

**ЭФФЕКТ САМОИНДУЦИРОВАННОЙ ПРОЗРАЧНОСТИ****И. А. Полуэктов, Ю. М. Попов, В. С. Ройтберг****СОДЕРЖАНИЕ**

Введение . . . . .	97
1. Вывод уравнений резонансного взаимодействия импульса со средой . . . . .	99
2. Решения Мак-Кола и Хана . . . . .	102
3. Свойства «2 $\pi$ -импульса» . . . . .	104
4. Учет факторов нестационарности . . . . .	105
а) Переходный процесс (105). б) Процессы релаксации (106). в) Поперечная структура поля (106).	
5. «2 $\pi$ л-импульсы» (разбиение на «солитоны») . . . . .	107
6. «0 $\pi$ л-импульсы» . . . . .	110
7. Эффекты фазовой модуляции . . . . .	112
8. Вырождение перехода . . . . .	113
9. Переходный процесс и роль неоднородного уширения вырожденного перехода . . . . .	116
10. Влияние постоянного поля . . . . .	118
а) Магнитное поле (118). б) Электрическое поле (119).	
11. Возможность самоиндуцированной прозрачности в полупроводниках . . . . .	120
12. Среды с двухфотонным резонансным переходом . . . . .	124
13. Сводка результатов экспериментов . . . . .	125
а) Твердые диэлектрики (126). б) Пары щелочных металлов (127). в) Молекулярные газы (127).	
Заключение . . . . .	129
Цитированная литература . . . . .	129

**ВВЕДЕНИЕ**

В последние годы удалось с помощью лазеров с модулированной добротностью или синхронизацией мод генерировать мощные импульсы когерентного света с длительностью меньше времен релаксации для резонансных переходов во многих средах (газы, пары щелочных металлов, рубин и др.). При распространении таких ультракоротких импульсов через резонансно поглощающую среду оказываются несправедливыми ранее установленные законы, основанные либо на линейной теории дисперсии (малые интенсивности), либо на скоростных уравнениях переноса излучения (некогерентное взаимодействие).

Определяющей чертой новых эффектов является то, что релаксационные процессы (соударения, спонтанное излучение и др.) не успевают разрушить «фазовую память», вследствие чего поляризация среды является нелинейной функцией амплитуды и фазы поля во все предшествующие моменты времени. К таким когерентным эффектам относятся, например, явления фотонного эха<sup>1</sup> и оптической нутации<sup>2</sup>, которые представляют собой световой аналог эффектов, известных в теории ядерного магнитного резонанса.

Однако наиболее ярко следствия «фазовой памяти» проявились в открытом Мак-Колом и Ханом<sup>3-5</sup> явлении самоиндуцированной про-

зрачности (self-induced transparency). Оказалось, что при интенсивности выше некоторого порога поглощение импульса резонансным переходом резко падает и прежде поглощающее вещество становится почти прозрачным для излучения. Это сопровождается значительным уменьшением скорости движения импульса по сравнению с фазовой скоростью света в среде<sup>5-6</sup>.

Физику этого явления можно понять, рассмотрев динамику взаимодействия импульса со средой. Под действием переднего фронта поглощающие частицы переходят из нижнего энергетического состояния в когерентную суперпозицию нижнего и верхнего состояний, в результате чего часть энергии поля запасается в среде. Если интенсивность импульса достаточно велика, то в какой-то момент времени частицы будут находиться в верхнем состоянии, т. е. среда станет полностью инвертированной. Под действием оставшейся части импульса частицы будут индуцированно излучать, возвращая энергию обратно в поле, и постепенно вернуться в нижнее состояние. Поскольку длительность импульса меньше времени релаксации, то весь этот «кругооборот» успевает произойти раньше, чем релаксационные процессы смогут нарушить когерентность взаимодействия, и можно добиться того, чтобы вся энергия, первоначально взятая из поля, вернулась обратно в импульс, восстановив его прежнюю форму. Таким образом, импульс может двигаться через поглощающую среду без потерь, все время отдавая и возвращая свою энергию. Это приводит к тому, что скорость его движения падает. Здесь уместно отделить такое когерентное просветление вещества от просветления при обычном насыщении поглощения, которое имеет место, когда длительность мощного импульса больше времени релаксации в среде. В последнем случае во взаимодействии существенны релаксационные процессы, что приводит к тому, что способность среды поглощать или излучать энергию просто пропорциональна разности населенностей верхнего и нижнего уровней. Уже отсюда ясно, что такой импульс не сможет перевести среду в инвертированное состояние, а, самое большее, только уравнивает вероятности нахождения частиц на обоих энергетических уровнях. Энергия, необходимая для этого, забирается из передней части импульса и уже не может когерентно вернуться назад. Она перейдет потом в энергию спонтанного излучения или нерадиационных переходов, но для импульса она, в общем, потеряна. Таким образом, импульс при распространении в среде необратимо расходует на ее просветление энергию.

В данном обзоре мы рассмотрим эффект самоиндуцированной прозрачности в широком смысле слова, понимая под этим совокупность когерентных явлений, имеющих место при распространении ультракоротких импульсов через резонансно поглощающие среды.

Мы не будем, однако, касаться работ по эффектам радиационного эха и оптической нутации. Они могут быть рассмотрены как самостоятельные темы без обязательной связи с эффектом самопрозрачности как таковым, и мы поэтому отошлем читателя к обзорам<sup>7,8</sup>. Тем, кого интересует общее между этими и рассматриваемыми далее вопросами самопрозрачности, следует обратиться к работам<sup>9</sup>. Эффекты когерентности при наличии «фазовой памяти» играют, по-видимому, не менее существенную роль при распространении излучения в усиливающих средах (см. также<sup>10</sup>). Ряд соответствующих результатов изложен в работах обзорного характера<sup>6,11,12</sup>, где рассматриваются, кроме того, эффекты насыщения поглощения и усиления для некогерентного случая. Следует отметить, что такие свойства эффекта самопрозрачности, как резко пороговый характер пропускания света и сильное уменьшение скорости распространения, кроме общезначимого интереса, могут найти (и уже находят) практи-

ческое применение для измерения коротких времен релаксации, дипольных моментов переходов и других характеристик резонансов, а также в оптоэлектронике: для уменьшения пространственных размеров импульсов света, в дискриминаторах, цепях задержки, логических ячейках. В теоретическом плане большой интерес представляет связь с общей теорией солитонов (уравнение Кортевега — Де-Вриза, см. <sup>13</sup>).

#### 1. ВЫВОД УРАВНЕНИЙ РЕЗОНАНСНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ИМПУЛЬСА СО СРЕДОЙ

Будем описывать электромагнитное поле импульса  $E$  на основе уравнений Максвелла для диэлектрика, а дипольный момент  $P$ , наводимый в поглощающих частицах под действием поля  $E$ , находить из квантовомеханических уравнений для матрицы плотности  $\hat{\rho}$ . Сумма всех таких диполей определяет макроскопическую поляризацию среды  $\mathcal{P}$ . Для самосогласованности она должна входить в свою очередь в уравнения, определяющие изменение поля. Такой полуклассический подход является общепринятым для описания взаимодействия лазерных импульсов со средой (как в когерентном, так и в некогерентном случаях) и хорошо работает в ситуациях, когда можно пренебречь квантовыми флуктуациями поля (см., например, <sup>14</sup>). Схема его изображена на рис. 1. Будем

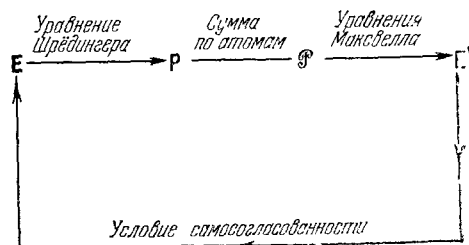


Рис. 1. Схема, иллюстрирующая построение самосогласованной системы уравнений для поля и среды.

считать далее, что среда состоит из «двухуровневых» атомов, взаимодействующих друг с другом только через поле излучения. Реально это могут быть атомы, ионы, молекулы, расположенные достаточно далеко друг от друга, в спектре которых имеются два таких уровня  $\epsilon_1$  и  $\epsilon_2$ , что частота перехода между ними  $\omega_{21}$  близка к резонансу с несущей частотой импульса  $\omega$ . Мы будем считать их неподвижными, но полученные таким образом результаты обычно применимы и к движущимся атомам в газах <sup>12</sup>.

Высокочастотный дипольный момент  $P$ , наведенный под действием поля в таком «двухуровневом» атоме, будем определять по формуле

$$P = eP = \text{Sp}(\hat{\mu}\hat{\rho}), \quad (1.1)$$

где  $e$  — вектор поляризации поля,  $\hat{\mu}$  — оператор дипольного момента атома.

Будем в дальнейшем считать, что поле  $E$  представляет собой линейно поляризованную \*) плоскую волну:

$$E = eE(z, t), \quad e_z = 0. \quad (1.2)$$

Уравнение движения для матрицы плотности имеет вид

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \hat{\rho} = [\mathcal{H}_0 + \hat{V}, \hat{\rho}] - \hat{\Gamma}\hat{\rho}, \quad (1.3)$$

где  $\mathcal{H}_0$  — гамильтониан атома в отсутствие поля,

$$\hat{V} = -\hat{\mu}E, \quad \hat{\mu} = (\hat{\mu}e).$$

Член  $\hat{\Gamma}\hat{\rho}$  описывает процессы релаксации (соударения, спонтанное излучение и др.), приводящие в целом к затуханию дипольного момента.

\*) Основные результаты справедливы и для циркулярно поляризованного света <sup>4, 5</sup>.

Мы не будем его выписывать в промежуточных выкладках, а феноменологически учтем релаксацию в окончательных уравнениях.

В представлении, где  $\hat{\mathcal{H}}_0$  диагонален, операторы имеют вид

$$\hat{\mathcal{H}}_0 = \begin{vmatrix} \varepsilon_1 & 0 \\ 0 & \varepsilon_2 \end{vmatrix}, \quad \hat{V} = -E \begin{vmatrix} 0 & \mu_{12} \\ \mu_{21} & 0 \end{vmatrix}, \quad \hat{\rho} = \begin{vmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} \\ \rho_{21} & \rho_{22} \end{vmatrix}. \quad (1.4)$$

Дипольный момент  $P(z, t)$  может быть записан так:

$$P = \rho_{12}\mu_{21} + \rho_{21}\mu_{12}, \quad (1.5)$$

и, переходя от (1.3) к уравнениям для величин  $P$  и  $n = \rho_{11} - \rho_{22}$ , получим

$$\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} + \omega_{21}^2 P = \frac{2\mu_{21}^2}{\hbar} En, \quad (1.6)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{2\hbar}{\omega_{21}} E \frac{\partial P}{\partial t}; \quad (1.7)$$

здесь  $\mu = |\mu_{12}| = |\mu_{21}|$ ,  $\omega_{21} = (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)/\hbar$ . Величина  $n$  определяет разность населенностей нижнего и верхнего энергетических состояний, в отсутствие поля  $n = 1$  (поглощающая среда).

Будем в дальнейшем предполагать, что справедливы неравенства

$$\tau_p \gg \frac{1}{\omega}, \quad \mu E \ll \hbar\omega, \quad K \ll \kappa, \quad (1.8)$$

где  $\tau_p$  — длительность импульса света,  $K$  — коэффициент поглощения слабого поля. Поэтому поле  $E$  можно представить в виде

$$E(z, t) = \mathcal{E}(z, t) \cos \Phi, \quad \Phi = \omega t - \kappa z + \varphi(z, t), \quad (1.9)$$

где  $\mathcal{E}$  и  $\varphi$  — «медленные» амплитуда и фаза,  $\kappa$  — волновой вектор. Выпишем условия «медленности»:

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} \ll \omega \mathcal{E}, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial t} \ll \omega, \quad \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial z} \ll \kappa \mathcal{E}, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial z} \ll \kappa. \quad (1.10)$$

Мы предполагаем, что поле когерентно в том смысле, что «длина когерентности» больше длины поглощающей среды  $L$ . Также и в дипольном моменте  $P(z, t)$  можно выделить «быструю» и «медленную» части:

$$P(z, t) = P_1(z, t) \cos \Phi + P_2(z, t) \sin \Phi; \quad (1.11)$$

здесь  $P_1$  — реактивная,  $P_2$  — активная составляющие или, по другой терминологии,  $P_1$  описывает вклад в дисперсию, а  $P_2$  — в поглощение света средой (для слабого поля). Подчеркнем, что при когерентном взаимодействии мощного импульса со средой зависимость поляризации от поля существенно нелинейна, в частности  $P_2$ , как мы увидим, может давать вклад не в поглощение, а в замедление импульса. Условия «медленности» для  $P_1$  и  $P_2$  аналогичны (1.10).

Система (1.6) при использовании «медленных» переменных<sup>5</sup> принимает вид (см. также<sup>23</sup>)

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial P_1}{\partial t} &= -\left(\Delta\omega + \frac{\partial\varphi}{\partial t}\right) P_2 - \frac{P_1}{T_2}, \\ \frac{\partial P_2}{\partial t} &= \left(\Delta\omega + \frac{\partial\varphi}{\partial t}\right) P_1 + \frac{\mu^2}{\hbar} \mathcal{E} - n \frac{P_2}{T_2}, \\ \frac{\partial n}{\partial t} &= -\frac{\mathcal{E}}{\hbar} P_2 - \frac{n-1}{T_1}; \end{aligned} \right\} \quad (1.12)$$

здесь  $\Delta\omega = \omega - \omega_{21}$  и  $P_1(z, -\infty) = P_2(z, -\infty) = 0$ .

Мы ввели феноменологические константы затухания  $T_1, T_2'$ , описывающие релаксационные процессы, что представляет собой обобщение известного метода Вайскопфа — Вигнера<sup>16</sup>. В частности, в  $T_1$  дают вклад

только процессы, приводящие к сбросу возбужденного атома в нижнее состояние (в основном спонтанное излучение). Вклад же в  $T'_2$  вносят и такие релаксационные акты, как столкновения возбужденных атомов (друг с другом в газах, с фононами в твердых телах и др.). Поскольку в данном случае не нужно сильно изменять энергию частицы, а достаточно как бы «сбить» фазу ее колебания, обычно  $T'_2 \ll T_1$  (однако для газов низкого давления возможно  $T'_2 \approx 2T_1$ ). Уширение линии перехода, связанное с  $T'_2$ , называется однородным. Критерий когерентности взаимодействия импульса со средой можно написать в виде

$$\tau_p < T'_2. \quad (1.13)$$

При этом релаксационные члены в правой части (1.12) малы по сравнению с производными, и можно искать сначала решение в отсутствие релаксации, а затем уже находить поправки по малому параметру  $\tau_p/T'_2$ .

При выводе выражения для макроскопической поляризации  $\mathcal{P}$  следует учесть, что частота резонансного перехода  $\omega_{21}$  не является точно одинаковой для всех атомов, а распределена с вероятностью  $g(\omega_{21} - \omega_{21}^0)$  в некотором интервале вокруг среднего значения  $\omega_{21}^0$  (близкого к несущей частоте импульса  $\omega$ ).

Тогда

$$\mathcal{P} = eN \int g(\Delta\omega) P(\Delta\omega, z, t) d\Delta\omega \equiv eN \langle P \rangle, \quad (1.14)$$

где  $\Delta\omega = \omega - \omega_{21}$  — переменная интегрирования,  $N$  — число частиц в единице объема, принимающих участие в переходах. Уширение линии, связанное с распределением  $g(\Delta\omega)$ , называется неоднородным. Его ширина  $1/T_2^* \sim 1/g(0)$  дает вклад в полную ширину линии перехода  $1/T_2$ .

Теперь в материальных уравнениях (1.12) величины  $P_1$  и  $P_2$  нужно считать также функциями от параметра  $\Delta\omega$ . Уравнения Максвелла для поля легко свести в нашем случае к волновому уравнению

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} - \frac{\eta^2}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2 \mathcal{P}}{\partial t^2}; \quad (1.15)$$

здесь  $\eta$  — нерезонансная часть коэффициента преломления, а весь вклад от резонанса заключен в  $\mathcal{P}$ . Мак-Кол и Хан<sup>4,5</sup> перешли от (1.15) к «укороченным» уравнениям (первого порядка) для амплитуды  $\mathcal{E}$  и фазы  $\varphi$  поля. Хотя такое приближение не является просто следствием условий «медленности» (1.10), оно может быть обосновано для большинства экспериментальных ситуаций<sup>16</sup>. (Некоторые результаты, основанные на использовании уравнения второго порядка (1.15), рассмотрены в<sup>17-22</sup>.)

Приведем, наконец, самосогласованную систему уравнений когерентного взаимодействия:

$$\frac{\partial P}{\partial t} = - \left( \Delta\omega + \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right) P_2, \quad (1.16)$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial t} = \left( \Delta\omega + \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right) P_1 + \frac{\mu^2}{\hbar} \mathcal{E} n, \quad (1.17)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = - \frac{\mathcal{E}}{\hbar} P_2, \quad (1.18)$$

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial z} + \frac{\eta}{c} \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} = - \frac{2\pi\omega N}{\eta c} \langle P_2 \rangle, \quad (1.19)$$

$$- \left( \kappa - \frac{\omega\eta}{c} \right) \mathcal{E} + \left( \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \frac{\eta}{c} \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right) \mathcal{E} = - \frac{2\pi\omega N}{\eta c} \langle P_1 \rangle. \quad (1.20)$$

Система (1.16) — (1.20) может быть изучена численными методами. Мы, однако, рассмотрим сначала некоторые важные аналитические результаты, которые могут быть получены отсюда при ряде дополнительных предположений.

## 2. РЕШЕНИЯ МАК-КОЛА И ХАНА

Здесь будет исследован<sup>5</sup> частный случай, когда фазовая модуляция отсутствует:

$$\varphi(z, t) = \text{const.} \quad (2.1)$$

Теперь поле  $\mathcal{E}$  определяется одним уравнением (1.19), а (1.20) превращается в условие на закон дисперсии  $\kappa(\omega)$ . Последнее означает, что в нашем случае нет никакой реактивной нелинейности, поскольку  $\langle P_1 \rangle \sim \mathcal{E}$ .

Легко видеть, что (1.16) — (1.18) можно записать в виде уравнения вращения фиктивного «вектора»  $\mathbf{R}$  с составляющими  $(P_1/\mu, P_2/\mu, n)$ <sup>23, 24</sup>:

$$\frac{\partial \mathbf{R}}{\partial t} = [\mathbf{\Omega}, \mathbf{R}], \quad \mathbf{R}(\Delta\omega, z, -\infty) = (0, 0, 1), \quad (2.2)$$

где «вектор» угловой скорости  $\mathbf{\Omega}$  имеет вид

$$\mathbf{\Omega} = \left( -\frac{\mu \mathcal{E}}{\hbar}, 0, \Delta\omega \right). \quad (2.3)$$

Отсюда следует, что

$$R^2 = \frac{P_1^2 + P_2^2}{\mu^2} + n^2 = 1. \quad (2.4)$$

В отсутствие поля атом находится в нижнем состоянии, т. е.  $\mathbf{R} = (0, 0, 1)$ , а при прохождении импульса начинает вращаться. Если поле переводит частицу в состояние с равными вероятностями для обоих энергетических состояний, то это соответствует повороту на угол  $\pi/2$ , а полная инверсия — повороту на  $\pi$ . Пренебрежение релаксацией означает, что вращение «вектора»  $\mathbf{R}$  под действием импульса  $\mathcal{E}$  заканчивается быстрее, чем успеют сказаться эффекты релаксации ( $T_1, T_2$ ).

Для частиц, находящихся в точном резонансе  $\Delta\omega = 0$ , уравнение «вращения» (2.2) легко интегрируется:

$$P_1 = 0, \quad P_2 = \mu \sin \psi, \quad n = \cos \psi, \quad (2.5)$$

где угол «поворота»

$$\psi = \frac{\mu}{\hbar} \int_{-\infty}^t \mathcal{E}(z, t_1) dt_1. \quad (2.6)$$

Полный «поворот» равен

$$\vartheta(z) = \psi(z, \infty) = \frac{\mu}{\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{E}(z, t) dt \quad (2.7)$$

и служит важной характеристикой взаимодействия. Величина  $\vartheta(z)$  называется также «площадью» импульса. Из (2.5), (2.6) следует, что если  $\vartheta = 2\pi n$  ( $n = 1, 2, \dots$ ), то такой импульс возвращает после возбуждения резонансные атомы точно в нижнее состояние, так что вся энергия, сначала записанная в среде, опять переходит в поле излучения. Как будет показано в дальнейшем, это может быть верно не только для резонансных атомов, но и для атомов с произвольной «расстройкой»  $\Delta\omega$  (конечно,  $\Delta\omega \ll \omega$ ). Следовательно, такой « $2\pi n$ -импульс» движется через резонансно поглощающую среду без потерь энергии.

Теперь необходимо выяснить поведение импульса с начальной «площадью»  $\vartheta_0 = \vartheta(0)$ . Используя (1.19) и (1.16), (1.17), найдем

$$\frac{d\vartheta}{dz} = -\frac{2\pi\omega\mu^3 N}{\eta c \hbar^2} \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{E}(z, t_1) \left\langle n(\Delta\omega, z, t_1) \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\sin \Delta\omega(t-t_1)}{\Delta\omega} \right\rangle dt_1. \quad (2.8)$$

Учитывая предельные соотношения<sup>25</sup>

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\cos xt}{x} = \pi \delta(x) \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\varepsilon}{x}, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\sin xt}{x} = \pi \delta(x). \quad (2.9)$$

получим «теорему площадей»<sup>5</sup>

$$\frac{d\vartheta}{dz} = -\frac{K}{2} \sin \vartheta, \quad (2.10)$$

где

$$K = K(\omega) = \frac{4\pi^2\omega\mu^2 N g(\Delta\omega_0)}{\eta c \hbar}, \quad \Delta\omega_0 = \omega - \omega_{21}^0. \quad (2.11)$$

Величина  $K(\omega)$ , входящая в «теорему площадей» (2.10), является просто коэффициентом поглощения слабого монохроматического поля частоты  $\omega$ . Мы будем для определенности считать, что спектр импульса уже ширины линии неоднородного уширения, т. е.

$$\tau_p \gg T_2^*. \quad (2.12)$$

При этом  $K$  мало меняется внутри спектра поля.

Если импульс достаточно слабый, а именно  $\vartheta_0 \ll 1$ , то из (2.10) получим

$$\vartheta(z) = \vartheta_0 \exp\left(-\frac{Kz}{2}\right). \quad (2.13)$$

Используя условие (2.12), найдем такой же экспоненциальный закон затухания для энергии импульса  $W = (\eta c/8\pi) \int \mathcal{E}^2(z, t) dt$ :

$$W(z) = W_0 \exp(-Kz). \quad (2.14)$$

Таким образом, для слабого импульса,  $\vartheta_0 \ll 1$ , обычный закон поглощения Бэра (2.14) справедлив и в когерентном случае, если спектр поля много уже полной ширины линии.

Общее решение уравнения (2.10) имеет вид

$$\operatorname{tg} \frac{\vartheta}{2} = \operatorname{tg} \frac{\vartheta_0}{2} \cdot \exp\left(-\frac{Kz}{2}\right). \quad (2.15)$$

Его график изображен на рис. 2. «Площадь» импульса стремится к ближайшему стабильному значению  $\vartheta = 2\pi n$ . В частности, существует резкий порог при  $\vartheta_0 = \pi$  — импульсы с меньшей «площадью» затухают на расстоянии в несколько обратных коэффициентов поглощения, а с большей — превращаются в импульсы со стабильной «площадью».

Хотя учет других факторов приводит к некоторому размытию порога, но дискриминационный характер пропускания импульсов при самопрозрачности несомненен и может быть использован (см. также<sup>26</sup>). Отметим, что «площадь»  $\vartheta$  просто связана со спектром импульса<sup>27</sup>  $\mathcal{L}(z, \nu) =$

$$= \left| \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{E} \exp[-i(\omega - \nu)t] dt \right|^2:$$

$$\vartheta^2(z) = \frac{\mu^2}{\hbar^2} \mathcal{L}(z, \nu = \omega). \quad (2.16)$$

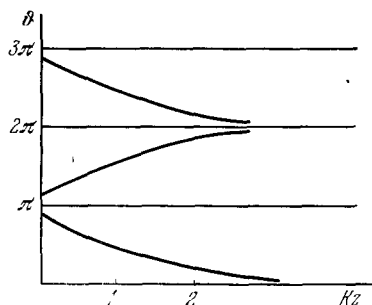


Рис. 2. «Теорема площадей» для невырожденного однофотонного резонанса.

Будем искать стационарное решение уравнений (1.16) — (1.20) для поля и среды, когда все величины зависят только от переменной  $\tau = t - (z/v)$ . (Скорость  $v < c/\eta$ .) Его можно найти при дополнительном предположении, согласующемся с дальнейшими результатами, что активная часть поляризации имеет факторизованный вид:

$$P_2(\Delta\omega, \tau) = P_2(0, \tau) \chi(\Delta\omega). \quad (2.17)$$

С учетом (2.17) из системы (1.16) — (1.20) в стационарном случае можно получить уравнение для величины  $\psi(\tau)$ :

$$\frac{d^2\psi}{d\tau^2} = \frac{1}{\tau_p^2} \sin \psi, \quad (2.18)$$

где

$$\tau_p^2 = \frac{\eta c \hbar (1/v) - (\eta/c)}{2\pi\omega\mu^2 N \langle \chi \rangle}. \quad (2.19)$$

Это аналогично уравнению движения физического маятника, который выводится из верхнего неустойчивого состояния равновесия. Все решения здесь периодические, кроме единственного

$$\operatorname{tg} \frac{\psi}{4} = \exp \frac{\tau}{\tau_p}, \quad (2.20)$$

которое соответствует движению маятника с нулевой начальной скоростью. Конечно, только (2.20) соответствует ограниченному во времени импульсу, энергия которого  $W < \infty$ . Отсюда получим выражение для поля  $\mathcal{E}$ :

$$\mathcal{E} = \frac{2\hbar}{\mu\tau_p} \sin \frac{\psi}{2} = \frac{2\hbar}{\mu\tau_p} \operatorname{sech} \frac{\tau}{\tau_p}. \quad (2.21)$$

Легко видеть, что «площадь»  $\oint = 2\pi$ , так что найденное нами стационарное решение является « $2\pi$ -импульсом». Отсюда сразу следует, что другие решения с постоянной «площадью»  $\oint = 2\pi n$  ( $n \neq 1$ ) не являются стационарными импульсами.

### 3. СВОЙСТВА « $2\pi$ -ИМПУЛЬСА»

Определим прежде всего поведение поляризации и инверсии при прохождении через среду « $2\pi$ -импульса». Используя (2.21), из уравнений (1.16) — (1.18) легко получить

$$P_1(\Delta\omega, \tau) = -2\mu\Delta\omega\tau_p\chi(\Delta\omega) \sin \frac{\psi}{2}, \quad P_2(\Delta\omega, \tau) = \mu\chi(\Delta\omega) \sin \psi, \quad (3.1)$$

$$n(\Delta\omega, \tau) = 1 - 2\chi(\Delta\omega) \sin^2 \frac{\psi}{2}. \quad (3.2)$$

Из условия (2.4) найдем, что функция  $\chi$  имеет лоренцову форму  $(1 + \Delta\omega^2\tau_p^2)^{-1}$ .

Замечательным свойством (3.1) — (3.2) является то, что «векторы»  $R(\Delta\omega, \tau)$  поворачиваются на угол  $2\pi$  для атомов с произвольной «расстройкой» резонанса  $\Delta\omega$ , так что поглощение света резонансным переходом строго равно нулю (в отсутствие релаксации) независимо от формы линии неоднородного уширения. Это, однако, приводит к уменьшению скорости импульса  $v$ . Из (1.20), (2.19) легко получить

$$\frac{1}{v} - \frac{\eta}{c} = \frac{K_\tau(\omega)\tau_p}{2}, \quad \kappa(\omega) = \frac{\omega}{c} \Pi_\tau(\omega), \quad (3.3)$$

где

$$K_\tau = \frac{4\pi\mu^2\omega N}{\eta c \hbar \tau_p} \left\langle \frac{1}{\Delta\omega^2 + \tau_p^{-2}} \right\rangle, \quad \Pi_\tau(\omega) = \eta - \frac{2\pi\mu^2 N}{\eta \hbar} \left\langle \frac{\Delta\omega}{\Delta\omega^2 + \tau_p^{-2}} \right\rangle. \quad (3.4)$$



Величины  $K_\tau(\omega)$ ,  $\Pi_\tau(\omega)$  отличаются от обычных, соответственно, коэффициента поглощения  $K$  и коэффициента преломления  $\Pi$  только тем, что в (3.4) роль скорости релаксации  $\Gamma = 1/T'_2$  играет спектральная ширина импульса  $1/\tau_p$ . Если  $T_2^* \ll \tau_p$ , то  $K_\tau \approx K$  и  $\Pi_\tau \approx \Pi$ .

Для больших задержек, когда  $K\tau_p/2 \gg \eta/c$ ,

$$v \approx \frac{\eta}{K\tau_p}. \quad (3.5)$$

Из (3.5) видна необычная роль коэффициента поглощения  $K$ . Теперь он уже не определяет поглощение света, а входит в выражение для скорости, причем большим значениям  $K$  соответствуют медленно движущиеся импульсы. Приведем другое выражение для скорости<sup>28</sup>, имеющее простой физический смысл:

$$\frac{1}{v} = \frac{\eta}{c} \left( 1 + \frac{U_m}{U_f} \right), \quad (3.6)$$

где  $U_m$  и  $U_f$  — средние энергии, запасенные в среде и в поле излучения. Уменьшение скорости «2л-импульса» в этом смысле означает, что большая часть его энергии есть энергия возбуждения среды. Скорость  $v$ , определяемая из (3.3), является обобщением понятия групповой скорости на случай нелинейного когерентного взаимодействия. Если несущая частота  $\omega$  достаточно далеко отстоит от центра линии  $\omega_{21}^0$ , то нелинейные эффекты исчезают и  $v$  переходит в обычную групповую скорость  $v_g$  теории дисперсии<sup>29, 30</sup>.

#### 4. УЧЕТ ФАКТОРОВ НЕСТАЦИОНАРНОСТИ

Хотя рассмотренная нами стационарная модель «2л-импульса» в отсутствие релаксации дает качественное описание когерентного взаимодействия света с веществом, для сравнения с реальными экспериментами необходимо учесть влияние ряда факторов, которыми мы пренебрегали в гл. 2, 3.

а) **Переходный процесс.** Эта стадия описывается полной системой уравнений (1.16) — (1.20), которая может быть решена только численно. Однако некоторые качественные результаты следуют прямо из «теоремы площадей» (2.10). Как мы отмечали, в «2л-импульсы» превращаются импульсы света, начальные «площади» которых лежат в диапазоне  $\pi < \phi_0 < 3\pi$ .

Однако получающиеся при этом «2л-импульсы» отличаются друг от друга длительностью и интенсивностью. Это связано с тем, что параметр  $\tau_p$  в (2.21) совпадает с начальной длительностью импульса  $\tau_{in}$ , только если он при входе в среду уже имел вид (2.21). Если  $\pi < \phi_0 < 2\pi$ , то в переходном процессе «площадь» импульса растет, а энергия уменьшается, поскольку среда заметно поглощает. Это приводит к тому, что длительность импульса увеличивается, так что окончательно  $\tau_p > \tau_{in}$ . Если же  $2\pi < \phi_0 < 3\pi$ , то «площадь» импульса падает, в то время как энергия его почти постоянна. Это приводит к тому, что его длительность уменьшается и  $\tau_p < \tau_{in}$  \*). Удивительным свойством эффекта самопрозрачности в этом случае является то, что из поглощающей среды выходит импульс с полем в максимуме, превышающим начальное значение. Такие особенности переходного процесса приводят к тому, что возникает задержка, сильно зависящая от начальной «площади» импульса  $\phi_0$ .

\*) Это следствие может быть практически использовано для формирования ультракоротких импульсов<sup>18, 31, 32</sup>.

В частности, расчет показывает<sup>27</sup>, что при  $\vartheta_0 \approx \pi$  задержка во время переходного процесса (из-за увеличения длительности импульса) может значительно превышать стационарную задержку, определяемую из (3.12) (см. также<sup>33</sup>).

б) Процессы релаксации. Результаты для стационарного «2л-импульса» (2.21), (3.1)–(3.5) были получены в предположении отсутствия релаксации. Учет конечности  $T_1$ ,  $T_2'$  приводит к тому, что резонансный переход поглощает энергию импульса, хотя и гораздо медленнее, чем по закону Бэра (2.14).

Можно показать<sup>5</sup>, что в первом порядке по  $\tau_p/T_2'$  релаксация приводит к следующему:

1) Площадь «2л-импульса» меняется мало:

$$\vartheta = 2\pi \left(1 - \frac{\tau_p}{T_2'}\right). \quad (4.1)$$

2) Его энергия  $W$  уменьшается по закону

$$\frac{dW}{dz} \approx -n\hbar\omega\tau_p \left[ \frac{1}{T_2'} \left\langle \frac{1}{1 + \Delta\omega^2\tau_p^2} \right\rangle + \frac{2}{3} \left( \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2'} \right) \left\langle \frac{1}{(1 + \Delta\omega^2\tau_p^2)^2} \right\rangle \right]. \quad (4.2)$$

3) Полная задержка, ранее описываемая формулой

$$t_d = \frac{K\tau_p}{2} L,$$

теперь имеет вид

$$t_d = -T_e \ln \left( 1 - \frac{K\tau_{in}L}{2T_e} \right), \quad T_e = \frac{3}{8} \left( \frac{2}{T_2'} + \frac{1}{T_1} \right)^{-1}. \quad (4.3)$$

Уменьшение энергии при постоянной «площади» «2л-импульса» приводит к тому, что его длительность  $\tau_p$  растет, пока на некотором расстоянии<sup>33,34</sup>  $z_c$  она не приблизится ко времени релаксации ( $\tau_p \approx T_2'$ ), после чего импульс поглотится очень быстро, согласно законам некогерентного взаимодействия.

Отметим, что эффекты постепенного поглощения импульса из-за релаксационных процессов (4.1)–(4.3) могут быть до известной степени скомпенсированы с помощью слабой фокусировки светового пучка в среде<sup>5, 16, 32</sup>.

в) Поперечная структура поля. В модели, рассматриваемой в гл. 2, 3, поле имело вид плоской волны  $\mathcal{E}(z, t)$ . В реальной ситуации существует еще дополнительная поперечная структура поля (например, связанная с видом поперечной моды лазера, генерирующего импульсы). Будем считать<sup>5</sup>, что ее можно описать зависимостью  $\mathcal{E}(r)$ , где  $r$  — расстояние от оси пучка; мы не указываем здесь для краткости переменные  $z$  и  $t$ . Если  $\mathcal{E}(r)$  спадает достаточно медленно, то можно снова воспользоваться нашим результатом (2.21) для плоской волны, вводя параметрическую зависимость от  $r$ . Пусть поперечная структура поля на входе такова, что в центре пучка  $\vartheta_0(r=0) > \pi$ , а  $\vartheta_0(r_c) = \pi$ .

Тогда в центральной части ( $r < r_c$ ) после короткого переходного процесса возникают «2л-импульсы»  $v(r) = 2\pi$ , а «периферия» ( $r > r_c$ ) быстро поглощается — «pulse stripping». Однако и центральная часть не является при этом однородной, поскольку начальное распределение  $\mathcal{E}_0(r)$  приводит к разной длительности  $\tau_p(r)$  и амплитуде  $\mathcal{E}(r) \sim 1/\tau_p$  «2л-импульсов». Область наибольшей интенсивности в импульсе ( $r \approx 0$ ) обгоняет в своем движении края ( $r \approx r_c$ ), так что профиль поля принимает вытянутую форму.

Пусть при регистрации происходит усреднение по апертуре приемника  $r_a$ ; тогда

$$\mathcal{E}^2(t) \sim \int_0^{r_a} \frac{1}{\tau_p^2(r)} \operatorname{sech}^2 \left( \frac{t}{\tau_p(r)} - \frac{K\tau L}{2} \right) r dr. \quad (4.4)$$

Если условие  $r_a \ll r_c$  не выполнено, то регистрируемая интенсивность может существенно отклониться от формы «2л-импульса».

Другого типа отклонения возникают из-за зависимости показателя преломления  $\Pi_\tau(\omega)$  от длительности импульса  $\tau_p(r)$  (3.4), если не выполнено условие точного резонанса  $\omega = \omega_{21}^0$ . При этом возможна как самофокусировка, так и самодефокусировка пучка<sup>5, 16</sup> в зависимости от знака разности  $\Delta\omega_0 = \omega - \omega_{21}^0$ .

Оценки, сделанные в пунктах 1)–3), подтверждаются при численном интегрировании системы уравнений (1.16)–(1.19) с учетом конечности времен релаксации  $T_1$ ,  $T_2'$ ,

расстройки резонанса  $\Delta\omega$  и наличия нерезонансных потерь<sup>18, 27</sup>. Такое решение позволяет получить реальную кривую пропускания ( $W(L)/W(0)$ ) и «задержки» ( $t_d$ ) для взаимодействия импульса с данным переходом (рис. 3 и 4) (см. также<sup>18, 35, 36</sup>).

Влияние релаксации проявляется в том, что кривая пропускания становится монотонно растущей и смещается вниз от уровня полной прозрачности  $W(L)/W(0) = 1$ . Хотя задержка для «2π-импульсов» меняется мало, но в переходной области она резко уменьшается (при  $\vartheta_0 \gg \pi$ ). Исчезновение осцилляций на кривой пропускания и острого максимума на кривой задержки \*) при  $\tau_p \approx T'_2$  может быть использовано для оценки величины  $T'_2$ . Отметим, что методы более точного измерения времен релаксации обсуждаются в работе<sup>28</sup>.

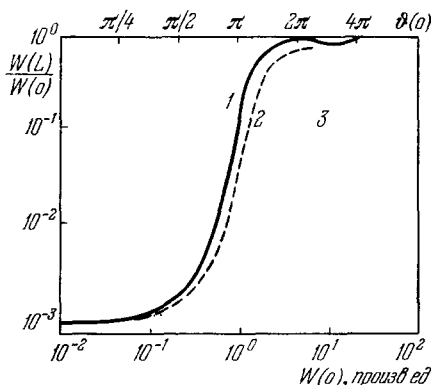


Рис. 3. Пропускание  $W(L)/W(0)$ .

1 —  $T'_2 \ll \tau_p \ll T'_2$ , 2 —  $T'_2 = 2,5\tau_p$ ,  
3 —  $T'_2 \ll \tau_p$

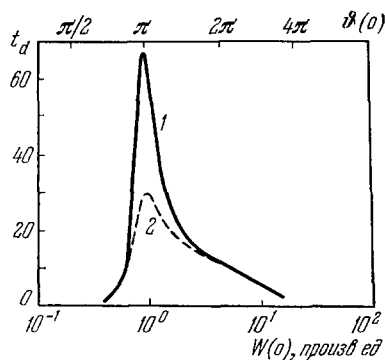


Рис. 4. «Задержка»  $t_d$

1 —  $T'_2 \ll \tau_p \ll T'_2$ , 2 —  $T'_2 = 2,5\tau_p$ .

Результаты гл. 2—4 были получены для случая неоднородно уширенной линии ( $T'_2 \ll T_2$ ). Если линия уширена однородно, то «теорема площадей» в форме (2.10) перестает быть справедливой. Однако расчет показывает<sup>32, 34, 37</sup>, что и в этом случае основные свойства эффекта самопрозрачности сохраняются.

## 5. «2π-ИМПУЛЬСЫ» (РАЗБИЕНИЕ НА «СОЛИТОНЫ»)

Из «теоремы площадей» (2.10) следует, что существуют импульсы которые движутся в среде без изменения «площади». Однако, как мы видели в гл. 2, только «2π-импульс» является стационарным решением, не меняющим своей формы. Поэтому для исследования других решений нужно обратиться к системе (1.16) — (1.20) нестационарных уравнений.

Рассмотрим сначала упрощенную систему<sup>38-42</sup>, когда неоднородное уширение отсутствует, частота импульса совпадает с частотой перехода:

$$g(\Delta\omega) = \delta(\omega_{21} - \omega_{21}^0), \quad \omega_{21}^0 = \omega. \quad (5.1)$$

Само по себе это приближение справедливо тогда, когда спектр импульса намного шире линии неоднородного уширения, т. е.  $T'_2 \gg \tau_p$  (либо когда  $T'_2 \gg \hbar/\mu\mathcal{E}$ ). Однако во многих случаях выводы, полученные с использованием такой модели, лишь несущественно отличаются от результатов для противоположного случая, когда линия сильно неоднородно уширена ( $T'_2 \ll \tau_p < T'_2$ ). Как правило, это связано с факторизованной зависимостью поляризации от расстройки частоты  $\Delta\omega$  (2.17). При выполнении условия (5.1) нестационарная система уравнений значительно упрощается и может быть сведена к единственному уравнению

\*) Мы предполагаем, что условие плоской волны все время выполнено (например, с помощью апертуры).

для  $\psi$  (см. (2.6))

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi \partial \tau} = -\sin \psi, \quad (5.2)$$

где мы перешли к безразмерным переменным

$$\xi = \alpha z, \quad \tau = c\alpha \left( t - \frac{\eta z}{c} \right), \quad \alpha^2 = \frac{2\pi\omega\mu^2 N}{\eta\hbar c^2}.$$

Нелинейное дифференциальное уравнение (5.2) возникло в дифференциальной геометрии, теории дислокаций, теории поля, сверхпроводимости, физике элементарных частиц и др.<sup>42</sup> Существует регулярный метод для получения частных решений, которые оказываются очень

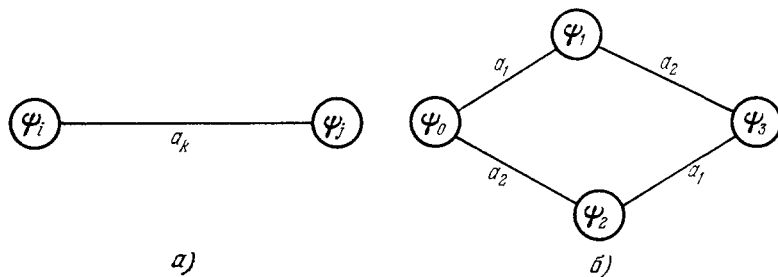


Рис. 5. а). Схематическое изображение преобразования Бэклунда; б) связь четырех частных решений.

полезными для понимания процесса и для синтеза отрывочных результатов численного счета. Он основан на уравнениях преобразования Бэклунда, которые имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \tau} \frac{\psi_1 - \psi_0}{2} &= a \sin \frac{\psi_1 + \psi_0}{2}, \\ \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{\psi_1 + \psi_0}{2} &= -\frac{1}{a} \sin \frac{\psi_1 - \psi_0}{2}. \end{aligned} \quad (5.3)$$

Можно показать, что  $\psi_0$  и  $\psi_1$  из (5.3) удовлетворяют также уравнению (5.2). Следовательно, если одно решение  $\psi_0$  известно, то можно получить с помощью квадратур новое решение  $\psi_1$ . При практическом выполнении вычислений удобно использовать схематическое изображение (рис. 5, а). Таким путем можно показать, что четыре частных решения, связанных между собой, как на рис. 5, б, удовлетворяют соотношению

$$\operatorname{tg} \frac{\psi_3 - \psi_0}{4} = \frac{a_1 + a_2}{a_1 - a_2} \operatorname{tg} \frac{\psi_1 - \psi_2}{4}. \quad (5.4)$$

Из (5.4) можно получать новое решение  $\psi_3$  вообще без всякого интегрирования, если известны три частных решения  $\psi_0$ ,  $\psi_1$ ,  $\psi_2$ .

Поскольку  $\psi = 0$  есть решение уравнения (5.2), то, используя его в качестве  $\psi_0$  в (5.3), получим выражение для поля

$$\xi = \frac{2\hbar}{\mu\tau_p} \operatorname{sech} \frac{t - (z/v)}{\tau_p}, \quad (5.5)$$

где

$$\tau_p = \frac{1}{ac\alpha}, \quad \frac{1}{v} - \frac{\eta}{c} = \alpha^2 c\tau_p.$$

Мы нашли таким образом «2л-импульс» для случая отсутствия неоднородного уширения. Специальное исследование<sup>42, 43</sup> необходимо, однако, здесь для определения устойчивости. Для того чтобы получить «4л-им-

пульс», используем соотношение (5.4), выбрав три частных решения

$$\psi_0 = 0, \quad \operatorname{tg} \frac{\psi_i}{4} = \exp \left( a_i \tau - \frac{\zeta}{a_i} \right) \quad (i = 1, 2). \quad (5.6)$$

Поле  $\mathcal{E}$  теперь примет вид

$$\frac{\mathcal{E}}{A} = \left( \frac{\operatorname{sech} X_1}{\tau_1} + \frac{\operatorname{sech} X_2}{\tau_2} \right) [1 - B (\operatorname{th} X_1 \cdot \operatorname{th} X_2 - \operatorname{sech} X_1 \cdot \operatorname{sech} X_2)]^{-1}, \quad (5.7)$$

где

$$X_{1,2} = \frac{t - (z/v_{1,2})}{\tau_{1,2}}, \quad A = \frac{2\hbar}{\mu} \frac{\tau_1^2 - \tau_2^2}{\tau_1^2 + \tau_2^2}, \quad B = \frac{2\tau_1 \tau_2}{\tau_1^2 + \tau_2^2}; \quad (5.8)$$

скорости  $v_1$  и  $v_2$  определяются формулами

$$\frac{1}{v_{1,2}} - \frac{\eta}{c} = \alpha^2 c \tau_{1,2}^2. \quad (5.9)$$

Из (5.7) следует, что на достаточно больших расстояниях «4л-импульс» разбивается на два «2л-импульса» (рис. 6).

Аналогичные результаты были получены как при численном счете полной системы уравнений<sup>3</sup>, так и в экспериментах<sup>16, 32</sup>. Физические причины превращения «4л-импульса» в два «солитона» легко понять, если вспомнить, что каждая «порция»  $2\pi$  заставляет «вектор»  $\mathbf{R}$  сделать полный оборот. Поэтому центральная часть импульса все время взаимодействует с атомами, вернувшимися в нижнее состояние, и постепенно «выедается». Оставшиеся части в целом усиливаются за счет индуцированного излучения до «площади»  $\phi = 2\pi$ . Аналогично можно получить выражения для «6л-», «8л-импульсов» и т. д.<sup>42, 44, 45</sup>. Во всех случаях «площадь»  $\phi = 2\pi n$  разбивается на  $n$  независимых «2л-импульсов», движущихся со своими скоростями. Это свойство является уникальной характеристикой явления самопрозрачности в резком отличии от некогерентного насыщения поглощения, когда при произвольно больших интенсивностях происходит лишь обострение переднего фронта импульса.

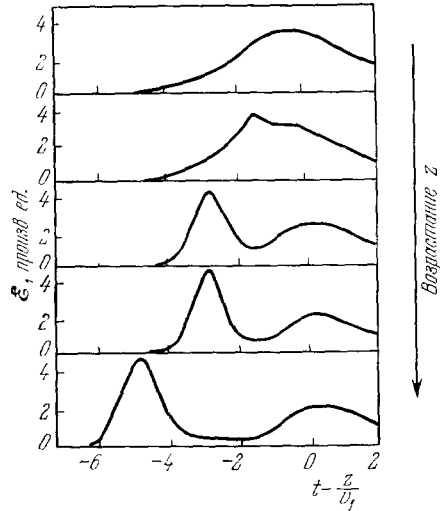


Рис. 6. Разбиение «4л-импульса» на два «солитона».

Существование стационарного «2л-импульса» и процесс разбиения на отдельные «солитоны» указывают на связь с теорией нелинейных волн другой физической природы<sup>13</sup> (гидродинамические, плазменные и др.). Совпадение ряда результатов определяется сходством уравнения движения импульса света (5.2) и уравнения Кортевега — Де-Вриза теории «солитонов». В стационарном случае последнее совпадает с уравнением для интенсивности  $\mathcal{E}^2$ , следующем из (2.18). Более того, для оптического уравнения (5.2), так же как и для уравнения Кортевега — Де-Вриза, справедливы определенные законы сохранения<sup>42</sup>, которые позволяют определить амплитуды и длительности конечных «солитонов», зная параметры начального импульса, без необходимости численных расчетов. Анализ показывает, что аналогия сохраняется и при произвольном неоднородном уширении линии<sup>42, 46</sup>. Связь решений в виде «2лн-импульсов» с задачами теории рассеяния обсуждалась в работах<sup>45, 47</sup>.

## 6. «0π-ИМПУЛЬСЫ»

Среди решений с постоянной «площадью» особое место занимают нетривиальные импульсы с  $\vartheta = 0$ , внутри которых поле меняет знак. Такие «0π-импульсы» являются частным случаем решений с фазовой модуляцией. Хотя скачок фазы в точке, где  $\xi = 0$ , формально противоречит условиям «медленности» (1.10), но более подробное рассмотрение с учетом фазовой модуляции<sup>48</sup> приводит к аналогичным результатам.

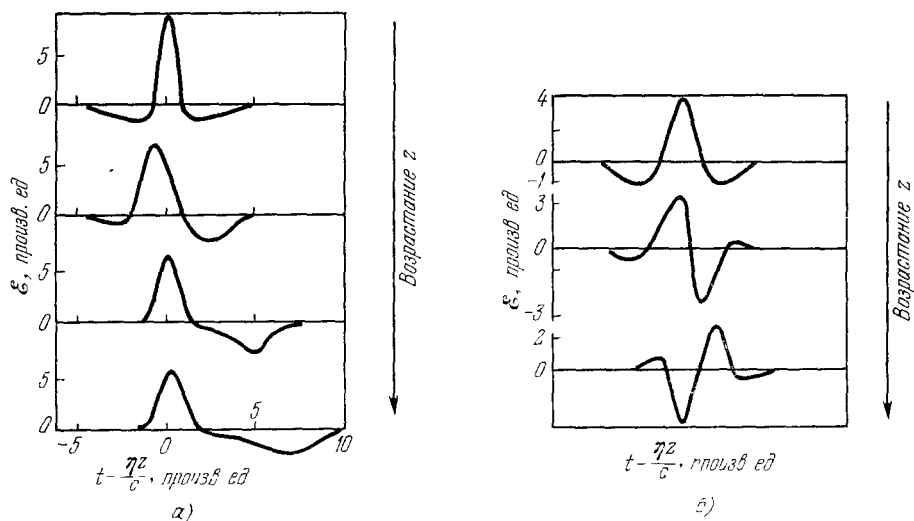


Рис. 7. а) Движение «разделяющегося» «0π-импульса»; б) движение «неразделяющегося» «0π-импульса».

Таким образом, если импульс на входе в среду имеет фазовые сдвиги, то, даже если  $\vartheta_0 < \pi$ , это не значит, что его энергия будет быстро поглощаться. В данном случае предсказание «теоремы площадей» ( $\vartheta \rightarrow 0$ ) утрачивает свою однозначность и необходимо исследовать переходный процесс с учетом конкретной начальной формы импульса.

Рассмотрим сначала аналитический вид некоторых «0π-импульсов» модели без неоднородного уширения<sup>42</sup>. Одно из таких решений можно получить с помощью (5.6) — (5.8):

$$\frac{\xi}{A} = \left( \frac{\operatorname{sech} X_1}{\tau_1} - \frac{\operatorname{sech} X_2}{\tau_2} \right) [1 - B(\operatorname{th} X_1 \cdot \operatorname{th} X_2 + \operatorname{sech} X_1 \cdot \operatorname{sech} X_2)]^{-1}. \quad (6.1)$$

На больших расстояниях опять возникают два независимых «2π-импульса», но с фазами, сдвинутыми на  $180^\circ$  друг относительно друга (см. рис. 7, а). Совершенно другой тип «0π-импульса» может быть получен, если считать параметры  $a_1$  и  $a_2$  в (5.6) комплексными и  $a_1 = a_2^* = a$ . Тогда

$$\xi = \frac{4\hbar}{\mu\tau_p} \operatorname{sech} X_+ \left( \cos X_- - \frac{\operatorname{Re} a}{\operatorname{Im} a} \sin X_- \operatorname{th} X_+ \right) \times \\ \times \left[ 1 + \left( \frac{\operatorname{Re} a}{\operatorname{Im} a} \right)^2 \sin^2 X_- \cdot \operatorname{sech}^2 X_+ \right]^{-1}, \quad (6.2)$$

где

$$X_+ = \frac{t - (z/v_+)}{\tau_p}, \quad X_- = \frac{\operatorname{Im} a}{\operatorname{Re} a} \frac{t - (z/v_-)}{\tau_p}, \quad \frac{1}{v_{\pm}} = \frac{1}{c} \left( \eta \pm \frac{1}{|a|^2} \right). \quad (6.3)$$

В отличие от предыдущего случая, этот импульс — «неразделяющийся», он двигается как компактное образование с длительностью  $\tau_p$  и значительной задержкой (рис. 7, б).

Отметим, что результаты гл. 5, 6 могут быть обобщены на случай произвольного неоднородного уширения<sup>46</sup>, и можно найти аналитическую форму « $2\pi n$ -импульсов» ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ), которые двигаются через резонансно поглощающую среду без изменения энергии.

Численные расчеты<sup>49</sup>, принимающие во внимание конечность времен релаксации  $T_1, T_2$ , демонстрируют постепенное уменьшение энергии поля.

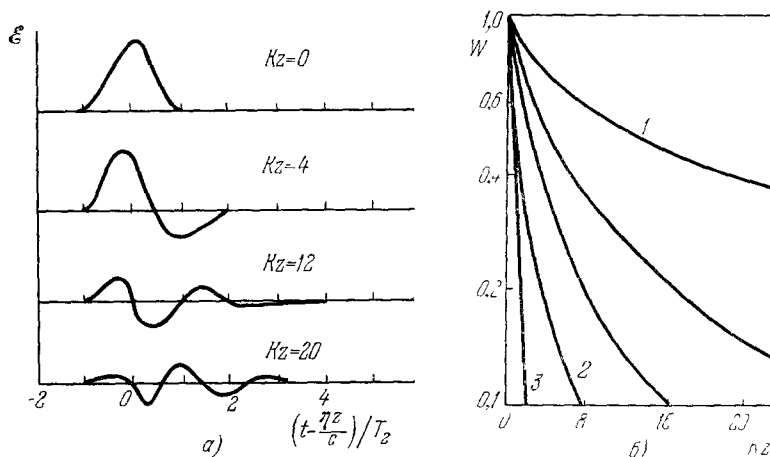


Рис. 8. а) Распространение слабого «0π-импульса» с широким спектром; б) поглощение энергии слабого «0π-импульса».

1 —  $\tau_p/T_2 = 0,4$ ; 2 —  $\tau_p/T_2 = 2$ ; 3 — закон Бэра.

Релаксация замедляет также разделение импульса на части, но почти не сказывается на задержке.

Поскольку найденные нами «0π-импульсы» являются только частным случаем решений с постоянными фазовыми сдвигами, они еще не дают информации о движении произвольного начального поля с  $\vartheta_0 = 0$ . Однако численное решение системы уравнений (1.16) — (1.19) в случае  $T_2^2 \ll \tau_p$  выявляет следующие закономерности<sup>49</sup>:

а) Если начальный импульс состоит из двух частей с «площадями»  $\vartheta_1 \approx -\vartheta_2 \approx 2\pi$ , то решение выходит на «разделяющийся» «0π-импульс» (6.1) с очень малыми потерями.

б) Если  $\vartheta_1 \approx -\vartheta_2 = \pi$ , то мы получаем «неразделяющийся» «0π-импульс» (6.2),двигающийся в целом со значительной задержкой.

в) Если  $\vartheta_1 \approx -\vartheta_2 \ll \pi$ , то, несмотря на фазовый сдвиг, поглощение происходит по обычному экспоненциальному закону Бэра (2.14), поскольку взаимодействие такого импульса со средой линейно, а его спектр намного уже ширины линии.

г) Поведение импульсов с  $\vartheta_0 \neq 0$  тоже может сильно зависеть от наличия начальных фазовых сдвигов.

Рассмотрим, наконец, еще один вид «0π-импульсов»<sup>50-52</sup>, которые возникают в случае, когда ширина спектра поля намного превышает ширину линии ( $\tau_p \ll T_2^* \leq T_2'$ ). При этом следует ожидать аномально слабого поглощения даже для малоинтенсивных импульсов ( $\vartheta_0 \ll 1$ ), сопровождаемого выеданием «дыры» в спектре ширины  $\sim 1/T_2^*$ . Реше-

ние для поля  $\mathcal{E}$  здесь имеет вид <sup>50</sup>

$$\mathcal{E}(z, t) \exp(i\varphi) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon(0, \nu) \exp \left[ -i\nu \left( t - \frac{\eta}{c} z - A_{\nu} z \right) \right] d\nu, \quad (6.4)$$

где

$$\varepsilon(0, \nu) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{E}(0, t) \exp[i\varphi(0, t) + i\nu t] dt, \quad A_{\nu} = c\alpha^2 \left\langle \frac{1}{(1/T_2') + i(\Delta\omega - \nu)} \right\rangle. \quad (6.5)$$

На рис. 8, а приведен результат численного расчета по формуле (6.4) с гауссовским начальным профилем поля. Видно, что импульс принимает осциллирующую форму. Поглощение энергии (рис. 8, б) сильно отклоняется от закона Бэра даже при  $\tau_p \gg T_2$  <sup>50</sup>.

### 7. ЭФФЕКТЫ ФАЗОВОЙ МОДУЛЯЦИИ

Мы обсудим здесь более общий случай, чем скачок фазы в « $0\pi$ -импульсах». Удобно рассмотреть отдельно две стадии: переходный процесс и движение стационарного импульса.

а) Из общих уравнений (1.16)–(1.20) следует, что фазовая модуляция отсутствует в переходном процессе только при условии, что начальный импульс был немодулирован ( $\varphi(0, t) = \text{const}$ ) и его частота  $\omega$  совпадала с центром  $\omega_{21}^0$  симметричной линии неоднородного уширения. С другой стороны, результаты для « $2\pi$ -импульса» без фазовой модуляции (2.21), (3.1)–(3.4) пригодны и для случая произвольной частоты  $\omega$  (а не обязательно  $\omega = \omega_{21}^0$ ). Можно поэтому ожидать, что если несущая частота  $\omega$  вошедшего в среду импульса не находится в точном резонансе с переходом, то поле все равно превратится в стационарный « $2\pi$ -импульс». Однако за счет фазовой модуляции в переходном процессе несущая частота теперь может отличаться от своего начального значения  $\omega_{in}$  <sup>53</sup>. Для того чтобы определить это смещение спектра, необходимо численно проинтегрировать систему уравнений для переходного процесса. Оказалось, что знак и величина смещения  $\omega - \omega_{in}$  зависит от формы начального импульса, ширины линии

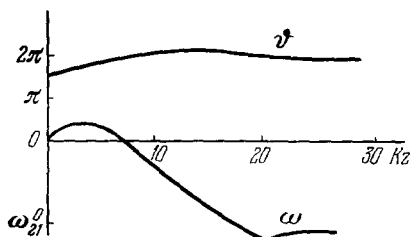


Рис. 9. Изменение «площади»  $\vartheta$  и средней частоты импульса  $\omega$  с расстоянием при «затягивании» частоты на центр линии перехода.

неоднородного уширения и др. <sup>53, 54</sup>. При определенных условиях возможно «затягивание» частоты импульса на центр линии перехода <sup>53</sup>  $\omega \rightarrow \omega_{21}^0$ . На рис. 9 показано изменение «площади»  $\vartheta$  и средней частоты  $\omega$  при таком «затягивании». Если фазовая модуляция существует уже в начальном импульсе, то, даже если он находился в «точном резонансе» ( $\omega_{in} = \omega_{21}^0$ ), в переходном процессе его частота может сместиться <sup>54</sup>.

Следует отметить, что хотя наличие фазовой модуляции способно изменить спектр импульса, но она слабо влияет на такие характеристики, как кривая пропускания и задержки <sup>12, 27</sup>.

б) Стационарное решение, которое мы до сих пор рассматривали — « $2\pi$ -импульс», является фазово немодулированным. Будем теперь искать другие типы стационарных решений с учетом возможности  $\varphi(\tau) \neq \text{const}$ . Как будет показано ниже, все они представляют собой не одиночные импульсы, а бесконечные периодические пути <sup>48, 55–63</sup>.

Из системы (1.16)–(1.20) в стационарном случае можно найти общее выражение для закона дисперсии и фазовой модуляции (при условии (2.17')):

$$\kappa - \frac{\eta\omega}{c} = - \frac{\langle \Delta\omega\chi \rangle}{\langle \chi \rangle} \left( \frac{1}{\nu} - \frac{\eta}{c} \right), \quad \frac{d\varphi}{d\tau} = \frac{C_1}{\mathcal{E}^2}. \quad (7.1)$$

Ясно, что константа фазовой модуляции  $C_1$  может быть отлична от нуля только для неограниченных (во времени) волн, а при  $C_1 = 0$  мы вернемся к « $2\pi$ -импульсу» (2.21). Уравнение для поля в общем случае имеет вид

$$\left( \mathcal{E} \frac{d\mathcal{E}}{d\tau} \right)^2 = \frac{\mu^2}{4\hbar^2} (-\mathcal{E}^6 + M\mathcal{E}^4 + N\mathcal{E}^2 + Q). \quad (7.2)$$



<sup>52</sup> Решение (7.2) при произвольных константах  $M$ ,  $N$ ,  $Q$  выражается через эллиптические функции Якоби:

$$\mathcal{E}(\tau) = \frac{2\hbar m}{\mu\tau_p l} \sqrt{1 - l^2 \operatorname{sn}^2\left(\frac{\tau}{\tau_p}, m\right)}, \quad C_1^2 = \frac{16m^4 \hbar^2}{\mu^2 \tau_p^2 l^6} (1 - l^2)(l^2 - m^2); \quad (7.3)$$

здесь  $\operatorname{sn}$  — эллиптический синус<sup>64</sup>, период которого равен  $2K(m, \pi/2)^*$ ,  $m^2 \leq l^2 \leq 1$ .

Поле (7.3) представляет собой бесконечный периодический ряд импульсов. При этом фазовая модуляция отсутствует только при  $l^2 = 1$  или  $l^2 = m^2$ <sup>56-58</sup>. Один период поля изображен на рис. 10. Легко показать, что решение однозначно определяется тремя физическими параметрами — глубиной модуляции интенсивности  $A^2$ , максимальным значением  $\mathcal{E}_{\max}^2$  и «длительностью»  $\tau_p$ , удовлетворяющими единственному неравенству  $A \leq \mathcal{E}_{\max} \leq 2\hbar/\mu\tau_p$ .

Следовательно, чтобы возбудить в среде определенный тип таких волн, достаточно контролировать только огибающую  $\mathcal{E}$  на входе<sup>48</sup>. Волна без фазовой модуляции может возникнуть также из «ступенчатого» начального импульса<sup>65</sup>.

Подчеркнем, что все рассмотренные здесь стационарные решения найдены в предположении, что процессы релаксации отсутствуют ( $T_1 = T_2 = \infty$ ). Необходимым условием их существования является поэтому  $\tau_p \ll T_2'$ , т. е. каждый период цуга должен быть достаточно коротким. Влияние конечного  $T_2'$  на эволюцию такой волны в настоящее время не изучено, отсутствуют и соответствующие экспериментальные результаты.

В заключение мы рассмотрим случаи, когда фазовая модуляция может возникать даже для одиночных «2л-импульсов»<sup>48, 52, 61, 66-68</sup>. Это происходит, например, если нерезонансный показатель преломления  $\eta$  зависит от величины поля  $\mathcal{E}$ . Рассмотрим для простоты нелинейность керровского типа<sup>48</sup>  $\eta = \eta_0 + \eta_2 \mathcal{E}^2$ , причем  $\eta_2 \mathcal{E}^2 \ll 1$ . (Более общий случай нелинейности изучен в<sup>66</sup>.) Тогда при  $v \ll c/\eta_0$  имеем

$$\tau_p \frac{d\varphi}{d\tau} = \frac{3}{2} \frac{\eta_2}{K_\tau} \frac{\eta_2 \mathcal{E}^2}{\eta_0}, \quad (7.4)$$

и даже при слабой нелинейности ( $\eta_2 \mathcal{E}^2 \ll \eta_0$ ) возможно  $\tau_p d\varphi/d\tau \gg 1$ , так как обычно  $\eta \gg K_\tau$ .

К дополнительной фазовой модуляции приводит также учет влияния других уровней на взаимодействие импульса с резонансным переходом<sup>67, 69</sup>.

## 8. ВЫРОЖДЕНИЕ ПЕРЕХОДА

Теперь мы рассмотрим взаимодействие импульса с вырожденным переходом, когда в резонанс с полем (в пределах ширины линии) попадает несколько «двухуровневых» переходов разной природы. Удобно сразу выделить два случая:

а) Частота поля  $\omega$  резонансна с переходами между большим количеством совершенно разных уровней с широким распределением дипольных моментов перехода  $\mu$ . Такое «случайное» вырождение может осуществиться, если спектр поглощения вещества в данной области очень богат линиями и является квазинепрерывным.

б) Верхний и нижний уровни вырождены по значениям проекций полных моментов  $j_2, j_1$ . Это может быть атомный переход или колебательно-вращательный переход в молекуле<sup>33, 69</sup>. В последнем случае возможно дополнительное  $k$ -вырождение<sup>70</sup>.

Мы дальше будем рассматривать только случай б); результаты для случая а) качественно совпадают с выводами б) для сильного вырождения  $j \gg 1$ <sup>33, 71</sup>.

<sup>\*</sup>)  $K(x, p)$  — полный эллиптический интеграл первого рода<sup>64</sup>.

Итак, пусть в резонансе с полем находится переход, верхний и нижний уровни которого характеризуются квантовыми числами  $(j_2, m_2)$  и  $(j_1, m_1)$ , где  $|m_1| \leq j_1$ ,  $|m_2| \leq j_2$ .

При этом имеют место правила отбора

$$j_2 = j_1 - 1, \quad j_2 = j_1, \quad j_2 = j_1 + 1, \quad (8.1)$$

что соответствует  $P(j_1)$ -,  $Q(j_1)$ - и  $R(j_1)$ - типам переходов.

Для линейно поляризованного поля импульса  $eE$  квантуется проекция момента на направление  $e$ , поэтому разрешены только переходы  $m_1 = m_2 = m$ . Таким образом, можно теперь рассматривать отдельные субпереходы  $(j_1, m) \rightarrow (j_2, m)$ . Если время релаксации между отдельными подуровнями  $T_3$  достаточно велико:

$$T_3 > \tau_p, \quad (8.2)$$

то эти субпереходы взаимодействуют с полем совершенно независимо, каждый со своим дипольным моментом перехода  $\mu_m$ .

Так же как и в гл. 5, 6, удобно сначала рассмотреть модель (5.1) с отсутствием неоднородного уширения и точным резонансом<sup>69</sup>. Это дает возможность качественно понять особенности вырожденного перехода.

Система, аналогичная (1.16) — (1.19), имеет в такой модели вид

$$\frac{\partial P_{2m}}{\partial t} = \frac{\mu_m^2}{\hbar} \mathcal{E} n_m, \quad (8.3)$$

$$\frac{\partial n_m}{\partial t} = -\frac{\mathcal{E}}{\hbar} P_{2m}, \quad (8.4)$$

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial z} - \frac{\eta}{c} \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} = -\frac{2\pi\omega N_j}{\eta c} \sum_m P_{2m}; \quad (8.5)$$

здесь индекс  $m$  пробегает  $2j+1$  значений, указывая, что соответствующая величина относится к субпереходу с проекциями  $m_1 = m_2 = m$ . Для определенности мы предположили, что  $j = j_1 \leq j_2$  и начальные разности населенностей одинаковы, так что  $N_j = N(2j+1)^{-1}$ .

Из (8.3) — (8.5) можно получить уравнения, описывающие изменение «площади» импульса  $\vartheta_j(z)$  и полной энергии  $W(z)$ :

$$\frac{d\vartheta_j}{dz} = -\frac{K_j}{2} \sum_m c_m \sin(c_m \vartheta_j), \quad (8.6)$$

$$\frac{dW}{dz} = -\frac{N_j \hbar \omega}{2} \sum_m [1 - \cos(c_m \vartheta_j)]; \quad (8.7)$$

здесь

$$\vartheta_j = \frac{\mu_j}{\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{E}(z, t) dt, \quad K_j = \frac{4\pi\omega \mu_j^2 N_j T_2}{\eta c \hbar}, \quad (8.8)$$

$$\mu_j = \max_m \mu_m, \quad c_m = \frac{\mu_m}{\mu_j}, \quad 0 \leq c_m \leq 1.$$

Величины  $c_m$ , определяющие относительный «вес» каждого субперехода, имеют следующий явный вид<sup>70</sup>:

$$\left. \begin{aligned} \frac{(j^2 - m^2)^{1/2}}{j} & \text{— тип } P(j), \\ \frac{|m|}{j} & \text{— тип } Q(j), \\ \frac{[(j+1)^2 - m^2]^{1/2}}{j+1} & \text{— тип } R(j). \end{aligned} \right\} \quad (8.9)$$

Правые части в уравнениях (8.6) — (8.7) описывают соответственно макроскопическую поляризацию и энергию, которые остаются в среде после прохождения импульса  $\mathcal{E}$ .

Прежде всего заметим, что для нескольких исключительных переходов, которые мы условно обозначим  $0 \rightleftharpoons 1$ ,  $1/2 \rightarrow 1/2$ ,  $1/2 \rightleftharpoons 3/2$ ,  $1 \rightarrow 1$ , наличие вырождения никак не сказывается при распространении импульса, поскольку оптически связаны между собой здесь только подуровни с одинаковым значением  $\mu$ . При этом суммы по  $m$  в (8.6), (8.7) сводятся к единственному слагаемым так же, как и в невырожденном

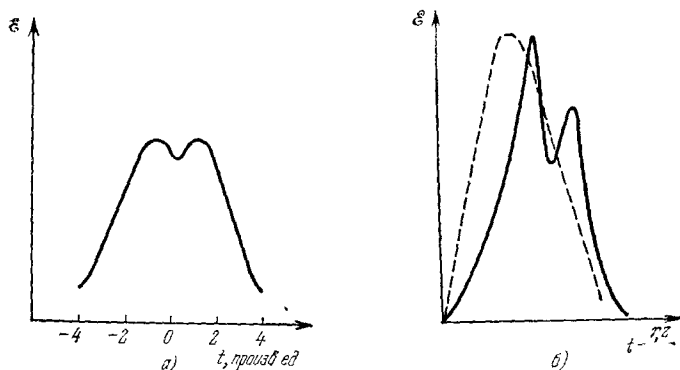


Рис. 11. а) Форма стационарного импульса для перехода  $Q(2)$  без неоднородного уширения; б) переходный процесс с учетом неоднородного уширения для случая перехода  $Q(2)$ .

случае, что приводит, в частности, к существованию « $2\pi$ -импульсов», двигающихся без поглощения \*). Благодаря свойствам решения (2.24) такой результат справедлив и для произвольной линии неоднородного уширения  $g(\Delta\omega)$ . Что же касается переходов, не являющихся исключительными, то для них в суммах по  $m$  остается по несколько слагаемых и можно показать, что для всех  $P(j)$  и  $R(j)$  правые части (8.6), (8.7) не имеют общих нулей ни при каких  $\vartheta_j \neq 0$ , так что распространение стационарного импульса без резонансных потерь здесь заведомо невозможно <sup>69</sup>.

Иное положение имеет место для  $Q(j)$ -переходов. Из-за целочисленного отношения дипольных моментов  $\mu_m$  (8.8), (8.9) правые части одновременно обращаются в нуль не только при  $\vartheta_j = 0$ , но и при  $\vartheta_j = 2\pi j$ . Это соответствует тому, что «векторы»  $\mathbf{R}_m$  для всех субпереходов возвращаются после прохождения импульса точно в прежнее положение.

В стационарном случае уравнение для импульса принимает вид

$$\left(\frac{\mu_i \mathcal{E}}{\hbar}\right)^2 = \left(\frac{d\psi}{d\tau}\right)^2 = \frac{2}{v_p^2} \sum_m [1 - \cos(c_m \psi)]. \quad (8.10)$$

Соответствующий импульс для  $j = 2$  изображен на рис. 11, а. Вообще для  $j \geq 1$  профиль поля симметричен и имеет  $j$  максимумов  $\left(j + \frac{1}{2}\right)$  для полуцелых  $j$  <sup>69</sup>. Природу осцилляций легко понять на примере  $j = 2$ , когда стационарный импульс является « $4\pi$ -импульсом» для двух субпереходов ( $m = \pm 2$ ,  $c_m = 1$ ). В невырожденном случае он поэтому должен

\*) По отношению к циркулярно поляризованному свету только переходы  $0 \rightleftharpoons 1$ ,  $1/2 \rightarrow 1/2$ ,  $1 \rightarrow 1$  ведут себя как невырожденные <sup>5</sup>.

был бы разбиться на две части. Однако теперь процесс разделения не доходит до конца из-за «лишней» пары ( $m = \pm 1$ ,  $c_m = 1/2$ ), для которой поле является «2л-импульсом».

Для всех переходов  $P(j)$ ,  $Q(j)$ ,  $R(j)$  уравнения (8.6), (8.7) допускают решение  $\vartheta_j = 0$ . Как мы видели в гл. 6, этому может соответствовать, кроме обычного поглощения, также и образование «0л-импульса» ( $\vartheta_j = 0$ ,  $W > 0$ ).

Поскольку стационарное уравнение (8.10) не имеет таких решений, то их распространение должно происходить с сохраняющимися «площадью и энергией, но с изменением временной формы. Эти «0л-импульсы», конечно не обязаны совпадать со своими аналогами для невырожденного перехода (6.1), (6.2). Действительно, расчет<sup>49</sup> показывает, что, например, «разделяющийся» «0л-импульс» (6.1), взаимодействуя с вырожденным переходом, быстро принимает ту же форму, что и «неразделяющийся» (6.2), и двигается дальше, постепенно теряя энергию.

## 9. ПЕРЕХОДНЫЙ ПРОЦЕСС И РОЛЬ НЕОДНОРОДНОГО УШИРЕНИЯ ВЫРОЖДЕННОГО ПЕРЕХОДА

Теперь необходимо рассмотреть эволюцию начального импульса к стационарной форме (8.10) и выяснить, как при этом сказывается неоднородное уширение, которое мы не учитывали в гл. 8.

Удобно рассмотреть отдельно случаи небольших  $j$  и сильного вырождения  $j \gg 1$ .

а) Численный расчет для широкой линии неоднородного уширения показывает<sup>33</sup>, что для небольших  $j$  начальный импульс принимает после переходного процесса осциллирующую форму с  $j$  максимумами, близкую к стационарному решению (8.10). Такая эволюция для перехода  $Q(2)$  изображена на рис. 11, б в условиях, когда энергия слабого импульса, подчиняющегося закону Бэра, уменьшалась в  $\sim 10^3$  раз (при  $z = L$ ).

б) Совсем иная картина имеет место для сильно вырожденных переходов  $j \gg 1$ . Определяющим фактором здесь является широкое распределение величин дипольного момента перехода  $\mu$ . Далее мы будем для определенности рассматривать  $Q(j)$ -переходы, но наши выводы справедливы качественно и для  $P(j)$ - и  $R(j)$ -типов, а также для «случайного» вырождения с большим количеством участвующих переходов (по крайней мере при  $\vartheta_0 \gg 1$ <sup>33, 71</sup>). При больших  $j$  в (8.6), (8.7) теперь можно заменить суммирование интегрированием. Для случая  $Q(j)$  уравнения для «площади» и энергии импульса примут вид

$$\frac{d\vartheta}{dz} = -\frac{K}{2} \frac{\sin \vartheta - \vartheta \cos \vartheta}{\vartheta^2}, \quad (9.1)$$

$$\frac{dW}{dz} = -\frac{N\hbar\omega}{2} \left(1 - \frac{\sin \vartheta}{\vartheta}\right). \quad (9.2)$$

Расчет показывает<sup>33, 71</sup>, что сильно вырожденный переход ведет себя по-разному в зависимости от «площади»  $\vartheta_0$  начального импульса:

1)  $\vartheta_0 \ll 1$ . В этом случае имеет место обычное линейное поглощение, а влияние вырождения сказывается только в появлении лишнего множителя  $\sim 1$  в коэффициенте поглощения.

2)  $\pi \leq \vartheta_0 \leq 1,4\pi$ . Это — интервал, в котором лежит первый нестабильный корень уравнения «площадей» в случае вырожденных переходов.

Соответствующий импульс распространяется с постоянной «площадью» но с убывающей энергией. Поскольку  $W \sim \vartheta^2/\tau_p$ , то растет длительность импульса  $\tau_p$ , что приводит к задержке в движении максимума поля.

Эта ситуация напоминает то, что имело место в переходном процессе в невырожденном случае, когда  $\vartheta_0 \approx \pi$  (гл. 4). Сходство усугубляется, если длина поглощающей среды невелика,  $KL \sim 1$ , так что энергетические потери не успевают привести к сильному поглощению импульса <sup>71</sup>.

3)  $\vartheta_0 \gg 1$ . Для таких полей сильно вырожденный переход ведет себя существенно по-иному, чем невырожденный. Физически это означает, что мощный импульс оставляет после себя среду в состоянии с нулевой макроскопической поляризацией и плотностью энергии, равной  $N\hbar\omega/2$ , как при обычном некогерентном насыщении поглощения. Это связано с тем, что для сильно вырожденного перехода имеет место интерференция вкладов в макроскопическую поляризацию от отдельных субпереходов, так что при больших  $\vartheta$  они «гасят» друг друга <sup>71</sup>.

Расчет показывает, что в этих условиях начальный импульс не приобретает стационарной формы с  $j$  максимумами. Вместо этого у него обостряется передний фронт, а остальная часть импульса остается почти без изменения (рис. 12) <sup>33</sup>. Эти выводы качественно справедливы для любого сильно вырожденного перехода.

Для получения графиков пропускания и задержки проводилось численное интегрирование уравнений с учетом неоднородного уширения и конечности времени релаксации <sup>33</sup> (рис. 13).

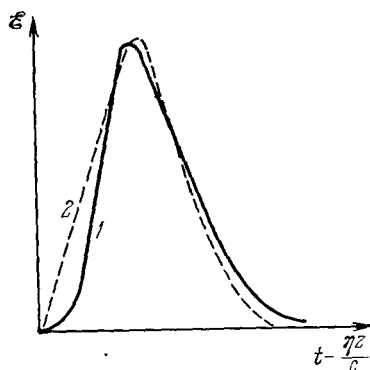


Рис. 12. Переходный процесс для случая перехода  $Q(10)$ .  
1 —  $z = 0$ ; 2 —  $z = L$ .

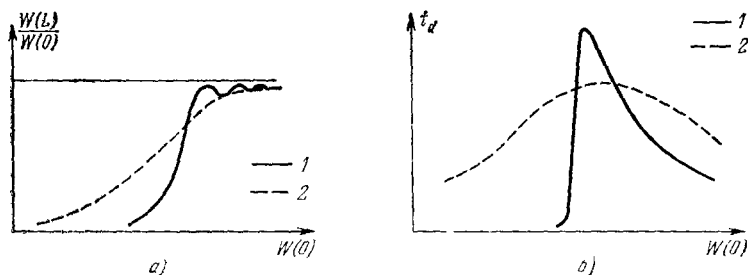


Рис. 13. а) Кривые пропускания для невырожденного (1) и сильно вырожденного (2) переходов; б) кривые задержки для невырожденного (1) и сильно вырожденного (2) переходов.

Переход к прозрачности происходит для сильно вырожденного перехода гораздо более плавно, без осцилляций при  $\vartheta_0 = 2\pi, 4\pi, \dots$ , а кривая задержки значительно размыта. В то же время для обоих случаев область максимальной задержки ( $\vartheta_0 \approx \pi$ ) совпадает с перегибом кривой пропускания.

Подчеркнем, что задержка  $t_d$  при сильном вырождении перехода целиком связана с увеличением длительности импульса, а не с уменьшением его скорости.

Необходимо сделать важное замечание, относящееся ко всем результатам, полученным в гл. 8, 9. При наших выводах мы существенно использовали условие (8.2), позволяющее рассматривать отдельные субпереходы как независимые друг от друга. Возможны однако ситуации <sup>72</sup>, когда

имеет место противоположное неравенство, т. е. релаксация между вырожденными подуровнями все время успевает поддерживать их населенности одинаковыми. В таких условиях когерентность взаимодействия с полем каждого отдельного субперехода нарушается. Можно, однако, показать, что переход в целом взаимодействует с полем когерентно (при  $\tau_p < T_2$ ), а роль дипольного момента перехода играет величина  $\mu \sim \sqrt{\sum_m \mu_m^2}$ .

Это приводит к тому, что независимо от значений  $j_2, j_1$  переход ведет себя как «эффективно невырожденный», и для него справедливы все результаты, полученные для двухуровневого перехода. В частности, здесь должны возникать стационарные « $2\pi$ -импульсы», происходить разбиение мощного поля на солитоны и т. д.

Существенно, что при «случайном» вырождении подобного одинакового заселения уровней нет и переход ведет себя всегда как сильно вырожденный. Это дает иногда возможность определить характер вырождения <sup>72</sup>.

#### 10. ВЛИЯНИЕ ПОСТОЯННОГО ПОЛЯ

Рассмотрим теперь, как влияют постоянные (электрическое или магнитное) поля на эффект самопрозрачности для вырожденного перехода. В общем случае штарковский или зеемановский сдвиги подуровней примерно эквивалентны неоднородному уширению перехода и поэтому вносят дополнительные потери. Важным исключением, однако, являются упомянутые нами ранее переходы типа  $1/2 \rightarrow 1/2$ ,  $1/2 \rightleftharpoons 3/2$ ,  $0 \rightleftharpoons 1$ ,  $1 \rightarrow 1$ , которые в отсутствие дополнительного поля ведут себя как невырожденные. Ниже будет показано, что при наложении постоянного поля характеристики стационарных импульсов, взаимодействующих с этими переходами, зависят от величины поля и констант Штарка или Ланде рабочих уровней.

а) М а г н и т н о е п о л е. Если постоянное поле  $H_c$  направлено продольно по отношению к распространению света, то, как известно из теории эффекта Зеемана <sup>70</sup>, линия расщепляется на ряд  $\sigma$ -компонент, соответствующих субпереходам с  $\Delta m = \pm 1$ , причем все они циркулярно поляризованы. Если начальный импульс линейно поляризован, то его можно представить в виде суперпозиции двух циркулярно поляризованных (+)- и (-)-импульсов.

Теперь, однако, они взаимодействуют с переходами разной частоты, так что следует ожидать, что их законы дисперсии и скорости будут, вообще говоря, различны. Первое соответствует известному фарадеевскому вращению плоскости поляризации, а второе — постепенному пространственному разделению (+)- и (-)-импульсов.

Например, в случае перехода  $1/2 \rightarrow 1/2$  один из импульсов (-) взаимодействует с субпереходом  $\Delta m = -1$ , а второй (+) — с субпереходом  $\Delta m = 1$ . Предполагается, что  $\omega = \omega_{21}^0$ , так что сдвиг из резонанса симметричен (рис. 14). После того как оба импульса превратятся в « $2\pi$ -импульсы», их законы дисперсии примут вид

$$\kappa_{\pm}(\omega) = \frac{\omega}{c} \Pi_{\mp}^{\pm}(\omega) = \frac{\omega}{c} \left( \eta - \frac{2\pi\mu^2 N}{\eta\hbar} \left\langle \frac{\Delta\omega}{\Delta\omega^2 + \tau_p^2} \right\rangle_{\pm} \right). \quad (10.1)$$

Усреднения  $\langle \dots \rangle_{\pm}$  означают соответственно интегрирование по линиям неоднородного уширения  $g_{\pm}(\Delta\omega)$ , причем центры этих линий  $\omega_{21}^{\pm}$  сдвинуты друг относительно друга на величину  $g \frac{eH_c}{mc}$  ( $g$  — фактор Ланде).

На другом языке (10.1) соответствует повороту плоскости поляризации на угол  $A = (\kappa_+ - \kappa_-) z$ , и в первом порядке по  $H_c$  получим

$$\frac{dA}{dz} = V(H_c), \quad (10.2)$$

где постоянная Верде имеет вид <sup>28</sup>

$$V = 4ge \frac{\pi \omega \mu^2 \tau_p^2 N}{\eta m c^2} \left\langle \frac{1 - \Delta \omega^2 \tau_p^2}{(1 + \Delta \omega^2 \tau_p^2)^2} \right\rangle, \quad (10.3)$$

усреднение  $\langle \dots \rangle$  ведется по «невозмущенной» линии неоднородного уширения  $g(\Delta \omega)$  с центром при  $\omega_{12}^0 = \omega$ . Оценка, сделанная в <sup>28</sup> по формуле (10.3) для параметров, характерных для резонансного перехода в парах калия, дала для постоянной Верде аномально большое значение ( $0,9 \text{ рад/см} \cdot \text{э}$ ).

Тем не менее такое «гигантское» вращение в точности равно <sup>74</sup> обычному фарадеевскому вращению, вычисленному по формулам линейной теории дисперсии для линии с затуханием  $\Gamma = 1/\tau_p$ , поскольку закон дисперсии (10.1) — тот же, что и для слабого поля.

Важно отметить, однако, что только в условиях эффекта самопрозрачности, когда «2л-импульс» обладает способностью стационарно двигаться через среду в области сильной дисперсии и поглощения, такой расчет по классической формуле приобрел полный смысл (см. также <sup>75</sup>).

Если имеет место «затягивание» частоты, то вращение плоскости поляризации  $A$  не стационарно, а «движется» <sup>74</sup> с фазовой скоростью  $c/\eta$ :

$$A = \frac{\eta}{c} (\omega_{21}^+ - \omega_{21}^-) \left( z - \frac{c}{\eta} t \right). \quad (10.4)$$

Результаты для переходов типа  $0 \rightleftharpoons 1$ ,  $1 \rightarrow 1$  мало отличаются от разобранных нами случая  $1/2 \rightarrow 1/2$  (см. также <sup>76</sup>).

Все это справедливо, строго говоря, только пока импульсы (+) и (—) пространственно совпадают. На больших расстояниях характер поляризации будет меняться вдоль профиля поля следующим образом <sup>5</sup>: циркулярная (+), эллиптическая, линейная, эллиптическая, циркулярная (—). После этого формируются два пространственно разделенных «2л-импульса» (+) и (—),двигающихся со своими скоростями  $v_{\pm}$  <sup>5, 75</sup>.

б) Э л е к т р и ч е с к о е п о л е. Рассмотрим случай, когда постоянное поле  $E_c$  параллельно вектору поляризации поля волны  $e$  <sup>77</sup>. Тогда импульс будет взаимодействовать с субпереходами  $\Delta m = 0$ , частоты которых зависят от величины  $E_c$ . Смещение энергетических уровней описывается известной формулой квадратичного штарк-эффекта <sup>70</sup>

$$\Delta \epsilon_n = -\frac{E_c^2}{2} \left\{ \alpha_n + 2\beta_n \left[ m^2 - \frac{j(j+1)}{3} \right] \right\}. \quad (10.5)$$

Поскольку электрическое поле не снимает вырождение по знаку  $m$ , то для переходов  $0 \rightleftharpoons 1$ ,  $1/2 \rightarrow 1/2$ ,  $1/2 \rightleftharpoons 3/2$ ,  $1 \rightarrow 1$  опять справедливы результаты для невырожденного случая, однако скорость  $v$  и вид закона дисперсии  $\kappa(\omega)$  «2л-импульса» зависят от «расстройки»  $\Delta \omega_0(E_c) = \omega_{21} - \omega_{21}^0$ . Мы приведем соответствующие формулы для простоты, только

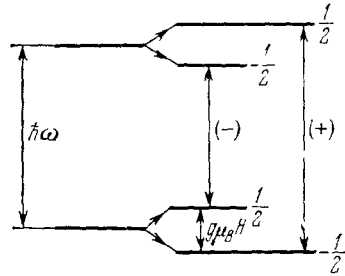


Рис. 14. Схема перехода  $1/2 \rightarrow 1/2$ .

когда в отсутствие поля  $E_c$  выполнялось условие (5.1):

$$\frac{1}{v} - \frac{\eta}{c} = \frac{2\pi\mu^2\omega\tau_p^0 N \Gamma_{j_1 j_2}}{\eta c \hbar (1 + \Delta\omega_0^2 \tau_p^2)}, \quad (10.6)$$

$$\kappa - \frac{\eta\omega}{c} = -\Delta\omega_0 \left( \frac{1}{v} - \frac{\eta}{c} \right),$$

где  $\Delta\omega_0 = (\mathcal{E}^2/2\hbar)r_{j_1 j_2}$ , а значения параметров  $r_{j_1 j_2}$  и  $\Gamma_{j_1 j_2}$  приведены в таблице:

$j_1 \rightarrow j_2$	$\frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2}$	$1 \rightarrow 1$	$1 \rightarrow 0$	$0 \rightarrow 1$	$\frac{1}{2} \rightarrow \frac{3}{2}$	$\frac{3}{2} \rightarrow \frac{1}{2}$
$r_{j_1 j_2}$	$\alpha_2 - \alpha_1$	$(\alpha_2 - \alpha_1) + \frac{2}{3}(\beta_2 - \beta_1)$	$(\alpha_2 - \alpha_1) - \frac{2}{3}\beta_1$	$(\alpha_2 - \alpha_1) + \frac{2}{3}\beta_2$	$(\alpha_2 - \alpha_1) - 2\beta_2$	$(\alpha_2 - \alpha_1) + 2\beta_1$
$\Gamma_{j_1 j_2}$	1	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	1	1	$\frac{1}{2}$

#### 11. ВОЗМОЖНОСТЬ САМОИНДУЦИРОВАННОЙ ПРОЗРАЧНОСТИ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ

При взаимодействии ультракоротких импульсов света с полупроводниковыми кристаллами может иметь место ряд когерентных эффектов. Их физическая природа зависит от зонной структуры, характера оптических переходов, степени легирования полупроводника и других параметров

Рассмотрим прежде всего случай, когда энергия кванта меньше ширины запрещенной зоны  $\hbar\omega < \Delta$ . Для слабых импульсов здесь имеет место сильное плазменное отражение<sup>78</sup> в диапазоне.

$$\omega < \Omega \quad (11.1)$$

где  $\Omega = (4\pi e^2 N_c / \eta^2 m_c)^{1/2}$  — плазменная частота,  $N_c$  — концентрация электронов в зоне проводимости,  $m_c$  — эффективная масса.

Однако для полупроводников с непараболическим законом дисперсии величина  $\Omega$  может существенно зависеть от интенсивности излучения.

В работе<sup>79</sup> показано, что таким образом мощный импульс света с формой, близкой к (2.2), может проходить через полупроводники типа PbTe, InSb в области плазменного отражения (11.1).

Более близкий аналог самопрозрачности может иметь место<sup>80</sup> в случае прямых межзонных переходов, когда  $\hbar\omega > \Delta$ . Известно, что поглощение монохроматического излучения на этих переходах может быть описано формально так же, как и для случая неоднородно уширенного двухуровневого перехода. В частности, коэффициент поглощения слабого поля имеет вид<sup>81</sup>

$$K_{\Gamma}(\omega) = \frac{4\pi\omega\Gamma}{\eta c \hbar} \sum_{\mathbf{k}} \frac{\mu_{\mathbf{k}}^2 n_{\mathbf{k}}}{\Delta\omega_{\mathbf{k}}^2 + \Gamma^2}; \quad (11.2)$$

здесь

$$\Delta\omega_{\mathbf{k}} = \omega - \frac{\Delta + \varepsilon_c(\mathbf{k}) + \varepsilon_v(\mathbf{k})}{\hbar}, \quad \kappa \ll k, \quad (11.3)$$

и мы обозначили по аналогии с двухуровневым переходом:  $\mu_{\mathbf{k}}$  — дипольный момент перехода между блоховскими состояниями в валентной зоне



$\psi_v(\mathbf{k})$  и зоне проводимости  $\psi_c(\mathbf{k})$ ,  $n_{\mathbf{k}}$  — соответствующая разность населенностей,  $\varepsilon_c(\mathbf{k})$  и  $\varepsilon_v(\mathbf{k})$  — законы дисперсии в зонах,  $\Gamma$  — скорость затухания межзонной поляризации из-за электрон-электронных и электрон-фоонных столкновений. Из-за закона сохранения квазимпульса  $\mathbf{k}$  оптически связанными являются пары состояний  $\psi_c(\mathbf{k})$ ,  $\psi_v(\mathbf{k})$  в зоне проводимости и в валентной зоне. Выражение (11.2) отличается от формулы для коэффициента поглощения на двухуровневом переходе тем, что роль усреднения по линии неоднородного уширения теперь играет суммирование по квазинепрерывному спектру в зонах. Существует, однако, более фундаментальная разница, связанная с тем, что поглощающие свет «двухуровневые» атомы локализованы, в то время как электронные состояния в чистых полупроводниках «размазаны» по всему кристаллу, поскольку вероятность нахождения электрона в данной точке ( $|\psi_c(\mathbf{k})|^2$ ,  $|\psi_v(\mathbf{k})|^2$ ) является периодической функцией координат с периодом, соответствующим параметру кристаллической решетки.

Для того чтобы когерентное взаимодействие ультракороткого импульса с полупроводником имело место, необходимы следующие условия:

а) длительность импульса  $\tau_p$  меньше всех времен релаксации ( $T_1$  — время спонтанной рекомбинации,  $T'_2$  — время затухания поляризации,  $T_{ee}$ ,  $T_{ep}$  — времена электрон-электронных и электрон-фоонных столкновений).

б) подвижность носителей не успевает нарушить когерентную связь между полем и создаваемой им поляризацией.

Ясно, что первое условие аналогично критерию  $\tau_p < T'_2$  в случае двухуровневого перехода, а второе — всецело связано с наличием дальнего порядка в полупроводниковом кристалле.

При выводе уравнений когерентного взаимодействия импульса света с кристаллом удобно использовать представление локализованных функций Ванье (см. <sup>82</sup>), а не функций Блоха. Тогда уравнение Шрёдингера в приближении двух зон можно привести к виду

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} f_{c\mathbf{k}}(\mathbf{R}, t) = \varepsilon_c(-i\nabla) f_{c\mathbf{k}} - \mu_{\mathbf{k}} E f_{v\mathbf{k}}, \quad (11.4)$$

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} f_{v\mathbf{k}}(\mathbf{R}, t) = \varepsilon_v(-i\nabla) f_{v\mathbf{k}} - \mu_{\mathbf{k}} E f_{c\mathbf{k}}; \quad (11.5)$$

здесь  $f_{c\mathbf{k}}$ ,  $f_{v\mathbf{k}}$  — амплитуда вероятности того, что в момент  $t$  электрон находится в состоянии Ванье  $\psi_{c\mathbf{R}}$ ,  $\psi_{v\mathbf{R}}$ , если до появления поля он был в блоховском состоянии  $\psi_v(\mathbf{k})$ . Начальные условия для (11.5) имеют вид

$$f_{c\mathbf{k}}(\mathbf{R}, -\infty) = 0, \quad f_{v\mathbf{k}}(\mathbf{R}, -\infty) = e^{-i\mathbf{k}\mathbf{R}}. \quad (11.6)$$

Можно показать, что для выполнения критерия (2) нужно, чтобы «смещение» носителей за время длительности импульса  $\tau_p$  было мало по сравнению с его «длиной»  $l_p = v\tau_p$ . Для случая параболических зон последнее условие принимает вид

$$\frac{\hbar k_0}{m_{cv}} \ll v, \quad (11.7)$$

где

$$\frac{1}{m_{cv}} = \frac{1}{m_c} + \frac{1}{m_v}, \quad \frac{\hbar^2 k_0^2}{2m_{cv}} = \hbar\omega - \Delta. \quad (11.8)$$

При выполнении (11.7) дифференциальные операторы в (11.5) можно заменить на  $c$ -число  $\varepsilon_c(\mathbf{k}) - \Delta - \varepsilon_v(\mathbf{k})$ , и уравнения для среды и поля

легко привести к виду

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial P_{1\mathbf{k}}}{\partial t} &= - \left( \Delta\omega_{\mathbf{k}} + \frac{\partial\varphi}{\partial t} \right) P_{2\mathbf{k}}, \\ \frac{\partial P_{2\mathbf{k}}}{\partial t} &= \left( \Delta\omega_{\mathbf{k}} + \frac{\partial\varphi}{\partial t} \right) P_{1\mathbf{k}} + \frac{\mu_{\mathbf{k}}^2}{\hbar} \mathcal{E} n_{\mathbf{k}}, \\ \frac{\partial n_{\mathbf{k}}}{\partial t} &= - \frac{\mathcal{E}}{\hbar} P_{2\mathbf{k}}, \\ \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial z} + \frac{\eta}{c} \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} &= - \frac{2\pi\omega}{\eta c} \sum_{\mathbf{k}} P_{2\mathbf{k}}, \\ - \left( \kappa - \frac{\eta\omega}{c} \right) \mathcal{E} + \left( \frac{\partial\varphi}{\partial z} + \frac{\eta}{c} \frac{\partial\varphi}{\partial t} \right) \mathcal{E} &= - \frac{2\pi\omega}{\eta c} \sum_{\mathbf{k}} P_{1\mathbf{k}}; \end{aligned} \right\} \quad (11.9)$$

здесь  $P_{1\mathbf{k}}$ ,  $P_{2\mathbf{k}}$  — реактивная и активная составляющие поляризации на переходе  $s\mathbf{k} \rightarrow v\mathbf{k}$ ,  $\eta$  — нерезонансная часть коэффициента преломления полупроводника (без вклада от зон  $s$  и  $v$ ). Для межзонного дипольного момента разрешенного перехода хорошим приближением обычно является  $\mu_{\mathbf{k}} = \mu$ .

В этом случае система (11.9) имеет тот же вид, что и для двухуровневого перехода (1.16) — (1.20), с учетом замены усреднения по линии неоднородного уширения на суммирование по значениям волнового вектора  $\mathbf{k}$  в первой зоне Бриллюэна.

В частности, справедлива «теорема площадей»

$$\frac{d\vartheta}{dz} = - \frac{K_s}{2} \sin \vartheta, \quad (11.10)$$

где

$$K_s = \frac{\mu^2\omega}{4\pi\eta c\hbar} \int n_{s\mathbf{k}} \delta(\Delta\omega_{\mathbf{k}}) d^3\mathbf{k}. \quad (11.11)$$

При  $\hbar\omega - \Delta \gg \hbar\Gamma$  получим, что  $K_s(\omega) \approx K_\Gamma(\omega)$  (см. (11.2)).

Поскольку коэффициент поглощения на прямых межзонных переходах может быть очень велик ( $\sim 10^4 \text{ см}^{-1}$ ), то переходный процесс происходит на гораздо более коротких расстояниях, чем для сред с двухуровневыми переходами. Отметим также, что поскольку плотность состояний меняется очень слабо на ширине спектра импульса, то в полупроводнике невозможны эффекты типа слабых «0л-импульсов» (гл. 6).

«2л-импульс» в полупроводнике будет иметь прежний вид (2.21). Приведем выражение для его скорости и закона дисперсии:

$$\frac{1}{v} - \frac{\Pi}{c} = \frac{2\pi\mu^2\omega^2\tau_p^2}{\eta c\hbar} \sum_{\mathbf{k}} (1 + \Delta\omega_{\mathbf{k}}^2\tau_p^2)^{-1} \approx \frac{K_\Gamma\tau_p}{2}, \quad (11.12)$$

$$\kappa = \frac{\omega}{c} \Pi(\omega),$$

где  $\Pi(\omega)$  совпадает при  $\hbar\omega - \Delta \ll \hbar/\tau_p$  с обычным коэффициентом преломления полупроводника.

Оценка по формуле (11.12) показывает (при  $K_\Gamma = 10^4 \text{ см}^{-1}$ ,  $\tau_p = 5 \cdot 10^{-12} \text{ сек}$ ), что скорость «2л-импульса» на три порядка меньше скорости света, а его длина во столько же раз уменьшилась по сравнению с размером в воздухе. Такая «миниатюризация», которая обычно сопровождает эффект самоиндуцированной прозрачности, может найти применение для целей оптоэлектроники.

Следует отметить, что если дипольный матричный элемент ведет себя вблизи края зоны как  $\mu_{\mathbf{k}} \sim k$ , то импульс взаимодействует с полу-

проводником как с сильно вырожденным двухуровневым переходом (гл. 9).

Результаты, полученные для двухзонной модели полупроводника, легко модифицируются с учетом реальной зонной структуры, характерной, например, для соединений  $A_3B_5$  (рис. 15). Если  $\Delta < \hbar\omega < \Delta + \Delta_g$ , то переходы происходят между зоной проводимости и зонами «легких» ( $v_2$ ) и «тяжелых» ( $v_1$ ) дырок<sup>78</sup>. Законы сохранения энергии и квазиимпульса «вырезают» в энергетическом спектре как бы два неоднородно уширенных перехода, разнесенных на величину

$$\delta = (\hbar\omega - \Delta) \frac{m_{cv1} - m_{cv2}}{m_c}.$$

При выполнении условия  $|\delta| \gg \hbar/\tau_p$  «2 $\pi$ -импульс» имеет прежний вид, а в выражениях (11.14), (11.12) для скорости и коэффициента поглощения теперь необходимо произвести суммирование по  $v_2$  и  $v_3$ . Вклад от зоны «тяжелых» дырок в  $m_{cv2}/m_{cv1}$  раз больше, чем от зоны «легких».

Обсудим теперь влияние степени легирования кристалла. Энергетические состояния в легированном полупроводнике с концентрацией  $N_i$  донорных или акцепторных примесей характеризуются безразмерным параметром  $s =$

$= a_B N_i^{1/3}$ , где  $a_B$  — боровский радиус примесного центра. В случае малой концентрации примеси ( $s \ll 1$ ) зонный спектр практически не меняется, но появляется дополнительное примесное рассеяние носителей с характерным временем  $T_i$ . Если длительность импульса удовлетворяет условию  $\tau_p < T_i$ , то такое рассеяние не успевает нарушить когерентность взаимодействия с полем.

В случае сильного легирования ( $s > 1$ ) само понятие закона дисперсии теряет смысл<sup>83</sup>. Плотность энергетических состояний существенно меняется, создаются «хвосты», уходящие в глубь запрещенной зоны. Наличие большого количества хаотически распределенных по кристаллу примесных центров описывается с помощью введения флуктуирующего потенциала  $U$ , в поле которого находятся электроны полупроводника. При этом обычно используют приближение искривленных зон<sup>83</sup>, считая, что дно зоны проводимости и вершина валентной зоны просто смещаются в соответствии с формой  $U(R)$ .

Уравнения для поляризации и разности населенностей можно написать формально в прежнем виде (11.9), заменяя только  $\Delta\omega_k \rightarrow \Delta\omega_k(U)$ , а в уравнении для поля необходимо провести усреднение по примесям:

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial z} + \frac{\eta}{c} \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} = - \frac{2\pi\omega}{\eta c} \int B(U) \sum_{\mathbf{k}} P_{2\mathbf{k}}(U) dU; \quad (11.13)$$

здесь  $B(U)$  — распределение флуктуирующего потенциала,  $\Delta\omega_k(U) = \Delta\omega_k + \Delta\varepsilon_{v\mathbf{k}}(U) + \Delta\varepsilon_{c\mathbf{k}}(U)$ ;  $\Delta\varepsilon_{c\mathbf{k}}$ ,  $\Delta\varepsilon_{v\mathbf{k}}$  — смещение энергии соответствующего состояния.

Существенно, что, вообще говоря,  $\Delta\varepsilon_{c\mathbf{k}}(U) \neq \Delta\varepsilon_{v\mathbf{k}}(U)$  из-за эффекта локализации<sup>84</sup>, связанного с тем, что в потенциальной яме  $U$  шириной  $\Gamma_0$  вообще нет связанных состояний, если  $U < \hbar^2/m\Gamma_0^2$ . В случае, когда

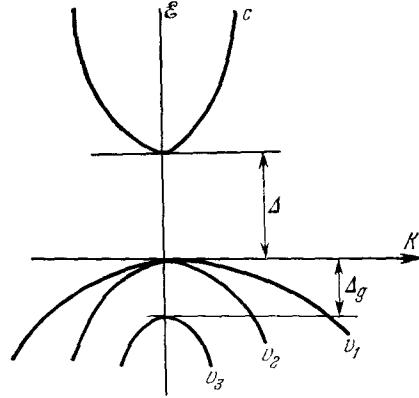


Рис. 15. Зонная структура полупроводника.

масса дырки  $m_v$  намного превосходит электронную  $m_c$ , можно аппроксимировать:

$$\Delta\omega_k(U) = \begin{cases} \Delta\omega_k + U, & U_v < U < U_c, \\ \Delta\omega_k, & U < U_v, U > U_c, \end{cases} \quad U_{c,v} = \frac{\hbar^2}{m_{c,v}\Gamma_0^2}. \quad (11.14)$$

Подобное приближение хорошо работает, если  $U_v < \gamma < U_c$  ( $\gamma$  — среднее квадратичное значение потенциала  $U$ ,  $\Gamma_0$  — радиус дебаевского экранирования), что как раз реализуется для ряда сильно легированных полупроводников<sup>85</sup>.

Теперь из (11.9), (11.13, 11.14) можно получить «теорему площадей»

$$\frac{d\vartheta}{dz} = -\frac{K_i}{2} \sin \vartheta, \quad (11.15)$$

где

$$K_i = \frac{2\pi^2\mu^2\omega}{\eta c} \sum_{\mathbf{k}} n_{0\mathbf{k}} \int_{U_v}^{U_c} B(U) \delta(\Delta\omega_{\mathbf{k}} + U) dU,$$

а  $n_{0\mathbf{k}}$  — начальная фермиевская разность населенностей в зонах. Легко показать, что  $K_i$  совпадает с обычным коэффициентом поглощения на переходах между «хвостами» сильно легированного полупроводника<sup>86</sup>.

## 12. СРЕДЫ С ДВУХФОТОННЫМ РЕЗОНАНСНЫМ ПЕРЕХОДОМ

Ряд когерентных эффектов может иметь место при распространении ультракороткого импульса света через вещество с двухфотонным резонансом<sup>87-89</sup>. При этом предполагается<sup>90</sup>, что в спектре атомов имеются уровни  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$ , так что  $\omega_{21} = (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)/\hbar \approx 2\omega$ .

Уравнения для разности населенностей и поляризации в случае ультракороткого импульса ( $\tau_p < T_2'$ ) можно привести к виду

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial P_1}{\partial t} &= -\left(\Delta\omega + 2\frac{\partial\varphi}{\partial t} + \frac{r_{22}-r_{11}}{4\hbar} \mathcal{E}^2\right) P_2, \\ \frac{\partial P_2}{\partial t} &= \left(\Delta\omega + 2\frac{\partial\varphi}{\partial t} + \frac{r_{22}-r_{11}}{4\hbar} \mathcal{E}^2\right) P_1 + \frac{|r_{21}|^2}{2\hbar} \mathcal{E}_n^2, \\ \frac{\partial n}{\partial t} &= -\frac{\mathcal{E}^2}{2\hbar} P_2, \end{aligned} \right\} \quad (12.1)$$

где

$$r_{21} = r_{12}^* = \sum_{m \geq 3} \frac{\mu_{1m}\mu_{m2}}{\hbar(\omega_{m2} + \omega)}, \quad r_{ii} = \frac{2}{\hbar} \sum_{m \geq 3} \frac{|\mu_{im}|^2 \omega_{mi}}{\omega_{mi}^2 - \omega^2} \quad (i=1, 2).$$

Учитывая, что резонансные частоты  $\omega_{21}$  атомов распределены в соответствии с линией неоднородного уширения  $g(\Delta\omega)$  ( $\Delta\omega = 2\omega - \omega_{21}$ ), получим для «медленных» амплитуды и фазы поля

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial z} + \frac{\eta}{c} \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} = -\frac{2\pi\omega N}{\eta c} \mathcal{E} \langle P_2 \rangle, \quad (12.2)$$

$$-\left(\kappa - \frac{\omega\eta}{c}\right) + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial z} + \frac{\eta}{c} \frac{\partial\varphi}{\partial t}\right) = -\frac{2\pi\omega N}{\eta c} \left\langle P_1 - \frac{r_{22}-r_{11}}{2} (n-1) \right\rangle. \quad (12.3)$$

В случае точного резонанса ( $g(\Delta\omega) = \delta(\Delta\omega)$ ) из (12.1)–(12.3) легко определить эволюцию импульса:

$$\mathcal{E}^2 = \frac{\mathcal{E}^2(0, t - (\eta z/c))}{1 + 2K_2 z \{\sin \psi(0, t - (\eta z/c)) + K_2 z [1 - \cos \chi(0, t - (\eta z/c))]\}}, \quad (12.4)$$

где

$$\psi = \frac{|\tilde{r}_{21}|^2}{2\hbar} \int_{-\infty}^t \mathcal{E}^2(z, t_1) dt_1, \quad K_2 = \frac{2\pi\omega N |r_{21}|^2}{\eta c (\tilde{r}_{21})}, \quad |\tilde{r}_{21}|^2 = |r_{21}|^2 + \frac{(r_{22}-r_{11})^2}{4}.$$

Величина  $\vartheta(z) = \psi(z, \infty)$  пропорциональна полной энергии импульса. Можно показать, что

$$\operatorname{ctg} \frac{\vartheta}{2} = \operatorname{ctg} \frac{\vartheta_0}{2} + 2K_2 z, \quad \vartheta_0 = \vartheta(0). \quad (12.5)$$

Решение (12.5), которое можно назвать «теоремой энергий» по аналогии с (2.10), (2.15), показывает, что энергия  $\vartheta$  начального импульса поглощается, стремясь к стабильному значению  $\vartheta = 2\pi n$  ( $n = 0, 1, \dots$ ) (рис. 16). Стационарный « $2\pi$ -импульс» имеет лоренцову форму:

$$\mathcal{E}^2 = \frac{4\hbar}{|\tilde{r}_{21}| \tau_p} \left(1 + \frac{\tau^2}{\tau_p^2}\right)^{-1}, \quad \tau = t - \frac{z}{v}. \quad (12.6)$$

Его скорость  $v$  связана с длительностью  $\tau_p$  соотношением

$$\frac{1}{v} - \frac{\eta}{c} = 2K_2 \tau_p, \quad (12.7)$$

Другие стационарные решения представляют собой бесконечный ряд « $2\pi$ -импульсов»:

$$\mathcal{E}^2 = \frac{2\hbar}{|\tilde{r}_{21}| \tau_p} (C^2 - 1) \left(C + \sin \frac{\tau \sqrt{C^2 - 1}}{\tau_p}\right)^{-1}, \quad C > 1. \quad (12.8)$$

В случае расстройки резонанса ( $\Delta\omega_0 = 2\omega_{1n} - \omega_{21}^0 \neq 0$ ) фазовая модуляция приводит к изменению начальной частоты  $\omega_{1n}$ <sup>88</sup>:

$$2 \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \Delta\omega_0 = \left[ 2 \frac{\partial}{\partial t} \varphi \left(0, t - \frac{\eta z}{c}\right) + \Delta\omega_0 \right] \frac{\mathcal{E}^2(0, t - (\eta z/c))}{\mathcal{E}^2(z, t)}. \quad (12.9)$$

Пока расстройка  $\Delta\omega_0$  не слишком велика, такое искажение спектра оказывает малое влияние на эволюцию импульса. Поэтому, если  $4\pi > \vartheta_0 > 2\pi$ , после переходного процесса, длина которого теперь зависит от  $\Delta\omega_0$ , образуется квазистационарный « $2\pi$ -импульс», приближенно описываемый формулами (12.6), (12.7). В результате задержки ( $v < c/\eta$ ) происходит эффективное «затягивание» частоты на центр линии перехода  $\omega_{21}^0$  (вблизи максимума импульса), и спектр становится асимметричным:

$$2\omega = 2 \left( \omega_{1n} + \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right) \rightarrow \omega_{21}^0. \quad (12.10)$$

При наличии неоднородного уширения точные решения (12.1)–(12.3) неизвестны. Следует, однако, ожидать, что уширение приводит к дополнительным потерям энергии импульса даже в случае  $2\omega_{1n} = \omega_{21}^0$ .

Двухфотонные когерентные эффекты могут иметь место и при наличии двух импульсов<sup>89</sup> с частотами  $\omega_1 + \omega_2 \approx 2\omega_{21}^0$ , причем здесь появляется возможность изменения временной формы одного из импульсов за счет изменения интенсивности другого. Кроме того<sup>91</sup>, рассматривалась конкуренция резонансного двухфотонного и нерезонансного однофотонного переходов, и был сделан вывод о возможности генерации в этих условиях второй гармоники в центрально-симметричной среде.

Взаимодействие ультракороткого импульса света с полупроводником при двухфотонном резонансе<sup>92, 93</sup> ( $\Delta/2 < \hbar\omega < \Delta$ ) может приводить в определенных условиях к когерентному «насыщению» поглощения при гораздо меньших значениях поля, чем характерные для обычного насыщения.

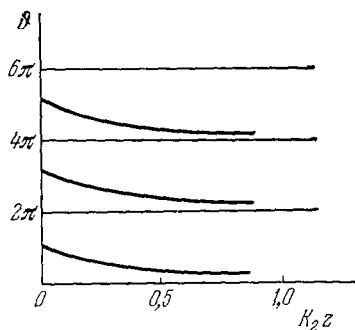


Рис. 16. «Теорема энергий» для случая двухфотонного резонанса.

### 13. СВОДКА РЕЗУЛЬТАТОВ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

В настоящее время имеется более двух десятков экспериментов, посвященных исследованию явления самопрозрачности. В целом их результаты показывают, что удивительные свойства когерентного взаимодействия импульсов света с веществом, описанные выше, действительно можно наблюдать в реальной экспериментальной ситуации. Хотя для количественного согласия с результатами опытов необходимо учитывать

ряд таких факторов, как наличие релаксационных процессов, вырождение перехода, поперечная структура поля, временная форма импульсов на входе в среду и их фазовая модуляция, форма линии неоднородного уширения и т. д., но качественно большинство выводов из эксперимента можно понять уже на основе простой модели Мак-Кола и Хана (гл. 1, 2). К ним относятся в первую очередь резкое уменьшение поглощения при интенсивности импульса, превышающей пороговую, а также значительная задержка в среде, сильно зависящая от начальной интенсивности поля. Из условия  $\theta_0 = \pi$  (2.15) легко получить пороговый поток, необходимый для наблюдения явления самопрозрачности:

необходимый для наблюдения явления самопрозрачности:

$$Q_{\pi} \sim \frac{\pi \eta c}{4} \left( \frac{\hbar}{\mu T_2'} \right)^2. \quad (13.1)$$

Отсюда следует, что эффект легче изучать в среде, где дипольный момент перехода  $\mu$  и время релаксации  $T_2'$  велики.

Экспериментально определенные пороги  $Q_{\pi}$  хорошо согласуются с оценкой (13.1) и лежат в широком диапазоне от  $\sim 1$  *вт/см<sup>2</sup>* ( $\text{SF}_6$ ) до  $\sim 10^2$  *квт/см<sup>2</sup>* (рубин) и  $\sim 10^2$  *мвт/см<sup>2</sup>* (полупроводники). Общей чертой всех работ является использование лазеров с модулированной добротностью или работающих в качестве преобразователей лазеров на красителях с перестраиваемой частотой. Длительность импульсов, взаимодействующих с поглотителем, обычно лежит в диапазоне 1 — 300 *нсек* ( $\sim 1$  *псек* для полупроводников).

Рис. 17. Упрощенная схема экспериментов по наблюдению самоиндуцированной прозрачности.

$L$  — лазерная система;  $M_1$  —  $M_3$  — зеркала;  $S$  — поглощающая среда;  $PD$  — фотодетектор.

Упрощенная принципиальная схема опытов изображена на рис. 17. Среда, в которых до сих пор наблюдался эффект самопрозрачности, можно в основном разделить на четыре категории: твердые диэлектрики, пары щелочных металлов, молекулярные газы и полупроводники.

Упрощенная принципиальная схема опытов изображена на рис. 17. Среда, в которых до сих пор наблюдался эффект самопрозрачности, можно в основном разделить на четыре категории: твердые диэлектрики, пары щелочных металлов, молекулярные газы и полупроводники.

**а) Твердые диэлектрики.** Впервые самопрозрачность наблюдалась экспериментально в кристалле рубина еще в основополагающей работе Мак-Кола и Хана <sup>4,5</sup>. После этого особенности эффекта в рубине были подробно исследованы <sup>35,36,94</sup>. Использовалось излучение рубинового лазера с модуляцией добротности, работающего при азотной температуре ( $T = 77^\circ \text{K}$ ). Полученные импульсы длительностью 10—30 *нсек* проходили затем через резонансный поглотитель — кристалл рубина, охлажденный с помощью жидкого гелия до  $T = 4$ —60  $^\circ \text{K}$ . При этом частота лазерного перехода была близка к частоте перехода в охлажденном поглощающем кристалле.

Заметим, что время релаксации при  $T = 4^\circ \text{K}$  довольно велико <sup>94</sup> ( $T_2' \sim 50$ —80 *нсек*) и импульс может когерентно взаимодействовать с кристаллом. При этом линия неоднородного уширения значительно шире спектра импульса ( $T_2^* \sim 0,03$  *нсек*). Самоиндуцированная прозрачность наступала при потоке  $Q_{\pi} \sim 100$  *квт/см<sup>2</sup>* и сопровождалась уменьшением поглощения до  $\sim 10^5$  раз. Задержка импульса в кристалле соответствовала уменьшению скорости до  $10^{-2}$  *с/η*. Систематическое изучение кривых пропускания, задержки и их зависимости от температуры показало хорошее согласие с теорией Мак-Кола и Хана с учетом попереч-

ной структуры поля (гл. 4). Высокий пороговый поток, а также необходимость использовать гелиевую технику объяснялись малым дипольным моментом перехода ( $\mu \sim 5 \cdot 10^{-21}$  ед. CGSE) и относительной быстротой процессов релаксации в рубине.

б) Пары щелочных металлов. При небольших концентрациях ( $N \sim 10^{11} - 10^{12}$  см<sup>-3</sup>) атомов импульсы длительностью  $\tau_p \sim 1 - 10$  нсек когерентно взаимодействуют с такими средами. Большие же дипольные моменты переходов для атомов щелочных металлов ( $\mu \sim 10^{-18}$  ед. CGSE) позволяют наблюдать эффект самопрозрачности при малых потоках  $Q_n \sim 1 - 10$  вт/см<sup>2</sup>.

Наиболее систематическое исследование было проведено в работах <sup>16,32</sup>, где использовался лазер на Hg II, из излучения которого с помощью ячейки Поккельса вырезались импульсы  $\tau_p \sim 10$  нсек. С помощью постоянного магнитного поля ( $H_c \sim 75$  кэ) осуществлялся резонанс между частотой лазера и частотой двухуровневого перехода в атоме рубидия ( $5s - 5p$ ). При возникновении самопрозрачности поглощение излучения падало в  $\sim 100$  раз, а задержка соответствовала рекордному уменьшению скорости импульса в  $\sim 1500$  раз. Специальные меры были приняты для уменьшения фазовой модуляции (одномодовый режим, контроль спектра) и отклонения от условий плоской волны (диафрагмирование). В результате данные этого эксперимента (кривые пропускания и задержки, разбивание «2л-импульсов» и др.) оказались в прекрасном количественном согласии с теорией. Впервые было экспериментально осуществлено уменьшение длительности импульсов на порядок с помощью эффекта самопрозрачности. Для этого использовалось сужение «3л-импульсов» при переходе в «2л-импульсы» с одновременной небольшой фокусировкой, компенсирующей потери энергии.

В работах <sup>30,95</sup> была исследована самопрозрачность в парах калия и натрия. Впервые в такого рода экспериментах применялись лазеры на красителях с перестраиваемой частотой, что позволило легко добиться резонанса с переходом в веществе. Отметим, что в <sup>30</sup>, кроме изучения кривых пропускания и задержки, была исследована также область дисперсионных задержек, когда частота лазера была далеко «отстроена» от резонанса.

Использование в <sup>95</sup> магнитного поля ( $H_c = 5$  кэ) для выделения чисто двухуровневого перехода и апертуры позволило наблюдать большинство эффектов, сопровождающих самопрозрачность, в чистом виде.

в) Молекулярные газы. Наиболее изученным веществом является здесь SF<sub>6</sub> <sup>71,72,96-99</sup>. Импульсы длительностью 20—300 нсек генерировались в этих экспериментах с помощью лазеров на CO<sub>2</sub> ( $\lambda = 10,6$  мкм) с модулированной добротностью. Для малых давлений SF<sub>6</sub> время релаксации достигало  $T'_2 \lesssim 1$  мсек, что позволяло добиться низких порогов  $Q_n \sim 0,1 - 5$  вт/см<sup>2</sup>. Когерентные эффекты наблюдались при использовании ряда лазерных линий CO<sub>2</sub> в диапазоне 10,6 мкм —  $P(20)$ ,  $P(18)$ ,  $P(16)$ ,  $P(14)$ . Для большинства работ здесь характерно значительное отклонение от случая невырожденного перехода — кривые поглощения и задержки являются значительно более плавными, не наблюдается разбивания «2лп-импульсов» и т. д.

Точная природа колебательно-вращательных переходов в SF<sub>6</sub>, ответственных за эффект, неизвестна, однако экспериментальные результаты хорошо согласуются с расчетами <sup>33,71</sup>, проведенными для случая сильного вырождения. Было обнаружено обострение переднего фронта импульса (переход  $P(18)$ ), что в условиях  $\tau_p < T'_2$  тоже является указанием

на наличие вырождения перехода. В противоположность этому, результаты <sup>72</sup> для линии *P* (14) прекрасно согласуются с теорией для невырожденного перехода, что проявляется в резких кривой пропускания и задержки, а также в разбиении «2π-импульсов». Следует, однако, отметить, что данные <sup>72</sup> могут быть объяснены также, если имеет место эффективное снятие вырождения (гл. 9).

Другие молекулярные газы, в которых наблюдался эффект самопрозрачности, — аммиак  $\text{NH}_3$  <sup>51, 100</sup> и трихлорид бора <sup>101</sup>. Существует еще ряд экспериментальных работ, результаты которых описывают эффекты, близкие, по-видимому, к рассмотренным выше. К ним надо отнести наблюдение задержки в  $\text{Ne}$  <sup>102</sup> при прохождении излучения  $\text{Ne} - \text{Ne}$ -лазера с синхронизацией мод, резкое уменьшение поглощения и некоторая задержка на переходе в несвязанное состояние  $\text{Cl}_2$  <sup>103</sup> и т. д.

Еще в основополагающей работе <sup>5</sup> Мак-Кола и Хана было отмечено, что эффект, аналогичный самопрозрачности, может иметь место и для полей другой природы, чем свет. Последнее было подтверждено экспериментально в <sup>104</sup>, где было показано, что при взаимодействии ультразвуковой волны с кристаллом  $\text{MgO}$ , содержащим парамагнитные примесные центры, можно наблюдать резкое падение поглощения, задержку и разбиение на отдельные «2π-импульсы». Эксперименты с ультразвуком имеют свою специфику и во многом проще осуществимы в оптике. В частности, можно легко менять как несущую частоту ультразвукового импульса, так и частоту перехода в кристалле. Последнее позволило в работе <sup>75</sup> впервые экспериментально наблюдать фарадеево вращение плоскости поляризации «2π-импульса», а также разбиение на (+)- и (-)-импульсы. В последнее время были выполнены также эксперименты в условиях двухфотонного резонанса. Так, в <sup>89</sup> была обнаружена двухфотонная самопрозрачность в парах калия. Сумма энергий квантов света от рубинового лазера и его первой стоксовой компоненты в нитробензоле была близка к энергии перехода. Большая же величина матричных элементов перехода позволяла наблюдать эффект уже при потоках  $Q_{\pi} \sim 2 \text{ кэ/см}^2$ .

Остановимся, наконец, на особенностях экспериментов по когерентному взаимодействию ультракоротких импульсов света с полупроводниками. Мы уже отмечали (гл. 11) возможность эффекта, близкого к самопрозрачности, на межзонных переходах в ряде полупроводников, причем из-за большого линейного коэффициента поглощения можно предвидеть очень резкое падение поглощения и большую задержку уже в кристаллах малых размеров ( $L \lesssim 1 \text{ см}$ ). Однако поиск этих эффектов осложняется, тем, что времена релаксации в полупроводниках весьма малы. Величина времени затухания поляризации  $T'_2$  здесь определяется быстрыми электронными и электрон-фононными столкновениями, которые в обычных условиях приводят к термализации носителей в зонах.

Следовательно, нужно работать с пикосекундными импульсами и использовать, по возможности, максимально низкие температуры. Желательно также, чтобы превышение энергии кванта над шириной запрещенной зоны было меньше энергии оптических фононов  $\hbar\omega - \Delta \lesssim \hbar\omega_{\text{опт}}$ , чтобы не включать этот быстрый канал релаксации.

Для порогового потока по формуле (13.1) получим

$$Q_{\pi} \sim 10^2 \text{ Мет/см}^2 \text{ при } \tau_p \sim 10^{-12} \text{ сек, } \mu = 10^{-17} \text{ ед. CGSE.}$$

Хотя одновременное выполнение перечисленных выше требований встречает ряд трудностей, ряд когерентных эффектов в полупроводниках удалось уже наблюдать. Сюда надо отнести в первую очередь наблюдение однофотонной самопрозрачности в изящной экспериментальной



работе<sup>105</sup>. Использование пикосекундных импульсов от второй гармоники Nd-лазера и специально выращенного кристалла  $\text{CdS}_{0,6}\text{Se}_{0,4}$  позволило наблюдать резкое падение поглощения и уменьшение скорости движения импульса. В более ранних экспериментах<sup>106</sup> было обнаружено, что при распространении импульсов Nd-лазера через кристалл  $\text{CaAl}$  двухфотонное межзонное поглощение уменьшается<sup>1</sup> на несколько порядков и может возникать некоторая задержка.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Изучение эффекта самоиндуцированной прозрачности превратилось в настоящее время в довольно самостоятельную область нелинейной оптики, быстро развивающуюся как в экспериментальном, так и в теоретическом плане \*). Хотя основные физические принципы здесь уже ясны, многие важные вопросы ждут еще своего рассмотрения. Сюда надо отнести, по мнению авторов, следующее:

- 1) Связь эффекта самопрозрачности с общей теорией солитонов.
- 2) Спектральные изменения, связанные с фазовой модуляцией.
- 3) Особенности эффекта при использовании пикосекундных импульсов, генерируемых с помощью лазеров с самосинхронизацией мод.
- 4) Новые поглощающие среды, в которых может наблюдаться самопрозрачность или ее акустический и другие аналоги.
- 5) Формирование ультракоротких импульсов с использованием явления самопрозрачности.
- 6) Исследование времен релаксаций, сечений, дипольных моментов перехода, факторов Штарка и Ланде на основе измерения характеристик «2 $\pi$ -импульсов».
- 7) Возможность дальней связи в спектральных диапазонах сильного поглощения.
- 8) Построение оптоэлектронных элементов: дискриминаторы, цепи задержки, логические ячейки и т. д.

Авторы признательны Б. Я. Зельдовичу и И. И. Собельману за многочисленные обсуждения.

Физический институт им. П. Н. Лебедева  
АН СССР

### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. I. D. Abella, N. A. Kurnit, S. R. Hartman, Phys. Rev. **141**, 391 (1966).
2. G. B. Hocker, C. I. Tang, Phys. Rev. Lett. **21**, 591 (1968).
3. S. L. McCall, E. L. Hahn, Bull. Am. Phys. Soc. **10**, 1189 (1965).
4. S. L. McCall, E. L. Hahn, Phys. Rev. Lett. **18**, 908 (1967).
5. S. L. McCall, E. L. Hahn, Phys. Rev. **183**, 457 (1969).
6. П. Г. Крюков, В. С. Летохов, УФН **99**, 169 (1969); F. A. Hopf, M. O. Scully, Phys. Rev. **179**, 399 (1969).
7. А. Н. Ораевский, УФН **91**, 181 (1967).
8. F. T. Arscchi, G. L. Masserini, P. S. Schwendlimann, Riv. Nuovo Cimento **1**, 181 (1969).
9. F. T. Arscchi, E. Courtens, Phys. Rev. **A2**, 1730 (1970); E. L. Hahn, N. S. Shiren, S. L. McCall, Phys. Lett. **A37**, 265 (1971).
10. К. Н. Драбович, УФН **95**, 547 (1968).
11. S. L. McCall, E. L. Hahn, Phys. Rev. **A2**, 861 (1970).
12. A. Iosevgy, W. E. Lamb, Jr., ibid. **185**, 517 (1969).
13. Б. Б. Кадомацев, В. И. Карпман, УФН **103**, 193 (1971).
14. E. T. Jaines, W. F. Cummings, Proc. IEEE **51**, 89 (1963).

\* ) После завершения обзора появились работы<sup>107</sup>.

15. V. Weisskopf, E. Wigner, *Zs. Phys.* **63**, 54 (1930).
16. R. E. Slusher, H. H. Gibbs, *Phys. Rev.* **A5**, 1634 (1972); *ibid.* **A6**, 1255; *Phys. Rev. Lett.* **24**, 638 (1970); *Appl. Phys. Lett.* **18**, 505 (1971).
17. M. D. Crisp, *Opt. Comm.* **1**, 59 (1969).
18. A. M. Ponte-Condoleves, *Phys. Lett.* **A33**, 449 (1970).
19. P. A. Silberg, F. J. Corbett, *J. Opt. Soc. Am.* **58**, 1466 (1968).
20. L. Davidovich, J. H. Eberly, *Opt. Comm.* **3**, 32 (1971).
21. R. K. Bullough, F. Ahmad, J. C. Eilbeck, *Phys. Rev. Lett.* **27**, 330 (1971).
22. R. K. Bullough, F. Ahmad, J. C. Eilbeck, Intern. Conference on Quantum Electronics (Montreal, 1972). Digest of Technical Papers, p. 50.
23. F. Bloch, *Phys. Rev.* **70**, 460 (1946).
24. R. P. Feynman, F. L. Vernon, R. W. Hellwarth, *J. Appl. Phys.* **28**, 49 (1957).
25. В. С. Владимиров, *Уравнения математической физики*, М., «Наука», 1967.
26. F. A. Hopf, *Phys. Rev.* **A2**, 195 (1970).
27. F. A. Hopf, M. O. Scully, *ibid.* **B1**, 50 (1970).
28. E. Courten, *Phys. Rev. Lett.* **21**, 3 (1968).
29. E. Courten, A. Szöke, *Phys. Lett.* **A28**, 296 (1968).
30. D. J. Bradley, G. M. Gaddy, P. D. Smith, *Nature* **225**, 719 (1970).
31. Э. М. Белеков, И. А. Полуэктов, Препринт ФИАН СССР № 62, Москва, 1969.
32. R. E. Slusher, H. H. Gibbs, *Phys. Rev.* **A6**, 2326 (1972).
33. F. A. Hopf, C. K. Rhodes, A. Szöke, *ibid.* **B1**, 2833 (1970).
34. T. M. Pierce, E. L. Hahn, *Bull. Am. Phys. Soc.* **17**, 47 (1972).
35. I. M. Asher, *Phys. Rev.* **A5**, 349 (1972).
36. I. M. Asher, M. O. Scully, *Opt. Comm.* **3**, 395 (1971).
37. L. E. Estes, D. C. Eteson, L. M. Narducchi, *IEEE J. Quantum Electron.* **6**, 546 (1970).
38. G. L. Lamb, Jr., *Phys. Lett.* **A25**, 181 (1967).
39. D. C. Burnham, R. Y. Chiao, *Phys. Rev.* **188**, 667 (1969).
40. G. L. Lamb, Jr., *Phys. Lett.* **A29**, 507 (1969).
41. G. L. Lamb, Jr., *ibid.* **A32**, 251 (1970).
42. G. L. Lamb, Jr., *Rev. Mod. Phys.* **43**, 99 (1971).
43. S. R. Barone, *Lett. Nuovo Cimento* **3**, 156 (1972).
44. J. D. Gibbon, J. C. Eilbeck, *J. Phys.* **A5**, L122 (1972).
45. P. D. Caudey, G. D. Gibbon, J. C. Eilbeck, R. K. Bullough, *Phys. Lett.* **30**, 237 (1973).
46. G. L. Lamb, Jr., цит. в <sup>22</sup> сборник, р. 51.
47. G. L. Lamb, Jr., *Bull. Am. Phys. Soc.* **18**, 63 (1973).
48. L. Matulic, J. H. Eberly, *Phys. Rev.* **A6**, 822 (1972).
49. F. A. Hopf, G. L. Lamb, Jr., C. K. Rhodes, M. O. Scully, *ibid.* **A3**, 758 (1971).
50. M. D. Crisp, *ibid.* **A6**, 1604 (1970).
51. H. P. Grieneisen, et al., *Appl. Phys. Lett.* **21**, 559 (1972).
52. M. D. Crisp, *Bull. Am. Phys. Soc.* **16**, 71 (1971).
53. J. C. Diels, *Phys. Lett.* **A31**, 111 (1970).
54. J. C. Diels, E. L. Hahn, *Bull. Am. Phys. Soc.* **17**, 47 (1972).
55. F. T. Arecchi et al., *Phys. Lett.* **A27**, 588 (1968).
56. J. H. Eberly, *Phys. Rev. Lett.* **22**, 760 (1969).
57. M. D. Crisp, *ibid.*, p. 820.
58. S. R. Barone, *Phys. Lett.* **A32**, 8 (1970).
59. D. Dialetis, *Phys. Rev.* **A2**, 1065 (1970).
60. E. A. Mishkin, *Bull. Am. Phys. Soc.* **18**, 63 (1973).
61. J. H. Eberly, R. A. Marth, *ibid.*, p. 63.
62. L. Matulic, P. W. Milloni, J. H. Eberly, *Opt. Comm.* **4**, 181 (1971).
63. L. Matulic, *ibid.* **2**, 249 (1970).
64. Э. Т. Уиттекер, Дж. Н. Ватсон, *Курс современного анализа*, ч. 2, М., Физматгиз, 1963.
65. M. D. Crisp, *Phys. Rev.* **A5**, 1365 (1972).
66. S. Chi, S. R. Barone, *Bull. Am. Phys. Soc.* **16**, 71 (1971).
67. W. C. Ko, S. R. Barone, *ibid.* **18**, 63 (1973).
68. M. Takatsuji, *Physica* **51**, 265 (1971).
69. C. K. Rhodes, A. Szöke, A. Javan, *Phys. Rev. Lett.* **21**, 1151 (1968).
70. Л. Д. Ландау, В. М. Лифшиц, *Квантовая механика*, М., Физматгиз, 1963.
71. C. K. Rhodes, A. Szöke, *Phys. Rev.* **184**, 25 (1969).
72. A. Zembrod, Th. Grugl, *Phys. Rev. Lett.* **27**, 287 (1971).
73. C. L. Tang, H. Statz, *Appl. Phys. Lett.* **10**, 145 (1967).
74. B. D. Silverman, J. C. Suits, *Phys. Rev.* **A6**, 847 (1972).]

75. N. S. Shigen, цит. в <sup>22</sup> сборник, р. 72.
76. А. И. Алексеев, А. С. Чернов, ЖЭТФ 58, 354 (1970).
77. В. С. Ройтберг, Труды XVI научной конференции МФТИ, М., Изд. МФТИ, 1972.
78. Оптические свойства полупроводников, М., «Мир», 1970.
79. N. Tzoar, J. I. Gersten, Phys. Rev. Lett. 28, 1203 (1972).
80. Ю. П. Лисовец, И. А. Полуэктов, Ю. М. Попов, В. С. Ройтберг сборник «Квантовая электроника», вып. 5, М., «Сов. радио», 1971, стр. 28.
81. И. А. Полуэктов, Ю. М. Попов, В. С. Ройтберг, ФТП 7, 2114 (1973).
82. Дж. Займан, Принципы теории твердого тела, М., «Мир», 1966.
83. В. Л. Бонч-Бруевич, сборник «Физика твердого тела», М., «Наука», 1965.
84. Л. В. Келдыш, Г. П. Прошко, ФТТ 5, 3378 (1963).
85. П. Г. Елисеев, Тр. ФИАН СССР 52, 3 (1970).
86. А. Г. Александрия, И. А. Полуэктов, Ю. М. Попов, Препринт ФИАН СССР № 169, Москва, 1972.
87. Э. М. Беленов, И. А. Полуэктов, ЖЭТФ 56, 1407 (1969).
88. И. А. Полуэктов, В. С. Ройтберг, Кр. сообщ. физ. (ФИАН СССР), № 6, 35 (1971).
89. N. Tan-po, K. Vokoto, H. Inaba, цит. в <sup>22</sup> сборник, р. 73.
90. В. Д. Воропаев, А. Н. Ораевский, Препринт ФИАН СССР, Москва, 1966.
91. M. Takatsiyi, Phys. Rev. A4, 808 (1971).
92. И. А. Полуэктов, Ю. М. Попов, В. С. Ройтберг, сборник «Квантовая электроника», вып. 4 (10), М., «Сов. радио», 1972, стр. 111.
93. Т. Л. Гварджаладзе, И. А. Полуэктов, В. С. Ройтберг, Кр. сообщ. физ. (ФИАН СССР), № 3, 7 (1973).
94. I. M. Asher, F. A. Hopt, L. K. Kie, M. O. Scully, цит. в <sup>22</sup> сборник, р. 73.
95. G. I. Salamo, H. M. Gibbs, Bull. Am. Phys. Soc. 17, 1200 (1972).
96. C. K. N. Patel, R. E. Slusher, Phys. Rev. Lett. 19, 1019 (1967).
97. C. K. N. Patel, Phys. Rev. A1, 979 (1970).
98. C. H. Wang, J. Chem. Phys. 56, 4256 (1972).
99. J. J. Armstrong, O. L. Gaddy, IEEEJ. Quantum Electron. 8, 797 (1972).
100. C. D. David, Jr., W. M. Clark, Jr., цит. в <sup>22</sup> сборник, р. 72.
101. С. С. Алимпов, Н. В. Карлов, ЖЭТФ 61, 1778 (1971).
102. P. W. Smith, IEEE J. Quantum Electron. 6, 416 (1970).
103. R. S. Sepusha, S. S. Penner, Phys. Rev. Lett. 28, 395 (1972).
104. N. S. Shigen, Phys. Rev. B2, 2471 (1970).
105. Ф. Брюкнер, В. С. Днепровский, Д. Г. Кошуг, В. У. Хамматов, Письма ЖЭТФ 18, 27 (1973).
106. Т. Л. Гварджаладзе, А. З. Грасюк, И. К. Зубарев, П. Г. Крюков, О. Б. Шатберашвили, ibid. 13, 159 (1971); Т. Л. Гварджаладзе, А. З. Грасюк, В. А. Коваленко, ЖЭТФ 64, 446 (1973).
107. A. Shenzele, H. Haken, Zs. Phys. 258, 231 (1973); G. L. Lamb, Phys. Rev. Lett. 31, 196 (1973); H. M. Gibbs, Phys. Rev. Lett. A8, 446 (1973); J. C. Diels, B. L. Hahn, ibid., p. 1084; C. T. Lee, Opt. Comm. 9, 1 (1973); N. Wright, M. S. Newstein, ibid., p. 8; А. З. Грасюк, И. Г. Зубарев, В. В. Лобко, Ю. А. Матвеев, А. Б. Миронов, О. Б. Шатберашвили, Письма ЖЭТФ 17, 587 (1973).