517.433(049.3)

СПЕКТРАЛЬНАЯ ТЕОРИЯ ОПЕРАТОРОВ В ГИЛЬБЕРТОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ

K. O. Friedrichs. Spectral Theory of Operators in Hilber Space (Applied Mathematical Sciences. 9). Berlin—Heidelberg—New York, Springer-Verlag, 1973, VIII + 244 p.

Общеизвестные шпрингеровские издания обогатились новой серией —«Прикладные математические науки». Монографии этой серии отличают оперативность и широкая доступность излагаемого материала. Цель их — быстрейшее ознакомление математиков с различными приложениями их науки, физиков—с необходимыми им математическими методами, студентов соответствующих специальностей—и с тем и с другим. В серии уже вышло девять трактатов: 1. Дифференциальные уравнения в частных производных; 2. Методы асимптотического анализа; 3. Функциональные дифференциальные уравнения; 4. Комбинаторные методы; 5. Динамика жидкости; 6. Краткий курс теории вероятностей и статистики; 7. Лекции по теории вязкоупругости; 8. Методы возмущений в нелинейных системах. Рецензируемая книга представляет собой девятый выпуск этой серии.

Ее автор К. Фридрихс, профессор Нью-Йоркского университета и Курантовского института математических наук, известен математикам работами по общей теории урав-

нений в частных производных, по асимптотическим методам, по теории самосопряженных операторов и др. Не меньшую известность он снискал и в кругу физиков, прежде всего своей монографией «Mathematical Aspects of Quantum Theory of Fields», вышедшей в 1953 г., но и по сей день представляющей прекрасное введение в математическую структуру квантовых полевых теорий. Эта монография, к сожалению, не была переведена на русский язык, однако советский читатель хорошо знаком с другой работой К. Фридрихса —«Возмущение спектра операторов в гильбертовом пространстве» (М., «Мир», 1969), в которой излагаются многие оригинальные результаты автора, особенно касающиеся строгого обоснования метода возмущений в квантовополевой задаче рассеяния. Новая книга К. Фридрихса представляет обработанные лекционные заметки и является общедоступным введением в спектральную теорию операторов. Если судить лишь по оглавлению, то содержание ее выглядит довольно традиционно: линейные пространства, их функциональные представления и операторы в них; нормированные и предгильбертовы пространства, формально самосопряженные (симметрические) операторы; геометрия гильбертова пространства; операторы в гильбертовом пространстве — ограниченные, вполне непрерывные и неограниченные; дифференциальные операторы; элементы теории возмущений спектра операторов.

В действительности же мы имеем свежую и оригинальную монографию, написанную в основном для физиков автором, который прекрасно понимает их потребности и нужды и сам блестяще разбирается в физической проблематике. Достаточно отметить, что специальные параграфы посвящены роли самосопряженных операторов в теории поля и в квантовой механике, методу возмущений в дискретном и непрерывном спектрах и основам нестационарной теории рассеяния.

Книга написана в свойственном К. Фридрихсу стиле, когда главное внимание уделяется раскрытию сути дела и рассмотрению многочисленных поясняющих примеров. С них начинается и ими заканчивается все изложение, причем даже при анализе возможности и единственности самосопряженных расширений симметрических операторов автор счел возможным ограничиться рассмотрением одного, но зато весьма важного, конкретного примера — оператора дифференцирования. При таком подходе «пуританская» строгость и общие формулировки отодвигаются на задний план (хотя и они находят подобающее им место), что и делает книгу особенно ценной, поскольку она становится доступной широкому кругу читателей. В самом начале используется даже «физическая» терминология, касающаяся основных спектральных понятий, например вводятся собственные фукции, принадлежащие непрерывному спектру. Конечно, все это сопровождается необходимыми оговорками, а впоследствии даются соответствующие точные и строгие определения. Подобный подход может принести большую пользу и начинающим математикам, так как он позволяет менее формально и более содержательно посмотреть на их собственный предмет исследования.

Теперь о главном достоинстве книги — всю ее пронизывает основополагающая идея спектрального представления, без которой ныне немыслимо понимание квантовой механики и квантовой теории вообще, а также свойств дифференциальных операторов. Именно на этой основе развивается во всех своих ответвлениях спектральный анализ и его многочисленные приложения, а также строится понятие функции от оператора. Впервые спектральное представление появляется уже на стр. 16 как такая функциональная реализация линейного пространства, при которой данный оператор есть просто оператор умножения на независимую переменную. Затем это понятие углубляется, расширяется и обобщается во многих направлениях, и в конце концов детально описывается спектральное представление неограниченных самосопряженных операторов в гильбертовом пространстве.

Следует заметить, однако, что искушенных математиков и физиков-теоретиков, занимающихся высшими разделами современной квантовой теории («аксиоматикой»), книга К. Фридрихса удовлетворить не может, поскольку в ней не освещаются многие необходимые им проблемы. Даже не упоминается теорема Стоуна о спектральном представлении однопараметрической слабонепрерывной группы унитарных операторов (не говоря уже о теореме СНАГ), играющая фундаментальную роль при анализе симметрий квантовых систем. Нет общей теории самосопряженных расширений симметрических операторов, которая сейчас необходима уже в нерелятивистской квантовой механике при исследовании сингулярных потенциалов. Отсутствие понятия оснащенного гильбертова пространства, позволяющего наиболее естественным образом сформулировать аналог теоремы о разложении произвольного вектора по собственным векторам самосопряженного оператора в случае конечномерного евклидова пространства. Перечень такого рода вопросов можно продолжать до бесконечности (абстрактные нормированные алгебры C^* и W^* и их представления ограниченными операторами в гильбертовом пространстве, конструкция ГНС и т. д.), но такое занятие довольно бессмысленно. Ясно, что автор и не ставил перед собой задачи дать полное и исчерпывающее изложение современной теории операторов и соответствующих им алгебр, которое можно найти в других книгах.

Его новую работу следует расценивать как превосходнейшее введение в спектральный анализ, чрезвычайно полезную и начинающим физикам-теоретикам, и сту-

дентам-математикам. Последняя рекомендация весьма существенна, поскольку, к нашему глубокому удивлению и сожалению, понятие спектрального представления и теория неограниченных операторов не включены ныне в программы обязательных курсов даже механико-математических факультетов наших университетов.

А. И. Наумов