1975 г. Январь *Том 115, вып. 1*

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

539.374

ДИНАМИЧЕСКОЕ ТОРМОЖЕНИЕ ДИСЛОКАЦИЙ

В. И. Альшиц, В. Л. Инденбом

СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение 3
2. Ангармонические фононные механизмы торможения равномерно движущихся дислокаций 6
а) Фононная вязкость (8). б) Термоупругая диссипация (9). в) Фононное рассеяние (10). г) Фононный ветер (нелинейный механизм) (11). д) Единообразное рассмотрение процессов рассеяния и релаксации (14). е) Вклад в диссипацию оптических фононов (18).
3. Фононные механизмы торможения, обусловленные возбуждением собственных степеней свободы движущихся дислокаций 19
а) Флаттер-эффект (19). б) Радиационное трение (22). в) Комбинационное рассеяние фононов (26). г) Влияние примеси (27).
4. Экспериментальные данные по динамическому торможению дислокаций 28
а) Измерение подвижности индивидуальных дислокаций (28). б) Амплитудно-независимое внутреннее трение (29). в) Высокоскоростное деформирование (29).
5. Заключение 35
Цитированная литература 37

1. ВВЕДЕНИЕ

Способность кристалла к пластической деформации обусловлена наличием в кристаллической решетке дислокаций — линейных дефектов, способных относительно легко перемещаться под нагрузкой. При перемещении дислокации от одной поверхности тела до другой кристалл претерпевает элементарный сдвиг по плоскости скольжения на величину порядка параметра решетки a. Движение дислокаций определяет формирование реальной атомной структуры кристаллических тел, кинетику формоизменения кристаллов под нагрузкой и лежит в основе регулирования многих важных физических свойств твердых тел.

Современная измерительная техника в принципе позволяет следить за перемещением отдельных дислокаций, что обеспечивает экспериментальную базу при исследовании закономерностей динамики дислокаций. Практическая важность проблемы в совокупности с реальными возможностями исследований выдвинули динамику дислокаций в ряд наиболее интенсивно разрабатываемых разделов физики твердого тела.

Изучение механизмов, лимитирующих подвижность дислокаций в различных условиях началось примерно четверть века назад в ряде теоретических работ. Тогда казалось, что основным источником торможения дислокаций являются диссипативные процессы в фононной подсистеме, которые должны приводить к вязкому трению, пропорциональному скорости дислокации. Однако последующие измерения подвижности индивидуальных дислокаций обнаружили, что торможение дислокаций, вообще

© Главная редакция физико-математической литературы издательства «Наука», «Успехи физических наук», 1975 г.

говоря, отнюдь не сводится к вязкому трению. Первые попытки объяснить измеренные кривые подвижности дислокаций не увенчались успехом, поскольку исходили из неверного представления, что торможение дислокаций при всех скоростях определяется единым механизмом. Лишь впоследствии стало ясно, что подвижность дислокаций лимитируется конкуренцией термофлуктуационных и динамических процессов, относительная

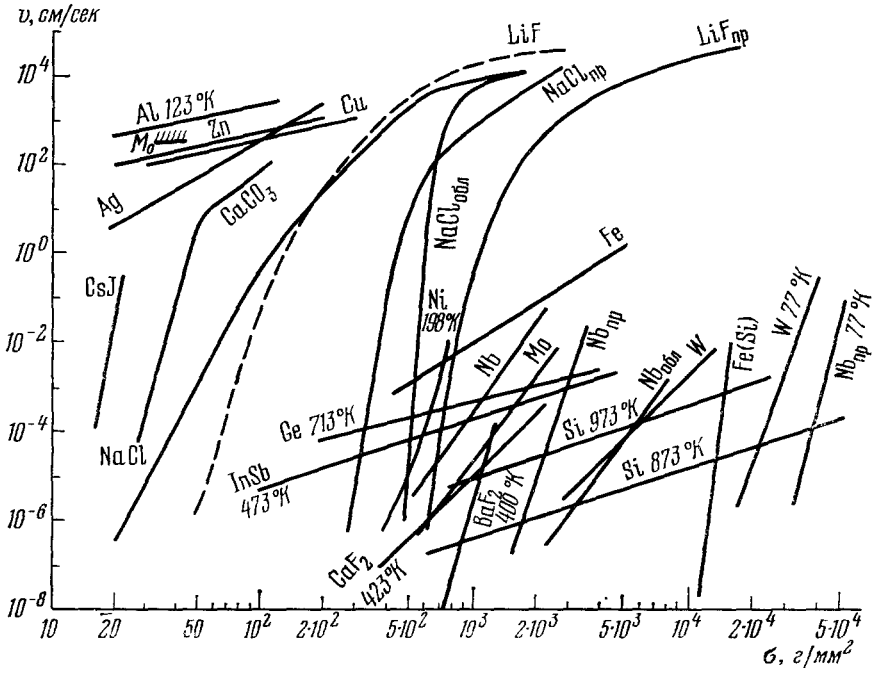

Рис. 1. Кривые подвижности индивидуальных дислокаций для различных кристаллов (см. [2]).

Индексы означают: «пр» — примесный, «обл» — облученный.

роль которых зависит от скорости дислокаций (см., например, [1]). Эта идея завоевывала себе сторонников по мере своего подкрепления экспериментальными фактами.

На рис. 1 приведены измеренные в различных кристаллах кривые зависимости средней скорости скольжения прямолинейной дислокации v от приложенного напряжения σ. На кривых, снятых в широком интервале скоростей, можно проследить важное общее свойство. На каждой из них отчетливо выделяются два качественно различных этапа зависимости скорости от напряжения. Первый этап характеризуется резким увеличением скорости на много порядков при сравнительно небольшом росте напряжения в пределах одного порядка. На втором этапе, который начинается в области высоких скоростей (обычно при $v \gtrsim 10^{-2}c$, где c — скорость звука), резкое поведение кривой $v(\sigma)$ сменяется линейной зависимостью скорости от напряжений, т. е. движение дислокации приобретает вязкий характер. На рис. 2 это явление иллюстрируется кривыми подвижности дислокаций в кристаллах KCl с различным содержанием примеси. На рис. 3 схематически показан сдвиг кривой $v(\sigma)$ с изменением температуры. Эксперимент с несомненностью свидетельствует о качественных отличиях в характере влияния температуры и содержания примеси на подвижность медленных и быстрых дислокаций. Если на пер-

вом этапе небольшие изменения температуры и концентрации примеси приводят к резкому изменению подвижности дислокаций, то на втором

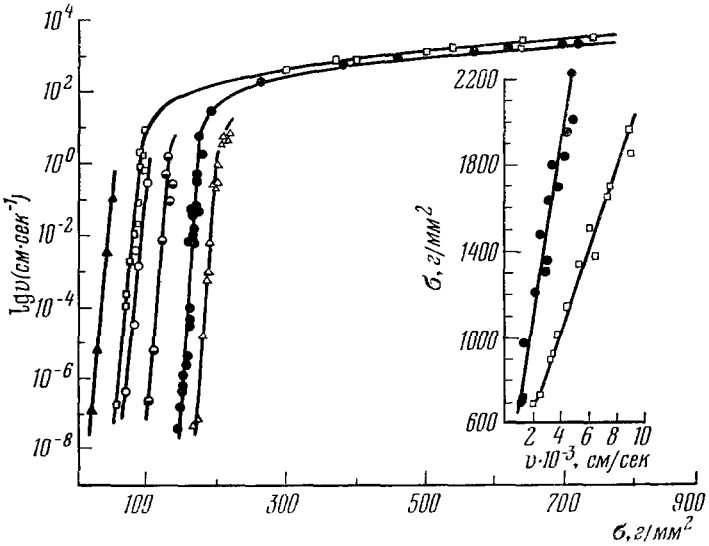

Рис. 2. Зависимость скорости индивидуальных дислокаций от приложенного напряжения в кристаллах KCl разной чистоты (по данным [3]).

этапе влияние температуры и примеси оказывается существенно более слабым, причем увеличение подвижности дислокаций с ростом температуры сменяется в области высоких скоростей обращением ее температурного хода.

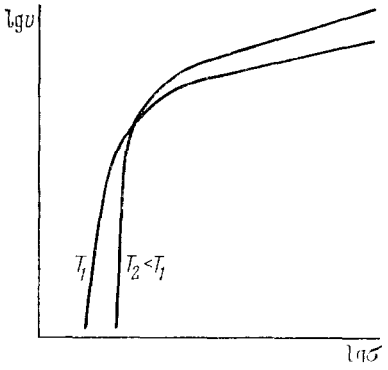

Рис. 3. Влияние температуры на зависимость v (σ) (схема).

Сейчас уже трудно сомневаться в справедливости теоретической схемы, объясняющей различие в поведении быстрых и медленных дислокаций коренным изменением механизма торможения. Перемещение дислокаций в кристаллах требует преодоления различного рода барьеров, связанных как с периодическим строением кристалла (барьеры Пайерлса), так и с дефектами решетки. Медленно движущиеся дислокации останавливаются перед этими барьерами и преодолевают их с помощью термических флуктуаций. Увеличение подвижности медленных дислокаций при повышении температуры связано с ростом вероятности термической флуктуации. По мере возрастания скорости дислокаций, когда их кинетическая энергия достигает высоты энергетических барьеров, создаются условия для динамического преодоления препятствий. Торможение дислокаций приобретает динамическую природу и лимитируется перекачкой энергии от дислокации к различным элементарным возбуждениям в кристалле. В отличие от области термофлуктуационной подвижности, скорость дислокаций в динамической области падает с температурой в соответствии с увеличением плотности газа элементарных возбуждений.

Динамическое торможение проявляется не только для быстрых, но и для медленных дислокаций, определяя скорость затухания колеба-

тельного движения дислокационных сегментов между барьерами и даже кинетику термофлуктуационного преодоления дислокациями потенциальных барьеров. О величине первого эффекта можно судить по амплитудно-независимому внутреннему трению. Второй эффект наглядно проявляется в условиях резкого изменения плотности элементарных возбуждений (например, при скачкообразном изменении плотности нормальных электронов в результате перехода металла в сверхпроводящее состояние).

В большинстве случаев определяющую роль в динамическом торможении дислокаций играют диссипативные процессы в фононной подсистеме кристалла. Вклад других типов элементарных возбуждений (электронов, экситонов и т. д.) проявляется лишь в специальных условиях. Например, в металлах при низких температурах, когда фононный газ вымерожен, существенным оказывается взаимодействие движущихся дислокаций с электронами проводимости. В этой статье мы ограничимся анализом фононных механизмов торможения дислокаций.

Первая попытка комплексного рассмотрения различных каналов диссипации в фононной подсистеме была предпринята более десяти лет назад в известной работе Лоте [4]. В те времена, когда экспериментальное исследование динамики дислокаций только начиналось и роль динамического торможения дислокаций еще не была до конца ясной, приближенный анализ Лоте вклада различных эффектов в торможение дислокаций при комнатных температурах выглядел вполне достаточным. Появившиеся позднее обзорные статьи [5, 6] и монографии [7, 8], содержащие специальные главы о фононном торможении дислокаций, фактически не выходили за рамки анализа Лоте.

Современный уровень развития экспериментальных исследований по динамике дислокаций соответствует качественно новым требованиям к теории. За последние годы появились теоретические работы более общего характера, позволяющие установить определенную иерархию фононных механизмов торможения дислокаций в различных условиях, в частности, в зависимости от температуры. Благодаря последним результатам теории удается уже объяснить основную массу экспериментального материала по динамической подвижности дислокаций. Однако существуют вопросы, на которые еще предстоит ответить. С другой стороны, теория предсказывает ряд эффектов, которые пока экспериментально не обнаружены.

Становление современных представлений о механизмах динамического торможения дислокаций имеет свою историю. Выяснение ряда тонких физических аспектов взаимодействия дислокаций с фононами сопровождалось длительными дискуссиями, следы которых до сих пор видны в литературе. Приходится сталкиваться с работами, в которых постановка задачи соответствует уже пройденному этапу теории. Мы попытаемся ниже резюмировать современное состояние проблемы, провести последовательное теоретическое рассмотрение фононных механизмов торможения дислокаций, внести ясность в ряд дискуссионных вопросов, а также сформулировать основные задачи, которые ждут своего решения.

2. АНГАРМОНИЧЕСКИЕ ФОНОННЫЕ МЕХАНИЗМЫ ТОРМОЖЕНИЯ РАВНОМЕРНО ДВИЖУЩИХСЯ ДИСЛОКАЦИЙ

При движении дислокации в кристалле ее упругое поле возмущает равновесие фононного газа. В результате возникает отток энергии от дислокации к фононам и эффективное торможение дислокаций. В дальнейшем мы будем рассматривать «нерелятивистские» дислокации, движущиеся со скоростями v, малыми по сравнению со скоростью звука c. В этом случае упругое поле деформаций движущейся дислокации с хорошей точ-

ностью (поправки порядка $(v/c)^2$) определяется квазистатическим переносом со скоростью $\mathbf{v}$ статического поля: $\varepsilon_{ij}(\mathbf{r}, t) \approx \varepsilon_{ij}(\mathbf{r} - \mathbf{v}t)$. Удобно представить это поле в виде пакета плоских волн, разлагая функцию $\varepsilon_{ij}(\mathbf{r} - \mathbf{v}t)$ в интеграл Фурье:

$$\varepsilon_{ij}(\mathbf{r}, t) = \int \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^3} \varepsilon_{ij}^{\mathbf{q}} e^{i(\mathbf{qr} - \Omega_{\mathbf{q}} t)}; \tag{2.1}$$

здесь $\varepsilon_{ij}^{\mathbf{q}}$ — фурье-образ статического поля деформаций дислокации, $\Omega_{\mathbf{q}} = \mathbf{qv}$. Вследствие нелинейных свойств (ангармонизма) кристалла должно иметь место взаимодействие фононов с плоскими упругими волнами, приводящее к затуханию пакета (2.1). В приближении линейного отклика диссипация энергии в единицу времени при движении дислокации слагается из затуханий отдельных волн пакета (2.1):

$$D = \int \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^3} \Omega_{\mathbf{q}} \eta_{ijkl}(\mathbf{q}, \Omega_{\mathbf{q}}) \varepsilon_{ij}^{\mathbf{q}} \varepsilon_{kl}^{-\mathbf{q}}, \tag{2.2}$$

где $\eta_{ijkl}(\mathbf{q}, \Omega_{\mathbf{q}})$ — эффективная вязкость для волны с волновым вектором $\mathbf{q}$ и частотой $\Omega_{\mathbf{q}}$. Диссипации (2.2) соответствует непосредственно измеряемый на опыте коэффициент динамического торможения дислокаций B, определяемый как коэффициент пропорциональности между скоростью v и силой вязкого торможения F дислокации (на единицу длины):

$$B = \frac{F}{v} = \frac{D}{v^2}. \tag{2.3}$$

Типичные измеренные значения B для различных кристаллов при комнатной температуре составляют 10^{-4}—10^{-3} *пуаз*, что соответствует вязкости довольно плотного газа.

Коэффициенты при $\Omega_{\mathbf{q}} \varepsilon_{ij}^{\mathbf{q}} \varepsilon_{kl}^{-\mathbf{q}}$ в выражении (2 2), отвечающие поглощению отдельных волн из пакета (2.1), можно интерпретировать как мнимые части динамических упругих модулей $c_{ijkl}(\mathbf{q}, \Omega_{\mathbf{q}})$. На этом языке Косевич и Нацик [9] развили феноменологическую теорию торможения дислокаций, результаты которой имеют особенно изящный вид в случае пренебрежения пространственной дисперсией c_{ijkl}. Эта теория оказалась, в частности, плодотворной при анализе роли квазилокальных колебаний примесных центров, возбуждаемых при движении дислокации (см. раздел г) гл. 3). К сожалению, проблема фононного торможения дислокаций осложняется тем, что преобладающий вклад в диссипацию вносят процессы, обладающие резко выраженной пространственной дисперсией.

При оценке фононного торможения дислокаций следует учитывать, что в зависимости от масштаба временны́х и пространственных неоднородностей внешнего поля диссипативные процессы в фононной подсистеме имеют качественно различный характер. Применительно к анализу затухания плоской волны естественными величинами, с которыми нужно сравнивать ее частоту ω и длину волны $\lambda = 2\pi/q$, являются обратное время релаксации фононов τ^{-1} и длина свободного пробега $l = c\tau$. На рис. 4, *а* фазовая плоскость $\{\omega, q\}$ разделена на четыре области, характеризующиеся различной величиной параметров $\omega\tau$ и ql. Мы будем интересоваться лишь тремя областями, в которые могут попасть частоты $\Omega_{\mathbf{q}}$ и волновые векторы $\mathbf{q}$ плоских волн из пакета (2.1). Из общих соображений ясно, что в области I ($\omega\tau < 1$, $ql < 1$) диссипативные процессы имеют макроскопический, релаксационный характер, в области II ($\omega\tau > 1$, $ql > 1$) преобладают квантовые процессы фононного рассеяния; наконец, диссипативные процессы в области III ($\omega\tau < 1$, $ql > 1$) должны включать и рассеяние, и релаксацию. Ниже мы проанализируем существующие оценки фононного торможения, выполненные в различных макро- и микроприбли-

жениях, а затем сформулируем общий подход, допускающий единообразное описание диссипативных процессов во всех областях *I—III*.

а) Фононная вязкость. Затухание плоских упругих волн из пакета (2.1), очевидно, лимитируется диссипативными процессами того же типа, что и поглощение ультразвука. В свое время, анализируя поглощение длинноволнового ультразвука, Ахиезер показал [10], что в процессе восстановления равновесия фононного газа, возмущенного звуковой волной, фононы ведут себя как газ с эффективной вязкостью $\eta \sim \gamma^2 E\tau$ (E — плотность тепловой энергии, γ — постоянная Грюнайзена). Поэтому естественной выглядит попытка оценить торможение дислокации, подставив в (2.2) $\eta(\mathbf{q}, \Omega_{\mathbf{q}}) = \eta$ (здесь и ниже мы для простоты опускаем тензорные индексы):

$$D = \eta \int \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^3} \Omega_{\mathbf{q}}^2 |\varepsilon^{\mathbf{q}}|^2. \quad (2.4)$$

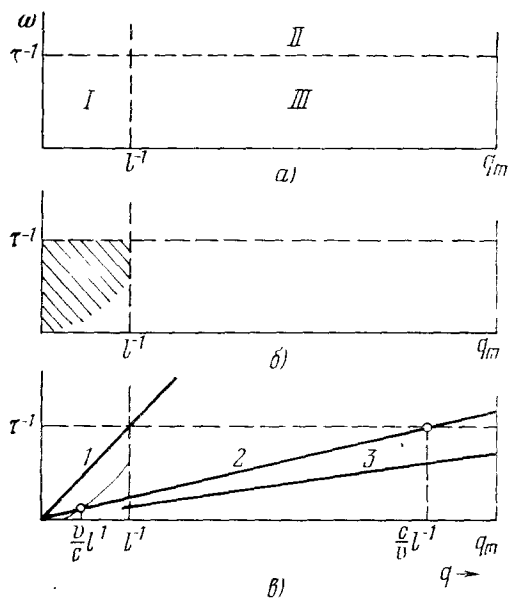

Рис. 4. Фазовая диаграмма, иллюстрирующая различный характер затухания плоской упругой волны при взаимодействии с фононной подсистемой кристалла в зависимости от того, в какую область на плоскости $\{\omega, q\}$ попадают ее частота и волновой вектор.

I — область, где преобладают макроскопические релаксационные процессы типа фононной вязкости и термоупругих потерь (лишь в заштрихованной части области *I* ($\omega > \chi q^2$) отсутствует пространственная дисперсия затухания); *II* — квантовая область, в которой основную роль играют процессы рассеяния фононов на упругом поле волны; *III* — кинетическая область, где конкурируют рассеяние и релаксация фононов. Линия *1* — закон дисперсии $\omega = cq$ для звуковых волн; линии *2*, *3* — закон дисперсии $\omega = vq$ соответственно для «быстрых» ($v > c/q_m l$) и «медленных» ($v < c/q_m l$) дислокационных пакетов (2.1).

Именно такого типа оценка, выполненная Мэзоном [11], до сих пор используется некоторыми исследователями при анализе экспериментального материала. Поскольку вблизи дислокации деформации растут обратно пропорционально расстоянию, интеграл (2.4) квадратично расходится на верхнем пределе и должен быть оборван при некотором значении $q_m \sim r_0^{-1}$. В своих расчетах Мэзон исходил из того, что r_0 имеет смысл радиуса ядра дислокации и потому должно быть порядка параметра решетки a.

Нетрудно убедиться, однако, что оценка (2.4) является в принципе некорректной и несправедлива даже по порядку величины. Как уже было отмечено, основной вклад в интеграл (2.4) связан с большими q, однако именно при больших q пренебрежение в (2.4) пространственной дисперсией фононной вязкости является недопустимым и приводит к неверным результатам. Представление о фононной вязкости без дисперсии может быть введено лишь в «адиабатической» части области *I*, заштрихованной на рис. 4, *б*, для которой

$$\omega \gg \chi q^2, \quad (2.5)$$

где $\chi \approx cl/3$ — температуропроводность (подробнее см. раздел д) этой главы, второе слагаемое в формуле (2.26)). Из рис. 4, *в* видно, что, в отличие от звуковой волны, которая адиабатична во всей области *I*, парциальные волны из пакета (2.1) обладают адиабатичностью лишь в малой области

$q < (v/c)\, l^{-1}$. Таким образом, по формуле (2.4) может быть оценено затухание лишь самой длинноволновой части пакета (2.1), которая дает в торможение дислокации пренебрежимо малый вклад: использование в качестве радиуса обрезания величины $(c/v)l$ вместо a уменьшает оценку Мэзона в $(cl/va)^2$ раз!

Несмотря на все сказанное, работа Мэзона [11] сыграла позитивную роль в становлении современных представлений о диссипативных процессах, определяющих динамическое торможение дислокаций. Прежде всего, в этой работе, по-видимому, впервые была высказана идея о принципиальном отличии механизмов, лимитирующих подвижность быстрых и медленных дислокаций. Кроме того, обнаруженное позднее неплохое соответствие между формулой Мэзона и некоторыми экспериментальными данными по температурному ходу динамического торможения дислокаций явилось дополнительным стимулом к поискам релаксационного механизма, приводящего к торможению, пропорциональному т. Действительно, как мы увидим, концепция постоянной фононной вязкости, не применимая для обычных «звуковых» фононов, оказывается приложимой к «медленным» фононам с низкими групповыми скоростями. Релаксация этих «медленных» фононов будет рассмотрена в разделах д) и е) этой главы.

б) Термоупругая диссипация. При движении дислокации происходит нагревание и охлаждение участков кристалла, подвергающихся быстрому сжатию и растяжению. Это вызывает дополнительные потоки фононов — потоки тепла от горячих участков к холодным, которые сопровождаются термоупругой диссипацией энергии [12]:

$$D = \frac{\varkappa}{T}\int (\nabla T)^2\, d\mathbf{r} = \frac{\varkappa}{T}\int \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^3}\,|(\nabla T)_{\mathbf{q}}|^2; \tag{2.6}$$

здесь $\varkappa = C\chi$ — коэффициент теплопроводности, C — удельная теплоемкость кристалла, T — средняя температура кристалла, ∇T и $(\nabla T)_{\mathbf{q}}$ — градиент температуры и его фурье-образ. Термоупругую диссипацию можно трактовать как частный случай проявления фононной вязкости, когда деформации сводятся к дилатации, изменение фононного спектра — к локальному нагреванию (или охлаждению) кристалла, а восстановление равновесия в фононной подсистеме — к потокам тепла. Уравнение теплопроводности в кристалле с движущейся дислокацией имеет вид

$$\frac{\partial T}{\partial t} - \chi\Delta T = \gamma T\dot{\varepsilon}_{ll}(\mathbf{r}, t); \tag{2.7}$$

здесь правая часть соответствует объемному тепловыделению при адиабатическом изменении объема кристалла. Применяя к уравнению (2.7) преобразование Фурье, нетрудно получить

$$(\nabla T)_{\mathbf{q}} = \frac{\gamma T\varepsilon^{\mathbf{q}}_{ll}\Omega_{\mathbf{q}}q}{-i\Omega_{\mathbf{q}} + \chi q^2}\,. \tag{2.8}$$

Оценим по формулам (2.6), (2.8) торможение прямолинейной краевой дислокации с вектором Бюргерса $\mathbf{b}$, движущейся в плоскости скольжения с единичным вектором нормали $\mathbf{n}$. Континуальная теория дислокаций в изотропном приближении, как известно, дает [12]

$$\varepsilon_{ll}(\mathbf{r}) \approx -\frac{b}{4\pi}\frac{(\boldsymbol{\rho}\mathbf{n})}{\rho^2}\,, \quad |\varepsilon^{\mathbf{q}}_{ll}|^2 \approx \frac{\pi}{2}b^2\frac{\delta(\mathbf{qm})}{q^2}\left(\frac{\mathbf{qn}}{q}\right)^2, \tag{2.9}$$

где $\boldsymbol{\rho}$ — перпендикулярная к дислокации составляющая радиуса-вектора $\mathbf{r}$, $\mathbf{m}$ — единичный вектор, направленный вдоль дислокации, $\delta(x)$ —

дельта-функция Дирака, коэффициент Пуассона для оценки положен равным 1/3. С учетом (2.8), (2.9) интегрирование в (2.6) выполняется непосредственно, причем из-за логарифмической расходимости по q на верхнем пределе должно быть оборвано при $q = q_m$:

$$D \approx \frac{\gamma^2 b^2}{64\pi} v^2 \frac{CT}{\chi} \ln \frac{\chi q_m}{v}. \tag{2.10}$$

Величина q_m должна быть выбрана из физических соображений. Оценивая термоупругое затухание, Эшелби [13] (для колеблющихся дислокационных сегментов) и Вайнер [14] (для поступательно движущейся дислокации) распространяли интегрирование в (2.6) вплоть до ядра дислокации, что соответствует выбору $q_m \sim 1/a$. Следует, однако, иметь в виду, что развиваемый здесь макроскопический подход справедлив лишь для элементов объема с линейными размерами, превышающими длину свободного пробега фононов l. В этом смысле более естественным выглядит предлагаемое Лоте [4] значение $q_m = \pi/l$. Соответствующее значение параметра, стоящего под логарифмом, в этом случае все еще велико: $\chi q_m/v \approx c/v \gg 1$. Переходя от диссипации D к коэффициенту торможения $B = D/v^2$, имеем

$$B = \frac{\gamma^2 b^2}{64\pi} \frac{CT}{\chi} \ln \frac{c}{v}. \tag{2.11}$$

Численная оценка коэффициента торможения по формуле (2.11) приводит к значениям, на 1—2 порядка меньшим экспериментально наблюдаемых величин. Это частично связано с тем, что постоянная Грюнайзена является слишком грубой мерой ангармонизма кристалла в подобных задачах. Мы вернемся ниже (раздел д) этой главы) к обсуждению относительной роли термоупругих потерь на основе более общего подхода к проблеме (в частности, с более полным учетом ангармонизма). Отметим только, что рассмотренный механизм приводит к торможению лишь краевых или смешанных дислокаций, поле деформаций которых содержит дилатационную компоненту.

Разумеется, релаксация фононов не сводится только к термоупругим процессам и должна иметь место также и в сдвиговом поле. Мы видели в разделе а), что на расстояниях $R > (c/v)\, l$ от дислокации она может быть описана на языке обычной фононной вязкости. На более близких, но все еще макроскопических расстояниях $l < R < (c/v)\, l$ оценка релаксации фононов требует учета пространственной дисперсии фононной вязкости и будет рассмотрена в разделе д) этой главы. Анализ диссипативных процессов вблизи дислокации ($R < l$) не может быть проведен в макроскопических терминах и требует микроскопического квантового подхода.

в) *Фононное рассеяние.* Описание фононных процессов, протекающих как угодно близко к движущейся дислокации, было предложено Лейбфридом [15], рассмотревшим рассеяние фононов на дислокации. В системе координат, связанной с движущейся дислокацией, поток фононов, налетающих на дислокацию, асимметричен. Благодаря этому чисто аберрационному эффекту фононы, рассеиваясь на дислокации, передают ей импульс, пропорциональный скорости дислокации и направленный против ее движения. Дислокация как бы испытывает давление фононного ветра. Нетрудно сообразить, что импульс F, передаваемый при этом от фононов каждой единице длины дислокации в единицу времени, должен быть порядка $f d_{\mathrm{tr}} E\, (v/c)$, где d_{tr} — транспортный поперечник рассеяния фононов на дислокации, f — численный множитель ($f \leqslant 1$). Соответствующую оценку для коэффициента торможения $B = F/v$ обычно вслед за

Лейбфридом [15] записывают в виде

$$B = \frac{bE}{10c}. \tag{2.12}$$

Лейбфрид не вычислял поперечник рассеяния фононов на дислокации, предположив, что он порядка величины вектора Бюргерса b (обычно $b \sim a$). В этом смысле формула (2.12) относится в равной степени к любому механизму рассеяния с поперечником порядка a. Как показал Набарро [16], следует различать два механизма рассеяния фононов на дислокации: фононный ветер (нелинейный механизм), обусловленный нелинейными упругими свойствами (ангармонизмом) кристалла, и флаттер-эффект, связанный с переизлучением фононов дислокацией, колеблющейся в тепловом поле решетки. Хотя Лейбфрид имел в виду рассеяние из-за нелинейности свойств среды вблизи дислокации, впоследствии Лоте показал [17], что оценка (2.12) справедлива и для флаттер-эффекта при температурах порядка дебаевской. Действительно, согласно [18] поперечник рассеяния фонона, обусловленного нелинейным механизмом, оказывается порядка $\gamma^2 b^2/\lambda$ (λ — длина волны фонона), а поперечник флаттера — порядка λ. Понятно поэтому, что формула (2.12) описывает оба эффекта при достаточно высоких температурах, когда преобладают фононы с длиной волны порядка параметра решетки. Но отсюда также очевидно, что эти механизмы имеют различный температурный ход, и экстраполяция формулы (2.12) на область низких температур, которую иногда используют [11, 19, 20], лишена смысла.

Численные оценки по формуле (2.12) приводят к значениям коэффициента торможения примерно на порядок ниже экспериментально наблюдаемых. Это, в частности, связано с тем, что постоянная Грюнайзена, как это уже отмечалось выше, является плохой мерой ангармонизма применительно к задачам о фононном рассеянии (см. раздел г) этой главы). Получение более надежной информации о величине, температурной зависимости и относительной роли двух упомянутых выше механизмов рассеяния требует более детального теоретического анализа проблемы. Мы обсудим ниже квантовомеханическую теорию фононного ветра и флаттер-эффекта соответственно в разделах г) этой главы и а) гл. 3.

г) Фононный ветер (нелинейный механизм). Взаимодействие фононов с полем внутренних напряжений в кристалле, обусловленное ангармонизмом решетки, можно попытаться оценить по дилатационному эффекту, приводящему к локальному изменению скорости фононов $\delta c \approx \gamma c \varepsilon_{ll}$ и соответствующему сдвигу частоты [18]

$$\omega' = \omega\,(1 + \gamma \varepsilon_{ll}(\mathbf{r}, t)). \tag{2.13}$$

Энергия каждого фонона в поле дислокации при этом возмущается на величину $\hbar\omega\gamma\varepsilon_{ll}$ ($\hbar$ — постоянная Планка). Именно эта идея была положена в основу первых расчетов [21, 22] поперечника рассеяния фононов на дислокации. Однако основанная на таком подходе оценка фононного торможения дислокаций [4] приводит к результату типа (2.12), на порядок меньшему экспериментально наблюдаемых значений. Кроме того, в приближении (2.13) отсутствует (вопреки эксперименту) торможение винтовых дислокаций, для которых $\varepsilon_{ll} = 0$. Для сколько-нибудь надежной оценки эффекта, по-видимому, требуется прямой учет ангармонизма решетки на языке упругих постоянных высшего порядка. Такой подход к проблеме был впервые осуществлен в работах Альшица [23] и Грюнера [24] *).

*) Попытка решения этой задачи в работе [20] оказалась некорректной, на что было указано в работе [25].

Первый ангармонический член в разложении упругой энергии кристалла по деформациям в континуальном приближении может быть представлен в форме [18]

$$\Phi_{\text{анг}} = \frac{1}{3!}\int d\mathbf{r} A_{kmi}^{lnj} u_{kl} u_{mn} u_{ij}; \tag{2.14}$$

здесь A_{kmi}^{lnj} — тензор упругих констант 3-го порядка. В кристалле с дислокацией к тепловым деформациям кристалла u_{ij} должны быть добавлены дислокационные деформации ε_{ij}. В результате в линейном по полю дислокации приближении энергия взаимодействия тепловых колебаний с дислокацией имеет вид

$$\Phi_{\text{вз}} = \frac{1}{2}\int d\mathbf{r} A_{kmi}^{lnj} u_{kl} u_{mn} \varepsilon_{ij}, \tag{2.15}$$

что после обычного перехода в фурье-пространство (с учетом (2.1)) и проведения вторичного квантования по фононным переменным приводит к гамильтониану взаимодействия фононов с движущейся дислокацией [26]:

$$\mathscr{H}_{\text{вз}}(t) = \sum_{\alpha,\,\beta} \Gamma_{\alpha\beta} \xi_\alpha^+ \xi_\beta e^{-i\Omega_{\mathbf{q}} t}; \tag{2.16}$$

здесь индексы α, β обозначают различные состояния фононов, задаваемые совокупностью волнового вектора $\mathbf{k}$ и поляризации λ: $\alpha = (\mathbf{k}, \lambda)$, $\beta = (\mathbf{k}', \lambda')$, причем $\mathbf{k}' = \mathbf{k} + \mathbf{q}$; $\xi_\alpha = a_{\mathbf{k}\lambda} + a^+_{-\mathbf{k}\lambda}$, $a^+_{\mathbf{k}\lambda}$ и $a_{\mathbf{k}\lambda}$ — операторы рождения и уничтожения фонона:

$$\Gamma_{\alpha\beta} = A_{\alpha\beta}^{ij} \varepsilon_{ij}^{\mathbf{q}}, \quad A_{\alpha\beta} \sim \frac{M}{4G} \frac{\hbar c^2 k k'}{\sqrt{\omega_\alpha \omega_\beta}}, \tag{2.17}$$

M — характерное значение модуля третьего порядка, G — модуль сдвига.

Поскольку в каждом акте рассеяния фонона из состояния α в состояние β и обратно передается энергия $\hbar\Omega_{\mathbf{q}}$, то диссипация энергии в единицу времени составляет

$$D = \frac{\pi}{\hbar^2} \sum_{\alpha,\,\beta} \hbar\Omega_{\mathbf{q}} |\Gamma_{\alpha\beta}|^2 (n_\beta - n_\alpha)\, \delta(\omega_\alpha - \omega_\beta - \Omega_{\mathbf{q}}) \approx$$

$$\approx -\frac{\pi}{\hbar} \sum_{\alpha,\,\beta} \Omega_{\mathbf{q}}^2 |\Gamma_{\alpha\beta}|^2 \frac{\partial n_\alpha}{\partial \omega_\alpha} \delta(\omega_\alpha - \omega_\beta); \tag{2.18}$$

здесь $n_\alpha = [\exp(\hbar\omega_\alpha / k_B T) - 1]^{-1}$ — равновесная функция распределения фононов, k_B — постоянная Больцмана.

Выражение (2.18) описывает торможение не только дислокации, но любого источника упругого поля (например, перегиба на дислокации, краудиона и т. д.) при соответствующем выборе тензора $\varepsilon_{ij}^{\mathbf{q}}$ и, естественно, совпадает с аналогичной формулой в работе [27], посвященной анализу нелинейного механизма фононного торможения перегиба.

Подставляя выражение (2.17) в формулу (2.18) и учитывая при этом, что $|\varepsilon_{ij}^{\mathbf{q}}|^2$ по порядку величины определяется формулой (2.9), получим после замены суммирования на интегрирование и ряда несложных вычислений искомую оценку вклада фононного ветра в торможение дислокации:

$$B = \frac{D}{v^2} = \left|\frac{M}{G}\right|^2 \frac{\hbar}{b^3} \left(\frac{k_D b}{2\pi}\right)^5 f\left(\frac{T}{\Theta}\right); \tag{2.19}$$

здесь

$$f(x) = x^5 \int_0^{1/x} \frac{e^t t^5\, dt}{(e^t - 1)^2}, \tag{2.20}$$

Θ — температура Дебая, k_D — дебаевская граница в спектре фононов. Из формул (2.19), (2.20), в частности, следует, что при низких температурах $B \sim T^5$, в то время как экстраполяция формулы (2.12) на эту область дает $B \sim T^4$.

В работе [23] в изотропном приближении был определен коэффициент $|M/G|^2$ для винтовой дислокации:

$$\left|\frac{M}{G}\right|^2 \approx 4 + \left(\frac{|n|}{G} - 6\right)^2, \tag{2.21}$$

где n — модуль Мурнагана. Обычно $|n|/G \sim 15 - 30$, поэтому $|M/G|^2 \sim 10^2 - 10^3$. В работе [24] получена низкотемпературная асимптотика коэффициента торможения B для винтовых и краевых дислокаций в меди. Коэффициент при T^5, найденный Грюнером, примерно в 7 раз превышает коэффициент, соответствующий оценке (2.19), (2.21). Причину расхождения выяснить не удается, поскольку в [24] приведен без вывода лишь окончательный результат, и притом в довольно странной форме. Величина выражена через плотность энергии продольных фононов и температуру Дебая, в то время как основной вклад в торможение вносят поперечные фононы *), и низкотемпературная асимптотика формулы (2.19) от Θ не зависит.

При высоких температурах формула (2.19) значительно менее надежна, поскольку по мере понижения средней длины волны фононов задача становится все более чувствительной к отклонению спектра фононов от дебаевского и к структуре поля деформаций в ядре дислокации. Поэтому для получения температурной зависимости B во всей области, строго говоря, необходимо знание истинного фононного спектра кристалла, а также поля дислокации в областях, где континуальная теория неприменима. В принципе, найденная из эксперимента температурная зависимость $B(T)$ может быть использована для получения информации о фононном спектре и структуре ядра дислокации. Мы ограничимся здесь простой иллюстрацией, показывающей, как учет существования ядра дислокации влияет на температурную зависимость $B(T)$. Введем в качестве простейшей модели ядра плавное обрезание поля дислокации на малых расстояниях:

$$\varepsilon_{ij}(\mathbf{r}) = \varepsilon^0_{ij}(\mathbf{r})\,(1 - e^{-r/r_0}); \tag{2.22}$$

здесь $\varepsilon^0_{ij}(\mathbf{r})$ — тензор деформаций в приближении континуальной теории. r_0 — эффективный радиус ядра дислокации (согласно [4], $r_0 \approx 3b$). Фурье-образ поля $\varepsilon_{ij}(\mathbf{r})$ также видоизменяется, и для оценки $|\varepsilon^{\mathbf{q}}_{ij}|^2$ следует использовать вместо (2.9) выражение

$$|\varepsilon^{\mathbf{q}}_{ij}|^2 = \frac{\pi}{2}\frac{\delta(\mathbf{qm})}{q^2}\frac{b^2 F_{ij}(\mathbf{q}/q)}{1 + (r_0 q)^2}, \tag{2.23}$$

где $F_{ij}(\mathbf{q}/q)$ — функция направлений порядка единицы. Соответственно формула (2.20), описывающая температурную зависимость эффекта, должна быть заменена выражением

$$f_1(x) = x^5 \int_0^{1/x} \frac{dt e^t t^5}{(e^t - 1)^2}\frac{\operatorname{arctg}\beta x t}{\beta x t}, \tag{2.24}$$

где $\beta = 2k_D r_0$. При $\beta \ll 1$ функция $f_1(x)$ естественно переходит в $f(x)$, однако нетрудно убедиться, что обычно, напротив, $\beta \gg 1$ (для типичных

*) Из формулы (2.19) видно, что при низких температурах $B \sim c^{-5}$. Обычно скорость поперечных фононов (c_t) заметно ниже скорости продольных фононов (c_l), поэтому продольные фононы вносят в торможение вклад меньший (в $2(c_l/c_t)^5$ раз), чем поперечные.

значений k_D и r_0 $\approx$[3b: $\beta \sim 30$). Из формулы (2.24) видно, что при низких температурах ($\beta x \ll 1$) функция $f_1(x)$ практически не зависит от β и совпадает с $f(x)$. С повышением температуры функция $f_1(x)$ довольно быстро выходит на линейную зависимость:

$$f_1(x) \approx \frac{x}{3\beta}\left[\operatorname{arctg}\beta - \frac{\beta^2 - \ln(\beta^2+1)}{2\beta^3}\right] \approx \begin{cases} x/4, & \beta \ll 1, \\ x/2\beta, & \beta \gg 1. \end{cases} \qquad (2.25)$$

Поскольку, как мы видели, обычно $\beta \gg 1$, учет конечности размеров ядра дислокации уменьшает оценку (2.19), (2.20) при высоких температурах в $\beta/2 = k_D r_0$ раз, т. е. примерно на порядок. Это устраняет противоречие между теорией и экспериментом, отмеченное Брэйлсфордом [25], который, оценивая коэффициент торможения для меди при комнатной температуре по формулам типа (2.19), (2.20), получил значение B, превышающее измеренные величины более чем на порядок. Мы увидим ниже, что формулы (2.19), (2.24) приводят при комнатной температуре к значениям B, близким к наблюдаемым на опыте, в отличие от завышенных оценок, не учитывающих релаксацию вблизи ядра упругого поля дислокации, и заниженных оценок, в которых в качестве меры ангармонизма используется постоянная Грюнайзена γ.

Причина расхождения абсолютных значений оценок, основанных на различных способах описания ангармонизма, была выяснена в работе Альшица [23]. Выразив постоянную Грюнайзена через модули Мурнагана, автор показал, что модуль n, определяющий, как мы видели, амплитуду эффекта, вносит в постоянную γ относительно малый вклад и притом в в сторону ее уменьшения. По этой причине, в частности, прямое сопоставление оценок (2.11) и (2.19), полученных в разных приближениях, некорректно.

Приведенный выше расчет фононного ветра не учитывает релаксацию фононного газа в процессе рассеяния на дислокации, что допустимо лишь в случае $\Omega_q \tau \gg 1$, т. е. для коротковолновой части пакета (2.1) ($q \gg (c/v)\, l^{-1}$), которая принадлежит области II на фазовой диаграмме $\{\omega, q\}$ (см. рис. 4). Соответственно в формуле (2.18) следует вводить обрезание по q снизу. Это мало меняет оценку (2.19) для достаточно быстрых дислокаций и низких температур, но одновременно свидетельствует о неприменимости расчета к медленным дислокациям и высоким температурам, когда $\frac{c}{v}\, l^{-1} > q_m$, и фазовая прямая $\omega = qv$ вообще не попадает в область II (линия *3* на рис. 4, *в*).

Итак, рассмотренные выше методы дают возможность исследовать диссипативные процессы лишь на очень близких или очень далеких от дислокации расстояниях. Оценка вклада в диссипацию промежуточной области $(v/c)\, l < R < (c/v)\, l$, где расчет должен учитывать и рассеяние, и релаксацию фононов, требует решения кинетической задачи для фононов в поле движущейся дислокации. Кинетический подход, как мы покажем ниже, имеет то преимущество, что позволяет с единой точки зрения рассмотреть различные каналы диссипации и оценить их относительный вклад в торможение дислокаций.

д) Единообразное рассмотрение процессов рассеяния и релаксации. Для описания различных фононных механизмов торможения дислокаций в рамках единого формализма, в принципе, может быть использовано классическое кинетическое уравнение, как это предложил Брэйлсфорд [25]. Однако нам представляется более последовательным развитый в работе Альшица и Малышукова [26] квантовый подход, позволяющий контролировать погрешности при выводе кинети-

ческого уравнения и при необходимости выходить за рамки обычного уравнения Больцмана. Впрочем, в проведенном авторами [25, 26] анализе имеется, как мы увидим, один общий существенный пробел: использование дебаевской модели фононного спектра не позволило им заметить и проанализировать еще один важный канал диссипации, не отмеченный никем ранее,— релаксацию «медленных» фононов. Мы попытаемся заполнить ниже этот пробел.

Возмущение фононного газа в поле движущейся дислокации должно приводить к отклонению $\Delta\rho$ матрицы плотности фононов от равновесного значения ρ_0. В первом приближении по возмущению (2.16) величина $\Delta\rho$ линейна по $\mathscr{H}_{\text{вз}}$, а диссипация энергии в единицу времени $D = -\mathrm{Sp}\,(\Delta\rho\,\partial\mathscr{H}_{\text{вз}}/\partial t)$ соответственно квадратична по $\mathscr{H}_{\text{вз}}$. Можно показать [26], что диссипация D определяется формулой (2.2), в которой эффективная вязкость $\eta_{ijkl}(\mathbf{q}, \Omega_{\mathbf{q}})$ представляет собой фурье-образ двухчастичной запаздывающей функции Грина для фононов. Вычисление этой функции в гармоническом приближении, естественно, приводит к выражению для D, тождественному с (2.18). Учет релаксационных процессов может быть выполнен с помощью разложения функции Грина в ряд теории возмущений по ангармонизму. При этом удобно воспользоваться хорошо разработанной диаграммной техникой.

В длинноволновой области ($ql \ll 1$) ряд теории возмущений содержит сингулярные лестничные диаграммы, суммирование которых эквивалентно решению кинетического уравнения. Опуская громоздкие выкладки, мы приведем лишь окончательный результат, к которому приводит реализация описанной выше процедуры. Эффективная вязкость $\eta_{ijkl}(\mathbf{q}, \Omega_{\mathbf{q}})$ в области $ql \ll 1$ определяется выражением

$$\eta_{ijkl}(\mathbf{q}, \Omega_{\mathbf{q}}) = \frac{\alpha^2 CT\tau}{3(1+p^2)}\left[\left(\frac{\omega_q}{\Omega_{\mathbf{q}}}\right)^2 \delta_{ij}\delta_{kl} + \varphi_{ijkl}\left(\frac{\mathbf{q}}{q}\right)\right]; \qquad (2.26)$$

здесь $p = \chi q^2/\Omega_{\mathbf{q}}$ — параметр адиабатичности, $\omega_q = qc$, δ_{ij} — символ Кронекера, $\varphi_{ijkl}(\mathbf{q}/q)$ — угловая функция порядка единицы, α — численный коэффициент, пропорциональный уровню ангармонизма кристалла. В работах [25, 26] использовались значения α, равные соответственно: $\alpha_B = \gamma$, $\alpha_A = M/4G$. Оценки, выраженные в [25] через постоянную Грюнайзена γ, не претендуя на правильность абсолютных значений, тем не менее позволяют судить об относительной роли процессов разного типа. Для оценки абсолютной величины исследованных эффектов Брэйлсфорд предложил феноменологический подход, основанный на нормировке фонон-дислокационного взаимодействия по экспериментальным данным о влиянии дислокаций на теплопроводность. Такой способ является, по-видимому, не слишком надежным, поскольку в настоящее время нет однозначной теоретической интерпретации существующих данных о дислокационной компоненте теплопроводности. В частности, существует мнение (см. дискуссию на конференции [28]), что эффект определяется флаттер-механизмом, который вообще не связан с ангармонизмом кристалла.

Первое слагаемое в (2.26) соответствует термоупругому затуханию, второе — фононной вязкости. В теории поглощения ультразвука используется тот факт, что при $ql \ll 1$ звуковая волна адиабатична: $p \ll 1$ (см. формулу (2.5)), что позволяет пренебрегать дисперсией фононной вязкости и термоупругих потерь. Легко видеть, однако, что применительно к анализу затухания дислокационного пакета (2.1) такое пренебрежение возможно лишь для самых длинных волн: $q \ll (v/c)\, l^{-1}$ — на этом основывалась в разделе а) наша критика теории Мэзона. Из формулы (2.26) видно, что независимо от пространственной дисперсии фононная вязкость вносит в торможение дислокации вклад, в $(c/v)^2$ раз меньший, чем термо-

упругие потери, в отличие от случая ультразвука, когда $\Omega_{\mathbf{q}} \approx \omega_q$ и оба слагаемых в формуле (2.26) одного порядка. Мы будем пренебрегать в дальнейшем вторым слагаемым в (2.26) по сравнению с первым.

При $ql > 1$ диаграммы не содержат особенностей. Это позволяет использовать при вычислении функции Грина приближение времени релаксации. В результате затухание коротковолновой части ($ql \gg 1$) пакета (2.1) с точностью до членов, пропорциональных l^{-1}, описывается формулой [26]

$$D = -\frac{\pi}{\hbar} \sum_{\alpha,\beta} \Omega_{\mathbf{q}}^2 |\Gamma_{\alpha\beta}|^2 \frac{\partial n_\alpha}{\partial \omega_\alpha} \left[\frac{(\pi\tau)^{-1}}{(\omega_\alpha - \omega_\beta)^2 + \tau^{-2}} \right]. \qquad (2.27)$$

Выражение в квадратных скобках, которое мы для удобства обозначим $Q_{\alpha\beta}(\tau)$, при $\tau \to \infty$ формально переходит в $\delta(\omega_\alpha - \omega_\beta)$, при этом формула (2.27) совпадает с (2.18). Степень близости величины $Q_{\alpha\beta}(\tau)$ к дельта-функции зависит не только от величины параметра $\omega_\alpha\tau$, но также от характера зависимости $\omega_\alpha = \omega(\mathbf{k})$, поскольку интегрирование в (2.27) проводится по $\mathbf{k}$, а не по ω. В работах [25, 26] оценка по формуле типа (2.27) проводилась в дебаевском приближении, когда $\omega_\alpha(\mathbf{k}) = ck$ и с хорошей точностью $Q_{\alpha\beta}(\tau) \approx \delta(\omega_\alpha - \omega_\beta)$. Естественно поэтому, что соответствующее выражение для η_{ijkl} оказывается не зависящим от времени релаксации τ:

$$\eta_{ijkl}(\mathbf{q}, \Omega_{\mathbf{q}}) \sim -\left(\frac{\alpha}{2}\right)^2 \frac{\hbar c}{q} \int_{q/2}^{k_D} dk k^4 \frac{\partial n}{\partial \omega}. \qquad (2.28)$$

Выражение (2.28) является достаточно надежным лишь при низких температурах, когда преобладают длинноволновые фононы. Как уже отмечалось выше, при высоких температурах становится необходимым учет отклонения реальных фононных спектров от дебаевской модели. Благодаря отклонению от линейности закона дисперсии для коротковолновых фононов (см. схему на рис. 5), с повышением температуры увеличивается доля «медленных» фононов с малыми групповыми скоростями $\mathbf{v}_{\text{гр}} = \partial\omega/\partial\mathbf{k}$. В частности, вблизи границы зоны Бриллюэна существует область, в которой дисперсия фононов меньше собственной ширины линии: $|\omega_\alpha - \omega_\beta| \ll \tau^{-1}$. Вклад в диссипацию фононов из этой области качественно отличается от вклада «звуковых» фононов, поскольку для «медленных» фононов $Q_{\alpha\beta}(\tau) \approx \tau/\pi$. Требование $|\omega_\alpha - \omega_\beta| \ll \tau^{-1}$, конечно, не обязательно означает буквальную малость групповой скорости фононов $v_{\text{гр}}$. Необходимо лишь, чтобы энергия фонона в конечном состоянии с волновым вектором $\mathbf{k} + \mathbf{q}$ мало отличалась от его энергии в исходном состоянии $\mathbf{k}$. Учитывая ортогональность векторов $\mathbf{q}$ к линии дислокации (см. формулы (2.9), (2.23)), нетрудно убедиться, что требуемым свойством будут, например, обладать фононы, принадлежащие уплощениям на изочастотных поверхностях, когда эти уплощения перпендикулярны к линии дислокации. Анализ реальных фононных спектров показывает, что такие уплощения, ориентированные параллельно границе зоны Бриллюэна, обычно занимают заметный фазовый объем.

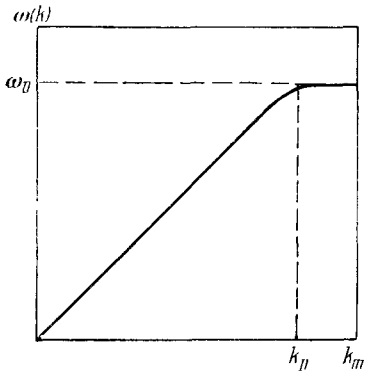

Рис. 5. Типичный вид дисперсионной кривой $\omega(k)$ для акустических фононов.

Ниже мы ограничимся упрощенной оценкой роли «медленных» фононов, предполагая, что область $|\omega_\alpha - \omega_\beta| \ll \tau^{-1}$ занимает конечный фазовый объем, составляющий g-долю от объема зоны Бриллюэна, и достаточно резко выражена, чтобы можно было пренебречь вкладом переходной области. Подставляя в формулу (2.27) $Q_{\alpha\beta}(\tau) = \tau/\pi$, нетрудно оценить добавку к выражению (2.28), обусловленную релаксацией «медленных» фононов:

$$\eta_{ijkl}(\mathbf{q}, \Omega_\mathbf{q}) \sim \alpha^2 C_\text{м} T \tau \Psi_{ijkl}(\mathbf{q}); \qquad (2.29)$$

здесь $C_\text{м}$ — вклад «медленных» фононов в теплоемкость кристалла, $\Psi_{ijkl}(\mathbf{q})$ — функция порядка единицы, резко убывающая, когда величина вектора $\mathbf{q}$ превышает характерный размер области «медленных» фононов в соответствующем направлении. Таким образом, мы вернулись к ахиезеровской концепции постоянной фононной вязкости, но лишь для «медленных» фононов, которые быстро вымораживаются с понижением температуры, что отражается в температурном ходе $C_\text{м}(T)$.

Разбивая интеграл (2.2) на два слагаемых, соответствующих областям $ql < 1$ и $ql > 1$, нетрудно с учетом (2.23), (2.26) и (2.27) получить оценку коэффициента торможения дислокаций *):

$$B \approx \frac{(ab)^2}{64\pi}\left\{\frac{CT}{\chi}\ln\left(\frac{c}{v}\right)^s + \frac{1}{\pi}\hbar k_D^5\left[f_1\left(\frac{T}{\Theta}\right) + \lambda f_2\left(\frac{T}{\Theta_\text{м}}\right)\right]\right\}; \qquad (2.30)$$

здесь

$$\lambda \sim \frac{10g}{\beta^2} k_D l, \quad f_2(x) = \frac{1}{x}\frac{e^{1/x}}{(e^{1/x}-1)^2}, \qquad (2.31)$$

$\Theta_\text{м}$ — характерная температура «медленных» фононов ($\Theta_\text{м} \sim \Theta$), s — численный коэффициент порядка единицы (для винтовой дислокации $s = 0$, для краевой s отлично от нуля только при не слишком низких температурах, когда процессы переброса не малы [26]). В формуле (2.30) первое слагаемое соответствует термоупругому затуханию и при $\alpha = \alpha_B = \gamma$ совпадает с оценкой Лоте [4] (2.11). Второе слагаемое представляет собой оценку вклада в торможение процессов рассеяния. При $\alpha = \alpha_A = M/4G$ это слагаемое совпадает с оценкой (2.19), (2.24) фононного ветра, полученной ранее в предположении высоких скоростей дислокации. Третий член в (2.30) отвечает релаксации «медленных» фононов.

Выражение (2.30) позволяет провести сопоставление относительно вклада в торможение дислокации диссипативных процессов рассмотренных выше типов. При низких температурах, когда первое и третье слагаемые экспоненциально малы, преобладают процессы рассеяния. При высоких температурах, когда $f_1(T/\Theta)$, $f_2(T/\Theta)$ и CT практически линейны по температуре, а длина свободного пробега фононов изменяется обратно пропорционально температуре **): $l = l_\Theta \frac{\Theta}{T}$, выражение (2.30) имеет структуру (с сохранением порядка слагаемых)

$$B = B_0\left[A\left(\frac{T}{\Theta}\right)^2 + \frac{T}{\Theta} + 2\beta\lambda_\Theta\right]; \qquad (2.32)$$

*) При этом оказывается достаточным знание приведенных выше асимптотических выражений для $\eta_{ijkl}(\mathbf{q}, \Omega_\mathbf{q})$ при больших и малых q, поскольку первый интеграл зависит от верхнего предела лишь логарифмическим образом, а второй от нижнего предела практически не зависит.

**) Длина свободного пробега фононов l может быть оценена по величине температуропроводности $\chi = \varkappa/C$: $l \approx 3\chi/c = 3\varkappa/cC$. Обычно, уже начиная с достаточно низких температур ($T \gtrsim \Theta/10$), решеточная теплопроводность $\varkappa$ изменяется пропорционально T^{-1}, а удельная теплоемкость C слабо зависит от температуры. Это позволяет описывать температурный ход величины l зависимостью $l(T) \approx l_\Theta \Theta/T$ во всей области температур, где «медленные» фононы не «вымерожены».

здесь $A \sim 10^{-1}\left(\frac{r_0}{l_\Theta}\right)\ln\left(\frac{c}{v}\right)$, λ_Θ — величина λ при $T = \Theta$. Поскольку $A \ll 1$ (при $l_\Theta \approx 5r_0$, $c \approx 10^2 v$, $A \sim 10^{-1}$), термоупругие процессы маскируются фононным ветром, но, в принципе, могут быть выделены при высоких температурах по квадратичному температурному ходу. Для этого необходимо, однако, существенно повысить точность эксперимента. Величина $2\beta\lambda_\Theta$ оказывается порядка единицы, т. е. релаксация «медленных» фононов вносит в торможение дислокаций вклад, сопоставимый с вкладом фононного ветра, если область «медленных» фононов занимает в первой зоне Бриллюэна относительный объем $g \sim 10^{-1} r_0/l_\Theta$, что представляется вполне реальным. Вообще говоря, ввиду сложности истинных фононных спектров величину λ_Θ довольно сложно вычислить. Во всяком случае, при этом трудно было бы обойтись без ЭВМ. Вместо этого мы будем рассматривать λ_Θ, подобно температуре Дебая, как феноменологический параметр, подлежащий определению из опыта. Мы покажем в гл. 4, что функция

$$f_1\left(\frac{T}{\Theta}\right) + \lambda_\Theta \frac{\Theta}{T} f_2\left(\frac{T}{\Theta_M}\right)$$

хорошо описывает экспериментальные кривые $B(T)$ при разумных значениях λ_Θ.

е) Вклад в диссипацию оптических фононов. До сих пор, анализируя динамическое торможение дислокаций, мы рассматривали только акустические ветви фононного спектра, которые присутствуют во всех кристаллах. Между тем, как известно, в фононном спектре кристаллов, содержащих в элементарной ячейке более одного атома, имеются также оптические моды, для которых $\omega(0) \neq 0$. Типичная дисперсионная кривая для оптических фононов схематически изображена на рис. 6.

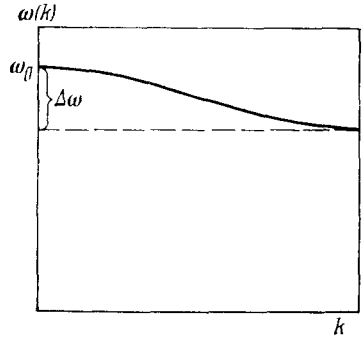

Рис. 6. Типичный вид дисперсионной кривой $\omega(k)$ для оптических фононов.

Вклад оптических фононов в затухание длинноволновой части пакета (2.1) ($ql < 1$) лимитируется термоупругими потерями, а его оценка содержится в первом слагаемом формулы (2.30), поскольку подразумевается, что теплоемкость C определяется всеми ветвями фононного спектра. Анализируя по формуле (2.27) область коротких длин волн $ql > 1$, как и прежде, удобно пользоваться систематикой «быстрых» и «медленных» фононов, которые взаимодействуют с движущейся дислокацией качественно различным образом. Взаимодействие «быстрых» фононов с дислокацией имеет характер рассеяния, и их вкла в диссипацию может быть оценен по формуле (2.18). «Медленные» фононы релаксируют как газ с эффективной вязкостью (2.29), умноженной на $(\Theta/\Theta_0)^4$, где $\Theta_0 = \hbar\omega_0/k_B$.

Поскольку при низких температурах ($T \ll \Theta_0$) плотность оптических фононов экспоненциально мала, заметного эффекта можно ожидать лишь при достаточно высоких температурах. Не интересуясь температурами, при которых эффект заведомо мал, удобно ограничиться исследованием лишь температурной области $T \gg \hbar\Delta\omega/k_B$, что заметно упрощает анализ. При этом можно считать, что $vk_D \ll \Delta\omega \ll \omega_0$.

Как и следовало ожидать, расчет предсказывает экспоненциальную малость эффекта при низких температурах $T \ll \Theta_0$, которая сменяется

при высоких температурах зависимостью типа (2.32). При этом вклад «быстрых» фононов составляет от фононного ветра долю порядка $10^{-1}(\Theta/\Theta_0)^4\,\omega_D/\Delta\omega$, а вклад «медленных» фононов отличается от соответствующего слагаемого в (2.30) множителем $10^{-1}(\Theta/\Theta_0)^4$. Обычно величина Θ_0 заметно превышает температуру Дебая Θ, и диссипативные процессы в системе акустических фононов должны преобладать над затуханием в оптических ветвях спектра. Исключение могут составить кристаллы, содержащие в фононном спектре «мягкие» оптические моды. В частности, в условиях фазового перехода типа смещения обычно появляются «мягкие» моды, для которых $\Theta_0 \to 0$ при $T \to T_c$. Соответственно вблизи температуры перехода должна неограниченно нарастать оптическая компонента вязкого торможения дислокаций. Сильная зависимость коэффициента торможения B от величины Θ_0 ($B \sim \Theta_0^{-4}$) позволяет надеяться, что предсказываемый эффект легко может быть обнаружен на опыте. Явление резкого уменьшения подвижности дислокаций вблизи точки перехода имеет парадоксальный характер на фоне общего размягчения кристалла (по отношению к некоторым модам колебаний кристалл вблизи T_c может вести себя подобно жидкости).

3. ФОНОННЫЕ МЕХАНИЗМЫ ТОРМОЖЕНИЯ, ОБУСЛОВЛЕННЫЕ ВОЗБУЖДЕНИЕМ СОБСТВЕННЫХ СТЕПЕНЕЙ СВОБОДЫ ДВИЖУЩИХСЯ ДИСЛОКАЦИЙ

В предыдущей главе мы рассматривали фононное торможение прямолинейной дислокации, равномерно движущейся как целое. Между тем учет собственных степеней свободы дислокации приводит к ряду качественно новых эффектов. Так, возмущения прямолинейности формы и равномерности движения дислокации в тепловом поле решетки вызывают индуцированное излучение дислокацией фононов, увеличивающее диссипацию (флаттер-эффект). Движение дислокации в периодическом потенциале, связанном с дискретностью кристалла, приводит к периодическим изменениям структуры ядра и колебаниям скорости дислокации. Соответствующие изменения упругого поля и энергии дислокации порождают излучение упругих волн (радиационное торможение) и комбинационное рассеяние фононов на осцилляциях упругого поля. Дополнительное излучение фононов возникает также при движении дислокации вблизи различного рода дефектов решетки, вызывающих локальные поля искажений. В определенных условиях перечисленные эффекты оказываются существенными на фоне диссипативных процессов, исследованных выше.

а) Флаттер-эффект. До сих пор речь шла только о таких процессах взаимодействия фононов с дислокацией, которые обусловлены нелинейными свойствами (ангармонизмом) кристалла. Однако нелинейные свойства среды являются не единственной причиной взаимодействия дислокации с фононной подсистемой. Даже в гармоническом кристалле должно иметь место рассеяние фононов на дислокации вследствие так называемого флаттер-эффекта. Дислокация обладает собственными степенями свободы, которые равноправны с остальными степенями свободы кристалла. Вибрируя в тепловом поле решетки, дислокация, как всякий источник внутренних напряжений, излучает упругие волны. Другими словами, в кристалле с дислокацией волновая функция фонона должна быть суперпозицией плоской и расходящейся от дислокации волн, что может быть описано в терминах фононного рассеяния.

Этот эффект можно оценить, рассматривая вынужденные колебания (флаттер) дислокации в переменном поле напряжений, связанном с отдель-

ными фононами. В рамках такого подхода Набарро [16] вычислил полное сечение флаттер-эффекта для нормально падающих на покоящуюся дислокацию длинноволновых фононов, но пришел к ошибочному выводу о равенстве нулю суммарного импульса индуцированного излучения при движении дислокации. Лоте показал [4, 17], что наличие аберрационной асимметрии индуцированного излучения приводит к эффективному торможению дислокации, пропорциональному ее скорости. Более детальное исследование флаттер-эффекта для покоящейся дислокации выполнил Ниномия [29] применительно к проблеме влияния дислокаций на теплопроводность. Вычисленное в работе [29] дифференциальное сечение флаттер-эффекта было использовано в работах Альшица и Сандлера [30] и Ниномии [31] для последовательного расчета вклада этого механизма в торможение дислокаций и выяснения его относительной роли [30] на фоне фононного ветра.

Плотность потока фононов в состоянии α, налетающих на дислокацию, равна cn_α. Соответственно, число фононов, рассеянных в единицу времени из состояния α в состояние β, есть $cn_\alpha\sigma_{\alpha\beta}$, где $\sigma_{\alpha\beta}$ — дифференциальное сечение флаттер-эффекта на движущейся дислокации. Величина $\sigma_{\alpha\beta}$ может быть получена из соответствующего выражения $\sigma^0_{\alpha\beta}$ для покоящейся дислокации [29] обычным допплеровским сдвигом частоты: $\omega'_\alpha = \omega_\alpha + \mathbf{vk}$. При этом содержащееся в $\sigma^0_{\alpha\beta}$ требование сохранения в процессе рассеяния величины ω'_α означает, что в каждом акте рассеяния передается энергия $\hbar(\omega_\alpha - \omega_\beta) = \hbar\Omega_{\mathbf{q}}$. Диссипация энергии в единицу времени определяется тогда выражением

$$D = \sum_{\alpha,\beta} \hbar\Omega_{\mathbf{q}} cn_\alpha \sigma_{\alpha\beta}. \tag{3.1}$$

С учетом сказанного расчет по формуле (3.1) не представляет труда. Диссипации (3.1) соответствует коэффициент торможения [30]

$$B = \frac{\hbar k_D^3}{2\pi^2} f_3\left(\frac{T}{\Theta}\right). \tag{3.2}$$

Температурная зависимость эффекта определяется функцией (рис. 7)

$$f_3(x) = x^3 \int_0^{1/x} \frac{dte^t t^3}{(e^t-1)^2} \Psi(xt); \tag{3.3}$$

здесь $\Psi(y)$ — логарифмически медленная функция *), представленная графически на рис. 8. В случае краевой дислокации

$$\Psi(y) \approx \frac{1{,}2}{1+\pi^{-2}\ln^2(y^{-2}-1)}. \tag{3.4}$$

Следует иметь в виду, что формула (3.2) является точной в том смысле, что использованное при ее выводе выражение для сечения рассеяния фононов было получено без теории возмущений. Тем не менее эта оценка содержит в себе другой источник погрешности, поскольку в ней не учтена конечность размеров ядра дислокации. Такой учет, не существенный при низких температурах, когда средняя длина волны фононов намного пре-

*) В работе [31] расчет проведен в несколько более грубом приближении, в котором $\Psi(y) = \text{const} \sim 1$ и не различается для винтовых и краевых дислокаций.

вышает размеры ядра, как мы видели на примере фононного ветра, может заметно уменьшить амплитуду эффекта при высоких температурах. Ниномия [31], отметив обусловленное ядром дислокации снижение оценки B при комнатной температуре примерно на порядок, полагает, однако, что это уменьшение может быть скомпенсировано дополнительным учетом резонансного рассеяния фононов, связанного с возбуждением локальных дислокационных колебательных мод. По-видимому, автор [31] все же преувеличивает роль логарифмических особенностей, возникающих из-за резонансного рассеяния. Во всяком случае, оценка B по формуле (3.2), полученной в работе [30] с учетом резонансных эффектов, отличается от оценки Ниномии, выполненной в пренебрежении этими эффектами, множителем порядка единицы. Таким образом, ни о какой компенсации нельзя серьезно говорить, и едва ли имеет смысл сопоставление в [31] результатов расчета величины B по формуле типа (3.2), не учитывающей существование ядра дислокации, с измеренными при комнатной температуре значениями B. «Безъядерным» приближением можно ограничиться лишь

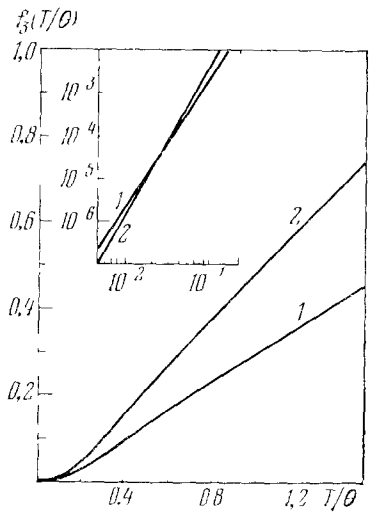

Рис. 7. График функции $f_3(T/\Theta)$, определяющей температурный ход флаттер-эффекта для винтовой (*1*) и краевой (*2*) дислокаций.

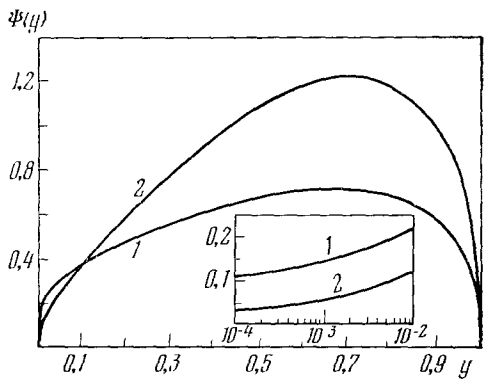

Рис. 8. График функции $\Psi(y)$ для винтовой (*1*) и краевой (*2*) дислокаций.

постольку, поскольку, как мы увидим, флаттер оказывается заметным на фоне других механизмов торможения дислокации только при низких температурах, когда это приближение является вполне удовлетворительным.

Из формул (3.2), (3.3) следует, что при высоких температурах флаттер-эффект, так же как и фононный ветер, изменяется линейно с температурой: $B \sim T$. При низких температурах линейная зависимость сменяется на кубическую: $B \sim T^3$, что соответствует самому медленному спаданию торможения с уменьшением температуры из всех рассмотренных выше механизмов. Из рис. 7 видно, что, как и в случае фононного ветра, торможение довольно быстро выходит на линейную зависимость — фактически уже при температурах заметно ниже дебаевской.

Оценка (3.2) позволяет провести сопоставление флаттер-эффекта с фононным ветром. При низких и высоких температурах отношение коэффициентов торможения $B_{фл}/B_{вет}$ должно асимптотически стремиться к значениям

$$\frac{B_{фл}}{B_{вет}} = \left(\frac{T_0}{T}\right)^2 \quad (T \ll \Theta), \qquad \frac{B_{фл}}{B_{вет}} = d_0 \approx \text{const} \quad (T \gtrsim \Theta), \tag{3.5}$$

где величины T_0 и d_0 по порядку величины равны *)

$$T_0 \sim \frac{10G}{M}\frac{\Theta}{k_D b}, \quad d_0 \sim \left(\frac{10G}{M}\right)^2. \tag{3.6}$$

Оценивая отношение M/G по формуле (2.21), можно показать, что для меди, например, $T_0 \approx 15$ °K, $d_0 \approx 0{,}1$.

Таким образом, из рассмотренных нами до сих пор механизмов при низких температурах должен преобладать флаттер-эффект, а при высоких температурах — комбинация фононного ветра и релаксации медленных фононов. Впрочем, можно себе представить слабоангармонические кристаллы ($d_0 > 1$), в которых и при высоких температурах флаттер-эффект доминирует над фононным ветром.

Сопоставление аналогичных механизмов [27, 32, 33] торможения перегибов приводит к качественно похожим выводам [25, 27].

б) Радиационное трение. Благодаря дискретности решетки при перемещении дислокации в кристалле ее атомная конфигурация и упругая энергия испытывают периодические изменения. Соответствующий потенциальный рельеф получил в литературе название рельефа Пайерлса. Квазистатические свойства этого рельефа были исследованы в ряде работ в модели Пайерлса — Набарро [34–36], а также в модели Френкеля — Конторовой [37–40]. Для того чтобы привести в движение дислокацию, лежащую в долине такого рельефа, к ней должно быть приложено некоторое «стартовое» напряжение, называемое напряжением Пайерлса σ_P. Однако при стационарном движении дислокации влияние рельефа отнюдь не сводится к статическому сопротивлению решетки. В самом деле, при отсутствии динамических потерь энергии движение дислокации по рельефу Пайерлса было бы обеспечено последовательной перекачкой потенциальной энергии в кинетическую и обратно и для поддержания такого движения вообще не требовалась бы внешняя сила. Роль рельефа в этом смысле сводится к стимуляции динамических потерь, поскольку периодические изменения конфигурации ядра дислокации и неравномерность ее движения по рельефу должны приводить к излучению дислокацией упругих волн, т. е. к радиационному трению. Этот механизм диссипации, обусловленный исключительно дискретностью решетки, сохраняется и при самых низких температурах, в отличие от рассмотренных выше фононных эффектов, которые вымораживаются с понижением температуры. В литературе вклад конфигурационных («дыхание» ядра) и динамических (вариации скорости) осцилляций в радиационное трение изучался независимо, как отдельные каналы диссипации. Такое разделение, в принципе, может быть обосновано, хотя и выглядит на первый взгляд произвольным. Ниже мы сформулируем условия, при которых оно имеет смысл.

Излучение дислокацией упругих волн, связанное с периодическими изменениями формы ядра дислокации, в простейшей постановке рассматривалось еще Френкелем и Конторовой [37]. В дальнейшем модель Френкеля — Конторовой была использована в работах Вайнера [41] и Аткинсона и Кабреры [42] для более общего рассмотрения проблемы радиационного торможения равномерно движущейся дислокации. Согласно [41] радиационное трение вплоть до околозвуковых скоростей практически не зависит от скорости и может быть охарактеризовано так называемым динамическим

*) Учитывая, что приведенная оценка флаттер-эффекта выполнена без учета специфического вклада ядра дислокации, мы сравниваем выражения (3.2), (3.3) с формулами (2.19), (2.20). При этом величина T_0, относящаяся к области низких температур, где задача малочувствительна к размеру ядра дислокации, оценивается более надежно, чем величина d_0.

напряжением Пайерлса σ_{DP}, которое составляет лишь малую долю от статического напряжения σ_P. Лишь при скоростях, близких к скорости звука ($v \gtrsim c/2$), радиационное торможение дислокации резко возрастает, приближаясь к значениям, превышающим напряжение σ_P.

Аткинсон и Кабрера [42], рассмотревшие ту же задачу в несколько более точной постановке, получили для высоких скоростей дислокации ($v > c/3$) аналогичные с [41] результаты. Однако, согласно [42], с понижением скорости дислокация возбуждает все большее число фононных мод. В этой области скоростей ($v < c/3$) авторы обнаружили ряд бесконечных резонансов в излучении, сгущающийся в сторону малых скоростей. Резонансная ситуация реализуется всякий раз, когда скорость дислокации совпадает с групповой скоростью одной из возбуждаемых ею в решетке упругих волн. Впрочем, как замечено в [42], в окрестности резонансных точек амплитуда колебаний атомов цепочки должна неограниченно нарастать, что противоречит исходному предположению теории. Это, по-видимому, свидетельствует об отсутствии стационарных решений около резонансов, а, возможно, и во всей области малых скоростей. К сожалению, область существования стационарных решений не была в работе [42] определена. Сами авторы [42] склонны придавать физический смысл лишь результатам, относящимся к области высоких скоростей $c/3 \leqslant v < c$. Происхождение сингулярных особенностей радиационного торможения в области «низких» ($v < c/3$) скоростей они связывают с одномерностью модели Френкеля — Конторовой и использованием в работе кусочно-гармонического потенциала для атомов цепочки.

Следует отметить также работу Косевича и Маргвелашвили [43], в которой была исследована звуковая и электромагнитная эмиссия при равномерном движении дислокации в ионном кристалле в предположении, что излучение происходит на основной гармонике $\Omega = 2\pi v/a$. Однако, по-видимому, в задачах такого рода пренебрежение излучением на высших гармониках $\Omega_n = \Omega n$, вообще говоря, не может быть обосновано.

Проблема возникновения резонансов радиационного трения при движении источников возмущения в периодических структурах была в довольно общем виде (правда, все в том же приближении кусочно-гармонического атомного потенциала) исследована в работе Рогули [44], который, в частности, проследил, как влияет размерность задачи на характер особенности в резонансе. Согласно [44], с увеличением размерности задачи сингулярности в резонансных точках сглаживаются. Так, в двумерном случае, примером которого может служить бесконечная прямолинейная дислокация, вместо корневой особенности типа $(v - v_p)^{-1/2}$, характерной для одномерной задачи [42], мы имеем дело с разрывами и логарифмическими особенностями $\sim \ln | v - v_p |$. В трехмерном случае радиационное торможение является непрерывной функцией скорости и лишь производная диссипативной функции имеет разрывы. Следует, однако, отметить, что и в этой работе не был исследован вопрос об условиях существования стационарных решений, хотя автор и показал, что стационарное движение на резонансных скоростях невозможно. В принципе не исключено, что резонансное излучение вообще не имеет физического смысла, поскольку относится к области скоростей, где стационарное движение не реализуется, и, следовательно, невозможна постановка задачи, в рамках которой возникают резонансы.

Работа Рогули, по-видимому, осталась неизвестной ряду исследователей, занимающихся сходными проблемами. Спустя несколько лет после [44] почти одновременно появились две близкие по содержанию работы Челли и Флитцаниса [45] и Ишиоки [46], в которых без упоминания результатов Рогули была заново рассмотрена двумерная проблема применительно

к радиационному торможению бесконечной прямолинейной винтовой дислокации. Авторы [45, 46] обобщили на случай равномерного движения дислокации модель Марадудина [47а], предложившего способ дискретного описания покоящейся винтовой дислокации в кубической решетке (с кусочно-гармоническим атомным потенциалом). По существу, эта модель представляет собой двумерную модификацию модели Френкеля — Конторовой. Естественно, что основные результаты, полученные в [45, 46], в значительной мере перекликаются с выводами работы [44] и качественно не отличаются от результатов [42], поэтому мы не будем их здесь излагать. Отметим только, что в этих работах также не был выяснен физический смысл резонансного излучения, поскольку не исследовался вопрос об области существования стационарных решений.

Отдельным вопросом, представляющим несомненный физический интерес, является возможность около- и сверхзвукового движения дислокаций. Известно, например, что в континуальной модели энергия дислокации обращается в бесконечность, когда ее скорость проходит через скорость звука. Однако ни в работе [42], ни в работах [44–46] не было обнаружено никаких особенностей в радиационном торможении дислокации в окрестности скорости звука. Обратившиеся недавно к этой проблеме Ирме и Вайнер [47б] произвели ревизию результатов работы Аткинсона и Кабреры, относящихся к области высоких скоростей дислокации. В отличие от своих предшественников, авторы [47б] исследовали область существования стационарных решений и показали, что условия стационарности нарушаются еще в дозвуковой области, когда скорость дислокации превышает некоторую критическую скорость $v_B < c$. Так континуальная теория выдержала еще одно испытание на правильность качественных предсказаний, хотя проблема, безусловно, нуждается в дополнительном изучении.

Интересная постановка проблемы радиационного торможения дислокаций была предложена в работе Флитцаниса и Челли [48]. В рамках подхода, развитого в [45, 46], авторы попытались с единой точки зрения рассмотреть радиационное трение и флаттер-эффект, т. е. дополнительно учесть неравномерность движения дислокации в тепловом поле решетки. К сожалению, сложность задачи вынудила авторов пойти на серьезные упрощения, которые позволили получить приближенное решение лишь для около- и сверхзвуковых дислокаций. Впрочем, после работы Ирме и Вайнера и этот результат не может не вызывать сомнений. Тем не менее, по-видимому, можно согласиться с общим качественным выводом работы [48] о том, что радиационное трение может быть заметно на фоне фононного торможения лишь для околозвуковых дислокаций при низких температурах.

В недавней работе [49] Ишиока вновь вернулся к одномерной модели дислокации, включив в рассмотрение затухание собственных колебаний в системе и ангармонический характер атомного потенциала в цепочке. Одним из наиболее интересных результатов работы явилось доказательство того, что использовавшаяся до сих пор кусочно-гармоническая аппроксимация атомного рельефа непригодна для описания движения дислокации при низких скоростях, ибо приводит к отсутствию в этой области скоростей стационарных решений задачи. Ишиока показал, что этой трудности нет для гладких потенциалов, обладающих непрерывной первой производной. В работе [49] задача численно решалась для синусоидального и двух типов гладко сшитых кусочно-параболических потенциалов. Радиационное трение оказалось плавной функцией, монотонно убывающей с понижением скорости дислокации. Таким образом, по-видимому, решился вопрос о существовании (а точнее, об отсутствии) резонансного излучения при

низких скоростях дислокации, исследованию которого было посвящено такое количество работ. В сущности, мы имеем дело с довольно типичной ситуацией, происхождение которой связано с тем, что зачастую диссипативную функцию, отвечающую стационарному решению, найти гораздо проще, чем само это решение. Соответственно, всякий раз, когда отыскание диссипации не сопровождается исследованием области существования стационарных решений, имеется опасность получения всякого рода фиктивных эффектов, относящихся к области отсутствия стационарных решений.

Согласно работе [49], при околозвуковых скоростях поле дислокации обладает ярко выраженной динамической волновой зоной, и дислокация в процессе движения интенсивно излучает упругие волны. При этом радиационное торможение дислокации намного превышает статическое напряжение Пайерлса. С понижением скорости дислокации уменьшаются «релятивистские» эффекты и уровень радиационного трения резко падает. Соответственно, поле дислокации все более приближается к квазистатическому полю, равномерно движущемуся вместе с дислокацией. Существенным является то обстоятельство, что область квазистатического движения дислокации начинается при достаточно высоких скоростях, соответствующих уровню кинетической энергии дислокации, значительно превышающему энергию Пайерлса, когда возмущение равномерности движения дислокации еще можно считать незначительным. Именно это позволяет разделить вклад конфигурационных и динамических осцилляций поля дислокации в радиационное трение, поскольку первые оказываются существенными лишь при высоких скоростях, когда движение дислокации является практически равномерным, тогда как вторые начинают сказываться в диссипации при низких скоростях, когда первый канал диссипации можно считать подавленным.

Для корректного решения задачи о радиационном трении, обусловленном неравномерностью движения дислокации, необходимо самосогласованное определение закона движения дислокации в периодическом потенциальном поле с учетом реакции излучения. Такой подход был впервые намечен в работе Альшица [50], где, однако, была совершена традиционная ошибка, о которой мы говорили выше: вычислено радиационное торможение дислокации, но не исследованы условия существования стационарных решений задачи. Эта ошибка была исправлена в последующей работе Альшица, Инденбома и Штольберга [51]. В работах [50, 51] в континуальном приближении исследовано стационарное движение винтовой дислокации по рельефу Пайерлса под действием постоянной внешней силы f, компенсирующей радиационные потери. Найдено точное решение задачи для кусочно-параболического рельефа Пайерлса [50, 51] и приближенное — для синусоидального рельефа [51]. Получены общие выражения для закона движения дислокации и радиационного напряжения $\sigma = f/b$. Анализ этих выражений показывает, что при высоких скоростях v, когда кинетическая энергия дислокации значительно превосходит энергию Пайерлса, наличие рельефа лишь незначительно возмущает равномерное движение дислокации, излучение происходит главным образом на основной гармонике и радиационное трение в соответствии с оценкой Харта [52] убывает со скоростью пропорционально v^{-2}. По мере уменьшения скорости дислокации возрастает степень неравномерности ее движения и соответственно увеличиваются радиационные потери, причем излучение на высших гармониках становится все более эффективным. Уменьшение средней скорости возможно лишь до некоторого критического значения $v_c \sim c\sqrt{\sigma_P/G}$, причем минимально возможная средняя скорость дислокации соответствует движению, при котором дислокация на вершине рельефа обладает нулевой кинетической энергией.

Явление критической скорости сохраняется и в условиях вязкой диссипации, когда на дислокацию действует дополнительно некоторая сила вязкого торможения $f_{тр} = -B\dot{x}$, но для не слишком высоких значений вязкости B. Критическая скорость убывает с ростом вязкости и, начиная с некоторого порогового значения B_c, обращается в нуль — стационарное движение при $B > B_c$ реализуется при всех скоростях v. Без учета вязкости динамическое торможение определяется только радиационным трением и характеризуется убывающей функцией скорости, что соответствует неустойчивости стационарного движения. Вязкая диссипация стабилизирует движение, добавляя к силе торможения линейное по скорости слагаемое. При $B > B_c$ должен иметь место эффект типа «сухого трения»— напряжение σ с понижением скорости v приближается к статическому напряжению Пайерлса σ_P, не обращаясь в нуль при стремлении скорости к нулю. Асимптотика функции $\sigma(v)$ при $B \gg B_c$ описывается простой формулой

$$\sigma(v) = \sigma_P \operatorname{cth} \frac{b\sigma_P}{Bv}, \tag{3.7}$$

хорошо иллюстрирующей явление «сухого трения».

Аналогичная задача решена [53] для тангенциального движения перегиба вдоль дислокации с учетом вторичного рельефа Пайерлса. Показано, что все отмеченные выше качественные закономерности выполняются и в случае перегиба.

в) Комбинационное рассеяние фононов. В результате периодических изменений конфигурации ядра и скорости дислокации при ее движении по рельефу Пайерлса возникают соответственно конфигурационные и динамические осцилляции упругого поля дислокации на основной частоте $\Omega = 2\pi v/a$ и ее обертонах $\Omega_n = \Omega n$. Фононы рассеиваются на этом поле неупругим (комбинационным) образом, изменяя свою энергию на $\Delta E = \pm\hbar\Omega_n$. Преобладание стоксовой компоненты рассеяния ($\Delta E > 0$) над антистоксовой компонентой ($\Delta E < 0$) определяет диссипацию энергии и эффективное торможение дислокации. Впервые этот механизм был рассмотрен в работах Альшица [50, 54].

Если $W^{\pm}_{\alpha\beta}$ — число переходов в единицу времени фононов из состояния α в состояние β с поглощением (+) или излучением (—) энергии $\hbar\Omega_n$, то мощность диссипативных потерь определяется формулой

$$D = \frac{1}{2} \sum_n \sum_{\alpha,\beta} \hbar\Omega_n (W^{+}_{\alpha\beta} - W^{-}_{\beta\alpha}). \tag{3.8}$$

Величины $W^{\pm}_{\alpha\beta}$ определяются обычным квантовомеханическим выражением:

$$W^{\pm}_{\alpha\beta} = \frac{2\pi}{\hbar^2} |V_{\alpha\beta}|^2 n_\alpha (n_\beta + 1) \delta(\omega_\alpha - \omega_\beta \mp \Omega_n), \tag{3.9}$$

где $V_{\alpha\beta}$ — матричный элемент перехода. Таким образом, из (3.8), (3.9) следует формула типа (2.18)

$$D = \frac{\pi}{\hbar} \sum_n \sum_{\alpha,\beta} \Omega_n^2 |V_{\alpha\beta}|^2 \frac{\partial n_\alpha}{\partial \omega_\alpha} \delta(\omega_\alpha - \omega_\beta). \tag{3.10}$$

Можно показать, что величина $V_{\alpha\beta}$ имеет структуру вида

$$V_{\alpha\beta} = h_n b \left(\frac{\mathbf{qv}}{v}\right) \Gamma_{\alpha\beta}, \tag{3.11}$$

где коэффициент h_n — безразмерный параметр, пропорциональный амплитуде осцилляций упругого поля дислокации. Принимая во внимание

(3.11), нетрудно убедиться, что выражение (3.10) отличается от (2.18) постоянным, не зависящим от температуры множителем. Величина этого множителя I, характеризующего относительную роль комбинационного рассеяния в сравнении с фононным ветром, оказывается различной для конфигурационных и динамических осцилляций:

$$I_{\text{к}} \approx 5\pi^3 \left(\frac{r_0}{b}\right)^2 \frac{\sigma_P}{G}, \quad I_{\text{д}} \approx \left[\frac{\sigma_P}{G}\frac{c^2}{v^2}\left(\ln\frac{c}{v}\right)^{-1}\right]^2. \tag{3.12}$$

Из (3.12) следует, что комбинационное рассеяние фононов на конфигурационных осцилляциях поля дислокации вносит в диссипацию энергии вклад, заметный на фоне фононного ветра лишь в кристаллах с достаточно высоким рельефом Пайерлса: при $r_0 = 3b$ коэффициент $I_k \geqslant 1$, если $\sigma_P/G \geqslant 7\cdot10^{-4}$. То обстоятельство, что в работах [50, 54] получилось согласие численных оценок по формуле (3.10) с экспериментальными данными для некоторых кристаллов при $\sigma_P/G = 5\cdot10^{-5}$, связано с использованием в [50, 54] обычных формул континуальной теории дислокаций, в которой принимается $r_0 = 0$. На примере перехода от формулы (2.20) к формуле (2.24) мы видели, что учет конечности ядра дислокации приводит к уменьшению амплитуды эффекта в $k_D r_0$ раз, т. е. примерно на порядок.

Относительную роль динамических осцилляций нетрудно установить, если заметить, что $I_{\text{д}}$ по порядку величины равно квадрату отношения энергии Пайерлса к кинетической энергии дислокации. Поэтому в динамической области скоростей, которую мы рассматриваем, величина $I_{\text{д}}$ мала, что свидетельствует о несущественности этого канала диссипации по сравнению с фононным ветром. Однако, учитывая, что динамические осцилляции приводят к торможению, существенно нелинейному по скорости ($I_{\text{д}} \backsim v^{-4}$), можно надеяться выделить их вклад по этой нелинейности на фоне вязкого торможения.

г) Влияние примеси. При преодолении дислокациями локальных полей примесных центров и других дефектов решетки возмущается равномерность движения дислокаций и происходит излучение фононов, приводящее к возрастанию уровня радиационного трения. В частности, Окава и Язу [55] исследовали механизм излучения упругих волн в поле примесных центров, сходный с механизмом радиационного трения при динамических осцилляциях поля дислокации, движущейся по рельефу Пайерлса. Согласно их расчету сила торможения сравнительно невелика, при высоких скоростях дислокации убывает с ростом скорости по закону v^{-1} и обращается в нуль при стремлении v к нулю. Впрочем, оценки, полученные для медленных дислокаций без самосогласованного определения закона движения дислокации, нельзя считать надежными.

Другой механизм динамического торможения дислокаций примесными центрами может быть связан с возбуждением локальных или квазилокальных колебаний примесных атомов [56–59] — эффект, аналогичный известным боровским потерям в электродинамике. В наиболее общей постановке этот эффект был рассмотрен Косевичем и Нациком [58, 59] в рамках развитой ими ранее феноменологической теории [9], связывающей торможение дислокаций с дисперсией упругих модулей. Авторы решили задачу о рассеянии дислокационного волнового пакета (2.1) на атомах тяжелой примеси внедрения с учетом возможности возбуждения квазилокальных колебаний примеси. Согласно [59], сила торможения имеет резко выраженный максимум при скорости дислокации порядка $a\omega_{\text{л}}$, где $\omega_{\text{л}}$ — частота квазилокального уровня. При малых скоростях сила торможения нарастает со скоростью пропорционально v^3, а при высоких — убывает по закону v^{-1}. Если примесь не возбуждает квазилокальных колебаний,

то сила торможения во всем интервале скоростей $\sim v^3$. Весь эффект пропорционален квадрату отношения массы примесного атома к массе атома матрицы.

Влияние примеси на динамическую подвижность дислокаций может быть обусловлено не только фононными механизмами, но и диссипативными процессами, связанными с диффузионной подвижностью примеси в поле движущейся дислокации. В различных аспектах и в разных приближениях эта проблема изучалась многими авторами [59-68]. Например, диффузионное торможение быстрых дислокаций, движущихся практически без атмосферы, было рассмотрено в той же работе Косевича и Нацика [59]. Следует отметить также недавнюю работу Любова и Алтунджи [68], исследовавших торможение медленных дислокаций, перемещающихся вместе со своими примесными атмосферами. Как правило, вклад диффузионных механизмов в торможение дислокаций незаметен на фоне фононных эффектов.

Влияние структурных несовершенств кристалла на динамические потери энергии может быть также связано с раскачиванием сегментов закрепленных дислокаций (так называемых дислокаций леса) в упругом поле движущейся дислокации (см., например, обзор Инденбома и Орлова [69]). Возникающая при этом дополнительная диссипация на колеблющихся сегментах лимитируется теми же механизмами, что и прямое торможение дислокации. Поэтому соответствующая добавка к коэффициенту торможения должна иметь тот же температурный ход, что и основной член, а ее роль сводится к перенормировке абсолютной величины эффекта. Нацик и Миненко [70] провели количественную оценку этого эффекта и показали, что перенормировка может быть заметной при разумных плотностях дислокаций леса.

4. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ ПО ДИНАМИЧЕСКОМУ ТОРМОЖЕНИЮ ДИСЛОКАЦИЙ

Для измерения динамического торможения дислокаций могут быть использованы различные методы, основанные на анализе надбарьерного движения быстрых дислокаций, определении затухания дислокационных сегментов, колеблющихся между центрами закрепления, и оценке макроскопической вязкости кристаллов, претерпевающих высокоскоростную пластическую деформацию.

а) Измерение подвижности индивидуальных дислокаций. В кристалл с малой плотностью дислокаций вводят небольшое число свежих дислокаций (обычно путем локального деформирования образца) и наблюдают пробег дислокаций Δl под действием импульса напряжений известной амплитуды σ и длительности Δt. Начальное и конечное положения дислокаций находятся обычно путем избирательного травления поверхности кристалла до и после приложения импульса. Как правило, длительность импульсов на несколько порядков превышает характерное время установления стационарного движения дислокации $\tau_0 \sim Gb^2/Bc^2$, поэтому измеряемые значения Δl оказываются пропорциональными Δt, а их отношение $v = \dfrac{\Delta l}{\Delta t}$ является мерой средней скорости дислокации при заданном уровне внешнего напряжения σ. Этот метод позволяет измерить кривые подвижности индивидуальных дислокаций для различных кристаллов в широком интервале скоростей (см. рис. 1, 2). В области высоких скоростей зависимость $v(\sigma)$ оказывается линейной, а ее наклон характеризует уровень динамического

торможения дислокаций и позволяет определить величину коэффициента торможения B:

$$B = \lim_{\sigma \to \infty} \frac{b\sigma}{v(\sigma)}. \tag{4.1}$$

На практике точность измерений лимитируется значительным (порядка 30%) разбросом длин пробега дислокаций, вызванным наличием в кристалле внутренних напряжений и различных структурных несовершенств. Тем не менее непосредственное определение подвижности дислокаций является наиболее надежным методом исследования динамического торможения, и именно этим методом получена основная масса накопленного к настоящему времени экспериментального материала [71-86].

б) Амплитудно-независимое внутреннее трение. При пропускании через кристалл высокочастотного ультразвука (10^6—10^8 *гц*) наблюдается не зависящее от амплитуды внутреннее трение. Частотная зависимость затухания имеет широкий максимум, который при повышении температуры сдвигается в сторону низких частот. В этой области интенсивность внутреннего трения определяется, в основном, вязкими потерями, возникающими при колебании дислокационных сегментов между точками закрепления. Согласно теории Гранато и Люкке [87], в которой дислокация рассматривается как струна с некоторым постоянным линейным натяжением $T \sim Gb^2$, определяемым линейной энергией дислокации, зависимость амплитудно-независимого внутреннего трения от частоты описывается выражением

$$Q^{-1} = k\Delta_0 \rho_д L \frac{\omega/\omega_0}{1+(\omega/\omega_0)^2}; \tag{4.2}$$

здесь k — ориентационный фактор, $\rho_д$ — плотность дислокаций, L — эффективная длина сегмента, $\Delta_0 = 8Gb^2/\pi^4 T$, $\omega_0 = \pi^2 T/BL^2$. Последнее соотношение позволяет в принципе определить B по положению максимума $\omega = \omega_0$. Поскольку, однако, величина ω_0 зависит от длины L и поэтому чувствительна к способу усреднения сегментов по длинам, коэффициент торможения B обычно определяют по асимптотике спадающей части кривой $Q^{-1}(\omega)$, которая не зависит от L:

$$\lim_{\omega \to \infty} (\omega Q^{-1}) = \frac{8}{\pi^2} kGb^2 \frac{\rho_д}{B}. \tag{4.3}$$

Этим методом коэффициент торможения B измерен в большом числе кристаллов [19, 88-104]. Точность метода лимитируется погрешностями в определении плотности дислокаций $\rho_д$, которые обычно значительны.

в) Высокоскоростное деформирование. Другой косвенный метод определения коэффициента торможения дислокаций связан с макроскопическими опытами по деформированию кристаллов на высоких скоростях. Скорость пластической деформации $\dot{\varepsilon}$ может быть выражена через плотность подвижных дислокаций $\rho_п$ и их среднюю скорость v:

$$\dot{\varepsilon} = b\rho_п v. \tag{4.4}$$

Преодоление сил динамического торможения дислокаций требует приложения напряжения

$$\sigma_B = \frac{Bv}{b} = B\frac{\dot{\varepsilon}}{\rho_п b^2}. \tag{4.5}$$

В некоторых случаях вклад σ_B в общее сопротивление кристалла пластической деформации может быть оценен по зависимости напряжения течения от скорости деформации (в общем случае эта зависимость может быть обусловлена и влиянием напряжения на скорость преодоления барьеров). В частности, при деформировании кристаллов с высокой скоростью ($\dot{\varepsilon} \geqslant 10^3$ *сек*$^{-1}$), когда можно полагать, что все барьеры преодолеваются без участия термических флуктуаций, наблюдаемую на опыте линейную зависимость предела текучести от скорости деформации

$$\sigma_т = \sigma_0 + \alpha_0 \dot{\varepsilon} \tag{4.6}$$

можно интерпретировать как непосредственное проявление динамического торможения $\sigma_B = \alpha_0 \dot{\varepsilon}$ и с помощью (4.5) — (4.6) оценивать B по величине α_0 и плотности подвижных дислокаций $\rho_п$ [105–110]. Этот метод, по-видимому, не слишком надежен, поскольку величина $\rho_п$ обычно известна лишь по порядку величины.

Аналогичные оценки B можно получить, обрабатывая данные по диссипации энергии в ударных волнах, имитирующих деформацию взрывом [111]. В этом случае, однако, возникают значительные трудности с определением плотности подвижных дислокаций, ибо в диссипации энергии участвует большое число дислокационных петель, не сохраняющихся после снятия нагрузки.

Еще один способ изучения динамической подвижности дислокаций связан с измерением пробега линий и полос скольжения под действием импульса напряжения заданной протяженности [112–115]. Однако обработка результатов, полученных этим методом, требует особой осторожности, поскольку на головную дислокацию действуют, кроме внешнего, высокие внутренние напряжения от остальных дислокаций скопления. В результате головная дислокация, убегая от преследующих ее дислокаций, движется в переменном поле напряжений и, следовательно, с переменной скоростью. Этот вопрос был подробно исследован в экспериментальной работе Зайцева и Надгорного [116].

В последнее время, после того, как Инденбом и Эстрин [117] показали, что не только время пробега дислокаций между барьерами, но и время термофлуктуационного преодоления барьеров пропорциональны коэффициенту динамического торможения, наметились новые возможности анализа динамического торможения по макроскопическим данным, например, по влиянию сверхпроводящего перехода на пластические свойства металлов.

В табл. I приведена сводка полученных перечисленными методами основных результатов измерения динамического торможения дислокаций в различных кристаллах. Все данные относятся к комнатной температуре. Относительно большой разброс значений B, измеренных в различных экспериментах на кристаллах одного типа, может быть связан как с высоким уровнем экспериментальных погрешностей (особенно в косвенных методах), так и с физической неэквивалентностью испытуемых образцов — например, имеющих различные плотности дислокаций леса, что, согласно [70] (см. раздел г) гл. 3), должно сказываться на уровне динамического торможения дислокаций.

Температурный ход коэффициента торможения B был впервые измерен в меди Алерсом и Томпсоном [88] по амплитудно-независимому внутреннему трению. Затем аналогичные измерения были проведены разными авторами [19, 90, 91, 93, 94, 97–105, 112–114] для ряда других кристаллов в основном косвенными методами и по подвижности полос скольжения. К сожалению, эти данные обладали малой степенью достоверности,

Таблица I

Измеренные значения коэффициента торможения B (*миллипуаз*)

Метод \ Кристалл	LiF	NaCl	KCl	KBr	Cu	Al	Pb	Zn		Nb
								Базисный	Пирамид.	
I	0,7 [71]	0,2 [72] 0,3 [82]	0,76 [3]	2,0 [74]	0,7 [76] 0,17 [81] 0,21 [83]	0,26 [79] 0,19 [84]		0,40 [80]	2,5 [75] 1,0 [86]	
II	1,3 [19] 0,34 [91]	0,16 [96] 0,11 [103]	0,35 [19] 0,48 [104]	1,7 [95]	0,1— —0,8 [88] 0,65 [89] 0,12 [19] 0,2 [97] 0,85 [98]	2,0 [92] 1,7 [93] 3,1 [98]	0,37 [94]			0,17 [100]
III						0,25 [108] 0,19— —0,3 [110] 0,6 [114]	0,34 [113]			

Методы измерения: I — по подвижности индивидуальных дислокаций; II — по амплитудно-независимому внутреннему трению; III — из опытов по высокоскоростному деформированию кристаллов и по подвижности полос скольжения

поскольку при обработке макроскопических данных, как правило, не контролируют температурную независимость плотности дислокаций, а о принципиальных трудностях извлечения информации из опытов по динамике полос скольжения мы уже упоминали. В этой связи особенно важное значение имели выполненные в последние годы измерения зависимости $B(T)$ в различных кристаллах прямыми методами [79-86]. В принципе объяснение функциональной зависимости $B(T)$ является более серьезным критерием правильности и полноты теории, чем простое сопоставление численных оценок B для одной температуры. В частности, выяснилось, что учет фононного ветра, хотя и дает правильный порядок динамического торможения, не позволяет объяснить наблюдаемый на опыте температурный ход B. Именно это обстоятельство стимулировало поиск новых каналов диссипации и привело к выявлению специфической роли «медленных» фононов.

Как было показано в разделе д) гл. 2, при не слишком низких температурах ($T \gtrsim \Theta/10$) вязкое торможение дислокаций лимитируется суперпозицией трех эффектов: термоупругих потерь, фононного ветра и релаксации «медленных» фононов. При этом термоупругие потери могут оказаться существенными лишь при высоких температурах $T \gg \Theta$ благодаря их квадратичной зависимости от температуры (2.32). К сожалению, к настоящему времени нет надежных данных по высокотемпературной динамической подвижности дислокаций. Правда, в недавней работе [86] Гектина и Лаврентьев при измерении зависимости $B(T)$ для пирамидальных дислокаций в цинке обнаружили в области высоких температур отклонения от линейности в температурном ходе B, что, возможно, указывает на вклад термоупругой компоненты. Однако слишком высокий уровень экспери-

ментальных погрешностей оставляет сомнения в реальности этих отклонений.

В области низких температур ($T \leqslant \Theta/10$), где должен преобладать флаттер-эффект ($B \sim T^3$), а в металлах — электронное рассеяние [118-121] ($B = \text{const}$) (см. дополнение при корректуре на стр. 37), температурная зависимость B также слабо экспериментально изучена. Существует лишь ряд частично противоречащих друг другу данных, полученных косвенными методами [88, 90 97, 98, 101, 105] и по подвижности полос скольжения [112-114]. Следует также отметить недавнюю работу Вриланда и Джесби [85], исследовавших низкотемпературную подвижность индивидуальных дислокаций в меди.

В температурной области, к которой относится основная масса экспериментального материала, фононное торможение дислокаций определяется последними двумя слагаемыми формулы (2.30), соответствующими вкладу фононного ветра и релаксации «медленных» фононов:

$$B = \left[4 + \left(\frac{|n|}{G} - 6\right)^2\right] \frac{\hbar}{b^3} \left(\frac{k_D b}{2\pi}\right)^5 \left[f_1\left(\frac{T}{\Theta}\right) + \lambda_\Theta \frac{\Theta}{T} f_2\left(\frac{T}{\Theta_м}\right)\right]. \qquad (4.7)$$

При написании (4.7) мы приняли во внимание (2.21). Функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$ задаются выражениями (2.24), (2.31), λ_Θ и $\Theta_м$ — феноменологические параметры, подлежащие определению из эксперимента. Теоретическое определение λ_Θ и $\Theta_м$ требует знания реальных фононных спектров и реального поля искажений вблизи ядра дислокации. Во всяком случае, очевидно, что из-за анизотропии фононных спектров каждая система скольжения для данного типа дислокаций, вообще говоря, должна характеризоваться своими параметрами λ_Θ и $\Theta_м$. Ниже везде для простоты полагаем $\Theta_м = \Theta$.

Температурную зависимость коэффициента торможения удобно сравнивать с экспериментом в безразмерных координатах $B(T)/B(\Theta)$, T/Θ:

$$\frac{B(T)}{B(\Theta)} = \frac{f_1(T/\Theta)}{f_1(1)}(1 - \Delta \cdot f_2(1)) + \Delta \frac{\Theta}{T} f_2\left(\frac{T}{\Theta}\right), \qquad \lambda_\Theta = \frac{\Delta f_1(1)}{1 - \Delta f_2(1)}, \qquad (4.8)$$

где Δ — безразмерный параметр, определяемый из эксперимента экстраполяцией на нуль температуры высокотемпературной асимптотики

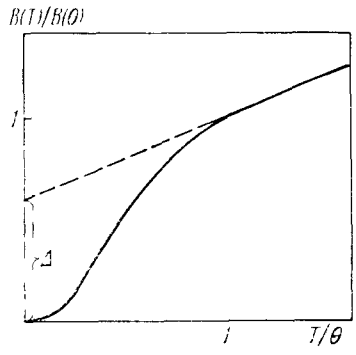

Рис. 9. Схема определения параметра Δ по экспериментальной кривой $B(T)$.

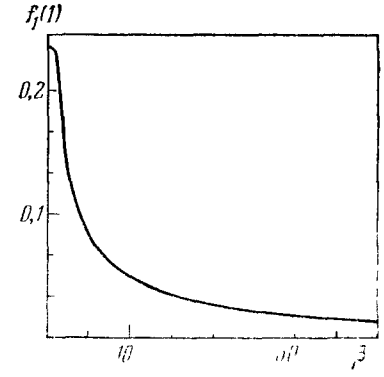

Рис. 10. График зависимости величины $f_1(1)$ от параметра β.

$B(T)/B(\Theta)$, которая обычно линейна по температуре (рис. 9); $f_2(1) \approx \approx 0{,}92$, численное значение $f_1(1)$ определяется величиной параметра $\beta = 2k_D r_0$ (рис. 10). Для удобства пользования формулами (4.7), (4.8)

на рис. 11 приведены графики функций $f_1(x)/f_1(1)$, $f_2(x)$ и $\frac{1}{x}f_2(x)$. При этом следует иметь в виду, что в принятом нами масштабе кривая $f_1(x)/f_1(1)$ практически не чувствительна к величине параметра β. Обработка эксперимента должна начинаться с извлечением параметра Δ из температурной зависимости B (рис. 9). Затем, выбирая для r_0 разумное

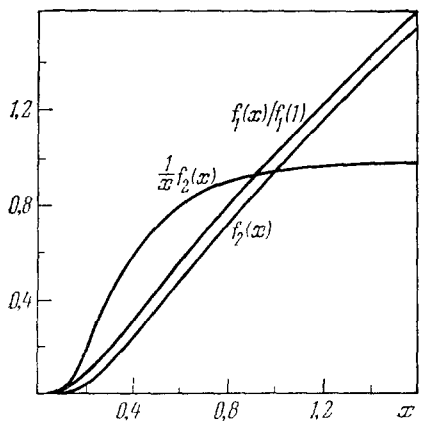

Рис. 11. Графики функций $f_1(x)/f_1(1)$, $f_2(x)$ и $f_2(x)/x$.

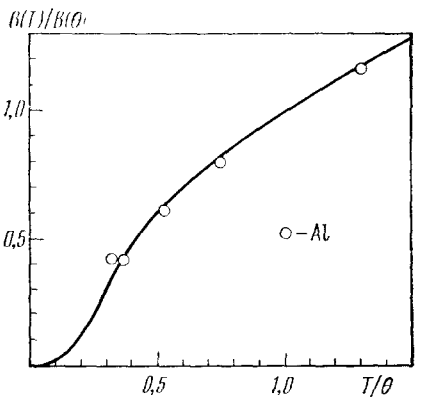

Рис. 12. Сопоставление температурного хода $B(T)$ по формуле (4.8) с экспериментальными точками для кристалла Al (по данным [79]).

значение (например [1], $r_0 \approx 3b$), вычисляем β, $f_1(1)$ и, наконец, искомый параметр λ_Θ. Зная λ_Θ, мы можем найти по формуле (4.7) абсолютное значение B при любой температуре. Следует, однако, иметь в виду, что множитель Θ/T при функции $f_2(T/\Theta)$ в (4.7), (4.8) представляет собой приближенную запись величины l/l_Θ, которая справедлива лишь при не слишком низких температурах (см. примечание **) на стр. 17). Лучше выглядит оценка $l/l_\Theta \approx \approx [C(\Theta)/C(T)]\,\varkappa(T)/\varkappa(\Theta)$, а в тех случаях, когда нет экспериментальных данных о температурном ходе решеточной теплопроводности $\varkappa$ (например, для металлов), можно, исходя из теоретической зависимости $\varkappa \sim 1/T$, полагать $l/l_\Theta \approx \approx [C(\Theta)/C(T)]\,\Theta/T$. Впрочем, проведенная ниже обработка опытных данных по формулам (4.7), (4.8) в их буквальном виде, по-видимому, свидетельствует о том, что аппроксимация $l/l_\Theta \approx \Theta/T$ в целом ряде случаев оказывается вполне удовлетворительной.

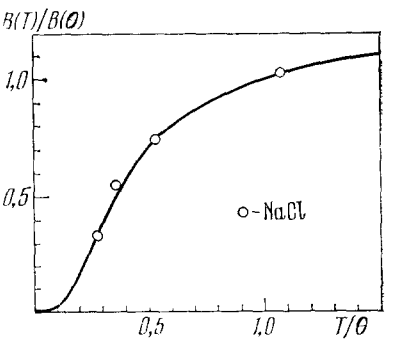

Рис. 13. Сопоставление температурного хода $B(T)$ по формуле (4.8) с экспериментальными точками для кристалла NaCl (по данным [82]).

На рис. 12-14 показаны результаты сопоставления температурной зависимости $B(T)/B(\Theta)$ по формуле (4.8) с экспериментальными точками для ряда кристаллов. В табл. II приведены значения параметров Θ и Δ, использованных при построении теоретических кривых. К сожалению, возможности сопоставления абсолютных значений B, рассчитанных по формуле (4.7), с измеренными величинами ограничиваются небольшим

числом кристаллов, для которых известны значения модуля Мурнагана n. Единственным из пяти кристаллов, приведенных в табл. II, для которого

Таблица II

Кристалл	Θ, °K	Δ	Кристалл	Θ, °K	Δ
NaCl	280	0,91	Zn	240	0,61
KCl	270	0,61	(базисный)		
Cu	310	0,61	Al	230	0,49

измерен модуль n, является медь. Согласно [122], для меди $n/G \approx -33$. Соответствующая оценка по формуле (4.7) коэффициента торможения для меди при температуре $T = 300$ °K дает величину $1{,}6 \cdot 10^{-4}$ *пуаз*, которая согласуется с измеренными значениями (см. табл. I). Следует отметить, что это согласие достигнуто благодаря учету релаксации упругого поля дислокации вблизи ядра, т. е. в результате замены функции (2.20) на (2.24). Аналогичная оценка B для меди, выполненная в работе [25] по формулам типа (2.19), (2.20), привела к значениям, превышающим наблюдаемые величины более чем на порядок.

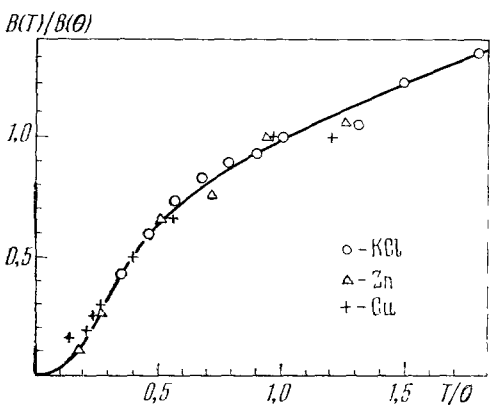

Рис. 14. Сопоставление температурного хода B (T) по формуле (4.8) с экспериментальными точками для кристаллов Zn, Cu (по данным [83]) и KCl (по данным [104]).

В целом можно констатировать хорошее согласие между теоретическими и экспериментальными результатами по величине и температурному ходу B (T). Однако экспериментаторам еще предстоит детально исследовать низкотемпературную часть этой зависимости с целью выявления вклада в торможение дислокаций флаттер-эффекта (в неметаллических кристаллах) и электронов (в металлах).

Другим вопросом, представляющим интерес и в теоретическом, и в экспериментальном плане, является проблема влияния примеси на динамическое торможение дислокаций. К сожалению, до сих пор о влиянии примеси имеются лишь разрозненные данные. Согласно [78] в кристаллах Zn динамическая подвижность пирамидальных дислокаций практически не зависит от концентрации примеси. С другой стороны, в работах [3, 82] показано, что в щелочно-галоидных кристаллах KCl и NaCl прослеживается примесное влияние (хотя и не сильное) на величину константы демпфирования B.

Используя метод внутреннего трения, Канеда [101] выделил примесный вклад в коэффициент торможения B в меди, легированной различными концентрациями разных примесей. Оказалось, что примесная добавка к B не зависит от отношения масс атомов примеси и матрицы, пропорциональна $C_0^{1/2}$ (C_0 — концентрация примеси), линейно нарастает с увеличением параметра несоответствия примеси ε_0 и достигает одного порядка с величиной коэффициента торможения в чистой меди лишь при высоких концентрациях примеси ($C_0 \sim 0{,}1$ ат. % при $\varepsilon_0 \sim 0{,}1$). Примесное влияние

прослеживается и при низких температурах и не может быть объяснено диффузионными механизмами, предсказывающими экспоненциальное спадание эффекта при понижении температуры. Другие упомянутые в разделе г) гл. 3 механизмы также не могут объяснить найденные в [101] эмпирические закономерности.

По-видимому для решения этой проблемы понадобится проведение новых комплексных экспериментальных исследований динамической подвижности дислокаций в различных кристаллах в зависимости от содержания и типа примеси при разных температурах, а также постановка новых поисковых теоретических работ. Кроме того, потребуются новые исследования для выявления роли дислокационного леса в динамических потерях. Работы в этом направлении уже ведутся. Нельзя не отметить появившуюся недавно экспериментальную работу Гектиной, Лаврентьева и Старцева [123], в которой, в частности, прослежена зависимость вязкого торможения дислокаций в цинке от плотности дислокаций леса.

Большая часть фононных механизмов диссипации приводит, как мы видели, к вязкому торможению дислокаций. Исключение составляют радиационное трение в рельефе Пайерлса и ряд примесных эффектов, характеризующиеся нелинейной зависимостью торможения от скорости. Эти исключения, интересные сами по себе, оказываются, однако, трудно наблюдаемыми. Действительно, как было показано выше, радиационные потери, обусловленные конфигурационными осцилляциями поля дислокации, могут быть выделены на фоне процессов фононного рассеяния лишь при околозвуковых скоростях дислокации и низких температурах. Динамические эффекты типа «сухого трения» могли бы наблюдаться только в чистых кристаллах с относительно высоким рельефом Пайерлса при скоростях дислокации, лежащих вблизи нижней границы динамической области скоростей, когда кинетическая энергия дислокации становится сопоставимой с энергией Пайерлса. Для выявления этих эффектов необходимы тонкие эксперименты, которые, по-видимому, являются делом будущего.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящее время уже не вызывает сомнений роль динамического торможения в подвижности быстрых дислокаций, колебательном движении дислокационных сегментов между центрами закрепления и в процессах термофлуктуационного преодоления дислокационными сегментами локальных барьеров. Для ряда кристаллов эксперимент дает достаточно надежные данные о величине коэффициента торможения и его зависимости от температуры, позволяющие провести проверку теории. Выяснились основные дискуссионные вопросы теории динамического торможения дислокаций относительно порядка величины, области приложимости и сравнительной роли различных механизмов фононного торможения.

Единообразное рассмотрение различных каналов диссипативных потерь позволяет указать общую иерархию механизмов динамического торможения дислокаций (табл. III). Основным механизмом торможения является обычно фононный ветер, дающий линейный температурный ход B при температурах, превышающих температуру Дебая Θ, и зависимость $B \sim T^5$ при $T \ll \Theta$. Флаттер оказывается менее существенным при $T \geqslant \Theta$, но при низких температурах его вклад начинает преобладать над вкладом фононного ветра из-за менее резкого (по закону T^3) спадания с температурой. Фононная вязкость, вопреки оценкам Мэзона, не играет существенной роли в торможении дислокаций, но аналогичный этому эффекту процесс релаксации «медленных» фононов дает заметный вклад в динамическое торможение при высоких температурах и, поскольку этот вклад при

Таблица III

Механизмы торможения	Температурный ход эффекта		$B/B_{\text{вет}}$ $(T \sim \Theta)$
	$T \ll \Theta$	$T \gg \Theta$	
Фононный ветер	T^5	T	1
Флаттер-эффект	T^3	T	$\sim 10^{-1}$
Релаксация «медленных» фононов	$\frac{\tau}{T} e^{-\Theta/T}$	const	~ 1
Вклад оптических мод	$\frac{\tau}{T} e^{-\Theta_0/T}$	$AT+B$	$\sim \left(\frac{\Theta}{\Theta_0}\right)^4 < 1$
Термоупругие потери	T^4/τ	T^2	$\sim 10^{-1}$
Фононная вязкость	T^4/τ	T^2	$\sim \left(\frac{v}{c}\frac{b}{l}\right)^2 \ll 1$
Комбинационное рассеяние	T^5	T	$\sim 10^3 \frac{\sigma_P}{G}$
Радиационное трение			$\frac{\sigma_P b}{B_{\text{вет}} v} \operatorname{cth} \frac{\sigma_P b}{B_{\text{вет}} v} - 1$

$T \gg \Theta$ слабо зависит от температуры, оказывает определяющее влияние на характер температурного хода торможения. Термоупругие потери обычно незначительны, но в отдельных случаях могут проявиться при высоких температурах благодаря квадратичному ходу эффекта по температуре. Вклад оптических фононов, как правило, также невелик и может проявиться лишь в специальных условиях (мягкие моды, возникающие при фазовых превращениях, и т. п.).

Рельеф Пайерлса может проявиться как в радиационном торможении дислокаций, так и в комбинационном рассеянии фононов в осциллирующем поле дислокации. Первый эффект, в принципе, может оказаться ответственным за явление сухого трения для медленно движущихся дислокаций (и перегибов). Второй эффект оказывается существенным по сравнению с фононным ветром лишь для кристаллов с высоким рельефом Пайерлса ($\sigma_P/G \gg 10^3$).

Дальнейшее уточнение теоретических оценок требует полного учета анизотропии кристалла и рассмотрения конкретных фононных спектров. Подобные расчеты представляют особый интерес в случаях, когда можно ожидать заметной анизотропии эффекта и его резкого температурного хода (например, в области фазовых превращений). Вполне назрел вопрос и о постановке соответствующих экспериментальных исследований.

Проблема влияния облучения и легирования на динамическое торможение дислокаций требует дополнительных теоретических и экспериментальных исследований. По имеющимся в настоящее время данным нельзя судить о причинах обнаружившегося несоответствия эксперимента и теории.

Ряд предсказаний теории представляет существенный физический интерес и, несомненно, заслуживает проверки на опыте. К числу таких предсказаний относятся эффекты сухого трения, критической скорости, радиационного торможения при околозвуковых скоростях, возбуждения локальных и квазилокальных колебаний примесных атомов, торможения на мягких модах, низкотемпературного проявления вклада флаттера. Учитывая последние успехи в экспериментальном и теоретическом исследовании динамического торможения, можно надеяться, что уже в ближайшие годы будет достигнут значительный прогресс по всем упомянутым направлениям.

В настоящем обзоре мы ограничились анализом фононных механизмов торможения дислокаций. Почти столь же многообразны электронные механизмы торможения дислокаций в металлах (см. недавно появившуюся обзорную работу [124]) и механизмы динамического торможения перегибов (см. обзор [125]).

В заключение авторы выражают свою признательность И. М. Лифшицу и М. И. Каганову за полезные обсуждения и ценные замечания, а также В. И. Старцеву, Э. М. Надгорному и Ф. Ф. Лаврентьеву за предоставленную возможность ознакомиться с новыми экспериментальными данными.

Дополнение при корректуре. Как показано в недавней работе Альшица [126], в отдельных металлах может оказаться существенной релаксация электронов, принадлежащих уплощениям на поверхности ферми, которые нормальны к линии дислокации. Соответствующее торможение пропорционально электропроводности металла и возрастает с понижением температуры.

Институт кристаллографии
АН СССР

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. В. Л. Инденбом, А. Н. Орлов, сборник «Динамика дислокаций», Х., Изд. ФТИНТ АН УССР, 1968, стр. 3.
2. Э. М. Надгорный, сборник «Несовершенства кристаллического строения и мартенситные превращения», М., «Наука», 1972, стр. 151.
3. С. В. Лубенец, В. И. Старцев, ФТТ **10**, 22 (1968).
4. J. Lothe, J. Appl. Phys. **33**, 2116 (1962).
5. J. E. Dorn, J. Mitchel, F. Hauser, Exper. Mech. **5**, 353 (1965).
6. J. W. Christian, V. Vitek, Rept. Prog. Phys. **33**, 307 (1970).
7. F. R. N. Nabarro, Theory of Crystal Dislocations, Oxford, Clarendon Press, 1967.
8. J. J. Gilman, Micromechanics of Flow in Solids., N. Y., McGraw-Hill, 1969.
9. А. М. Косевич, В. Д. Нацик, ФТТ **8**, 1250 (1966).
10. A. I. Akhiezer, J. Phys. USSR **1**, 277 (1939).
11. W. P. Mason, J. Acoust. Soc. Am. **32**, 458 (1960).
12. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Теория упругости, М., «Наука», 1965, стр. 192.
13. J. D. Eshelby, Proc. Roy. Soc. **A197**, 396 (1949).
14. J. H. Weiner, J. Appl. Phys. **29**, 1305 (1958).
15. G. Leibfried, Zs. Phys. **127**, 344 (1950).
16. F. R. N. Nabarro, Proc. Roy. Soc. **A209**, 278 (1951).
17. J. Lothe, Phys. Rev. **117**, 704 (1960).
18. Дж. Займан, Электроны и фононы, М., ИЛ, 1962, стр. 213.
19. T. Suzuki, A. Ikushima, M. Aoki, Acta Met. **12**, 1231 (1964).
20. A. Hikata, R. A. Johnson, C. Elbaum, Phys. Rev. **32**, 4856 (1970).
21. P. G. Klemens, Sol. State Phys. (N. Y.) **7**, 22 (1958).
22. F. R. N. Nabarro, J. M. Ziman, Proc. Roy. Soc. **78**, 1512 (1961).
23. В. И. Альшиц, ФТТ **11**, 2405 (1969).
24. P. P. Grüner, in: Fundamental Aspects of Dislocation Theory, Ed. J. A. Simmons et al., Washington, U. S. Nat. Bur. Stand., Spec. Publ. 317, 1970, p. 363.
25. A. D. Brailsford, J. Appl. Phys. **43**, 1380 (1972).
26. В. И. Альшиц, А. Г. Мальшуков, ЖЭТФ **63**, 1849 (1972).
27. A. Seeger, H. Engelke, in: Dislocation Dynamics, Ed. A. R. Rosenfield et al., N. Y., McGraw-Hill, 1968, p. 623.
28. Fundamental Aspects of Dislocation Theory (Conference Proceedings, April 21–25, 1969), Ed. J. A. Simmons et al., Washington, U. S. Nat. Bur. Stand., Spec. Publ. 317, 1970.
29. T. Ninomiya, J. Phys. Soc. Japan **25**, 830 (1968).
30. V. I. Al'shits, Yu. M. Sandler, Phys. Stat. Sol. **b64**, K45 (1974).
31. T. Ninomiya, J. Phys. Soc. Japan **36**, 399 (1974).
32. J. D. Eshelby, Proc. Roy. Soc. **A266**, 222 (1962).
33. A. D. Brailsford, J. Appl. Phys **41**, 4439 (1970).
34. R. E. Peierls, Proc. Roy. Soc. **52**, 23 (1940).
35. F. R. N. Nabarro, Proc. Phys. Soc. **59**, 256 (1947).
36. A. J. Foreman, M. A. Jaswon, J. K. Wood, ibid. **A64**, 156 (1951).
37. Т. А. Конторова, Я. И. Френкель, ЖЭТФ **8**, 89, 1340, 1349 (1938).

38. В. Л. Инденбом, Кристаллография 3, 193 (1958).
39. B. Hobart, J. Appl. Phys. 36, 1044, 1948 (1965).
40. Г. Н. Дубнова, В. Л. Инденбом, Кристаллография 11, 642 (1966).
41. J. H. Weiner, Phys. Rev. A136, 863 (1964).
42. W. Atkinson, N. Cabrera, ibid. A138, 763 (1965).
43. А. М. Косевич, И. Г. Маргвелашвили, Изв. АН СССР, сер. физ. 31, 848 (1967).
44. D. Rogula, Proc. Vibr. Probl. (Warsaw) 8, 215 (1967).
45. V. Celli, N. Flytzanis, J. Appl. Phys. 41, 4443 (1970).
46. S. Ishioka, J. Phys. Soc. Japan 30, 323 (1971).
47. *а*) A. A. Maradudin, J. Phys. Chem. Sol. 9, 1 (1958); *б*) Y. Y. Earmme, J. H. Weiner, Phys. Rev. Lett. 31, 1055 (1973); J. Appl. Phys. 45, 603 (1974).
48. N. Flytzanis, V. Celli, ibid. 43, 3301 (1972).
49. S. Ishioka, J. Phys. Soc. Japan 34, 462 (1973).
50. В. И. Альшиц, цит. в [1] сборник, стр. 52.
51. В. И. Альшиц, В. Л. Инденбом, А. А. Штольберг, ЖЭТФ 60, 2308 (1971).
52. E. W. Hart, Phys. Rev. 98, 1775 (1955).
53. V. I. Al'shits, V. L. Indenbom, A. A. Shtol'berg, Phys. Stal. Sol. 50, 59, (1972).
54. В. И. Альшиц, ФТТ 11, 1336 (1969).
55. A. Ookawa, K. Yazu, J. Phys. Soc. Japan 18, Suppl. 1, 36 (1963).
56. J. Takamura, T. Morimoto, ibid., p. 28.
57. Б. Я. Любов, Г. М. Чернизер, ДАН СССР 161, 1324 (1965).
58. А. М. Косевич, В. Д. Нацик, цит. в [1] сборник, стр. 45.
59. А. М. Косевич, В. Д. Нацик, ЖЭТФ 51, 1207 (1966); ФТТ 10, 1545 (1968).
60. F. R. N. Nabarro, in: Reports at the Conference on Strength of Solids (Bristol, 1947), L., Phys. Soc., 1948, p. 38.
61. A. H. Cottrell, M. A. Jaswon, Proc. Roy. Soc. A199, 104 (1949).
62. А. Х. Коттрел, Дислокации и пластическое течение в кристаллах, М., ИЛ, 1958.
63. G. Schoeck, A. Seeger, Acta Met. 7, 469 (1959).
64. Дж. Хирт, И. Лоте, Теория дислокаций, М., Атомиздат, 1972, стр. 433.
65. P. G. Klemens, цит. в [27] сборник, стр. 203.
66. Г. И. Гутникова, Б. Я. Любов, В. А. Синюк, Физ и хим. обработки мет., № 2, 83 (1970).
67 H. Yoshinaga, S. Morozumi, Phil. Mag. 23, 1367 (1971).
68. В. С. Алтунджи, Б. Я. Любов, ФТТ 15, 755 (1973).
69. В. Л. Инденбом, А. Н. Орлов, УФН 76, 557 (1962).
70. В. Д. Нацик, Е. В. Мииенко, ФТТ 12, 2099 (1970).
71. W. G. Johnston, J. J. Gilman, J. Appl. Phys. 30, 129 (1959).
72. Э. Ю. Гутманас, Э. М. Надгорный, А. В. Степанов, ФТТ 5, 1021 (1963).
73. В. Б. Парийский, С. В. Лубенец, В. И. Старцев, ФТТ 8, 1227 (1966).
74. В. Б. Парийский, А. И. Третьяк, ФТТ 9, 2457 (1967).
75. Ф. Ф. Лаврентьев, О. П. Салита, ФММ 23, 548 (1967).
76. W. F. Greeman, T. Vreeland, Jr., D. S. Wood, J. Appl. Phys. 38, 3595 (1967).
77. D. P. Pope, T. Vreeland, Jr., D. S. Wood, ibid., p. 4011.
78. F. F. Lavrent'yev, O. P. Salita, V. L. Vladimirova, Phys. Stat, Sol. 29, 569 (1968).
79. J. A. Gorman, D. S. Wood, T. Vreeland, Jr., J. Appl. Phys. 40, 833, 903 (1969).
80. D. P. Pope, T. Vreeland, Jr., Phil. Mag. 20, 1163 (1969).
81. K. M. Jassby, T. Vreeland, Jr., ibid. 21, 1147 (1970).
82. Г. А. Ермаков, Э. М. Надгорный, ФТТ 13, 513 (1971).
83. K. M. Jassby, T. Vreeland, Jr., Scripta Met. 5, 1007 (1971).
84. T. Vreeland, Jr., K. M. Jassby, Mater. Sci. Eng. 7, 95 (1971).
85. T. Vreeland Jr., K. M. Jassby, Cryst. Latt. Def. 4, 1 (1973).
86. И. В. Гектина, Ф. Ф. Лаврентьев, сборник «Тезисы II Всесоюзного совещания по динамике дислокаций», Х., Изд. ФТИНТ АН УССР, 1973, стр. 44.
87. A. Granato, K. Lücke, J. Appl. Phys. 27, 583, 789 (1956).
88. G. A. Alers, D. O. Tompson, ibid. 32, 283 (1961).
89. R. M. Stern, A. V. Granato, Acta Met. 10, 358 (1962).
90. T. S. Hutchison, D. H. Rogers, J. Appl. Phys. 33, 792 (1962).
91. D. M. M. Mitchell, ibid. 36, 2083 (1965).
92. W. D. Sylwestrowicz, ibid. 37, 535 (1966).

93. W. P. Mason, A. Rosenberg, Phys. Rev. **151**, 434 (1966).
94. W. P. Mason, A. Rosenberg, J. Appl. Phys. **38**, 1929 (1967).
95. В. Я. Платков, В. П. Ефименко, В. И. Старцев, ФТТ **9**, 2799 (1967).
96. J. J. Gilman, in: Proc. of the Simposium on the Mechanical Behavior of Materials under Dynamic Louds, San Antonio, USA, 1967.
97. A. Ikushima, T. Kaueda, in: Proc. of the Intern. Conference on the Strength of Metals and Alloys, Tokyo, 1967.
98. W. P. Mason, цит. в [27] сборник, стр. 487.
99. D. Lenz, K. Lücke, Zs. Metallkunde **60**, 375 (1969).
100. B. K. Ganguly, C. Baker, H. K. Birnbaum, J. Phys. Chem. Sol. **31**, 1877 (1970).
101. T. Kaneda, J. Phys. Soc. Japan **28**, 1205 (1970).
102. W. P. Mason, D. E. McDonald, J. Appl. Phys. **42**, 1836 (1971).
103. A. Hikata, J. Deputat, C. Elbaum, Phys. Rev. **B6**, 4008 (1972).
104. В. М. Андронов, А. М. Петченко, В. И. Старцев, Акуст. ж. **20** (1975).
105. W. G. Ferguson, A. Kumar, J. E. Dorn, J. Appl. Phys. **38**, 1863 (1967).
106. A. Kumar, F. E. Hauser, J. E. Dorn, Acta Met. **16**, 1189 (1968).
107. A. Kumar, R. G. Kumbls, J. Appl. Phys. **40**, 3475 (1969).
108. M. P. Victoria, C. K. H. Dharan, F. E. Hauser, J. E. Dorn, ibid. **41**, 674 (1970).
109. A. Kumar, in: Proc. of the 2nd Intern. Conference on the Strength of Metals and Alloys, v. 3, Asilomar, USA, 1970, p. 1001.
110. C. K. Dharan, F. E. Hauser, J. Appl. Phys. **44**, 1468 (1973).
111. А. Я. Красовский, ФТТ **12**, 1834 (1970).
112. M. M. Leroy, S. Offret, C. R. Ac. Sci. **C273**, 1049 (1971).
113. V. R. Parameswaran, J. Weertman, Met. Trans. **2**, 1233 (1971).
114. V. R. Parameswaran, N. Urabe, J. Weertman, J. Appl. Phys. **43**, 2982 (1972).
115. О. В. Клявин, С. Г. Симашко, А. В. Степанов, ФТТ **14**, 163 (1972).
116. С. И. Зайцев, Э. М. Надгорный, ibid., стр. 3282.
117. V. L. Indenbom, Yu. Z. Estrin. Phys. Stat. Sol. **A4**, K37 (1971).
118. В. Я. Кравченко, ФТТ **8**, 927 (1966).
119. T. Holstein, Phys. Rev. **151**, 187 (1966).
120. М. И. Каганов, В. Д. Нацик, Письма ЖЭТФ **11**, 550 (1970).
121. В. И. Альшиц, В. Л. Инденбом, ЖЭТФ **64**, 1808 (1973).
122. A. Seeger, O. Buck, Zs. Naturforsch. **A15**, 1056 (1960).
123. И. В. Гектина, Ф. Ф. Лаврентьев, В. И. Старцев, ФММ **37**, 5 (1974).
124. М. И. Каганов, В. Я. Кравченко, В. Д. Нацик, УФН **111**, 655 (1973).
125. A. Seeger, P. Schiller, in: Physical Acoustics, v. 3A, Ed. W. P. Mason, N. Y., Academic Press, 1966, p. 361. (см. перевод: Физическая акустика, т. 3А, М., «Мир», 1969, стр. 428).
126. В. И. Альшиц, ЖЭТФ **67**, 2215 (1974).