### ФИЗИКА НАШИХ ДНЕЙ

523.84(023)

# СВЕРХТЕКУЧЕСТЬ В ПУЛЬСАРАХ

## Дж. С. Цакадзе, С. Дж. Цакадзе

## ОБЩИЕ СВОЙСТВА ПУЛЬСАРОВ

Постановка вопроса о свойствах ядерной материи, из которой состоят звезды, связана с формулировкой идей квантовой механики. В этом направлении необходимо отметить пионерскую работу Ландау<sup>1</sup>, опубликованную еще в 1932 г. В 1934 г. Бааде и Цвикки<sup>2</sup> показали, что образование сверхплотных нейтронных звезд может явиться результатом взрыва сверхновой. В 1959 г. Мигдал<sup>3</sup> предположил, что ядерная материя в нейтронных звездах, плотность которых достигает ~ $10^{14}$   $c/cm^3$ , представляет собой жидкость, находящуюся в сверхтекучем состоянии, несмотря на то, что ее температура непосредственно после образования звезды может достигать  $10^9$  градусов<sup>4</sup>.

В связи с этим вспомним основные положения теории сверхтекучести жидкого гелия, развитой Ландау <sup>5</sup>, Боголюбовым <sup>6</sup> и Фейнманом <sup>7</sup>. При температуре 0 <sup>°</sup>К весь жидкий гелий находится в основном состоянии и это состояние, при котором он обладает нулевой вязкостью, является сверхтекучим. Однако наличие сверхтекучего основного состояния не обозначает, что все атомы гелия сконденсированы в пространстве импульсов на нулевом уровне. Наоборот, как выяснилось в экспериментах последних лет, в состоянии «конденсата», даже при температурах, очень близких к 0 °К, находится всего-навсего 7,4% вещества <sup>8</sup> (а может быть, и меньше). Остальные атомы жидкого гелия благодаря взаимодействию между ними «выталкиваются» из конденсата и обладают в среднем довольно значительными импульсами. При температурах, отличных от нуля, в жидком гелии появляются тепловые возбуждения, количество которых недостаточно для того, чтобы вовлечь в тепловое движение всю жидкость. и поэтому в интервале температур от нуля до 2,17 °К следует говорить и о сверхтекучей жидкости, еще не вовлеченной в тепловое движение, и о нормальной жидкости, уже вовлеченной в тепловое движение. При нагреве выше 2,17 °К, т. е. в точке фазового превращения 2-го рода. количество тепла уже является достаточным для того, чтобы вовлечь всю жидкость в тепловое движение, лишив ее тем самым свойства сверхтекучести и превратив ее в вещество с самыми обычными свойствами. Существование в гелии II двух компонент было экспериментально показано Андроникашвили <sup>9</sup>: нормальная компонента вовлекалась в колебательное движение, в то время как сверхтекучая оставалась неподвижной.

Легко можно представить себе аналогичную ситуацию и в случае ядерной материи звезды, которая в основном состоит из нейтронов 1

<sup>©</sup> Главная редакция физико-математической литературы издательства «Наука», «Успехи физических наук», 1975 г.

с малой примесью протонов (~1%) и электронов (тоже ~1%) и находится в сверхтекучем состоянии <sup>10</sup>. Разница между жидким гелием и ядерной материей внутри звезды заключается в том, что нейтроны, протоны и электроны, будучи фермионами, не могут «конденсироваться» в пространстве импульсов непосредственным образом, и для того, чтобы такое явление могло иметь место, необходимо, чтобы они объединились попарно в бозоны. Механизм спаривания фермионов наблюдается в сверхпроводниках и, как известно, носит название феномена Купера <sup>11</sup>. Точка фазового перехода, выше которой ядерное вещество теряет свойство сверхтекучести, находится при температурах ( $10^{10}-10^{12}$ ) °K (см., например, <sup>12</sup>), тогда как температура пульсара  $T \sim 10^8$  °K и довольно однородна для всей звезды. При температурах ~100 миллионов градусов основная масса сверхтекучей звездной материи имеет лишь небольшую примесь нормальной электронной части.

В 1964 г. Гинзбург и Киржниц <sup>13</sup> предположили, что вращающаяся ядерная материя, находящаяся в состоянии сверхтекучести, должна образовывать квантованные вихри, аналогично тому, как это имеет место в жидком гелии в его сверхтекучей фазе при закритических скоростях движения, когда нормальная и сверхтекучая части уже не могут двигаться независимо друг от друга.

Возникновение квантованных вихрей в сверхтекучей компоненте жидкого гелия, движущейся с закритической скоростью при температурах ниже точки фазового перехода, было предсказано Онсагером <sup>14</sup> в 1949 г. Онсагер, кроме того, постулировал, что момент количества движения атома гелия вокруг ствола такого вихря должен быть равен постоянной Планка или кратной ей величине. Отсюда следует, что вихрь имеет квантованную циркуляцию.

Впоследствии Вайнен <sup>15</sup> экспериментально подтвердил справедливость гипотезы Онсагера.

Теория квантованных вихрей была развита Фейнманом <sup>7</sup>, показавшим, что при достаточно больших скоростях жидкий гелий должен быть пронизан квантованными вихрями. В условиях вращающегося сосуда число вихрей на единицу площади сечения жидкости должно быть пропорционально угловой скорости и выражается формулой

$$N = \frac{m\omega_0}{\pi\hbar} , \qquad (1)$$

где  $\omega_0$  — угловая скорость, m — масса атома гелия.

Что касается критической скорости  $\omega_{c_4}$ , при которой возникает первый вихрь, то согласно Архипову <sup>16</sup> и Вайнену <sup>17</sup>

$$\omega_{c_1} = \frac{\hbar}{mR^2} \ln \frac{R}{a_0}, \qquad (2)$$

где R — радиус сосуда,  $a_0$  — радиус ствола вихря ( $a_0 \sim 3.10^{-8}$  см).

Следует заметить, что до того, как Онсагер предсказал необходимость квантования орбиты атома гелия вокруг вихря, считалось, что масштабы квантования ограничены размерами атома (т. е. величиной порядка  $10^{-8}$  см), в котором, согласно известному постулату Бора, квантуется орбита электрона. В лабораторных же условиях в вихревое движение вовлечены атомы, удаленные от оси вихря на расстояния порядка сантиметров. Таким образом, гипотеза Онсагера увеличила масштабы квантования на 8 порядков. В случае звезды масштабы квантования должны увеличиться еще больше.

Предположения Мигдала, Гинзбурга и других оставались до недавнего времени непроверенными. И только открытие в 1967 г. первого пульсара создало реальные возможности установить истинность этих теоретических догадок.

Как известно <sup>12</sup>, пульсар — это нейтронная звезда относительно небольших размеров с радиусом  $R \sim 10^6$  см и массой, равной приблизительно массе Солнца. Свое название «пульсар» она получила благодаря способности периодически резко увеличивать свою яркость.

Согласно современным представлениям, пульсар образуется в результате взрыва сверхновой. Так, например, на сегодняшний день около 30 радиопульсаров из 105 наблюденных связывают с остатками тех или иных сверхновых <sup>18, 19</sup>.

Из открытых на сегодняшний день пульсаров самым молодым является пульсар NP 0532 (или PSR 0532) в Крабовидной туманности



Рис. 1. Фотография Крабовидной туманности.

(рис. 1). Возраст этого интереснейшего образования еще не достиг 1000 лет. Оно возникло при появлении «небесного гостя» в 1054 г., что было зарегистрировано японскими и китайскими астрономами. В центре Крабовидной туманности находится самый быстрый пульсар PSR 0532, период вращения которого  $P \approx 0.033$  сек <sup>20</sup> (значение P сейчас измеряется с точностью до 11-го знака). При наблюдении этого пульсара в стробоскоп было найдено, что если стробоскоп и пульсар вращались в одной фазе, то пульсар был виден. При расстройке фаз пульсар «исчезает» (рис. 2). Пульсары, в основном, излучают электромагнитные волны в метровом и дециметровом диапазонах. По-видимому, только 3 из 115 пульсаров (включая и рентгеновские пульсары) излучают видимый свет. Около 10 пульсаров излучают и рентгеновские лучи, а пульсар в Крабовидной туманности PSR 0532 дополнительно излучает еще и  $\gamma$ -кванты <sup>21</sup>.

Счастливое стечение обстоятельств разрешает земному наблюдателю определять угловую скорость пульсаров. Это связано с тем, что магнитные оси пульсаров наклонены по отношению к осям их собственного вращения, благодаря чему светимость пульсара представляется земному наблюдателю периодической функцией времени. Здесь следует принять во внимание точку зрения, согласно которой пульсар светит особенно сильно в направлении своей магнитной оси <sup>22</sup>.

Согласно современным представлениям <sup>12</sup> пульсар имеет следующее строение: снаружи находится твердая железная кора, толщина которой  $d \approx 3 \, \kappa m$ . Внутри твердой коры помещается сверхтекучая нейтронная жидкость.

Внезапные подскоки скорости вращения, имеющие место для пульсара PSR 0833-45<sup>23</sup>, принадлежащего остаткам сверхновой Парус X

0 УФН, т. 115, вып. 3

(Vela X) и пульсара PSR 0532<sup>24</sup> Крабовидной туманности, вызвали появление многих гипотез о природе этого явления. Наиболее вероятной из них до сих пор являлась гипотеза звездотрясений Рудермана<sup>25</sup>.

Коротко об этой гипотезе. В результате быстрого вращения пульсар должен быть несколько сплюснут у полюсов и гравитационные силы уравновешены центробежными силами; звезда находится в равновесном состоянии. С течением времени скорость вращения пульсаров уменьшается (правда, медленно). В связи с этим должно постепенно нарушаться равновесие между гравитационными и центробежными силами. В твердой коре пульсара могут возникнуть и усилиться механические напряжения, которые в конце концов и должны привести к ее разрушению. Железный панцирь звезды при таких условиях будет трескаться, оседать на экваторе





На левой фотографии стробоскоп и пульсар PSR 0532 вращаются в одинаковой фазе.

и подниматься у полюсов. Естественно, при этом скорость вращения звезды должна скачкообразно возрастать. Измерения, проведенные в 1969 г., впервые показали, что подскок скорости вращения для пульсара PSR 0833-45 (Паруса X) соответствовал уменьшению его радиуса на 0,1 см <sup>26</sup>, а для пульсара PSR 0532 (Крабовидной туманности) на  $10^{-3}$  см <sup>26</sup>, что соответствует относительному увеличению скорости их вращения на  $\Delta \omega_0/\omega_0 = 2 \cdot 10^{-6}$  и  $\Delta \omega_0/\omega_0 = 3 \cdot 10^{-9}$  соответственно.

Следует отметить, что кроме механизма звездотрясения, ускорение пульсаров может быть вызвано, например, еще и планетарным возмущением <sup>27</sup>, а также вулканической деятельностью <sup>28</sup>. Однако, по нашему мнению, совместно со звездотрясением наиболее вероятным является еще и механизм ускорения пульсара, предложенный Паккардом <sup>29</sup>. Согласно Паккарду, нейтронная звезда ускоряется в результате распада метастабильного избыточного количества вихрей, которые, исчезнув, должны передать свой момент количества движения жидкости и через нее — твердой коре (об этом подробнее будет сказано ниже).

Рассмотрим кривую зависимости  $\omega_0 = F(t)$  для пульсаров. На рис. З приведен соответствующий график. По оси ординат отложена скорость вращения в логарифмическом масштабе, по оси абсцисс — время. На графике нанесены времена, характеризующие поведение пульсаров и связанные с их внутренней природой.

Одно из них  $(t_0)$  относится к изменению закона затухания: перед подскоком скорости замедление имеет вид  $\omega_0 = f(t)$ . После подскока скорости замедление имеет вид  $\omega_0 = \varphi(t)$ . Закон  $\omega_0 = \varphi(t)$  гораздо сильнее закона f(t). Период, в течение которого закон  $\varphi(t)$  переходит в закон f(t), назовем периодом релаксации и обозначим через  $t_0$ . Для пульсара PSR 0833-45 время  $t_1 = 1$ , 2 года = 3,7 ·10<sup>7</sup> сек <sup>12</sup>, для пульсара PSR 0532 время  $t_2 = (7 \pm 3)$  суток =  $6 \cdot 10^5$  сек <sup>13</sup>.

Второе характеристическое время — это время, отделяющее два последовательных подскока скорости. Обозначим его через  $\tau$ . Для пульсара PSR 0833-45  $\tau_1 = 2$  года <sup>30</sup>, а

для пульсара PSR 0532  $\tau_2 = 3$  месяца <sup>30</sup>.

Третье характеристическое время связано с периодическим изменением частоты вращения, наступающим после подскока скорости. Это характеристическое время, обозначенное нами через  $\theta$ , равняется для PSR 0833-45  $\theta_1 = 7$ месяцев <sup>31</sup>, а для PSR 0532  $\theta_2 =$ = 4 месяца <sup>32</sup>.

Сопоставление зависимостей  $\omega_0 = f(t)$  и  $\omega_0 = \varphi(t)$  показывает совершенно однозначно, что внутренность нейтронной звезды не является твердым телом.





На графике приведены наиболее характерные времена, связанные с внутренней структурой нейтронной звезды (на оси ординат масштаб — логарифмический).

С другой стороны, если бы внутренность пульсара представляла собой классическую жидкость, то время релаксации при самых разных предположениях не должно было бы превышать величину порядка  $10^{-7}$ — $-10^{-17}$  сек <sup>12</sup>. Требуется найти такую гидродинамическую систему, которая бы удовлетворяла всем трем характеристическим временам, выделенным нами выше.

Бейм, Петик, Пайнс и Рудерман <sup>33</sup> исходят из представления, что полость внутри твердой корки пульсара, состоящей из ядер Fe<sup>56</sup>, заполнена двухкомпонентной жидкостью, представляющей собой смесь сверхтекучей и нормальной ядерной материи: 98% нейтронов, ~1% протонов и ~1% электронов, если считать по числу частиц. В центре пульсара PSR 0833-45 вдобавок к этому может находиться твердое ядро <sup>30</sup>, состоящее из адронов или нейтронной кристаллической решетки. Ядро, как и электроны и протоны, жестко связано с коркой посредством сверхсильного магнитного поля звезды. Что касается взаимодействия между нормальной и сверхтекучими частями, а также сверхтекучей части с коркой и ядром, то оно обеспечивается квантованными вихрями, наличие которых в нейтронных звездах предположили Гинзбург и Киржниц <sup>13</sup>.

## описание установки

С целью выяснения гидродинамических особенностей вращения пульсаров в отделе физики низких температур Института Физики АН Грузинской ССР были поставлены эксперименты <sup>34-36</sup>, в которых жидкий гелий заполнял сосуды цилиндрической или сферической формы, свободно подвешенные на магнитной подвеске таким образом, что они могли совершать достаточно равномерное вращение. При желании этим сосудам электрическим импульсом придавался резкий толчок, увеличивающий угловую скорость на различные величины. Таким образом имитировались результаты звездотрясения в пульсарах. Схематический чертеж прибора приведен на рис. 4. Полая стеклянная сфера 1 (или тонкостенный стакан из оргстекла) совместно с латунным диском 2, имеющим относительно большой момент инерции, прочно скреплялись со спрямленной осью 3 из нержавеющей трубки диаметром З мм. Сфера (или стакан) служила сосудом для жидкого гелия и могла заполняться им через узкое отверстие диаметром 0,5 мм в верхней ее части.



Рис. 4. Схематический чертеж прибора.

Малый диаметр отверстия обеспечивал незначительное уменьшение количества гелия II, уносимого из сосуда пленкой в течение опыта. Перед каждым измерением сосуд заново заполнялся жидкостью.

Ко второму концу трубки 3 припаивался стальной шарик диаметром 2 мм. Таким же тариком оканчивался наконечник электромагнита 8, смонтированного в верхней части крышки сосуда Дьюара. При включении обмотки электромагнита в сеть постоянного тока, создаваемого аккумуляторной батареей, шарики притягивались друг к другу и сосуд, оказавшись подвешенным, мог свободно вращаться. Малая площадь соприкосновения хорошо отполированных поверхностей шариков обеспечивала незначительность трения между движущейся и неподвижной частями прибо-

ра: сосуд, закрученный до угловых скоростей ~4 сек<sup>-1</sup>, прежде чем полностью остановиться, вращался в течение 70—80 мин. Малости трения в точке соприкосновения шариков способствовало также пропускание через катушку электромагнита наименьшего тока, который регулировался таким образом, что подъемная сила электромагнита только незначительно превышала вес вращающейся части прибора. На ось 3 был также плотно насажен ротор 6 асинхронного электромоторчика, статором которого служили катушки 5, создающие вращающееся магнитное поле (количество катушек равнялось шести). Увеличение скорости первоначально неподвижного прибора до  $\omega_0 ~7 \, се\kappa^{-1}$  происходило за время ~10 сек. Кратковременное включение статорных катушек в сеть давало возможность внезапно увеличить скорость вращения сосуда. Вертикальные колебания сосуда при его вращении, конечно, полностью отсутствовали. Амплитуда же радиальных колебаний отъюстированного прибора не цревышала ~1 мм (что составляет ~1,6 ·10<sup>-3</sup> pad); устройство  $\varphi$  позволяло арретировать вращающуюся систему.

В верхней части трубки 3 было прикреплено зеркальце 9, на которое падал сфокусированный пучок света. Отраженный от зеркальца зайчик попадал на фотосопротивление марки ФСК-1, включенное в специальную электронную схему, измерявшую (при помощи частотомера ЧЗ-4) и автоматически фиксировавшую (при помощи цифропечатающего прибора ЦПМ-1) время между двумя следующими друг за другом импульсами, возникающими при освещении зайчиком света фотосопротивления. Точность измерения периода вращения составляла 10<sup>-5</sup> сек. Экспериментальные данные обрабатывались на электронно-вычислительной машине M-220-M. Момент инерции жидкости составлял 15—20% полного момента инерции вращающейся части прибора.

Нами использовался и второй вариант магнитной подвески. В отличие от первого во втором варианте прибора магнитная подвеска была осуществлена безопорно, что позволило максимально облегчить вращающуюся систему и увеличить относительный момент инерции сверхтекучей жидкости (до 70 % полного момента инерции вращающейся части) (рис. 5). В этом варианте прибора регистрация вращения и закручивание (или ускорение) вращающейся части происходило так же, как и в первом. Однако были и отличия: ось прибора в этом случае оканчивалась специальным

сердечником 1 из стали «армко». При приближении наконечника из «армко» к электромагниту 2 менялась индуктивность катушки 5, на что мгновенно реагировала управляющая электронная схема 4 — она через блок питания магнита 3 уменьшала его подъемную силу. При удалении наконечника 1 от индуктивности 5 ток в обмотках электромагнита увеличивался. Подвесная система практически не претерпевала вертикальных колебаний.

Вращающаяся система была надежно заэкранирована от теплового излучения медными экранами, законтаченными с гелиевой ванной.

### BPEMS $t_0$

Естественно предположить, что на величину времени релаксации t<sub>0</sub>, по истечении которого угловая скорость прибора меняется только в связи с

обычным затуханием, влияют следующие параметры: радиус стакана (или сферы), температура жидкости (или отношение  $\rho_n/\rho$ , где  $\rho_n$  — плотность нормальной компоненты,  $\rho$  — полная плотность жидкости), скорость вращения  $\omega_0$  (количество вихрей) и величина скачка скорости  $\Delta\omega_0$ .

Нами было изучено влияние каждого из этих параметров на время  $t_0$ .

Для осуществления экспериментов в сферическом сосуде выбиралась сфера с наименьшей разницей в диаметрах, измеренных в различных направлениях в экваториальной плоскости. Эксперименты проводились со сферой с  $R = 3.4 \pm 0.05$  см.

Первоначально была исследована температурная зависимость времени релаксации в сфере с гладкой поверхностью, заполненной жидким гелием. Это опыты велись при постоянном  $\omega_0 = 5.02 \ ce\kappa^{-1}$  и одинаковых  $\Delta\omega_0 = 1.50 \ ce\kappa^{-1}$ . Как видно из рис. 6, время релаксации возрастает при понижении температуры, проявляя степенную зависимость от отношения  $\rho_n/\rho$ . Подробнее об этой зависимости будет сказано ниже.

В следующей серии экспериментов исследовалась зависимость  $t_0$  от скорости вращения при фиксированных значениях T = 1,46 °K и  $\Delta \omega_0 =$  $= 1 \ ce\kappa^{-1}$ . Как показали результаты, приведенные на рис. 7, время релаксации возрастает с уменьшением  $\omega_0$ , что соответствует уменьшению числа вихрей, при помощи которых осуществляется связь между твердой оболочкой и сверхтекучей жидкостью.



Рис. 5. Схематический чертеж безопорной магнитной подвески. Для исследования зависимости времени релаксации от величины скачка скорости  $\Delta\omega_0$  опыты велись при неизменных T = 1.46 °K и  $\omega_0 = 5 \ ce\kappa^{-1}$ . Результаты, приведенные на рис. 8, показывают, что время релаксации возрастает с увеличением скачка по логарифмическому закону.





Рис. 6. Зависимость  $t_0$  от  $\rho_n/\rho$ .



Аналогичные результаты были получены и в случае использования в качестве сосуда для гелия II стакана из оргстекла диаметром 70.0 мм и высотой h = 40 мм. Стакан делался весьма тонкостенным с толщиной стенки 0,5 мм. Крышка стакана также изготовлялась из оргстекла и приклеивалась к стакану. Введение в стакан коаксиального цилиндра, вызы-



вающего уменьшение линейного размера в два раза, уменьшает время релаксации в два раза. Итак,  $t_0 \sim R$ , где R — линейный размер объема, занятого жидкостью.

Учтя приведенные в этом разделе рассуждения и результаты измерения времени релаксации, показанные на рис. 6—8, а также привлекая методы теории размерностей, мы составили полуэмпирическую формулу \*). При этом мы исходили из предположения, что безразмерная величина  $\omega_0 t$  может быть написана как функция следующего вида (с безразмерными аргументами):

$$\binom{2}{\rho} \omega_0 t = f_1 \left(\frac{m\omega_0 R^2}{\hbar}\right) f_2 \left(\frac{\rho_n}{\rho}\right) f_3 \left(\frac{\Delta\omega_0}{\omega_0'}\right), \quad (3)$$

Рис. 8. Зависимость  $t_0$  от  $\Delta \omega_0$ .

где  $\omega'_0$  — некоторая величина с размерностью  $\omega_0$ , *m* — масса атома гелия,

 $\hbar$  — постоянная Планка. Обработка данных, полученных при постоянных  $\rho_n/\rho$ ,  $\Delta \omega_0$  и R, показала, что

$$\omega_0 t = (3 \pm 0, 3) \left( \frac{m \omega_0 R^2}{\hbar} \right)^{0, 4 \pm 0, 05}, \qquad (4)$$

где безразмерные численные параметры получены методом наименыцих

 <sup>\*)</sup> Авторы благодарят Ю. Г. Мамаладзе за помощь в установлении вида и численных значений параметров этой формулы.

квадратов. Таким образом,  $t \sim \omega_0^{-0,6}$  и  $t \sim R^{0,8}$  (вместо  $t \sim R\omega_0^{-1}$ , как было получено в работах <sup>34, 35</sup> при предварительной оценке). Зависимость  $t_0$  от температуры при постоянстве остальных переменных имеет вид

$$t_0 = \frac{70 \pm 5}{(\rho_n/\rho)^{0,25 \pm 0,01} + B}.$$
 (5)

Зависимость t<sub>0</sub> от скачка скорости Δω<sub>0</sub> при постоянстве других переменных описывается формулой вида

$$t_0 = (57 \pm 5) \ln (1 + c' \Delta \omega_0).$$
 (6)

Объединяя полученные таким образом зависимости, имеем

$$t_0 = A \left(\frac{mR^2}{\hbar}\right)^{\beta} \omega_0^{\beta - 1} \left(\frac{\rho_n}{\rho}\right)^{-\alpha} \ln\left(1 + c'\Delta\omega_0\right).$$
(7)

Метод наименьших квадратов дает  $A = 1,0 \pm 0,1, \beta = 0,40 \pm 0,05, \alpha = 0,25 \pm 0,01, c' = 5,1 \pm 0,2$ . Величина *B* в пределах погрешности не отличается от нуля (хотя в принципе  $B \neq 0$ , так как  $t \neq \infty$  при  $\rho_n/\rho = 0$ ). Выражение  $c'\Delta\omega_0$  в последнем члене оказывается предпочтительнее, чем  $c'\Delta\omega_0/\omega_0$ , т. е. *c'* в формуле (6) оказывается постоянной. В связи с этим мы использовали запись этого члена в виде  $c\Delta\omega_0/\omega_{c_1}$ , где  $\omega_{c_1}$  — критическая скорость вихреобразования, а  $c = c'\omega_{c_1} = (6,6 \pm 0,2) \cdot 10^{-4}$  (при обработке результатов, полученных с нашим прибором, это просто тождественное преобразование; однако замена  $c\Delta\omega_0$  на  $\Delta\omega_0/\omega_{c_1}$  становится существенной и обеспечивает подобие при переходе к пульсарам, у которых  $\Delta\omega_0$  и  $\omega_{c_1}$  резко отличаются от соответствующих величин для гелия II).

Если теперь допустить, что в нейтронной сверхтекучей жидкости при ускорении содержащего ее сосуда явления разыгрываются так же, как и в гелии II при сходных условиях, то тогда надо считать, что выведенная нами формула (7) справедлива и для нейтронной сверхтекучей жидкости и ее можно применить для расчета релаксационных времен, наблюдаемых после ускорения пульсаров. Такой расчет для вычисления длительности релаксационных процессов в пульсарах дает

$$t_{BMY}^{(PSR \ 0833-45)} \approx 0.6 \cdot 10^7 \ cek,$$
  
 $t_{BMY}^{(PSR \ 0532)} \approx 2 \cdot 10^6 \ cek$ 

в отличие от наблюденных значений  $t_1 = 3.7 \cdot 10^7$  сек и  $t_2 = 6 \cdot 10^5$  сек соответственно. При расчетах мы использовали следующие, принятые в настоящее время параметры пульсаров:  $R = 10^6$  см,  $\rho_n/\rho = 1\%$ ,  $\omega_0$  (PSR 0532) = 190 сек<sup>-1</sup>,  $\omega_0$  (PSR 0833-45) = 70 сек<sup>-1</sup>,  $\Delta\omega_0$  (PSR 0532) = 1,3  $\cdot 10^{-6}$  сек<sup>-1</sup>,  $\Delta\omega_0$  (PSR 0833-45) = 1,6  $\cdot 10^{-4}$  сек<sup>-1</sup>, а для постоянных, входящих в формулу (7), были использованы значения, полученные из гелиевых экспериментов.

#### время в

Для осцилляции угловой скорости свободного вращения сверхтекучей жидкости есть несколько причин. Одним из наиболее важных из них является воздействие на степки вращающегося сосуда со стороны решетки квантованных вихрей Онсагера — Фейнмана, колеблющейся в направлении, перпендикулярном оси вращения. Эти колебания теоретически были изучены Ткаченко <sup>87</sup>. Естественно, экспериментальное обнаружение этого эффекта требует весьма чувствительного прибора с маленьким моментом инерции и с малым затуханием скорости вращения. Мы применяли второй прибор. В качестве сосуда для гелия использовались: 1) стакан из органического стекла диаметром  $64 \pm 0.05$  мм, высотой 50 мм и толщиной стенки 0.2 мм, с гладкими внутренними поверхностями, 2) тот же стакан с шероховатым дном и крышкой (шероховатость создавалась при помощи песчинок с линейными размерами 0.01 мм), 3) стеклянная сфера с гладкой внутренней поверхностью и диаметром  $68 \pm 1.5$  мм. Отношение моментов инерции сверхтекучей компоненты гелия II (при T = 1.46 °K) и сосудов были: для



Рис. 9. Изменение во времени угловой скорости свободно вращающегося сосуда с жидким гелием <sup>36</sup>.

Кривые 1 — 3 относятся к Не II; 2 является продолжением 1, а 3 — продолжением 2; 1 — начало вращения, 3 — вращение при радиальных колебаниях прибора, 2 — относительно плавное затухание примерно через 12 мин после начала вращения, 4 — Не I при колебаниях прибора ( $\omega_0$  — в логарифмическом масштабе). сосуда 1 — 2,38, для сосуда 2—2,01, для сосуда 3 — 0,89.

Как и в прежних экспериментах, опыт проводился следующим образом: прибор приводился во вращательное движение и, после достижения определенной скорости вращения, предоставлялся самому себе. Измерялась зависимость угловой скорости вращения от времени. Установка была подключена к ЭВМ (в режиме on line) и обработка результатов эксперимента происходила автоматически.

На рис. 9 приведены результаты, полученные в экспериментах со стаканом с гладкими поверхностями. Из рассмотрения кривой 1 видно, что непосредственно ясно после ускорения первоначально неподвижного прибора скорость его вращения резко падает, а потом меняется по периодическому закону с периодом ~30 сек. С течением времени вращение становится более и более равномерным, хотя всегда имеются следы определенных возмущений вращения. На том же рисунке показана временная зависимость скорости вращения через 12 мин после начала вращения (кривая 2, являющаяся продолжением кривой 1). Если заставить вращающийся прибор совершать радиальные колебания с амплитудой  $\phi \ge 10^{-2} pa\partial$  (период радиальных колебаний прибора ~1,7 сек), то по мере увеличения амплитуды колебаний возникает осцилляция скорости вращения прибора (кривая 3).

Аналогичные результаты получены и в случае применения в качестве вращающегося сосуда стакана с шероховатыми торцами.

Контрольные эксперименты, проведенные в гелии I, а также с пустым прибором (без жидкости), показали, что радиальные колебания вращающейся системы с амплитудами  $\phi \ge 10^{-2}$  рад не вызывают осцилляций его вращения (кривая 4). Что касается экспериментов со сферическим стеклянным сосудом, то и в этом случае имеются сходные осцилляции скорости, однако они выражены слабее, чем в случае цилиндрического сосуда.

Как известно, угловая скорость вращения пульсара PSR 0532 после полученного ускорения начала осциллировать с периодом около четырех месяцев <sup>32</sup>. Причем амплитуда осцилляции составляла примерно одну десятую долю от величины скачка скорости при ускорении вращения. Согласно Рудерману <sup>31</sup>, это явление может быть объяснено возмущением вихревой решетки сверхтекучей нейтронной жидкости, в которой подобно вихревой решетке гелия II могут распространяться колебания Ткаченко.

Весьма грубую оценку периода θ-осцилляции скорости вращения можно произвести, если воспользоваться соотношением, выведенным Рудерманом <sup>31</sup> для основных мод колебаний вихревой решетки в цилиндрическом сосуде.

Согласно Рудерману <sup>31</sup>, если не учитывать момент инерции бесконечного по длине цилиндрического сосуда, то период основной моды ткаченковских колебаний вихревой решетки <sup>37</sup> можно вычислить по формуле

$$0 \sim \frac{4\pi}{5} \sqrt{\frac{M}{h\omega_0}} R, \tag{8}$$

где *M* — масса бозона, ω<sub>0</sub> — угловая скорость вращения, *R* — радиус сосуда.

Принимая во внимание грубость сделанных оценок, можпо допустить, что колебания скорости в обоих случаях имеют одну и ту же природу, несмотря на то, что конечные размеры прибора и наличие сосуда с относительно большим моментом инерции могут изменить параметры основной моды колебаний вихревой решетки. Во всяком случае, ясно, что осцилляция угловой скорости вращения после ускорения прибора является результатом наличия вихревой решетки, поскольку гелий I таких осцилляций не проявляет ни при начале вращения, ни при радиальных колебаниях прибора.

### ВРЕМЯ т

В 1971 г., примерно через два года после наблюдения первого ускорения, пульсар PSR 0833-45 (Паруса X) ускорился еще раз и снова стало  $\Delta \omega_0 / \omega_0 \sim 2.10^{-6}$  <sup>38</sup>. Что же касается пульсара Крабовидной туманности PSR 0532, то в 1971 г. произошло несколько его ускорений: весной, летом (1 августа) и осенью (25 октября) (т. е. почти через каждые три месяца) и каждый раз  $\Delta \omega_0 / \omega_0 \sim 10^{-9}$  <sup>30</sup>. Расчет, проведенный Пайнсом и Шахамом <sup>39</sup>, показал, что если частоту ускорений пульсара в Крабовидной туманности PSR 0532 еще можно объяснить механизмом звездотрясения, то двухгодичный интервал между ускорениями пульсара PSR 0833-45 является слишком коротким. Расчеты, проведенные для этого пульсара, показали, что период между его ускорениями не должен быть меньше нескольких десятков лет или веков и что ускорение других, более «старых» пульсаров — явление редчайшее, происходящее раз в несколько тысячелетий. Поэтому авторы ввели понятие об «ядротрясении». Согласно этой новой гипотезе нейтронная твердая кристаллическая решетка, составляющая ядро пульсара PSR 0833-45, так же как и твердая железная кора, имеющая сплюснутость, время от времени скачком приближается к сферической форме: ее радиус уменьшается у экватора и увеличивается у полюсов, при этом скорость вращения звезды подскакивает. Для объяснения двухгодичного интервала между ускорениями авторам приходится допускать, что нейтронное твердое тело более хрупкое. чем железная кора пульсара. Однако привлечем двухкомпонентную модель пульсара для объяснения частоты его ускорения и рассмотрим механизм ускорения, который предложил Паккард<sup>29</sup>, основываясь на наблюдениях метастабильного состояния вращающегося гелия II, который способен объяснить существование наблюденных времен.

Еще в 1958 г. Андроникашвили и Цакадзе <sup>40</sup> обнаружили явление длительного сохранения вихревых эффектов во вращающемся гелии I,



Рис. 10. Зависимость логарифмического декремента затухания колебаний диска от времени <sup>42</sup>.

Колебания происходят во вращающемся Не I, полученном путем нагрева вращающетося Не II. В момент  $t_0$  жидкость нагревается выше  $\lambda$ -точки, в момент  $t_1$  затухание ревко уменьшается, в момент  $t_2$  затухание достигает своего равновесного значения. Протяженность участков:  $1 - \sim 18$  мия,  $2 - \sim 1$  мия, 3 - 12 мия.



Рис. 11. Изменение во времени амплитуды второго звука в радиальном резонаторе в He II, в условиях охлаждения вращающегося He I до температур ниже  $\lambda$ -точки <sup>43</sup>.

В момент  $t_1$  начинается охлаждение Не I, в момент  $t_2$  жидкость охлаждается ниже  $\lambda$ точки, в момент  $t_3$  прекращается охлаждение жидкости, появляется второй звук. В момент  $t_4$  амплитуда второго звука достигает своего равновесного значения (протяженность временного интервала  $(t_3, t_4)$  может достигать 1000 сех, в момент  $t_5$  прекращается вращение прибора, в момент  $t_5$  прекращается вращения достигает своего равновесного значения (для  $\omega_0 = 0$ ), в момент  $t_5$  амплитуда второго звука прибора, а в момент  $t_5$  амплитуда второго звука достигает равновесного (для  $\omega_0 \neq 0$ ) значения.

которые возникали при нагреве вращающего гелия II. В 1964—1966 гг. в Тбилиси была проведена большая серия экспериментальных работ. имевших своей целью изучить состояние метастабильного режима вращения гелия II. Применяя методику измерения затухания аксиальнокрутильных колебаний диска, погруженного во вращающийся гелий II, Андроникашвили, Месоед и Цакадзе 41 и Андроникашвили, Гуджабидзе и Цакадзе<sup>42</sup> показали, что метастабильное состояние свихрями у вращающегося жидкого гелия может сохраняться весьма долго, в течение ~30 мин (рис. 10).

Обратное явление — продолжительное вращение гелия II без вихревой решетки было продемонстрировано в работе Андроникашвили, Баблидзе и Цакадзе <sup>43</sup>. Этот эксперимент проводился с применением второго звука, распространяющегося в радиальном резонаторе вдоль его радиуса. Первоначально происходила настройка второго звука в резонаторе при фиксированной температуре в гелии II. Затем жидкость отогревалась выше Т<sub>λ</sub> и приводилась во вращательное движение до наступления равновесно го вращения всей системы. После этого, не прекращая вращения, жидкость охлаждали до первоначальной температуры. Измерялось время установления равновесной (для данной скорости и температуры) амплитуды второго звука. Выяснилось, что эти времена значительные и в некоторых условиях могут достигать 1000 и более секунд (рис. 11).

Впоследствии аналогичные метастабильные состояния вращающегося жидкого гелия II при медленном и плавном изменении скорости вра-

щения были наблюдены Паккардом и Сандерсом <sup>44</sup>. Авторы использовали явление захвата отрицательных ионов вихрями. Ускорение прибора в их опыте не превышало 2 *рад/сек* за 10 часов. Оказалось, что при отрицательном ускорении вихри исчезают не плавно, следуя изменению скорости, а скачками, после накопления определенного избыточного их количества. Рождение вихрей также не следовало за изменением скорости вращения:

возрастание их количества происходило также не плавно, а скачками (рис. 12).

Недавно Надирашвили и Цакадзе<sup>45</sup>, применяя методику колеблющегося диска, измерили времена релаксации в гелии II при быстром (в течение 1 *сек*) уменьшении скорости вращения сосуда. Было найдено, что если при прекращении вращения сосуда с гелием II распад вихрей начинается немедленно, сразу же после остановки прибора, то при быстром уменьшении скорости вращения примерно в два раза вихревая структура остается неизменной в течение 500 и более секунд (рис. 13).

Таким образом, в этих работах было убедительно показано, что как возникновение, так и раснал вихревой решетки в жидком гелии II происходят с большими временами релаксации. Иными словами, гелий II может долгое время вращаться без возникновения вихрей. Вместе с тем гелий II может вращаться также с избыточным, не соответствующим данной скорости вращения, количевихрей (метастабильное ством соответствующее вращение, не свободной минимуму энергии жидкости)

Рассмотрим взаимодействие сосуда со сверхтекучей жидкостью. Пусть сначала сосуд и жидкость покоятся. Затем доведем скорость сосуда до определенной величины и предоставим его самому себе. Сначала происходит перераспределение углового момента между сосудом и жидкостью, вследствие чего наблюдается резкое падение скорости вращения оболочки. После того, как жидкость и сосуд начинают вращаться с одинаковой скоростью, коэффициент затухавращения у должен остания ваться неизменным. Его величина

зависит не только от внешнего тормозящего усилия, но и от интенсивности взаимодействия сосуда с жидкостью. Действительно, жидкость «обгоняет» тормозящий сосуд и ее взаимодействие с оболочкой имеет



Рис. 12. Иллюстрация свойства гелия II совершать метастабильное вращение <sup>44</sup>. По оси ординат — разность потенциалов, пропорциональная количеству вихрей.



Рис. 13. Временная зависимость логарифмического декремента затухания колебаний диска во вращающемся Не II в условиях изменения скорости его вращения <sup>45</sup>.

1 → при остановке стакана, 2 → при изменении скорости его вращения ускоряющий характер, т. е. уменьшает затухание. С другой стороны, передавая момент количества движения сосуду, она и сама постепенно теряет скорость, благодаря чему число вихрей должно было бы уменьшаться. Однако в действительности число вихрей до поры до времени остается неизменным, делая вихревую решетку метастабильной. По достижении определенной степени метастабильности, часть вихрей распадается снова, передавая угловой момент сосуду или жидкости. Если осуществляется первый случай, то сосуд, ускоряясь сам, ускорит и жидкость. Теперь сверхтекучая жидкость будет находиться в метастабильном состоянии по отношению к решетке с (малым) числом вихрей, не соответствующим ее скорости вращения.

Следуя Паккарду <sup>29</sup>, используем теперь приведенные факты для обсуждения поведения пульсаров. В частности, поскольку механизм звездотрясения не может объяснить наблюдаемый короткий период между ускорениями нейтронных звезд, посмотрим, сможет ли распад метастабильных вихрей обеспечить более частые их ускорения. Пусть при внезапном исчезновении некоторого метастабильного количества вихрей угловой момент жидкости  $L_{x}$  изменится на величину  $\Delta L_{x}$ . Тогда твердая оболочка пульсара должна ускориться согласно очевидному соотношению

$$\frac{\Delta\omega_0}{\omega_0} = \frac{J_{\mathrm{H}}}{J_{\mathrm{o}6}} \frac{\Delta L_{\mathrm{H}}}{L_{\mathrm{H}}},\tag{9}$$

где  $J_{ob}$  — момент инерции оболочки. Для нейтронной звезды отношение  $J_{ob}/J_{\pi}$  в принципе может меняться в пределах  $10\div0$ . По утверждению Пакарда, наблюдаемое ускорение пульсаров можно объяснить при разумных значениях  $J_{ob}/J_{\pi} \sim 10^{-1}$ — $10^{-2}$ . Используем выражение

$$N=4\pi R^2\omega_0\,rac{M}{h}$$
 ,

описывающее равновесное количество вихрей. Здесь N — число вихрей, R — радиус сосуда,  $\omega_0$  — скорость вращения жидкости, M — масса единичного бозона для звезды и масса атома гелия для лабораторных экспериментов. Зная скорость замедления вращения и используя выражение

$$\dot{N}=4\pi R^2\dot{\omega}_0rac{M}{h}$$
 ,

можно рассчитать и избыточное количество вихрей, которое «набирается»за единицу времени (например, за сутки). Применяя для пульсара PSR 0532 эти формулы, получим

$$N = 6 \cdot 10^{1},$$
  
$$\dot{N} = 7 \cdot 10^{11} \ cym \kappa u^{-1}.$$

Ускорения пульсаров в Крабовидной туманности происходят через каждые 90 суток, и за это время накапливается 10<sup>13</sup> вихрей, что составляет ~10<sup>-2</sup>% общего их количества. Примем такой избыток вихрей за его критическое значение для любого пульсара. Тогда, исходя из этого предположения, можно рассчитать для пульсара PSR 0833-45 интервал времени т между следующими друг за другом ускорениями. Получается  $\tau = 2$  года, что точно совпадает с наблюденным интервалом времени между ускорениями этого пульсара. Легко проверить, что суммарного момента количества движения распавшихся вихрей с лихвой хватает на то, чтобы объяснить наблюдаемый подскок скорости вращения.

	1				Время т	
Пульсар	Период вращения Р, сек	Ускорение Р, исек'сутки	Полное число вихрей Л	, сутки~1	вычислен- ное на основе наших сообра- жений	наблю- денное
PSR 0532 (Kpa6) PSR 0933-45 (Hapyc X) PSR 0611-22 PSR 0736 PSR 2045-16	0,033099324 0,089209298 0,334911898 0.374918324 1,961565351	36,518 10,823 4,84 1,73 0,963	$\begin{array}{c} 6\cdot 10^{17} \\ 2\cdot 10^{17} \\ 6\cdot 10^{16} \\ 5\cdot 10^{16} \\ 10^{16} \end{array}$	$7 \cdot 10^{11}$ $3 \cdot 10^{10}$ $10^{9}$ $2, 5 \cdot 10^{8}$ $1, 5 \cdot 10^{6}$	2 года 15 лет 30 лет 3.10 <sup>4</sup> лет	90 суток 2 года

Применяя для некоторых самых быстрых пульсаров подобные вычисления, можно составить таблицу (параметры пульсаров взяты из <sup>46</sup>).

Из таблицы видно, что если переход пульсара из метастабильного состояния в состояние с наименьшей для данного момента времени свободной энергией действительно может вызвать ускорение оболочки нейтронной звезды, то ускорение пульсаров — не такое уж редкое явление и может наблюдаться и для относительно «старых» медленно вращающихся звезд.

С целью непосредственной проверки гипотезы Паккарда мы наблюдали изменение во времени скорости вращения дюралюминиевого стакана с гелием II, момент инерции сверхтекучей компоненты в которой составлял 0,75 от полного момента инерции вращающейся системы. Как известно, свободное вращение с малым затуханием происходит по закону  $\omega_0 = e^{-\gamma/Jt}$ , где J — момент инерции системы,  $\gamma$  — коэффициент затухания вращения. По предварительным данным, по истечении довольно длительного периода времени (~15 мин) после начала вращения на гладком до этого момента графике зависимости  $\omega_0 = f(t)$  наблюдались скачки скорости, которые, возможно, связаны с исчезновением метастабильных вихрей. Эксперименты в этом направлении должны быть продолжены.

# ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, мы приходим к выводу, что в пульсарах могут реализоваться ускорения по крайней мере двух типов: I — ускорение твердой части пульсара (вызванное, например, механизмом звездотрясения Рудермана) с последующим вовлечением сверхтекучей жидкости во вращение, и II — ускорение сверхтекучей жидкости (вызванное, например, метастабильным ее вращением) с последующим ускорением твердой оболочки пульсара. Как сообщает Пайнс<sup>47</sup>, детальная обработка данных, проведенная Лосеном<sup>48</sup>, показывает. что ускорение пульсара PSR 0532 в октябре 1971 г. было отличным от ускорения 1969 г., а именно: после подскока скорости отсутствовал длительный релаксационный процесс. Отсюда можно сделать заключение, что это связано с реализацией ускорения второго типа в пульсарах.

На основе наших исследований можно заключить, что двухкомпонентная модель нейтронной звезды способна объяснить существование всех трех характеристических времен  $t_0$ , θ и τ, тогда как другие модели пульсаров могут дать ответ только на существование отдельно взятого какогонибудь из этих времен.

Эта работа индуцирована докладом профессора Иллинойского университета (США) Д. Пайнса, прочитанным им в Институте физики АН Грузинской ССР, и последовавшей за ним дискуссией.

Авторы благодарят Э. Л. Андроникашвили за ценные указания при формулировке основных положений статьи и стимулирующий интерес к работе; Ю. Г. Мамаладзе — за систематическое обсуждение результатов; Д. И. Гарибашвили, С. Л. Шрабштейн, Г. Н. Читашвили — за создание системы полной автоматизации измерений с помощью универсальной управляющей машины М-1000; Ц. Т. Таркашвили, Н. А. Лапаури, Л. В. Тепляшину, Л. М. Сихарулидзе, Л. В. Лаврелашвили — за создание программ обработки данных и управления экспериментом; М. К. Зайончика — за разработку, монтаж и наладку электронной схемы измерительной установки.

Институт физики АН Груз.ССР

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- 1. L. D. L an d a u, Phys. Zs. Sowjetunion 1, 285 (1932). 2. W. B a a d e, F. Z w i c k y, Phys. Rev. 45, 128 (1934). 3. A. E. Мигдал, ЖЭТФ 37, 249 (1959).
- 4. S. Tsuruta, A. G. W. Gameron, Canad. J. Phys. 44, 1863 (1966). 5. L. D. Landau, J. Phys. USSR 5, 71 (1941).

- 6. Н. Н. Боголюбов, Изв. АН СССР, сер. физ. 11, 67 (1947). 7. R. P. Feynman, in: Progress in Low Temperature Physics, Amsterdam, North-Holland, v. 1, ch. 2.
- 8. O. K. Harling, Phys. Rev. Lett. 24, 1046 (1970).
- 9. Э. И. Андроника швили, ЖЭТФ 18, 424 (1948). 10. См., например: J. Nemeth, D. W. L. Spring, Phys. Rev. 176, 1 (1968). 11. L. N. Cooper, ibid. 104, 1189 (1956).
- L. N. Соорег, 161. 104, 1189 (1956).
   См., например: D. P i n e s, Proc. of the 12th Intern. Conf. on Low Temp. Phys., Kyoto, Japan, 1970.
   В. Л. Гинзбург, Д. А. Киржниц, ЖЭТФ 47, 2006 (1964).
   L. Onsager, Nuovo Cimento 6, Suppl. 2, 249 (1949).
   W. F. V i n e n, Proc. Roy. Soc. A260, 218 (1961).
   P. Г. Архипов, ЖЭТФ 33, 116 (1957).
   W. F. V i n e n, Nature 181, 1524 (1958).
   M. L. Large, A. F. Vaughan, an Nature (Phys. Sci.) 236, 117 (1972).

- W. F. VINER, Nature 161, 1524 (1958).
   M. I. Large, A. E. Vaughan, Nature (Phys. Sci.) 236, 117 (1972).
   J. G. Davies, A. G. Lyne, T. H. Seiradakis, ibid. 240, 229.
   G. M. Comella, H. D. Craft, R. V. E. Lovelace, T. M. Sutton, G. L. Tyler, Nature 221, 453 (1969).
   CM., HANDAMPE, J. P. Leray, J. Lasseur, J. Paull et al., Astrophys. 16, 4427 (4072).
- 443 (1972).

- 22. В. Л. Гинзбург, УФН 103, 393 (1971).
  23. V. Radhakrishan, R. N. Manchester, Nature 222, 228 (1969).
  24. P. Bounton, E. Groth, P. Patridge, D. Wilkinson, IAU Circular, No. 2179 (1969).
  25. М. Ruderman, Nature 223, 593 (1969).
  26. Ф. Дайсон, Д. Тер Хаар, Нейтронные звезды и пульсары, М., «Мир», 4072 стр. 54.
- 1973, стр. 51.

- F. C. Muchel, Astrophys. J. 159, 225 (1970).
   F. C. Muchel, Astrophys. J. 159, 225 (1970).
   F. J. Dyson, Nature 223, 486 (1969).
   R. E. Packard, Phys. Rev. Lett. 28, 1080, 1972.
   D. Pines, J. Shaham, M. Ruderman, IAU Simposium, Boulder, Colorado, August 1972.
- 31. M. Ruderman, Nature 225, 619 (1970).
  32. D. Richards, G. Petengil, C. Coounselman, J. Rankin, IAU Circular, No 2180 (1969).
- 33. G. Baym, C. J. Pethick, D. Pines, M. Ruderman, Nature 224, 872 (1969). 34. J. S. Tsakadze, S. J. Tsakadze, Phys. Lett. A41, 197 (1972). 35. Дж. С. Цакадзе, С. Дж. Цакадзе, ЖЭТФ 64, 1817 (1973). 36. Дж. С. Цакадзе, С. Дж. Цакадзе, Письма ЖЭТФ 18, 605 (1973).

- 37. В. К. Ткаченко, ЖЭТФ 50, 1573 (1966). 38. Р. Е. Reichley, C. S. Downx, Nature (Phys. Sci.) 234, 48 (1971). 39. D. Pines, J. Shaham, ibid. 235, 43 (1972).
- 40. Э. Л. Андроникать вили, Дж. С. Цакадзе, Тезисы докладов на V Все-союзной конференции по физике низких температур, Тбилиси, ИФ АН Груз.ССР,
- 1958, **стр. 3.** 41. Э. Л. Андропикашвили, К. Б. Месоед, Дж. С. Цакадзе, ЖЭТФ 46, 157 (1964).
- 42. Э. Л. Андроникашвили, Г. В. Гуджабидзе, Дж. С. Цакадзе, ЖЭТФ 50. 51 (1966).
- 43. Э. Л. Андроникашвили, Р. А. Баблидзе, Дж. С. Цакадзе, ibid., crp. 46.

- 44. R. E. Packard, T. M. Sanders, Phys. Rev. Lett. 22, 823 (1969). 45. З. Ш. Надирашвили, Дж. С. Цакадзе, Письма ЖЭТФ 18, 77 (1973). 46. Пульсары. Сборник статей под редакцией В. В. Виткевича, М., «Мир», 1971, стр. 19.
- 47. D. Pines, An Inv. Paper Prep. for the 6th Intern. Solvay Cong. on Phys., Bruxelles, Sept. 1973. 48. E. L o h s e n. Nature (Phys. Sci.) 236, 70 (1972).