводилось.

 K_2MnF_4 . Это соединение кристаллизуется в тетрагональной структуре D_{4h}^{12} . Парамагнитные ионы образуют слои, перпендикулярные к оси четвертого порядка, в которых обменное взаимодействие сильнее, чем между слоями. Ниже $T_N = 42.1$ °K в K_2MnF_4 осуществляется полное антиферромагнитное упорядочение и при более высокой температуре в окрестности T_N определяющим оказывается ближний порядок в слоях, кристалл становится «двумерным» антиферромагнетиком.



Рис. 8. Температурная зависимость двупреломления света в MnWO₄.

Двупреломление света в K_2MnF_4 исследовалось в работе ⁸². Большой магнитный вклад найден не только в антиферромагнитном состоянии, но и выше T_N , вплоть до 200 °K, т. е. до ~5 T_N . Температурное поведение магнитного двупреломления в K_2MnF_4 существенно отличается от случая трехмерного антиферромагнетика. В этих последних вклад ближнего порядка оказывается относительно слабым по сравнению с эффектом в упорядоченной области, а производная $d(\Delta n)/dT$ имеет острый экстремум в районе T_N , совпадающий с положением максимума на кривых теплоемкости.

В слоистых структурах, к которым принадлежит K_2MnF_4 , определяющим оказывается вклад ближнего порядка, а кривая производной $d(\Delta n)/dT$ имеет широкий, округлый максимум выше T_N , типичный для температурной зависимости теплоемкости двумерных систем.

2. Д вупреломление света в антиферромагнетиках со структурой рутила. Подробные измерения магнитного и кристаллографического двупреломления были проведены в антиферромагнетиках со структурой рутила ^{46, 81}. Выбор этого класса кристаллов для исследований определялся тем, что они имеют сравнительно простую кристаллографическую и магнитную структуры и их многие кристаллографические и физические свойства достаточно подробно исследованы.

Эти кристаллы являются тетрагональными, и их симметрия описывается пространственной группой D_{4h}^{14} . С точки зрения оптических свойств в парамагнитной области кристаллы являются оптически одноосными, естественное кристаллографическое двупреломление $n_e - n_0 \sim 10^{-2.81}$ (табл. V).

Во фторидах марганца, железа и кобальта в антиферромагнитном состоянии вектор антиферромагнетизма I направлен вдоль оси четвертого

Таблица V

Соединение	Т _N , °К	Н _Е , кэ	Н _D , кә	X <u>1</u> · 103, CGSE/молъ	n _e	n ₀
$\begin{array}{c} MnF_2\\ FeF_2\\ CoF_2\\ NiF_2\end{array}$	67,5 78,35 37,70 73,22	500 	 241 28	$\begin{array}{c} 24,5\\\\55\\6\end{array}$	1,4992 1,5213 1,5331 1,5562	1,4706 1,5113 1,5069 1,5212

Некоторые оптические и магнитные характеристики кристаллов со структурой рутила

порядка [001]. Фторид никеля ниже температуры Нееля переходит в состояние со слабым ферромагнитным моментом m в плоскости, перпендикулярной к оси четвертого порядка, и направленным вдоль оси [100] или [010]. Вектор l лежит в той же плоскости и перпендикулярен m [83]. Некоторые характеристики кристаллов со структурой рутила приведены



Рис. 9. Температурная зависимость двупреломления света в кристаллах со структурой рутила ⁸¹. Для наглядности двупреломление всех кристаллов было приравнено нулю при комнатной температуре.

в табл. V. Значения T_N приведены из работы ⁸⁴ по температурной зависимости теплоемкости, магнитные характеристики из работы ⁴⁶ и значения показателей преломления при температуре 300 °K и для длины волны 6328 Å из работы ⁸¹.

Двупреломление света изучалось в работах ⁴⁶, ⁸¹ при распространении света перпендикулярно и параллельно тетрагональной оси кристалла. На рис. 9 показана температурная зависимость двупреломления при **k** 1 [001] на длине волны 6328 Å в кристаллах фторидов со струк-

турой рутила. Двупреломление сильно изменяется вблизи температуры магнитного упорядочения, и эти изменения естественно связать с магнитным вкладом. В парамагнитной области вдали от T_N изменения двупреломления следует приписать изменению постоянных решетки. Таким образом, наблюдаемое изменение состоит из магнитного и решеточного вкладов:

$$\Delta n (T) = \Delta n_M (T) - \Delta n_{\text{pense}} (T).$$
(70)

В свою очередь решеточный вклад состоит из изменения двупреломления, обусловленного обычным температурным расширением $\Delta n_{\text{тепл}}$, и изменения, связанного со спонтанной магнитной стрикцией $\Delta n_{\text{стр}}$.

При высоких температурах вдали от T_N связь между наблюдаемыми изменением двупреломления Δn (T) и изменением параметров решетки может быть представлена в виде линейной зависимости

$$\frac{d}{dT} \left[\Delta n\left(T \right) \right] = k \left[\beta_c\left(T \right) - \beta_a\left(T \right) \right],\tag{71}$$

где βc , β_a — коэффициенты линейного расширения вдоль *с*- и *а*-направлений тетрагональной решетки. Исходя из того, что в температурном интервале от 0 до 700 °К изменения постоянных решетки составляют единицы процентов, величину *k* можно считать независимой от температуры. Действительно, исследования двупреломления показывают, что для парамагнитных (MnF₂, FeF₂, CoF₂) и диамагнитных (MgF₂, ZnF₂) фторидов эту величину можно считать постоянной для данного кристалла. Для различных кристаллов константа *k*

должна иметь различные значения, а также должна зависеть от частоты света. Таким образом, зная k, на основании высокотемпературных измерений, где магнитный вклад пренебрежимо мал, можно рассчитать $\Delta n_{\text{реш}}$ (T) в области низких температур и разность между измеренным и решеточным двупреломлением даст чисто магнитный вклад.

Этот вклад был выделен для всех изученных фторидов со структурой рутила. При низких температурах Δn_M оказалось порядка $(1-2) \cdot 10^{-3}$. Сравнение зависимости Δn_M (T) с температурной зависимостью квадрата намагниченности подрешеток l^2 показало, что $\Delta n_M(T)$ меняется не столь быстро. как квадрат намагниченности (рис. 10). Это обстоятельство свидетельствует о том, что ниже T_N разность $\mathbf{l}^2 - \overline{l^2} \neq 0$, т. е. имеются заметные флюктуации вектора 1. В случае MnF₂ в интервале температур 2-60 °К



Рис. 10. Температурная зависимость двупреломления света в MnF₂⁴⁶:

полученная экспериментально зависимость,
 рассчитанная по формуле с учетом (70); матнитное двупреломление 3 выделено из 1 путем вычитания 2; кривая 4 — температурная зависимость квадрата статической намагниченности подрешеток, взятой из экспериментов по ЯМР, 5 — разность величин 3 и 4.

эта величина аппроксимируется законом а T^2 . Авторы работы ⁴⁶ отмечают, что этот закон не является тривиальным следствием теории спиновых волн, которая справедлива лишь при $T \ll T_N$.

При температуре Нееля на кривой Δn (T) имеется излом (вставка на рис. 10), хорошо совпадающий с положением максимумов на кривой теплоемкости. Из общих соображений следует, что наблюдаемое Δn_M про-порционально магнитной энергии кристалла, т. е.

$$\frac{d\left[\Delta n_M\left(T\right)\right]}{dT} \sim c_M,$$

где c_M — удельная магнитная теплоемкость. Детальное сравнение показало, что это условие очень хорошо выполняется в широком диапазоне температур (рис. 11). Магнитный вклад в двупреломление не пропадает непосредственно в T_N , а сохраняется вплоть до температур $\sim (2-3) T_N$ благодаря ближнему магнитному порядку. Следует заметить, что проявление ближнего магнитного порядка возможно лишь в случае некубических кристаллов при распространении света перпендикулярно выделенному направлению. В случае кубических кристаллов или при распростра-

нении света вдоль оптической оси одноосных кристаллов эффекты ближнего порядка в двупреломлении не должны наблюдаться. В одноосных кристаллах наблюдаемое Δn_M в изотропном случае есть величина, пропорциональная среднему от квадрата полного антиферромагнитного момента. Благодаря этому среднее значение $\overline{\Delta(\Delta n_M)}$, вызываемое отклонениями вектора **l** от его статического значения, не обращается в нуль.



Рис. 11. Сравнение температурного поведения производной от магнитного двупреломления $d\Delta n_M/dT$ (кружки) и удельной магнитной теплоемкости c_M (сплошные кривые) для ряда антиферромагнетиков⁸¹.

Основной вклад в двупреломление связан с флюктуациями 1, характерные времена жизни которых на 2—3 порядка больше, чем период колебаний световой волны, и характерные размеры которых значительно меньше длины волны света $a \ll \lambda$. Авторам работы ⁴⁶ удалось аппроксимировать изменения Δn_M в области температур 70—110 °К зависимостью

$$\Delta n_M \sim T^{-2,7}. \tag{72}$$

В гл. V мы видели, что запись (62) для плотности внутренней электромагнитной энергии с учетом членов, квадратичных по компонентам вектора антиферромагнетизма, позволяет выделить изотропные и анизотропные вклады в магнитное двупреломление. Такое выделение удалось провести в кристаллах MnF₂, CoF₂ и NiF₂ путем изменения ориентации вектора l в кристалле во внешнем магнитном поле; в MnF₂ и NiF₂ не наблюдалось изменения двупреломления, на основании чего было сделано заключение о том, что двупреломление не зависит от ориентации вектора 1 относительно кристаллографических осей, т. е. анизотропные добавки в диэлектрическую проницаемость малы по сравнению с изотропным вкладом. В CoF₂ наблюдалось изменение двупреломления при повороте вектора I, т. е. анизотропные добавки оказались заметными на фоне изотропного вклада.

Отсутствие анизотропных членов в MnF_2 приводит к тому, что кристалл остается оптически одноосным при любой ориентации вектора l в кристалле.

В NiF₂, где вектор I расположен в базисной плоскости, за счет анизотропных членов наблюдалось появление двуосности ⁸¹. Было найдено, что новые оптические оси слегка отходят от тетрагональной оси кристалла. Угол между осями был оценен в $2V_z \approx 2^\circ$ при 30 °K. Заметная двуосность появляется в CoF₂.

Кроме двупреломления, в кристалле NiF₂ изучался также эффект линейного дихроизма⁷³. Значительный кристаллографический дихроизм наблюдался для многих электронных переходов в ионе Ni² при поляризации света параллельно и перпендикулярно оптической оси. Однако выделение магнитного вклада в такой геометрии представляет довольно трудную задачу. Магнитный вклад оказалось возможным выделить при распространении света вдоль оптической оси. На рис. 12 показаны результаты исследования NiF₂ в области одного из электронных переходов. Коэффициенты поглощения $\alpha_{E \parallel M}$ и $\alpha_{E \mid M}$ отличаются после ориентации

антиферромагнитных доменов внешним полем, разность этих коэффициентов дает магнитный линейный дихроизм. Объяспение этого эффекта в работе ⁷³ было дано при учете спин-орбитального взаимодействия, приводящего к тому, что вероятность электронного перехода меняется при изменении поляризации падающего света.

3. Антиферромагнитные карбонаты марганца и кобальта. Двупреломление света в карбонатах марганца и кобальта изучалось в работах ^{44, 45}. Эти кристаллы принадлежат к классу D_{3d} тригональной сингонии, в парамагнитной области кристаллографическая симметрия описывается пространственной группой D_{3d}^6 . В элемен-



Рис. 12. Магнитный линейный дихроизм перехода ${}^{3}A_{2} \rightarrow {}^{1}T_{2}^{a}$ в ионах Ni²⁺ в NiF₂ при T = 1,8 °K и H = 1 кэ.

Приведены козффициенты поглощения поляризованного света $\alpha_{\mathbf{E}||\mathbf{M}}$ (1) и $\alpha_{\mathbf{E}||\mathbf{M}}$ (2) ⁷³.

тарной ячейке карбонатов имеется два магнитных иона. При понижении температуры кристаллы переходят в магнитоупорядоченное состояние (табл. VI) типа «легкая плоскость». При этом в карбонатах магнитные

Таблица VI

Соед ин ение		, °K	Н _Е , кэ	Н _D , кэ	χ ₁ · 10 ³ , CGSE/молъ	n ₀ (T=300 °K)	$n_e (T=300 \text{ °K})$
MnCO ₃	29,5	32,4	320	4,4	43	1,816	1,597
CoCO ₃	17,0	18,1	160	27	52	1,855	1,60

Некоторые магнитные и оптические характеристики карбонатов марганца и кобальта ⁴⁵

векторы подрешеток скошены и образуют спонтанный ферромагнитный вектор **σ**, который лежит в базисной плоскости и перпендикулярен антиферромагнитному вектору 1. Некоторые магнитные и оптические характеристики карбонатов приведены в табл. VI.

На рис. 13 показано изменение двупреломления в карбонатах при распространении света по оси *y*, т. е. перпендикулярно оптической оси кристаллов. В районе температуры Нееля наблюдается резкое изменение характера зависимости Δn_{xz} от температуры. По-видимому, из-за недостаточной точности измерений на кривой Δn (T) в точке Нееля излом в MnCO₃ обнаружить не удалось. Тем не менее при 32 °К наблюдался максимум производной $d (\Delta n_{xz})/dT$, что хорошо совпадает с данными магнитных измерений (32,4 °К), но отличается от значения 29,5 °К, полученного по измерениям теплоемкости. В MnCO₃ не наблюдалось изменение Δn_{xz}



Рис. 13. Температурная зависимость разности показателей преломления обыкновенного лучей $\Delta n = n_{\perp} - n_{\parallel}$ для $MnCO_3(1)$, $CoCO_3(2)$ и $CsMnF_3(3)$. Ниже T_N в CoCO₃ кружками обозначена зависимость Δn в магнитном поле 2 кв. штрихами — в отсутствие магнитного поля ⁴⁶.

при приложении магнитного поля до 50 кэ в базисной плоскости **H** || Ox. Изменения не наблюдались и в другой конфигурации опыта, когда свет распространялся вдоль оси z. Разность $\Delta n_{xy}(T) = n_x - n_y$ оказалась равной нулю при всех полях и температурах. Из этих экспериментов было сделано заключение о том, что магнитное двупреломление в MnCO₃, так же как и в MnF₂, не зависит от ориентации вектора **l** относительно кристаллографических осей.

В CoCO₃ на кривых Δn_{xz} (T), снятых без поля и в поле, наблюдался излом при 17 °К. Это значение хорошо совпадает со значением T_N , найденным из измерений теплоемкости. Кроме того, двупреломление в CoCO₃ оказалось зависящим от ориентации вектора l относительно кристаллографических осей. Этот анизотропный вклад наблюдался при распространении света как перпендикулярно, так и параллельно оптической оси.

Для выяснения возможностей магнитного двупреломления для наблюдения доменов в ромбоэдрических антиферомагнетиках со слабым ферромагнитным моментом в работе ⁴⁴ были проведены исследования карбоната кобальта в видимой области спектра методом коноскопических фигур. В работе измерялся острый угол 2V между оптическими осями намагниченного до насыщения кристалла. Свет распространялся вдоль тригональной оси кристалла. Знание показателей преломления обыкновенного и необыкновенного лучей в парамагнитной области позволило выделить величину магнитного двупреломления в направлении биссектрисы острого угла 2V по формулам (61). На рис. 14 показано изменение острого угла между оптическими осями 2V как функция температуры. Согласно (61) величина 2V линейно связана с вектором антиферромагнетизма 1. Из рис. 14 видно, что данные оптических измерений хорошо коррелируют с величиной спонтанного ферромагнитного момента m (который в свою



Рис. 14. Температурная зависимость острого угла 2V между оптическими осями и двупреломления света $n_g - n_m$ и спонтанного ферромагнитного момента m_s ⁴⁴.

очередь пропорционален 1). При низких температурах этот угол составляет около 3°, т. е. оптические оси лишь слегка уходят от направления тригональной оси кристалла.

VIII. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате исследований последних лет созданы основные представления о явлении магнитного линейного двупреломления большой группы кристаллов с различными видами магнитного упорядочения ферро-, ферри- и антиферромагнетиков. Феноменологическое рассмотрение магнитооптических явлений в этих кристаллах базируется на принципах магнитной симметрии. Эвристичность этого метода подтверждена предсказанием ряда новых магнитооптических явлений, многие из которых еще не изучены. Следующим шагом должно быть создание микроскопической теории этих явлений и их экспериментальное исследование.

В отличие от диа- и нарамагнетиков, в магнитоупорядоченных средах обнаружена большая величина линейного магнитного двупреломления Δn , достигающего значения 10^{-2} — 10^{-4} , что объясняется при учете обменных взаимодействий. Наряду с большой величиной эффекта в ряде случаев наблюдается значительная магнитооптическая анизотропия.

В обзоре приводятся некоторые аспекты кристаллооптики магнитоупорядоченных сред, которые требуют дальнейшего рассмотрения в плане более строгого изучения взаимодействия света с этими кристаллами. Ряд своеобразных кристаллооптических явлений наблюдается как результат сосуществования сравнимых по величине линейного и квадратичного магнитного двупреломления.

Важным представляется также установление корреляций магнитооптического поведения с другими характеристиками магнитных кристаллов.

В ряде случаев пока приходится говорить лишь о качественном соответствии температурного хода намагниченностей подрешеток и магнитного линейного двупреломления (в редкоземельных ферритах-гранатах), в других случаях было установлено хорошее количественное соответствие между двупреломлением и теплоемкостью (во фторидах со структурой рутила).

Основная масса исследований была выполнена пока на фиксированных длинах волн, число же спектральных исследований не слишком велико. Тем не менее именно исследования магнитного дихроизма в области электронных переходов могут послужить надежной экспериментальной основой для теоретических расчетов.

Большая величина эффектов магнитного линейного двупреломления и дихроизма в магнитоупорядоченных кристаллах и высокая чувствительность современных методов регистрации поляризации света и ее изменений позволяет надеяться, что эти эффекты получат широкое применение в исследованиях магнитных кристаллов.

Эти же качества магнитных кристаллов с возможностью их изменения внешними воздействиями в сочетании с достаточно хорошей оптической прозрачностью делает их полезными для различных технических применений.

Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе АН СССР, Ленинград

ШИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- 1. Дж. В. Бимс, УФН 13, 209 (1933) (оригинал см.: Rev. Mod. Phys. 4, 133 (1937)).

- Дж. В. Бимс, УФН 13, 209 (1933) (оригинал см.: Rev. Mod. Phys. 4, 133 (1937)).
 G. Szivessy, Handb. Phys. 21, 823 (1929).
 J. Becquerel, Le Radium 4, 49 (1907); 5, 5 (1908); 6, 327 (1909); Comm. Leiden Lab. 18, Nr. 68a (1929).
 J. F. Dillon, Jr., J. Appl. Phys. 39, 929 (1968).
 Г. С. Кринчик, М. В. Четкин, УФН 98, 1 (1969).
 Н. Ф. Харченко, В. В. Еременко, Физ. конденсированного состояния (ФТИНТ АН УССР), вып. 4, 144 (1969); вып. 13, 3 (1971).
 Н. В. Старостин, П. П. Феофилов, УФН 97, 621 (1969).
 J. F. Dillon, Jr., in: Magnetic Properties of Materials, Ed. J. Smit, N.Y., McGraw-Hill, 1971, ch. 5.
- McGraw-Hill, 1971, ch. 5.
- 9. J. F. Dillon, Jr., J. Appl. Phys. 29, 1286 (1958). 10. J. C. Suits, B. E. Argyle, M. J. Freiser, ibid. 37, 1391 (1966). 11. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифтиц, Электродинамика сплошных сред, М., Гос-

- Л. Д. Ландау, Е. М. Лиф шиц, Электродинамика сплошных сред, М., Гостехиздат, 1957.
 W. J. Таbor, F. S. Chen, J. Appl. Phys. 40, 2760 (1969).
 У. Шерклифф, Поляризованный свет, М., «Мир», 1965.
 P. B. Писарев, И. Г. Синий, Г. А. Смоленский, Изв. АН СССР, сер. физ. 34, 1032 (1970).
 B. Д. Тронько, Опт. и спектр. 29, 354 (1970).
 B. Осовский, Опт. и спектр. 34, 947 (1973).
 P. B. Писарев, И. Г. Синий, Н. Н. Колпакова, Ю. М. Яковлев, ЖЭТФ 60, 2188 (1971).
 Ф. Ф. Федоров, Оптика анизотронных сред. Минск. Изд-во АН БССР, 1958. ЖЭТФ 60, 2188 (1971).
 Ф. И. Федоров, Оптика анизотропных сред, Минск, Изд-во АН БССР, 1958.
 М. И. Каганов, Р. П. Янкелевич, ФТТ 10, 2771 (1968).
 R. R. Birss, R. G. Shrubsall, Phil. Mag. 15, 687 (1967).
 T. H. O'Dell, ibid. 7, 1653 (1962); 8, 411 (1963).
 R. Fuchs, ibid. 11, 647 (1965).
 B. H. Любимов, Кристаллография 14, 213 (1969).
 Д. Н. Астров, ЖЭТФ 38, 984 (1960).
 R. M. Ногпгеісh, S. Shtrikman, Phys. Rev. 171, 1065 (1968).
 И. Е. Дзялошинский, ЖЭТФ 32, 1547 (1957).
 А. С. Боровик — Романов, ЖЭТФ 36, 75 (1959).
 А. С. Боровик - Романов, ЖЭТФ 36, 1259 (1959); 38, 1088 (1960).

- В. А. Туров, В. Г. Шавров, ЖЭТФ 43, 2273 (1962); Изв. АН СССР, сер. физ. 27, 1487 (1963).
 Р. В. Писарев, ЖЭТФ 58, 1421 (1970).
- 32. S. Bhagavantam, Proc. Ind. Ac. Sci. A73, 269 (1971).
- R. R. Birss, Symmetry and Magnetism, Amsterdam, North-Holland, 1964.
 B. M. Aгранович, В. Л. Гинзбург, Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теория эксптонов, М., «Наука», 1965.
- ственной дисперсии и теория эксптонов, м., «наука», 1505. 35. Т. Moriya, J. Phys. Soc. Japan 23, 490 (1967), J. Appl. Phys. 39, 1042 (1968) (см. перевод: УФН 98, 81 (1969)). 36. Y. R. Shen, N. Bloembergen, Phys. Rev. 133, A515 (1964). 37. H. Le Gall, J. de Phys. 32, C1-590 (1971).

- 38. Н. R. Hulme, Proc. Roy. Soc. A135, 237 (1932). 39. С. В. Вонсовский, А. В. Соколов, ЖЭТФ 19, 703 (1949). 40. Р. N. Argyres. Phys. Rev. 97, 334 (1955).
- 41. A. M. Clogston, J. Phys. et Radium 20, 151 (1959); J. Appl. Phys. 31, 198S (1960).
- 42. J. F. Dillon, Jr., H. Kamimura, J. P. Remeika, J. Phys. Chem. Sol. 27, 1531 (1966).
- 43. Дж. Най, Физические свойства кристаллов, М., «Мир», 1967. 44. Н. Ф. Харченко, В. В. Еременко, О. П. Тутакина, ЖЭТФ 64, 1326 (1973).
- 1326 (1973).
 45. А. С. Боровик Романов, Н. М. Крейнес, М. А. Талалаев, Письма ЖЭТФ 13, 80 (1971); ЖЭТФ 66, 782 (1974).
 46. А. С. Боровик Романов, Н. М. Крейнес, А. А. Панков, М. А. Талалаев, ЖЭТФ 64, 1762 (1973).
 47. З. Метфессель, Д. Маттис, Магнитные полупроводники М., «Мир», 1972.
 48. С. Нааs, IEEE Trans. Magnet. Mag-5, 487 (1969).
 49. И. Остин, Д. Илуэлл, УФН 106, 337 (1972).
 50. CRC Critical Reviews in Solid State Sciences, July 1972.
 51. G. Busch, P. Wachber, Phys. kondens. Materie 5, 232 (1966).

- 51. G. Busch, P. Wachter, Phys. kondens. Materie 5, 232 (1966).

- G. Busch, P. Wachter, Phys. kondens. Materie 5, 232 (1966).
 J. O. Dimmock, Appl. Phys. Lett 14, 49 (1969).
 J. O. Dimmock, C. E. Hurwitz, T. B. Reed, J. Appl. Phys. 40, 1336 (1969).
 J. Ferre, B. Briat, C. Paparoditis, S. Pokrzywnicki, R. Sury-anaryanan, Sol. State Comm. 11, 1173 (1972).
 B. E. Argyle, J. C. Suits, M. J. Freiser, Phys. Rev. Lett. 15, 822 (1965).
 Г. А. Смоленский, Р. В. Писарев, И. Г. Синий, Н. Н. Колпа-кова, А. Г. Титова, Изв. АН СССР, сер. физ. 36, 1221 (1972).
 J. F. Dillon, Jr., J. P. Remeika, C. R. Staton, J. Appl. Phys. 41, 4613 (1970)
- (1970).
- 58. A. E. Clark, R. E. Strakna, ibid. 32, 1172 (1961).
- 59. R. T. Linch, Jr., J. E. Dillon, Jr., L. G. Van Uitert, ibid. 44, 225 (1973). 59. К. Т. Бінси, Л., Л. Е. Бінгой, Л., П. С. чин стерт, 222, 22, 22, 20, 60. К. W. Dixon, ibid. 38, 5149 (1967). 61. В. А. Бабко, В. Д. Тронько, ФТТ 14, 2795 (1972). 62. Р. В. Писарев, И. Г. Синий, Г. А. Смоленский, ФТТ 12, 118 (1970).

- 63. Л. М. Дедух, В. И. Никитенко, ibid., стр. 1768. 64. J. F. Dillon, Jr., Е. М. Georgy, J. P. Remeika, AIP Confer. Proc., No. 5, 190 (1971).
- 65. Р. В. Писарев, Н. Н. Колпакова, Ю. М. Яковлев, В. С. Фило-
- 65. Р. В. Шпсарев, Н. Н. Колпакова, Ю. М. Яковлев, В. С. Филоницч, А. Г. Титова, ФТТ 14, 360 (1972).
 66. А. Н. Воbeck, Е. G. Spencer, L. G. Van Uitert, S. C. Abrahams, R. L. Barus, W. H. Grodkiewicz, R. C. Sherwood, P. H. Schmidt, D. H. Smith, E. M. Walters, Appl. Phys. Lett, 17, 131 (1970).
 67. Н. Н. Колпакова, Р. В. Писарев, М. Ж. Еганян, Ю. М. Яковлев, ФТТ 16, 1999 (1974).
 68. М. W. Shafer, T. R. McGuire, B. E. Argyle, J. G. Fan, Appl. Phys. Lett. 10, 202 (1967).

- Lett. 10, 202 (1967). 69. Р. В. Писарев, И. Г. Синий, Г. А. Смоленский, ФТТ 9, 3149 (1967). 70. Р. В. Писарев, И. Г. Синий, Г. А. Смоленский, Письма ЖЭТФ 9, 112 (1969).
- 71. И. Г. Синий, Р. В. Писарев, ФТТ 12, 114 (1970). 72. R. V. Pisarev, J. Ferre, J. Duran, J. P. Badoz, Sol. State Comm. 11, 913 (1972).
- 73. P. Moch, M. Balkansky, in: Optical Properties of Ions in Crystals, Ed. H. M. Crosswhite and H. W. Moos, N. Y., Intersci. Publ., 1968; P. Moch, Thése (Paris, 1967).
- 74. А. С. Боровиќ Романов, Итоги науки (Физ.-матем. науки), т. 4, М., Изд. ВИНИТИ, 1962.
- изд. Биници, 1902. 75. Р. В. Писарев, И. Г. Синий, Г. А. Смоленский, Письма ЖЭТФ 9, 294 (1969).

- L. R. Testardi, H. J. Levinstein, H. J. Guggenheim, Phys. Rev. Lett. 19, 503 (1967).
 G. K. Wertheim, H. J. Guggenheim, H. J. Williams, D. N. Bu-chanan, Phys. Rev. 158, 446 (1967).
 F. S. Chen, H. J. Guggenheim, H. J. Levinstein, S. Singh, Phys. Rev. Lett. 19, 948 (1967).
 R. V. Pisarev, V. V. Druzhinin, N. N. Nesterova, S. D. Procho-rova, G. T. Andreeva, Phys. Stat. Sol. 40, 503 (1970).
 И. Г. Синий, Р. В. Писарев, П. П. Сырников, Г. А. Смоленский, A. И. Капустин, ФТТ 10, 2252 (1968).
 I. R. Jahn, H. Dachs, Sol. State Comm. 9, 1617 (1971); I. R. Jahn, Disserta-tion (Institut für Kristallographie der Universität Tubingen, 1971); Phys. Stat. Sol. b57, 681 (1973). **b57**, 681 (1973). 82. I. R. J ah n, W. J a u c h, in: Proceedings ICM-73, v. 2, Moscow, 1974, p. 103.

- 83. Р. А. Алиханов, ЖЭТФ 37, 1145 (1959). 84. J. W. Stout, E. Catalano, J. Chem. Phys. 23, 2013 (1955).

270