

МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ

535.8

ЕЩЕ РАЗ О ВОЗМОЖНОМ И НЕВОЗМОЖНОМ В ОПТИКЕ

И. И. Собельман

Заманчивая перспектива создать оптическую систему, способную собирать расходящиеся световые потоки в узкий направленный пучок или сжимать световые пучки без увеличения их расходимости, т. е. в конечном счете повышать яркость ($\text{вт/см}^2\text{стер}$) световых пучков, в течение многих веков увлекала изобретателей. Естественно, возник вопрос: возможна ли в принципе подобная система? Теория оптических приборов дает отрицательный ответ: никакая оптическая система не может увеличить яркость светового пучка.

Доказательство этого утверждения, основанное на законе Лагранжа — Гельмгольца, можно найти в любом руководстве по оптике *). Особенно полное и детальное рассмотрение содержится в книге ¹: «Закон Лагранжа — Гельмгольца справедлив для любой оптической системы, как угодно составленной из любого числа оптических частей как отражающих, так и преломляющих. Никакими комбинациями оптических систем нельзя нарушить правильность этого закона, в котором таится гибель для всех надежд на идеальную концентрацию лучевой энергии. Более того, этот закон остается в силе даже при обобщенных оптических системах, например, состоящих из отдельных зон, как линзы маяков (линзы Френеля), или использующих какие-нибудь эффекты преломления в слоях воздуха, в которых изменяется показатель преломления, а также для светопроводов и пучков стеклянных нитей («волоконная оптика»), которые начали применяться в последнее время».

Казалось бы, вопрос полностью исчерпан. Имеются, однако, достаточно веские основания еще раз вернуться к нему. Следует сразу подчеркнуть, что речь идет не о какой-либо ревизии теории оптических приборов, а о том, можно ли ограничения на возможность преобразования световых пучков, типа закона Лагранжа — Гельмгольца, распространять на оптику вообще, т. е. придавать им универсальный характер. Часто можно встретить утверждения (см., например, ¹), что закон Лагранжа — Гельмгольца является одним из видоизменений принципа сохранения энергии, что увеличение яркости противоречит второму началу термодинамики и т. п. Так ли это на самом деле вне пределов применимости геометрической оптики?

*) Закон Лагранжа — Гельмгольца обычно записывается в виде $\mu l \sin u = \mu' l' \sin u'$, где μ и μ' — показатели преломления сред, в которых находится соответственно предмет и изображение, l и l' — поперечные размеры предмета и изображения, u и u' — углы, под которыми оптическая система видна из центра предмета и центра изображения.

Сомнения возникают немедленно, как только мы обратимся к лазерным системам. Например, в таких лазерах, как рубиновый или неодимовый, поток излучения ксеноновой лампы преобразуется в узконаправленный пучок, причем достигается громадное повышение яркости. Чем отличается рубиновый стержень с соответствующими зеркалами от «обычных» оптических приборов: телескопа, прожектора и т. п.? Какие ограничения на параметры оптических систем в широком смысле этого слова, в том числе лазерных, накладывает термодинамика и накладывает ли вообще? Именно эти вопросы будут обсуждаться ниже.

Рассмотрим линейно поляризованный световой пучок с плотностью энергии ΔE (дж/см³), сосредоточенной в спектральном интервале ω , $\omega \pm \Delta\omega$ и телесном угле ΔO . При заданных значениях ΔE , $\Delta\omega$ и ΔO пучок обладает также определенной энтропией. Плотность энтропии ΔS (см⁻³) определяется выражением (см., например, ²)

$$\Delta S = \Delta g \cdot \Delta O \cdot [(n + 1) \ln(n + 1) - n \ln n], \quad (1)$$

$$\Delta S = \frac{\omega^2 \Delta\omega}{(2\pi c)^3}, \quad \Delta E = \Delta g \cdot \Delta O \cdot \hbar \omega n, \quad (2)$$

где Δg — число осцилляторов поля для частотного интервала, ω , $\omega \pm \Delta\omega$ на единицу объема и единичный телесный угол, n — среднее число квантов на осциллятор поля.

Рассмотрим, каким образом с помощью (1) можно получить ограничения на возможные преобразования световых пучков. Согласно закону возрастания энтропии для замкнутой системы энтропия может возрастать или оставаться постоянной, но не убывать. Применим этот закон к световому пучку. Функция

$$f(n) = (n + 1) \ln(n + 1) - n \ln n \quad (3)$$

при увеличении n растет медленнее, чем n . Поэтому при $n = n_1 + n_2$ имеет место неравенство $f(n_1) + f(n_2) > f(n)$. Уже отсюда можно получить ряд ограничений (см. по этому поводу ³). Например, если разделить пучок на две части, 1 и 2, с помощью непоглощающей плоскопараллельной пластинки так, что $\Delta E = \Delta E_1 + \Delta E_2$ и $n = n_1 + n_2$, то энтропия при этом возрастает, $\Delta S_1 + \Delta S_2 > \Delta S$. Следовательно, не существует такой оптической системы, которая может восстановить первоначальный пучок, так как при таком обратном преобразовании энтропия должна уменьшиться, что противоречит закону возрастания энтропии.

Следует специально оговорить, что все это рассуждение подразумевает, что между пучками 1 и 2 имеется достаточно большая разность хода и поэтому пучки 1 и 2 не могут интерферировать. Лишь в этом случае энтропии пучков ΔS_1 и ΔS_2 аддитивны. Если же разность хода мала или равна нулю, то полная энтропия пучков 1 и 2 не равна сумме $\Delta S_1 + \Delta S_2$ и закон возрастания энтропии нельзя применять в том виде, как это было сделано выше.

Повернем пучки 1 и 2 обратно на делительную пластинку с помощью идеальных зеркал так, как это делается в интерферометре Майкельсона. При этом каждый из пучков в свою очередь разделится на две части, 1', 1'' и 2', 2'' соответственно. Обозначим через 1' и 2' пучки, которые распространяются навстречу исходному. Если зеркала установлены таким образом, что длины оптических путей пучков 1 и 2 строго одинаковы (нулевая разность хода), то, как нетрудно убедиться с помощью хорошо известных формул френелевского отражения, интерференция пучков 1' и 2'' приводит к их взаимному погашению, а интерференция пучков 1'' и 2' дает полное восстановление первоначального пучка (без учета дифракционных потерь), причем при любом спектральном составе. Если

разность хода достаточно мала, но не равна нулю, то взаимное погашение пучков 1" и 2" имеет место только для фиксированного значения длины волны λ , для которого разность хода кратна $\lambda/2$. Для сколь угодно малого, но конечного интервала длин волн $\Delta\lambda$ полного гашения пучков добиться нельзя. В случае неполяризованного светового пучка плотности энергии и энтропии аддитивны:

$$\Delta E = \sum_{\sigma=1,2} \Delta E_{\sigma}, \quad \Delta S = \Delta g \cdot \Delta O \cdot \sum_{\sigma=1,2} [(n_{\sigma} + 1) \ln(n_{\sigma} + 1) - n_{\sigma} \ln n_{\sigma}]. \quad (4)$$

Поэтому пространственное разделение пучка по поляризациям сохраняет энтропию и, следовательно, существуют оптические системы, способные восстановить первоначальный пучок при любой разности хода между пучками 1 и 2.

Рассмотрим, наконец, какие ограничения накладываются на изменение яркости пучка. Обозначим через F и F' соответственно площади входного и выходного отверстий оптической системы. Из сохранения полного потока энергии следует $F \Delta E = F' \Delta E'$, откуда $F \Delta O \cdot n = F' \Delta O' \cdot n'$, где штрихованные величины $\Delta O'$ и n' относятся к выходящему пучку *). Энтропия выходящего пучка $F' \Delta S'$ не может быть меньше, чем $F \Delta S$. Поэтому из (1) и (3) следует $F' \Delta O' \cdot f(n') \geq F \Delta O \cdot f(n)$, или

$$\frac{1}{n'} [(n' + 1) \ln(n' + 1) - n' \ln n'] \geq \frac{1}{n} [(n + 1) \ln(n + 1) - n \ln n]. \quad (5)$$

Это неравенство выполняется при $n' \leq n$. Яркость светового пучка B ($\text{вт/см}^2 \text{стер}$) связана с ΔE и n следующими соотношениями:

$$B = \frac{\Delta E}{\Delta O} c = c \hbar \omega \Delta g \cdot n, \quad (6)$$

где c — скорость света. Таким образом, согласно (5) $B' \leq B$, т. е. в полном соответствии с законом Лагранжа — Гельмгольца никакая оптическая система не может увеличить яркость светового пучка.

В рассмотренных выше примерах мы предполагали, что обмен энергией между световыми пучками и оптической системой полностью исключен. Это предположение имеет кардинальное значение. Если от него отказаться, то ситуация в корне изменится. Допустим, что при преобразовании светового пучка часть его энергии δE выделяется в системе. При этом условии, наложенное на изменение энтропии, надо записать в виде (для простоты мы положим $F = F' = 1$, что не ограничивает общности рассуждений)

$$\Delta S' + \delta S \geq \Delta S, \quad \Delta E' + \delta E = \Delta E, \quad (7)$$

где δS — приращение энтропии системы вследствие выделения в ней энергии δE .

Легко видеть, что если обеспечить выполнение неравенства $\delta S \geq \Delta S$, то на величину $\Delta S'$ никаких ограничений не накладывается и, следовательно, выходящий пучок может иметь сколь угодно большую яркость. Естественно возникает вопрос: какой частью световой энергии надо для этого пожертвовать? Не может ли оказаться, что необходимая потеря энергии окажется слишком большой? Другими словами, каково максимально возможное значение коэффициента преобразования системы

$$\eta = \frac{\Delta E'}{\Delta E} = \frac{\Delta E - \delta E}{\Delta E}, \quad (8)$$

*) Для простоты мы считаем, что площадки F , F' перпендикулярны осям соответствующих пучков.

совместимое с неравенством $\delta S \geq \Delta S$, при котором закон возрастания энтропии уже не накладывает никаких ограничений на яркость выходного пучка? Для дальнейшего удобно записать выражение для энтропии ΔS через температуру светового пучка T , определив ее, как обычно (см. ²⁾), соотношением

$$kT = \frac{\hbar\omega}{\ln(1+n^{-1})}, \text{ где } n = \frac{1}{e^{\hbar\omega/kT} - 1}. \quad (9)$$

Из (1), (9) имеем

$$\frac{\hbar\omega}{kT} \gg 1 \quad (n \ll 1), \quad \Delta S \approx \frac{\Delta E}{\hbar\omega} \ln \frac{\Delta g \cdot \Delta O \cdot \hbar\omega}{\Delta E} = \frac{\Delta E}{kT}, \quad (10)$$

$$\frac{\hbar\omega}{kT} \ll 1 \quad (n \gg 1), \quad \Delta S \approx \Delta g \cdot \Delta O \left(1 + \ln \frac{\Delta E}{\hbar\omega \cdot \Delta g \cdot \Delta O} \right) = \frac{\Delta E}{kT} \left(1 + \ln \frac{kT}{\hbar\omega} \right). \quad (11)$$

Предполагая, что энергия δE выделяется в системе при температуре T_0 (при постоянном объеме), положим $\delta S = \delta E/kT_0$, после чего

$$\eta \leq 1 - \frac{T_0}{T}, \quad \frac{\hbar\omega}{kT} \gg 1, \quad (12)$$

$$\eta \leq 1 - \frac{T_0}{T} \left(1 + \ln \frac{kT}{\hbar\omega} \right), \quad \frac{\hbar\omega}{kT} \ll 1. \quad (13)$$

Соотношения (12), (13) похожи на хорошо известное выражение для к. п. д. цикла Карно, причем температура светового пучка T соответствует температуре рабочего тела. Если при заданном значении ΔE уменьшать ΔO , т. е. увеличивать яркость B и температуру T , то энтропия пучка ΔS уменьшается. В предельном случае очень больших яркостей пучок имеет практически нулевую энтропию и формирование такого пучка в определенном смысле аналогично совершению механической работы.

Излучение в оптической области спектра всегда характеризуется сравнительно высокой температурой, значительно превышающей комнатную. Поэтому отношение T_0/T , как правило, мало. Например, для ксеноновой лампы $T \approx 10\,000^\circ\text{K}$, и при $T_0 = 300^\circ\text{K}$ имеем $T_0/T \approx 3 \cdot 10^{-2}$.

Таким образом, потери энергии, которые принципиально необходимо допустить, чтобы сделать возможным формирование светового пучка сколь угодно большой яркости, практически ничтожны. Из сказанного отнюдь не следует, что любое поглощение света должно способствовать решению этой задачи. Общие термодинамические соображения не могут подсказать конкретные пути реализации соответствующих систем. Представляется, однако, крайне важным, что если имеется возможность обмена энергией между световыми пучками и оптической системой, то термодинамика не накладывает никаких ограничений на увеличение яркости световых пучков.

Еще 15 лет назад оптических систем, способных увеличить яркость пучка света, не существовало. Теперь такие системы есть. Например, в уже упоминавшемся лазере на рубине осуществляется преобразование потока излучения ксеноновой лампы в лазерный пучок огромной яркости. При этом уменьшение энтропии светового потока компенсируется возрастанием энтропии «оптической системы». То обстоятельство, что в процессе накачки в кристалле рубина возникает инверсная населенность и излучение осуществляется за счет вынужденных переходов, ни в коей мере не препятствует рассмотрению этой системы в рамках изложенного выше подхода. Можно рассмотреть, например, импульс накачки, в течение которого кристалл возбуждается, излучает, а затем возвращается в первоначальное равновесное состояние, отдавая «застывшую» в нем энергию

термостату. Соответствующее приращение энтропии системы δS , естественно, зависит от конкретных особенностей этого цикла (постоянный объем, постоянное давление, химические превращения и т. п.), однако во всех случаях решающим является малость температуры T_0 по сравнению с T . При $T_0/T \ll 1$ термодинамика не накладывает никаких имеющих практическое значение ограничений на параметры лазерного пучка и величину коэффициента преобразования η . Конечно, не всегда удастся реализовать большие значения η , близкие к предельным из (12), (13).

Отметим в заключение, что для повышения яркости световых пучков вовсе не обязательно использовать среды с инверсной населенностью. В настоящее время осуществлены системы преобразования лазерных пучков методом вынужденного комбинационного и мандельштам-бриллюэновского рассеяния, в которых достигается увеличение яркости в десятки и сотни раз (см., например, ^{4, 5}). Рассеивающая жидкость (или газ) находится в состоянии термодинамического равновесия. Обмен энергией между световым пучком и средой обеспечивается самим актом рассеяния, в котором понижается частота световых квантов $\omega \rightarrow \omega'$ ($\omega' < \omega$). Примечательно, что понижение частоты в этом процессе, т. е. потеря энергии, является принципиальным моментом. Оно может быть очень небольшим (например, при мандельштам-бриллюэновском рассеянии $(\omega - \omega')/\omega \sim 10^{-5}$), но совершенно необходимо. На несмещенном рассеянии, когда $\omega = \omega'$, преобразователь работать не может. В более сложных случаях возможно и повышение частоты рассеянного света (например, генерация антистоксовых компонент), однако всегда процесс идет таким образом, что суммарная энтропия возрастает.

Совершенно новые возможности в преобразовании световых импульсов, в том числе и с повышением их яркости за счет сокращения длительности импульса, открывают нелинейные оптические явления, наблюдение и исследование которых стало возможным после создания мощных лазерных источников света.

Физический институт им. П. Н. Лебедева
АН СССР

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Г. Г. С л ю с а р е в, О возможном и невозможном в оптике, М., Физматгиз, 1960.
2. Л. Д. Л а н д а у, Е. И. Л и ф ш и ц, Статистическая физика, М., «Наука», 1964.
3. Г. А. Л о р е н ц, Лекции по теоретической физике. I. Теория излучения, М., ОНТИ, 1935.
4. А. З. Г р а с ю к, В. Ф. Е ф и м о в, И. Г. З у б а р е в, В. И. М и ш и н, В. Г. С м и р н о в, Письма ЖЭТФ 8, 474 (1968).
5. В. И. К о в а л е в, В. И. П о п о в и ч е в, В. В. Р а г у л ь с к и й, Ф. С. Ф а й з у л л о в, *ibid.* 14, 503 (1971).