

533.124

АННИГИЛЯЦИЯ  $e^+e^-$  В АДРОНЫ

Дж. Д. Бъёркен, Б. Л. Иоффе

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение . . . . .	115
2. Экспериментальные данные . . . . .	116
3. Общие соображения по поводу экспериментальных данных . . . . .	118
а) «Экзотические» объяснения (118). б) Следствия из $\sigma_{tot} \approx \text{const}$ (119). в) Далекий скейлинг? (119). г) «Энергетический кризис» (119). д) Отношения выходов частиц (119). е) Скейлинг в инклюзивных процессах (120).	
4. Полное сечение аннигиляции $e^+e^-$ в адроны. Теоретические ожидания . . . . .	120
а) Соображения размерности и использование метода Вильсона разложения произведения операторов на малых расстояниях (121). б) Доказательство, основанное на рассмотрении шинглеровского члена в коммутаторе токов (121). в) Партонацкая модель (122). г) Теория с заряженными сильно взаимодействующими векторными бозонами (123). д) Теория векторной доминантности, основанная на алгебре полей (124). е) Описание $\sigma_{tot}$ с помощью модели с рождением большого числа различных бозонных резонансов (124). ж) До каких максимальных энергий может продолжаться рост $R(E)$ ? (124).	
5. Инклюзивная аннигиляция и электророждение . . . . .	125
6. Аргументы за и против скейлинга в инклюзивных спектрах . . . . .	129
7. Модели . . . . .	131
а) Партонацкая модель (131). б) Модель, основанная на гипотезе подобия в сильных взаимодействиях (134). в) Модель с заряженными сильно взаимодействующими векторными бозонами (135). г) Модель, использующая доминантность светового конуса (135). д) Статистическая и гидродинамическая модели (135).	
8. Аннигиляция $e^+e^-$ в адроны и квантовая электродинамика . . . . .	138
9. Форм-факторы $p$ , $\pi$ , $K$ во времениподобной области . . . . .	139
10. Заключение . . . . .	142
Цитированная литература . . . . .	143

## 1. ВВЕДЕНИЕ

В последние несколько лет наша уверенность в возможности кваркового описания структуры адронов непрерывно возрастала. Было два основных источника этой уверенности: один — успешное, как правило, описание данных барионной спектроскопии, другой — успех основанной на кварковой модели алгебры токов на световом конусе в объяснении процессов электророждения и нейтринных реакций.

Как известно (см., например, <sup>1)</sup>), при экспериментальном исследовании процессов глубоко неупругого электророждения и рассеяния нейтрино на нуклонах \*) было обнаружено, что эти процессы резко отличаются от процессов упругого рассеяния электронов и нейтрино на нуклонах. В то время как форм-факторы нуклона, определяющие поведение сечений

\*) Согласно принятой терминологии глубоко неупругими называются такие процессы рассеяния лептонов на нуклонах, когда передаваемый от лептонов к адронам импульс и масса рождающегося адронного состояния велики по сравнению с массой нуклона.

упругого рассеяния, быстро падают с ростом  $q^2$  — квадрата передаваемого нуклону импульса, инвариантные функции, определяющие сечения глубоко неупругих процессов, просуммированные по большому числу конечных адронных состояний, оказались слабо зависящими от  $q^2$ . Это обстоятельство, по аналогии с известной из нерелятивистской квантовой механики задачей о рассеянии электронов на слабо связанной системе частиц (например, на ионе или атомном ядре), наталкивало на описание нуклона в таких процессах в виде совокупности точечных составляющих — партонов. Партонная модель (см., например, <sup>2</sup>), в частности, в ее конкретной форме партонно-кварковой модели, когда в качестве партонов выступают кварки, добилась серьезных успехов в описании глубоко неупругого электророждения и рассеяния нейтрино на нуклонах: были объяснены наблюдаемые на опыте масштабно-инвариантное поведение сечений, малость отношения сечений рассеяния продольно- и поперечно-поляризованных виртуальных фотонов на нуклонах, связь между сечениями электророждения и рассеяния нейтрино. Эти же результаты в несколько более общей форме были получены, используя тот факт, что в глубоко неупругих процессах рассеяния лептонов на нуклонах взаимодействие происходит в области вблизи светового конуса (см., например, <sup>3</sup>), и предполагая определенную форму коммутаторов токов на световом конусе <sup>4</sup>.

Успехи партонной модели приводили к вполне определенным и надежным предсказаниям относительно поведения полного сечения аннигиляции  $e^+e^-$  в адроны на встречных пучках, предсказаниям, явно не соглашающимися с последними данными, полученными в СИА и СПИР <sup>5</sup>). Аналогичным образом масштабно-инвариантное поведение процесса электророждения (и инклузивных спектров возникающих в этом процессе адронов) наталкивало на гипотезу масштабной инвариантности в инклузивном рождении адронов при  $e^+e^-$ -аннигиляции <sup>\*\*</sup>). Эта масштабная инвариантность также явно нарушается. В такой ситуации ясно, что нам предстоит теперь период тщательной проверки использованных нами теоретических методов, равно как и фактов, которым, как мы думаем, нас учит эксперимент. Мы должны выяснить, связаны ли трудности с основополагающей гипотезой о кварковой структуре адронов или с чрезмерной уверенностью в теоретическом предположении о масштабной инвариантности, или же, наконец, трудности вызваны просто «фоном» дополнительных «экзотических» процессов в  $e^+e^-$ -аннигиляции в адроны.

## 2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ

Измерения полного сечения аннигиляции  $e^+e^- \rightarrow$  адроны во Фраската <sup>5</sup> дали большую величину сечения рождения многоадронных конечных состояний при энергиях  $e^+e^-$  в системе центра инерции  $E_{\text{ЦИ}}$  в интервале  $1,5 \text{ ГэВ} < E_{\text{ЦИ}} < 3 \text{ ГэВ}$  (впрочем, с большим систематическим разбросом в экспериментальных данных). Сечение рождения адронов оказалось в 1–2 раза большим сечения процесса  $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$  — обычно используемого теоретического масштаба сечений в рассматриваемом круге явлений.

<sup>\*)</sup> СИА и СПИР — ускорители со встречными электронно-позитронными пучками (США). СИА (СЕА — Cambridge Electron Accelerator) — Кембриджский электронный ускоритель, СПИР (SPEAR — Stanford Positron-Electron Acceleration Ring) — Стенфордское позитронно-электронное ускорительное кольцо.

<sup>\*\*)</sup> Здесь и в дальнейшем масштабно-инвариантное поведение полного сечения означает пропорциональность  $\sigma_{\text{tot}} \sim 1/E_{\text{ЦИ}}^2$ , термин «масштабно-инвариантное поведение инклузивных процессов» — поведение сечений, описываемое формулами (14), (15), когда инвариантные функции зависят только от отношения энергии частицы к полной энергии. Вместо термина масштабная инвариантность иногда будет использоваться его синоним — «скейлинг».

ний:  $R = \sigma(e^+e^- \rightarrow \text{адроны})/\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-) \sim 1-2$ . (Теоретические значения эффективных сечений процесса  $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$  были с хорошей точностью подтверждены экспериментально вплоть до энергий  $E_{\text{ци}} \approx 5 \text{ ГэВ}$  в СПИР.)

При более высоких энергиях измерения полного сечения аннигиляции  $e^+e^- \rightarrow \text{адроны}$ , проведенные в СИА<sup>6</sup> и подтвержденные в СПИР<sup>7</sup>, дают примерно постоянное полное сечение  $\sigma_{\text{tot}} \approx 20 \text{ нбарн}$  при  $E_{\text{ци}}$  от  $3 \text{ ГэВ}$  до  $E_{\text{ци}} \approx 4,8 \text{ ГэВ}$ . При наивысшей энергии это соответствует полному сечению, примерно в 5 раз большему, чем сечение рождения мюонных пар:  $R \approx 5$ .

В СПИР был также получен ряд весьма предварительных результатов относительно спектра образующихся адронов<sup>7</sup>. Эти результаты кратко могут быть сформулированы следующим образом:

а) Инклузивное сечение  $E d\sigma/d^3p$  рождения заряженных адронов с энергией  $E$  хорошо (с точностью  $\sim 20\%$ ) может быть описано экспонентой  $e^{-E/T}$  с  $T \approx 170 \text{ МэВ}$  при обеих энергиях  $e^+e^-$  пучков  $E_{\text{ци}} \approx 3 \text{ ГэВ}$  и  $E_{\text{ци}} \approx 4,8 \text{ ГэВ}$ . Выше  $E \approx 1,2 \text{ ГэВ}$  в кривой возникает перелом, который приводит к возрастанию сечения примерно в 3 раза к  $E \approx 1,7 \text{ ГэВ}$ .

б) Угловое распределение заряженных частиц (при  $|\cos \theta| < 0,5$ ) изотропно как при малых импульсах ( $p/p_{\text{max}} < 0,45$ ), так и при больших, при обеих энергиях  $E_{\text{ци}} = 3 \text{ ГэВ}$  и  $E_{\text{ци}} \approx 4,8 \text{ ГэВ}$ . Для угловых распределений, представленных в виде  $1 + \alpha \cos^2 \theta$ , были получены значения  $\alpha$  типа  $\alpha \approx 0,0 \pm 0,3$  (это число следует понимать как общую характеристику точности предварительных результатов).

в) Для импульсов адронов  $p < 0,6 \text{ ГэВ}$  в инклузивном спектре был выделен (с помощью измерения времени пролета) вклад заряженных пионов, заряженных  $K$ -мезонов и протонов. После того как для каждого из этих спектров была построена зависимость величины  $E d\sigma/d^3p$  от энергии, оказалось, что все они лежат на одной и той же экспоненциальной кривой для обеих энергий  $e^+e^-$  пучков  $E_{\text{ци}} = 3 \text{ ГэВ}$  и  $E_{\text{ци}} = 4,8 \text{ ГэВ}$ . Интегрирование этих спектров привело к следующему по порядку величины отношению протонов, каонов и пионов  $p : K : \pi = 1 : 10 : 100$ .

г) Из постоянства  $\sigma_{\text{tot}}$  и  $E d\sigma/d^3p$  в зависимости от полной энергии в сочетании с предполагаемой полной изотропией углового распределения и быстрым убыванием с  $E$  величины  $E d\sigma/d^3p$  следует, что множественность заряженных частиц  $\bar{n}_{\text{ch}}$  должна быть постоянной. Более прямые измерения указывают на медленное возрастание  $\bar{n}_{\text{ch}}$  между  $E_{\text{ци}} = 3 \text{ ГэВ}$  и  $E_{\text{ци}} = 4,8 \text{ ГэВ}$  ( $\bar{n}_{\text{ch}} \approx 4$  и возрастает на  $\Delta \bar{n}_{\text{ch}} \approx 0,5$ ).

д) Постоянство  $\sigma_{\text{tot}}$  и  $E d\sigma/d^3p$  в зависимости от полной энергии в сочетании с изотропией углового распределения и соотношением  $E d\sigma/d^3p \sim e^{-E/T}$  означало бы, что полная средняя энергия заряженных адронов в конечном состоянии не зависит от  $E_{\text{ци}}$ . Иначе говоря, доля начальной энергии, выделившаяся в заряженных адронах, является убывающей функцией от  $E_{\text{ци}}$ . Эксперимент более непосредственный, чем вышеупомянутый аргумент, указывает, что эта доля убывает от  $\approx 2/3$  при  $E_{\text{ци}} \approx 3 \text{ ГэВ}$  до  $\approx 1/2$  при  $E_{\text{ци}} = 4,8 \text{ ГэВ}$ . Точное число, связанное с этим «энергетическим кризисом», слабо зависит от моделей рождения, так как вырезаемый измерительной аппаратурой телесный угол  $\approx 2\pi$ .

е) Вышеупомянутые результаты, столь характерные для чисто адронных процессов, могли бы побудить к интерпретации данных в терминах двухфотонного механизма  $e^+e^- \rightarrow e^+e^- + \text{адроны}$ , когда электрон и позитрон испускают по виртуальному фотону, при столкновении которых возникают адроны. Однако имеются некоторые экспериментальные факты, указывающие на то, что менее  $\sim 10\%$  событий может быть обусловлено двух-

фотонным механизмом. Мониторы светимости в установке СПИР, расположенные вблизи  $\theta = 0^\circ$  и чувствительные к  $e^+$  и  $e^-$ , не показывают совпадения с мультиадронными реакциями, за исключением нескольких компланарных  $e^+e^-$  и  $\mu^+\mu^-$ -пар с малыми эффективными массами, в согласии с теоретическими ожиданиями: улучшенные измерения двухфотонного вклада будут возможны в 1975 г: в СПИР и в новых  $e^+e^-$ -кольцах ДОРИС в ДЭЗИ \*).

ж) Для эксклюзивных каналов измерения при высоких энергиях существуют только во Фраскати <sup>8</sup>. При  $E_{\text{ци}} \approx 2,1 \text{ ГэВ}$  полные сечения аннигиляции  $e^+e^-$  в конечные состояния  $\pi^+\pi^-$ ,  $K^+K^-$  и  $\bar{p}p$  сравнимы и форм-факторы одного порядка

$$|F_\pi|^2 \approx |F_K|^2 \approx 0,02, \quad |F_{p\bar{p}}|^2 \approx 0,014.$$

### 3 ОБЩИЕ СООБРАЖЕНИЯ ПО ПОВОДУ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

а) «Экзотические» объяснения. Хотя весьма вероятно, что мультиадронное рождение идет путем обмена одним времениподобным виртуальным фотоном, важно также проверить другие возможности. Двухфотонная гипотеза наталкивается на трудности при сравнении с экспериментом. Но даже если бы это и не было так, наблюдаемое сечение по крайней мере на порядок величины больше, чем следовало бы ожидать в этом случае по модели векторной доминантности. Гипотеза о прямом взаимодействии электронов с адронами («нульфотонный процесс») через новое полуслабое взаимодействие должна ответить на следующие вопросы: 1) Будут ли большие нарушения масштабно-инвариантного поведения в электророждении при сравнимых значениях  $Q^2 \sim 10-25 \text{ ГэВ}^2$ ? 2) Почему нет такого взаимодействия у нейтрино? 3) Если подобное взаимодействие есть у мюонов, повлияет ли оно на распады  $\eta \rightarrow \mu^+\mu^-$ ,  $\eta \rightarrow e^+e^-$  и  $K_L \rightarrow \mu^+\mu^-$  и повлияет ли на сдвиг уровней в мю-мезонных атомах?

Гринберг и Йод <sup>9а</sup> и Нанопулос и Влассопулос <sup>9б</sup> приписали электрону полностью адронные свойства и утверждали, что наблюдаемый эффект есть «дифракционное рассеяние»; они предположили резкий пик вперед в угловом распределении адронов. Так как любой объект, обмениваемый в  $t$ -канале или  $u$ -канале амплитуды  $e^+e^- \rightarrow$  адроны, переносит лептонное число, этот процесс сильно отличается от обычного адронного процесса. (Он, по-видимому, гораздо более локален в пространстве прицельных параметров.) Всякое сходство такого нульфотонного процесса с обычной адронной физикой чисто случайно.

В рамках механизма однофотонного обмена также существуют «экзотические» объяснения такие, как рождение тяжелых лептонных пар, распадающихся преимущественно на многоадронные состояния, или же рождение любых пар заряженных неадронных объектов (особенно  $J = 1$ -бозонов), которые, однако, распадаются преимущественно в адроны. Для такой гипотезы хорошей проверкой является строгое постоянство  $\bar{p}$  с растущей  $E_{\text{ци}}$  и (при высоких  $E_{\text{ци}}$ ) точное скейлинговое поведение инклюзивного распределения.

В дальнейшем мы не будем рассматривать «экзотичные» альтернативы. Таким образом, мы будем предполагать, что измеряемая на опыте величина (с точностью до поправочных членов) — это квадрат матричного элемента оператора адронного электромагнитного тока между вакуумом и соответствующими конечными адронными состояниями.

\* ) ДЭЗИ (DESY — Deutsches Elektronen Synchrotron) — Германский электронный синхротрон в Гамбурге (ФРГ), ДОРИС — строящиеся там же накопительные электронные и позитронные кольца.

б) Следствия из  $\sigma_{\text{tot}} \sim \text{const}$ . Если  $\sigma_{\text{tot}}$  продолжает оставаться постоянным  $\sim 20 \text{ нбарн}$  при растущей  $E_{\text{ци}}$ , то вклад адронной поляризации вакуума в фотонный пропагатор становится большим и квантовая электродинамика, использующая теорию возмущений, оказывается несостоятельной. Это обсуждается подробнее в п. ж) гл. 4 и гл. 8. Однако в любом случае большое значение  $R$  может привести к измеримым поправкам к  $\mu^+\mu^-$ -рождению и к сечению рассеяния  $e^+e^-$  (рассеяние Баба).

Например, если бы  $\sigma_{\text{tot}}$  осталось постоянным вплоть до  $E_{\text{ци}} \approx 50 \text{ Гэв}$ , то поправка к сечению Баба при  $90^\circ$  для  $E_{\text{ци}} \approx 8 \text{ Гэв}$  составила бы  $\sim 3\%$ .

в) Далекий скейлинг? Многие теоретики выдвигали идею о том, что скейлинговое поведение для  $\sigma_{\text{tot}}$  существует ( $R = \text{const}$ ), но что приближение к скейлингу медленное («senile» — «дряхлый скейлинг»), по крайней мере примерно в 20 раз медленнее, чем приближение к скейлингу в электророждении. Однако возможно также, что скейлинговое поведение существует при  $2 \text{ Гэв}^2 \leq q^2 \leq 10 \text{ Гэв}^2$  (например,  $R$ -константа  $\sim 2$  и инклузивный спектр имеет скейлинговый вид). Основная область пространственных  $Q^2$ , для которых установлено скейлинговое поведение, именно такого порядка. Тогда то, что мы проскочили (в смысле эксперимента) «скейлинговую» область  $2 < q^2 < 10 \text{ Гэв}^2$  в  $e^+e^-$ -аннигиляции, едва заметив ее, является свидетельством моци техники встречных пучков в достижении высоких энергий. В соответствующей времениподобной области имеются только данные Фраскати для  $\sigma_{\text{tot}}$ , с большим разбросом экспериментальных точек, и пока еще нет ни одного измерения инклузивного спектра.

г) «Энергетический кризис». Как упоминалось выше, в нейтральные частицы уходит большая доля энергии, чем наивно можно было ожидать из одинакового рождения  $\pi^0$ ,  $\pi^+$  и  $\pi^-$ , когда отношение (нейтральная энергия)/(заряженная энергия)  $\approx 0,5$ . При  $E_{\text{ци}} \approx 3 \text{ Гэв}$  данные находятся в грубом согласии с этой оценкой. Однако это отношение примерно равно единице (с ошибками  $\sim 20\%$ ) при  $E_{\text{ци}} \approx 4,8 \text{ Гэв}$ . Прежде чем делать отсюда далеко идущие выводы, важно заметить, что в чисто аннигиляционном процессе  $\bar{p}p \rightarrow$  мезоны (без барионов) также имеется излишек<sup>10</sup>

$$\left( \frac{\text{нейтральная энергия}}{\text{заряженная энергия}} \right)_{\bar{p}p} \sim 0,7$$

при  $10 \leq s \leq 15 \text{ Гэв}^2$ .

Столь большой излишек может быть объяснен, если предположить, что инклузивное рождение  $\eta$  сравнимо с инклузивным рождением каонов (или пионов), так как более 80 % энергии при  $\eta$ -распаде идет в нейтральные каналы. Но энергетическая зависимость экспериментального эффекта остается необъясненной особенно потому, что отношение  $K/\pi$  (при фиксированной адронной энергии) не сильно зависит от  $E_{\text{ци}}$ , а каоны должны рождаться парами. Таким образом, объяснение, основанное на энергетической зависимости  $\eta$ -рождения как следствия порогового эффекта, становится затруднительным.

Однако после учета эффекта  $\eta$ -рождения величина остаточного «энергетического кризиса» довольно мала и может быть даже исчезнет вовсе в результате производящегося сейчас более тщательного анализа данных.

д) Отношения выходов частиц. Везде, где измерялось отношение рождаемых  $\pi : K : p$  при той же адронной энергии, оно оказалось порядка единицы. Это можно рассматривать как естественное след-

ствие статистико-гидродинамической картины процессов генерации<sup>11, 12</sup>. Бу-  
дучи обобщено на случаи инклузивных процессов с большими конечны-  
ми энергиями (в сочетании с идеями «дuality» или «соответствия»<sup>13, 14</sup>),  
такое утверждение означало бы, однако, что отношение эксклюзивных  
 $pp$ - и пл-сечений также должно быть порядка единицы везде, т. е. форм-  
фактор пиона  $F_\pi(q^2)$  и магнитный форм-фактор протона  $G_{M_p}(q^2)$  должны  
иметь одинаковую зависимость от  $q^2$ . Это не находится в согласии с теоре-  
тическими идеями (или экспериментальными тенденциями), предпола-  
гающими, что  $F_\pi \gg G_{M_p}$  при больших  $q^2$ \*). Например, при  $F_\pi \sim$   
 $\sim (1 - q^2/m_p^2)^{-1}$  и  $G_{M_p} \sim (1 - q^2/0,7)^{-2}$  отношение  $pp/\text{пл}$  упадет при-  
мерно в 5 раз при изменении  $q^2$  от  $10 \text{ Гэв}^2$  до  $q^2 \approx 25 \text{ Гэв}^2$  и примерно  
в 25 раз от энергии Фраскати ( $q^2 \approx 4,4 \text{ Гэв}^2$ , где  $pp/\text{пл} \sim 1$ ) до наиболь-  
ших энергий в СПИР.

е) Скейлинг в инклузивных процессах. Как  
будет описано ниже, ряд теоретических идей приводит к заключению, что  
зависимость  $(E/\sigma_{\text{tot}})(d\sigma/d^3p)$  от  $E$  должна иметь масштабно-инвариантный  
вид (одновременно с  $\sigma_{\text{tot}} \sim 1/q^2$ ), т. е.

$$q^2 E_{\text{max}} \left( \frac{d\sigma}{dE} \right) = f \left( \frac{E}{E_{\text{max}}} \right). \quad (4)$$

Когда  $q^2 E d\sigma_{\text{max}}/dE$  представлено в зависимости от  $\omega = E/E_{\text{max}}$ , прибли-  
женное скейлинговое поведение в действительности наблюдается при  $\omega \geq 0,45$ . Кроме того, вид структурной функции при  $q^2 \sim 10 \text{ Гэв}^2$  (где  $R \sim 2$   
и отношение энергии нейтральных частиц к энергии заряженных  
частиц  $\sim 0,5$ ) находится в грубом согласии с теоретическими ожиданиями,  
 $\sim 2(1 - \omega)$ <sup>15</sup>. Этот результат может указывать на двухкомпонентный  
характер явления, когда рост  $R$  есть следствие нового процесса, в котором  
рождаются только адроны низкой энергии. Однако в скейлинговой гипоте-  
зе в общем случае также предполагается неизотропное угловое распре-  
деление (типа  $1 + \cos^2 \theta$ ) энергичных адронов \*\*). Ни следа подобной  
угловой зависимости не обнаружено даже при более высоких энергиях,  
что затрудняет обоснование этой двухкомпонентной гипотезы, если только  
не присутствует большой вклад продольных фотонов (которого нет в про-  
цессе электророждения). Однако здесь нужно проявлять некоторую осто-  
рожность, так как данные предварительные, а измерения весьма тонкие,  
требующие хорошего знания эффективности детекторов как функции угла.

#### 4. ПОЛНОЕ СЕЧЕНИЕ АННИГИЛЯЦИИ $e^+e^-$ В АДРОНЫ. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОЖИДАНИЯ

Хорошо известно, что в однофотонном приближении полное сечение  
аннигиляции  $e^+e^-$  в пару невзаимодействующих частиц со спинами  $1/2$   
или  $0$  при больших энергиях пучка  $E$  (т. е.  $E \gg$  масс всех частиц) про-  
порционально  $1/s$ , где  $s = q^2 = 4E^2$ . Именно, в случае аннигиляции пары  
 $e^+e^-$  в пару фермионов со спином  $1/2$  (например,  $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ )

$$\sigma_{\text{ann}} = \frac{4\pi\alpha^2}{3} \frac{1}{s}, \quad (2)$$

\*) Нужно заметить, однако, что экспериментально мы знаем протонный форм-  
фактор в основном при  $q^2 < 0$ , а пионный — при  $q^2 > 0$ . Таким образом, если асимпто-  
тическое поведение форм-факторов различно во времениподобной и пространственно-  
подобной областях, то может быть так, что  $F_\pi \sim G_{M_p}$  асимптотически. Эта проблема  
будет обсуждаться более подробно в гл. 9.

\*\*) Нарушение скейлинга, обусловленное тем, что  $E_{\text{ЦИ}}$  еще мало, уменьшает  
анизотропию в угловом распределении. Грубая оценка дает распределение вида  $1 +$   
 $+ (1/2) \cos^2 \theta$  при  $E_{\text{ЦИ}} \approx 3 \text{ Гэв}$ .

а для аннигилляции  $e^+e^-$  в пару бозонов со спином 0

$$\sigma_{\text{ann}} = \frac{\pi\alpha^2}{3} \frac{1}{s}. \quad (2')$$

Существует <sup>16-21</sup> ряд аргументов и доказательств, основанных на различных подходах, утверждающих, что такой тип асимптотической зависимости полного сечения аннигилляции  $e^+e^- \rightarrow$  адроны  $\sigma_{\text{tot}} \sim 1/s$  сохранится и при учете сильных взаимодействий, если только «голые» частицы, входящие в лагранжиан электромагнитного взаимодействия адронов, имеют спины 0 и  $1/2$ . Мы рассмотрим эти доказательства последовательно.

а) Соображения размерности и использование метода Вильсона разложения произведения операторов на малых расстояниях. Из соображений размерности, считая, что при больших массах виртуального фотона  $q^2$  в теорию не входят никакие размерные постоянные, с очевидностью следует  $\sigma_{\text{tot}} \sim 1/s$ . Этот же результат может быть получен <sup>18</sup> с помощью метода Вильсона <sup>22</sup>. Полное сечение  $\sigma_{\text{tot}}$  может быть представлено в виде

$$\sigma_{\text{tot}} = -\frac{8\pi^2\alpha^2}{3q^4} \int \langle 0 | [j_\mu(x), j_\mu(0)] | 0 \rangle e^{iqx} d^4x, \quad (3)$$

где  $j_\mu(x)$  — электромагнитный ток адронов. При больших  $q^2$  в силу условия причинности в интеграле (3) в с. ц. и. играют роль значения  $x \leq 1/q_0 = 1/\sqrt{q^2}$ . Согласно Вильсону, поведение  $\sigma_{\text{tot}}$  при  $q^2 \rightarrow \infty$  определяется размерностью произведения операторов тока. Поскольку, по причине сохранения заряда, размерность операторов тока не может изменяться за счет взаимодействия, то  $\langle 0 | [j_\mu(x), j_\mu(0)] | 0 \rangle_{x \rightarrow 0} \sim x^{-6}$  и  $\sigma_{\text{tot}} \sim 1/s$ . Заметим, что в случае глубоко неупругого электророждения аналогичные соображения, основанные на анализе существенной в этом процессе пространственно-временной области, приводят <sup>23</sup> к поведению полного сечения поглощения виртуального фотона с массой  $\sqrt{-q^2}$  на нуклоне  $\sigma_{\gamma N}(q^2, v) \leq 1/|q^2|$ , согласующемуся с экспериментальными данными по  $ep$ -рассеянию. Отметим здесь одно интересное соотношение, полученное Крютером <sup>24,25</sup> и основанное на обсуждавшемся выше предположении о поведении операторов поля на малых расстояниях. Это соотношение связывает низкоэнергетический параметр — константу  $S$  распада  $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$  с высокоэнергетическими параметрами и имеет вид

$$3S = KR'.$$

Здесь <sup>3</sup>  $R'$  — величина, аналогичная  $R = \sigma(e^+e^- \rightarrow \text{адроны})/\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)$  и отличающаяся от  $R$  лишь тем, что вместо векторного адронного тока в  $R'$  входит аксиальный ток,  $K$  — константа, определяющая величину разности сечений рассеяния электронов, поляризованных вдоль и против пучка в глубоко неупругом рассеянии электронов на поляризованных по пучку протонах <sup>16</sup>. Хотя величина  $R'$  непосредственно не изменяется экспериментально, можно думать, однако, что она близка к  $R$ , поскольку равенство  $R = R'$  является необходимым условием сходимости первого правила сумм для спектральных функций Вайнберга <sup>26</sup>.

б) Доказательство, основанное на рассмотрении швингеровского члена в коммутаторе токов <sup>17</sup>. Используя только лоренц-инвариантность, условие спектраль-

ности и сохранение тока, можно получить следующее правило сумм:

$$\int_0^\infty \sigma_{\text{tot}}(q^2) q^2 dq^2 = -i 16\pi^3 \alpha^2 \int x_i \langle 0 | [j_0(x), j_i(0)] | 0 \rangle_{x_0=0} d^3x, \quad (4)$$

связывающее интеграл от  $\sigma_{\text{tot}}$  по  $q^2$  с одновременным коммутатором временной и пространственной компонент токов (так называемым швингеровским членом). Этот коммутатор квадратично расходится в теориях, в которых  $j_\mu(x)$  является током заряженных фермионов со спином 1/2 и/или бозонов со спином 0. Отсюда следует, что интеграл в левой части (4) также квадратично расходится, т. е.  $\sigma_{\text{tot}}(s) \sim 1/s^*$ .

в) Партонная модель<sup>19-21</sup>. В партонной модели аннигиляции  $e^+e^- \rightarrow$  адроны происходит таким образом, что сначала  $e^+e^-$  аннигилируют в невзаимодействующую пару партон — антипартон, которая затем переходит в различные адронные состояния. Возможность такого описания основывается на уже ранее отмечавшемся обстоятельстве, что существенные времена, в течение которых партон следует рассматривать как свободную частицу (для того, чтобы использовать результаты вычислений  $\sigma_{\text{tot}}$  для свободных полей), порядка  $\tau \sim q_0^{-1}$  сравнительно с временем жизни партона  $T \sim 1/M_{\text{эфф}}$ . Предполагается, что значения эффективных масс партонов не растут с энергией (или растут, но медленно), так что  $\tau \ll T$ . Некоторым подтверждением малости взаимодействия, «одевающего» партон с импульсом  $\sim q_0$  в течение времени  $\tau \sim q_0^{-1}$ , является масштабно-инвариантный характер данных по электророждению, где «одевание» партона явно мало за время  $\tau' \sim \omega^{-1}$  ( $\omega$  — безразмерная переменная, значения которой в процессе электророждения обычно порядка 2  $\div$  20).

Следует отметить, однако, что сейчас нет ясного понимания динамики партонной модели и что разная кинематика в процессах электророждения и аннигиляции может привести к различным результатам для этих двух процессов. Оставляя эти сомнения в стороне, мы получаем в партонной модели предсказание

$$R = \frac{\sigma_{\text{tot}}}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)} = \sum_{i, s=1/2} Q_i^2 + \frac{1}{4} \sum_{k, s=0} Q_k^2, \quad (5)$$

где  $Q_i, Q_k$  — заряды партонов со спинами 1/2 и 0 соответственно. Отсюда следует для обычных кварков  $R = 2/3$ , для «цветных» кварков<sup>27</sup>  $R = 2$ , для модели с тремя квартетами кварков с дробными зарядами<sup>28</sup>  $R = 10/3$ . Все эти значения противоречат экспериментальным данным.

В модели Хана — Намбу<sup>29, 30</sup> с тремя триплетами кварков с целочисленными зарядами (0, -1, -1), (1, 0, 0), (1, 0, 0)  $R = 4$  в приближенном согласии с имеющимися экспериментальными данными. Можно ожидать<sup>31</sup>, что при низких энергиях ( $q^2 \ll 15 \text{ ГэВ}^2$ ) «цветные» степени свободы будут «вымерзать». Поскольку все адронные состояния являются «цветными» синглетами, то при таких энергиях будет действовать лишь синглетная часть электромагнитного тока, которая дает значение  $R = 2$ ,

<sup>\*</sup>) Следует отметить, что в теории, в которой электромагнитный ток является током кварков, правая часть (4) выражается через матричный элемент  $\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \langle 0 | \psi^+(x + \epsilon) \gamma^\mu \psi(x) | 0 \rangle$ ,

который может быть представлен в виде интеграла от спектральной функции представления Челлена — Лемана для пропагатора кварка. В спектральную функцию вносят вклад только физические состояния с квантовыми числами кварков. Следовательно, параметр обрезания должен быть выбран большим масс физических кварков. В этом случае приведенное в тексте рассмотрение может не иметь отношения к существующим энергиям.

согласующееся с экспериментом. Согласование этой модели с экспериментом требует вместе с тем, чтобы в половине случаев аннигиляции в адроны при  $\sqrt{s} \approx 4 - 5$  рождались «цветные» состояния, распадающиеся в обычные адроны с испусканием либо  $\gamma$ -квантов, либо лептонных пар. Поэтому с точки зрения этой модели ситуацию, названную в гл. 3 «энергетическим кризисом», если его приписывать избытку энергии, уносимой  $\gamma$ -квантами или нейтрино, можно только приветствовать. Такая «цветная оттепель» должна приводить к аналогичному увеличению (примерно вдвое по сравнению с их масштабно-инвариантными значениями) структурных функций в глубоко неупругом электророждении. Предварительные данные измерений реакции  $\mu^+p \rightarrow \mu + \text{адроны}$  при  $E_\mu = 150 \text{ ГэВ}$  и  $Q^2 = 30 \text{ ГэВ}^2$ , выполненных в НАЛ, показали вместо этого 30%-ное уменьшение.

Можно, конечно, рассмотреть более сложные модели с большим числом夸克ов и получить согласие экспериментальных значений  $R$  с теорией. (Например, 3 квартета夸克ов с целыми зарядами дают  $R = 6$ ). Но право на существование такие модели получат лишь в том случае, если они смогут успешно объяснить также ряд других явлений.

В ряде работ <sup>32-34</sup> для объяснения поведения полного сечения  $e^+e^- \rightarrow \text{адроны}$  в рамках партонной модели было предположено, что партоны обладают форм-фактором, который имеет резонансный характер типа  $\{q^2 - [\Lambda + i(\Gamma/2)]^2\}^{-1}$ . Это предположение противоречит основной идее партонного подхода — точечной природе партонов и локальной структуре электромагнитного тока. Тем не менее только эксперимент может решить, не должны ли мы на своем пути через ядра, нуклоны, партоны пройти еще один уровень в структуре адронов, прежде чем достигнем составляющих (партинно Вайскопфа), подобных лептонам по своим точечным свойствам. Но даже с помощью предположения о структуре партонов не так просто согласовать данные по глубоко неупругому электророждению и аннигиляции: необходимо, помимо конечного размера партонов, ввести его аномальный магнитный момент. Отсутствует также объяснение большого нарушения масштабной инвариантности в инклузивных процессах.

Обсудим теперь варианты теории, которые приводят к асимптотическим поведениям  $\sigma_{\text{tot}}$ , иным, чем  $\sigma_{\text{tot}} \sim 1/s$ .

г) Теория с заряженными сильно взаимодействующими векторными бозонами. Как хорошо известно, сечение аннигиляции  $e^+e^-$  в пару невзаимодействующих векторных бозонов с равным нулю аномальным магнитным моментом  $\kappa$  при  $E \rightarrow \infty$  ведет себя как константа (при  $\kappa \neq 0 \sigma \sim E^2$  при  $E \rightarrow \infty$ ). Поэтому естественно приписать наблюдаемое на опыте постоянство  $\sigma_{\text{tot}}$  вкладу в электромагнитный ток адронов заряженных векторных бозонов. Необычное  $\sigma(e^+e^- \rightarrow V^+V^-)$  при  $E \rightarrow \infty$  является следствием роста с энергией электромагнитных взаимодействий векторных бозонов (неперенормируемости электродинамики векторных бозонов). Так что весьма важно выяснить, не приведет ли точный учет сильных взаимодействий к зарезанию электромагнитных взаимодействий векторных бозонов и убыванию  $\sigma_{\text{tot}}$ . Если бы при точном учете сильных взаимодействий оказалось, что  $\sigma_{\text{tot}}(E)_{E \rightarrow \infty} \rightarrow \text{const}$ , то это означало бы, что сильные взаимодействия не обрезают роста электромагнитных взаимодействий векторных бозонов с вытекающими отсюда глубокими последствиями для теории. Исследование этого вопроса, проведенное путем рассмотрения швингеровского члена в коммутаторе токов, дало следующий результат <sup>35</sup> (при  $\kappa = 0$ ):

$$\sigma_{\text{tot}} = \frac{\text{const}}{s^\gamma}, \quad 0 \leq \gamma \leq 1, \quad (6)$$

причем  $\gamma = 0$  соответствует тому, что голая масса  $V$ -бозона остается конечной (с точностью до логарифмических членов) при учете сильных взаимодействий.

Таким образом, теория с заряженными сильно взаимодействующими векторными бозонами в принципе может описать наблюдаемое на опыте поведение  $\sigma_{\text{tot}}(s)$ .

В работах<sup>36, 37</sup> было проведено исследование процесса  $e^+e^- \rightarrow \text{адроны}$ , в предположении, что векторные бозоны  $V^\pm$  являются партонами, и получены определенные результаты, в частности  $\sigma_{\text{tot}} \sim \text{const}$  при  $E \rightarrow \infty$  и угловое распределение адронов высокой энергии  $\sim 1 + \cos^2 \theta$ . При обсуждении этих результатов следует иметь в виду, что в таком подходе использование основной гипотезы партонной модели — предположения об отсутствии «одевания» партона за существенные времена  $\tau \sim q_0^{-1}$  — является весьма опасным из-за более сингулярного поведения амплитуд на малых расстояниях.

д) Теория векторной доминантности (VDM), основанная на алгебре полей<sup>38</sup>. В этой теории предполагается, что электромагнитный ток адронов пропорционален полю нейтральных векторных мезонов

$$j_\mu(x) = -\frac{m_V^2}{g_V} V_\mu(x). \quad (7)$$

Для  $\sigma_{\text{tot}}(s)$  и VDM был получен точный результат<sup>39-41</sup>

$$\sigma_{\text{tot}}(s)|_{s \rightarrow \infty} = \frac{\pi \alpha^2}{s} \frac{m_V^2}{s g_V^2} f(s), \quad (8)$$

где  $f(s)$  — убывающая функция  $s$ . Соотношение (8) явно противоречит экспериментальным данным, так что VDM в этой форме<sup>38</sup> должна быть, по-видимому, отвергнута. Были предприняты попытки<sup>42-47</sup> спасти VDM, вводя в теорию спектр масс векторных мезонов  $\rho(m_V^2)$ . Путем подбора зависимости  $\rho(m_V^2)$  от  $m_V^2$  можно добиться удовлетворительного описания экспериментальных данных по  $\sigma_{\text{tot}}(s)$ . Хотя при этом теория теряет основные привлекательные черты обычной VDM, но, возможно, новые идеи, связанные с дуальными моделями<sup>48, 49</sup>, могут оправдать введение большого числа частиц с  $J = 1$ .

е) Описание  $\sigma_{\text{tot}}$  с помощью модели с рождением большого числа различных бозонных резонансов<sup>50</sup>. В этом подходе можно получить хорошее описание экспериментальных данных по  $\sigma_{\text{tot}}$ . Здесь используется, однако, большое число неопределенных постоянных и приходится делать ряд предположений о форм-факторах бозонных резонансов.

Подводя итог различным теоретическим описаниям наблюдаемого на эксперименте поведения полного сечения аннигиляции  $e^+e^- \rightarrow \text{адроны}$ , следует сказать, что в настояще время не существует удовлетворительного объяснения роста  $R(E)$  с энергией, особенно если он будет продолжаться и при больших энергиях (за исключением, может быть, теории с заряженными векторными бозонами, которая, однако, требует дальнейших теоретических и экспериментальных исследований).

ж) До каких максимальных энергий может продолжаться рост  $R(E)$ ? Ответ на этот вопрос может быть получен с помощью представления Челлена — Лемана для функции

Грина фотона  $D(q^2)$ , из которого следует строгое неравенство <sup>51.</sup>

$$\frac{1}{\pi} \int_{m_{\min}^2}^{\infty} \frac{\operatorname{Im} D(q^2)}{|D(q^2)|^2 q^4} dq^2 \leq 1. \quad (9)$$

При выводе неравенства (9) использовалось только одно свойство представления Челлена — Лемана для  $D(q^2)$  — то, что  $D(q^2)$  является  $R$ -функцией в комплексной плоскости  $q^2$ . Поэтому условие (9) имеет место также и в том, более общем случае, когда  $D(q^2)$  представляется в виде дисперсионного соотношения с одним вычитанием вместо обычного безвычитательного.

Считая, что аннигиляция  $e^+e^- \rightarrow$  адроны идет за счет обмена одним фотоном, и пренебрегая вкладом лептонов в  $\operatorname{Im} D(q^2)$ , из формулы (9) получаем

$$\frac{\alpha}{3\pi} \int \frac{R(s)}{s} ds < 1. \quad (10)$$

В неравенстве (10) считается слабым только электромагнитное взаимодействие лептонов, а не адронов (однофотонное приближение). Поэтому полученное неравенство верно и в том случае, когда электромагнитное взаимодействие адронов растет с энергией (при этом в конечных состояниях при  $e^+e^-$ -аннигиляции могут с заметной вероятностью присутствовать  $\gamma$ -кванты, испущенные адронами).

Если принять для  $R(s)$  линейный рост с тем же наклоном, что и при существующих энергиях  $R(s) \sim s/5 m_{\text{нукул}}^2$ , то из (10) для максимально допустимого  $s = s_{\max}$  получится

$$\sqrt{s_{\max}} = 80 \text{ Гэв.} \quad (11)$$

В действительности можно ожидать прекращения роста  $R(s)$  при существенно меньших энергиях. Как обсуждалось ранее, быстрый рост  $R(s)$  с  $s$  означал бы, что сильные взаимодействия не обрезают роста электромагнитных взаимодействий адронов с энергией. Распространяя этот результат на виртуальные процессы, мы пришли бы к выводу о большом нарушении изотопической инвариантности во взаимодействиях адронов. Поскольку на опыте этого нет, естественно думать, что эффективный параметр  $(\alpha/\pi) R(s)$  ограничен значением порядка нарушения изотопической инвариантности  $(\alpha/\pi) R(s_{\max}) \lesssim (4-5) \cdot 10^{-2}$  и

$$\sqrt{s_{\max}} < 10 \text{ Гэв.} \quad (12)$$

Согласно этой оценке линейный рост  $R(s)$  должен прекратиться уже при энергиях, ожидаемых в СПИР и ДОРИС.

## 5. ИНКЛЮЗИВНАЯ АННИГИЛЯЦИЯ И ЭЛЕКТРОРОЖДЕНИЕ

Дифференциальное сечение инклузивного процесса с рождением при  $e^+e^-$ -аннигиляции одного выделенного адрона  $h$  с энергией  $E'$  и углом вылета  $\theta$  в системе ЦИ имеет в однофотонном приближении вид

$$\frac{d\sigma}{dE' d\Omega} = \frac{2\alpha^2}{q^4} \frac{mv}{\sqrt{q^2}} \sqrt{1 - \frac{m^2 q^2}{v^2}} \left[ 2\bar{w}_1(q^2, v) + \frac{v^2}{q^2 m^2} \left( 1 - \frac{q^2 m^2}{v^2} \right) \sin^2 \theta \bar{w}_2(q^2, v) \right], \quad (13)$$

где  $m$  — масса адрона,  $v = E_{\text{ЦИ}} E'$  и  $\bar{w}_1(q^2, v)$ ,  $\bar{w}_2(q^2, v)$  — функции инвариантов  $q^2, v$ , аналогичные функциям  $w_1$  и  $w_2$  в случае электророждения.

Из (13) для  $d\sigma/d\omega$ ,  $\omega = 2v/q^2 = 2E'/E_{\text{ци}}$  следует

$$\frac{d\sigma}{d\omega} = \frac{4\pi\alpha^2}{q^2} \omega m \sqrt{1 - \frac{4m^2}{q^2\omega^2}} \left[ \bar{w}_1(q^2, \omega) + \frac{\omega v}{6m^2} \left( 1 - \frac{4m^2}{q^2\omega^2} \right) \bar{w}_2(q^2, \omega) \right]. \quad (14)$$

Если есть масштабная инвариантность, то функции  $\bar{w}_1(v, q^2)$  и  $\bar{w}_2(q^2, v)$  имеют вид<sup>52, 20</sup>

$$\begin{aligned} \bar{w}_1(q^2, v) &= \frac{1}{m} \bar{F}_1(\omega), \\ \bar{w}_2(q^2, v) &= \frac{m}{v} \bar{F}_2(\omega). \end{aligned} \quad (15)$$

Экспериментальные данные, обсуждавшиеся в гл. 2, показывают, что в процессе  $e^+e^- \rightarrow h^\pm + \text{all}$  при  $10 < q^2 < 25 \text{ ГэВ}^2$  и  $\omega < 0,45$  масштабная инвариантность отсутствует. С другой стороны, в электророждении на нуклонах при  $|q^2| < 15 \text{ ГэВ}^2$  и  $\omega = -2q^2/v > 1,5$  масштабная инвариантность установлена с хорошей точностью. Поэтому мы начнем рассмотрение инклузивных процессов с обсуждения связи между инвариантными функциями в процессах инклузивной аннигиляции и электророждения.

Связь между сечением инклузивной  $e^+e^-$ -аннигиляции с рождением одного протона и сечением электророждения на протоне вытекает из рассмотрения амплитуды рассеяния виртуального квanta с начальным импульсом  $q_1$  и конечным  $q_2$  на протоне с начальным импульсом  $p_1$  и конечным  $p_2$   $T_{\mu\nu}(s, u, t, q_1^2, q_2^2)$ , где  $s, t, u$  — обычные мандельштамовские переменные:  $s = q_1^2 + 2v + m^2$ ,  $u = q_1^2 - 2v + m^2$ ,  $t = (q_1 - q_2)^2$ . Сечение электророждения выражается через функции

$$w_{\mu\nu}(q^2, v) = \frac{1}{2i} [T_{\mu\nu}(s + ie, u, 0, q^2, q^2) - T_{\mu\nu}(s - ie, u, 0, q^2, q^2)] \quad (16)$$

при  $q^2 < 0$ ,  $s \geq m^2$ , а сечение инклузивной аннигиляции с рождением протона с импульсом  $p$  через функцию<sup>53</sup>

$$\begin{aligned} \bar{w}_{\mu\nu}(q^2, v) &= \frac{1}{2i} [T_{\mu\nu}(s, u + ie, 0, q^2 + ie_1, q^2 - ie_1) - \\ &\quad - T_{\mu\nu}(s, u - ie, 0, q^2 + ie_1, q^2 - ie_1)] \end{aligned} \quad (17)$$

при  $u > m^2$ .

Как следует из (16), (17), функция  $\bar{w}_{\mu\nu}(q^2, v)$ , вообще говоря, не может быть получена из  $w_{\mu\nu}(q^2, v)$  путем аналитического продолжения в силу

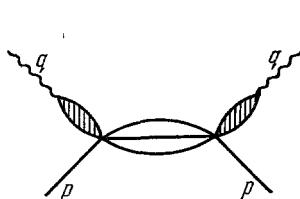


Рис. 1.

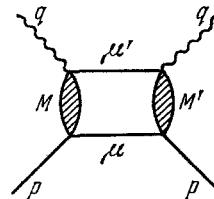


Рис. 2.

разных знаков мнимых добавок к квадратам масс двух фотонов. (Наличие разных скачков — по  $s$  и  $u$  — в (16), (17) не является трудностью при аналитическом продолжении благодаря соотношению кроссинг-симметрии). На диаграммах невозможность получения  $\bar{w}_{\mu\nu}(q^2, v)$  и  $w_{\mu\nu}(q^2, v)$  с помощью аналитического продолжения можно увидеть, рассматривая, например, диаграммы рис. 1 и 2 (и им кроссинг-симметричные).

Функция  $w(q^2, v)$ , соответствующая диаграмме рис. 1, в случае электророждения имеет вид

$$w(q^2, v) = \Phi^2(q^2) f(s), \quad (18)$$

тогда как отвечающая кроссинг-симметричной рис. 1 диаграмме функция  $\bar{w}(q^2, v)$  равна

$$\bar{w}(q^2, v) = |\Phi(q^2)|^2 f(u). \quad (19)$$

Известно, что задача определения модуля функции  $\Phi(q^2)$  на разрезе по ее значениям вне разреза математически некорректна, поскольку решение ее неустойчиво относительно малых изменений вне разреза. Задача еще более усложнится, если в качестве  $w$  и  $\bar{w}$  рассмотреть сумму выражений типа (18), (19) с разными промежуточными состояниями, т. е.

$$w(q^2, v) = \sum_i \Phi_i^2(q^2) f_i(s), \quad (18')$$

$$\bar{w}(q^2, v) = \sum_i |\Phi_i(q^2)|^2 f_i(u). \quad (19')$$

Очевидно, что выразить (19') через (18') с помощью соотношений типа дисперсионных нельзя. Аналогичное положение возникает, как было показано в работах <sup>54, 55</sup>, в диаграмме рис. 2 в тех случаях, когда массы частиц в вертикальных линиях  $M, M'$  и значения  $q^2$  таковы, что одновременно могут находиться на массовой поверхности частицы  $M, M', \mu', \mu$ , т. е. одновременно со скачком по  $s$  (или  $u$ ) отличен от нуля скачок по  $q^2$ . Физическим примером такой ситуации является инклюзивный спектр пионов, возникающих в процессе  $e^+e^- \rightarrow \omega +$  адроны с последующим распадом  $\omega \rightarrow 3\pi$ . Как показывает расчет <sup>54, 55</sup>, в случае диаграммы рис. 2 положение не улучшается, если ограничиться рассмотрением скейлинговой области ( $|q^2| \rightarrow \infty, v \rightarrow \infty, |q^2|/v = \text{const}$ ): и в этой области функции  $\bar{w}(\omega)$  и  $w(\omega)$  не являются аналитическим продолжением друг друга.

Из рассмотрения этих двух примеров следует, что прямая связь между  $\bar{w}(q^2, v)$  и  $w(q^2, v)$  в виде аналитического продолжения или выражение одной функции через другую с помощью соотношений типа дисперсионных принципиально невозможны. Это не исключает, однако, более сложных соотношений — типа правил сумм, — связывающих между собой интегралы от обеих функций \*).

Прямая связь между  $\bar{w}$  и  $w$  может, конечно, возникнуть в определенных моделях. Из таких модельных соотношений следует упомянуть два. В псевдоскалярной мезонной теории с обрезанием по поперечным импульсам (один из вариантов партонной модели) в скейлинговом пределе Дрелл, Леви и Ян получили следующее соотношение между определенными в (15) функциями  $\bar{F}_1(\omega), \bar{F}_2(\omega)$ , когда  $h = p$  (протон), и функциями  $F_1(\omega), F_2(\omega)$  для электророждения на протоне <sup>20</sup> (в электророждении  $\omega$  определено как  $\omega = 2v/Q^2, Q^2 = -q^2$ ):

$$\begin{aligned} \bar{F}_1(\omega) &= -F_1(\omega), \\ \bar{F}_2(\omega) &= F_2(\omega). \end{aligned} \quad (20)$$

Таким образом, в модели Дрелла — Леви — Яна значения  $\bar{F}_1(\omega), \bar{F}_2(\omega)$  для инклюзивной аннигиляции с рождением протона при  $0 \leq \omega \leq 1$

\*) Примеры таких соотношений для эксклюзивных реакций будут рассмотрены ниже в гл. 9.

получаются аналитическим продолжением из значений  $F_1(\omega)$ ,  $F_2(\omega)$  для электророждения на протоне при  $1 < \omega < \infty$ . (В случае инклюзивной аннигиляции с рождением бозона со спином 0 знаки в соотношениях (20) меняются на обратные.)

Грибов и Липатов<sup>56</sup>, суммируя в скейлинговом пределе в векторной и псевдоскалярной теории с нейтральным мезоном при малой константе связи члены порядка  $(g^2 \ln q^2)^n$ , нашли интересную связь между  $\bar{w}$  и  $w$ :

$$\bar{w}_1(\omega, q^2) = \frac{1}{\omega} w_1\left(\frac{1}{\omega}, q^2\right), \quad \bar{w}_2(\omega, q^2) = -\frac{1}{\omega} w_2\left(\frac{1}{\omega}, q^2\right) \quad (21)$$

(в модели Грибова — Липатова масштабная инвариантность отсутствует и предела (15) не существует,  $-2m^2\bar{w}_1 = \omega\bar{w}_2$ ). Следует, впрочем, отметить, что в модели Грибова — Липатова соотношение (21) имеет место только в том случае, если частица-мишень является также единственной виртуальной частицей, взаимодействующей с фотоном (т. е. его нет, например, в кварковой модели или в псевдоскалярной симметричной теории).

Были приведены соображения<sup>57</sup> в пользу того, что в скейлинговом пределе существует соотношение между функциями  $\bar{w}$  и  $w$  вблизи точки  $\omega = 1$ . Аргументация основывалась на рассмотрении диаграмм типа лесенки с точными пропагаторами в вертикальных линиях и точными вершинными функциями в узлах (диаграмма рис. 2 является простейшей диаграммой этого класса). В этом приближении было показано, что если  $F_1(\omega)$  при  $\omega \rightarrow 1$  имеет вид

$$F_1(\omega) \rightarrow A(\omega - 1)^p, \quad (22)$$

то

$$\bar{F}_1(\omega) \rightarrow A(1 - \omega)^p. \quad (23)$$

(для  $\bar{F}_2$  в (23) возникает знак минус).

Как известно, в глубоко неупругом электророждении зависимость (22) при  $\omega \rightarrow 1$  следует из партонной модели<sup>58</sup> или из соображений о гладком смыкании резонансной области со скейлинговой<sup>14в</sup>, причем тогда  $p = -2n - 1$ , где  $n$  — степень спадания упругого форм-фактора  $G(q^2) \sim \sim (1/q^2)^n$ .

Переходя к обсуждению в свете сказанного выше экспериментальных данных, о которых шла речь в начале настоящей главы, следует прежде всего отметить, что по кинематическим причинам масштабная инвариантность (скейлинг) при существующих энергиях может проверяться только для пионов. Необходимое условие скейлингового поведения состоит в том, что энергия испускаемого адрона в системе центра инерции должна быть велика по сравнению с его массой покоя\*). Это условие, выраженное через масштабную переменную  $\omega$ , означает, что для того чтобы имела место масштабная инвариантность,  $\omega$  должно быть много больше  $m/\sqrt{q^2}$ . Поэтому есть следующие возможности объяснения наблюдаемого нарушения (скейлинга) в инклюзивной аннигиляции:

а) Скейлинг есть в электророждении и  $e^+e^-$ -аннигиляции, но подход к нему для реакций с выделенным пионом более медленный, чем для реакций с выделенным нуклоном.

б) Скейлинг есть как в  $e\bar{h} \rightarrow e + \text{all}$ , так и в  $e^+e^- \rightarrow h$ , но подход к нему значительно более медленный в случае инклюзивной аннигиляции (особенно при малых  $\omega$ ). Как отмечалось выше, это, очевидно, имеет место для  $h = K, p...$  только из-за кинематики.

\*). Для пионов  $E_\pi$  должно быть также велико по сравнению с характерным импульсом  $\sim 0,4 \text{ ГэВ}$ , соответствующим конечному размеру адрона.

в) Скейлинг есть в  $ep \rightarrow e + \text{all}$ , но отсутствует в  $e^+e^- \rightarrow h$ .

г) Скейлинга нет ни в инклузивной аннигиляции, ни в электророждении (это означает, что в электророждении он исчезает при переходе к большим значениям  $q^2$  и  $v$ ).

## 6. АРГУМЕНТЫ ЗА И ПРОТИВ СКЕЙЛИНГА В ИНКЛЮЗИВНЫХ СПЕКТРАХ

В пользу масштабно-инвариантной формы инклузивных спектров было выдвинуто много аргументов. Первый из них основывается на партонной модели. Однако гипотеза партонной фрагментации (уравнение (1)), которая приводит к скейлингу, не более как гипотеза. За нее говорит наличие скейлинга в инклузивных адронных спектрах в процессе электророждения, но данные существуют лишь для сравнительно небольших  $Q^2$ .

Другой аргумент в пользу скейлинга в инклузивной  $e^+e^-$ -аннигиляции в адроны опирается на сходство кинематической и диаграммной структуры эффективных сечений реакций  $e^+e^- \rightarrow h + \text{адроны}$  и  $e^- + h \rightarrow e^- + \text{адроны}$ . Этот вопрос обсуждался в гл. 5.

Довольно ясно, однако, что структурные функции  $vw_2$  и  $w_1$  для электророждения (выражающиеся через  $\langle p | [j_\mu(x), j_\nu(0)] | p \rangle$ ) динамически имеют значительно больше общего с сечением  $\sigma_{\text{tot}}(e^+e^- \rightarrow \text{адроны})$ , которое пропорционально  $\langle 0 | [j_\mu(x), j_\mu(0)] | 0 \rangle$ . Сходство этих величин состоит в том, что обе они определяются поведением коммутаторов тока вблизи светового конуса. (Существует также различие между этими двумя величинами: в  $\sigma_{\text{tot}}$  существенны малые расстояния вдоль светового конуса  $z \sim 1/q_0$ , а в  $vw_2$ ,  $w_1$  расстояния вдоль светового конуса порядка обратных адронных масс  $z \sim \omega/m$ ,  $\omega > 1$ ).

Третий аргумент<sup>59</sup> в пользу скейлинга в инклузивной  $e^+e^-$ -аннигиляции основывается на том, что инклузивные структурные функции  $\bar{w}_1$  и  $\bar{w}_2$  могут быть выражены через величину

$$\begin{aligned} \bar{w}_{\mu\nu}(v, q^2) &= \\ &= \int d^4x d^4y d^4z e^{ip(x-y)} e^{iqz} \langle 0 | R\{j_\mu(z), \eta_\alpha(x)\} R\{\bar{\eta}_\beta(y), j_\nu(0)\} | 0 \rangle (\hat{p} + m)_{\alpha\beta}, \end{aligned} \quad (24)$$

где  $\eta(x)$  — источник адронного поля \*) и  $R$  обозначает запаздывающий коммутатор. Рассмотрение экспоненциальных множителей в (24) указывает на то, что существенной областью в подынтегральном выражении является область вблизи светового конуса  $z^2 \sim 1/q^2 \sim 0$ . Однако эти экспоненциальные множители умножаются в (24) на весьма сложные функции, и возможность компенсирующих осцилляций не может быть исключена. Более того, из одной доминантности светового конуса, без использования существенных дополнительных предположений, масштабная инвариантность инклузивного адронного спектра в  $e^+e^-$ -аннигиляции не следует. Это утверждение верно и для электророждения<sup>23</sup>, которое определяется выражением типа (24).

В противовес указанным выше аргументам в пользу масштабной инвариантности существуют аргументы против нее. Один из таких аргументов основан на рассмотрении в рамках квантовой теории поля приближения слабой связи, когда  $q^2 \ll 1$ , но  $g^2 \ln(q^2/m^2) \sim 1$ <sup>58, 60</sup>. В этом приближении функции  $w_{\mu\nu}(v, q^2)$  как для электророждения, так и для аннигиляции не имеют масштабно-инвариантного вида. Данный аргумент

\*) Формула (24) записана для того случая, когда выделенным адроном является фермion.

не является вполне убедительным, поскольку возникающий в этом подходе в теории с векторным глюоном рост  $w(\omega, q^2)$  с ростом  $|q^2|$  при фиксированном  $\omega$  является следствием роста взаимодействия на малых расстояниях и отражением известного факта внутренней противоречивости теории в этом приближении (пределный переход  $|q^2| \rightarrow \infty$  невозможен.) В теории с безмассовыми янг-миллсовскими калибровочными полями, с асимптотической свободой, можно ожидать отсутствия этой трудности и появления масштабной инвариантности (с точностью до логарифмических членов). Мы, однако, пока не умеем создавать массу у янг-миллсовских частиц в теориях с неабелевой группой симметрии иначе, как с помощью хиггсовского механизма, который уничтожает асимптотическую свободу и, по-видимому, должен разрушать масштабную инвариантность.

Другой аргумент против существования масштабно-инвариантного предела (15) для функций  $\bar{w}_1(v, q^2)$ ,  $\bar{w}_2(v, q^2)$  при  $q^2 \rightarrow \infty$ ,  $\omega = \text{const}$  основывается на рассмотрении следствий из гипотезы подобия в сильных взаимодействиях при наличии аномальных размерностей<sup>18, 61</sup>. Предположения, лежащие в основе этого подхода, и возникающие из них физические следствия будут рассмотрены ниже в гл. 7. Мы укажем здесь лишь один из результатов — правила сумм для функций  $\bar{w}_1$ ,  $\bar{w}_2$ :

$$\int_0^1 \omega^{j+1} \bar{w}_1(q^2, \omega) d\omega = f_1(j) (q^2)^{\rho(j)},$$

$$\int_0^1 \omega^{j+3} \bar{w}_2(q^2, \omega) d\omega = f_2(j) (q^2)^{\rho(j)-1}, \quad (25)$$

где  $f_1(j)$ ,  $f_2(j)$ ,  $\rho(j)$  — некоторые неизвестные функции  $j$ , причем, вообще говоря,  $\rho(j) \neq 0$ . Очевидно, что (25) может быть согласовано с (15), только если  $\rho(j) \equiv 0$ . Оба эти аргумента против масштабной инвариантности одинаково относятся как к электророждению, так и к  $e^+e^-$ -аннигиляции, в то время как наблюдаемое на опыте поведение структурных функций представляется различным в этих двух случаях.

Мы можем заключить, что аргументация, касающаяся скейлинга в инклузивной  $e^+e^-$ -аннигиляции, значительно менее надежна, чем аргументация в пользу скейлинга в  $\sigma_{\text{tot}}$  ( $e^+e^- \rightarrow \text{адроны}$ ) или в структурных функциях  $vw_2$  и  $w_1$  в электророждении.

Ряд авторов<sup>62, 63</sup> пытался объяснить нарушение масштабной инвариантности в  $\sigma_{\text{tot}}$ , рассматривая сначала инклузивный спектр и его скейлинговые свойства. Как отмечалось выше, мы не можем ожидать скейлинга в инклузивных процессах для значений  $\omega \lesssim m/\sqrt{q^2}$ . Поэтому при получении  $\sigma_{\text{tot}}$  путем интегрирования инклузивного спектра за счет вклада малых энергий возникает не масштабно-инвариантная часть  $\sigma_{\text{tot}}$ . Кроме того, аргументы относительно масштабно-инвариантного поведения инклузивного спектра менее доказательны, чем аргументы, используемые при доказательстве скейлинга в  $\sigma_{\text{tot}}$ . Скейлинг в инклузивном спектре является достаточным условием наличия скейлинга в  $\sigma_{\text{tot}}$ , но отнюдь не необходимым. Сопоставимая ситуация в электророждении состояла бы в попытках получить скейлинговое поведение для структурных функций  $vw_2$  и  $w_1$ , постулируя скейлинговое поведение инклузивного адронного спектра и определяя  $vw_2$  и  $w_1$  путем интегрирования его по импульсам выделенного адрона. Такой метод рассуждений представляется значительно менее надежным, чем обычное непосредственное рассмотрение, использующее свойства коммутаторов тока на световом конусе.

## 7. МОДЕЛИ

В настоящем разделе будут обсуждаться предсказания различных моделей для множественных и инклузивных процессов в  $e^+e^-$ -аннигиляции в адроны. Мы будем рассматривать такие физические характеристики множественных процессов: а) среднюю множественность; б) распределение по множественности; в) энергетические распределения в инклузивных процессах; г) угловые корреляции.

Будут рассмотрены следующие модели: 1) партонная модель; 2) модель основанная на гипотезе подобия в сильных взаимодействиях; 3) модель с сильно взаимодействующими заряженными векторными бозонами; 4) модель, использующая доминантность светового конуса (и некоторые другие предположения); 5) статистическая и гидродинамическая модели.

а) **Партонная модель.** Партонная модель (см., например, 2а, 19, 64, 65) не имеет точной формулировки, но включает в себя понятия о том, что 1) адроны состоят из некоторого числа точечных составляющих, и 2) для определенного класса процессов (опять не точно определенных, но включающих глубоко неупругое электророждение и нейтринные процессы) при вычислении сечений, просуммированных по всем конечным адронным состояниям, налетающий адрон высокой энергии можно рассматривать как пучок безмассовых (или с фиксированной малой массой), точечных, невзаимодействующих составляющих — партонов. Электромагнитное и слабое взаимодействие этих партонов дается элементарной связью по аналогии со взаимодействием лептонов. Эти гипотезы позволяют вычислить сечения таких процессов, как

$$e^\mp p \rightarrow e^\mp + \text{адроны}, \quad (26a)$$

$$\mu^\pm p \rightarrow \mu^\pm + \text{адроны}, \quad (26b)$$

$$v p \rightarrow \mu^- + \text{адроны и т. д.}, \quad (26v)$$

$$\gamma p \rightarrow \gamma + \text{адроны (для конечного } \gamma \text{ с большим } p_\perp), \quad (26g)$$

$$pp \rightarrow \mu^+ \mu^- + \text{адроны и т. д.}, \quad (26d)$$

$$\mu p \rightarrow \mu \gamma + \text{адроны и т. д. (для конечных } \mu \text{ и } \gamma \text{ с большим } p_\perp), \quad (26e)$$

если только известно распределение импульсов в партонном пучке, который заменяет каждый налетающий адрон. Также весьма разумно, принимая во внимание физически интуитивную связь с более общими скейлинговыми идеями, обсуждавшимися в гл. 6, включение процесса

$$e^+e^- \rightarrow \text{адроны}$$

в приведенный выше перечень, с предсказанием партонной модели, даваемым уравнением (1). Однако, поскольку данные находятся в очевидном противоречии с этим предсказанием, приходится пересмотреть этот вопрос и выяснить, существует ли разница между  $e^+e^- \rightarrow$  адроны и другими процессами, перечисленными выше.

Имеется одна очевидная разница: во всех остальных случаях партоны присутствуют уже в начальном состоянии, тогда как в аннигиляции их нет. Поэтому возможно, что партон в нуклоне непрерывно взаимодействует со своим окружением, чтобы сохранить свойства свободного поля, тогда как если партонная пара рождается одним виртуальным фотоном, то времени для установления нужного окружения не хватает. В аннигиляционном процессе партон-антипаронная пара удаляется от точки образования со скоростью света. Окружение создается с не большей скоростью, и в этом

случае труднее установить равновесие между партоном и окружением, необходимое для предполагаемого поведения безмассового свободного поля.

Были предложены несколько различных теоретических схем<sup>66, 67</sup>, где предполагалось, что окружение нуклона содержит некоторое зависящее от координат классическое поле такое, как хиггсовское скалярное поле, которое вблизи нуклона компенсирует большую затравочную массу кварка, существующую у изолированного партонна. Для удержания партонов — в частности кварков — можно использовать также безмассовые янг-миллсовские поля. По крайней мере в части из этих работ, некоторым поводом для авторов было состояние данных на встречных пучках и выше-приведенная аргументация. Далее, однако, мы не будем больше обсуждать эту возможность, а вместо этого будем рассматривать  $e^+e^-$ -аннигиляцию на той же основе, что и другие глубоко неупругие процессы. Во всех случаях, кроме  $e^+e^-$ -аннигиляции, нет явного противоречия с партонной картиной (кроме, может быть, очень предварительных данных о глубоко неупругом рассеянии в НАЛ, упоминавшихся выше в п. в) гл. 4). Нет также и подтверждений партонной картины, за исключением случаев (26а) — (26в), которые могут быть получены и в более общих предположениях, чем партонная модель. В случаях (26г) — (26е) экспериментальные значения больше предсказываемых партонной моделью и могут быть обусловлены некоторым видом «фона».

Более спекулятивное расширение идей партонной модели, логически не зависящее от предыдущих соображений, касается свойств конечных адронных состояний в глубоко неупругих процессах. Партон, грубо говоря, есть квант свободного гамильтониана  $H_0$ . После столкновения или после рождения в  $e^+e^-$ -аннигиляции он должен превратиться в квант полного гамильтониана  $H$ , т. е. в адроны.

Гипотеза, сделанная здесь и подтвержденная до некоторой степени вычислениями в моделях теории поля с обрезанием<sup>64</sup> (но нарушающаяся в других, более точных, вычислениях в теории поля<sup>56, 68</sup>), состоит в том, что если рожденный партон или партон после столкновения имеет импульс  $p_\mu$  (с большим  $p_0$  и  $p^2 \sim 0$ ), то характерный импульс адрона, вылетающего в направлении первоначального партонна, будет  $\sim x p_\mu$ , а распределение импульса будет даваться формулой

$$x \frac{dN}{dx} = \frac{x}{\sigma} \frac{d\sigma_{h, q}}{dx} = g_{h, q}(x). \quad (27)$$

Эта гипотеза «партонной фрагментации» имеет некоторое слабое подтверждение в данных по электророждению, а также приводит к скейлинговому поведению  $\bar{w}_1$  и  $\bar{w}_2$ , обсуждавшемуся в гл. 6. Для партонов со спином 1/2 она также дает при достаточно больших энергиях соотношение  $2m^2\bar{w}_1 = -\bar{w}_2$ , приводящее к угловому распределению  $1 + \cos^2 \theta$ . Как уже обсуждалось ранее, эти предсказания находятся в явном противоречии с экспериментальными данными. Достоинство гипотезы партонной фрагментации, выраженной в уравнении (27), состоит в ее универсальности: спектр конечных адронов во всех глубоко неупругих процессах зависит только от относительно малого числа функций  $g_{h, q}(x)$ , причем число этих функций пропорционально числу различных партонов. Таким образом, измерения инклюзивного адронного спектра в глубоко неупругом электророждении и/или нейтринных процессах в значительной степени определяют спектр адронов в  $e^+e^-$ -аннигиляции. Если изотопический спин партонов не превышает 1/2, существуют также различные изоспиновые

ограничения, например,

$$\frac{dN_{\pi^0q}}{dx} = \frac{1}{2} \left( \frac{dN_{\pi^+q}}{dx} + \frac{dN_{\pi^-q}}{dx} \right), \quad (28)$$

т. е. в  $e^+e^-$ -аннигиляции инклузивный спектр  $\pi^0$  должен совпадать со спектром заряженных пионов. В литературе имеется большое количество таких соотношений между инклузивными спектрами.

Другим следствием гипотезы о партонной фрагментации является предсказание двухструйной структуры в  $e^+e^-$ -аннигиляции<sup>20, 21</sup>. Это значит, что энергичные адроны должны испускаться приблизительно параллельно оси, определяемой направлением испускания партон-анти-партонной пары. Ожидается, что поперечный импульс адрона (относительно оси струи) будет ограничен, порядка 300—400 Мэв, как в адрон-адронных столкновениях. При этом вся конфигурация рожденных адронов тогда может быть похожей на конфигурацию, возникающую, скажем, в пл-соударениях с такой же энергией в системе центра масс. В частности, распределение по быстротам испускаемых адронов достаточно высокой энергии (измеряемое всегда вдоль оси струи, событие за событием) может иметь вид плато, подобно найденному в адрон-адронных соударениях. Если у партонов квarkовые квантовые числа, нельзя ожидать двух групп лидирующих частиц, разделенных провалом в быстротах, так как сохранение заряда означало бы, что у каждой группы дробный заряд. По этой причине можно ожидать, что существует что-то вроде области плато<sup>19, 69</sup>. В терминах уравнения (27) это означает  $g(0) \neq 0$  и для плато  $g(0) < \infty$ . Следствием этой гипотезы является предсказание, что средняя множественность адронов  $\bar{n} \sim \ln q^2$  при достаточно больших энергиях. Однако для появления структуры в виде двух струй нужно, чтобы импульсы вторичных адронов были бы много больше  $\langle p_\perp \rangle \sim 0,4 \text{ Гэв}$ . Таким образом, существующие энергии несколько малы для изучения струй. (Это утверждение подтверждается также более детальными исследованиями.) Следующее поколение экспериментов с  $E_{\text{ци}} \sim 8 \text{ Гэв}$ , по-видимому, сможет обеспечить хорошую проверку струйной структуры. Однако, даже если в будущем струи чудесным образом появятся из теперешнего хаоса, чтобы найти центральное плато, понадобятся очень большие  $E_{\text{ци}}$ , сравнимые с энергиями встречных колец в ЦЕРНе. Так что логарифмический рост множественности, строго говоря, не должен наступить вплоть до очень высоких энергий. Однако, если думать, что адронные инклузивные распределения подобны найденным в процессах сильного взаимодействия, то следует также ожидать, что и множественность близка к найденной в сильных взаимодействиях (примерно логарифмическая).

Из струйной структуры вытекают важные следствия также относительно природы двухчастичных (или более высоких) корреляций. Эти корреляционные функции изучались подробно разными авторами, в частности Гатто и Прешарата<sup>70</sup>, которые использовали формализм Меллера — Редже, согласующийся с картиной партонной фрагментации (включая структуру плато), которую мы обсуждали. По-прежнему сильная корреляция, ожидаемая из струйной структуры, появляется только при энергиях, несколько больших чем имеющиеся сейчас.

Наиболее спекулятивное применение идей партонной модели касается генерации адронов с большим  $p_\perp$  в адрон-адронных соударениях. К предыдущей гипотезе теперь еще нужно добавить некоторые предположения о сильном партон-партонном взаимодействии. Несмотря на очень большую неопределенность, которую влекут за собой такие предположения, остается интересное соотношение между адрон-адронным процессом при больших  $p_\perp$  и  $e^+e^-$ -аннигиляцией. Отношение  $\pi : K : p$  при больших  $p_\perp$

в адронных соударениях и при  $\omega$ , близких к 1 в  $e^+e^-$ -аннигиляции, должно быть тесно связано, если эти адроны являются фрагментами некоторого вида протонов. В действительности, в таких  $pp$ -соударениях отношения  $K/\pi$  и  $p/\pi$  весьма велики. В  $e^+e^-$ -аннигиляции эти отношения возрастают с ростом импульса, подобно тому, как это происходит в отношениях, наблюдавшихся в  $pp$ -соударениях. Это согласие с предсказаниями, однако, не следует принимать как серьезное свидетельство в пользу партонной модели.

б) Модель, основанная на гипотезе подобия в сильных взаимодействиях<sup>18, 61</sup>. Исходным пунктом этого подхода является предположение о том, что сильные взаимодействия инвариантны относительно масштабных преобразований  $x \rightarrow \lambda x$  на малых расстояниях. При этом операторы различных полей преобразуются как  $\phi \rightarrow \lambda^{-\Delta} \phi$ , где  $\Delta$  — размерность  $\phi$  (как правило, аномальная — не совпадающая с обычной канонической размерностью поля  $\phi$ ). Различные функции Грина преобразуются в соответствии с числом и видом входящих в них операторов поля. Второе весьма важное предположение, используемое в этом подходе, состоит в том, что на малых расстояниях, т. е. при больших и всех одного порядка —  $k^2$  — импульсах всех внешних частиц, находящихся вне массовой поверхности, условия унитарности для функций Грина  $G$  и вершинных частей  $\Gamma$ , выраженные через  $G$  и  $\Gamma$ , насыщаются числом членов порядка единицы (т. е. не зависящим от  $k^2$ ). Отсюда, как следствие, возникает необходимость появления аномальных размерностей.

Из этих предположений, примененных к рассмотрению мнимой части поляризационного оператора фотона за счет адронов, возникает следующая физическая картина  $e^+e^-$ -аннигиляции в адроны. Тяжелый виртуальный квант вначале распадается на небольшое число виртуальных адронных образований (фрагментов). Далее каждый из этих фрагментов в свою очередь распадается на несколько фрагментов с меньшими массами и так происходит до тех пор, пока массы фрагментов не станут порядка масс реальных адронов. Поскольку при каждом распаде возникает число фрагментов порядка единицы, то

$$m \sim c^{-L} \sqrt{s}, \quad (29)$$

где  $L$  — число распадов,  $m$  — величина порядка массы адрона,  $c > 1$ . Отсюда  $L \sim \ln(\sqrt{s}/m)/\ln c$ . Энергия возникающего фрагмента после  $n$ -го распада, в системе покоя материнского фрагмента, очевидно, порядка  $\tilde{E}_{n+1} \sim m_n$ , а энергия в системе ЦИ  $E_{n+1} \sim b_{n+1} \tilde{E}_{n+1}$ , где  $b_{n+1}$  — лоренцевский фактор. Следовательно, средняя энергия реальных адронов будет порядка

$$\bar{E} \sim (b/c)^L \sqrt{s} \sim \sqrt{s} (s/m^2)^{-\delta}, \quad \delta = -2 \ln(b/c)/\ln c, \quad 0 < \delta < 1/2.$$

Из степенного поведения для  $\bar{E}$  в силу равенства  $\bar{E}_n = \sqrt{s}$  следует степенное поведение для средней множественности  $\bar{n} \sim (s/m^2)^\delta$ . Такое поведение естественно для рассматриваемой модели, где предполагается, что асимптотики всех функций Грина степенные. Легко найти в данном подходе также форму зависимости сечения рождения  $n$  частиц  $\sigma_n(s)$  от  $n$  и  $s$ . Поскольку мы ожидаем степенной зависимости  $\sigma_n(s)$  от  $s$ , то  $\sigma_n(s)$  должно иметь вид

$$\sigma_n(s) = \frac{1}{s^a} \chi \left( \frac{n}{s^b} \right). \quad (30)$$

Степени  $a$  и  $b$  определяются из условий

$$\sigma_{\text{tot}}(s) = \sum_n \sigma_n(s) \approx \int \sigma_n(s) dn \sim \frac{1}{s}, \quad (31)$$

$$\bar{n} = \frac{\int dn n \sigma_n(s)}{\sigma_{\text{tot}}(s)} \sim \left(\frac{s}{m^2}\right)^\delta. \quad (32)$$

(В рассматриваемой модели  $\sigma_{\text{tot}} \sim 1/s$ ; см. п. а) гл. 4.) Из (29) — (32) получаем  $b = \delta_1$ ,  $a = 1 + \delta$ , т. е.

$$\sigma_n(s) = \frac{1}{s^{1+\delta}} \chi \left(\frac{n}{s^\delta}\right). \quad (33)$$

Сказать что-либо определенное относительно углового и энергетического распределения в данной модели довольно трудно. Древовидная структура диаграмм при фрагментации в этой модели должна приводить к дробным зарядам (или триальности) в конечных состояниях, если начальные фрагменты имели дробный заряд (или триальность). Проблема нейтрализации этих квантовых чисел не рассматривалась.

в) Модель с заряженными сильно взаимодействующими векторными бозонами. По своим физическим следствиям данная модель, по-видимому, близка к модели, обсуждавшейся в предыдущем разделе, поскольку в ней, так же как и в предыдущей, можно ожидать степенных асимптотик. Так как рост  $R = \sigma(e^+e^- \rightarrow \text{адроны})/\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)$  в такой модели обусловлен взаимодействием фотона с заряженными векторными бозонами, а угловое распределение рождающихся (свободных) векторных бозонов пропорционально  $1 + \cos^2 \theta$ , то для углового распределения быстрых адронов следует ожидать зависимости  $1 + \alpha \cos^2 \theta$  с  $\alpha \lesssim 1$ . Кроме того, в модели с заряженными векторными бозонами распределение адронов должно, по-видимому, иметь характер двух струй. Количественное рассмотрение этой теории (за исключением поведения полного сечения аннигиляции  $e^+e^- \rightarrow \text{адроны}$ ) до сих пор не проведено, поэтому все сказанное выше носит качественный характер.

г) Модель, использующая доминантность светового конуса ( $\text{LCDM}$ )<sup>4a, 59, 71</sup>. В отличие от случая электророждения, где на основе такой модели был получен ряд результатов и  $\text{LCDM}$  оказалась эквивалентной партонной модели, в случае  $e^+e^-$ -аннигиляции для получения физических результатов в  $\text{LCDM}$  необходимо, помимо имеющей место в  $e^+e^-$ -аннигиляции доминантности светового конуса, сделать ряд существенных дополнительных предположений. Эти предположения относятся к типу сингулярности выражения (24) при  $z^2 \rightarrow 0$  и к размерностям операторов, при которых сингулярность возникает как множитель. После введения этих предположений результат<sup>71</sup> оказывается, к сожалению, довольно неопределенным; в зависимости от предполагаемой размерности операторов множественность ведет себя либо степенным  $n \sim (s/m^2)^\delta$ ,  $0 < \delta < 1/2$ , либо логарифмическим образом  $n \sim \ln(s/m^2)$ , либо как константа.

д) Статистическая и гидродинамическая модели. Из различных предложенных моделей, модели статистического типа лучше всего описывают наблюдаемое на опыте приближенно экспоненциальное падение инклюзивного спектра ( $E/\sigma_{\text{tot}}$ ) ( $d\sigma/d^3p$ ) с энергией и универсальный характер этого спектра для  $\pi$ ,  $K$  и  $p$ . Действительно,

в статистической теории, в предположении, что разлет всех частиц из области взаимодействия происходит при одной и той же температуре  $T_k$ , распределение частиц  $i$ -го сорта ( $\pi$ ,  $K$ ,  $p$  и т. д.) описывается формулой<sup>72</sup>

$$\frac{E}{\sigma_{\text{tot}}} \frac{d\sigma}{d^3 p} = g_i A_i (e^{E/T_k} \pm 1)^{-1} \approx g_i A_i e^{-E/T_k}, \quad E \gg T_k, \quad (34)$$

где  $g_i$  — спиновые и изоспиновые веса частиц  $i$ -го сорта, знак « $+$ » относится к ферми-, « $-$ » к бозе-частицам. Постоянные  $A_i$  с хорошей точностью равны для  $\pi$ ,  $K$ ,  $p$ . Равенство  $A_\pi = A_p$  вытекает из условия сохранения барионов (в пренебрежении рождением антигиперонов), которое требует, чтобы сумма химических потенциалов нуклонов и антинуклонов равнялась нулю:  $\mu_N + \mu_{\bar{N}} = 0$ , т. е.  $\mu_N = -\mu_{\bar{p}}$ . С другой стороны, благодаря зарядовой и изотопической симметрии задачи спектры  $p$ ,  $n$  и  $\bar{p}$ ,  $\bar{n}$  должны совпадать. Отсюда следует, что  $\mu_p = \mu_{\bar{p}} = 0$ , т. е.  $A_\pi = A_p$ . Используя сохранение странности, аналогичным образом доказывается равенство  $A_\pi = A_K$ .

Хотя формула (34) хорошо описывает наблюдаемое на опыте энергетическое распределение в области сравнительно небольших импульсов, маловероятно, чтобы такое описание было пригодно также в области больших импульсов, где по аналогии с распределением по  $p_\perp$  в адронных столкновениях следует ожидать скорее степенного, чем экспоненциального падения. В пользу этого последнего утверждения говорит также то, что в случае экспоненциального падения  $d\sigma/d^3 p$  не будет гладкого смыкания инклузивного спектра на его конце с падающим степенным образом эксплюзивного спектром, как это можно было бы ожидать<sup>14</sup> и как это имеет место в электророждении<sup>13</sup>. Степенное падение энергетического спектра при больших импульсах, если оно будет наблюдено, не будет означать непригодность статистической модели, а лишь будет ограничивать область ее применимости. Такая ситуация вполне естественна, поскольку, измеряя частицы с большими импульсами, мы отбираем те из них, которые произошли из первоначального акта и не успели испытать достаточного числа столкновений. (Здесь может быть полезна аналогия с задачей о замедлении нейтронов в веществе. Если мы имеем точечный источник быстрых нейтронов, а наблюдаем лишь медленные, то их распределение по радиусу за счет замедления атомами среды носит гауссов характер. Если же мы интересуемся быстрыми нейтронами с энергией порядка первоначальной, то за счет пролетов без взаимодействия их будет больше чем дает теория диффузии.) Если это соображение правильно, то с увеличением энергии пучка область применимости статистической модели должна увеличиваться. Зависимость множественности от энергии должна в рассматриваемой модели иметь разный характер в области высоких и сверхвысоких энергий (см. <sup>72</sup>). В области высоких, но не сверхвысоких энергий, если процесс термодинамического расширения длится не очень долго и полная множественность не очень велика, следует ожидать осуществления режима Померанчука<sup>73</sup>, когда статистическое равновесие, описываемое формулами идеального газа, наступает при объеме системы  $V$ , пропорциональном числу частиц  $V_c = nV_\pi$ ,  $V_\pi \approx m_\pi^{-3}$ . При этом, так как полная энергия  $\sqrt{s} = V_c T_k^4$ ,  $T_k \sim m_\pi$ , то  $n$  пропорционально  $\sqrt{s}$ , а средняя энергия, приходящаяся на частицу, не зависит от полной энергии. При сверхвысоких энергиях осуществляется гидродинамический режим Ландау<sup>74</sup>, когда в процессе расширения существенную роль играет гидродинамическое давление  $p$ . Граница между двумя режимами лежит, по-видимому, при  $n \sim 10$ <sup>72</sup>. Процесс гидродинамического расширения происходит адиабатически. Если принять, согласно Ландау, ультрарелятивистское уравнение состояния вещества в этом процессе  $p = \epsilon/3$  ( $\epsilon$  —

плотность энергии), то энтропия будет пропорциональна

$$S \sim VT^3. \quad (35)$$

Полное число рождающихся частиц  $n \sim S^{7/4}$ . Так как энтропия сохраняется в процессе расширения, то, применяя (35) к начальному моменту и используя сохранение энергии  $E_{\text{ци}} = V_0 T_0^4$ , находим

$$n \sim E_{\text{ци}}^{3/4} V_0^{1/4} = s^{3/8} V_0^{1/4}, \quad (36)$$

где  $V_0$  — объем системы в начальный момент. Обычно предполагается <sup>11а, в, 72, 74, 75</sup>, что  $V_0 \sim \text{const} \sim 1 \text{ fm}^3$ . Тогда средняя множественность

$$n \sim s^{3/8} = E_{\text{ци}}^{3/4}. \quad (37)$$

Представляется не менее разумным, однако, основываясь на соображениях размерности или оценке существенных в данном процессе расстояний (см. п. а) гл. 4), считать  $V_0 \sim (q^2)^{-3/2}$ . Тогда

$$n \sim \text{const}. \quad (38)$$

Отметим, что в случае глубоко неупругого электророждения определение величины эффективного начального объема, основанное на оценке существенных в процессе электророждения расстояний, также приводит к иным значениям объема и множественности, чем обычно принимаемые <sup>76</sup>. В электророждении при больших  $|q^2|$  поперечные расстояния  $r^2 \sim 1/|q^2|$ , а продольные в л. с.  $z \sim v/|q^2| m$ , так что начальный объем в л. с.  $V_{0L} \sim v/(q^2)^2$ . В системе ЦИ при  $v \gg m^2$

$$V_0 = \frac{v}{(q^2)^2} \frac{E_{\text{ци}}}{v} = \frac{E_{\text{ци}}}{(q^2)^2}. \quad (39)$$

Таким образом, при нашей оценке объема в глубоко неупругом электророждении следует ожидать множественности

$$n = a \frac{E_{\text{ци}}}{V|q^2|} = a \frac{\sqrt{q^2 + 2v + m^2}}{\sqrt{|q^2|}} \approx a \sqrt{\omega - 1} \quad (40)$$

( $a$  — численный коэффициент), в отличие от обычно принимаемой <sup>75</sup>  $n \sim E_{\text{ци}}/v^{1/4}$  \*).

В работах <sup>11а, в</sup> были сделаны расчеты угловых и энергетических распределений вылетающих адронов в гидродинамической модели. При этом рассматривалось также более общее уравнение состояния, чем  $p = \epsilon/3$ . Следует отметить, что все расчеты в статистической и гидродинамической моделях носят феноменологический характер, в частности, вопрос о поведении полного сечения  $e^+e^-$ -аннигиляции в адроны в этой модели остается вообще вне рассмотрения. Статистический и гидродинамический подход теперь используется экспериментальными группами при обработке их данных, и его успехи и ограничения станут значительно более определенными после окончания этой работы.

\*) Следует ожидать, что статистическая теория может быть верна лишь для центральных соударений, когда орбитальный момент  $l$  невелик. Так как  $l \sim kr$ , где  $k$  — импульс в системе центра инерции  $k \approx v/\sqrt{s}$ ,  $r \sim 1/\sqrt{|q^2|}$ , то  $l \sim (v/\sqrt{s})/\sqrt{|q^2|} \approx \omega/\sqrt{\omega - 1}$  и условие  $l \sim 1$  означает, что  $\omega$  должно быть невелико:  $\omega \lesssim 2 - 3$ . Таким образом (если только  $a$  не аномально велико), (40) верно лишь для сравнительно малых множественостей, что, возможно, означает отсутствие области применимости гидродинамической теории для процессов электророждения.

8. АНИГИЛЯЦИЯ  $e^+e^-$  В АДРОНЫ И КВАНТОВАЯ ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

Как отмечалось ранее, монотонное возрастание отношения  $R = \sigma(e^+e^- \rightarrow \text{адроны})/\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)$  должно привести при таких энергиях, когда  $R \gtrsim 137\pi$ , к серьезному изменению пропагатора фотона и, следовательно, к несостоятельности основанной на теории возмущений квантовой электродинамики. Однако даже при низких энергиях могут быть наблюдаемые эффекты в электрон-позитронном рассеянии (рассеянии Баба) и в процессе  $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ <sup>69, 77</sup>. С учетом только вклада адронов в поляризацию вакуума общее выражение для пропагатора фотона имеет вид (для пространственноподобных  $Q^2 = -q^2$ )

$$D(Q^2) = -\frac{1}{Q^2} \left[ 1 - \frac{\alpha}{3\pi} Q^2 \int_{4m_\pi^2}^{\infty} \frac{R(s) ds}{s(s+Q^2)} \right]^{-1}. \quad (41)$$

Если

$$\text{a)} \quad R(s) \approx \left( \frac{s}{M^2} \right)^n, \quad 0 < n < 1,$$

то

$$D(Q^2) = -\frac{1}{Q^2} \left[ 1 - \frac{\alpha}{3 \sin \pi n} R(Q^2) \right]^{-1}. \quad (42)$$

Если же

$$\text{б)} \quad R(s) \approx \begin{cases} \frac{s}{M^2}, & s < \Lambda^2, \\ \frac{\Lambda^2}{M^2}, & s \geq \Lambda^2 \end{cases}$$

(согласно существующим данным  $M^2 \approx 5 \text{ Гэв}^2$ ), то при  $\Lambda^2 \gg Q^2$  с точностью до членов порядка  $(\ln \Lambda^2/Q^2)^{-1}$

$$D(Q^2) \approx -\frac{1}{Q^2} \left[ 1 - \frac{\alpha}{3\pi} R(Q^2) \ln \frac{\Lambda^2}{Q^2} \right]^{-1}. \quad (43)$$

Для времениподобных  $q^2$  степенное возрастание  $R$ , как в случае а), ведет к появлению дополнительного фазового множителя  $e^{-i\pi n}$ . Величина  $\text{Re } D(q^2)$ , представляющая особый интерес с экспериментальной точки зрения (поскольку она интерферирует с низшим порядком), равна

$$\text{Re } D(q^2) = \frac{1}{q^2} \left[ 1 + \frac{\alpha}{3} \operatorname{ctg} \pi n R(q^2) \right]^{-1} \quad (0 < n < 1). \quad (44)$$

В случае б) (опять пренебрегая членами порядка  $\ln(\Lambda^2/q^2)^{-1}$ )  $\text{Re } D(q^2)$  остается без изменений по сравнению с (43). Обсуждая связь проблемы  $e^+e^-$ -анигилляции с общими проблемами квантовой электродинамики, упомянем (см. также<sup>77</sup>) указанную Ландау и Померанчуком<sup>78</sup> интересную возможность выхода из трудностей квантовой электродинамики. Если при весьма высоких энергиях  $s \gg \Lambda^2$  полное эффективное сечение однофотонной аннигилляции  $e^+e^-$  во все частицы  $\sigma \sim 1/s$  и  $R = R_0 = \sigma(e^+e^- \rightarrow \text{адроны или любые другие частицы, кроме } e \text{ и } \mu)/\sigma(e^+e^- + \mu^+\mu^-) = \text{const}$ , то функция Грина фотона

$$D(Q^2) = -Q^2 \left[ 1 - \frac{\alpha}{3\pi} \left( R_0 \ln \frac{Q^2}{\Lambda^2} + \ln \frac{Q^2}{m_e^2} + \ln \frac{Q^2}{m_\mu^2} \right) \right]^{-1} \quad (45)$$

имеет нефизический полюс при  $\ln(Q^2/\Lambda^2) \approx (3\pi/\alpha)(R_0 + 2)^{-1}$ . Чтобы обойти эту трудность, Ландау и Померанчук предположили, что полюс возникает при таких энергиях, при которых становится существенным

гравитационное взаимодействие, т. е.  $Q^2 \sim 1/\kappa$ , где  $\kappa = 6 \cdot 10^{-39} m^{-2}$  — гравитационная постоянная. Это положение полюса соответствует  $R_0 = 12$  — значению, которое может быть достигнуто в следующем поколении экспериментов в СПИР и ДОРИС. Если предположение Ландау и Померанчука правильно, то возрастание  $R$  должно прекратиться не позже чем на этом значении  $R = R_0 = 12$ .

Экспериментальные следствия изменения пропагатора фотона за счет адронной поляризации вакуума таковы (см. также <sup>79</sup>):

1) Для рассеяния Баба угловое распределение меняется согласно (42) и (43). Сравнение данных при малых углах с данными при больших углах может привести к наблюдаемым эффектам уже в следующем поколении экспериментов с  $s \sim 60 \text{ Гэв}^2$ . В этом случае при угле рассеяния  $90^\circ$  эффективное сечение рассеяния Баба определяется обменом пространственно-подобным фотоном с  $Q^2 \sim 30 \text{ Гэв}^2$  и  $R \approx 5$ . Поправка для случая а) составляет к  $D(Q^2) \sim (1\%) (\sin \pi n)^{-1} \geq 1\%$  и к сечению  $\sim 2\%$ . Для случая б) с  $\Lambda \sim 80 \text{ Гэв}$  поправка к сечению  $\sim 4\%$ .

2) Отношение  $\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)/\sigma(e^+e^- \rightarrow e^+e^-)$  под  $90^\circ$  наиболее чувствительно к изменению пропагатора фотона во времениподобной области (в аннигиляционной диаграмме). В случае а) поправка весьма чувствительна к показателю степени  $n$  и при  $n = 1/2$  обращается в нуль. Однако в случае б) при  $s \sim 60 \text{ Гэв}^2$  мы можем ожидать  $R \sim 12$  и, согласно (43), примерно 10%-ный поправки к сечению.

Таким образом, точные измерения чисто электродинамических процессов способны дать определенную информацию об отношении  $R$  при энергиях, которые ныне еще не осуществимы. Поэтому весьма важно улучшить точность этих измерений даже за пределы весьма впечатляющих значений, достигнутых во Фраскати и СПИР.

## 9. ФОРМ-ФАКТОРЫ $p$ , $\pi$ , $K$ ВО ВРЕМЕНИПОДОБНОЙ ОБЛАСТИ

Простейшим из эксклюзивных процессов в аннигиляции  $e^+e^-$  в адроны является процесс  $e^+e^- \rightarrow \bar{h}h$ , измерение сечения которого дает нам информацию о форм-факторе  $F_h(q^2)$  адрона  $h$  во времениподобной области  $q^2 > 0$ . Знание  $F(q^2)$  как при  $q^2 < 0$ , так и при  $q^2 > 0$  позволяет определять аналитические свойства  $F(q^2)$ . Как известно (см., например, <sup>80</sup>), аналитические свойства форм-фактора, которые вытекают непосредственно из условия причинности (и строго доказаны для  $F_\pi(q^2)$ ), таковы:  $F(q^2)$  является аналитической функцией  $q^2$  во всей комплексной плоскости  $q^2$  с разрезом вдоль вещественной оси от  $M^2$  до бесконечности, где  $M$  — масса наименшего адронного состояния с квантовыми числами фотона и  $\bar{h}h$ . Поэтому проверка этих свойств могла бы служить проверкой условия микропричинности \*). С другой стороны, использование аналитичности дает возможность делать определенные предсказания о поведении  $F(q^2)$ .

Экспериментально мы в настоящее время довольно хорошо знаем форм-факторы протона (и нейтрона) в области пространственно-подобных  $q^2$  вплоть до  $q^2 \approx -25 \text{ Гэв}^2$ . При этом форм-факторы протона аппроксимируются дипольной формулой  $F(q^2) = 1/[1 - (q^2/m_0^2)]^2$ ,  $m_0^2 = 0,7 \text{ Гэв}^2$ . При  $q^2 > 0$  измерения процесса  $e^+e^- + \bar{p}p$  были сделаны <sup>8a</sup> лишь при

\*) Выяснение того, является ли  $F(q^2)$  аналитической функцией  $q^2$  при больших  $|q^2|$ , соответствует проверке причинности на малых расстояниях. В этом состоит отличие этого способа проверки причинности от другого — с помощью проверки дисперсионных соотношений для рассеяния вперед при высоких энергиях, где такое утверждение не может быть сделано с полной определенностью.

значении  $q^2 = 4,4 \text{ Гэв}^2$ , где получено

$$\frac{|G_{M_p}|^2 + (2m^2/q^2) |G_{E_p}|^2}{\mu^2} \approx 0,014 \quad (46)$$

$(G_M(q^2), G_E(q^2)$  — магнитный и электрический форм-факторы нуклона,  $G_M(0) = \mu$ ,  $G_{E_p}(0) = 1$ ). Если положить при  $q^2 = 4,4 \text{ Гэв}^2$   $G_{M_p} = G_{E_p}^*$ , то  $|G_{M_p}/\mu| = 0,10 \pm 0,01$ ,  $|G_{E_p}| = 0,27 \pm 0,04$ .

Эти значения существенно (в 5—10 раз) меньше тех, которые получились бы, если бы в области  $q^2 > 0$  использовать ту же дипольную формулу, что и для  $q^2 < 0$ .

Для  $\pi$  и  $K$  мезонов измерения форм-факторов во времениподобной области проведены вплоть до  $q^2 \approx 9 \text{ Гэв}^2$ <sup>86</sup>. При этом оказалось, что при  $q^2 > 1,5 \text{ Гэв}^2$  форм-факторы  $\pi$  и  $K$  мезонов довольно близки, а в точке  $q^2 = 4,4 \text{ Гэв}^2$   $|F_\pi|^2 \approx |F_K|^2 \sim 0,02$ , т. е. того же порядка, что и эффективный форм-фактор протона (46). При  $q^2 > 1,5 \text{ Гэв}^2$  форм-факторы  $\pi$  и  $K$  убывают как  $1/q^2$ , т. е. значительно медленнее, чем форм-фактор протона при  $q^2 < 0$ . Данные по форм-фактору  $\pi$ -мезона в пространственноподобной области, полученные косвенным способом путем измерения электророждения пионов, относятся к сравнительно небольшим —  $q^2$  ( $|q^2| < 1,2 \text{ Гэв}^2$ ), и поэтому в дальнейшем мы не будем их обсуждать. (В принципе, существует экспериментальная возможность прямого измерения форм-факторов  $\pi$ - и  $K$ -мезонов при  $q^2 < 0$  и больших  $|q^2|$ <sup>81</sup>.) Можно ли в настоящее время или в ближайшем будущем, имея в виду быстрый прогресс в физике встречных пучков, сказать что-либо об аналитических свойствах форм-факторов и об их асимптотическом поведении при  $|q^2| \rightarrow \infty$ ? Начнем с рассмотрения бозонных форм-факторов, в частности форм-фактора пиона, где все значения  $q^2 > 4m_\pi^2$  на разрезе находятся в физически наблюдаемой области. В процессе  $e^+e^- \rightarrow h^+h^-$  измеряется не форм-фактор, а квадрат его модуля. Значение квадрата модуля функции на разрезе недостаточно для определения ее во всей комплексной плоскости, для этого нужно знать еще расположение всех ее нулей. Можно, однако, основываясь только на указанных выше аналитических свойствах  $F_\pi(q^2)$  (и предположении о том, что  $|\ln F_\pi(q^2)|$  растет в комплексной плоскости при  $|q^2| \rightarrow \infty$  медленнее, чем  $|q^2|^\alpha$ ,  $\alpha < 1/2$ ), получить строгое неравенство<sup>82</sup>

$$\int_{4m_\pi^2}^{\infty} \frac{\ln |F_\pi(q^2)|^2}{q^2 \sqrt{q^2 - 4m_\pi^2}} dq^2 \geq 0. \quad (47)$$

Имеющихся в настоящее время экспериментальных данных недостаточно для проверки неравенства (47), большая неопределенность возникает за счет больших  $4 < q^2 < 9 \text{ Гэв}^2$ , где мала точность эксперимента, а также за счет совсем малых  $0,08 < q^2 < 0,3 \text{ Гэв}^2$  и совсем больших  $q^2 > 9 \text{ Гэв}^2$ , где экспериментальные данные отсутствуют. Если, наоборот, принять, что неравенство (47) имеет место, то из него можно получить ограничение на скорость убывания  $|F_\pi(q^2)|$  при больших  $|q^2|$ . Например, используя экспериментальные данные об  $|F_\pi(q^2)|$  при  $0,3 < q^2 < 4 \text{ Гэв}^2$ , можно показать, что падение форм-фактора по закону  $F_\pi \sim 1/(q^2)$ , начиная с  $q^2 = 4 \text{ Гэв}^2$ , не согласуется с (47) (если только при  $4m_\pi^2 < q^2 < 0,3 \text{ Гэв}^2$   $|F_\pi(q^2)|^2$  не очень велико, так что в среднем здесь  $|F_\pi|^2 < 4$ ). Существует также ряд других строгих неравенств, связывающих интегралы от  $|F_\pi(q^2)|^2$  при  $q^2 > 0$  со значениями  $F_\pi(q^2)$  при  $q^2 < 0$ <sup>83</sup>.

<sup>83</sup>) Равенство  $G_M = G_E$  при  $q^2 = 4m^2$  следует из выражения  $G_E$  и  $G_M$  через паулиевские форм-факторы  $G_E = F_1 + (q^2/4m^2) F_2$ ,  $G_M = F_1 + F_2$ .

В случае форм-фактора протона, где имеется обширная экспериментальная информация при  $q^2 < 0$  и довольно скучные данные при  $q^2 > 0$ , целесообразна другая постановка вопроса: что можно сказать о поведении форм-фактора при  $q^2 > 0$ , исходя из данных при  $q^2 < 0$ .  $F(q^2)$  является аналитической функцией  $q^2$ , так что задание  $F(q^2)$  на любом участке действительной оси при  $q^2 < 0$ , где  $F(q^2)$  вещественна, в принципе определяет  $F(q^2)$  во всей комплексной плоскости. Практически, однако, задача определения функции на разрезе по ее значениям вне разреза является неустойчивой, так как малые осциллирующие добавки вне разреза могут дать большой вклад на разрезе. Поэтому реально невозможно написать соотношения типа дисперсионных, выражающие  $F(q^2)$  при  $q^2 > 0$  через интегралы от  $F(q^2)$  при  $q^2 < 0$ . (Для того чтобы такие интегралы имели смысл, требуется фантастическая точность экспериментальных данных.) Вместо этого можно написать соотношения типа правил сумм, связывающие интегралы от  $F(q^2)$  при  $q^2 > 0$  и  $q^2 < 0$ . Имея в виду, что при  $q^2 > 0$  измеряется только  $|F(q^2)|$ , удобно рассмотреть для этой цели функцию

$$\Phi(z) = \frac{f(z) \ln F(z)}{z \sqrt{z - z_0}}, \quad z = \frac{q^2}{4m^2}, \quad z_0 = \frac{m_\pi^2}{m^2}, \quad (48)$$

где  $f(z)$  — функция, аналитическая в комплексной плоскости  $z$  с разрезом при  $z < 0$ . Рассматривая интеграл от  $\Phi(z)$  по контуру, состоящему из обоих берегов разрезов  $F(z)$  и  $f(z)$  и большого круга, и предполагая, что форм-фактор не имеет нулей в комплексной плоскости, легко получить правило сумм<sup>84</sup>

$$\int_{z_0}^{\infty} f(z) \frac{\ln |F(z)|^2}{z \sqrt{z - z_0}} dz = 2 \int_0^{\infty} \operatorname{Im} f(\rho) \frac{F(-\rho)}{\rho \sqrt{z_0 + \rho}} d\rho. \quad (49)$$

В случае форм-фактора нуклона  $f(z)$  может быть выбрана так, чтобы вклад нефизической области  $4m_\pi^2 < q^2 < 4m^2$  в левую часть (49) был мал. Несмотря на то, что экспериментальная информация о форм-факторе протона при  $q^2 > 0$ , которой мы сейчас располагаем, весьма невелика, с помощью правила сумм (49) даже теперь можно сделать некоторые физические выводы. По-видимому, можно утверждать<sup>84</sup>, что дипольное поведение  $F(q^2)$  при  $q^2 < 0$  может быть согласовано с данными при  $q^2 > 0$  лишь в том случае, если форм-фактор имеет не менее двух нулей в комплексной плоскости, т. е. в системе  $pp$  существует не менее 4 широких резонансов с квантовыми числами фотона ( $\rho$ ,  $\rho'$  и еще два неизвестных). Другая возможность согласования данных при  $q^2 < 0$  и  $q^2 > 0$  состоит в предположении об экспоненциальном поведении форм-факторов протона при  $q^2 \rightarrow \infty$ . Так, например, зависимость

$$F(q^2) = \frac{1}{1 - (q^2/a)} e^{-b(\sqrt{4m_\pi^2 - q^2} - 4m_\pi^2)/2m} \quad (50)$$

$$(a = 0,33 \Gamma_{\pi^0} e^2, \quad b = 1,28)$$

хорошо описывает экспериментальные данные при  $q^2 < -3 \Gamma_{\pi^0}^2$  и  $q^2 = -4,4 \Gamma_{\pi^0}^2$ .

Можно надеяться, что по мере поступления новых экспериментальных данных о форм-факторах при  $q^2 > 0$  наше понимание этой проблемы существенно возрастет.

## 10. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы многому уже научились, изучая процесс аннигиляции  $e^+e^- \rightarrow$  адроны, и, без сомнения, научимся еще в ближайшем будущем. Мы выяснили, что «ортодоксия» (т. е. падение  $\sigma_{\text{tot}}$  как  $1/q^2$  и скейлинг в инклюзивных процессах), выдвигавшаяся на основе ряда теоретических подходов и считавшаяся весьма надежной, по-видимому, не существует при теперешних энергиях. Возможно, наиболее прямая интерпретация данных состоит в том, что поскольку поведение  $\sigma_{\text{tot}}$  отличается от масштабно-инвариантного, поведение произведений операторов тока за очень короткие времена  $\Delta t \sim (q^2)^{-1/2}$  не такое, как у свободных полей (со спинами 1/2 и 0). В терминах партонной модели это означает, что в  $e^+e^-$ -аннигиляции партоны взаимодействуют или распадаются за времена, малые или сравнимые с  $(q^2)^{-1/2}$ , и, следовательно, быстро возникает среда, содержащая много партонов. Но независимо от того, будет ли это поведение продолжаться при больших энергиях или же сбудутся ожидания ортодоксов, благодаря  $e^+e^-$ -аннигиляции мы многое поймем в сильных и электромагнитных взаимодействиях адронов на малых расстояниях. И если при более высоких энергиях в  $e^+e^-$ -аннигиляции появятся новые неожиданности, то это заставит нас пересмотреть многие из наших воззрений о законах природы на малых расстояниях. Обычно обзоры подобного рода принято заканчивать указаниями экспериментаторам что измерять, а теоретикам — над чем размышлять. В данном случае в этом нет нужды: всем ясно, что экспериментаторы должны измерять так хорошо, как только могут как при существующих, так и при больших энергиях, а теоретики — не переставать удивляться.

*Добавление при корректуре* (24 марта 1975 г.). Со временем написания настоящего обзора (июнь 1974 г.) в физике было сделано выдающееся открытие, которое, возможно, существенно изменит наши представления о физике элементарных частиц, вообще и о проблеме  $e^+e^-$ -аннигиляции в адроны, в частности. Были открыты новые частицы — узкие резонансы с массами 3,1 и 3,7 Гэв. Частица с массой 3,1 Гэв была открыта практически одновременно двумя экспериментальными группами: в Брукхейвене (США) при изучении спектра масс электронных пар в реакции  $p + Be \rightarrow e^+e^- + all$ <sup>85</sup> и в СПИР при дальнейшем исследовании с лучшим, чем ранее, разрешением по энергии пучков сечения аннигиляции  $e^+e^- \rightarrow$  адроны<sup>86</sup>. Спустя короткое время в СПИР в реакции  $e^+e^- \rightarrow$  адроны была открыта вторая частица с массой 3,7 Гэв<sup>87</sup>. Новые частицы были обнаружены в опытах по  $e^+e^-$ -аннигиляции также во Фраскати и ДОРИС и в реакциях  $\gamma + Be \rightarrow \mu^+\mu^- + all$ ,  $n + Be \rightarrow \mu^+\mu^- + all$  в Батавии. Систематические исследования новых частиц ( $\psi$ -мезонов по терминологии группы СПИР), выполненные в СПИР, дали следующие результаты:

$\psi(3,1)$ : масса  $M = 3095 \pm 5$  Мэв, ширина  $\Gamma = 77 \pm 20$  кэв, ширины распада в  $e^+e^-$  и  $\mu^+\mu^-$   $\Gamma_{ee} \approx \Gamma_{\mu\mu} = 5,2 \pm 1,3$  кэв, ширина распада на адроны  $\Gamma_h \approx 67 \pm 20$  кэв, спин, четность, зарядовая четность  $J^{PC} = 1^{--}$ , изотопический спин, по-видимому,  $T = 0$ , и четность сохраняется в распадах  $\psi \rightarrow e^+e^-$  или  $\psi \rightarrow \mu^+\mu^-$ .

$\psi(3,7)$ : масса  $M = 3684 \pm 5$  Мэв,  $\Gamma_{\mu\mu} \approx \Gamma_{ee} = 2,2 \pm 0,5$  кэв,  $200$  кэв  $< \Gamma < 800$  кэв; предполагается, что квантовые числа  $\psi(3,7)$  такие же, как у  $\psi(3,1)$ , т. е.  $J^{PC} = 1^{--}$ ,  $T = 0$ .

Наблюден распад  $\psi(3,7) \rightarrow \psi(3,1) \pi^+\pi^-$ , ширина которого составляет  $\sim 30\%$  полной ширины  $\psi(3,7)$ . Примечательной чертой новых частиц является чрезвычайная малость ширины их распада на адроны. Вместе с тем из совокупности экспериментальных данных и, в частности, из распада  $\psi(3,7) \rightarrow \psi(3,1) \pi^+\pi^-$ , эффективная константа связи для которого оказывается порядка 1, в качестве наиболее правдоподобного вывода следует, что  $\psi$ -мезоны являются адронами нового типа, распад которых на обычные адроны в силу каких-либо причин сильно подавлен. Весьма возможно, что  $\psi$ -мезоны на кварковом языке состоят из кварка и антикварка  $\bar{c}c$ , обладающих новым квантовым числом — очарованием. (Гипотеза о существовании нового квантового числа очарования (или суперзаряда) была выдвинута теоретически в 1970 г. для решения проблем физики слабых взаимодействий<sup>88</sup> (см. обзор<sup>89</sup>). Сильные взаимодействия тогда обладают симметрией  $SU(4)$ ). В этом случае при достаточно высоких энергиях нужно ожидать рождения очарованных частиц. Ожидается, что очарованные частицы будут распадаться на обычные адроны и на лептоны со временем

жизни  $\sim 10^{-13}$  сек, причем в продуктах их распада, как правило, будут присутствовать странные частицы. В процессе  $e^+e^- \rightarrow$  адроны их рождение может начаться при  $E_{\text{ЦИ}} \sim 4-5$  ГэВ. Новые измерения  $\sigma_{\text{tot}}(e^+e^- \rightarrow \text{адроны})$ , подтвердив в общем прежние данные, показали наличие широкого резонанса с шириной  $\sim 200-300$  МэВ при  $E_{\text{ЦИ}} = 4,15$  ГэВ. В рамках гипотезы о рождении очарованных частиц естественно думать, что  $\psi(4,15)$  преимущественно должен распадаться на очарованные частицы и что рост  $R(s)$  с  $s$  при  $\sqrt{s} > 4$  ГэВ обусловлен рождением очарованных частиц. При этом следует ожидать также роста отношения числа каонов к числу пионов. Так это или нет, покажут дальнейшие эксперименты.

### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- Г. Кендаль, В. Пановский, УФН **106**, 315 (1972).
- а) С. Дрэлл, УФН **106**, 331 (1972); б) В. И. Захаров, сборник «Элементарные частицы» (1-я Школа физики ИТЭФ), вып. 1, М., Атомиздат, 1973, стр. 82.
- Б. Л. Иоффе, сб. «Проблемы теоретической физики», М., «Наука», 1972, стр. 200.
- а) H. Fritzsch, M. Gell-Mann, Scale Invariance and the Light Cone, v. 2, N. Y., Gordon and Breach, 1971, p. 4; б) Y. Frischmann, in: Proc. of 16th Intern. Conference on High Energy Physics, v. 4, NAL, Batavia, 1972, p. 119.
- V. Silvestrini, ibid., p. 1.
- A. Litke et al., Phys. Rev. Lett. **30**, 1189 (1973); G. Tarnopolsky et al., ibid. **32**, 432 (1974); K. Strauch, in: Proc. of Intern. Symposium on Electron and Photon Interactions at High Energies (Bonn, 1973), Amsterdam, North-Holland, 1974, p. 1.
- B. Richter, in: Proc. of 17th Intern. Conference on High Energy Physics. Ruth. Publ., 1974, p. IV-37.
- Castellano et al., Nuovo Cimento **A14**, 1 (1973); M. Bernardino et al., Phys. Lett. **B46**, 261 (1973).
- а) O. W. Greenberg, G. B. Yodh, Phys. Rev. Lett. **32**, 1473 (1974); б) D. V. Nanopoulos, S. D. P. Vlassopoulos, CERN Preprint TH 1842 (1974).
- T. Ferbel et al., Phys. Rev. **143**, 1096 (1966).
- а) Э. В. Шуряк, Phys. Lett. **B34**, 509 (1971); ЯФ **16**, 395 (1972); б) I. Engels, H. Satz, K. Schilling, Nuovo Cimento **A17**, 535 (1973); в) F. Cooper, G. Frye, E. Schonberg, Phys. Rev. Lett. **35**, 862 (1974).
- A. A. Anisovich, V. M. Shekhter, Nucl. Phys. **B55**, 455 (1973); J. D. Bjorken, G. R. Farrar, Phys. Rev. **D9**, 1449 (1974).
- E. Bloom, F. Gilman, Phys. Rev. Lett. **25**, 1140 (1970); Phys. Rev. **D4**, 2901 (1971).
- а) J. D. Bjorken, Proc. of the 1971 Intern. Symposium on Electron and Photon Interactions at High Energies, LNS, Cornell Univ. Ithaca, N. Y., 1972; б) J. D. Bjorken, J. Kogut, Phys. Rev. **D8**, 1841 (1973).
- S. Bergman, J. D. Bjorken, J. Kogut, ibid. **D4**, 3388 (1971).
- J. D. Bjorken, ibid. **148**, 1467 (1966).
- Б. Н. Грибов, Б. Л. Иоффе, И. Я. Померанчук, ЯФ **6**, 587 (1967); Phys. Lett. **B24**, 544 (1967).
- А. М. Поляков, ЖЭТФ **59**, 542 (1970); лекция на Международной школе физики в Ереване (1971), Препринт ИТФ АН СССР, Черноголовка, 1972.
- R. P. Feynman, Photon-Hardon Interactions, N. Y., W. A. Benjamin, 1972.
- S. Drell, D. Levy, T. M. Yano, Phys. Rev. **D1**, 1617 (1970).
- N. Cabibbo, G. Parisi, M. Testa, Nuovo Cimento Lett. **4**, 35 (1970).
- K. Wilson, Phys. Rev. **179**, 1499 (1969).
- Б. Л. Иоффе, Phys. Lett. **B30**, 123 (1969); сборник «Труды семинара по векторным мезонам и электромагнитным взаимодействиям», Дубна, ОИЯИ, 1969, стр. 137.
- R. J. Gershather, Phys. Rev. Lett. **28**, 1421 (1972).
- S. L. Adler, C. G. Callan et al., Phys. Rev. **D6**, 2982 (1972).
- S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **18**, 507 (1967).
- M. Gell-Mann, цит. в <sup>46</sup>, сборник, р. 333.
- C. Bouchiat, J. Ilipopoulos, Ph. Meyer, Phys. Lett. **B38**, 519 (1972).
- M. Y. Han, Y. Nambu, Phys. Rev. **B139**, 1006 (1965).
- А. Тавхелидзе, Proc. of the Seminar on High Energy Physics and Elementary Particles, Trieste, 1965, Vienna, IAEE, 1965, p. 763.
- H. Lipkin, Phys. Rev. **D7**, 1850 (1973).
- M. Chanowitz, S. Drell, Phys. Rev. Lett. **20**, 807 (1973).
- M. Pavkovic, Phys. Lett. **B46**, 435 (1973).
- G. B. West, Stanford Preprint ITP 454 (1974).
- Б. Л. Иоффе, Б. А. Хозе, ЯФ **13**, 381 (1971).
- J. Cleymans, G. J. Komen, Nucl. Phys. **B78**, 396 (1974).

37. С. В. Е с а й б е г я н, С. Г. М а т и н я п, Письма ЖЭТФ 19, 418 (1974).
38. Т. D. Lee, S. Weinberg, B. Zumino, Phys. Rev. Lett. 18, 1029 (1967); M. M. Kroll, T. D. Lee, B. Zumino, Phys. Rev. 157, 1377 (1967).
39. J. Dooherr, Phys. Rev. Lett. 19, 600 (1967).
40. M. B. Halpern, G. Segre, ibid., p. 611.
41. R. Gatto, Riv. Nuovo Cimento 1, 514 (1969).
42. A. Bramon, E. Etim, M. Greco, Phys. Lett. B41, 609 (1972); M. Greco, Nucl. Phys. B63, 398 (1973).
43. J. J. Sakurai, D. Schildknecht, Phys. Lett. B40, 181 (1972).
44. F. M. Renard, ibid. B49, 477 (1974); Montpellier Preprints PM 74/4, 74/5, 74/6.
45. H. D. Dahmen, F. Steiner, CERN Preprints TH 1728, 1729 (1973).
46. N. S. Cragie, K. D. Rothe, Phys. Lett. B49, 99 (1974).
47. J. W. Moffat et al., Univ. of Toronto Preprint, 1974.
48. J. J. Sakurai, Phys. Lett. B46, 207 (1973).
49. K. I. Konishi, F. Orsitalo, ibid. B48, 457 (1974).
50. C. F. Fontan, H. R. Rubinsteiп, CERN Preprint TH 1810 (1974).
51. H. Lehman, K. Symanzik, W. Zimmermann, Nuovo Cimento 2, 425 (1955); Б. В. Гешкенбейн, Б. Л. Иоффе, ЖЭТФ 44, 1211 (1963); Б. Л. Иоффе, М. В. Терентьев, ЖЭТФ 47, 745 (1964).
52. J. D. Bjorken, Phys. Rev. 179, 1547 (1969).
53. P. M. Fishbane, J. D. Sullivan, ibid. D6, 3568 (1972).
54. P. V. Landshoff, J. C. Polkinghorne, ibid., p. 3708.
55. R. Gatto, P. Menotti, I. Vendramin, Ann. Phys. (N. Y.) 79, 1 (1973).
56. B. Н. Грибов, Л. Н. Липатов, ЯФ 15, 781, 1218 (1972).
57. R. Gatto, P. Manotti, I. Vendramin, Phys. Rev. D7, 2524 (1973).
58. S. Drell, T. Yan, Phys. Rev. Lett. 24, 181 (1970); G. West, ibid., p. 1206; P. Langacker, M. Suzuki, Phys. Lett. B42, 453 (1972).
59. J. Ellis, ibid. B35, 537 (1971).
60. N. Christ, B. Hasslacher, A. H. Mueller, Phys. Rev. D6, 3543 (1972).
61. A. M. Поляков, ЖЭТФ 60, 1572 (1971).
62. E. Etim, Y. Srivastava, Phys. Lett. B41, 59 (1972); A. I. Sanda, Preprint NAL-PUB 74/16 THY; T. F. Walsh, P. Zerwas, DESY Preprint 73/34; C. H. Llewellyn-Smith, CERN Preprint TH 1489 (1974).
63. J. Ellis, Y. Frishman, Phys. Rev. Lett. 31, 135 (1973).
64. S. Drell, D. Levy, T. M. Yan, Phys. Rev. 187, 2159 (1969); D1, 235, 1035 (1970).
65. Б. Н. Грибов, цит. в <sup>26</sup> сборник, вып. 2, стр. 65.
66. A. Chodos, R. Jaffee, et al., MIT Preprint, 1974.
67. J. Kogut, L. Susskind, Phys. Rept. 8C(2)(1973).
68. А. И. Вайнштейн, Б. Л. Иоффе, Письма ЖЭТФ 6, 917 (1967); R. Jackiw, G. Preparata, Phys. Rev. Lett. 22, 975 (1969); S. L. Adler, W. K. Tung, ibid., p. 978.
69. J. D. Bjorken, Preprint SLAC-Pub-1318 (1973).
70. R. Gatto, G. Preparata, Nucl. Phys. B67, 362 (1973).
71. R. Brandt, W. C. Ng, Phys. Lett. B45, 145 (1973); State Univ. of New York Preprint ITP-SB-73-16.
72. Е. Л. Фейнберг, Phys. Rept. 5C, 237 (1972).
73. И. Я. Померанчук, ДАН СССР 78, 889 (1954).
74. Л. Д. Ландау, Изв. АН СССР, сер. физ. 17, 51 (1953).
75. Р. Саггитерс, М. Дионг-Ван, Phys. Lett. B44, 507 (1973).
76. Б. Л. Иоффе, Письма ЖЭТФ 20, 360 (1974).
77. Б. Л. Иоффе, В. А. Хозе, лекция на Школе физики в Ереване (1971), Препринт ЕрФИ ЕФИ-ТФ-4(72).
78. Л. Д. Ландау, И. Я. Померанчук, ДАН СССР 102, 489 (1955); Л. Д. Ландау, сборник «Нильс Бор и развитие физики», М., ИЛ, 1958.
79. В. А. Петрунькин, С. А. Старцев, Письма ЖЭТФ 19, 409 (1974).
80. С. Швебер, Введение в релятив. квантовую теорию поля, М., «Мир», 1966.
81. Б. В. Гешкенбейн, М. В. Терентьев, ЯФ 14, 1227 (1971).
82. Б. В. Гешкенбейн, Б. Л. Иоффе, ЖЭТФ 46, 902 (1964).
83. J. E. Bowcock, Th. Kappelopoulos, Nucl. Phys. B4, 417 (1968); T. N. Truong, R. V. Mai, P. X. Yam, Phys. Rev. 172, 1645 (1968); A. Martin, Nuovo Cim. 37, 671 (1965); Б. В. Гешкенбейн, ЯФ 9, 1232 (1969); 13, 1087 (1971); Г. Г. Волков и др., ЯФ 9, 857 (1969); Б. Волуни и др., ibid., стр. 635.
84. Б. В. Гешкенбейн, Б. Л. Иоффе, М. А. Шифман, ЯФ 20, 128 (1974).
85. J. J. Aubert et al., Phys. Rev. Lett. 33, 1404 (1974).
86. J.-E. Augustin et al., ibid., p. 1406.
87. G. S. Abrams, ibid., p. 1453.
88. S. L. Glashow, J. I. Iliopoulos, L. Maiani, Phys. Rev. D2, 1285 (1970).
89. Б. Л. Иоффе, УФН 110, 357 (1973).