

**ПЕРЕНОРМИРУЕМЫЕ МОДЕЛИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ
И СЛАБЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ*)****А. И. Вайнштейн, И. Б. Хриплович**

СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение	685
2. Перенормируемые векторные теории	687
3. Модели слабых и электромагнитных взаимодействий лептонов	693
4. Описание слабых и электромагнитных взаимодействий адронов	698
5. Заключение	704
Приложение	705
Цитированная литература	708

1. ВВЕДЕНИЕ

В 1934 г. Ферми¹ предложил описывать β -распад нейтрона с помощью точечного взаимодействия двух векторных токов ($\bar{p}\gamma_{\mu}h$) ($e\gamma_{\mu}\nu$). Аналогия этой модели с квантовой электродинамикой очевидна. Современный локальный вариант теории слабого взаимодействия отличается от первоначального главным образом учетом несохранения четности: используется линейная комбинация векторного и аксиального токов^{2, 3}.

Кроме того, нынешняя теория описывает не только β -распад, но и большое число других слабых процессов, причем существенным обстоятельством является универсальность слабого взаимодействия. Эффективная константа связи для таких различных слабых реакций, как β -распад, распад мюона, захват мюона протоном, оказалась одной и той же. Универсальность проще всего объяснить, предположив, что слабые взаимодействия переносятся заряженным векторным бозоном, константа связи которого со всеми токами одна и та же, подобно тому как одним и тем же оказывается электрический заряд — константа связи фотона с электромагнитными токами различных частиц. Хотя, в отличие от фотона, промежуточный векторный бозон должен обладать массой (ведь слабого дальнего действия не существует), сходство между теорией с промежуточным векторным бозоном и электродинамикой несомненно. В связи с этим представляются весьма естественными попытки построения единой теории слабых и электромагнитных (СЭМ) взаимодействий⁴⁻⁶.

Вайнбергом⁷, а также Саламом⁸, была предложена схема такого рода, в которой исходным является лагранжиан безмассовых векторных полей янг-миллсовского типа. Масса векторных частиц обусловлена их взаимодействием со скалярными полями, обладающими ненулевым вакуумным средним. Такой механизм появления массы был впервые рассмотрен Хиггсом⁹ (см. также^{10, 11}).

*) Расширенный текст обзорного доклада на научной сессии Отделения ядерной физики АН СССР (октябрь 1972 г.).

В последнее время число подобных моделей, описывающих СЭМ взаимодействия, резко возросло¹²⁻²⁴. Развитие этого направления было стимулировано успехами теории калибровочных полей и в особенности работой Г.'т Хофта²⁵, в которой была доказана перенормируемость моделей такого рода.

Дело в том, что в обычной четырехфермионной теории слабого взаимодействия амплитуды в борновском приближении степенным образом растут с энергией, что приводит к нарушению условия унитарности при энергиях, превышающих несколько сотен $Gэв$ (в СЦИ). Кроме того, рост борновских амплитуд с энергией не позволяет вычислять радиационные поправки, в частности, и для процессов при малых энергиях. С ростом порядка теории возмущений растет степень расходимости; иными словами, теория является перенормируемой (см. обзор²⁶). Введение промежуточного векторного бозона само по себе не делает теорию перенормируемой. И хотя не исключено, что трудности в перенормируемых теориях не отражают ничего, кроме нашего неумения выйти за рамки теории возмущений, перенормируемые теории тем не менее кажутся более предпочтительными.

В настоящее время имеется заметное количество перенормируемых моделей СЭМ взаимодействий лептонов и адронов. Они позволяют рассчитывать эффекты высших приближений (разумеется, без учета сильных взаимодействий), причем, как и в обычной квантовой электродинамике, разложение идет по малой константе α/π .

Настоящий обзор посвящен рассмотрению этих моделей. Перенормируемость различных векторных теорий обсуждается во второй главе. Критерий перенормируемости, используемый нами, состоит в том, что борновские амплитуды в асимптотической по энергии области не должны превышать унитарного предела²⁷. Показано, что теория массивного янг-миллсовского поля является перенормируемой, если масса вводится как затравочная, и перенормируемой, если масса возникает в результате спонтанного нарушения симметрии. Выясняется, почему введение дополнительной скалярной частицы необходимо для перенормируемости теории. Здесь же рассмотрены варианты перенормируемой электродинамики векторных бозонов.

Третья глава посвящена описанию моделей СЭМ взаимодействий лептонов. Она начинается с обсуждения того, какой симметрией должны обладать такие схемы и какие дополнительные частицы необходимо в них вводить.

Затем рассматривается модель Вайнберга⁷, содержащая нейтральные слабые токи, и модель Георги — Глэшоу¹⁵, где такие токи отсутствуют. Приведены следующие из эксперимента ограничения на параметры этих теорий.

В четвертой главе обзора рассматривается включение адронов в перенормируемые схемы. Жесткие экспериментальные ограничения на нейтральные адронные токи с изменением странности приводят к тому, что симметрия сильных взаимодействий должна быть выше, чем $SU(3)$. Обсуждается обобщение модели Вайнберга на случай адронов¹²⁻¹⁴, при котором этим требованиям удастся удовлетворить ценой введения четвертого кварка²⁸. Такая модель находится в настоящее время на грани противоречия с экспериментальными данными по нейтральным адронным токам без изменения странности. Нейтральные слабые токи вообще отсутствуют в схеме СЭМ взаимодействий адронов^{15, 19, 20}, являющейся обобщением модели Георги — Глэшоу. В заключение главы вкратце обсуждается использование перенормируемых векторных теорий для единообразного описания сильных, электромагнитных и слабых взаимодействий адронов²².

В приложении приводится рецепт получения фейнмановских правил для обсуждаемых в обзоре лагранжианов векторных полей.

Обзор не претендует на полноту изложения. В частности, в нем не рассматриваются осложнения, связанные с аномалиями в дивергенции аксиального тока²⁹. Такие аномалии возникают при учете диаграмм с фермионными петлями и приводят, вообще говоря, к неперенормируемости теории. Однако во многих моделях^{13, 15-22, 30-32} аномальные вклады разных фермионов взаимно сокращаются. Кроме того, для известных физических процессов эти осложнения возникают лишь в высоких порядках теории возмущений. Последнее обстоятельство послужило основной причиной, по которой мы не обсуждаем указанный круг вопросов.

Мы не останавливаемся также на интересном вопросе о возможности расчета в перенормируемых теориях соотношений между массами элементарных частиц^{23, 33-36}.

Кроме того, мы не обсуждаем теоретические работы³⁷⁻⁴⁴, посвященные различным доказательствам перенормируемости, выводу тождеств Уорда, построению калибровочно-инвариантных методов регуляризации для векторных полей.

Заканчивая введение, обратим внимание читателя на довольно подробный обзор⁴⁵, в котором можно найти, в частности, сведения по вопросам, не рассмотренным нами (см. также^{46, 47}).

2. ПЕРЕНОРМИРУЕМЫЕ ВЕКТОРНЫЕ ТЕОРИИ

а) В качестве критерия перенормируемости мы используем выполнение условия унитарности для асимптотического поведения борновских амплитуд реальных процессов в области энергий, ограниченной условием $(\alpha/\pi) \ln(E/m) \leq 1$. Нетрудно убедиться в эквивалентности этого критерия обычному. Действительно, по борновским амплитудам можно восстановить лагранжиан в терминах полей, описывающих физические степени свободы. В случае «хороших» борновских амплитуд такой лагранжиан будет перенормируемым, как видно из анализа размерностей.

Можно выражать радиационные поправки и непосредственно через интегралы от борновских амплитуд, используя условия аналитичности и унитарности для замкнутых петель. При этом хорошее асимптотическое поведение борновских амплитуд обеспечивает конечность числа вычитательных констант.

Специфической чертой векторных теорий является существование соотношений, следующих из калибровочной инвариантности. Требование выполнения этих соотношений в высших порядках приводит в лагранжевом подходе к проблеме калибровочно-инвариантной регуляризации. В подходе, основанном на унитарности и аналитичности, эта проблема не возникает, так как борновские амплитуды заведомо определены однозначно. При этом предполагается, однако, что по калибровочно-инвариантным тензорным структурам можно расписать не только мнимую часть амплитуды (что очевидно в случае диаграмм с одной замкнутой петлей), но и действительную. Последнее оказывается невозможным для фермионных диаграмм, приводящих к аномалиям в дивергенции аксиального тока⁴⁸. Аномалии нарушают калибровочную инвариантность, что приводит в случае их появления к неперенормируемости теорий векторных полей со спонтанным возникновением массы (см., например,¹³).

Обсудим сначала вопрос о перенормируемости безмассовых векторных полей янг-миллсовского типа⁴⁹. Напомним, что в этих теориях источниками векторных полей служат сохраняющиеся токи. Соответствующие заряды являются генераторами группы симметрии лагранжиана.

В частности, группе $SU(2)$, имеющей три генератора, соответствует триплет векторных полей \mathbf{b}_μ , лагранжиан которых имеет вид *)

$$L = -\frac{1}{4} \mathbf{b}_{\mu\nu} \mathbf{b}_{\mu\nu}, \quad \mathbf{b}_{\mu\nu} = \partial_\mu \mathbf{b}_\nu - \partial_\nu \mathbf{b}_\mu + 2g [\mathbf{b}_\mu \mathbf{b}_\nu]. \quad (1)$$

Поля, описывающие частицы с определенным зарядом, связаны с эрмитовыми полями b_μ следующим образом:

$$b_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} (b_\mu^\dagger \mp i b_\mu^2), \quad b_\mu^0 = b_\mu^3. \quad (2)$$

Проверим выполнение критерия перенормируемости для амплитуды упругого рассеяния векторных частиц. Эта амплитуда в случае процесса

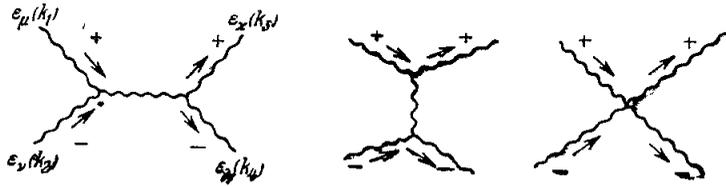


Рис. 1.

$b^+ b^- \rightarrow b^+ b^-$ описывается диаграммами, приведенными на рис. 1. Из лагранжиана (1) нетрудно получить следующие выражения для вершин:

$$\Gamma_{\mu\nu\lambda}^{+-0}(k_+, k_-, k_0) = 2g [-\delta_{\mu\nu}(k_+ - k_-)_\lambda - \delta_{\nu\lambda}(k_- - k_0)_\mu - \delta_{\lambda\mu}(k_0 - k_+)_\nu], \quad (3a)$$

$$\Gamma_{\mu\nu\lambda}^{-+0} = 4g^2 (2\delta_{\mu\lambda}\delta_{\nu\kappa} - \delta_{\mu\nu}\delta_{\kappa\lambda} - \delta_{\mu\kappa}\delta_{\nu\lambda}). \quad (3б)$$

Выписывая выражения (3а), (3б), мы считаем все частицы выходящими. Что касается пропагатора векторного поля, то его продольная часть, как и в случае пропагатора фотона в квантовой электродинамике, не может быть определена, если не налагать дополнительных условий. Однако эта часть выпадает из выражения для борновских амплитуд, если внешние частицы являются реальными. Действительно, из (3а) следует, что

$$k_{0\lambda} \Gamma_{\mu\nu\lambda}^{+-0}(k_+, k_-, k_0) \varepsilon_\mu(k_+) \varepsilon_\nu(k_-) = 2g [(k_+^2 - k_-^2) \delta_{\mu\nu} - k_{+\mu} k_{+\nu} + k_{-\mu} k_{-\nu}] \varepsilon_\mu(k_+) \varepsilon_\nu(k_-) = 0, \quad (4)$$

если только

$$k_+^2 = k_-^2, \quad k_{+\mu} \varepsilon_\mu(k_+) = k_{-\nu} \varepsilon_\nu(k_-) = 0. \quad (4a)$$

Условия (4а) заведомо выполнены для реальных состояний.

Таким образом, амплитуда процесса $b^+(k_1) + b^-(k_2) \rightarrow b^+(k_3) + b^-(k_4)$ может быть представлена в виде

$$M = \varepsilon_\mu(k_1) \varepsilon_\nu(k_2) \varepsilon_\kappa(k_3) \varepsilon_\lambda(k_4) \left[\Gamma_{\nu\mu\rho}^{+-0}(-k_2, -k_1, k_1 + k_2) \frac{1}{(k_1 + k_2)^2} \times \right. \\ \times \Gamma_{\lambda\rho}^{+-0}(k_3, k_4, -k_3 - k_4) + \Gamma_{\mu\rho}^{+-0}(k_3, -k_1, k_1 - k_3) \frac{1}{(k_1 - k_3)^2} \times \\ \left. \times \Gamma_{\nu\lambda\rho}^{+-0}(-k_2, k_4, k_2 - k_4) + \Gamma_{\mu\nu\lambda}^{-+0} \right]. \quad (5)$$

Так как трехмерно-поперечные векторы поляризации безмассовых частиц не растут с энергией, то асимптотическое поведение амплитуды M соответствует перенормируемой теории. Заметим, что парциальные

*) Отметим, что часто используется определение константы g , получающееся из принятого нами заменой $2g \rightarrow g$.

амплитуды содержат здесь расходимость, связанную с обменом безмассовой частицей, однако эта расходимость не имеет отношения к высокоэнергетическому поведению.

Нетрудно убедиться в том, что высокоэнергетическое поведение всех борновских амплитуд хорошее (такое же, как, например, в электродинамике скалярных частиц), так что теория является перенормируемой. Перенормируемость сохраняется и при учете взаимодействия с полями спина 0 и 1/2, если оно вводится минимальным образом, как взаимодействие с током изоспина.

Векторный бозон с массой отличается от безмассового наличием состояния с нулевой спиральностью. Соответствующий вектор поляризации имеет вид

$$\epsilon_\nu = \left(\frac{|\mathbf{k}|}{\mu}, \frac{\mathbf{k}}{|\mathbf{k}|} \frac{\omega}{\mu} \right) = \frac{k_\nu}{\mu} \frac{\omega}{|\mathbf{k}|} - n_\nu \frac{\mu}{|\mathbf{k}|}, \quad k_\nu \epsilon_\nu = 0, \quad (6)$$

где $n_\nu = (1, 0, 0, 0)$. Рост ϵ_ν с энергией в общем случае может привести к недопустимому для перенормируемых теорий росту борновских амплитуд.

В случае нейтрального векторного поля член k_ν/μ в выражении (6) для ϵ_ν не дает вклада в амплитуды физических процессов, если ток сохраняется. В случае векторных полей, взаимодействующих между собой, также естественно ожидать, что с ростом энергии амплитуды ведут себя лучше всего в теориях янг-миллсовского типа, где токи сохраняются. Однако если ввести массу в лагранжиан (1) обычным образом, добавив к нему $(1/2) \mu^2 \mathbf{b}_\mu \mathbf{b}_\mu$, то сохранение тока, хотя и приводит к частичному уменьшению степени роста амплитуды, но не обеспечивает перенормируемости ⁵⁰⁻⁵².

Для доказательства неперенормируемости достаточно рассмотреть амплитуду упругого рассеяния заряженных квантов нулевой спиральности (см. рис. 1). Пропагатор векторной частицы с массой имеет вид $-i [\delta_{\mu\nu} - (k_\mu k_\nu / \mu^2)] (k^2 - \mu^2)^{-1}$. Однако члены, пропорциональные $k_\mu k_\nu$, не дают вклада, как и в безмассовом случае, в силу соотношений (4), (4а). Поэтому выражение для борновской амплитуды можно получить из (5) заменой $1/k^2 \rightarrow 1/(k^2 - \mu^2)$. Используя для векторов поляризации выражение (6), находим, что в асимптотической области борновская амплитуда квадратично растет с энергией (в СЦИ):

$$M \approx \frac{2g^2}{\mu^2} (k_1 k_2 - k_1 k_3). \quad (7)$$

Если бы взаимодействие не имело янг-миллсовского вида, эта амплитуда росла бы как четвертая степень энергии, но в рассматриваемом случае такие вклады от разных диаграмм взаимно сокращаются. Однако и квадратичного роста достаточно для неперенормируемости теории.

б) Поскольку обычное введение массы в лагранжиан янг-миллсовского поля приводит к неперенормируемости, естественно обратиться к теориям ^{9, 11}, в которых масса векторного поля возникает за счет спонтанного нарушения симметрии.

Рассмотрим калибровочно-инвариантный лагранжиан, описывающий взаимодействие янг-миллсовского триплета \mathbf{b}_μ с дублетом

$$\varphi = \begin{pmatrix} \varphi^+ \\ \varphi^0 \end{pmatrix}$$

скалярных полей:

$$L = -\frac{1}{4} \mathbf{b}_{\mu\nu} \mathbf{b}_{\mu\nu} + (D_\mu \varphi)^\dagger (D_\mu \varphi) + m^2 \varphi^\dagger \varphi - f^2 (\varphi^\dagger \varphi)^2; \quad (8)$$

в этой формуле

$$D_\mu \varphi = \partial_\mu \varphi - ig (\tau \mathbf{b}_\mu) \varphi, \quad (8a)$$

τ — матрицы Паули. Лагранжиан (8) является инвариантом следующих калибровочных преобразований ⁴⁹:

$$b_\mu = S^{-1} \left[b'_\mu + \frac{i}{g} \partial_\mu S \cdot S^{-1} \right] S, \quad \varphi = S^{-1} \varphi', \quad (9)$$

где S — унитарная унимодулярная матрица, зависящая от координат, а $b'_\mu = \tau \mathbf{b}_\mu$.

Обратим внимание на противоположный обычному знак массового члена поля φ . «Неправильный» знак приводит к тому, что при рассмотрении полей как классических решение $\varphi(x) \equiv 0$ не соответствует минимуму энергии. Такой минимум дается не зависящими от x решениями, для которых $\varphi_0^+ \varphi_0 = m^2/2f^2$. Ориентацию осей в изотопическом пространстве всегда можно выбрать так, что

$$\varphi_0 = \frac{m}{\sqrt{2}f} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (10)$$

«Истинным» полем будем считать разность $\varphi(x) - \varphi_0$, которую можно представить в виде

$$\varphi(x) - \varphi_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} (\sigma + i\tau\psi) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (11)$$

где σ и ψ — эрмитовы поля.

Отметим, что все рассуждения, касающиеся поля $\varphi(x)$, можно опустить и не придавать этому полю физического смысла, а рассматривать как исходный, лагранжиан полей \mathbf{b}_μ , σ и ψ , возникающий при подстановке (11) в (8). Такой лагранжиан по-прежнему является градиентно-инвариантным. Калибровочные преобразования полей σ и ψ можно получить, подставив (11) в (9). Чтобы установить, какие частицы описывает теория, удобно выбрать калибровку, в которой $\psi(x) \equiv 0$. При этом лагранжиан имеет форму

$$L = -\frac{1}{4} \mathbf{b}_{\mu\nu} \mathbf{b}_{\mu\nu} + \frac{1}{2} g^2 \left(\frac{m}{f} + \sigma \right)^2 \mathbf{b}_\mu \mathbf{b}_\mu + \frac{1}{2} \partial_\mu \sigma \partial_\mu \sigma - m^2 \sigma^2 - fm\sigma^3 - \frac{f^2}{4} \sigma^4. \quad (12)$$

Он описывает триплет векторных полей \mathbf{b}_μ с массой $\mu = gm/f$ (в обычном формализме Прокá ⁵³) и скалярное поле σ с массой $m\sqrt{2}$. Рассмотренный механизм возникновения массы векторного поля за счет взаимодействия со скалярным полем, обладающим ненулевым вакуумным средним, называют феноменом Хиггса.

К чему бы привело спонтанное нарушение симметрии, если выключить взаимодействие с векторным полем \mathbf{b}_μ ? Подставляя (11) в (8) и полагая $\mathbf{b}_\mu \equiv 0$, приходим к известному лагранжиану σ -модели ⁵⁴

$$L = \frac{1}{2} (\partial_\mu \sigma \partial_\mu \sigma + \partial_\mu \psi \partial_\mu \psi) - m^2 \sigma^2 - fm\sigma (\sigma^2 + \psi^2) - \frac{f^2}{4} (\sigma^2 + \psi^2)^2. \quad (13)$$

Он описывает поле σ с массой $m\sqrt{2}$ и триплет полей ψ с нулевой массой. Утверждение о появлении безмассовых частиц при спонтанном нарушении симметрии составляет содержание теоремы Голдстоуна ^{55, 56}.

Спонтанное нарушение симметрии в присутствии безмассового векторного поля приводит к тому, что поля ψ можно интерпретировать как нулевые спиральности векторного поля, которое приобретает массу, так что безмассовых частиц в теории не остается. К этому и сводится феномен Хиггса.

Обсудим теперь перенормируемость рассматриваемой теории векторных полей. Посмотрим, как ведет себя в ней при больших энергиях амплитуда упругого рассеяния двух заряженных квантов нулевой спиральности. Для этого процесса, кроме диаграмм рис. 1, лагранжиан (12) приводит к новым диаграммам (рис. 2), связанным с введением σ -частиц (соответствующие линии обозначены пунктиром). Нетрудно получить следующее выражение для матричного элемента, соответствующего диаграммам рис. 2:

$$\Delta M = -4g^2\mu^2 \left[\frac{(\epsilon_1\epsilon_2)(\epsilon_3\epsilon_4)}{(k_1+k_2)^2-2m^2} + \frac{(\epsilon_1\epsilon_3)(\epsilon_2\epsilon_4)}{(k_1-k_3)^2-2m^2} \right]. \quad (14)$$

Подставляя ϵ_i в виде (6), убеждаемся, что растущие с энергией части M (см. (7)) и ΔM взаимно сокращаются, так что амплитуда $M + \Delta M$ не превышает унитарного предела.

Для общего рассмотрения процессов с квантами нулевой спиральности⁵⁷ удобно перейти к кулоновской калибровке, в которой поле \mathbf{b}_μ удовлетворяет условию трехмерной поперечности $\partial_m \mathbf{b}_m = 0$ и описывает кванты спиральности ± 1 , а кванты нулевой спиральности описываются полями ϕ . Стандартный анализ лагранжиана, который возникает при подстановке $\phi(x)$ из (11) в (8), показывает, что асимптотическое поведение всех борновских амплитуд хорошее (такое же, как, скажем, в скалярной электродинамике), так что теория является перенормируемой.

С нашей точки зрения, наиболее существенным в схеме является то, что вследствие отличия от нуля вакуумного среднего поля ϕ скалярные поля ϕ могут интерпретироваться как нулевые спиральности векторных полей. Сама же перенормируемость теории представляется очевидной. Дело в том, что на высокоэнергетическом поведении борновских амплитуд, соответствующих лагранжиану (8), не сказываются ни массы частиц, ни пропорциональные им сдвиги полей. Иными словами, амплитуды асимптотически ведут себя так же, как в перенормируемой теории безмассового янг-миллсовского поля, взаимодействующего с дублетом скалярных частиц.

Хотя кулоновская калибровка позволяет в принципе решить вопрос о перенормируемости теории, для конкретных вычислений она неудобна из-за нековариантности. Калибровка Прокá, несмотря на ковариантность, также неудобна для вычисления радиационных поправок: вклады отдельных диаграмм в ней сильно расходятся. Фейнмановские правила для векторных полей янг-миллсовского типа в «хороших» ковариантных калибровках были построены методом континуального интегрирования Де Виттом⁵⁸, Фаддеевым и Поповым⁵⁹, Фрадкиным и Тютиним⁶⁰. В приложении в конце статьи мы приводим рецепт получения этих правил.

в) Хотелось бы пояснить с несколько иной точки зрения⁶¹, почему введение дополнительной скалярной частицы оказалось необходимым для получения перенормируемой теории векторных полей с массой *).

Характерным для векторных теорий является наличие группы симметрии, связанной с локальными калибровочными преобразованиями.

*) Этот раздел может быть читателем опущен без ущерба для понимания дальнейшего.

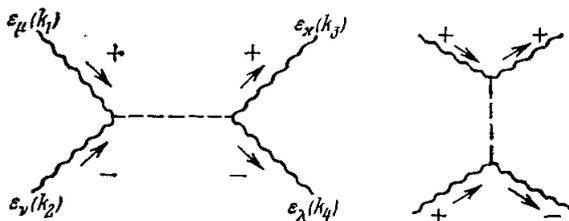


Рис. 2.

Чтобы рассмотреть следствия этой симметрии, удобно перейти в кулоновскую калибровку с помощью подстановки

$$b_\mu = U^{-1} \left(b_\mu^c + \frac{i}{g} \partial_\mu U \cdot U^{-1} \right) U, \quad b_\mu = \tau \mathbf{b}_\mu, \quad (15)$$

где b_μ^c удовлетворяет условию $\partial_m b_m^c = 0$ ($m = 1, 2, 3$) и описывает кванты спиральности ± 1 , а U — унитарная унимодулярная матрица, определяемая тремя полями $\xi(x)$ (например, $U(x) = [1 - (ig/2\mu) \tau \xi(x)] [1 + (ig/2\mu) \tau \xi(x)]^{-1}$). Поля $\xi(x)$ соответствуют квантам нулевой спиральности. Калибровочная инвариантность для полей $b_\mu^c(x)$ и $\xi(x)$ сводится к инвариантности относительно не зависящих от координат преобразований

$$b_\mu^c = S^{-1} b_\mu^c S, \quad U(\xi) = S^{-1} U(\xi'). \quad (16)$$

Для полей ξ эти преобразования, очевидно, не совпадают с изотопически. В результате полной группой симметрии обсуждаемой теории оказывается $SU(2) \otimes SU(2)$, причем поля ξ образуют нелинейную реализацию представления $(1/2, 1/2)$ этой группы, аналогично пионам в киральной $SU(2) \otimes SU(2)$ -симметрии. Именно поэтому лагранжиан полей нулевой спиральности при обычном введении массы в векторную теорию имеет вид⁵²

$$L = \frac{1}{2} \frac{\partial_\mu \xi \partial_\mu \xi}{[1 + (g^2/4\mu^2) \xi^2]^2}, \quad (17)$$

совпадающий с известным лагранжианом пионов⁶². Существенная нелинейность выражения (17) приводит к неперенормируемости теории.

Однако если в теории есть дополнительная скалярная частица, то представление $(1/2, 1/2)$ группы $SU(2) \otimes SU(2)$ может быть реализовано линейно. При этом исчезает необходимость в существенной нелинейности лагранжиана.

Вид перенормируемого и $SU(2) \otimes SU(2)$ -инвариантного лагранжиана на четырех эрмитовых полях $\tilde{\sigma}$ и ψ определяется однозначно⁵¹:

$$L = \frac{1}{2} \text{Sp} [\partial_\mu \Phi^+ \partial_\mu \Phi + m^2 \Phi^+ \Phi - f^2 (\Phi^+ \Phi)^2]; \quad (18)$$

здесь матрица Φ равна

$$\Phi = \frac{1}{\sqrt{2}} (\tilde{\sigma} + i\psi\tau). \quad (18a)$$

Она ведет себя как спинор по каждому из индексов в отдельности, что и соответствует $SU(2) \otimes SU(2)$ -симметрии лагранжиана. Легко видеть, что лагранжианы (18) и (13) совпадают, если учесть соотношение $\tilde{\sigma} = (m/f) + \sigma$.

Отметим, что лагранжиан (12) физических полей \mathbf{b}_μ и σ обладает лишь изотопической симметрией. По отношению к спонтанно нарушенной подгруппе симметрии эти поля являются синглетами. Однако при больших импульсах, где всеми массами можно пренебречь, восстанавливается исходная $SU(2) \otimes SU(2)$ -симметрия: поле σ и нулевые спиральности полей \mathbf{b}_μ снова группируются в квадруплет. Поэтому рассматриваемая теория может служить примером реализации асимптотической симметрии.

г) Имея в виду описание электромагнитных взаимодействий, укажем, как добавить в рассмотренную схему безмассовое векторное поле. Нужно ввести в лагранжиан (8) синглет a_μ , взаимодействующий с током гиперзаряда поля ϕ . Для этого следует добавить к (8) лагранжиан свободного поля a_μ , а $D_\mu \phi$ определить следующим образом:

$$D_\mu \phi = \partial_\mu \phi - ig(\tau \mathbf{b}_\mu) \phi + ig' a_\mu \phi. \quad (19)$$

В результате лагранжиан векторных и скалярных частиц имеет вид

$$L = -\frac{1}{4} \mathbf{b}_{\mu\nu} \mathbf{b}_{\mu\nu} - \frac{1}{4} a_{\mu\nu} a_{\mu\nu} + (D_\mu \varphi)^\dagger (D_\mu \varphi) + m^2 \varphi^\dagger \varphi - f^2 (\varphi^\dagger \varphi)^2; \quad (20)$$

здесь $a_{\mu\nu} = \partial_\mu a_\nu - \partial_\nu a_\mu$.

Нетрудно убедиться в том, что вследствие спонтанного нарушения симметрии (отличия от нуля вакуумного среднего поля φ) линейная комбинация нейтральных векторных полей

$$Z_\mu = \frac{1}{\sqrt{g^2 + g'^2}} (g b_\mu^3 + g' a_\mu) \quad (21a)$$

приобретает массу $\mu_Z = (\sqrt{g^2 + g'^2}/f) m$, а поле

$$A_\mu = \frac{1}{\sqrt{g^2 + g'^2}} (-g' b_\mu^3 + g a_\mu) \quad (21b)$$

остаётся безмассовым.

С другой стороны, можно построить теорию, в которой есть лишь триплет векторных полей, причем масса возникает только у заряженных частиц. Для построения такой схемы следует использовать вместо дублета φ эрмитов триплет скалярных полей, нейтральная компонента которого имеет ненулевое вакуумное среднее. Остальные компоненты триплета описывают нулевые спиральности векторных заряженных полей. Явный вид соответствующего лагранжиана приведен ниже (см. раздел в) гл. 3).

Эти схемы могут рассматриваться как перенормируемые модели электродинамики векторных бозонов.

3. МОДЕЛИ СЛАБЫХ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ ЛЕПТОНОВ

а) В обсуждаемых моделях слабые взаимодействия переносятся массивными векторными бозонами. Для описания известных слабых процессов среди них заведомо должны быть заряженные. Чтобы сделать перенормируемыми электромагнитные взаимодействия векторных бозонов, необходимо, как мы видели, введение нейтральной скалярной частицы.

Далее, взаимодействие векторных бозонов с лептонами следует вводить так, чтобы токи — источники векторных полей — по-прежнему сохранялись, иначе нарушится перенормируемость. Заряды, соответствующие этим токам, являются генераторами $SU(2)$ -группы в случае трех векторных полей и $SU(2) \otimes U(1)$ — в случае четырех. Поэтому лептоны должны быть объединены в мультиплеты по $SU(2)$ -группе, которые мы будем называть изотопическими (по аналогии с адронами).

Если в модели есть лишь три векторных поля W_μ^+ , W_μ^- и электромагнитное A_μ , то они взаимодействуют с током изоспина лептонов¹⁵. При этом электрический заряд совпадает с T_3 — третьей проекцией изоспина, так что средний заряд лептонных мультиплетов должен равняться нулю. Если учесть сохранение мюонного заряда, то известные лептоны (e , ν_e и μ , ν_μ) можно сгруппировать лишь в синглеты и дублеты, причем средний электрический заряд дублетов отличен от нуля. Чтобы построить мультиплеты с нулевым средним зарядом, следует ввести два новых заряженных лептона — партнеры к e , ν_e и к μ , ν_μ . Кроме того, чтобы описать несохранение четности, необходимо ввести еще два нейтральных тяжелых лептона. К обсуждению такой модели мы вернемся ниже (раздел в) гл. 3).

Если же не вводить новых лептонов, то для правильной связи электрического заряда с проекцией изоспина лептонам следует приписать гиперзаряд. С током гиперзаряда взаимодействует дополнительное изоскалярное векторное поле (см. раздел г) гл. 2).

Необходимость введения в перенормируемой теории дополнительного нейтрального векторного бозона или новых лептонов можно проиллюстрировать на следующем примере ^{45, 63}. Рассмотрим процесс $\nu_e \bar{\nu}_e \rightarrow W^+ W^-$. В обычной теории слабых взаимодействий с промежуточным векторным бозоном этот процесс описывается одной диаграммой (рис. 3). В случае рождения квантов нулевой спиральности соответствующая амплитуда квадратично растет с энергией. При введении в теорию дополнительных

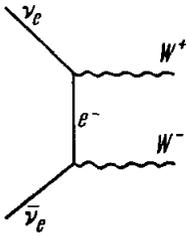


Рис. 3.

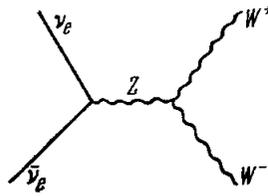


Рис. 4.

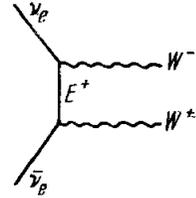


Рис. 5.

частиц этот рост компенсируется вкладом диаграммы с нейтральным векторным бозоном в *s*-канале (рис. 4) либо вкладом диаграммы с фермионным полюсом в *u*-канале, соответствующим новому заряженному лептону (рис. 5).

б) В этом разделе мы обсудим модель СЭМ взаимодействий лептонов, предложенную Вайнбергом ⁷. В ней новые лептоны отсутствуют, а известные сгруппированы в дублет

$$L = \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix}$$

и синглет $R = e_R$, где $l_{L,R} = [(1 \pm \gamma_5)/2]l$. Мюон и мюонное нейтрино включаются в теорию аналогично e и ν_e . Поэтому в дальнейшем соответствующие выражения не выписываются явно.

Определяя гиперзаряд Y из соотношения $Q = T_3 + (Y/2)$, находим, что для дублета $Y = -1$, а для синглета $Y = -2$.

Лагранжиан взаимодействия лептонов с векторными бозонами строится из свободного

$$L_l^0 = i\bar{L}\gamma_\mu\partial_\mu L + i\bar{R}\gamma_\mu\partial_\mu R, \tag{22}$$

как и в электродинамике, путем удлинения производных

$$\partial_\mu \rightarrow \partial_\mu - 2igTb_\mu + ig'Ya_\mu, \tag{23}$$

где T — матрицы изоспина, а Y — гиперзаряд частицы. Конкретно,

$$\begin{aligned} \partial_\mu L &\rightarrow (\partial_\mu - igtb_\mu - ig'a_\mu) L, \\ \partial_\mu R &\rightarrow (\partial_\mu - 2ig'a_\mu) R. \end{aligned} \tag{23a}$$

Что касается массы электрона, то ее обычное включение в лагранжиан нарушило бы симметрию и тем самым перенормируемость теории. Если же ввести перенормируемое взаимодействие вида

$$-h(\bar{L}\phi R + \bar{R}\phi^+L), \tag{24}$$

то масса электрона возникает за счет *c*-числовой части ϕ — дублета скалярных полей. Одновременно возникает и взаимодействие поля σ с электроном.

Такой механизм возникновения массы электрона, так же как и появление массы векторного поля, представляет собой спонтанное нарушение симметрии. Симметрия восстанавливается в области больших импульсов.

Вид взаимодействия векторных частиц между собой и со скалярным полем σ уже обсуждался выше (см. (20)). Как указывалось в разделе г) гл. 2, определенной массой обладают поля

$$\left. \begin{aligned} W_\mu^\pm &= b_\mu^\pm = \frac{b'_\mu \mp i b''_\mu}{\sqrt{2}}, \quad \mu_W = \frac{g}{f} m, \\ Z_\mu &= \frac{1}{\sqrt{g^2 + g'^2}} (g b_\mu^3 + g' a_\mu), \quad \mu_Z = \frac{\sqrt{g^2 + g'^2}}{f} m, \\ A_\mu &= \frac{1}{\sqrt{g^2 + g'^2}} (-g' b_\mu^3 + g a_\mu), \quad \mu_A = 0. \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

Лептонная часть лагранжиана (см. (22), (23а)), выраженная через эти поля, записывается в виде

$$\begin{aligned} L_l &= \bar{e} i \gamma_\mu \partial_\mu e + \bar{\nu}_e i \gamma_\mu \frac{1 + \gamma_5}{2} \partial_\mu \nu_e - m_e \left(1 + \frac{g}{\mu_W} \sigma \right) \bar{e} e + \\ &+ \frac{2gg'}{\sqrt{g^2 + g'^2}} A_\mu \bar{e} \gamma_\mu e + \frac{g}{\sqrt{2}} [W_\mu^+ \bar{\nu}_e \gamma_\mu (1 + \gamma_5) e + W_\mu^- \bar{e} \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \nu_e] + \\ &+ \frac{1}{2} \sqrt{g^2 + g'^2} Z_\mu [\bar{e} \gamma_\mu \left(\frac{3g'^2 - g^2}{g'^2 + g^2} - \gamma_5 \right) e + \bar{\nu}_e \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \nu_e] + \\ &+ (e \rightarrow \mu, \nu_e \rightarrow \nu_\mu). \end{aligned} \quad (26)$$

Из этого выражения следует, что электрический заряд e и константа слабого взаимодействия G равны

$$\begin{aligned} e &= \frac{2gg'}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \equiv 2g \sin \theta, \\ \frac{G}{\sqrt{2}} &= \frac{f^2}{2m^2} = \frac{g^2}{2\mu_W^2}. \end{aligned} \quad (27)$$

В результате возникают следующие ограничения:

$$\begin{aligned} \mu_W &= \frac{1}{\sin \theta} \sqrt{\frac{\pi \alpha}{G \sqrt{2}}} \geq 37,3 \text{ Гэв}, \\ \mu_Z &= \frac{2}{\sin 2\theta} \sqrt{\frac{\pi \alpha}{G \sqrt{2}}} \geq 74,6 \text{ Гэв}. \end{aligned} \quad (28)$$

Характерным для модели является существование нейтральных слабых токов. Заметим, что для электронов и мюонов они не имеют $V - A$ структуры.

Нейтральные токи наряду с обычными заряженными дают вклад в рассеяние ν_e и $\bar{\nu}_e$ на электроне. В настоящее время имеется экспериментальное ограничение⁶⁴ (с достоверностью 90%)

$$\sigma(\bar{\nu}_e e \rightarrow \bar{\nu}_e e) \leq 3,0 \sigma_{V-A}(\bar{\nu}_e e \rightarrow \bar{\nu}_e e), \quad (29)$$

где σ_{V-A} определяется стандартной $V - A$ -теорией слабых взаимодействий², в которой отсутствуют нейтральные токи. Из ограничения (29) следует⁶⁵, что

$$\sin^2 \theta = \frac{g'^2}{g^2 + g'^2} < 0,32. \quad (30)$$

Другими лептонными процессами, критичными для проверки модели Вайнберга, являются реакции рассеяния ν_μ и $\bar{\nu}_\mu$ на электроны, которые идут только за счет нейтральных токов^{65, 66}. Существующие экспериментальные данные приводят к следующим ограничениям для сечений и угла смешивания^{67, 68}:

$$\left. \begin{aligned} \sigma(\nu_\mu e \rightarrow \nu_\mu e) &< 0,16\sigma_{V-A}(\nu_e e \rightarrow \nu_e e), \\ \sigma(\bar{\nu}_\mu e \rightarrow \bar{\nu}_\mu e) &< 0,55\sigma_{V-A}(\nu_e e \rightarrow \nu_e e), \\ 0,1 &< \sin^2 \theta < 0,6; \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

здесь $\sigma_{V-A}(\nu_e e \rightarrow \nu_e e) = 1,6 \cdot 10^{-41} (E_\nu / \Gamma_{ee}) \text{ см}^2$.

Что касается взаимодействия скалярного поля σ с лептонами, то соответствующая константа

$$\frac{\hbar}{\sqrt{2}} = m_\sigma \sqrt{G \sqrt{2}} \quad (32)$$

весьма мала ($2 \cdot 10^{-6}$ для e и $4 \cdot 10^{-4}$ для μ).

Отметим, что вклад слабых взаимодействий в g -фактор мюона в рассматриваемой схеме имеет порядок⁶⁹

$$\frac{Gm_\mu^2}{\sqrt{2} 8\pi^2} \sim 10^{-9},$$

в то время как существующая экспериментальная точность $\sim 3 \cdot 10^{-7}$ (см. ⁷⁰). Хотя в общем случае радиационные поправки могут быть $\sim \alpha/\pi$ (при $\mu_Z \sim \mu_W \sim m$), вклад в g -фактор содержит квадрат массы лептона. Дело в том, что исходные взаимодействия сохраняют спиральность в пределе нулевой массы лептонов. Поэтому в таком пределе равен нулю вклад слабых взаимодействий в аномальный магнитный момент, приводящий к перевероту спиральности, так что

$$\Delta\mu \sim \frac{g^2}{32\pi^2} \frac{m_\mu}{\mu_W^2}.$$

в) Перейдем теперь к обсуждению модели¹⁵, в которой единственным нейтральным током является электромагнитный и векторные поля образуют триплет \mathbf{b}_μ :

$$\left(\frac{b_\mu^1 - ib_\mu^2}{\sqrt{2}}, b_\mu^3, \frac{b_\mu^1 + ib_\mu^2}{\sqrt{2}} \right) = (W_\mu^+, A_\mu, W_\mu^-).$$

Как отмечалось в разделе г) гл. 2, заряженные поля W_μ^\pm приобретают массу за счет взаимодействия с триплетом скалярных полей Φ . Соответствующий лагранжиан имеет вид²⁵

$$L_V = -\frac{1}{4} \mathbf{b}_{\mu\nu} \mathbf{b}_{\mu\nu} + \frac{1}{2} (\partial_\mu \Phi - e \mathbf{b}_\mu \times \Phi) (\partial_\mu \Phi - e \mathbf{b}_\mu \times \Phi) + \frac{m^2}{2} \Phi^2 - \frac{f^2}{4} \Phi^4; \quad (33)$$

здесь $\mathbf{b}_{\mu\nu}$ определяется формулой (1) с заменой $2g \rightarrow -e$. Так же как и в модели, рассмотренной в разделе б) гл. 2, нейтральная компонента Φ имеет ненулевое вакуумное среднее, $\Phi^3 = \frac{m}{f} + \sigma$. Что же касается полей Φ^\pm , то они могут быть устранены выбором калибровки. Масса полей W_μ^\pm равна $\mu_W = \frac{e}{f} m$; электромагнитное поле A_μ , разумеется, остается безмассовым.

Лептоны в этой модели должны быть сгруппированы в мультиплет со средним электрическим зарядом, равным нулю (см. раздел а) гл. 3). При этом число новых частиц минимально, если лептоны объединять

в триплет E :

$$\left(\frac{E^1 - iE^2}{\sqrt{2}}, E^3, \frac{E^1 + iE^2}{\sqrt{2}} \right) = (X^+, \nu', e^-); \quad (34)$$

здесь X^+ , ν' , e^- — четырехкомпонентные спиноры, e^- описывает электрон, X^+ — новый заряженный лептон, масса которого должна быть достаточно большой, чтобы не было противоречия с экспериментом. Что же касается ν' , то этот спинор не может описывать только электронное нейтрино, так как имеет четыре компоненты. Две «лишние» компоненты описывают правовинтовое состояние, так что теория содержит новый нейтральный лептон X^0 . Если бы масса X^0 равнялась нулю, то этот лептон был бы просто правовинтовым нейтрино, взаимодействующим точно так же, как и обычное левовинтовое. Иными словами, четность сохранялась бы. Этого, впрочем, следовало ожидать, так как слабые токи и сохраняющий четность электромагнитный ток входят в один мультиплет. Таким образом, несохранение четности возникает лишь за счет отличия от нуля массы X^0 .

Спинор ν' представляется в следующем виде:

$$\nu' = \nu_L \sin \beta + X_L^0 \cos \beta + X_R^0, \quad (35)$$

где $X_{L,R}^0 = (1/2)(1 \pm \gamma_5) X^0$, β — угол смешивания X_L^0 и ν_L . Ортогональная к ν_L' комбинация

$$s_L = -\nu_L \cos \beta + X_L^0 \sin \beta \quad (36)$$

является синглетом группы. Инвариантный лагранжиан лептонов записывается в виде

$$L_l = \bar{E} i \gamma_\mu (\partial_\mu E - e [b_\mu, E]) + \bar{s}_L i \gamma_\mu \partial_\mu s_L - m_0 \bar{E} E + i h_1 \varphi [\bar{E}, E] - h_2 \varphi (\bar{E} s_L + \bar{s}_L E). \quad (37)$$

Включение в теорию μ , ν_μ и двух соответствующих им тяжелых лептонов Y^+ , Y^0 производится совершенно аналогично, и поэтому все рассуждения относятся в равной мере и к мюонным мультиплетам. Отметим только, что μ — e -универсальность не является необходимым следствием обсуждаемой схемы и достигается лишь при одинаковых углах смешивания в электронных и мюонных мультиплетах.

В отличие от модели Вайнберга, в рассматриваемой схеме группа симметрии не содержит преобразований, меняющих четность. Это позволяет ввести в лагранжиан «затравочную» массу лептонов (член $-m_0 \bar{E} E$ в (37)). Последние два слагаемых в (37) раздвигают массы лептонов за счет ненулевого вакуумного среднего поля $\langle \varphi \rangle_0 = (0, \frac{m}{f}, 0)$. Чтобы массовые члены лептонов были диагональными, должно выполняться соотношение

$$2m_{X^0} \cos \beta = m_{X^+} + m_e. \quad (38)$$

Приведем теперь явный вид взаимодействий лептонов с векторными полями

$$L^{\text{int}} = -e W_\mu^+ \left\{ \frac{1}{2} \sin \beta [\bar{\nu} \gamma_\mu (1 + \gamma_5) e - \bar{X}^+ \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \nu] + \bar{X}^0 \gamma_\mu \left(\cos^2 \frac{\beta}{2} - \gamma_5 \sin^2 \frac{\beta}{2} \right) e - \bar{X}^+ \gamma_\mu \left(\cos^2 \frac{\beta}{2} - \gamma_5 \sin^2 \frac{\beta}{2} \right) X^0 \right\} + \text{э. с.} + e A_\mu (\bar{e}^- \gamma_\mu e^- - \bar{X}^+ \gamma_\mu X^+) + (e \rightarrow \mu, \nu_e \rightarrow \nu_\mu, X^{+,0} \rightarrow Y^{+,0}). \quad (39)$$

Константа слабого взаимодействия G в этой схеме равна

$$\frac{G}{\sqrt{2}} = \frac{f^2 \sin^2 \beta}{4m^2} = \frac{e^2 \sin^2 \beta}{4\mu_W^2}, \quad (40)$$

откуда для μ_W получаем

$$\mu_W = \sqrt{\frac{\sqrt{2}\pi\alpha}{G}} \sin \beta \leq 52,8 \text{ Гэв.} \quad (41)$$

В отличие от модели Вайнберга, взаимодействие поля σ с лептонами может оказаться не малым. Для электронов соответствующая константа равна $e(m_{X^+} - m_e)/2\mu_W$.

Кроме того, оказывается заметно большим влияние слабых взаимодействий на g -фактор мюона. Соответствующий вклад равен ⁷¹⁻⁷³

$$\frac{\Delta g_\mu}{2} = -\frac{\alpha m_\mu m_{Y^+}}{2\pi\mu_W^2}. \quad (42)$$

Мы привели результат в предположении, что $m_{Y^0} \approx m_{Y^+}/2 \cos \beta \ll \mu_W \sim m_\sigma$. Из эксперимента ⁷⁰ $-3 \cdot 10^{-7} < \Delta g_\mu/2 < 9 \cdot 10^{-7}$ (с достоверностью 95%). Учитывая экспериментальное ограничение ⁷⁴ $m_{Y^+} > 2,4 \text{ Гэв}$ и неравенство (41), находим, что

$$2,4 \text{ Гэв} < m_{Y^+} < [8 \text{ Гэв}, 28 \text{ Гэв} < \mu_W < 53] \text{ Гэв.} \quad (43)$$

Нетрудно оценить время жизни тяжелых лептонов. Ширины их лептонных распадов находятся по лагранжиану (39), например, $\Gamma(X^+ \rightarrow \text{лептоны}) = 10^{11}(m_{X^+}/\text{Гэв})^2 \text{ сек}^{-1}$. Если полная вероятность адронных распадов имеет тот же порядок, то время жизни $\tau_X \leq 10^{-11} \text{ сек}$ при $m_X \geq 1 \text{ Гэв}$. Подробное теоретическое обсуждение свойств тяжелых лептонов содержится в статье ⁷⁵, экспериментальная ситуация по поиску этих частиц описана в обзоре ⁷⁶.

На этом мы заканчиваем описание СЭМ взаимодействий лептонов. Вне рамок рассмотрения остались модели ^{18, 17}, в которых вводятся как нейтральный бозон, так и тяжелые лептоны, причем нейтральный ток не содержит члена $\nu\gamma_\mu(1 + \gamma_5)\nu$. Мы не рассматриваем также модели ^{23, 24} с большим (> 4) числом векторных бозонов.

4. ОПИСАНИЕ СЛАБЫХ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ АДРОНОВ

а) Перейдем теперь к включению адронов в обсуждаемые схемы. Подобно лептонам адроны должны реализовать представление группы симметрии слабых и электромагнитных взаимодействий ($SU(2)$ в случае трех векторных полей, $SU(2)_L \otimes U(1)$ в случае четырех). Поэтому полная группа симметрии сильных взаимодействий должна включать упомянутую симметрию в качестве подгруппы. Чтобы перенормируемость сохранялась, эта подгруппа симметрии не должна нарушаться сильными взаимодействиями, и лишь спонтанно — электромагнитно-слабыми. Так как в слабых взаимодействиях не сохраняется странность, то обсуждаемая подгруппа симметрии адронов не совпадает с изотопической. Поэтому симметрия сильных взаимодействий должна быть весьма высокой. Вопрос о ее структуре тесно связан с проблемой нейтральных токов.

Эта проблема для адронов является существенно более острой, чем для чисто лептонных взаимодействий. В частности, эксперимент указывает на отсутствие нейтральных токов с изменением странности. Наиболее сильное ограничение следует из данных ⁷⁷ по вероятности распада $K_L \rightarrow \mu^+\mu^-$,

$$\frac{\Gamma(K_L \rightarrow \mu^+\mu^-)}{\Gamma(K^+ \rightarrow \mu^+\nu)} = (4_{-1,8}^{-3,6}) \cdot 10^{-9}. \quad (44)$$

Однако в перенормируемой теории нельзя исключить нейтральный ток с $\Delta S = 1$, сохраняя обычную структуру заряженных слабых токов,

основанную на $SU(3)$ -симметрии адронов. Действительно, в силу $SU(2)$ -симметрии СЭМ взаимодействий нейтральный ток связан с заряженным соотношением

$$j_\mu^3(x) = \left[\int dy j_0^+(y), j_\mu^-(x) \right]. \quad (45)$$

В модели с тремя векторными полями ток j_μ^3 должен совпадать с электромагнитным током адронов, а в моделях, содержащих четыре векторных поля, — с линейной комбинацией электромагнитного и нейтрального слабого токов. Обычная $SU(3)$ -форма заряженного слабого тока (для наглядности используем p -, n - и λ -кварки)

$$j_\mu^+ = \bar{p}\gamma_\mu(1 + \gamma_5)(n \cos \theta + \lambda \sin \theta) \quad (46)$$

приводит к

$$j_\mu^3 = \bar{p}\gamma_\mu(1 + \gamma_5)p - (\bar{n} \cos \theta + \bar{\lambda} \sin \theta)\gamma_\mu(1 + \gamma_5)(n \cos \theta + \lambda \sin \theta), \quad (47)$$

так что нейтральный ток с изменением странности имеет тот же порядок, что и заряженный.

Чтобы преодолеть эту трудность, следует повысить симметрию сильных взаимодействий²⁸, что соответствует увеличению числа кварков. Это позволяет изменить структуру j_μ^\pm , а следовательно, и j_μ^3 . Как это делается конкретно, мы обсудим в следующих пунктах.

Дополнительные условия на структуру слабых токов j_μ^\pm возникают из рассмотрения вкладов высших порядков теории возмущений. Дело в том, что за счет этих вкладов, даже в отсутствие нейтральных токов с $|\Delta S| = 1$, отношение (44) имеет, вообще говоря, порядок $(\alpha/2\pi)^2 \sim \sim 10^{-6}$, в явном противоречии с экспериментом. Поэтому структура j_μ^\pm должна обеспечить дополнительное подавление вклада высших порядков.

Отметим, что и в перенормируемых теориях необходимо менять структуру слабых токов²⁸ для подавления вкладов высших приближений в амплитуду распада $K_L \rightarrow 2\mu$. В противном случае предельный импульс, до которого применима теория, оказывается весьма малым⁷⁸.

б) Нейтральный ток с $|\Delta S| = 1$ в модели с четырьмя векторными полями можно устранить, вводя, например, суперзаряженный четвертый кварк p'^{12-14} . По $SU(2)_L$ -подгруппе СЭМ взаимодействий кварки группируются в дублеты

$$L_1 = \begin{pmatrix} p_L \\ \tilde{n}_L \end{pmatrix}, \quad L_2 = \begin{pmatrix} p'_L \\ \tilde{\lambda}_L \end{pmatrix} \quad (48)$$

и синглеты $p_R, \tilde{n}_R, p'_R, \tilde{\lambda}_R$; здесь

$$\tilde{n} = n \cos \theta + \lambda \sin \theta, \quad \tilde{\lambda} = -n \sin \theta + \lambda \cos \theta.$$

Электрические заряды p - и p' -кварков равны между собой и на единицу превышают заряд n - и λ -кварков, а в остальном их можно выбрать произвольно. Лагранжиан СЭМ взаимодействий строится из свободного так же, как и в случае лептонов (см. (23)).

Благодаря введению p' -кварка взаимодействие фермионов с векторными бозонами инвариантно относительно преобразования $p \leftrightarrow p', \tilde{n} \leftrightarrow \tilde{\lambda}$, т.е.

$$p \leftrightarrow p', \quad n \leftrightarrow \lambda, \quad \theta \leftrightarrow -\theta.$$

Поэтому в нейтральные токи n - и λ -кварки входят в комбинации

$$\tilde{n}\tilde{n} + \tilde{\lambda}\tilde{\lambda} = \bar{n}n + \bar{\lambda}\lambda,$$

так что переход с $|\Delta S| = 1$ отсутствует.

Что требуется от сильных взаимодействий в этой модели? Чтобы не разрушать перенормируемость теории, они должны иметь группу симметрии $SU(4)_L \otimes SU(4)_R$. Действительно, обычная изотопическая симметрия сильных взаимодействий позволяет смешивать p - и n -кварки, а преобразования $SU(2)_L$ -группы переводят (см. (48)) p_L в $n_L \cos \theta + \lambda_L \sin \theta$ и p'_L в $-n_L \sin \theta + \lambda_L \cos \theta$. Комбинация же этих преобразований, с учетом сохранения четности, позволяет смешивать все четыре кварка.

Для сохранения перенормируемости $SU(4)_L \otimes SU(4)_R$ -симметрия сильных взаимодействий должна нарушаться только за счет взаимодействия со скалярным полем φ , имеющим ненулевое вакуумное среднее. В частности, массы кварков возникают благодаря взаимодействию следующего вида:

$$-\frac{g\sqrt{2}}{\mu_W} \{m_n [(\bar{L}_1\varphi) \cos \theta - (\bar{L}_2\varphi) \sin \theta] (\tilde{n}_R \cos \theta - \tilde{\lambda}_R \sin \theta) + \\ + m_\lambda [(\bar{L}_1\varphi) \sin \theta + (\bar{L}_2\varphi) \cos \theta] (\tilde{n}_R \sin \theta + \tilde{\lambda}_R \cos \theta) + \\ + m_p (\bar{L}_1\varphi^c) p_R + m_{p'} (\bar{L}_2\varphi^c) p'_R + \text{э. с.}\}, \quad (49)$$

где $\varphi^c = i\tau_2\varphi^*$. Напомним, что

$$\Phi_0 = \frac{\mu_W}{g\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Следует заметить, что пока не существует экспериментальных указаний на $SU(4)$ -симметрию сильных взаимодействий. В частности, не обнаружены суперзаряженные партнеры известных адронов, хотя массы

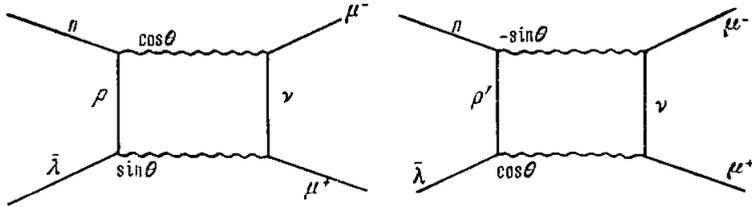


Рис. 6.

этих партнеров не должны быть слишком велики, как следует из рассмотрения вкладов высших приближений в амплитуду распада $K_L \rightarrow 2\mu$ и в разность масс $K_L - K_S$.

Обсудим этот вопрос подробнее. Как уже отмечалось, вклад высших приближений в амплитуду распада $K_L \rightarrow 2\mu$ должен быть дополнительно подавлен. Для оценки амплитуды этого распада рассмотрим процесс $n\bar{\lambda} \rightarrow \mu^+\mu^-$, не учитывая сильных взаимодействий. Подавление возникает благодаря взаимному сокращению вкладов p - и p' -кварков, что видно на примере диаграмм, приведенных на рис. 6.

Полный расчет ⁷⁹, учитывающий также диаграммы с Z -бозоном, не приведенные на рис. 6, дает следующее выражение для матричного элемента процесса (в предположении $m_p \ll m_{p'} \ll \mu_W$):

$$M(n\bar{\lambda} \rightarrow \mu^+\mu^-) = -\frac{G^2 m_p^2 \cos \theta \sin \theta}{4\pi^2} \bar{\lambda}\gamma_\mu (1 + \gamma_5) n \bar{\mu}\gamma_\mu \gamma_5 \mu. \quad (50)$$

Мы удержали здесь лишь аксиальный ток мюонов, поскольку только он дает вклад в распад $K_L \rightarrow \mu^+\mu^-$. Сравнивая выражение (50) с амплитудой

разрешенного процесса $p\bar{\lambda} \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$

$$M(p\bar{\lambda} \rightarrow \mu^+ \nu_\mu) = -\frac{G \sin \theta}{\sqrt{2}} \bar{\lambda} \gamma_\mu (1 + \gamma_5) p \bar{\nu} \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \mu \quad (51)$$

и учитывая, что

$$\langle 0 | \bar{\lambda} \gamma_\mu (1 + \gamma_5) n | K^0 \rangle = \langle 0 | \bar{\lambda} \gamma_\mu (1 + \gamma_5) p | K^+ \rangle = f_K k_\mu, \quad (52)$$

находим

$$\frac{\Gamma(K_L \rightarrow \mu^+ \mu^-)}{\Gamma(K^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu)} = \frac{G^2 m_p^4 \cos^2 \theta}{2\pi^4}. \quad (53)$$

В результате из (53) и (44) следует

$$m_{p'} \lesssim 10 \text{ Гэв}. \quad (54)$$

Используемое при оценке приближение свободных кварков можно оправдать, предполагая, что сильные взаимодействия незначительны при импульсах виртуальных W -бозонов $q \gg m_p$.

Аналогично оцениваются переходы с $|\Delta S| = 2$ (из рассмотрения процесса $p\bar{\lambda} \rightarrow \lambda\bar{n}$). В частности, для разности масс $K_L - K_S$ такая оценка дает

$$m_L - m_S = \frac{2(m_{p'} - m_p)^2}{m_\mu^2} \Gamma(K^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu). \quad (55)$$

Отсюда

$$m_{p'} - m_p \sim 1 \text{ Гэв}. \quad (56)$$

Эта оценка менее надежна, чем (54), так как не учитывает вклады промежуточных состояний $W^+ + W^- +$ адроны.

Перейдем к обсуждению слабых нелептонных процессов с $\Delta S = 0, \pm 1$. Опасность состоит в том, что в перенормируемой теории соответствующие амплитуды могли бы, в резком противоречии с экспериментом, иметь порядок α/π . Однако если фейнмановский интеграл, определяющий рассматриваемую амплитуду M , сходится, то нетрудно получить для него, в зависимости от степени сходимости, следующие оценки:

$$M \sim \frac{\alpha}{\pi} \frac{E^2}{\mu_W^2} \sim \frac{GE^2}{4\pi^2} \quad \text{или} \quad M \sim \frac{GE^2}{4\pi^2} \ln \frac{\mu_W^2}{E^2};$$

здесь E — энергия процесса или характерная адронная масса, причем мы предполагаем, что $E \ll \mu_W$.

Если же обсуждаемый интеграл расходится, то в лагранжиане должен быть контрчлен, сокращающий эту бесконечность. Величина эффекта, строго говоря, остается в этом случае неопределенной, хотя естественно предполагать для нее порядок α/π . Возможные типы контрчленов определяются симметрией теории. В частности, в рассматриваемой схеме в пределе нулевых масс кварков переходы с $|\Delta S| = 1$ запрещены, так что порядок величины контрчленов, а следовательно, и эффекта $\sim (\alpha/\pi) m^2 / \mu_W^2 \sim Gm^2 / 4\pi^2$.

Что же касается переходов с $\Delta S = 0$, то от электромагнитных процессов их отличают лишь эффекты несохранения четности. Могут ли эти эффекты иметь порядок α/π (за счет контрчленов), зависит от вида сильных взаимодействий. В частности, в модели, где сильные взаимодействия переносятся нейтральным векторным полем, источником которого служит барионный заряд, эффекты несохранения четности $\sim \alpha/\pi$ отсутствуют.

По-видимому, наиболее критичным для обсуждаемой схемы является сравнение ее предсказаний с экспериментальными данными по нейтральным токам с $\Delta S = 0$. Как видно из прилагаемой таблицы (заимствованной

	Эксперимент	Теория
$\frac{\sigma(\nu p \rightarrow \nu p)}{\sigma(\nu n \rightarrow \mu^- p)}$	$0,12 \pm 0,06^{80}$	$0,15 \div 0,25^{12}$
$\frac{\sigma(\nu p \rightarrow \nu n \pi^+)}{\sigma(\nu p \rightarrow \mu^- p \pi^+)}$	$0,08 \pm 0,04^{80}$	$\left\{ \begin{array}{l} > 0,03^{81} \\ 0,11^{12} \end{array} \right.$
$\frac{\sigma(\nu p \rightarrow \nu p \pi^0) + \sigma(\nu n \rightarrow \nu n \pi^0)}{2\sigma(\nu n \rightarrow \mu^- p \pi^0)}$	$\leq 0,14^{82}$	$\left\{ \begin{array}{l} \geq 0,6^{83} \\ \geq 0,4^{84} \\ \geq 0,19^{81} \end{array} \right.$

из обзора ⁴⁵), эта схема находится в настоящее время на грани противоречия с экспериментом (а может быть, и на грани экспериментального подтверждения).

в) Если интерпретировать экспериментальные данные как указание на отсутствие слабых нейтральных токов (не только с $|\Delta S| = 1$, но и с $\Delta S = 0$), то естественно обратиться к моделям типа схемы Георги — Глэшоу, в которых единственным нейтральным током является электромагнитный.

В этих моделях эффективные нейтральные токи возникают, однако, за счет высших приближений ^{85, 86} и имеют порядок $\frac{G}{\sqrt{2}} \frac{\alpha}{\pi}$ в амплитуде.

Для процессов с $\Delta S = 0$ это, разумеется, не противоречит эксперименту. Для подавления же амплитуды $K_L \rightarrow 2\mu$ -распада, так же как и в модели с четырьмя векторными полями, приходится вводить дополнительные кварки, так что общее число кварков должно быть не менее восьми. По тем же соображениям, что и в модели Вайнберга, разности масс обычных и суперзаряженных кварков должны быть порядка нескольких $G_{эв}$ ⁷³.

Относительно изящной схемой сильных взаимодействий, содержащей такое изобилие кварков, является $SU(3)' \otimes SU(3)''$ -симметричная модель Хана — Намбу ⁸⁷. Она основана на трех триплетях кварков с целочисленными зарядами. Эта схема используется для построения моделей СЭМ взаимодействий адронов в работах ^{19, 20, 88, 89}. Впрочем, модель ¹⁹ не обеспечивает подавления вклада высших приближений в амплитуду $K_L \rightarrow 2\mu$ -распада.

Напомним, что слабые токи в схемах типа модели Георги — Глэшоу не имеют $V - A$ -структуры. Поэтому в таких схемах, вообще говоря, отсутствуют предсказания для амплитуд $K \rightarrow 2\pi$, 3π -распадов (см. обзор ⁹⁰), следующие из частичного сохранения аксиального тока и предположения о $V - A$ -структуре гамильтониана слабых взаимодействий.

Отметим также, что в этих моделях для нелептонных распадов может оказаться существенным обмен скалярными σ -частицами. В частности, в работе ⁹¹ предположение о доминантности такого обмена над обменом W -бозонами используется для объяснения правила $\Delta T = 1/2$. Этот механизм приводил бы после преобразования Фирца к $V - A$ -структуре взаимодействий обычных частиц, если бы они были гораздо легче суперзаряженных. Последнее предположение трудно, однако, согласовать с упомянутыми выше ограничениями на разности масс.

В заключение этого пункта остановимся вкратце на вопросе о величине радиационных поправок к наблюдавшимся на опыте процессам. Наибольший интерес представляет вычисление перенормировки отношения G_β^V/G_μ^V векторных констант β - и μ -распадов, поскольку это отношение не перенормируется сильными взаимодействиями и определено с хорошей экспериментальной точностью. Напомним, что в локальной четырехфермионной теории электромагнитная поправка к G_β^V/G_μ^V расходится логарифмически (см., например, ⁹²). Введение промежуточного векторного бозона делает эту величину конечной уже в рамках обычной перенормируемой теории. При этом параметр обрезания заменяется массой W -бозона ⁹². Можно показать ⁹³, что переход к перенормируемым теориям не влияет на члены $\sim (\alpha/\pi) \ln(\mu_W/m)$, которые по-прежнему даются электромагнитными поправками. Учет нейтрального векторного бозона приводит к поправкам $\sim \alpha/\pi$. Вклад же нейтрального скалярного поля $\sim (\alpha/\pi) m_p^2/\mu_W^2$ и пренебрежимо мал. (В приведенных оценках мы полагаем $\mu_W \sim \mu_Z \sim m_\sigma \gg m_p$.) Однако неопределенность в расчете, связанная с наличием сильных взаимодействий, имеет порядок α/π . Ясно поэтому, что переход к перенормируемым теориям реально не меняет ситуацию с расчетом радиационных поправок к отношению G_β^V/G_μ^V , по сравнению с обычной теорией с промежуточным векторным бозоном.

г) В рассмотренном подходе к проблеме включения СЭМ взаимодействий адронов, по существу, не обсуждаются сильные взаимодействия; предполагается лишь, что они имеют весьма высокую симметрию.

Привлекательными кажутся попытки описания сильных взаимодействий в рамках перенормируемых векторных теорий. Примером ²⁵ может служить лагранжиан (12), в котором поле \mathbf{h}_μ отождествляется с ρ -мезоном, а поле σ описывает нейтральный скалярный мезон. Взаимодействие ρ -мезонов с другими адронами можно ввести минимальным образом (см. (23)), как взаимодействие с током изоспина.

В работе ⁹⁴ была рассмотрена перенормируемая схема сильных взаимодействий с нарушенной $U(3)_L \otimes U(3)_R$ -симметрией. Она содержит нонеты векторных (ρ, K^*, ω, ϕ), псевдовекторных, скалярных и псевдоскалярных (π, K, η, η') мезонов, а также необходимые для перенормируемости нонеты скалярных и псевдоскалярных частиц (аналоги σ -поля).

Включение электромагнитных и слабых взаимодействий в таком подходе мы проиллюстрируем на простом примере ²⁵ электродинамики π - и ρ -мезонов. Лагранжиан сильных взаимодействий построим, добавив к (8) π -мезонную часть:

$$\frac{1}{2} (\partial_\mu \pi + 2g\rho_\mu \times \pi) (\partial_\mu \pi + 2g\rho_\mu \times \pi) - \frac{1}{2} m_\pi^2 \pi^2.$$

Электромагнитное поле a_μ введем как изоскалярное поле, взаимодействующее с гиперзарядом, который равен нулю для ρ_μ, π и единице для ϕ . Для электрона гиперзаряд $Y = -1$. Тогда

$$\begin{aligned} L = & -\frac{1}{4} \rho_{\mu\nu} \rho_{\mu\nu} + (D_\mu \phi)^\dagger (D_\mu \phi) + m^2 \phi^\dagger \phi - f^2 (\phi^\dagger \phi)^2 + \\ & + \frac{1}{2} (\partial_\mu \pi + 2g\rho_\mu \times \pi) (\partial_\mu \pi + 2g\rho_\mu \times \pi) - \frac{1}{2} m_\pi^2 \pi^2 - \\ & - \frac{1}{4} a_{\mu\nu} a_{\mu\nu} + \bar{e} [i\gamma_\mu (\partial_\mu - ie a_\mu) - m_e] e, \end{aligned} \quad (57)$$

где

$$D_\mu \phi = \partial_\mu \phi - ig(\tau\rho_\mu)\phi + ie a_\mu \phi.$$

Электромагнитный ток адронов j_μ^{el} в этой модели равен

$$j_\mu^{\text{el}} = i [(D_\mu \varphi)^+ \varphi - \varphi^+ D_\mu \varphi]. \quad (58)$$

В калибровке, где

$$\psi = 0, \quad \varphi = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{m_\rho}{g} \mp \sigma \right) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (58a)$$

получаем

$$j_\mu^{\text{el}} = -\frac{m_\rho^2}{g} \left(\rho_\mu^3 - \frac{e}{g} a_\mu \right) \left(1 + \frac{g}{m_\rho} \sigma \right)^2. \quad (59)$$

Строго говоря, определенными массами обладают не поля ρ_μ^3 и a_μ , а их линейные комбинации. При этом с лептонами взаимодействуют обе линейные комбинации. Запись тока в форме (59) подразумевает учет смешивания ρ_μ^3 и a_μ по теории возмущений.

Хотя выражение (59) очень напоминает электромагнитный ток в модели векторной доминантности⁹⁵, зависимость j_μ^{el} от поля σ приводит к коммутаторам, соответствующим скорее алгебре токов, чем алгебре полей, со всеми вытекающими из этого экспериментальными следствиями.

Интересная схема, включающая сильные и СЭМ взаимодействия адронов в таком подходе, была предложена в работе²². Авторы исходили из упомянутой выше модели сильных взаимодействий⁹⁴. Исключение нейтральных токов с $|\Delta S| = 1$ достигается здесь ценой введения дополнительных скалярных частиц, а не увеличением числа кварков.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Подведем итоги. Перенормируемость рассмотренных моделей приводит к малости радиационных поправок в амплитудах слабых процессов. Однако, чтобы удовлетворить следующим из эксперимента ограничениям на эффективные нейтральные токи с $|\Delta S| = 1$ и переходы с $|\Delta S| = 2$, приходится вводить специальный механизм подавления соответствующих амплитуд. Эти же процессы служили основным камнем преткновения и для перенормируемых теорий, причем именно в рамках этих теорий был впервые предложен рассмотренный выше механизм²⁸. Таким образом, переход к перенормируемым теориям в этом отношении не дает выигрыша. Ничего существенно нового по сравнению с обычной теорией с W -бозоном не возникает и при вычислении радиационных поправок к известным процессам, в частности, при расчете перенормировки отношения векторных констант β - и μ -распадов.

Однако с общей точки зрения обнаруженная возможность объединения слабых, электромагнитных, а возможно, и сильных взаимодействий в рамках перенормируемой теории представляется весьма привлекательной, хотя конкретные модели трудно назвать изящными или экономными. Впрочем, именно в силу своей неэкономности эти модели приводят к заметному числу экспериментальных следствий.

Перечислим эксперименты, критичные для обсуждаемых моделей.

а) **Поиски новых частиц.** 1) Общим для всех моделей является наличие в них заряженных векторных W -бозонов и нейтральной скалярной σ -частицы. Ограничения на массы W -бозонов даются формулами (28), (30), (43). В модели Вайнберга есть еще нейтральный векторный бозон с массой, ограниченной условиями (28), (30).

2) Схемы¹⁵⁻¹⁷ предсказывают существование тяжелых лептонов, заряженных и нейтральных. В модели Георги — Глэшоу масса заряженно-

го лептона ограничена условием (43). Его время жизни не превышает 10^{-11} сек.

Более жесткие ограничения на массу тяжелого лептона могли бы возникнуть при повышении точности измерения магнитного момента мюона.

3) Все известные схемы, обеспечивающие малость амплитуды $K_L \rightarrow \rightarrow 2\mu$ распада (независимо от их перенормируемости), предсказывают существование суперзаряженных адронов, распадающихся лишь за счет слабых взаимодействий. Масса этих частиц не должна, по-видимому, превышать нескольких Гэв (см. (53), (54)).

Это ограничение не имеет места в модели ²², в которой необходимы лишь скалярные суперзаряженные частицы. Отсутствие ограничения связано с тем, что, в отличие от остальных моделей, здесь неизвестна масса несуперзаряженных партнеров этих адронов.

б) П о и с к и н е й т р а л ь н ы х с л а б ы х т о к о в .

1) $\nu_e e$ - и $\bar{\nu}_e e$ -рассеяние;

2) $\nu_\mu e$ - и $\bar{\nu}_\mu e$ -рассеяние;

3) упругое и неупругое рассеяние нейтрино на нуклонах: $\nu(\bar{\nu}) + N \rightarrow \rightarrow \nu(\bar{\nu})$ адроны.

Процессы 2) и 3), а также отклонение сечений процессов 1) от предсказаний обычной $V - A$ -теории, имеют место только в модели Вайнберга. Из сравнения предсказаний модели с существующими данными (см. раздел б) гл. 3 и раздел б) гл. 4) следует, что повышение точности эксперимента в несколько раз было бы весьма критичным для этой модели.

В заключение подчеркнем, что хотя основным достоинством перенормируемых моделей СЭМ взаимодействий является возможность корректного расчета радиационных поправок, исследование эффектов высших приближений едва ли позволит выбрать между разными схемами. Кажется более реальным, что такой выбор будет сделан на основе экспериментальной проверки предсказаний, касающихся новых взаимодействий и новых частиц.

Авторы благодарны Б. Л. Иоффе, П. Н. Николаеву, Л. Б. Окуню, В. В. Соколову за полезные советы и замечания.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Мы изложим здесь способ построения фейнмановских правил для лагранжианов янг-миллсовского типа в ковариантных калибровках. Эти правила были получены и строго обоснованы методом континуального интегрирования ^{58-60, 96}. Мы не приводим здесь этот вывод, ограничиваясь наглядными, хотя и нестрогими соображениями, сформулированными на языке обычного лагранжева формализма.

Для массивного векторного поля одной из ковариантных калибровок является обсуждавшаяся в разделе б) гл. 2 калибровка Прокá. Однако ее использование неудобно, так как соответствующий пропагатор векторного поля не убывает при больших импульсах и нарастающие расходимости сокращаются лишь в сумме диаграмм. Ниже мы опишем построение фейнмановской калибровки, в которой пропагатор векторного поля имеет вид $-i\delta_{\mu\nu}(k^2 - \mu^2)^{-1}$.

Рассмотрим для определенности лагранжиан (33), описывающий взаимодействующие триплеты векторных и скалярных полей \mathbf{b}_μ и Φ :

$$L = -\frac{1}{4} \mathbf{b}_{\mu\nu} \mathbf{b}_{\mu\nu} + \frac{1}{2} (D_\mu \Phi) (D_\mu \Phi) + \frac{m^2}{2} \Phi^2 - \frac{f^2}{4} \Phi^4; \tag{П.1}$$

здесь

$$D_\mu \Phi = \partial_\mu \Phi - e \mathbf{b}_\mu \times \Phi,$$

$$\Phi = \left(\varphi^+, \frac{\mu}{e} + \sigma, \varphi^- \right) \tag{П.1а}$$

и μ — масса векторного поля, $\mu = (e/f)m$. В квадратичном по полям приближении поля b_μ^\pm и φ^\pm входят в лагранжиан лишь в комбинации

$$\tilde{b}_\mu^\pm = b_\mu^\pm \mp i \frac{\partial_\mu \varphi^\pm}{\mu}. \quad (\text{П.2})$$

Поэтому пропагатор поля \tilde{b}_μ^\pm не зависит от калибровки. Чтобы определить его вид, воспользуемся калибровкой Прокá, где $\varphi^\pm = 0$ и поле \tilde{b}_μ^\pm совпадает с b_μ^\pm . Тогда ясно, что

$$\tilde{D}_{\mu\nu}(k) = \overline{\tilde{b}_\mu^+} \tilde{b}_\nu^- = \int dx e^{ikx} \langle 0 | T \tilde{b}_\mu^+(x) \tilde{b}_\nu^-(0) | 0 \rangle = i \frac{-\delta_{\mu\nu} + (k_\mu k_\nu / \mu^2)}{k^2 - \mu^2}. \quad (\text{П.3})$$

Мы хотим перейти в фейнмановскую калибровку, в которой пропагатор поля b_μ равен

$$D_{\mu\nu}(k) = \overline{b_\mu^+} b_\nu^- = \frac{-i\delta_{\mu\nu}}{k^2 - \mu^2}. \quad (\text{П.4})$$

Поскольку функция Грина величины \tilde{b}_μ^\pm задана равенством (П.3), то поля φ^\pm в этой калибровке должны быть отличны от нуля. Если принять, что φ^\pm и b_μ^\pm независимы, так что

$$\overline{b_\mu^+} \varphi^- = 0, \quad (\text{П.5})$$

то из (П.2) — (П.5) следует

$$\overline{\varphi^+} \varphi^- = \frac{i}{k^2 - \mu^2}. \quad (\text{П.6})$$

Лагранжиан, приводящий к функциям Грина (П.4) — (П.6), получается из (П.1) добавлением ΔL :

$$\Delta L = -\frac{1}{2} (\partial_\mu b_\mu^3)^2 - (\partial_\mu b_\mu^+ + i\mu\varphi^+) (\partial_\mu b_\mu^- - i\mu\varphi^-) = -\frac{1}{2} (\partial_\mu b_\mu - e\varphi \times \varphi_0)^2, \quad (\text{П.7})$$

где $\varphi_0 = (0, \mu/e, 0)$. Слагаемое $-\frac{1}{2} (\partial_\mu b_\mu^3)^2$ обеспечивает фейнмановскую форму пропагатора для безмассового поля b_μ^3 :

$$\overline{b_\mu^3} b_\nu^3 = \frac{-i\delta_{\mu\nu}}{k^2}. \quad (\text{П.8})$$

Если бы поля

$$\xi = \partial_\mu b_\mu - e\varphi \times \varphi_0 \quad (\text{П.9})$$

удовлетворяли свободным уравнениям

$$(\square - \mu^2) \xi^\pm = 0, \quad \square \xi^3 = 0, \quad (\text{П.10})$$

то лагранжиан $L + \Delta L$ был бы эквивалентен L . Именно такая ситуация имеет место в электродинамике и в теории нейтрального векторного поля при обычном включении массы.

Посмотрим, какие уравнения следуют из $L + \Delta L$ для ξ . Вариация по b_μ и φ приводит к

$$D_\mu b_{\mu\nu} - e\varphi \times D_\nu \varphi + \partial_\nu \xi = 0, \quad (\text{П.11})$$

$$-D_\mu D_\mu \varphi + m^2 \varphi - f^2 \varphi (\varphi^2) + e\varphi_0 \times \xi = 0. \quad (\text{П.12})$$

Применяя к уравнению (П.11) оператор D_ν (см. (П.1а)) и используя (П.12), получим

$$\partial_\nu D_\nu \xi - e^2 \varphi_0 \times [\varphi \times \xi] = 0. \quad (\text{П.13})$$

При выводе (П.13) оказывается полезным соотношение

$$(D_\mu D_\nu - D_\nu D_\mu) \dots = -e b_{\mu\nu} \times \dots \quad (\text{П.14})$$

Из (П.13) следует, что поля ξ взаимодействуют с полями b_μ и φ , так что лагранжиан $L + \Delta L$ не эквивалентен исходному. Иными словами, лагранжиан $L + \Delta L$ приводит к излучению пар нефизических частиц и тем самым к нарушению условия унитарности.

Правильные результаты при использовании $L + \Delta L$ можно получать, если вычитать из сечений процессов указанный нефизический вклад. Чтобы не делать эту

операцию «руками», в теорию вводятся фиктивные скалярные частицы^{58-60, 97}, описываемые полями η . Так как вероятность испускания пар фиктивных η -частиц должна быть отрицательной, поля η следует считать неэрмитовыми и квантовать по ферми-статистике. Ясно, что поле η_L должно удовлетворять тому же уравнению (П. 13), что и поле ξ . К такому уравнению, очевидно, приводит следующий лагранжиан:

$$L_\eta = \partial_\mu \eta^* D_\mu \eta - e^2 \varphi_0 \times [\eta^* \times (\varphi \times \eta)] = \partial_\mu \eta^* \partial_\mu \eta - \mu^2 (\eta_\pm^* \eta_\pm + \eta_\pm^* \eta_\pm) + \\ + e b_\mu \times [\partial_\mu \eta^* \times \eta] - e \mu \sigma (\eta_\pm^* \eta_\pm + \eta_\pm^* \eta_\pm) + e \mu \eta_3 (\eta_\pm^* \varphi_\pm + \eta_\pm^* \varphi_\pm^*). \quad (\text{П. 15})$$

Полный лагранжиан системы в фейнмановской калибровке равен $L + \Delta L + L_\eta$. Он описывает поля b_μ , σ , φ^\pm , η , η^* , из которых физическим степеням свободы соответствует четырехмерно-поперечная часть b_μ^\pm , трехмерно-поперечная часть безмассового поля b_μ^3 и поле σ ; остальные же поля являются вспомогательными.

Пронагаторы полей определяются равенствами (П. 4)–(П. 6), (П. 8) и

$$\overline{\sigma\sigma} = \frac{i}{k^2 - 2m^2}, \quad (\text{П. 16})$$

$$\overline{\eta_\pm^* \eta_\mp} = \frac{i}{k^2 - \mu^2}, \quad (\text{П. 17})$$

$$\overline{\eta_3^* \eta_3} = \frac{i}{k^2}. \quad (\text{П. 18})$$

Вид вершин находится по лагранжиану обычным образом. Некоторые из них были приведены ранее (см. формулу (3) в основном тексте). Так как поле η квантуется как фермионное, то следует учитывать в амплитуде фактор $(-1)^n$, где n — число замкнутых петель с η -частицами.

Отметим, что вместо суммирования по физическим поляризациям векторных частиц можно пользоваться формулой

$$\sum_i \varepsilon_\mu^{(i)} \varepsilon_\nu^{(i)} = -\delta_{\mu\nu} \quad (\text{П. 19})$$

Однако при этом к сечению следует добавить сечения процессов, в которых векторные кванты заменены η^\pm , η^3 -частицами, их античастицами, а также φ^\pm -частицами (для каждого кванта следует учитывать все допустимые по электрическому заряду замены). Подчеркнем, что η -частицы рождаются парами, причем каждая такая пара вносит фактор (-1) . Кроме того, из-за неэрмитовости L_η вместо комплексно-сопряженного матричного элемента, следует использовать матричный элемент процесса, в котором η -частицы заменены соответствующими античастицами. Эти замечания следует иметь в виду и при использовании условия унитарности.

Рассмотренный выше лагранжиан (П. 1) описывает бозоны в модели Георги—Глэшоу. Чтобы описать в фейнмановской калибровке взаимодействие бозонов с лептонами, следует к $L + \Delta L + L_\eta$ добавить лагранжиан L_l (см. (37)), в который входят наряду с лептонами поля b_μ , φ^\pm , σ . Что же касается полей η , то они с лептонами непосредственно не взаимодействуют.

Приведем теперь выражения для ΔL и L_η , которые следует добавить к лагранжиану модели Вайнберга для перехода в фейнмановскую калибровку. Напомним, что этот лагранжиан задается формулой (20) (с учетом (21), (11)). Он зависит от полей W_μ^\pm , Z_μ , A_μ , σ и ψ :

$$\Delta L = -(\partial_\mu W_\mu^+ + \mu W \psi^+) (\partial_\mu W_\mu^- + \mu W \psi^-) - \frac{1}{2} (\partial_\mu Z_\mu + \mu Z \psi^3)^2 - \frac{1}{2} (\partial_\mu A_\mu)^2, \quad (\text{П. 20})$$

$$L_\eta = \partial_\mu \eta_\pm^* \partial_\mu \eta_\pm + \partial_\mu \eta_\pm^* \partial_\mu \eta_\pm - \mu_W^2 (\eta_\pm^* \eta_\pm - \eta_\pm^* \eta_\pm) + \partial_\mu \eta_\pm^* \partial_\mu \eta_Z - \mu_Z^2 \eta_\pm^* \eta_Z + \partial_\mu \eta_A^* \partial_\mu \eta_A - \\ - g \mu_W \sigma (\eta_\pm^* \eta_\pm + \eta_\pm^* \eta_\pm) - \sqrt{g^2 + g'^2} \mu_Z \sigma \eta_\pm^* \eta_Z + \\ + \frac{ig' \mu_W}{\sqrt{g^2 + g'^2}} [(g' \eta_Z + g \eta_A) (\psi - \eta_\pm^* - \psi + \eta_\pm^*) - \text{э.с.}] - \\ - 2g b_\mu [\partial_\mu \eta^* \times \eta] + 2g \mu_W \psi [\eta^* \times \eta]; \quad (\text{П. 21})$$

для сокращения записи здесь введены изовекторы

$$b_\mu = \left(W_\mu^+, \frac{gZ_\mu - g'A_\mu}{\sqrt{g^2 + g'^2}}, W_\mu^- \right), \quad \eta = \left(\eta_+, \frac{g\eta_Z - g'\eta_A}{\sqrt{g^2 + g'^2}}, \eta_- \right). \quad (\text{П. 22})$$

Выражения для пронагаторов и вершин могут быть получены из лагранжиана обычным образом.

Более подробное описание фейнмановских правил в разных моделях и калибровках можно найти в работе⁷².

Дополнение при корректуре. Недавно появились экспериментальные данные по взаимодействию нейтрино с нуклонами, свидетельствующие о существовании нейтральных токов (см. ⁹⁸).

Институт ядерной физики СО АН СССР,
Новосибирск

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. E. Fermi, Zs. Phys. 88, 161 (1934) (см. перевод: Э. Ферми, Научные труды, т. 1, М., «Наука», 1971, стр. 525).
2. R. P. Feynman, M. Gell-Mann, Phys. Rev. 109, 1938 (1958) (см. перевод в сборнике «Проблемы современной физики», № 4, М., ИЛ, 1958, стр. 3).
3. E. C. G. Sudarshan, R. E. Marshak, Phys. Rev. 109, 1860 (1958).
4. J. Schwinger, Ann. Phys. (N. Y.) 2, 407 (1957).
5. Sh. L. Glashow, Nucl. Phys. 22, 579 (1961).
6. A. Salam, J. C. Ward, Phys. Lett. 13, 168 (1964).
7. S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. 19, 1264 (1967).
8. A. Salam, Proc. of the 8th Nobel Symposium, Stockholm, Almquist and Wicksel, 1968.
9. P. W. Higgs, Phys. Rev. 145, 1156 (1966).
10. А. А. Мигдал, А. М. Поляков, ЖЭТФ 51, 135 (1966).
11. T. W. B. Kibble, Phys. Rev. 155, 1554 (1967).
12. S. Weinberg, *ibid.* D5, 1412 (1972).
13. C. Bouchiat, J. Iliopoulos, Ph. Meyer, Phys. Lett. B38, 519 (1972).
14. R. N. Mohapatra, Phys. Rev. D6, 2023 (1972).
15. H. Georgi, Sh. L. Glashow, Phys. Rev. Lett. 28, 1494 (1972).
16. B. W. Lee, Phys. Rev. D6, 1188 (1972).
17. J. Prentki, B. Zumino, Nucl. Phys. B47, 99 (1972).
18. Н. Н. Николаев, Письма ЖЭТФ 16, 492 (1972).
19. R. N. Mohapatra, Lett. Nuovo Cimento 6, 81 (1973).
20. H. Lipkin, Phys. Rev. D7, 1850 (1973).
21. M. Tonin, Lett. Nuovo Cimento 5, 635 (1972).
22. J. Vars, M. B. Halpern, M. Yoshimura, Phys. Rev. Lett. 29, 969 (1972); Phys. Rev. D7, 1233 (1973).
23. S. Weinberg, *ibid.* D5, 1962 (1972).
24. P. G. O. Freund, Nucl. Phys. B41, 35 (1972).
25. G. 't Hooft, *ibid.* B35, 167 (1971).
26. Б. Л. Иоффе, УФН 110, 357 (1973).
27. Л. Д. Ландау, ЖЭТФ 10, 718 (1940); то же: Собрание трудов, т. 1, М., «Наука», 1969, стр. 322.
28. Sh. L. Glashow, J. Iliopoulos, L. Maiani, Phys. Rev. D2, 1285 (1972).
29. S. L. Adler, *ibid.* 177, 2426 (1969).
30. H. Georgi, Sh. L. Glashow, *ibid.* D6, 429 (1972).
31. D. J. Gross, R. Jackiw, *ibid.*, p. 477.
32. C. P. Korthals Altes, M. Perrottet, Phys. Lett. B39, 546 (1972).
33. S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. 29, 388 (1972).
34. H. Georgi, Sh. L. Glashow, Phys. Rev. D6, 2977 (1972).
35. H. Georgi, Sh. L. Glashow, *ibid.* D7, 2457 (1973).
36. H. Georgi, T. Goldman, Phys. Rev. Lett. 30, 514 (1973).
37. B. W. Lee, J. Zinn-Justin, Phys. Rev. D5, 3124, 3137, 3155 (1972); D7, 1049 (1973).
38. И. В. Тютин, Е. С. Фрадкин, ЯФ 16, 835 (1972).
39. Р. Э. Каллош, И. В. Тютин, ЯФ 17, 190 (1973).
40. А. А. Славнов, ТМФ 10, 153 (1972).
41. M. Veltman, G. 't Hooft, Nucl. Phys. B50, 318 (1972).
42. А. А. Славнов, *ibid.* B31, 301 (1971); ТМФ 13, 174 (1972).
43. M. Veltman, G. 't Hooft, Nucl. Phys. B44, 189 (1972).
44. D. A. Ross, J. C. Taylor, *ibid.* B51, 125 (1973).
45. B. W. Lee, Report to a Plenary Session of the 16th Intern. Conference on High Energy Physics, Preprint NAL-THY-92, September 1972.
46. A. Salam, J. Strathdee, Nuovo Cimento A11, 397 (1972).
47. J. C. Taylor, Preprint RPP/TH/29, Oxford, 1972.
48. А. Д. Долгов, В. И. Захаров, ЯФ 13, 608 (1971).
49. C. N. Yang, R. L. Mills, Phys. Rev. 96, 191 (1954) (см. перевод в сборнике «Элементарные частицы и компенсирующие поля», М., «Мир», 1964, стр. 28).

50. D. G. Boulware, *Ann. Phys. (N.Y.)* **56**, 140 (1970).
51. А. А. Славнов, Л. Д. Фаддеев, *ТМФ* **3**, 18 (1970).
52. А. И. Вайнштейн, И. Б. Хриплович, *ЯФ* **13**, 198 (1971).
53. Г. Вентцель, Введение в квантовую теорию волновых полей, М.—Л., Гостехиздат, 1947.
54. M. Gell-Mann, M. Levy, *Nuovo Cimento* **16**, 705 (1960).
55. J. Goldstone, *ibid.* **19**, 154 (1961).
56. J. Goldstone, A. Salam, S. Weinberg, *Phys. Rev.* **127**, 965 (1962).
57. А. И. Вайнштейн, И. Б. Хриплович, *Материалы VII зимней школы ЛИЯФ*, Ленинград, 1972.
58. B. S. De Witt, *Phys. Rev.* **162**, 1195 (1967).
59. L. D. Faddeev, V. N. Popov, *Phys. Lett.* **B25**, 30 (1967).
60. E. S. Fradkin, I. V. Tyutin, *Phys. Rev.* **D2**, 2841 (1970).
61. A. I. Vainshtein, *Lett. Nuovo Cimento* **5**, 680 (1972).
62. S. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.* **18**, 188 (1967);
63. B. W. Lee, *Comm. Nucl. and Part. Phys.* **5**, 65 (1972).
64. H. S. Gurr, F. Reines, H. W. Sobel, *Phys. Rev. Lett.* **28**, 1406 (1972).
65. H. H. Chen, B. W. Lee, *Phys. Rev.* **D5**, 1874 (1972).
66. G. 't Hooft, *Phys. Lett.* **B37**, 195 (1971).
67. C. H. Albright, *Phys. Rev.* **D2**, 1330 (1970).
68. F. J. Hasert et al., *Phys. Lett.* **B46**, 121 (1973).
69. R. Jackiw, S. Weinberg, *Phys. Rev.* **D5**, 2396 (1972).
70. J. Bailey, W. Bartl, G. von Bochmann, R. C. A. Brown, F. J. M. Farley, H. Jöstlein, E. Picasso, R. W. Williams, *Phys. Lett* **B28**, 287 (1968).
71. J. Primack, H. R. Quinn, *Phys. Rev.* **D6**, 3171 (1972).
72. K. Fujikawa, B. W. Lee, A. I. Sanda, *ibid.*, p. 2923.
73. B. W. Lee, J. R. Primack, S. B. Treiman, *ibid.* **D7**, 510 (1973).
74. T. Eichten et al., *Phys. Lett.* **B46**, 281 (1973).
75. J. D. Bjorken, C. H. Llewellyn Smith, *Phys. Rev.* **D7**, 887 (1973).
76. M. L. Perl, Preprint SLAC-PUB-1062, October 1972.
77. W. C. Carithers, T. Modis, D. R. Nygren, T. P. Pun, E. L. Schwartz, H. Sticker, J. Steinberger, P. Weilhammer, J. H. Christenson, *Phys. Rev. Lett.* **30**, 1336 (1973).
78. Б. Л. Иоффе, Е. П. Шабалин, *ЯФ* **6**, 828 (1967).
79. А. И. Вайнштейн, И. Б. Хриплович, *Письма ЖЭТФ* **18**, 141 (1973).
80. D. C. Sundy, *Phys. Lett.* **B31**, 478 (1970).
81. C. H. Albright, B. W. Lee, E. A. Paschos, *Phys. Rev.* **D7**, 2220 (1973).
82. W. Lee, *Phys. Lett.* **B40**, 423 (1972).
83. B. W. Lee, *ibid.*, p. 420.
84. E. A. Paschos, L. Wolfenstein, *Phys. Rev.* **D7**, 91 (1973).
85. K. Fujikawa, B. W. Lee, A. I. Sanda, S. B. Treiman, *Phys. Rev. Lett.* **29**, 682, 823(E) (1972).
86. C. Bouchiat, J. Iliopoulos, Ph. Meyer, *Phys. Lett.* **B42**, 91 (1972).
87. M. Y. Han, Y. Nambu, *Phys. Rev.* **B139**, 1006 (1965).
88. H. Georgi, Sh. L. Glashow, *ibid.* **D7**, 561 (1973).
89. A. Love, G. G. Ross, *ibid.*, p. 3812.
90. А. И. Вайнштейн, В. И. Захаров, *УФН* **100**, 225 (1970).
91. B. W. Lee, S. B. Treiman, *Phys. Rev.* **D7**, 1211 (1973).
92. E. S. Abers, D. A. Dicus, N. E. Norton, H. R. Quinn, *ibid.* **167**, 1461 (1968).
93. А. И. Вайнштейн, И. Б. Хриплович, *Письма ЖЭТФ* **19**, 323 (1974).
94. K. Bardakci, M. B. Halpern, *Phys. Rev.* **D6**, 696 (1972).
95. N. Kroll, T. D. Lee, B. Zumino, *ibid.* **157**, 1376 (1967).
96. G. 't Hooft, *Nucl. Phys.* **B33**, 173 (1971).
97. R. P. Feynman, *Acta Phys. Polon.* **24**, 697 (1963).
98. F. J. Hasert et al., *Phys. Lett.* **B46**, 138 (1973); Л. Борисов, *УФН* **111**, 743 (1973).