

[530.145+532.51+539.128[.4+.53]

«ЗВУК» В СВЕРХТЕКУЧЕЙ ЖИДКОСТИ

**Б. Н. Есельсон, М. И. Каганов, Э. Я. Рудавский,
И. А. Сербин**

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	591
1. Уравнения гидродинамики и акустические моды	592
2. Первый звук	595
а) Экспериментальные методики (596). б) Скорость, поглощение и дисперсия первого звука в He^4 (597). в) Растворы He^3-He^4 (605). г) Влияние давления (607).	
3. Второй звук	609
а) Экспериментальные методики (609). б) Скорость, поглощение и дисперсия второго звука в He^4 (610). в) Растворы He^3-He^4 (612). г) Влияние давления (614).	
4. Особенности распространения и возбуждения первого и второго звуков	[614]
5. Волновые процессы в пленке He II. Третий звук	618
6. Распространение звука в узких каналах. Четвертый звук	623
7. Звук в вырожденных растворах He^3-He^4	628
Цитированная литература	632

ВВЕДЕНИЕ

Жидкий гелий благодаря своим уникальным свойствам, которые, естественно, вызвали большой интерес, в настоящее время оказался одним из наиболее полно исследованных веществ в природе.

Хотя принципиальное объяснение открытого П. Л. Капицей¹ явления сверхтекучести He^4 было дано Л. Д. Ландау более тридцати лет назад², изучение гелия продолжается очень интенсивно, причем выявляются все новые свойства квантовой жидкости, например, квантованные вихри, движение электрических зарядов в гелии и т. д.

Исследование гелия и его свойств отличается одной особенностью, характеризующей уровень понимания процессов, происходящих в гелии: правильность теории, описывающей те или иные явления, подтверждается полным количественным согласием между теорией и экспериментом. Всякое отступление от этого правила означает незавершенность теории или приблизительный характер эксперимента. Это обстоятельство требует особой прецизионности измерений, детального развития теории, подробного сопоставления разнообразных экспериментов.

Существование двух звуков в сверхтекучей жидкости (первого и второго) — одна из наиболее известных аномалий гелия. Естественно, внимание исследователей было привлечено к изучению распространения волн в квантовых жидкостях. За годы, прошедшие после открытия второго звука, накоплен огромный экспериментальный и теоретический материал по исследованию волновых процессов в гелии. В последнее десятилетие

интерес к этим проблемам особенно усилился, во-первых, благодаря открытию так называемых третьего и четвертого звуков, а во-вторых, из-за возможности по рассеянию нейтронов и световых квантов исследовать ультракороткие звуковые волны.

В настоящей статье сделана попытка изложить основные теоретические представления и экспериментальные результаты, касающиеся распространения звуковых волн различной природы в сверхтекучих жидкостях (в He^4 и в растворах $\text{He}^3 - \text{He}^4$).^{*}

Нам представляется целесообразным оговорить, какие вопросы не вошли в обзор: распространение звуков вблизи $\lambda =$ точки ^{**}) (это особая тема, требующая подробного разбора свойств гелия вблизи точек фазового перехода второго рода и изложения современных представлений о фазовых переходах), прохождение волны через границу двух жидкостей, жидкости и пара, жидкости и твердого тела. Самоограничение обусловлено предельными размерами статьи.

1. УРАВНЕНИЯ ГИДРОДИНАМИКИ И АКУСТИЧЕСКИЕ МОДЫ

Когда длина свободного пробега возбуждений много меньше длины волны звука ($l \ll \lambda$), волновые процессы описываются системой уравнений гидродинамики сверхтекучей жидкости, отражающей сохранение массы и импульса жидкости, возрастание энтропии и потенциальность сверхтекучего движения ^{2,8}.

В линейном по малым отклонениям от равновесных значений приближении эта система может быть записана в таком виде:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{j} &= 0 \quad (\mathbf{j} = \rho_s \mathbf{v}_s + \rho_n \mathbf{v}_n), \\ \frac{\partial j_i}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial r_i} &= \eta \frac{\partial}{\partial r_k} \left(\frac{\partial v_{ni}}{\partial r_k} + \frac{\partial v_{nk}}{\partial r_i} - \frac{2}{3} \delta_{ik} \frac{\partial v_{nl}}{\partial r_l} \right) + \\ &\quad + \frac{\partial}{\partial r_i} [\zeta_1 \operatorname{div} (\mathbf{j} - \rho \mathbf{v}_n) + \zeta_2 \operatorname{div} \mathbf{v}_n], \\ \frac{\partial \mathbf{v}_s}{\partial t} + \nabla \mu &= \nabla [\zeta_3 \operatorname{div} (\mathbf{j} - \rho \mathbf{v}_n) + \zeta_4 \operatorname{div} \mathbf{v}_n], \\ \frac{\partial (\sigma \rho)}{\partial t} + \sigma \rho \operatorname{div} \mathbf{v}_n &= \frac{\kappa}{T} \Delta T; \end{aligned} \right\} \quad (1.1)$$

здесь ρ_s и v_s , ρ_n и v_n — плотность и скорость движения сверхтекучей и нормальной компоненты соответственно, причем $\rho_s + \rho_n = \rho$, где ρ — плотность гелия; P , T , μ — давление, температура и химический потенциал; σ — энтропия единицы массы гелия; η и κ — коэффициенты первой вязкости и теплопроводности; ζ_1 , ζ_2 , ζ_3 и $\zeta_4 = \zeta_1$ — коэффициенты «второй» вязкости; δ_{ik} — символ Кронекера.

Из системы (1.1) в пренебрежении диссипативными процессами легко вывести дисперсионное уравнение для скорости распространения волны u :

$$u^4 + u^2 \left[\left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_\sigma + \frac{\rho_s}{\rho_n} \sigma^2 \left(\frac{\partial T}{\partial \sigma} \right)_\rho \right] + \frac{\rho_s}{\rho_n} \sigma^2 \left(\frac{\partial T}{\partial \sigma} \right)_\rho \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_T = 0. \quad (1.2)$$

Это уравнение имеет два решения ⁹:

$$2u^2 = u_{1\sigma}^2 + u_{20}^2 \pm [(u_{1\sigma}^2 - u_{20}^2)^2 + 4u_{20}^2 (u_{1\sigma}^2 - u_{1T}^2)]^{1/2}, \quad (1.3)$$

^{*}) При этом предполагается, что читателю известны основные свойства жидкого гелия, которые достаточно подробно описаны в монографиях ³⁻⁶.

^{**}) Этот вопрос рассмотрен в недавнем обзоре ⁷.

где

$$u_{1\sigma}^2 = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_{\sigma}, \quad u_{1T}^2 = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_T, \quad u_{20}^2 = \frac{\rho_s}{\rho_n} \sigma^2 \left(\frac{\partial T}{\partial \sigma} \right)_{\rho}.$$

Различие между адиабатической и изотермической сжимаемостями малое:

$$\frac{u_{1\sigma}^2}{u_{1T}^2} = \frac{C_P}{C_V} = 1 + \alpha^2 u_{1T}^2 \frac{T}{C_V}$$

(здесь C_P и C_V — теплоемкость при постоянном давлении и объеме, α — коэффициент теплового расширения). При $T = 1,5$ °К отношение C_P/C_V отличается от единицы на величину порядка 10^{-3} . Поэтому из (1.3) имеем

$$u_1^2 \approx u_{1\sigma}^2 \left(1 - \alpha^2 \frac{T}{C_V} \frac{u_{20}^2 u_{1\sigma}^2}{u_{1\sigma}^2 - u_{20}^2} \right), \quad (1.4)$$

$$u_2^2 \approx u_{20}^2 \left(1 - \alpha^2 \frac{T}{C_V} \frac{u_{1\sigma}^4}{u_{1\sigma}^2 - u_{20}^2} \right). \quad (1.5)$$

Существование двух решений означает, что в сверхтекучем гелии могут распространяться волны двух типов — с двумя различными скоростями. Эти волновые процессы были названы Ландау первым и вторым звуками. Помимо различия в скорости распространения первый и второй звуки отличаются тем¹⁰, что в волне первого звука колебляется главным образом давление (плотность), в волне второго звука — температура.

Во многих случаях из-за малости α вторым слагаемым в (1.4) и (1.5) можно пренебречь; при этом получаются широко известные выражения для скорости первого и второго звуков

$$u_1^2 = \frac{\partial P}{\partial \rho}, \quad (1.6)$$

$$u_2^2 = \frac{\rho_s}{\rho_n} \sigma^2 \frac{\partial T}{\partial \sigma}. \quad (1.7)$$

Подчеркнем, что два типа волн в сверхтекучей жидкости — следствие двух типов движения, нормального и сверхтекущего. Если $\rho_s = 0$, то распространяется лишь одна волна — первый (обычный) звук.

Диссипативные процессы, описываемые коэффициентами вязкости и теплопроводности, приводят, естественно, к затуханию звуковых волн. Кроме того, дисперсионное уравнение при учете диссипативных процессов имеет еще одно (правда, комплексное) решение. Волну, соответствующую этому решению, называют вязкой. Длина вязкой волны, если пренебречь всеми диссипативными коэффициентами, кроме η , равна $\lambda_{\eta} = (2\eta/\omega_n)^{1/2}$. Вязкая волна играет важную роль при распространении звуковых волн в ограниченных объемах. В частности, в ограниченных объемах Не II характер волновых процессов зависит от соотношения между характерным размером d области, занимаемой Не II, и глубиной проникновения вязкой волны λ_{η} . Если $d \ll \lambda_{\eta}$, то нормальная компонента оказывается заторможенной, $v_n \rightarrow 0$, и колебания распространяются только в сверхтекучей компоненте.

Условие $d \ll \lambda_{\eta}$ выполняется в пленке Не II, покрывающей твердое тело. В этом случае вдоль свободной поверхности пленки Не II распространяются колебания, аналогичные капиллярным волнам в обычной жидкости. Их называют третьим звуком¹¹.

Нормальную компоненту можно затормозить, если заполнить Не II фильтр с размерами каналов, значительно меньшими λ_{η} . Жидкость не

имеет свободной поверхности, и вдоль канала распространяются колебания плотности, обусловленные колебаниями сверхтекучей компоненты. Такой волновой процесс назван четвертым звуком¹¹.

Следует подчеркнуть, что третий и четвертый звуки не новые независимые акустические моды сверхтекучей жидкости. Это — волны, в которые трансформируются первый и второй звуки в условиях, когда влияние границ становится определяющим.

Кроме He^4 , сверхтекущими являются также и растворы $\text{He}^3 - \text{He}^4$ в широкой области температур и концентраций. Система гидродинамических уравнений для сверхтекущих растворов подобна системе для He^4 , но следует добавить уравнение, описывающее сохранение числа атомов He^3 , а сами уравнения изменить, учитя дополнительные диссипативные процессы — диффузию, термодиффузию и бародиффузию^{8,12}. В растворах $\text{He}^3 - \text{He}^4$ также возможно распространение первого и второго звуков. Скорость их распространения определяется из дисперсионного уравнения¹³

$$(u^2 - s_1^2)(u^2 - s_2^2) = \beta^2 \frac{\rho_s}{\rho_n} s_1^2 u^2, \quad (1.8)$$

где

$$s_1^2 = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_{\sigma, c}, \quad s_2^2 = \frac{\rho_s}{\rho_n} \left[\bar{\sigma}^2 \left(\frac{\partial T}{\partial \sigma} \right)_{P, c} + c^2 \frac{\partial}{\partial c} \left(\frac{Z}{\rho} \right) \right],$$

$$\beta = \alpha \bar{\sigma} \left(\frac{\partial T}{\partial \sigma} \right)_{P, c} - \frac{c}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial c}, \quad \bar{\sigma} = \sigma - c \frac{\partial \sigma}{\partial c}, \quad Z = \rho (\mu_3 - \mu_4),$$

а μ_3 и μ_4 — химические потенциалы He^3 и He^4 в растворе с весовой концентрацией He^3 , равной c . Дисперсионное уравнение имеет два корня, которые при $\beta \ll 1$ равны

$$u_1^2(c) \approx s_1^2 \left(1 + \beta^2 \frac{\rho_s}{\rho_n} \frac{s_1^2}{s_1^2 - s_2^2} \right), \quad (1.9)$$

$$u_2^2(c) \approx s_2^2 \left(1 + \beta^2 \frac{\rho_s}{\rho_n} \frac{s_1^2}{s_1^2 - s_2^2} \right)^{-1}. \quad (1.10)$$

Они соответствуют скоростям распространения первого и второго звуков.

При теоретическом описании свойств сверхтекущих растворов $\text{He}^3 - \text{He}^4$ обычно предполагается, что He^3 принимает участие в нормальном движении, поскольку при сверхтекучем движении поток атомов He^3 равен нулю *). Это утверждение соответствует современному представлению о природе нормальной компоненты, как о совокупности элементарных возбуждений жидкости. Движение каждого атома He^3 есть элементарное возбуждение (квазичастица), динамические свойства которого зависят от взаимодействия атома He^3 с атомами He^4 и с другими атомами He^3 . Эти соображения соответствуют теории ферми-жидкости, согласно основным положениям которой число элементарных возбуждений равно числу ферми-частиц. Участие атомов He^3 в сверхтекучем движении можно ожидать только в том случае, если сами атомы He^3 благодаря спариванию образуют сверхтекущую жидкость, растворенную в сверхтекучем He^4 .

Учитывая сказанное в последнем абзаце, не будем приводить выражения для скоростей первого и второго звуков, выведенные в предположении, что атомы He^3 принимают участие в сверхтекучем движении¹³.

*) Строгое доказательство этого утверждения проведено для малых концентраций He^3 ¹⁴.

2. ПЕРВЫЙ ЗВУК

Любой линейный волновой процесс характеризуется скоростью распространения $u(\omega)$ и коэффициентом поглощения $\alpha(\omega)$, которые зависят от частоты ω и от других параметров, например, от $\frac{\omega}{2\pi}$, гц температуры, давления и т. п.*).

Скорость и коэффициент поглощения связаны между собой дисперсионными соотношениями¹⁵, аналогичными соотношениям Крамерса — Кронига. В принципе знание одной величины при всех частотах позволяет вычислить другую. Однако практически каждая из величин известна только в сравнительно узких интервалах частот или даже при определенных фиксированных значениях частоты. Поэтому для полного описания волнового процесса желательно независимое измерение (и вычисление) скорости $u(\omega)$ и коэффициента поглощения $\alpha(\omega)$.

Пионерские измерения скорости первого звука были проведены в 1938 г. Финдлем, Ниттом, Грейсон-Смитом и Вильгельмом^{16, 17} с использованием методики стоячих волн. В 1947 г. Пеллами и Сквайр¹⁸ применили для исследования акустических свойств He^4 импульсную методику, что позволило измерить поглощение звука.

В настоящее время благодаря применению различных методик акустические свойства He^4 исследованы при температурах от 0,05 °К до критической и в области частот, несколько превышающих 10^{11} гц (рис. 1).

В области частот до 10^9 гц измерения¹⁶⁻⁴⁶ скорости и поглощения проведены при использовании пьезоэлектрических кристаллов, создающих и детектирующих колебания плотности в жидкости. Различные оптические способы регистрации⁴⁷⁻⁵², в том числе и бриллюзновское рассеяние лазерного луча, позволили охватить область частот до $\sim 7 \cdot 10^8$ гц.

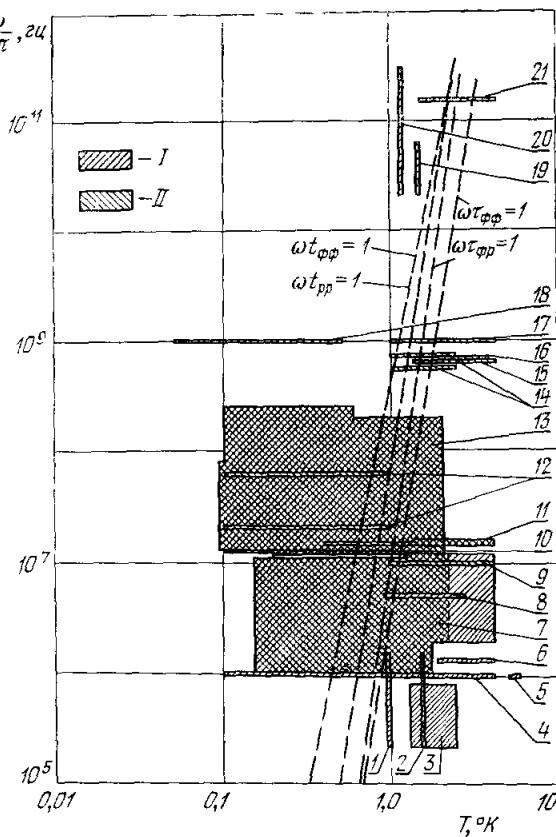


Рис. 1. Области измерений скорости (I) и поглощения (II) звука в He^4 при давлении насыщенных паров и характеристические времена⁶⁷.

1 — 25, 2 — 24, 3 — 23, 4 — 32, 47, 48, 5 — 34, 41, 6 — 17,
7 — 21, 15, 48, 8 — 31, 9 — 37, 10 — 22, 26, 11 — 18, 19, 28 — 30, 97,
12 — 40, 13 — 35, 36, 39, 44, 14 — 49, 15 — 52, 16 — 50, 17 — 46,
18 — 45, 19 — 53, 54, 20 — 60, 21 — 58.

*.) Кроме того, естественно, любая волна характеризуется поляризацией и соотношением между амплитудами различных физических величин в ней. Вместо скорости распространения волну можно характеризовать ее длиной $\lambda(\omega) = 2\pi u(\omega)/\omega$.

В своеобразных акустических интерферометрах⁵³⁻⁵⁵ наблюдалась интерференция фононов на частотах, несколько превышающих 10^{11} Гц. Сведения о наиболее высокоэнергетичных фононах были получены по данным о рассеянии рентгеновских лучей^{56, 57} и нейtronов⁵⁸⁻⁶⁰.

Наиболее точными абсолютными значениями скорости первого звука в Не⁴ при давлении насыщенных паров следует, видимо, считать данные, полученные в работах^{23, 24, 38}, а при повышенных давлениях — данные работ^{37, 43}. Наиболее полные данные о частотной зависимости скорости первого звука и его поглощении для частот до 12 МГц содержатся в работе³⁵, а для частот до 200 МГц — в работе⁴². Поглощение при повышенных давлениях на частотах до 100 МГц исследовано в работе⁴⁴.

а) Экспериментальные методики. При экспериментальном исследовании акустических свойств жидкого гелия наиболее

широко применяются различные модификации импульсного метода. Это обусловлено меньшей, по сравнению с резонансным методом, вводимой в гелий мощностью; точность измерений, особенно относительных, при этом может быть сделана очень большой.

Описывая эксперимент, ограничимся относительно простыми устройствами и схемами, которые позволяют получить достаточно высокую точность. В некоторых случаях будет дано описание аппаратуры, при помощи которой проведены измерения с наивысшей точностью.

На рис. 2 изображена звуковая ячейка, предназначенная для абсолютных измерений скорости и поглощения первого звука в жидком гелии⁶¹. Кварцевый излучатель X-среза генерировал ультразвуковые импульсы, в промежутках между которыми он работал как приемник отраженных сигналов. Для подавления ложных сигналов ниже кварца в крышку запрессовывался мелкодисперсный порошок. Размер порошинок был выбран таким, чтобы нормальная компонента частично тормозилась в каналах такого фильтра, что сопровождалось большим поглощением звука (подробнее об этом в гл. 6) и тем самым практически полностью подавлялись ложные сигналы.

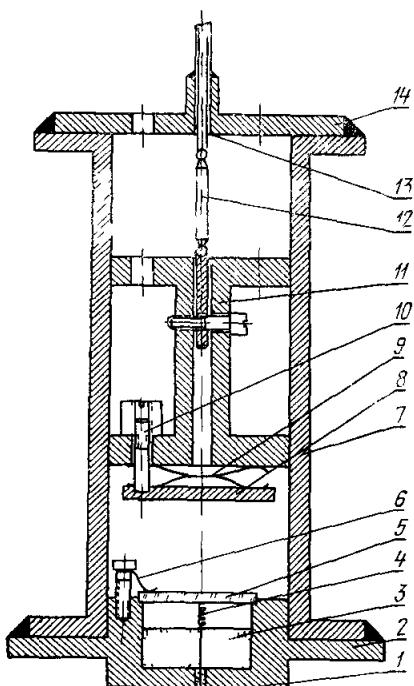
Скорость звука определялась по времени пролета импульсом известного акустического пути, а поглощение находилось по изменению амплитуды

Рис. 2. Звуковая ячейка для абсолютных измерений скорости и поглощения первого звука в жидком гелии⁶¹.

1 — электрический контакт, 2 — нижняя крышка, 3 — спрессованный крокус, 4 — контактная пружина, 5 — кварц, 6 — пружина из фосфористой бронзы, 7 — цилиндр, 8 — отражатель, 9 — пружина, 10 — регулировочный винт, 11 — поршень, 12 — шарнир, 13 — трубка, 14 — верхняя крышка

первого эхо-сигнала при крайних положениях отражателя.

На рис. 3 представлена схема ультразвукового компаратора, позволяющая методом сравнения фаз проводить относительные измерения скорости звука с относительной точностью $\sim 10^{-7}$ и поглощения с разрешением $0,02-0,1$ дБ⁶².



Сигнал от генератора расщепляется на два, один из которых поступает в измерительный канал, содержащий звуковую ячейку, а второй — в эталонный канал, включающий в себя переменный аттенюатор и переменную линию задержки. На входе каждого канала имеются импульсные модуляторы, преобразующие синусоидальные колебания в радиоимпульсы. После прохождения измерительного и эталонного каналов импульсы складываются, а пройдя «временной ключ», усиливаются, детектируются и подаются на осциллограф. Временной ключ «открывает» усилитель-детектор непосредственно перед приходом сигнала из измерительного канала и эталонного сигнала, сдвинутого при помощи переменной линии задержки к этому моменту времени. Такое устройство препятствует насыщению

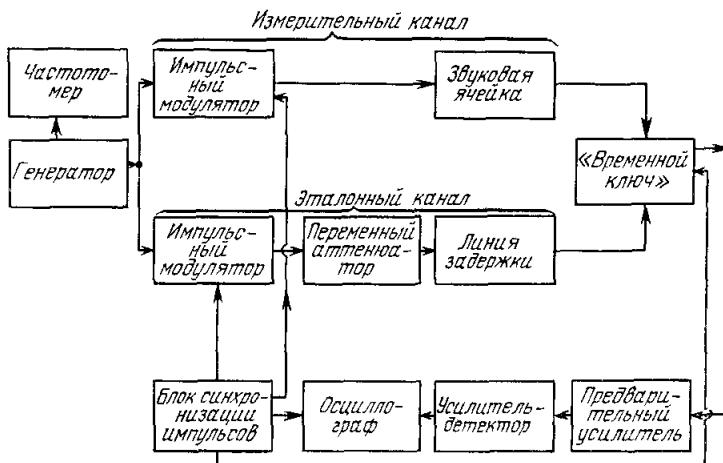


Рис. 3. Упрощенная блок-схема ультразвукового компаратора ⁶².

усилителя из-за ложных сигналов в предшествующие моменты времени и уменьшает тем самым погрешность измерений.

Измерение состоит в том, что при какой-то температуре T_0 (обычно минимально достижимой) при помощи переменного аттенюатора и линии задержки добиваются того, чтобы амплитуды сигналов в эталонном и измерительном каналах были равны, а фазы отличались на $(2n + 1)\pi$ ($n = 0, 1, 2, \dots$), т. е. добиваются равенства нулю сигнала на осциллографе. Затем, при другой температуре, вновь повторяют те же операции. Разность показаний аттенюатора соответствует ослаблению звука при изменении температуры, а изменение задержки — изменению скорости.

б) Скорость, поглощение и дисперсия первого звука в He^4 . Использование гидродинамических уравнений (1.1) ограничивает вычисление скорости и коэффициента поглощения звука низкочастотными пределами.

При $\omega \rightarrow 0$

$$u_1^2(\omega) = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_\sigma, \quad (2.1)$$

а

$$\alpha_1(\omega) = \frac{\omega^2}{2\rho u_1^2} \left(\frac{4}{3} \eta + \zeta_2 \right). \quad (2.2)$$

Наблюдающаяся зависимость скорости звука от частоты и отклонение зависимости $\alpha(\omega)$ от квадратичной возникает по двум причинам, которые

естественно назвать временной дисперсией и пространственной дисперсией.

Временная дисперсия — следствие релаксационных процессов в гелии, достаточно сложных из-за своеобразия энергетического спектра элементарных возбуждений:

$$\varepsilon(p) = sp(1 - \gamma p^2) \quad (\text{область малых импульсов } p), \quad (2.3)$$

$$\varepsilon(p) = \Delta + \frac{(p - p_0)^2}{2m_4^*} \quad (\text{область } p \approx p_0), \quad (2.4)$$

где s — скорость фононов, γ , Δ , p_0 , m_4^* — параметры.

Согласно ⁶³⁻⁶⁸ (при $\gamma > 0$) наиболее вероятны следующие процессы:

1) *Ротон-ротонное рассеяние*. Приводит к быстрому установлению локального равновесия в ротонном газе; характерное время t_{pp} .

2) *Четырехфононное рассеяние под малыми углами*. Имеет большую вероятность из-за почти линейного закона дисперсии фононов и приводит к установлению энергетического равновесия для фононов, движущихся в заданном направлении; характерное время $t_{\Phi\Phi}$.

3) *Четырехфононное рассеяние на большие углы*. Его приходится учитывать при $T < 0,9$ °К; характерное время $\tau_{\Phi\Phi}$.

4) *Пятифононный процесс* (превращение трех фононов в два). Приводит к установлению равновесия по числу фононов; характерное время $\tau_{3 \rightarrow 2}$.

Таблица I

$t_{pp}^{-1} = 2p_0 m_4^* \frac{ V_0 ^2}{\hbar^4} N_p \approx 2,2 \cdot 10^{-10} N_p = 1,2 \cdot 10^{13} \sqrt{T} e^{-\Delta/T} \text{ (сек}^{-1}\text{)},$
$t_{\Phi\Phi}^{-1} = \frac{4,15}{192\pi^3} \frac{(u+1)^4}{\rho^2 s} \left(\frac{kT}{\hbar s}\right)^7 \frac{x^2}{\gamma} \left(1 + \frac{14,7}{x}\right) \approx$
$\approx 4,6 \cdot 10^{43} \frac{x^2 T^7}{\gamma} \left(1 + \frac{14,7}{x}\right) \text{ (сек}^{-1}\text{)} \quad \left(x = \frac{ps}{kT} \gg 1\right),$
$t_{\Phi\Phi}^{-1} = \frac{8,66}{192\pi^3} \frac{(u+1)^4}{\rho^2 s} \left(\frac{kT}{\hbar s}\right)^7 \frac{x^3}{\gamma} \approx 9,6 \cdot 10^{43} \frac{x^3 T^7}{\gamma} \text{ (сек}^{-1}\text{)} \quad (1 \gg x \gg \sqrt{p^2}),$
$\tau_{\Phi\Phi}^{-1} = \frac{9 \cdot 13!}{(2\pi)^7 \cdot 2^{13}} \frac{(u+1)^4 \hbar^2}{\rho^2 s} \left(\frac{kT}{\hbar s}\right)^9 \approx 3,8 \cdot 10^7 T^9 \text{ (сек}^{-1}\text{)},$
$\tau_{3 \rightarrow 2}^{-1} = \Lambda \frac{kT^{12}}{3N_\Phi} \approx 7,8 \cdot 10^7 T^9 \text{ (сек}^{-1}\text{)},$
$\tau_{\Phi p}^{-1} = 4\pi^3 \Gamma \frac{p_0^2}{\rho^2 s} \left(\frac{kT}{\hbar s}\right)^4 N_p \approx 1,3 \cdot 10^{12} T^{9/2} e^{-\Delta/T} \text{ (сек}^{-1}\text{)}$
$N_\Phi = \frac{2,4}{2\pi^2} \left(\frac{kT}{\hbar s}\right)^3 \approx 2 \cdot 10^{19} T^3 \text{ (см}^{-3}\text{)} — \text{плотность числа фононов},$
$N_p = \frac{2p_0^2 (m_4^* kT)^{1/2}}{(2\pi)^{3/2} \hbar^3} e^{-\Delta/T} \approx 5,4 \cdot 10^{22} T^{1/2} e^{-\Delta/T} \text{ (см}^{-3}\text{)} — \text{плотность числа ротонов},$
$u = \frac{\rho}{s} \frac{\partial s}{\partial \rho} = 2,84, \quad s = 2,383 \cdot 10^4 \text{ см/сек}, \quad \rho = 0,145 \text{ г/см}^3,$
$\Delta = 8,65 \text{ °К}, \quad p_0 = 2,02 \cdot 10^{-19} \text{ г} \cdot \text{см}/\text{сек}, \quad m_4^* = 1,06 \cdot 10^{-24} \text{ г},$
$ V_0 ^2 = 6,3 \cdot 10^{-76} (\text{erg/cm}^3)^2, \quad \Lambda = 3,4 \cdot 10^{43},$
$\Gamma = \frac{2}{9} + \frac{1}{25} \left(\frac{p_0}{m_4^* s}\right)^2 + \frac{2}{9} \frac{p_0}{m_4^* s} A + A^2 = 2,6,$
$A = \frac{\rho^2}{p_0 s} \frac{\partial^2 \Delta}{\partial \rho^2} + \frac{p_0}{m_4^* s} \left(\frac{\rho}{p_0} \frac{\partial p_0}{\partial \rho}\right)^2 = -0,1 \text{ (оценка}^{67}\text{)}$

5) *Фонон-ротонное рассеяние.* Относительно медленный процесс, определяющий установление энергетического равновесия между ротонным и фононным газами; характерное время $\tau_{\phi p}$.

Температурные зависимости всех времен релаксации сведены в табл. I, а на рис. 4 нанесены линии, соответствующие уравнениям $\omega t_i = 1$ для различных процессов рассеяния.

Вероятности выписанных здесь процессов рассеяния характеризуют времена частичной релаксации. Так, за время t_{pp} устанавливается равновесие в газе ротонов, но не успевает установиться равновесие в газе фононов; за время $\tau_{3 \rightarrow 2}$ успевает установиться равновесие и в фононном, и в ротонном газе, но не успевает установиться равновесие между ними.

Наиболее общие и подробные вычисления скорости и затухания звука проведены Халатниковым и Черниковой^{67, 68} с помощью кинетического уравнения, а соображения о частичном равновесии используются, во-первых, для выбора приближения, а во-вторых, для физического осмысливания результатов.

При изложении результатов кинетического расчета скорости и поглощения первого звука (табл. II) удобно выделить четыре интервала температур, при переходе из которых происходит «включение» или «переключе-

Таблица II
Скорость и поглощение первого звука в He^4 ⁶⁸

		$T, ^\circ\text{K}: 0,6$	$0,9$	$1,2$
		$\tau_{\phi\phi} \ll \tau_{\phi p}$	$\tau_{\phi p} \sim \tau_{\phi\phi}$	$\tau_{\phi\phi} \gg \tau_{\phi p},$ $\tau_{3 \rightarrow 2} \gg \tau_{\phi p}$ $\tau_{3 \rightarrow 2} \sim \tau_{\phi p}$
Низкие частоты		$u_1 - u_{10} + \frac{s(3u+1)^2}{4} \frac{\rho_{n\phi}}{\rho}$	$u_{10} + \frac{s}{2} \left(3u + 1 - B \frac{S_p}{S_\phi} \right)^2 \frac{S_\phi}{C} \frac{\rho_{n\phi}}{\rho}$	u_{10}
		$\alpha_1(\omega, T) = \frac{\omega^2}{2\rho u_1^3} \left(\frac{4}{3} \eta_{\phi\phi} \zeta_2 \right) \sim \omega^2,$ $\eta_{\phi\phi} = \frac{1}{5} s^2 \rho_{n\phi} \left(\frac{1}{\tau_{\phi p}} + \frac{1}{\tau_{\phi\phi}} \right)^{-1},$ $\zeta_2 = m_4^* s^4 \frac{(3u+1)^2}{9kT} \left(1 - \frac{C_\phi}{C} \right) \rho_{n\phi} \tau_{\phi p}$		
Высокие частоты		$u_1 = u_{10} - s \frac{\rho_{n\phi}}{\rho} \left\{ \frac{3}{4} (u+1)^2 \ln \left[\frac{1}{2\omega\tau_{\phi\phi}} + \frac{1}{2\omega\tau_{\phi p}} + \frac{3}{2} \frac{B_3}{B_2} \gamma \left(2\pi \frac{kT}{s} \right)^2 \right] + 3u + 2 \right\},$ $\alpha_1(\omega, T) = \frac{3\pi}{8} (u+1)^2 \frac{\rho_{n\phi}}{\rho} \frac{\omega}{s} \left\{ 1 + \left[\frac{3}{2} \frac{B_3}{B_2} \gamma \left(2\pi \frac{kT}{s} \right)^2 \omega \right]^{-1} \left(\frac{1}{\tau_{\phi\phi}} + \frac{1}{\tau_{\phi p}} \right) \right\}$		
		$u_{10}^2 = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_T \left(\text{при } T < 0,6 \text{ }^\circ\text{K} \right) u_{10} = s \left[1 - \frac{3}{2} \left(u^2 - \frac{1}{4} \frac{\rho^2}{s} \frac{\partial^2 s}{\partial \rho^2} \right) \frac{\rho_{n\phi}}{\rho} \right],$ $u = \frac{\rho}{s} \frac{\partial s}{\partial \rho}, \quad B = 1 - \frac{1}{2} \frac{\partial \ln (p_0^4 m_4^*)}{\partial \ln \rho} + \frac{\Delta}{T} \frac{\partial \ln \Delta}{\partial \ln \rho} \frac{1 + (2\Delta/T)}{3 + (2\Delta/T)}.$		
		Индексы ϕ и p , стоящие возле C , S и ρ_n , означают фононные и ротонные части соответственно; $B_2 = 1/30$ и $B_3 = 1/42$ — числа Бернуlli.		

ние» механизмов установления равновесия в соответствии с тем, какие времена τ_i являются определяющими (рис. 1). Разделим, кроме того, частоты на высокие ($\omega\tau_{\phi\phi}, \omega\tau_{\phi p} \gg 1$) и низкие ($\omega\tau_{\phi\phi}, \omega\tau_{\phi p} \ll 1$). Однако для всех частот предполагается, что благодаря ротон-ротонным столкновениям в газе ротонов устанавливается равновесие по их числу и энергии, а в газе фононов имеет место равновесие по энергии для фононов, движущихся в заданном направлении, т. е. $\omega t_{pp} \ll 1$ и $\omega t_{\phi\phi} \ll 1$.

Общие выражения табл. II *) в различных температурных интервалах можно значительно упростить, учитывая соотношение между различными τ_i и помня, что при $T > 0,9$ °К вклад фононов в термодинамические характеристики мал, а при $T < 0,6$ °К пренебрежимо мал вклад ротонов. Так, например, при $T < 0,6$ °К $c = c_\phi$ и поэтому $\zeta_2 = 0$, а из-за $\tau_{\phi\phi} \ll \tau_{\phi p}$ вязкость $\eta = s^2 \rho_{ph} \tau_{\phi\phi} / 5$.

В низкочастотном пределе поглощение, как и следовало ожидать, описывается обычным гидродинамическим выражением (2.2), но благодаря рассмотрению конкретных механизмов установления равновесия подсчитаны (вплоть до численных значений) все кинетические коэффициенты. «Подгоночные» параметры отсутствуют.

Для высоких частот в табл. II приведены интерполяционные формулы. В области очень больших частот

$$\frac{1}{2\omega} \left(\frac{1}{\tau_{\phi\phi}} + \frac{1}{\tau_{\phi p}} \right) \ll \frac{3}{2} \frac{B_3}{B_2} \gamma \left(2\pi \frac{kT}{s} \right)^2,$$

когда отклонение спектра фононов от линейного значительно, в выражениях для u_1 и α_1 исчезают члены, содержащие $\omega\tau_{\phi\phi}$ и $\tau_{\phi p}$. В области же высоких, но не слишком высоких частот, когда пренебрежимо малы члены, содержащие параметр γ , скорость первого звука оказывается логарифмически зависящей от частоты, а поглощение — пропорциональным частоте.

При рассмотрении дисперсии первого звука не следует забывать о том, что различие между фононами и волнами первого звука, по существу, терминологическое. При $T = 0$ °К квантованные волны звука и есть фононы **), закон дисперсии которых — следствие атомной структуры жидкости. Это особенно отчетливо видно из установленной Фейнманом ³⁹ связи между $\epsilon(p)$ и $S(p)$ — структурным фактором: $\epsilon(p) = p^2/2m_4 S(p)$, где m_4 — масса атома Не⁴. По этой причине дисперсию звука (фонона), обусловленную нелинейной зависимостью энергии от импульса, естественно назвать пространственной дисперсией.

Учитывая связь спектра фононов со звуком, приведем основные результаты, касающиеся отклонения энергетического спектра фононов от линейного, причем воспользуемся интерполяционной формулой, содержащей (кроме s) два подгоночных параметра, γ и δ :

$$\epsilon(p) = sp(1 - \gamma p^2 - \delta p^4). \quad (2.5)$$

Результаты сведены в табл. III, из которой видно, что экспериментальные данные согласуются с $\gamma \leqslant 0$ и, видимо, более вероятно отрицательное значение параметра γ .

Если $\gamma < 0$, то при $T = 0$ °К разрешены процессы распада возбуждений — один фонон распадается на два. Однако рассчитанное время жизни фонона *** за счет этого механизма, $\tau_\gamma(p)$, очень велико ($\hbar/\tau_\gamma(p) \ll \ll \epsilon(p)$), что позволяет считать фононы «хорошими» квазичастицами.

*) Для наглядности мы ограничились областью температур, меньших 1,2 °К, и пренебрегли коэффициентом теплопроводности.

**) Употребление двух слов «фононы» и «ротоны» — дань исторической традиции.

***) Частное сообщение Л. П. Питаевского.

Таблица III
Параметры энергетического спектра фононов

	$\gamma, \text{сек}^2/e^2 \text{ см}^2$	$\delta, \text{сек}^4/e^4 \text{ см}^4$	$s, \text{м/сек}$
Рассеяние рентгеновских лучей ⁵⁷	$-(5,7 \pm 0,3) \cdot 10^{37}$ либо $(0,16 \pm 0,36) \cdot 10^{37}$		
Рассеяние нейтронов ⁶⁰	$(0,0 \pm 0,2) \cdot 10^{37}$	$2,4 \cdot 10^{75}$	
Теплоемкость ⁷⁰	$-4,1 \cdot 10^{37}$		239,7
Теплоемкость ⁷⁰ , обработка ⁷¹	$-8 \cdot 10^{37}$		$238,3 \pm 0,138$

При конечной температуре описанные ранее механизмы релаксации оказываются более существенными и неустойчивость, обязанная $\gamma < 0$, не проявляется вовсе.

При $T \neq 0^\circ\text{K}$ различие между звуковой волной и фононом, как правило, связано со способом возбуждения. Когда волна возбуждается неупруго рассеивающимся нейтроном, говорят о рождении фона, когда же создается когерентный поток фононов, говорят о возбуждении звуковой волны.

Исследуя дисперсию звука при высоких частотах, следует иметь в виду, что экспериментально отличить временную дисперсию от пространственной не просто: этого можно добиться лишь на основании сравнения измеренных величин с теоретически предсказываемыми зависимостями скорости и поглощения от частоты, температуры, давления и др.

Экспериментально первый звук в He^4 исследован довольно подробно.

На рис. 4 изображена «мелкомасштабная» температурная зависимость $u_1(T)$: монотонное уменьшение u_1 с ростом температуры, за исключением аномалии вблизи λ -точки, отражает температурную зависимость плотности жидкости.

В области высоких температур ($T \gtrsim 1,2^\circ\text{K}$) не замечено изменения скорости первого звука с изменением частоты вплоть до 10^9 гц (правда, при невысокой точности измерений $\sim 1\%$). Применение спин-фононного интерферометра для измерения скорости первого звука в пленке гелия позволило в области частот $(2-6) \cdot 10^{10} \text{ гц}$ обнаружить частотную зависимость скорости первого звука^{53, 54}.

$$\delta u_1(\omega) \equiv \frac{u_1(\omega) - u_1(0)}{u_1(0)} = (6,3 \pm 0,7) \cdot 10^{-13} \frac{\omega}{2\pi}, \quad (2.6)$$

которая, по-видимому, связана с временной дисперсией, поскольку эксперименты⁷², проведенные в условиях, когда временная дисперсия не должна проявляться, не обнаружили указанной зависимости *).

*) Была предпринята попытка⁷³ объяснить зависимость $\delta u_1(\omega)$ при помощи энергетического спектра, содержащего квадратичный по импульсу член, причем

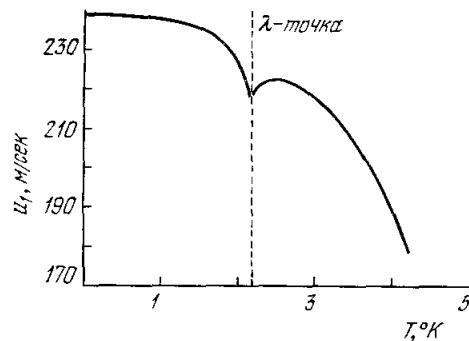


Рис. 4. Температурная зависимость скорости первого звука в He^4 при давлении насыщенных паров.

В области температур, несколько меньших $1,2^{\circ}\text{K}$, дисперсия становится заметной уже на частотах 10^6 — 10^7 гц. На рис. 5 отражена температурная зависимость величины $\delta u_1(T) \equiv u_1(T) - u_1(0)$ для разных частот; частотная и температурная зависимости $\delta u_1(T)$ хорошо согласуются с теорией Халатникова — Черниковой⁶⁸ для частот до $12\text{ M} \cdot \text{гц}$.

Поглощение первого звука в He^4 сложным образом зависит от температуры: паряду с λ -аномалией имеется максимум вблизи 1°K .

В He I поглощение должно, как и в обычной жидкости, определяться вязкостью и теплопроводностью:

$$\alpha_1(\omega, T) = \frac{\omega^2}{2\rho u_1^3} \left[\frac{4}{3} \eta + \kappa (C_V^{-1} - C_P^{-1}) \right]. \quad (2.7)$$

Как видно из рис. 6 экспериментальные данные выше 3°K хорошо согласуются с приведенным выражением; расхождение, имеющее место ниже

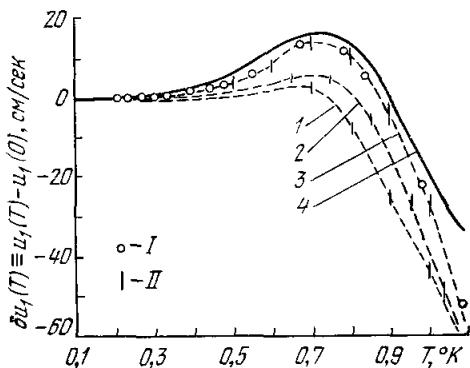


Рис. 5. Температурная зависимость величины δu_1 .

I — $12\text{ M} \cdot \text{гц}$ ⁴², II — ³²; 1 — $1,00\text{ M} \cdot \text{гц}$, 2 — $3,91\text{ M} \cdot \text{гц}$, 3 — $11,9\text{ M} \cdot \text{гц}$, 4 — расчет согласно⁶⁸ для $12\text{ M} \cdot \text{гц}$.

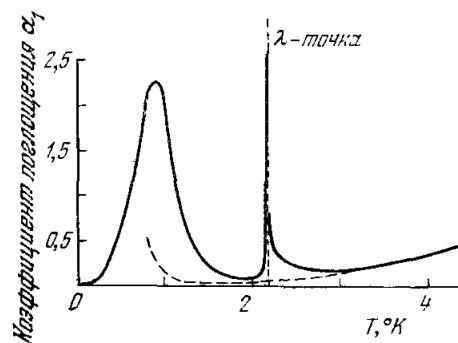


Рис. 6. Поглощение первого звука в He^4 . Частота $12\text{ M} \cdot \text{гц}$: сплошная линия — экспериментальные результаты, штриховая — классическое вязкостное поглощение (выражение (2.7) с $\kappa = 0$)⁶.

3°K , связано с особенностями λ -перехода, которые не учитываются выражением (2.7).

В He II λ -аномалия не затягивается так далеко, как в He I , но даже при достаточном удалении от T_λ вклад вязкости в поглощение звука мал — определяющий вклад вносит вторая вязкость, как это следует из формул, приведенных в табл. II. Максимум поглощения имеет место, когда $\omega \tau_{\text{фр}} \sim 1$; по мере повышения частоты он смещается в сторону более высоких температур.

Вне области дисперсии ($\omega \tau_{\text{фр}} \ll 1$) поглощение пропорционально квадрату частоты вплоть до частоты 10^9 гц — наибольшей частоты, при которой проведены измерения поглощения первого звука⁵².

На рис. 7, а — в приведены некоторые экспериментальные данные о поглощении первого звука на различных частотах, а также нанесена величина $\alpha_1(\omega, T)$, вычисленная в работе⁶⁸. Из графиков следует, что для малых частот во всей температурной области, а для $(\omega/2\pi) = 12\text{ M} \cdot \text{гц}$ при $T > 0,6^{\circ}\text{K}$, теоретические величины хорошо согласуются с экспериментальными данными.

численное значение постоянной в выражении (2.6) удалось согласовать с данными нейтронных измерений $\varepsilon(p)$ ⁶⁰. Однако в работе⁷⁴ показано, что спектр с квадратичным по импульсу слагаемым гораздо хуже описывает зависимость теплопроводности и скорости первого звука от давления, чем широко используемый спектр (2.5). Подчеркнем также, что нейtron «не различает» причину дисперсии.

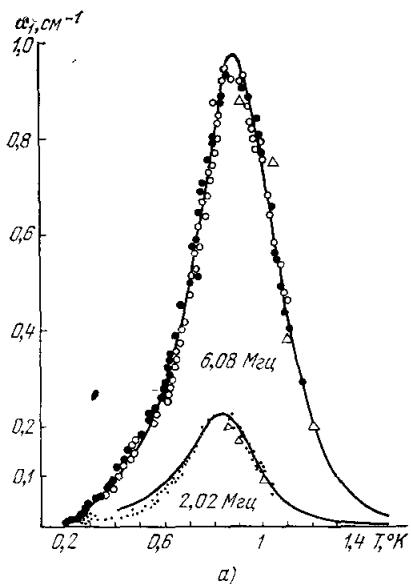
В области частот 12—36 Мгц при температурах 0,2—0,6 °К экспериментальные данные подчиняются закону $\alpha_1(\omega, T) \sim \omega T^4$, что соответствует теоретической зависимости, но численные значения оказываются в 2—2,5 раза превышающими расчетные величины.

Это расхождение нельзя объяснить четырехфононными процессами рассеяния, поскольку их вклад в поглощение пропорционален $\omega^3 T^4$.

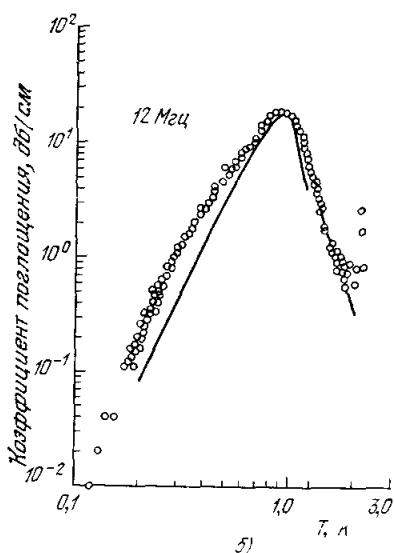
В области низких температур наблюдается еще одно расхождение с теорией⁶⁸: если при $(\omega/2\pi) \leq 12$ Мгц $d\alpha_1/d\omega > 0$, то для частот $12 < (\omega/2\pi) \leq 84$ Мгц согласно⁴² $d\alpha_1/d\omega < 0$.

Для объяснения перечисленных расхождений было предпринято большое число работ^{71, 75—90}, в которых рассчитывались скорость и поглощение первого звука. С теоретической точки зрения эта область привлекательна тем, что все свойства He^4 здесь обязаны лишь длинноволновым фононам — плотность ротонов экспоненциально мала.

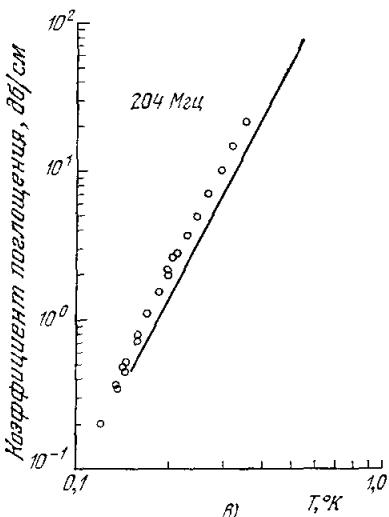
В подавляющем большинстве этих теоретических работ исследуются трехфононные процессы — непосредственное



a)



б)



в)

Рис. 7. Поглощение первого звука в He^4 .

а) Данные⁸⁵; б, в) данные⁴²; сплошные линии — расчет⁶⁸.

поглощение акустического фона на тепловыми; характерное время такого процесса обозначим $\tau_{2 \rightarrow 1}$. Впервые на возможность трехфононных процессов для спектра типа (2.3) (даже при $\gamma > 0!$) обратил внимание Кавасаки⁷⁵. Если $\gamma > 0$, при трехфононных процессах не выполняются законы сохранения энергии и импульса. Однако тепловые фононы испытывают столкновения друг с другом, и их среднее время жизни τ конечно,

что обуславливает неопределенность энергии $\sim \hbar/\tau$. Если эта неопределенность больше величины $3\bar{p}^2\hbar\omega$ (здесь \bar{p} — средний тепловой импульс фонона), на которую при трехфононных процессах энергия «не сохраняется», то такие процессы становятся разрешенными. Если $\gamma < 0$, то трехфононные процессы являются разрешенными и при $\tau \rightarrow \infty$.

Учет трехфононных процессов, проведенный во втором неисчезающем приближении теории возмущений, приводит при $\gamma = 0$ к следующим выражениям для скорости и поглощения первого звука⁸³⁻⁸⁵:

$$u_1(\omega, T) = u_1(0) + s \frac{3(u+1)^2}{8} \frac{\rho_{n\phi}}{\rho} \Phi(\omega, T), \quad (2.8)$$

$$\alpha_1(\omega, T) = \frac{3\pi}{8} (u+1)^2 \frac{\rho_{n\phi}}{\rho} \frac{\omega}{s} F(\omega, T); \quad (2.9)$$

здесь

$$\Phi(\omega, T) = \ln [1 + (2\omega\tau_{2 \rightarrow 1})^2] + 2 \frac{(2\omega\tau_{2 \rightarrow 1})^2}{1 + (2\omega\tau_{2 \rightarrow 1})^2} - 4 \frac{\arctg(2\omega\tau_{2 \rightarrow 1})}{2\omega\tau_{2 \rightarrow 1}}, \quad (2.10)$$

$$F(\omega, T) = \frac{2}{\pi} \left\{ \arctg(2\omega\tau_{2 \rightarrow 1}) + \frac{2\omega\tau_{2 \rightarrow 1}}{1 + (2\omega\tau_{2 \rightarrow 1})^2} + \frac{\ln[1 + (2\omega\tau_{2 \rightarrow 1})^2]}{2\omega\tau_{2 \rightarrow 1}} \right\}.$$

Оказывается, что рассчитанные с $F(\omega, T)$ значения $\alpha_1(\omega, T)$ хорошо согласуются с измеренным значением коэффициента поглощения первого

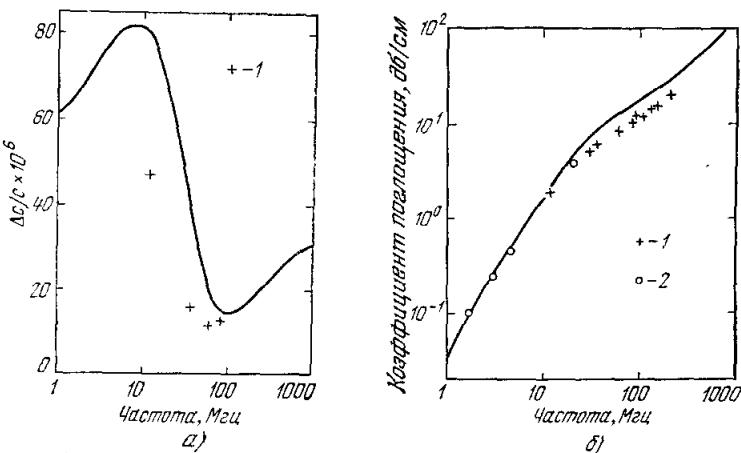


Рис. 8. Частотная зависимость относительной скорости (а) и поглощения первого звука (б) в He^4 ⁷¹.
1 — данные⁴²; 2 — данные⁴⁰.

звука в He^4 на «неблагополучной» частоте 36 Мгц. Максимум функции $F(\omega, T)$ соответствует условию $\omega_{2 \rightarrow 1} = 1$. Таким образом, в фононом газе имеет место дисперсия звука, обусловленная медленностью трехфононных процессов рассеяния.

Мэрис⁸⁷, исходя из численного решения кинетического уравнения для трехфононных процессов рассеяния на малые углы, подсчитал, используя спектр $\varepsilon(p)$ с $\gamma = -8 \cdot 10^{37} \text{ э}^{-2} \text{ см}^{-2} \text{ сек}^2$, частотную зависимость $u_1(\omega)$ и поглощение звука. На рис. 8 представлены результаты этого расчета и экспериментальные данные для $T = 0,35 \text{ }^\circ\text{K}$ (это температура, где расхождение между экспериментом и теорией Халатникова — Черниковой было наибольшим). Как видно из рисунка, имеется согласие рассчи-

танных и измеренных значений $\alpha_1(\omega)$ и, что самое привлекательное, зависимость δu_1 от частоты совпадает с экспериментально наблюдаемой — $\delta \delta u_1 / \delta \omega > 0$ для частот $1-10 \text{ M} \cdot \text{Гц}$ и $\delta \delta u_1 / \delta \omega < 0$ для частот $10-100 \text{ M} \cdot \text{Гц}$, хотя остается некоторое численное расхождение.

Таким образом, фонон-ротонные и трехфононные процессы рассеяния приводят к временной дисперсии первого звука, проявляющейся при $\omega \tau_{\text{фр}} \sim 1$ и $\omega \tau_{2 \rightarrow 1} \sim 1$. Частотная зависимость скорости, а в области низких температур ($T < 0,6 \text{ }^{\circ}\text{K}$) и поглощение первого звука связаны как с временной дисперсией, так и с пространственной дисперсией — отклонением зависимости между энергией и импульсом фононов от линейной. Ряд данных свидетельствует, хотя не всегда однозначно, в пользу спектра типа $\varepsilon(p) = sp(1 - \gamma p^2 - \delta p^4)$, причем $\gamma < 0$, а $\delta > 0$.

Остающиеся расхождения между теорией и экспериментом, по-видимому, не затрагивают наших основных представлений о характере релаксационных процессов в Не II, а связаны с недостаточной точностью аналитических или даже численных расчетов.

в) Растворы Не³ — Не⁴. Относительно акустических свойств растворов изотопов гелия имеется значительно меньше экспериментальных данных, чем для Не⁴, и теоретическое рассмотрение проведено не столь полно.

Скорость первого звука в растворах Не³ — Не⁴ измерена в широком интервале концентраций, вплоть до чистого Не³, при температурах от 0,5 до $4 \text{ }^{\circ}\text{K}$ ^{37, 91-94}. Поглощение первого звука изучено на частотах до $\sim 15 \text{ M} \cdot \text{Гц}$ в интервале температур 0,4—2 $^{\circ}\text{K}$ при концентрации Не³ до 11%⁹⁵⁻⁹⁷, а при более высоких температурах (1,4—3,5 $^{\circ}\text{K}$) измерено в растворах с содержанием Не³ до 20%⁶¹.

На рис. 9 приведены зависимости скорости первого звука в растворах $u_1(c, T)$ от концентрации и температуры. Для кривых, соответствующих сверхтекучим растворам, так же как и для Не⁴, характерны особенности в λ -точках, которые по мере повышения концентрации постепенно сглаживаются. В области температур меньше 0,9 $^{\circ}\text{K}$ кривые, соответствующие

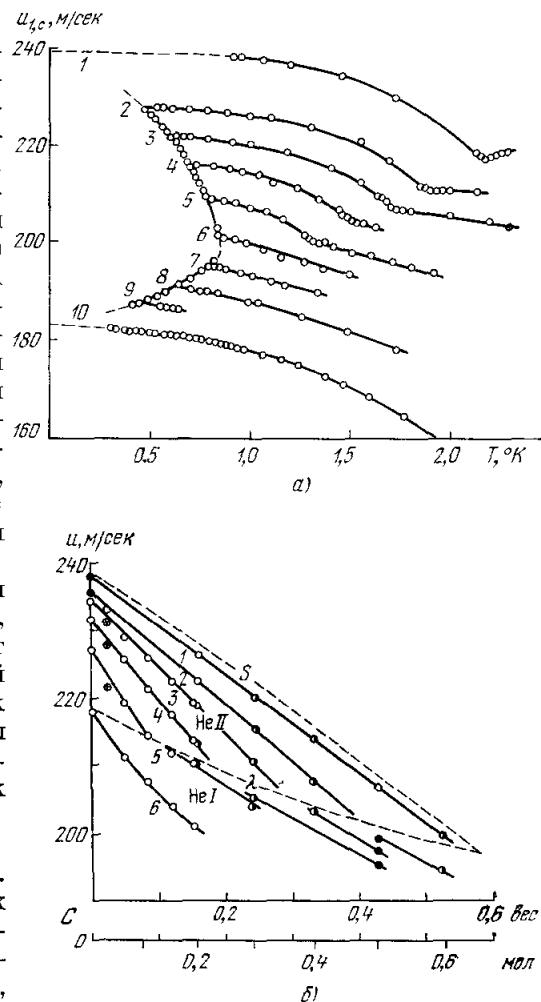


Рис. 9. Скорость первого звука в растворах Не³ — Не⁴ ^{92, 93}.

а) Кривая 1 — Не⁴, 2 — 20 %, 3 — 30,1 %, 4 — 39,8 %, 5 — 50 %, 6 — 59,7 %, 7 — 69,9 %, 8 — 79,8 %, 9 — 89,7 % Не³, 10 — Не³; б) 1 — 1,0 $^{\circ}\text{K}$, 2 — 1,4 $^{\circ}\text{K}$, 3 — 1,6 $^{\circ}\text{K}$, 4 — 1,8 $^{\circ}\text{K}$, 5 — 2,0 $^{\circ}\text{K}$, 6 — 3,0 $^{\circ}\text{K}$; S — линия расслоения, λ — λ -линия.

растворам различной концентрации, переходят в общую кривую, которая в координатах $u_1(c, T)$ — T является своеобразной кривой расслоения.

Выражение для скорости первого звука в растворах He^3 — He^4 (1.9) упрощается, когда $s_1^2 \gg s_2^2$:

$$u_1^2(c, T) = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_{c, T} \left(1 + \bar{c}^2 \frac{\rho_s}{\rho_n} \right), \quad \bar{c} = \frac{c}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial c}. \quad (2.11)$$

На основании этого соотношения легко объяснить ⁹³ линейную зависимость u_1 от концентрации, которая имеет место в области сверхтекущих растворов (рис. 9, б).

Поглощение первого звука в сверхтекущих растворах в гидродинамическом (предельном) случае зависит не только от η и ζ_2 , как в He^4 , в пренебрежении коэффициентом теплового расширения, но и от κ , ζ_1 и ζ_3 . Согласно ⁹⁸

$$\begin{aligned} \alpha_1(c, T, \omega) = & \frac{\omega^2}{2\rho u_1^3} \left(1 + \bar{c}^2 \frac{\rho_s}{\rho_n} \right)^{-1} \left[\left(\frac{4}{3} \eta + \zeta_2 \right) \left(1 - \bar{c} \frac{\rho_s}{\rho_n} \right)^2 + \right. \\ & \left. + 2\rho \zeta_1 \bar{c} \frac{\rho_s}{\rho_n} \left(1 - \bar{c} \frac{\rho_s}{\rho_n} \right) + \rho \zeta_3 \left(\bar{c} \frac{\rho_s}{\rho_n} \right)^2 + \frac{\kappa}{C} \bar{c}^2 \rho \frac{\rho_s}{\rho_n} \frac{\partial T}{\partial \sigma} \frac{\bar{c}^2}{u_1^2} \right]. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Помимо этого, процессы диффузии приводят к дополнительному поглощению, равному ⁹⁸

$$\alpha_{1, D}(c, T, \omega) = \frac{\omega^2 \bar{c}^2 D}{2u_1^3 c^2} \left[\left(1 + \bar{c}^2 \frac{\rho_s}{\rho_n} \right) \frac{\partial}{\partial c} \frac{Z}{\rho} \right]^{-1} \left[c \frac{\rho_s}{\rho_n} \frac{\partial}{\partial c} \frac{Z}{\rho} \left(c + \frac{k_T \sigma}{C} \right) + u_1^2 \right]^2 \quad (2.13)$$

(D и Dk_T — коэффициенты диффузии и термодиффузии), причем первый член во вторых квадратных скобках обусловлен диффузией и термодиффузией, а последний — бародиффузией.

Температурная зависимость коэффициента поглощения первого звука в растворах аналогична зависимости для He^4 . Концентрационная же зависимость для растворов различна для сверхтекущих и несверхтекущих растворов. В He I поглощение линейно увеличивается с ростом концентрации, что в основном определяется зависимостью от концентрации величины ρu_1^3 . В He II примеси уменьшают, а не увеличивают поглощение (рис. 10). Объясняется это тем, что в рассматриваемой области основной вклад в поглощение вносит вторая вязкость, которая уменьшается при увеличении концентрации He^3 , поскольку He^3 обуславливает более частое столкновение ротонов и фононов. Уменьшение $\tau_{\text{фр}}$ приводит, с одной стороны, к смещению максимума поглощения (при $\omega \tau_{\text{фр}} \sim 1$) и, с другой стороны, к уменьшению второй вязкости, а следовательно, и поглощения.

Предполагая установление равновесия по числу ротонов и фононов самыми медленными процессами, Андреев ⁹⁹ подсчитал изменение коэффициента второй вязкости ζ_2 , вызванное трехфононным рассеянием на примеси и превращением фонон — ротон на примеси. При этом из экспериментальных данных для слабых растворов подбирались некоторые параметры $\Gamma_{\text{фр}i}$ и $\Gamma_{\Phi i}$, характеризующие скорость изменения числа ротонов и фононов.

На рис. 11 представлена концентрационная зависимость приведенных (деленных на $\omega^2/2\rho u_1^3$) значений коэффициентов поглощения, связанных с первой и второй вязкостью и диффузией — $\tilde{\alpha}_1(\eta)$, $\tilde{\alpha}_1(\zeta_1)$ и $\tilde{\alpha}_1(D)$. Величины $\tilde{\alpha}_1(\eta)$ и $\tilde{\alpha}_1(D)$ вычислялись непосредственно по (2.12) и (2.13), а $\tilde{\alpha}_1(\zeta)$ определялась как разность между измеренной величиной коэффициента поглощения α_1 и $\tilde{\alpha}_1(\eta) + \tilde{\alpha}_1(D)$, т. е. $\tilde{\alpha}_1(\zeta) = \tilde{\alpha}_1 - \alpha_1$ —

$\sim \tilde{\alpha}_1(D)$; вклад теплопроводности (по оценкам) пренебрежимо мал. На основании величины $\tilde{\alpha}_1(\zeta)$ можно оценить коэффициент ζ_2 , если предположить, что $\tilde{\alpha}_1(\zeta) \approx \tilde{\alpha}_1(\zeta_2)$. Полученные таким образом значения ζ_2 для

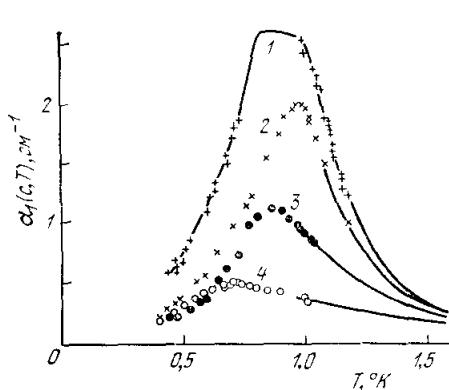


Рис. 10. Поглощение первого звука в растворах $\text{He}^3 - \text{He}^4$ на частоте $14,0 \text{ Mгц}$ ⁹⁷.
1 — He^4 , 2 — 0,32% He^3 , 3 — 1,2% He^3 ,
4 — 5,2% He^3 .

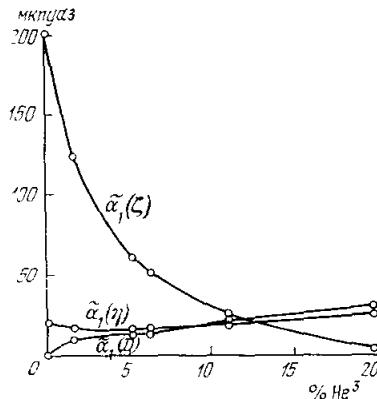


Рис. 11. Зависимость приведенных значений $\tilde{\alpha}_1(\eta)$, $\tilde{\alpha}_1(D)$ и $\tilde{\alpha}_1(\zeta)$ от концентрации He^3 при $1,4^\circ\text{K}$ ⁶¹.

концентраций, превышающих 7% He^3 , оказываются значительно меньшие подсчитанных по выражению Андреева с приводимыми им параметрами $\Gamma_{\Phi i}$ и $\Gamma_{\Phi i}$.

г) Влияние давления. Прикладывая к жидкому гелию давление, можно в определенных пределах изменять его свойства, в частности, акустические характеристики гелия — скорость звука и поглощение.

Экспериментально исследована зависимость скорости звука от давления, как для He^4 ^{17, 20, 37}, так и для растворов³⁷, в интервале температур $1-4,2^\circ\text{K}$. Специально проведены измерения $u_1(P)$ для He^4 в области низких температур, меньших $0,1^\circ\text{K}$ ⁴³, на основании которых определены две величины — постоянная Грюнайзена $u = \partial \ln s / \partial \ln p$ и $w = (\rho^2/s) (\partial^2 s / \partial p^2)$, являющиеся мерой интенсивности взаимодействия фононов друг с другом в третьем и четвертом порядке при разложении по колебаниям плотности. Оказалось, что при стремлении давления к нулю $u = 2,84$, $w = -8,26$, а при давлении 25 atm $u = 2,21$, $w = 4,94$, т. е. с ростом давления взаимодействие фононов друг с другом несколько ослабляется.

Зависимость поглощения первого звука в He^4 от давления при умеренных частотах, меньших 15 Mгц , которое измерено в интервале температур $0,2-1,8^\circ\text{K}$ ²⁸⁻²⁹ (рис. 12), можно объяснить тем, что в меру более частых столкновений квазичастиц из-за повышенной плотности уменьшается вторая вязкость, а вместе с этим и поглощение. Однако согласие экспериментальных данных с расчетом¹⁰⁰ коэффициента ζ_2 оказывается лишь качественное.

Неожиданные закономерности были обнаружены при измерении поглощения на высоких частотах, $15-256 \text{ Mгц}$, для температур $0,1-1,0^\circ\text{K}$ и давлений до 25 atm ⁴⁴ (рис. 13): когда $P \leq 8,4 \text{ atm}$, $\alpha_1(T) \sim T^4$, но при более высоких давлениях и $T > 0,6^\circ\text{K}$ зависимость $\alpha_1(T)$ близка к $\exp(-\Delta/T)$.

Для объяснения столь сложной зависимости поглощения звука от давления и температуры был предложен процесс, получивший название

частично разрешенного трехфононного процесса рассеяния¹⁰¹. Сущность этого процесса состоит в том, что для спектра типа (2.5) с $\gamma < 0$, а $\delta > 0$, имеется предельный импульс $p_c = -3\gamma/5\delta$, такой, что $\partial\epsilon/\partial p \geq s$ при $p \leq p_c$. Поэтому ультразвуковой фонон может быть поглощен только таким тепловым фононом, для которого $\bar{p} \leq p_c$ (\bar{p} — средний тепловой импульс фонона). Расчеты приводят к выражению

$$\alpha_1(\omega, P, T) = \alpha_{2 \rightarrow 1} \frac{I(z)}{I(\infty)}, \quad (2.14)$$

где

$$I(z) = \int_0^z x^4 f(x) [1 + f(x)] dx,$$

$f(x)$ — бозевская функция, а $z = (sp_c/kT)$; величина $\alpha_{2 \rightarrow 1}$ —

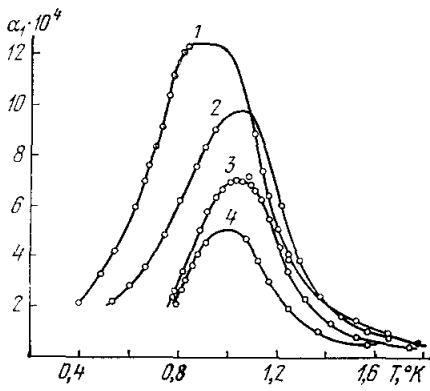


Рис. 12. Зависимость α_1 от температуры для He^4 при различных давлениях на частоте 14,4 Мег²⁹.

1 — давление насыщенных паров, 2 — 8,4 атм., 3 — 16,4 атм., 4 — 24,7 атм.

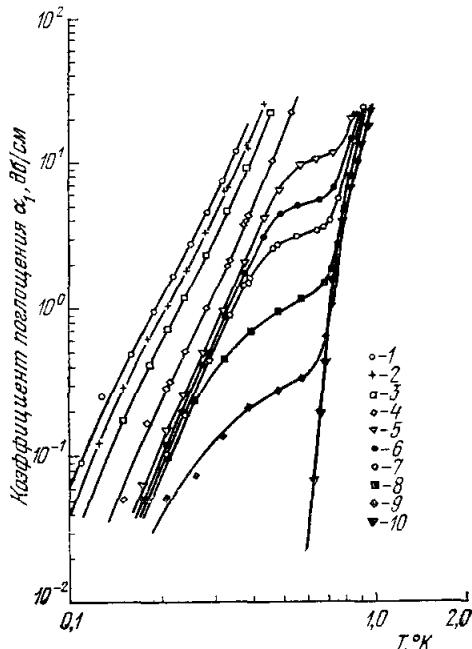


Рис. 13. Температурная зависимость поглощения первого звука в He^4 на частоте 105 Мег⁴⁴.

1 — давление насыщенных паров, 2 — 1,1 атм., 3 — 3,0 атм., 4 — 8,4 атм., 5 — 14,0 атм., 6 — 15,5 атм., 7 — 16,4 атм., 8 — 17,8 атм., 9 — 19,0 атм., 10 — 24,7 атм.

поглощение, обусловленное трехфононным рассеянием, причем для $\gamma \neq 0$ и в первом неисчезающем порядке теории возмущений $\alpha_{2 \rightarrow 1}$ описывается⁸¹ выражением (2.9), но с заменой $F(\omega, T)$ на $F_1(\omega, T)$:

$$F_1(\omega, T) = \frac{2}{\pi} [\arctg(2\omega\tau_{2 \rightarrow 1}) - \arctg(3\gamma\bar{p}^2\omega\tau_{2 \rightarrow 1})].$$

Таким образом, при низких температурах ($z \gg 1$) $\alpha_1 \approx \alpha_{2 \rightarrow 1} \sim \omega T^4$, а при высоких температурах ($z \ll 1$) $\alpha_1 \approx \alpha_{2 \rightarrow 1} z^3/3 \sim \omega T$.

При малых давлениях значения γ и δ таковы, что p_c велико ($z \gg 1$) и частично разрешенные трехфононные процессы вырождаются в полностью разрешенные. По мере повышения давления p_c уменьшается и частично разрешенные трехфононные процессы начинают проявляться в виде слабой зависимости поглощения от температуры, $\alpha_1 \sim T$.

Подбирая для различных давлений параметры γ и δ (т. е. p_c), удается согласовать экспериментальные данные и рассчитанные согласно (2.14) значения поглощения первого звука, причем при $T > 0,6$ °К существенным становится вклад ротонов, который определяет экспоненциальную зависимость поглощения от обратной температуры.

3. ВТОРОЙ ЗВУК

Своебразный волновой процесс, предсказанный Ландау² и названный вторым звуком, был обнаружен Пешковым^{102, 103} после того, как Либшиц¹⁰ выяснил физическую природу этого явления. В последовавших затем многочисленных исследованиях были измерены скорость второго звука в He^4 в интервале температур $0,1 \text{ }^\circ\text{K} - T_\lambda^{102-119}$ и его поглощение на частотах $0,2 - 270 \text{ кгц}$ в интервале температур от $0,7 \text{ }^\circ\text{K}$ до λ -точки¹²⁰⁻¹²⁶. Менее подробно изучен второй звук в растворах $\text{He}^3 - \text{He}^4$ ¹²⁷⁻¹³².

а) Экспериментальные методики. Измерения скорости и поглощения второго звука проводились как резонансным, так и импульсным методами. В качестве примера приведем схему, которую использовали Сэндифорд и Фейербенк¹³² при исследовании растворов

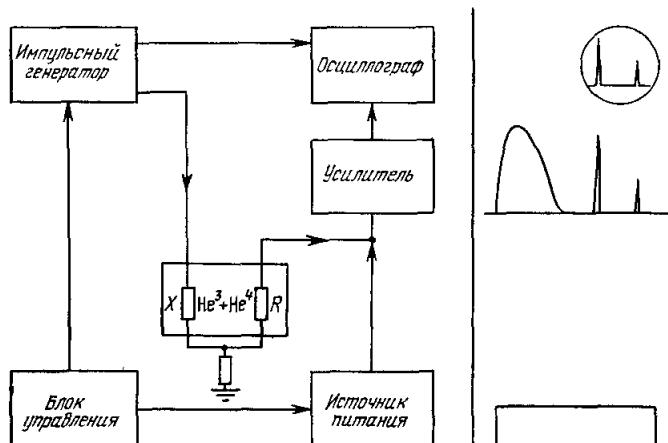


Рис. 14. Блок-схема для изучения второго звука методом одиночного теплового импульса¹³².

$\text{He}^3 - \text{He}^4$ (рис. 14). Основным ее преимуществом является малое количество тепла, вводимое в жидкость, что особенно существенно для растворов гелия. Измерения проводились следующим образом. Вначале на приемник R подавался длинный (50 мксек) импульс постоянного тока. Этот импульс вызывал сигнал на выходе усилителя, который затухал со временем, определяемым низкочастотной областью полосы пропускания усилителя. После полного исчезновения этого импульса запускалась развертка усилителя, спустя еще несколько микросекунд на нагреватель X подавался короткий импульс тока, который вызывал импульс второго звука, а благодаря сопротивлению r этот опорный сигнал регистрировался осциллографом. Через время $t = u_2/l$ (l — расстояние между приемником и излучателем) импульс второго звука достигал приемника, усиливался и поступал на осциллограф, так что по времени пролета одиночного импульса определялась скорость.

Поглощение второго звука может быть определено по уменьшению импульса при увеличении акустического пути либо по ширине резонансной кривой, которая получается при изменении частоты звука при фиксированном расстоянии между приемником и излучателем.

В ранних экспериментах со вторым звуком в качестве приемников применялась термометрическая проволочка из фосфористой бронзы; позднее были разработаны более чувствительные датчики, изготовленные из тонких угольных пленок или порошков (технология изготовления описана,

например, в работах^{133, 134}; было предложено регистрировать колебания температуры по восприимчивости парамагнитной соли¹³⁵. В последнее время для этой цели стали использовать полупроводниковые материалы¹³⁶, пленки из сверхпроводящих материалов и сплавов¹³⁷⁻¹⁴⁰, угольные болометры^{141, 142}. Очень эффективным приемником и излучателем второго звука оказался конденсаторный микрофон с пористой мембраной в качестве колеблющегося элемента¹⁴³⁻¹⁴⁵.

Помимо описанных «прямых» методов исследования второго звука использовалась техника бриллюзновского рассеяния света на волнах второго звука¹⁴⁶⁻¹⁴⁸, а также шлирен-фотографирование¹⁴⁹.

б) Скорость, поглощение и дисперсия второго звука в He^4 . Детальный анализ различных механизмов установления равновесия в газе возбуждений, основные идеи которого были изложены в предыдущей главе, позволили Халатникову^{8, 65, 150-152} и Халатникову и Черниковой^{67, 68} исследовать дисперсию и поглощение второго звука. Результаты этих исследований представлены в табл. IV, где выделены, как и для первого звука, низкие частоты $\omega_{\Phi\Phi}, \omega_{\Phi p} \ll u_2/u_1$ и высокие ($\omega_{\Phi\Phi}, \omega_{\Phi p} \gg u_2/u_1$).

Таблица IV

Скорость и поглощение второго звука в He^4 ⁶⁸

	$T, ^\circ\text{K}: \quad 0,6$	$0,9$	$1,2$
Низкие частоты	$\tau_{\Phi\Phi} \ll \tau_{\Phi p}$	$\tau_{\Phi\Phi} \sim \tau_{\Phi p}$	$\tau_{\Phi\Phi} \gg \tau_{\Phi p}$ $\tau_{3 \rightarrow 2} \ll \tau_{\Phi p}$ $\sim \tau_{\Phi p}$
	$u_2 = \frac{s}{\sqrt{3}} \left[1 - \frac{3}{4} \times \right.$ $\times \left(3u^2 + 2u + 1 \right) \frac{\rho_{n\Phi}}{\rho} \left. \right]$ $\alpha_2(\omega, T) = \frac{\omega^2}{2\rho u_{30}^3} \frac{\rho_s}{\rho_n} \left[\frac{4}{3} \eta_\Phi + (\zeta_2 + \rho^2 \zeta_3 - 2\rho \zeta_4) + \frac{\rho_n}{\rho_s} \frac{\rho \chi_\Phi}{C} \right]$ $\eta_\Phi = \frac{1}{5} S^2 \rho_{n\Phi} \left(\frac{1}{\tau_{\Phi\Phi}} + \frac{1}{\tau_{\Phi p}} \right)^{-1}$ $\chi_\Phi = 0$	$u_{20} \left[1 - \left(3u + 1 + \right. \right.$ $\left. \left. + B \frac{S_p}{S_\Phi} \right)^2 \frac{S_p}{2C} \frac{\rho_{n\Phi}}{\rho} \right]$ $\zeta_2 + \rho^2 \zeta_3 - 2\rho \zeta_4 = \left(1 - \frac{3S}{C} \right)^2 \frac{m_4^* s^2}{9kT},$ $\chi_\Phi = s^2 S_\Phi \tau_{\Phi p} \left(1 - \frac{TS}{\rho_n s^2} \right)^2$	u_{20}
Высокие частоты	$u_{2\infty} \rightarrow 0,$ $\alpha_{2\infty} \rightarrow \infty$	$u_{2\infty} = \left[\left(1 - \frac{\rho_{n\Phi}}{\rho} \right) \frac{TS_p}{\rho_{n\Phi} C_p} \right]^{1/2},$ $\alpha_{2\infty} = \frac{1}{2u_{2\infty} \tau_{\Phi p}} \frac{C_\Phi}{C_p} \frac{3kT}{m_4^* s^2}$	
	$u_{20} = \frac{\rho_s}{\rho_n} \frac{TS^2}{\rho C}, \quad C_p, S_p — \text{теплоемкость и энтропия газа ротонов,}$ $\rho_{n\Phi} — \text{вклад ротонов в плотность нормальной компоненты.}$		

В низкочастотном предельном случае выражение для скорости второго звука несколько отличается от обычного гидродинамического выражения, что связано с учетом изобарического коэффициента расширения, пропорционального $3u + 1 + (BS_p/S_\Phi)$, а выражение для поглощения совпадает с гидродинамической формулой.

Как и в случае первого звука, при анализе экспериментов можно пользоваться не только значениями кинетических коэффициентов, взятыми из опытов, но и расчетанными на основании исследования релаксационных процессов. Подчеркнем еще раз, что при таком сравнении никаких свободных «подгоночных» параметров нет вовсе.

Интересно отметить, что при $T < 0,6 \text{ }^{\circ}\text{K}$, когда свойства He^4 обусловлены лишь фононами *), все кинетические коэффициенты, за исключением фононной части вязкости, равны нулю и поглощение второго звука описывается выражением

$$\alpha_2(\omega, T) = \frac{2\sqrt{3}_4}{5} \frac{\omega^2 \tau_{\Phi\Phi}}{s} \sim \omega^2 T^{-6},$$

а его скорость стремится при $T \rightarrow 0$ к хорошо известному пределу $u_{20} \rightarrow s/\sqrt{3}$.

Когда $T > 0,6 \text{ }^{\circ}\text{K}$, то, как следует из оценок, основной вклад в $\alpha_2(\omega, T)$ вносит теплопроводность.

В области высоких частот выражение для скорости второго звука совпадает с гидродинамическим выражением, но с заменой полных термодинамических величин соответствующими ротонными вкладами — это так называемый ротонный второй звук; поглощение $\alpha_{2\infty}$ при этом оказывается не зависящим от частоты.

Таким образом, с увеличением частоты при фиксированной температуре должен наблюдаться постепенный переход от обычного равновесного второго звука к ротонному второму звуку. Этот переход соответствует уменьшению скорости от u_{20} до $u_{2\infty}$.

Описанная дисперсия второго звука должна наблюдаться при

$$\omega \tau_{\Phi\Phi} \sim \frac{u_2}{u_4}$$

когда длина свободного пробега фононов l_Φ становится сравнимой с длиной волны второго звука λ_2 . При более высоких частотах $l_\Phi \gg \lambda_2$ и равновесие будет успевать устанавливаться за период звука лишь в ротонном газе, поскольку предполагается, что $\omega \tau_{pp} \ll 1$.

Однако при достаточно низких температурах величина $(3kT/m_4^* s^2)$ (C_Φ/C_p) может стать столь большой, что ротонный второй звук будет затухать на расстоянии порядка длины волны второго звука — дисперсия как бы «затягивается» до более высоких частот:

$$\omega \tau_{\Phi\Phi} \sim \frac{3kT}{m_4^{*2}} \frac{C_\Phi}{C_p} \gg \frac{u^2}{u_4}.$$

При очень высоких частотах $\omega \tau_{\Phi\Phi} \gg (3kT/m_4^* s^2)$ C_Φ/C_p и второй звук вновь становится слабозатухающим, а его скорость и поглощение определяются соотношениями, приведенными в табл. IV в высокочастотной области.

Несмотря на то, что дисперсия второго звука должна наступать при более низких частотах по сравнению с первым звуком, из-за экспериментальных трудностей исследования второго звука в области его дисперсии пока не проведены.

*). Поэтому в этой области второй звук в He^4 — это «обычный» звук в газе фононов.

На рис. 15 изображена температурная зависимость $u_{20}(T)$, $u_{2\infty}(T)$ и нанесены экспериментальные данные. В области высоких температур измеренные величины скорости второго звука полностью согласуются со значениями u_{20} , следующими из теории. В области температур, меньших $\sim 0,6$ °К, между ними имеется значительное различие. Это можно объяснить тем, что при низких температурах длина свободного пробега возбуждений (фононов) становится сравнимой с размерами прибора.

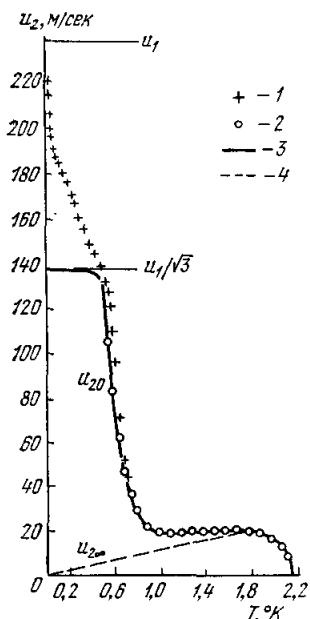


Рис. 15. Температурная зависимость скорости второго звука в He II .

1 — данные 119 , 2 — 126 , 3 — u_{20} ,
4 — $u_{2\infty}$. рассчитанные согласно

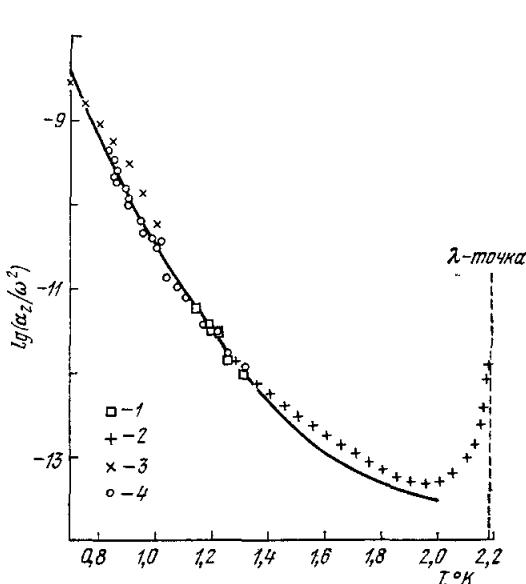


Рис. 16. Поглощение второго звука в He^4 .
1 — данные 122 , 2 — 123 , 3 — 124 , 4 — 125 .

В таких условиях регистрируется не равновесное значение u_2 , а гораздо большие величины, которые могут приближаться к скорости распространения фононов — s .

Экспериментальные данные о поглощении второго звука в He^4 (рис. 16) находятся в хорошем согласии с теоретическими значениями.

в) Растворы He^3 — He^4 . Одна из особенностей второго звука — его высокая чувствительность к примеси He^3 , на что впервые указал Померанчук ¹⁵³ при построении теории слабых растворов He^3 — He^4 . Даже малые добавки He^3 значительно меняют скорость второго звука, а температурная зависимость скорости второго звука в растворах не малых концентраций (рис. 17) существенно отличается от $u_2(T)$ для He^4 . Кривые $u_2(c, T)$ при фиксированной концентрации He^3 стремятся к нулю по мере приближения к λ -точке раствора, а при низких температурах переходят в общую кривую, соответствующую ветви линии расслоения для сверхтекучих растворов в координатах $u_2 — T$.

Для подсчета $u_2(c, T)$ в растворах произвольной концентрации в гидродинамическом приближении воспользуемся выражением (1.10), из

которого легко получается при $s_1^2 \gg s_2^2$ и в пренебрежении тепловым расширением

$$u_2^2(c, T) = \frac{\rho_s}{\rho_n} \left[\bar{\sigma}^2 \left(\frac{\partial T}{\partial \sigma} \right)_{P, c} + c^2 \frac{\partial}{\partial c} \left(\frac{Z}{\rho} \right) \right] \left(1 + \bar{c}^2 \frac{\rho_s}{\rho_n} \right)^{-1}. \quad (3.1)$$

Для сравнения рассчитанных значений $u_2(c, T)$ с экспериментальными это выражение мало пригодно, поскольку в общем случае неизвестно явное выражение для потенциала Z , а экспериментальные данные об избыточных химических потенциалах He^3 и He^4 в растворе, на основании которых можно подсчитать Z , имеются лишь в ограниченном интервале температур и концентраций.

Выражение для Z можно получить в различных моделях растворов или для слабых растворов воспользоваться разложением по концентрации. В последнем случае³

$$u_2^2(c, T) = \frac{\rho_s}{\rho_n} \left[\frac{\partial T}{\partial \sigma} \left(\sigma_{40} + \frac{kc}{m_3} \right)^2 + \frac{kTc}{m_3} \right]; \quad (3.2)$$

здесь σ_{40} — энтропия одного грамма He^4 , m_3 — масса примесного атома He^3 .

Выражение для $u_2(c, T)$ упрощается еще больше, если ограничиться не только слабыми растворами, но и областью столь низких температур, что вкладом фононов и ротонов в термодинамические свойства можно пренебречь. В этих условиях для закона дисперсии примесных возбуждений $\varepsilon = p^2/2m_3^*$ имеем

$$u_2^2 = \frac{C_P}{C_V} \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_T = \frac{5}{3} \frac{kT}{m_3^*}. \quad (3.3)$$

Полученный результат имеет простой физический смысл: когда термодинамические свойства растворов обусловлены в основном примесями, второй звук распространяется в этом примесном газе — «примесный второй звук» — и его скорость равна скорости первого звука в идеальном газе частиц с массой m_3^* .

Коэффициент поглощения второго звука в растворах $\text{He}^3 - \text{He}^4$ был рассчитан для слабых растворов Халатниковым⁷, а для растворов произвольной концентрации Саникидзе и Карчавой⁸. В наиболее общем случае часть этого коэффициента, обусловленная теплопроводностью и вязкостью, оказывается равной

$$\alpha_2(c, \kappa, \eta, \xi) = -\frac{\omega^2}{2\rho u_2^2} \frac{\rho_s}{\rho_n} \left(1 + \bar{c}^2 \frac{\rho_s}{\rho_n} \right)^{-1} \left[\left(\frac{4}{3} \eta + \xi_2 \right) (1 + \bar{c})^2 - \right. \\ \left. + 2\rho \xi_1 (1 + \bar{c}) + \rho^2 \xi_3 + \frac{\rho_n}{\rho_s} \frac{\kappa}{C} \frac{\bar{\sigma}^2}{u_2^2} \frac{\partial T}{\partial \sigma} \right]. \quad (3.4)$$

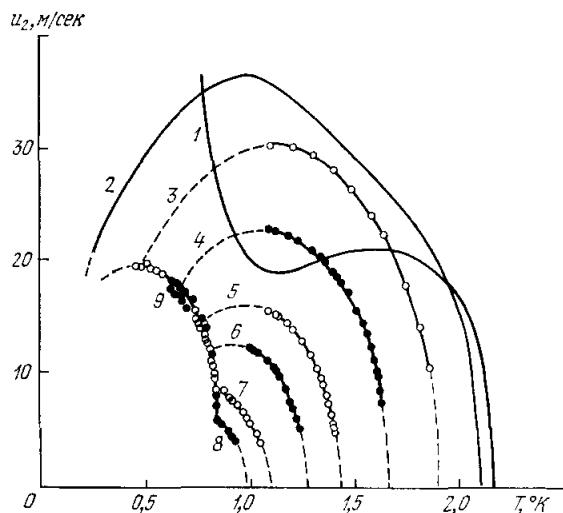


Рис. 17. Скорость второго звука в растворах $\text{He}^3 - \text{He}^{129}$.

1 — He^4 , 2 — 4,3%, 3 — 18,4%, 4 — 31,4%, 5 — 43,9%, 6 — 50,5%, 7 — 59,4%, 8 — 63,9% He^3 ; 9 — линия расслосния.

Наряду с этими механизмами диссипации в растворах имеются и дополнительные механизмы — диффузия, термодиффузия и бародиффузия. Часть коэффициента α_2 , обусловленная этими процессами, записывается в виде

$$\alpha_2(D) = \frac{\omega^2}{2u_2^2} D \frac{\rho_s}{\rho_n} \left[c^2 \frac{\partial}{\partial c} \frac{Z}{\rho} \left(1 + \bar{c}^2 \frac{\rho_s}{\rho_n} \right) \right]^{-1} \times \\ \times \left[\bar{c} \frac{\partial}{\partial c} \frac{Z}{\rho} \left(c + \frac{k_T \sigma}{C} \right) - \bar{c}^2 u_2^2 \right]^2; \quad (3.5)$$

здесь первое слагаемое во вторых квадратных скобках (в числителе) связано с диффузией и термодиффузией, а последнее — с бародиффузией.

К сожалению, поглощение второго звука в растворах $\text{He}^3 - \text{He}^4$ экспериментально изучалось лишь в очень слабых растворах (менее 0,03% He^3)¹³¹. Полученные данные были использованы для определения коэффициента теплопроводности κ в предположении, что в столь слабых растворах, как и в He^4 , поглощение второго звука полностью обусловлено теплопроводностью. Найденная таким образом зависимость κ от T оказалась удовлетворительно согласующейся с расчетом Халатникова и Жаркова¹³⁴ при $T > 0,6^\circ\text{K}$. Значительное расхождение между теорией и экспериментом наблюдается для $T < 0,6^\circ\text{K}$, т. е. там, где ротоны «вымерзают».

г) Влияние давления. Наряду с измерениями скорости второго звука в He^4 под давлением насыщенных паров имеются данные относительно $u_2(T)$ при повышенных давлениях, вплоть до 27 atm^{106, 116, 118}. Выяснилось, что в области температур, в которой основной вклад дают ротоны, с ростом давления $u_2(T)$ уменьшается (в меру изменения энергетического спектра He^4), а в области температур, где основной вклад дают фононы, $u_2(T)$ растет с ростом давления (в меру увеличения u_1).

Аналогичные данные были получены и для растворов He^3 в He^4 при температурах 0,2—1,1 °K^{130, 132}. На основании измеренных значений u_2 для 0,32%-ного раствора He^3 в He^4 были подсчитаны параметры бозевской ветви спектра (Δ , p_0 и m_4^*), которые оказались в хорошем соответствии с величинами, определенными для He^4 по рассеянию нейтронов. Кроме того, была выяснена зависимость эффективной массы примесных возбуждений m_3^* от давления.

4. ОСОБЕННОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ И ВОЗБУЖДЕНИЯ ПЕРВОГО И ВТОРОГО ЗВУКОВ

Представление о первом и втором звуках как о колебаниях соответственно давления и температуры лишь в основных чертах отражает реальную ситуацию, не затрагивая некоторые детали.

Расчет¹⁵⁵ показывает, что в сверхтекущих растворах $\text{He}^3 - \text{He}^4$, в пренебрежении диссипацией, в волне первого звука имеют место соотношения

$$\left(\frac{v_n}{v_s} \right)_1 = 1 + \frac{\rho}{\rho_n} \frac{\beta}{1-\beta}, \quad \left(\frac{\sigma'}{v_s} \right)_1 = \frac{\rho_s}{\rho_n} \frac{\sigma}{u_1} \frac{\beta}{1-\beta}, \\ \left(\frac{P'}{v_s} \right)_1 = \frac{\rho u_1}{1-\beta}, \quad \left(\frac{c'}{v_s} \right)_1 = \frac{\rho_s}{\rho_n} \frac{c}{u_1} \frac{\beta}{1-\beta}, \quad (4.1)$$

а в волне второго звука —

$$\left(\frac{v_n}{v_s} \right)_2 = - \frac{\rho_s}{\rho_n} \frac{1-\beta}{1+\beta(\rho_s/\rho_n)}, \quad \left(\frac{\sigma'}{v_s} \right)_2 = - \frac{\sigma}{u_2} \frac{\rho_s}{\rho_n} \frac{1}{1+\beta(\rho_s/\rho_n)}, \\ \left(\frac{P'}{v_s} \right)_2 = \rho u_2 \frac{\beta}{\rho_n} \frac{1}{1+\beta(\rho_s/\rho_n)}, \quad \left(\frac{c'}{v_s} \right)_2 = - \frac{c}{u_2} \frac{\rho_s}{\rho_n} \frac{1}{1+\beta(\rho_s/\rho_n)}; \quad (4.2)$$

здесь штрих обозначает переменную часть соответствующей термодинамической величины. (Соотношения для чистого He^4 получаются при $c = 0$.)

Таким образом, первый и второй звуки являются двумя независимыми акустическими модами, распространяющимися с различными скоростями, причем в каждой из них колеблется v_n , v_s , P , σ и c , но в волне первого звука относительно малы колебания энтропии (температуры), а в растворах и концентрации He^3 , в то время как в волне второго звука слабы колебания давления.

В соответствии с этим происходит возбуждение звуков. Так, например, если сверхтекучий He^4 заполняет цилиндрическую трубку радиусом r , то колебания температуры с амплитудой T_0 будут возбуждать колебания давления, распространяющиеся со скоростями u_1 и u_2 , амплитуды которых с учетом коэффициентов вязкости равны¹⁶⁶

$$\left(\frac{P'_1}{T_0} \right) = \rho u_1 u_2 \left\{ \alpha + \frac{C}{TS} \left(\frac{u_2}{u_1} \right)^2 \left[\frac{i\omega}{\rho u_1^2} \left(\frac{4}{3} \eta + \zeta_2 \right) + (i+1) \frac{\rho_n \lambda \eta}{\rho r} \right] \right\}, \quad (4.3)$$

$$\left(\frac{P'_2}{T_0} \right) = \rho u_2^2 \left\{ \alpha + \frac{C}{TS} \left[\frac{i\omega}{\rho u_2^2} \left(\frac{4}{3} \eta + \zeta_2 \right) + (i+1) \frac{\rho_n \lambda \eta}{\rho r} \right] \right\}. \quad (4.4)$$

В этих выражениях первые слагаемые, стоящие в квадратных скобках, описывают влияние вязкости во всем объеме, а вторые — влияние стенок.

Для величины P'_1 вклад вязкости, как правило, мал по сравнению с вкладом, обязанным тепловому расширению, α . Но для P'_2 объемная вязкость при $T < 1,4^\circ\text{K}$ и $\omega > 10 \text{ кг/с}$ вносит вклад по порядку величины такой же, как и тепловое расширение; выше $1,4^\circ\text{K}$ на низких частотах основную роль играет тепловое расширение. Отношение интенсивностей первого и второго звуков, одновременно возбуждаемых колебаниями температуры T_0 , в широком интервале температур составляет по порядку величины 10^{-3} .

Если на одном из концов трубы расположена непроницаемая для He II мембрана, колеблющаяся с амплитудой v_0 , то в He^4 возникают колебания не только давления, но и температуры, распространяющиеся со скоростью u_2 :

$$\frac{T'_2}{v_0} = u_2^2 \frac{T}{C} \left[\alpha + \frac{C}{TS} (i+1) \frac{\rho_n \lambda \eta}{\rho r} \right]; \quad (4.5)$$

здесь приведены лишь основные члены; поправки, обусловленные η и ζ_2 , малы. Отношение интенсивностей первого и второго звуков, одновременно возбуждаемых при этом, даже в наиболее благоприятных условиях не превосходит 10^{-3} .

Аналогичные результаты были получены¹⁵⁷ при численном решении гидродинамических уравнений He II с нелинейными по скоростям членами, но в пренебрежении диссиpативными членами. Оказалось, что импульс давления $P' = 1 \text{ б}$ вызывает импульс температуры $T' \approx 5 \cdot 10^{-8}^\circ\text{K}$, но импульс температуры $T' = 10^{-3}^\circ\text{K}$ вызывает вполне регистрируемый импульс давления $P' = 0,2 - 0,4 \text{ б}$ ($T = 1,5^\circ\text{K}$).

Экспериментально исследованы как колебания давления P'_1 и P'_2 , генерируемые колебаниями температуры, так и колебания температуры T'_2 , возбуждаемые изменением давления. Колебания давления регистрировались либо конденсаторными микрофонами^{156, 158}, либо по рассеянию света^{146, 147}. Создавались же колебания температуры при помощи угольных или золотых пленок, нанесенных на массивную подложку. Эти же угольные пленки служили приемниками температурных колебаний, а изменение давления в этом случае вызывалось конденсаторным микрофоном¹⁵⁶.

Отметим, что эксперименты проводились с использованием импульсной методики и методом стоячих волн. Для сравнения эксперимента с теорией либо проводилась нормировка экспериментальных значений к теоретическим в одной температурной точке, либо осуществлялась независимая калибровка датчиков.

На рис. 18 представлены результаты измерений температурной зависимости колебаний плотности в волне второго звука в He^4 , которые регистрировались по рассеянию света неон-гелиевого лазера. Как видно из графика, экспериментальные данные хорошо согласуются с теорией, если

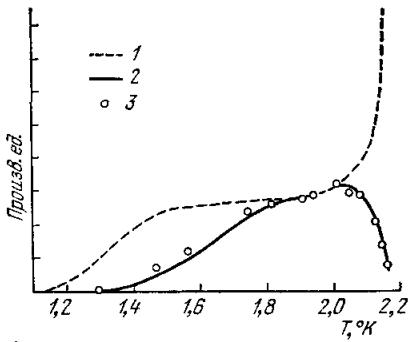


Рис. 18. Температурная зависимость амплитуды колебаний плотности в волне второго звука¹⁴⁷.

1 — расчет по (4.4), 2 — усредненные по ширине d лазерного пучка колебания плотности $\bar{\rho}_2$, 3 — эксперимент; $\bar{\rho}_2 = \rho_2(T)\{1 - \exp[-\alpha_2(T)d]\}/\alpha_2(T)d$.

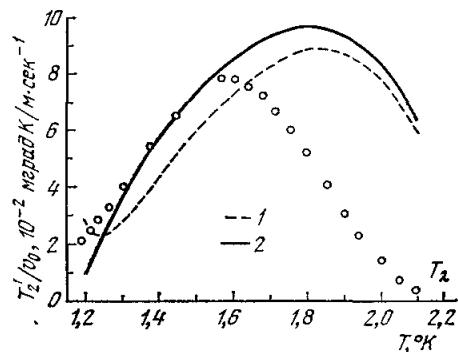


Рис. 19. Колебания температуры T_2' , генерируемые мембранный, колеблющейся с амплитудой v_0 ¹⁵⁵.

Нормировка при $1,4^\circ\text{K}$; 1 — расчет по (4.5), 2 — по (4.5) с $\eta = 0$.

учесть изменение амплитуды колебаний плотности в волне второго звука на ширине лазерного пучка. Столь хорошее согласие эксперимента с теорией имеет место и для температурной зависимости амплитуды колебаний плотности ρ'_1 в волне первого звука.

Аналогичные данные для ρ'_1 получены и при непосредственном детектировании волн давления конденсаторным микрофоном¹⁵⁷. Отмеченное же в этой работе несоответствие теории и эксперимента объясняется¹⁵⁹ возмущением акустического поля самим регистрирующим датчиком, что не учитывалось при обработке экспериментальных данных.

На рис. 19 представлены результаты измерений¹⁵⁸ температурной зависимости колебаний температуры в волне второго звука T_2' , которые возбуждались колеблющейся мембранный. Причина расхождения между рассчитанными и измеренными значениями T_2' при высоких температурах непонятна (возможно, расхождение вызвано некорректно выбранными граничными условиями).

В сверхтекущих растворах $\text{He}^3 - \text{He}^4$ особенности распространения и возбуждения звуков описываются в основном вторым слагаемым в выражении для параметра β :

$$\beta = \alpha \bar{\sigma} \frac{T}{C} - \bar{c}, \quad \bar{c} = \frac{c}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial c}.$$

Благодаря этому слагаемому параметр β может достигать больших значений. Например, при $c = 0,2$ $\beta \approx \bar{c} \approx -0,15$. При этом в широком интервале температур в волне первого звука $v_n = (1,2-1,5)v_s$, а в волне второго звука $v_n = -(0,6-0,8)(\rho_s/\rho_n)v_n$. Отличие от чистого He^4 , для которого $v_n \approx v_s$ и $\rho_s v_s \approx \rho_n v_n$ для первого и второго звуков соответственно,

но, тем сильнее, чем больше концентрация He^3 : для высококонцентрированных растворов $c \approx -0,4$.

Большое значение параметра β приводит к тому, что и в первом и во втором звуках колеблется и давление и температура, причем амплитуды их колебаний (в сравнимых единицах) могут отличаться всего в несколько раз. Это проявляется в условиях возбуждения звуков в сверхтекучих растворах $\text{He}^3 - \text{He}^4$.

Если изменяется температура непропицаемой для He II неподвижной мембрани, то отношение интенсивностей одновременно возбуждаемых при этом первого и второго звуков

$$\frac{J_1}{J_2} = \beta^2 \frac{\rho_s u_1}{\rho_n u_2} \quad (4.6)$$

и для раствора $c = 0,2$ при $T \approx 1,5 \text{ }^{\circ}\text{K}$ достигает значений порядка 0,1.

Если же мембрана колеблется, а ее температура постоянна и через нее нет потока тепла, то

$$\frac{J_2}{J_1} = \beta^2 \frac{\rho_s u_2}{\rho_n u_1}, \quad (4.7)$$

что для $c = 0,2$ при $T < 2 \text{ }^{\circ}\text{K}$ по порядку величины близко к 10^{-4} . (Выражения (4.6) и (4.7) справедливы также и для He^4 , но при этом следует положить $c = 0$ в выражении для β .)

Явление одновременного возбуждения первого и второго звуков в сверхтекучих растворах $\text{He}^3 - \text{He}^4$ колебаниями температуры (наиболее благоприятный случай) было подтверждено экспериментально¹⁰⁶. В этих экспериментах колебания температуры вызывались импульсом электрического тока, пропускаемым по тонкой угольной пленке. Излучатель располагался на одном торце цилиндрической ячейки, а на противоположном конце располагался приемник первого звука — устройство, аналогичное конденсаторному микрофону, или приемник второго звука — проволочка из фосфористой бронзы.

Температурная зависимость амплитуды колебаний давления, возбуждаемых импульсом тепла, приведена на рис. 20. Скорость распространения колебаний давления совпадала со скоростью первого звука в растворе. Следовательно, определялась именно зависимость P'_1 от температуры. Штриховыми линиями показано рассчитанное значение $P'_1 \approx \approx (\bar{c}u_1/\sigma T) q$, где q — поток тепла на нагревателе. Для «привязки» выбрана точка $T = 1,8 \text{ }^{\circ}\text{K}$ на кривой, соответствующей $c = 0,085$. Как видно, эксперимент и теория удовлетворительно согласуются между собой.

Эффект одновременного возбуждения первого и второго звуков необходимо учитывать при изучении поглощения второго звука в растворах $\text{He}^3 - \text{He}^4$, так как в этом случае при постоянной мощности, подаваемой на излучатель, та часть энергии, которая расходуется на генерацию второго звука, меняется с температурой и концентрацией.

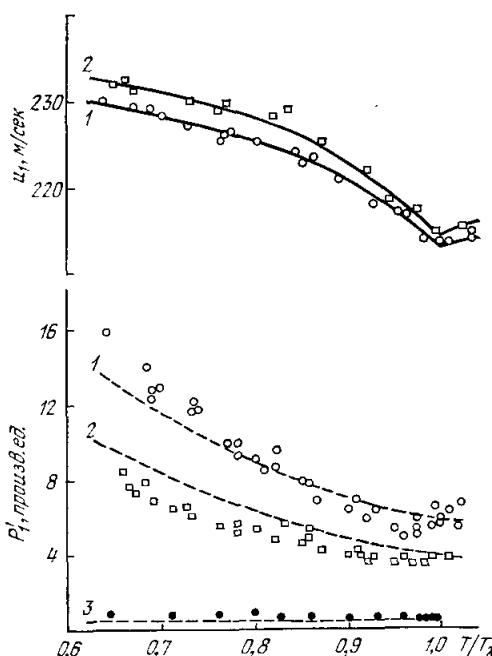


Рис. 20. Температурная зависимость амплитуды колебаний давления, возбуждаемых тепловым импульсом¹⁰⁶.

1 — 0,085 He^3 , 2 — 0,046 He^3 , 3 — He^4 , штриховые кривые — расчетная зависимость.

5. ВОЛНОВЫЕ ПРОЦЕССЫ В ПЛЕНКЕ НЕ II. ТРЕТИЙ ЗВУК

Сверхтекучесть придает пленке Не II ряд необычных свойств, среди них — возможность распространения по пленке звуковых волн. Общая картина волновых процессов в гелиевой пленке весьма сложна и существенно зависит от соотношения между толщиной пленки d и глубиной проникновения вязкой волны $\lambda_{\eta} = (2\eta_n/\omega_p)^{1/2}$. Если $d \ll \lambda_{\eta}$, т. е. нормальная компонента жидкости полностью заторможена ($v_n \equiv 0$), то по пленке может распространяться слабо затухающая волна, получившая название третьего звука, который был вначале предсказан Аткинсоном¹¹, а затем обнаружен и изучен экспериментально^{161–164}. Характер третьего звука в свою очередь сильно меняется при переходе к очень тонким (ненасыщенным) пленкам (толщиной менее 50 атомных слоев)^{165–168}.

Если же $d \sim \lambda_{\eta}$ или $d > \lambda_{\eta}$, то в распространении колебаний по пленке участвует не только сверхтекучая, но и нормальная компонента гелия, что приводит к своеобразной дисперсии третьего звука^{169–172} и переходу его при $d \gg \lambda_{\eta}$ к обычным капиллярным или капиллярно-гравитационным волнам.

Рассмотрение распространения звука в пленке Не II удобно начать с весьма общего случая произвольных d (произвольных частот ω). Предположим, что нормальное движение в пленке заторможено частично, и введем эффективную силу торможения, пропорциональную скорости нормальной компоненты:

$$\mathbf{f}_{\text{торм}} = -R\mathbf{v}_n \equiv \omega_0 r \mathbf{v}_n. \quad (5.1)$$

Строго говоря, для учета проскальзывания нормальной компоненты необходимо решать полную систему гидродинамических уравнений с точными граничными условиями (как это сделано при рассмотрении четвертого звука; см. гл. 6), однако физическая картина распространения колебаний выглядит значительно проще, если проскальзывание нормальной компоненты учитывать феноменологически введением параметра R или r , который является сложной комплексной функцией частоты колебаний и толщины пленки¹⁷²:

$$r = -i \frac{\rho_n}{\rho} \frac{\operatorname{tg} k_3 d}{k_3 d - \operatorname{tg} k_3 d}, \quad (5.2)$$

где $k_3 = (i\omega_0/\eta_n)^{1/2}$ — волновой вектор вязкой волны.

Такой подход дает возможность не учитывать распределение скорости и других величин по толщине пленки, считая, что все термодинамические величины ($v_n, v_s, P', T', \rho', c'$) зависят только от t и x — координаты вдоль пленки. Кроме того, в том же приближении не следует учитывать компонент v_n и v_s , нормальных к поверхности пленки ($v_n \equiv v_{nx}$, $v_s = v_{sx}$).

Для вывода уравнений воспользуемся законами сохранения массы, энергии и импульса и заметим, что в число искомых функций надо включить локальную толщину пленки $\zeta = \zeta(x, t)$. Закон сохранения массы приводит к уравнению

$$\rho \frac{\partial \zeta}{\partial t} + \rho_s d \frac{\partial v_s}{\partial x} + \rho_n d \frac{\partial v_n}{\partial x} + K T' = 0. \quad (5.3)$$

Последнее слагаемое описывает изменение массы пленки за счет локального испарения гелия или его локальной конденсации.

Если удельную теплоту парообразования обозначить L , то закон сохранения энергии дает

$$\rho_s d\sigma T \frac{\partial v_s}{\partial t} - d\rho\sigma T \frac{\partial v_n}{\partial x} - \rho dC \frac{\partial T'}{\partial t} - KLT' = 0. \quad (5.4)$$

Уравнение сверхтекущего движения (см. (20.4) из³) удобно написать, выразив изменение давления P' через переменные T' и ζ :

$$P' = \beta T' + \rho f \zeta; \quad (5.5)$$

здесь $\beta = \partial P / \partial T$, причем производная берется вдоль кривой упругости пара, а f — восстанавливающая сила на единицу массы пленки, природу которой мы обсудим позже.

Итак, уравнение сверхтекущего движения принимает вид

$$\frac{\partial v_s}{\partial t} + f \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \left(\sigma - \frac{\beta}{\rho} \right) \frac{\partial T'}{\partial x} = 0. \quad (5.6)$$

Закон сохранения импульса с учетом тормозящей силы (5.1) можно записать следующим образом^{169 *):}

$$\frac{\partial v_n}{\partial t} + f \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \left(\frac{\rho_s}{\rho_n} \sigma - \frac{\beta}{\rho} \right) \frac{\partial T'}{\partial x} = - \frac{\rho}{\rho_n} \omega r v_n. \quad (5.7)$$

Отметим еще раз, что введение феноменологических коэффициентов r, K, L помогло нам обойтись без решения двумерной задачи с точными граничными условиями.

Полагая, как обычно, что v_n, v_s, T, ζ в уравнениях (5.3), (5.4), (5.6), (5.7) зависят от x и t гармонически $\sim e^{-i(\omega t - kx)}$, получаем дисперсионное уравнение относительно скорости волны $u = \omega/k$. Уравнение относительно u оказывается биквадратным, и это означает, что по пленке могут распространяться колебания двух типов. Первое решение соответствует поверхностной ван-дер-ваальсовой волне, в второе — тепловой волне.

Аналитические выражения для скорости и затухания ($\text{Im } k$) каждого из колебаний сложны и не наглядны. На рис. 21 приведены зависимости скорости и коэффициента поглощения от толщины пленки (а, б) при $\omega = 2\pi \cdot 10^3 \text{ сек}^{-1}$ и от частоты звука (в, г) при $d = 5 \cdot 10^{-6} \text{ см}$ ($T = 1,8^\circ \text{K}$)¹⁷².

Для малых толщин пленки ($d \lesssim 10^{-5} \text{ см}$ при $\omega = 2\pi \cdot 10^3 \text{ сек}^{-1}$) получается результат Аткинса (третий звук); затухание колебаний в этой области мало. С ростом d поглощение резко возрастает, достигает максимального значения, а затем уменьшается с переходом на новый режим колебаний. Таким образом, рис. 21 изображает дисперсию поверхностного звука,

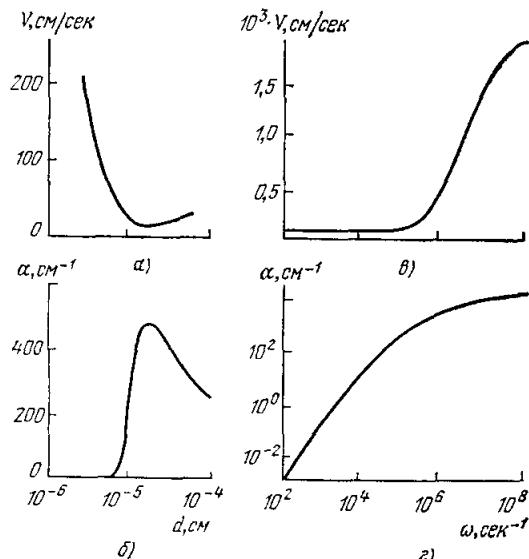


Рис. 21. Рассчитанные значения скорости и коэффициента поглощения поверхностной ван-дер-ваальсовой волны в зависимости от толщины пленки (а, б) при $\omega = 2\pi \cdot 10^3 \text{ сек}^{-1}$ и от частоты звука (в, г) при $d = 5 \cdot 10^{-6} \text{ см}$ ($T = 1,8^\circ \text{K}$)¹⁷².

*) Заметим, что при выводе уравнений (5.3), (5.4), (5.6), (5.7) не учитывался теплообмен между пленкой и подложкой и между пленкой и паром над ее поверхностью. При строгом учете взаимодействия пленки с подложкой и с паром необходимо, кроме гидродинамических уравнений для сверхтекущей пленки, включить также уравнения для температуры в подложке и уравнение для вязкой, акустической и тепловой волны в паре^{166, 168}. Такой расчет приводит к гораздо более громоздким формулам, которые, однако, дают существенно другой результат лишь в случае ненасыщенных пленок.

обусловленную торможением нормальной компоненты. Отметим, что второе решение дисперсионного уравнения соответствует сильно затухающим волнам. Согласно расчету¹⁷² в области частот $10^2 - 10^8 \text{ гц}$ в пленке толщиной $10^{-6} - 10^{-4} \text{ см}$ и при температуре $1,8 \text{ }^\circ\text{К}$ минимальный коэффициент затухания $\sim 10^3 \text{ см}^{-1}$. Из-за большого поглощения экспериментальное изучение второго типа колебаний крайне затруднительно.

Скорость распространения колебаний первого типа при $d \ll \lambda_\eta$ (третий звук) легко получается непосредственно из уравнений (5.3), (5.4), (5.6), если положить в нем $v_n \equiv 0$:

$$u_3^2 = \frac{\rho_s}{\rho} df \left(1 + \frac{T_\sigma}{L} \right). \quad (5.8)$$

Как следует из формулы (5.8), скорость третьего звука зависит от восстанавливающей силы f , природа которой определяется толщиной пленки. Если пленка достаточно тонка, то восстанавливающая сила определяется ван-дер-ваальсовыми силами взаимодействия между пленкой и стенкой. Для пленки, наползающей по стенке на высоту h , под действием тех же ван-дер-ваальсовых сил (с потенциалом $\sim d^{-n}$), выражение для скорости третьего звука приобретает особенно простой вид:

$$u_3^2 = n \frac{\rho_s}{\rho} gh \quad (5.9)$$

(g — ускорение силы тяжести). Значение показателя n зависит от толщины пленки¹⁷³: $n = 3$, если толщина пленки не превышает ~ 14 атомных слоев¹⁷⁴, а с увеличением толщины n приближается к 4.

Для более толстых пленок (при этом по-прежнему $d \ll \lambda_\eta$), у которых восстанавливающая сила связана с поверхностным натяжением, третий звук превращается в модифицированные *) капиллярные волны, для которых^{(3), § 25}

$$\omega^2 = \frac{\rho_s}{\rho} \frac{\gamma}{\rho} k^3 \operatorname{th} kd, \quad (5.10)$$

где γ — коэффициент поверхностного натяжения.

При возбуждении звука в пленке обычно возбуждаются обе моды, но до приемника, естественно, доходит только одна слабозатухающая волна (в предельно тонких пленках — третий звук).

Соотношение между амплитудами различных величин при произвольном соотношении между d и λ_η очень громоздко. Они значительно упрощаются для третьего звука:

$$\frac{\zeta}{d} = \frac{\rho_s}{\rho} \frac{v_s}{u_3}, \quad \frac{T'}{T} = -i \frac{\rho_s}{\rho} \frac{\rho d \sigma \omega}{KL} \frac{v_s}{u_3}. \quad (5.11)$$

Мнимальная единица во втором равенстве показывает, что колебания T' и v_s сдвинуты по фазе на 90° . Согласно оценкам при $T = 1,2 \text{ }^\circ\text{К}$ и частоте $\omega = 2\pi \cdot 10^3 \text{ гц}$ относительному изменению толщины пленки $\zeta/d = 0,25$ соответствует амплитуда температурных колебаний, равная $T'/T \sim \sim 3 \cdot 10^{-6}$, а при меньших частотах еще меньше. Другими словами, при распространении третьего звука колебания температуры очень малы.

Эверитт, Аткинс и Дененштейн^{161, 162} наблюдали третий звук в насыщенных пленках Не II толщиной $200 - 900 \text{ \AA}$, используя для этой цели термооптический метод возбуждения. Звук генерировался за счет периодического испарения узкой полоски пленки инфракрасным излучением, а для детектирования использовалась оптическая интерференционная система, чувствительная к локальным изменениям толщины пленки.

*) С заторможенной нормальной компонентой.

Измеренная температурная зависимость u_3 приведена на рис. 22. Что касается сравнения с теорией, то непосредственный подсчет u_3 по формуле (5.8) затруднен, поскольку не определены величины d и f . Можно сравнивать лишь температурные зависимости с помощью нормировки в одной точке. Штриховой линией показана величина $(\rho_s/\rho)^{1/2} [1 + (TS/L)]^{1/2}$ в предположении, что ρ_s/ρ в пленке совпадает с соответствующими значениями в макроскопическом объеме. Наблюдаемое различие между теорией и экспериментом может быть связано, во-первых, с зависимостью f и d от температуры, а во-вторых, с влиянием колебаний второго типа.

Метод наблюдения третьего звука, использованный в работе¹⁶³, позволил одновременно со скоростью измерять и коэффициент поглощения третьего звука. Полученные экспериментальные данные имеют большой разброс и оказываются на 2–3 порядка больше, чем предсказания теории Аткинса¹⁶¹, предполагающей, что основной механизм затухания звука связан с испарением и конденсацией гелия в пленке, которые происходят в мере температурных колебаний в волне третьего звука.

Третий звук можно также реализовать и в ненасыщенных пленках Не II, над которыми давление пара P меньше равновесного давления насыщенных паров P_0 при той же температуре. Такие эксперименты были проведены Рудником, Коживадой, Фрейзером и Гюйоном¹⁶⁵, которые использовали тепловой метод генерации и детектирования третьего звука. Излучателем и приемником служили алюминиевые пленки толщиной в несколько сотен ангстрем, работавшие вблизи температуры сверхпроводящего перехода ($\sim 1,5^{\circ}\text{K}$) и обладавшие при таких условиях очень высокой чувствительностью к колебаниям температуры.

Скорость третьего звука определялась с помощью обычной времязаделенной техники. В насыщенных пленках величина u_3 хорошо согласуется с данными работы¹⁶², а затем по мере роста разности $P_0 - P$, т. е. при уменьшении толщины пленки, скорость сильно возрастает, достигая $\sim 3000 \text{ см/сек}$ при $P = 1000 \text{ мкм}$ рт. ст. ($\sim 5,5$ атомных слоев) при $T = 1,5^{\circ}\text{K}$.

Поглощение третьего звука в ненасыщенных пленках становится почти на порядок меньше, чем в насыщенных.

Результаты численного расчета поглощения третьего звука с помощью полной линеаризованной системы гидродинамических уравнений для случая ненасыщенных пленок приведены на рис. 23. Общее поведение поглощения α следующее: для малых толщин α уменьшается с ростом d как $d^{-5/2}$ и пропорционально $\omega^{1/2}$, затем поглощение проходит через минимум и увеличивается с ростом d по закону $d^{11/2}$ и пропорционально ω^2 . В последнем случае поведение поглощения в зависимости от d и ω совпадает с предсказаниями теории Аткинса¹¹, количественно же они согласуются лишь по порядку величины. Зависимость α от d , приведенная ниже на рис. 26, экспериментально еще не подтверждена.

Исследование третьего звука в пленке Не II показали, что он может быть успешно использован для изучения природы сверхтекучей пленки.

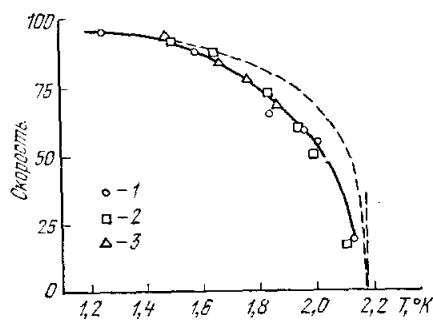


Рис. 22. Нормированная скорость третьего звука в зависимости от температуры для различных высот пленки над поверхностью гелия¹⁶².

1 — 0,44 см, 2 — 12,3 см, 3 — 13 см; штриховая кривая — расчет по формуле (5.8) с нормировкой к экспериментальным данным при 1,3 °K.

Метод третьего звука позволил определить критическую скорость течения гелиевой пленки, исследовать особенности сверхтекучего перехода в пленках¹⁷⁴⁻¹⁸⁰.

Кроме третьего звука, как уже указывалось, на свободной поверхности гелия (при $d \gg \lambda_{\eta}$) могут распространяться волны, имеющие классический аналог — обычные капиллярные волны.

В жидком гелии такие волны были экспериментально исследованы сначала в работе¹⁶², а затем более подробно в¹⁸¹⁻¹⁸².

В заключение остановимся еще на одном интересном явлении — поверхностном втором звуке в жидком гелии, предсказанном недавно Андреевым и Компанейцем^{183, 184}. Авторы обратили внимание, что, кроме объемных возбуждений, в жидком гелии существуют еще и поверхностные элементарные возбуждения — капиллярные волны, а в сверхтекучих растворах He^3 в He^4 поверхностные примесные уровни^{185, 186}.

Их движение, сопровождающееся переносом массы, энергии, энтропии и т. д., можно рассматривать как движение поверхностной нормальной плотности. В отличие от объемной нормальной плотности в He^4 , которая пропорциональна T^4 , поверхностная нормальная плотность имеет зависимость $T^{5/3}$. Поэтому при достаточно низких температурах влиянием объемной нормальной плотности на поверхностные явления можно пренебречь и считать, что имеется лишь поверхностная нормальная плотность. Особенно ярко это проявляется в слабых растворах He^3 в He^4 , где при температурах $\sim 10^{-1} \text{ K}$ на поверхности существует плотный слой He^3 .

Рис. 23. Зависимость поглощения третьего звука от толщины пленки ($T = 1,3 \text{ K}$).

Сплошные линии — результаты численного решения полной системы гидродинамических уравнений для третьего звука¹⁸⁴, штриховая — предсказание теории Аткинса¹⁸¹.

уравнений поверхностной гидродинамики, авторы показали, что, кроме обычных капиллярных волн, на поверхности могут распространяться колебания, аналогичные объемному второму звуку. Этот тип волн был назван поверхностным вторым звуком.

В чистом He^4 скорость поверхностного второго звука равна

$$u^2 = \frac{63}{40} \frac{\Gamma(7/3)}{\Gamma(5/3)} \frac{\zeta(7/3)}{\zeta(5/3)} \left(\frac{\gamma T}{\hbar \rho} \right)^{2/3}, \quad (5.12)$$

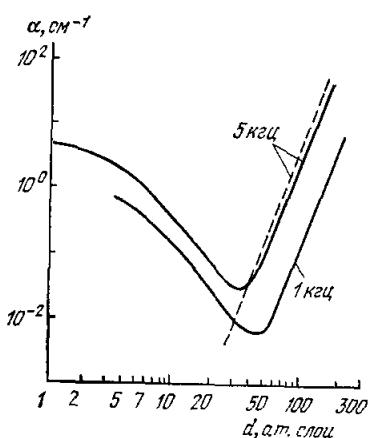
где $\Gamma(x)$ и $\zeta(x)$ — соответственно Г-функция и ζ -функция Римана. В случае раствора $\text{He}^3 - \text{He}^4$ при температурах, больших температуры вырождения примесей,

$$u^2 = \frac{2T}{m_s}, \quad (5.13)$$

что соответствует скорости звука в двумерном идеальном одноатомном газе (m_s — эффективная масса примеси на поверхностных уровнях).

Если примеси сильно вырождены, то скорость поверхностного второго звука равна

$$u = \frac{N_s}{m_s^*} \frac{\partial \mu}{\partial N_s}, \quad (5.13a)$$



где N_s — число примесей на поверхностных уровнях¹⁸⁵, μ — химический потенциал примесей, m_s^* — эффективная масса, отличающаяся от m_s из-за ферми-жидкостного взаимодействия между примесями.

При очень низких температурах скорость u совпадает по порядку величины со скоростью обычного звука, а при температуре, близкой к температуре вырождения примесей, $u(T)$ имеет минимум. Основным механизмом затухания поверхностного второго звука является взаимодействие с объемной нормальной частью. Отметим, что при низких температурах и частотах, превышающих обратное время между столкновениями примесей на поверхности, поверхностный второй звук должен переходить в колебания типа нулевого звука в двумерной ферми-жидкости.

Экспериментально поверхностный второй звук еще не обнаружен.

6. РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЗВУКА В УЗКИХ КАНАЛАХ. ЧЕТВЕРТЫЙ ЗВУК

Характер звуковых колебаний в узких каналах, заполненных сверхтекучей жидкостью, определяется соотношением между глубиной проникновения вязкой волны λ_n и поперечным размером канала (капилляра) d . Пока $d \gg \lambda_n$ (высокие частоты, толстые капилляры), влияние поверхности стенок несущественно: в такой жидкости могут распространяться «обычные» первый и второй звуки. По мере уменьшения отношения $\delta = d/\lambda_n$ нормальная компонента гелия все больше тормозится за счет трения о стенку, и характер распространения колебаний существенно меняется. В пределе бесконечно узких каналов $v_n \equiv 0$, но распространение звука возможно: оно осуществляется по сверхтекучей компоненте. Этот тип колебаний получил название четвертого звука^{11, 187}.

Скорость четвертого звука легко вычислить, если в линеаризованных уравнениях гидродинамики Не II (см., например, ³, § 17) положить $v_n \equiv 0$ (при этом следует исключить уравнение, соответствующее закону сохранения импульса, так как импульс передается стенке капилляра):

$$u_4^2 = \frac{\rho_s}{\rho} u_1^2 + \frac{\rho_n}{\rho} u_2^2. \quad (6.1)$$

Второе слагаемое в (6.1) значительно меньше первого. Переход от случая толстых капилляров, в которых распространяется первый и второй звуки, к тонким, по которым распространяется четвертый звук, можно проследить, анализируя решение полной системы линеаризованных уравнений гидродинамики¹⁸⁸, представляющее сумму трех колебаний: первого и второго звуков и вязкой волны. Как показано в¹⁸⁸, главную роль в дисперсии и поглощении звука в каналах играет первая вязкость, приводящая к торможению нормальной компоненты.

В каналах, как и в свободном гелии, могут распространяться два типа колебаний *). При произвольном значении δ дисперсионные соотношения (связь между частотой колебаний ω и волновым вектором k) могут быть записаны в виде¹⁸⁸

$$\left(\frac{\omega^2}{k^2} \right)_1 = \frac{u_1^2 - u_2^2 [r\rho_s\rho_n / (\rho_n + ir\rho_s)^2]}{1 + i[r\rho_n / (\rho_n + ir\rho_s)]}, \quad (6.2)$$

$$\left(\frac{\omega^2}{k^2} \right)_2 = \frac{u_2^2}{1 + i(r\rho_s / \rho_n)}. \quad (6.3)$$

Безразмерный параметр r выражается формулой (5.2), в которой удобно

*) Мы их, по-прежнему, будем называть первым и вторым звуками.

выделить реальную и мнимую части:

$$r = \frac{\rho_n}{\rho} (m_1 + im_2) = \frac{\rho_n}{\rho} \frac{a + i[a^2 - b(1-b)]}{a^2 + (1-b)^2}; \quad (6.4)$$

a, b — функции отношения δ и зависят от формы сечения канала ^{188, 189}.

Заметим, что формулы (6.2), (6.3) можно получить путем феноменологического рассмотрения ¹⁹⁰, введя тормозящую силу, равную — $\omega r \rho_n$.

Скорость и коэффициент поглощения обоих звуков можно получить из (6.2) и (6.3) с учетом (6.4). Мы приведем их значения для случая, когда $u_2^2 \ll u_1^2$ *). Для первого звука

$$u_{1\delta}^2 = u_1^2 \left(1 - b \frac{\rho_n}{\rho}\right) \left[1 + \frac{3}{8} \left(\frac{a\rho_n}{\rho - b\rho_n}\right)^2\right], \quad (6.5)$$

$$\alpha_{1\delta} = \frac{1}{2} \frac{\omega}{u_{1\delta}} \frac{a\rho_n}{\rho - b\rho_n}. \quad (6.6)$$

Для второго звука

$$u_{2\delta} = \sqrt{2} u_2 \left[\left(1 - 2 \frac{\rho_s}{\rho} m_2 + \frac{\rho_s^2}{\rho^2} m_1^2\right)^{1/2} + 1 - \frac{\rho_s}{\rho} m_2 \right]^{-1/2}. \quad (6.7)$$

$$\alpha_{2\delta} = \frac{\omega}{\sqrt{2} u_2} \left[\left(1 - 2 \frac{\rho_s}{\rho} m_2 + \frac{\rho_s^2}{\rho^2} m_1^2\right)^{1/2} - 1 + \frac{\rho_s}{\rho} m_2 \right]^{1/2}. \quad (6.8)$$

Переход первого звука в режим четвертого звука при увеличении степени торможения нормальной компоненты, а второго звука — в затухающие тепловые волны, был обнаружен и исследован экспериментально ^{190, 193-195}.

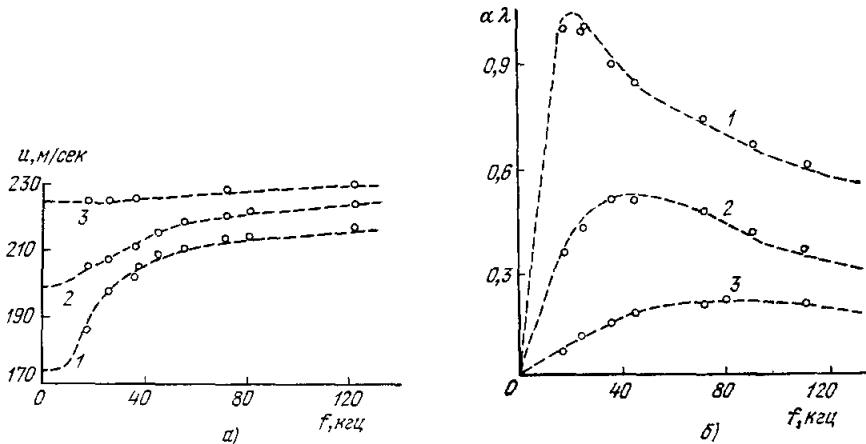


Рис. 24. Дисперсия первого звука в Не II, связанная с торможением нормальной компоненты ¹⁹⁴.

а) Частотная зависимость скорости звука; б) поглощение звука на длине волны в зависимости от частоты колебаний: 1 — 1,9° К; 2 — 1,7° К; 3 — 1,5° К; штриховые кривые — расчет по формулам (6.5), (6.6).

Рис. 24 наглядно иллюстрирует переход от первого звука к четвертому через промежуточную область с сильной дисперсией. Так как при повышении температуры различие между u_1 и u_4 возрастает, то, естественно, и дисперсия звука более заметна при сравнительно высоких темп-

*.) Аналогичное рассмотрение волновых процессов в узких каналах было также проведено в работах ^{191, 192}.

ратурах. Затухание первого звука, связанное с проскальзыванием нормальной компоненты, растет с увеличением частоты колебаний, достигает максимума, соответствующего $\delta \sim 1$, и затем уменьшается при дальнейшем увеличении частоты. Приведенные экспериментальные результаты хорошо согласуются с предсказаниями теории¹⁸⁸.

Дисперсия второго звука в узких каналах впервые была зарегистрирована Поллаком и Пелламом¹⁹⁰, а затем также наблюдалась в работе¹⁹⁵. Температурные зависимости для двух различных частот колебаний приведены на рис. 25. Звук регистрировался в прямолинейных каналах со

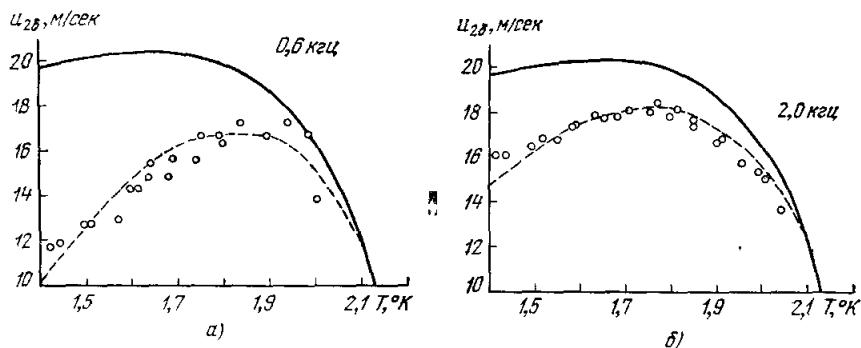


Рис. 25. Дисперсия второго звука в узких каналах, заполненных Не II¹⁹⁵.

а) Частота 0,6 кгц, б) частота 2,0 кгц; сплошная линия — скорость второго звука в объеме гелия, штриховая — расчет по формуле (6.7) при $d = 6,5$ мкм.

средним диаметром $\sim 6,5$ мкм. Результаты измерений скорости хорошо согласуются с формулой (6.7).

Рассмотренные выше эффекты также возможны, если звук распространяется в узких каналах, заполненных сверхтекучим раствором Не³ — Не⁴. Подробное исследование этого круга вопросов было проведено теоретически¹⁹⁶ и экспериментально¹⁹⁷.

Добавление Не³ усиливает дисперсию первого звука, расширяет область дисперсии в сторону низких температур и приводит к большому росту поглощения звука. Дисперсия второго звука в растворах, наоборот, должна проявляться слабее, чем в Не⁴.

В сверхтекучих растворах Не³ — Не⁴ возможен также и четвертый звук^{198, 199}, который, как уже указывалось, является фактически модифицированным первым звуком. Выражение для скорости четвертого звука в растворах произвольной концентрации Не³ имеет довольно громоздкий вид. Если учесть, что $u_2^2 \ll u_1^2$, то

$$u_4^2 = \frac{\rho_s}{\rho} u_1^2 \frac{(1+c)^2}{1 + (\rho_s/\rho_n)c^2} + \frac{\rho_n}{\rho} u_2^2 \left(1 + \frac{\rho_s}{\rho_n} \frac{c^2}{1+c} \right). \quad (6.9)$$

Вывод²⁰⁰ формулы (6.9) предполагает, что Не³ принимает участие в нормальном движении раствора (см. гл. 2).

В волне четвертого звука, даже если пренебречь коэффициентом теплового расширения, колеблется одновременно и давление, и температура, а в растворах — и концентрация примесных частиц²⁰⁰, причем в Не II

$$P' = -\frac{\rho_s u_1^2}{u} v_s, \quad T' = -\frac{\rho_n}{\rho} \frac{u_2^2}{u_4 \sigma} v_s. \quad (6.10)$$

Согласно оценкам

$$\frac{T'}{T} \approx 10^{-4} \frac{P'}{P},$$

т. е. основную роль играют колебания давления, поэтому генерировать четвертый звук удобнее всего путем изменения давления или плотности жидкости²⁰¹. Однако четвертый звук можно возбуждать и тепловым методом²⁰². Впервые четвертый звук в Не II был обнаружен Рудником и Шапиро²⁰¹, а затем детально исследована его скорость в зависимости от температуры и концентрации Не³^{201, 203}.

Звуковая ячейка, обычно применяемая для изучения четвертого звука, схематически изображена на рис. 26. В качестве приемника и излучателя звука наиболее удобно использовать конденсаторные датчики,

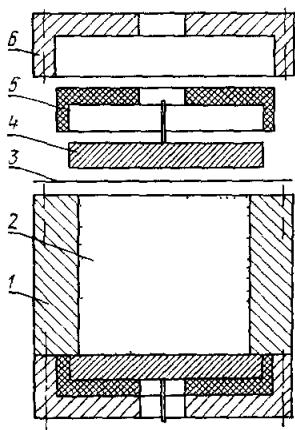


Рис. 26. Схема звуковой ячейки для исследования четвертого звука²⁰⁰ (верхняя часть показана условно).

1 — корпус, 2 — фильтр из мелкодисперсного порошка, 3 — мембрана, 4 — массивный электрод, 5 — изолирующая прокладка, 6 — крышка.

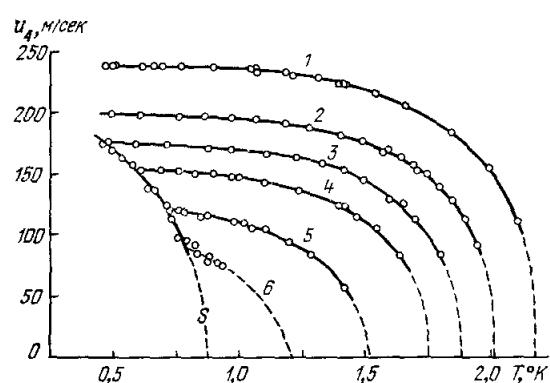


Рис. 27. Температурная зависимость скорости четвертого звука в Не⁴ (кривая 1) и в сверхтекучих растворах с молярным содержанием Не³: 11,05% (2), 19,7% (3), 27,0% (4), 39,9% (5), 53,6% (6).

S — линия расслоения растворов²⁰³.

в которых одной обкладкой служит неподвижный электрод 4, а второй подвижной обкладкой является мембрана 3, представляющая собой тонкую полимерную пленку с нанесенным на нее металлическим слоем толщиной в несколько микрон. Четвертый звук распространяется в системе узких каналов, образованных спрессованным мелкодисперсным порошком. В таком устройстве можно измерять скорость четвертого звука как резонансным²⁰¹, так и импульсным²⁰⁰ методами, учитывая при этом поправку на многократное рассеяние звука на частицах «фильтра».

Следует отметить, что в экспериментах по изучению распространения четвертого звука колебания в капиллярах всегда возбуждаются в «объемном» гелии, т. е. строго говоря, возбуждается первый либо второй звук, которые затем уже генерируют волны четвертого звука. Как показывают оценки²⁰⁴, четвертый звук лучше возбуждается первым звуком, чем вторым.

Исследования скорости четвертого звука в сверхтекучем Не⁴ и растворах Не³ — Не⁴ подтверждены на рис. 27. Экспериментальные данные для Не⁴ и слабых растворов хорошо согласуются с расчетами по формулам (6.1) и (6.9). Для концентрированных растворов нельзя было провести такое сравнение из-за отсутствия данных о плотности нормальной компоненты. В этом случае результаты измерений u_4 сами могут дать сведения о величине ρ_n , что и было проведено в работе²⁰³. Это в свою очередь дало воз-

можность сделать оценки параметров бозевской и фермиевской ветвей энергетического спектра сверхтекущих растворов.

Метод четвертого звука был также успешно использован для определения плотности сверхтекущей компоненты He^4 в очень узких каналах с диаметром до нескольких десятков ангстрем ²⁰⁵⁻²⁰⁷, для изучения персистирующих (незатухающих) сверхтекущих потоков и критических скоростей во вращающемся гелии ²⁰⁸⁻²¹¹.

Гидродинамическая теория поглощения четвертого звука в He II была построена Саникидзе, Адаменко и Кагановым ²¹². Вязкостную часть коэффициента поглощения четвертого звука можно записать в виде

$$\alpha_4(\eta, \zeta) = \frac{d^2 \rho_n^2 \omega^2}{6 \eta \rho_s} + \frac{\zeta_3 \rho \omega^2}{2 u_1^2}. \quad (6.11)$$

Первое слагаемое в (6.11) обусловлено неполным торможением нормальной компоненты. Любопытно, что оно содержит коэффициент вязкости в знаменателе и увеличивается при уменьшении η . Это связано с тем, что при уменьшении η увеличивается проскальзывание нормальной компоненты, что приводит к росту диссипации энергии. В отличие от первого слагаемого, которое может быть отнесено к поверхностным потерям, второе — обусловлено поглощением, происходящим непосредственно в объеме, заполненном He II . Однако если в поглощении первого звука основную роль играет коэффициент второй вязкости ζ_2 , то в объемном поглощении четвертого звука главный вклад дает коэффициент ζ_3 . Это связано с тем, что при распространении четвертого звука сверхтекущая компонента движется относительно нормальной компоненты.

Для подсчета коэффициента поглощения четвертого звука, связанного с теплопроводностью, необходим учет граничных условий для температуры на стенке, которые влияют даже на скорость звука, приводя к своеобразной дисперсии ²¹². Если теплосопротивление границы $1/\alpha$ мало, а теплопроводность стенки $\kappa_{\text{ст}}$ велика, то колебания температуры в волне четвертого звука легко навязывают свой тепловой режим стенке. В этом случае скорость звука строго равна

$$u_4^2 = \frac{\rho_s}{\rho} u_1^2. \quad (6.12)$$

Если же теплоотвод через стенку мал, то скорость четвертого звука выражается формулой (6.1).

В промежуточном случае частичного теплоотвода второе слагаемое в (6.1) входит с весовым множителем $C/C_{\text{эфф}}$, где $C_{\text{эфф}} = C + C_{\text{ст}}$ (d_1/d). Таким образом, возможна дисперсия звука в узких каналах, связанных с тепловым режимом на стенке.

В растворах $\text{He}^3 - \text{He}^4$ наличие в сверхтекущем гелии примесных атомов He^3 , как было показано в ^{196, 213}, приводит к росту вязкостной части поглощения звука; кроме того, к объемным потерям добавляется еще один механизм диссипации, связанный с диффузией примесей.

Использовавшееся до сих пор гидродинамическое приближение справедливо при $l \ll d$, где l — длина свободного пробега фононов и рotonов. Четвертый звук может распространяться и в противоположном предельном случае. Легко понять, что скорость четвертого звука при $l \gg d$ по-прежнему определяется формулой (6.1), так как при ее выводе был использован только факт полного торможения нормальной компоненты ($v = 0$). Механизм торможения при $l \gg d$ обеспечивается непосредственными столкновениями фононов и рotonов со стенками капилляра.

Вычисление коэффициента поглощения четвертого звука при $l \gg d$ должно производиться на основе решения кинетического уравнения ²¹⁴,

причем основными механизмами диссипации энергии служат столкновения фононов со стенками капилляра. Поскольку в узких капиллярах вероятность упругого рассеяния фононов на стенке отлична от нуля только внутри малого угла $\varphi \approx u_1/u_{\text{ст}}$ ($u_{\text{ст}}$ — скорость звука в твердом теле), отсчитываемого от нормали к стенке, то фононы, движущиеся внутри этого угла («нормальные» фононы), приходят в состояние равновесия с твердым телом быстрее, чем остальные фононы. Поэтому один из диссипативных процессов в этих условиях — процесс выравнивания температур между «нормальными» и остальными фононами (в рассматриваемых условиях состояние газа фононов следует описывать заданием двух температур).

7. ЗВУК В ВЫРОЖДЕННЫХ РАСТВОРАХ $\text{He}^3 - \text{He}^4$

Диаграмма состояния растворов $\text{He}^3 - \text{He}^4$ ²¹⁵ показывает, что кривая расслоения не идет в нуль при $c \rightarrow 0$: при нуле температуры имеется конечная растворимость атомов He^3 в He^4 ($c \lesssim 6,3\%$). Это означает, что при $T = 0$ раствор $\text{He}^3 - \text{He}^4$ представляет собой сверхтекучую жидкость, а при достаточно низкой температуре представляет собой ферми-бозе-квантовую жидкость, среди элементарных возбуждений которой главную роль играют фермиевские возбуждения, характерные для ферми-жидкости.

Представления о слабых растворах He^3 и He^4 при низких температурах как о ферми-бозе-квантовой жидкости позволяет сравнительно просто описать ее термодинамические свойства²¹⁶ и рассмотреть особенности распространения звука в таких системах²¹⁷⁻²²⁰. Теория ферми-бозе-квантовых жидкостей подробно изложена в монографии Халатникова³ (гл. 16), поэтому мы не будем на ней останавливаться.

Выпишем только основные формулы для скорости распространения звуков в вырожденных растворах. Как во всякой сверхтекучей жидкости, в ферми-бозе-квантовой жидкости могут распространяться первый и второй звуки. Их скорость равна соответственно³

$$u_1^2 = s^2 \left\{ 1 + \frac{N_3 m_3^*}{\rho [1 + (F_1/3)]} \left[\left(\alpha \left(1 + \frac{F_1}{3} \right) + 1 \right)^2 - 1 \right] \right\}, \quad (7.1)$$

$$u_2^2 = \frac{v_F^2}{3} \left(1 + \frac{F_1}{3} \right) (1 + \tilde{F}_0) \left[1 - \frac{N_3 m_3^*}{\rho [1 + (F_1/3)]} \left(\alpha \left(1 + \frac{F_1}{3} \right) + 1 \right)^2 \right]; \quad (7.2)$$

здесь

$$\alpha = \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial p} \right)_{\epsilon=\mu_3} \frac{\rho}{m_3^* s^2}, \quad s^2 = \rho \frac{\partial^2 E}{\partial p^2}, \quad v_F = \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial p} \right)_{\epsilon=\mu_3},$$

ϵ , p , m_3^* — соответственно энергия, импульс и эффективная масса фермиевского возбуждения, N_3 — число возбуждений в единице объема, E — энергия единицы объема жидкости, F_i — коэффициенты в разложении по полиномам Лежандра функции корреляции, характеризующей ферми-жидкостное взаимодействие между He^3 (в расчете учтены только первые две гармоники), причем, в отличие от чистой ферми-жидкости, вместо F_0 входит перенормированная константа \tilde{F}_0 , обусловленная влиянием взаимодействия атомов He^3 с атомами He^4 в растворах:

$$\tilde{F}_0 = F_0 - 3\alpha^2 \frac{s^2}{v_F^2} \frac{N_3 m_3^*}{\rho}.$$

Следует обратить внимание, что в данном случае второй звук есть не что иное, как обычный звук в ферми-жидкости, состоящей из атомов He^3 . Без учета корреляционных эффектов его скорость, как следует из формулы (7.2), равнялась бы $v_F/3$ — скорости звука в вырожденном ферми-газе.

Первый же звук при стремлении к нулю концентрации He^3 переходит в первый звук в He II .

Вопрос о возможности распространения нулевого звука в вырожденных растворах $\text{He}^3 - \text{He}^4$ не ясен до сих пор. По-видимому, корреляционные константы (F_0, F_1) таковы, что нуль-звук распространяться не может (§ 77).

Если из экспериментальных данных оценить параметры, входящие в формулу (7.1), то оказывается, что скорость первого звука в вырожденных растворах несколько ниже, чем в чистом He^4 . Для экспериментального исследования температурной и частотной зависимостей u_1 потребовалась крайне чувствительная и прицзионная техника. Такая методика, основанная на методе сравнения фаз, была разработана Абрагамом, Экштейном, Кеттерсоном и Вигносом⁶², которые с высокой точностью провели относительные измерения скорости и поглощения первого звука в вырожденных растворах²²¹⁻²²³.

Исследования скорости звука, выполненные при различных частотах колебаний, позволили установить, что u_1 сильно изменяется с частотой. При этом дисперсия скорости сопровождается заметным поглощением звука. Физической причиной этих эффектов служит релаксационный процесс в газе фермиевских возбуждений.

Согласно Бэйму²¹⁹ этот релаксационный процесс является следствием обычной вязкости, которая, как во всякой ферми-жидкости, обратно пропорциональна квадрату температуры (см., например, § 14). Характерное время релаксации процесса выражается следующей полуэмпирической формулой²²²:

$$\tau_\eta = \frac{A}{T^2} \left[1 + B \left(\frac{T}{T_F} \right)^2 \right], \quad (7.3)$$

где T_F — температура фермиевского вырождения, а параметры A и B определяются из экспериментальных данных и зависят от концентрации He^3 в растворе.

Теоретическая формула для скорости первого звука²²⁴, выведенная с учетом указанного релаксационного процесса, обязанного взаимодействию атомов He^3 , хорошо описывает экспериментальные данные в области температур $T < 0,3 \text{ }^\circ\text{K}$.

Интересные результаты были получены при измерении поглощения первого звука в вырожденных растворах. Вначале²²¹ эксперименты проводились с 5%-ным раствором при частотах 20, 60, 100 и 140 $M\text{c}\mu$, а затем²²² они были повторены с 5,5%-ным раствором при частотах 15, 45 и 75 $M\text{c}\mu$. Оказалось, что при низких температурах, в отличие от He^4 , где при $T < 0,8 \text{ }^\circ\text{K}$ поглощение монотонно падает, в растворах при $T \sim 0,3 \text{ }^\circ\text{K}$ возникает минимум поглощения, а при более низкой температуре был обнаружен максимум, который с ростом частоты расширяется и смещается в сторону более высоких температур (рис. 28).

Указанные особенности в температурной и частотной зависимостях коэффициентов поглощения были объяснены Бэймом, Эбнером и Саамом^{219, 226-228}. Авторы показали, что при температурах ниже $\sim 0,3 \text{ }^\circ\text{K}$, когда можно пренебречь влиянием тепловых фононов, поглощение первого звука в слабых растворах He^3 в He^4 обусловлены практически лишь примесями He^3 и, как уже отмечалось, характерное время релаксации τ_η связано с вязкостью He^3 . Расчет коэффициента поглощения в 5%-ном растворе He^3 в He^4 приводит к простой формуле^{219, 226}

$$\alpha_1 = 0,57 \cdot 10^{-8} Y(T) \frac{2\omega^2 \tau_\eta}{1 + \omega^2 \tau_\eta^2}, \quad (7.4)$$

где

$$Y(T) = 1 + \frac{5\pi^2}{42} \left(\frac{T}{T_F} \right)^2 - \frac{\pi^4}{16} \left(\frac{T}{T_F} \right)^4 + \dots,$$

которая справедлива при $T \ll T_F$, а время релаксации τ_η определено формулой (7.3), где вторым слагаемым в скобках можно пренебречь.

В области температур выше $0,3$ °К существенный вклад в поглощение звука вносят тепловые фононы, взаимодействующие с квазичастицами He^3 . Расчет ^{225, 227}, учитываящий это взаимодействие и справедливый вплоть до температур $0,7$ °К, приводит к громоздким формулам, мало пригодным для исследования. Сравнение численного расчета с результатами эксперимента показано на рис. 28 и свидетельствует об удовлетворительном согласии с экспериментом *).

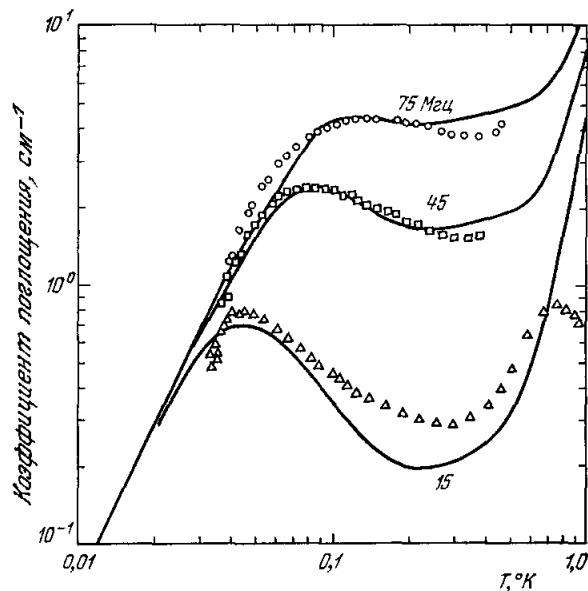


Рис. 28. Поглощение первого звука в 5,5%-ном растворе He^3 в He^4 при $T < 1$ °К.

Экспериментальные данные — ²²², сплошные линии — расчет согласно ²²⁶.

ностью вырожденном ферми-газе скорость второго звука для данной концентрации не зависит от температуры и определяется только эффективной массой:

$$u_2^2 = \frac{5}{3} \xi_0 \frac{c^{2/3}}{m_3^*}, \quad (7.5)$$

где

$$\xi_0 = \frac{(3\pi^2)^{2/3}}{3} \frac{\hbar^2}{m_3^*} \left(\frac{\rho}{m_4} \right)^{2/3}.$$

Область применимости формулы (7.5) со стороны низких концентраций определяется условием, чтобы вклад примесных возбуждений преобладал над вкладом фононов (при $T \sim 0,5$ °К это условие выполняется для $c > 10^{-5}$). Ограничение со стороны высоких концентраций связано с необходимостью учета взаимодействия примесных возбуждений друг

*.) Заметим, что в работах ^{219, 226-228}, где задача о поглощении звука решалась в τ -приближении, время релаксации фермионов играет роль нормировочного параметра. По существу τ -приближение означает, что в интеграле столкновений кинетического уравнения сохраняется только нулевая и первая гармоники разложения функции распределения по углам. Как было недавно показано ²²⁹, при расчете поглощения звука второго гармоника дает вклад того же порядка, что и две первые.

с другом. Такая возможность появилась после того, как в работе²¹⁶ был предложен эффективный потенциал взаимодействия $\text{He}^3 - \text{He}^4$, что привело к появлению ряда экспериментальных и теоретических исследований второго звука в слабых растворах $\text{He}^3 - \text{He}^4$ при низких температурах^{143, 144, 230-234}.

Особенность экспериментального изучения второго звука в вырожденных растворах связана с тем, что колебания распространяются по ферми-компоненте жидкости и имеют много общего с первым звуком в ферми-жидкости. Хотя в волне второго звука по-прежнему основную роль играют колебания температуры, при очень низких температурах нагреватель генерирует второй звук, в основном не прямым путем, а благодаря взаимодействию возбужденных теплом фононов и ротонов с атомами He^3 . В связи с этим одним из возможных способов наблюдения второго звука в растворе является возбуждение его с помощью механических колебаний плоской поверхности, что должно приводить к одновременной генерации первого и второго звуков²³².

Для возбуждения и регистрации колебаний Шерлок и Эдвардс¹⁴³ разработали специальные механические преобразователи. Они представляют собой конденсаторные датчики, в которых в качестве колеблющейся мембранны используется пористая пленка, проницаемая лишь для сверхтекущей компоненты. Как показал специальный анализ, доля энергии, излучаемой таким датчиком в виде первого звука, при $\rho_n \ll \rho$ пребрежимо мала. Указанные преобразователи были успешно использованы для изучения второго звука в растворах He^3 и He^4 при низких температурах^{144, 233}.

Измерения проводились в интервале температур 0,03—0,6 °К, т. е. для очень слабых растворов в этой области фермиевские возбуждения можно описывать больцмановской статистикой, и как видно из рис. 29, для 0,143%-ного раствора имеет место «классическая» зависимость $u_2 \sim T^{1/2}$, что соответствует формуле (3.4). Эффект фермиевского вырождения примесей проявляется для 6,28%-ного раствора, где при низких температурах наблюдается отклонение от закона $T^{1/2}$, а при $T < T_F$ намечается тенденция к насыщению, что согласуется с формулой (7.5).

Полученные результаты качественно согласуются с численным расчетом скорости второго звука в вырожденных растворах²³⁴, выполненным с учетом взаимодействия примесных возбуждений в рамках теории Бардина — Бэйма — Пайнса²¹⁶. Количественное различие, по-видимому, связано с выбором значений параметров, фигурирующих в теории ББП. В соответствии с расчетом вид температурной зависимости скорости второго звука практически не меняется с ростом давления, что было отмечено также в работах^{132, 231}.

Поглощение второго звука в вырожденной области в настоящее время практически не изучено. Пока имеются лишь оценки верхнего значения коэффициента поглощения, проведенные на основании анализа экспериментальных данных¹⁴⁴.

До сих пор рассматривалось распространение звука в условиях, когда можно пренебречь влиянием стенок сосуда. Если же раствор запол-

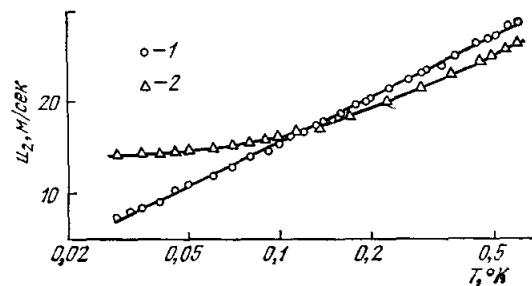


Рис. 29. Температурная зависимость скорости второго звука в вырожденных растворах¹⁴⁴. 1 — 0,143% He^3 ($T_F \approx 0,029$ °К). 2 — 6,28% He^3 ($T_F \approx 0,355$ °К).

няет достаточно узкие каналы, так что их размер много меньше глубины проникновения вязкой волны либо длины свободного пробега элементарных возбуждений, то в этом случае может распространяться также четвертый звук. Эта возможность была рассмотрена Саникидзе и Шаановой²³⁵.

Заметим также, что четвертый звук возможен и в чистом He^3 в той области температур, где может наступить его сверхтекучесть²³⁶.

Дополнение при корректуре. Недавно распространение четвертого звука было обнаружено в чистом He^3 в сверхтекучей фазе (при температуре ниже $3 \cdot 10^{-3}$ °К) ²³⁶.

После завершения работы над обзором появился целый ряд работ²³⁷⁻²⁴⁸, которые представляется возможным только перечислить.

Физико-технический институт низких температур

АН УССР, Харьков

Институт физических проблем АН СССР

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. P. L. Kapitza, Nature 141, 74 (1937); ЖЭТФ 11, 1 (1941).
2. Л. Д. Ландау, ibid, p. 592.
3. И. М. Халатников, Теория сверхтекучести, М., «Наука», 1971.
4. В. Кеэзом, Геллий, М., ИЛ, 1949.
5. K. R. Atkins, Liquid Helium, Cambridge, Cambr. Univ. Press, 1959.
6. J. Wilks, The Properties of Liquid and Solid Helium, Oxford, Clarendon Press, 1967.
7. S. G. Eckstein, I. Eckstein, J. B. Ketterson, J. H. Vignos, Phys. Acoust. 6, 243 (1970).
8. И. М. Халатников, ЖЭТФ 23, 8, 169 (1952).
9. R. B. Dingle, Proc. Phys. Soc. A63, 638 (1950).
10. Е. М. Лифшиц, ЖЭТФ 14, 116 (1944).
11. K. R. Atkins, Phys. Rev. 113, 962 (1959).
12. И. М. Халатников, ЖЭТФ 23, 265 (1952).
13. P. J. Price, Phys. Rev. 89, 1209 (1953).
14. И. Я. Померанчук, Л. Д. Ландау, ДАН СССР 59, 669 (1948).
15. В. Л. Гинзбург, Акуст. ж. 1, 31 (1955).
16. J. C. Findlay, A. Pitt, H. Grayson-Smith, J. O. Wilhelm, Phys. Rev. 54, 509 (1938).
17. J. C. Findlay, A. Pitt, H. Grayson-Smith, J. O. Wilhelm, ibid. 56, 122.
18. J. R. Pellam, C. E. Squire, ibid. 72, 1245 (1947).
19. K. R. Atkins, C. E. Chase, Proc. Phys. Soc. A64, 826 (1951).
20. K. R. Atkins, R. A. Stasiow, Canad. J. Phys. 31, 1156 (1953).
21. C. E. Chase, Proc. Roy. Soc. A220, 116 (1953).
22. C. E. Chase, M. A. Herlin, Phys. Rev. 97, 1447 (1955).
23. A. Van Itterbeek, G. Forrez, Physica 21, 133 (1954).
24. A. Van Itterbeek, G. Forrez, M. Teirlinck, Physica 23, 63 (1957).
25. A. Van Itterbeek, G. Forrez, M. Teirlinck, ibid., p. 905.
26. W. M. Whitney, Phys. Rev. 105, 38 (1957).
27. C. E. Chase, Amer. J. Phys. 24, 136 (1956).
28. J. A. Newell, J. Wilks, Phil. Mag. 1, 588 (1956).
29. K. Dransfeld, J. A. Newell, J. Wilks, Proc. Roy. Soc. A243, 500 (1958).
30. J. A. Newell, J. Wilks, Phil. Mag. 4, 745 (1959).
31. H. L. Laquer, S. G. Sydoriak, T. R. Roberts, Phys. Rev. 113, 417 (1959).
32. W. M. Whitney, C. E. Chase, Phys. Rev. Lett. 9, 243 (1962).
33. K. Dransfeld, Phys. Rev. 127, 17 (1962).
34. C. E. Chase, R. C. Williamson, L. Tisza, Phys. Rev. Lett. 13, 467 (1964).
35. W. A. Jeffers, W. M. Whitney, Phys. Rev. 139, 1082 (1965).
36. B. M. Abraham, Y. Eckstein, J. B. Ketterson, J. H. Vignos, Phys. Rev. Lett. 16, 596 (1966).
37. J. H. Vignos, H. A. Fairbank, Phys. Rev. 147, 185 (1966).

38. W. M. Whitney, C. E. Chase, *ibid.* 158, 200 (1967).
39. B. M. Abraham, Y. Eckstein, J. B. Ketterson, M. Kuchnir, *Phys. Rev. Lett.* 19, 690 (1967).
40. G. W. Waters, D. J. Watmough, J. Wilks, *Phys. Lett.* A26, 12 (1967).
41. R. C. Williamson, C. E. Chase, *Phys. Rev.* 176, 285 (1968).
42. B. M. Abraham, Y. Eckstein, J. B. Ketterson, M. Kuchnir, J. Vignos, *ibid.* 181, 347 (1969).
43. B. M. Abraham, Y. Eckstein, J. B. Ketterson, M. Kuchnir, P. R. Roach, *ibid.* A1, 250 A2, 550 (1970).
44. P. R. Roach, J. B. Ketterson, M. Kuchnir, *Phys. Rev. Lett.* 25, 1002 (1970).
45. B. E. Keen, P. W. Matthews, J. Wilks, *Proc. Roy. Soc. A284*, 125 (1965).
46. J. S. Imai, I. Rudnick, *Phys. Rev. Lett.* 22, 694 (1969).
47. A. Van Itterbeek, G. J. Van den Berg, W. Limburg, *Physica* 20, 307 (1954).
48. G. J. Van den Berg, A. Van Itterbeek, C. M. V. Van Aardenne, J. H. J. Herfkens, *Physica* 21, 860 (1955).
49. M. A. Woolf, P. M. Platzman, M. G. Cohen, *Phys. Rev. Lett.* 17, 294 (1966).
50. G. Winterling, G. Walda, W. Heinicke, *Phys. Lett.* A26, 301 (1968).
51. G. Winterling, W. Heinicke, *ibid.* A27, 329.
52. W. Heinicke, G. Winterling, K. Dransfeld, *Phys. Rev. Lett.* 22, 170 (1969).
53. C. H. Anderson, E. S. Sabisky, *ibid.* 24, 1049 (1970).
54. C. H. Anderson, E. S. Sabisky, *ibid.* 28, 80 (1972).
55. B. L. Blackford, *ibid.*, p. 414.
56. R. B. Hollcock, *ibid.* 23, 830 (1965).
57. R. B. Hollcock, *Phys. Rev. A5*, 320 (1972).
58. A. D. B. Woods, *Phys. Rev. Lett.* 14, 355 (1965).
59. A. D. B. Woods, R. A. Cowley, *ibid.* 24, 646 (1970).
60. R. A. Cowley, A. D. B. Woods, *Canad. J. Phys.* 49, 177 (1971).
61. Н. Е. Дюмин, Б. Н. Есельсон, Э. Я. Рудавский, *Физика конденсированного состояния*, вып. 3, Харьков, ФТИНТ АН УССР, 1971, стр. 30.
62. B. M. Abraham, Y. Eckstein, J. B. Ketterson, J. Vignos, *Cryogenics* 9, 274 (1969).
63. Л. Д. Ландау, И. М. Халатников, *ЖЭТФ* 19, 637 (1949).
64. Л. Д. Ландау, И. М. Халатников, *ibid.*, стр. 709.
65. И. М. Халатников, *ЖЭТФ* 20, 243 (1950).
66. А. Ф. Андреев, И. М. Халатников, *ЖЭТФ* 44, 2058 (1963).
67. И. М. Халатников, Д. М. Черникова, *ЖЭТФ* 49, 1957 (1965).
68. И. М. Халатников, Д. М. Черникова, *ЖЭТФ* 50, 411 (1966).
69. R. Feynman, *Phys. Rev.* 94, 262 (1954).
70. N. E. Phillips, C. G. Waterfield, J. K. Hoffer, *Phys. Rev. Lett.* 25, 1260 (1970).
71. H. J. Maris, W. E. Massey, *ibid.*, p. 220.
72. P. R. Roach, B. M. Abraham, J. B. Ketterson, M. Kuchnir, *ibid.* 29, 32 (1972).
73. A. Molinari, T. Regge, *ibid.* 26, 1531 (1971).
74. C. Zasada, R. K. Pathria, *ibid.* 29, 988 (1972).
75. K. Kawasaki, *Progr. Theor. Phys.* 26, 793, 795 (1961).
76. K. Kawasaki, H. Mori, *ibid.* 28, 784 (1962).
77. K. Dransfeld, *Phys. Rev.* 127, 17 (1962).
78. T. O. Woodruff, *ibid.*, p. 682.
79. S. Simons, *Proc. Phys. Soc.* 82, 401 (1963).
80. P. C. Kwock, P. C. Martin, P. B. Miller, *Sol. State Comm.* 3, 181 (1965).
81. C. J. Pethick, D. ter Haar, *Physica* 32, 1905 (1966).
82. Y. Disatnick, *Phys. Rev.* 158, 162 (1967).
83. R. K. Wahner, R. Klein, *Phys. Rev. Lett.* 23, 1372 (1969).
84. J. Jäckle, *Zs. Phys.* 231, 362 (1970).
85. T. H. Cheung, *Phys. Lett.* A32, 211 (1970).
86. A. F. Andreyev, I. M. Khalatnikov, *J. Low. Temp. Phys.* 2, 173 (1970).
87. H. J. Maris, *Phys. Rev. Lett.* 28, 277 (1972).
88. R. K. Wahner, R. Klein, *Physica* 53, 630 (1971).
89. P. F. Meier, H. Beck, *Phys. Lett.* A36, 397 (1971).
90. J. Jäckle, K. W. Kehr, *ibid.* A37, 205.

91. С. С. Lim, A. C. Hollis-Hallett, E. W. Guptill, Canad. J. Phys. 35, 1343 (1957).
92. T. R. Roberts, S. G. Sydoriak, Phys. Fluids, 3, 895 (1960).
93. Б. Н. Есельсон, Н. Е. Дюмин, Э. Я. Рудавский, И. А. Сербина, ЖЭТФ 51, 1665 (1966).
94. M. Barmatz, J. Low Temp. Phys. 5, 419 (1971).
95. E. W. Guptill, A. M. R. Van Iersel, R. David, Physica 24, 1018 (1958).
96. G. O. Harding, J. Wilks, Phil. Mag. 3, 1469 (1958).
97. G. O. Harding, J. Wilks, Proc. Roy. Soc. A268, 424 (1962).
98. Т. А. Карчава, Д. Г. Саникидзе, ЖЭТФ 57, 1349 (1969).
99. А. Ф. Андреев, ЖЭТФ 40, 1705 (1961).
100. Р. Г. Архипов, ДАН СССР, 98, 747 (1954).
101. H. Jäckle, K. W. Kehr, Phys. Rev. Lett. 27, 654 (1971).
102. В. П. Пешков, ДАН СССР 45, 365 (1944).
103. В. П. Пешков, ЖЭТФ 16, 1000 (1946).
104. C. T. Lane, H. A. Fairbank, H. Shultz, W. M. Fairbank, Phys. Rev. 70, 431 (1946).
105. C. T. Lane, H. A. Fairbank, H. Shultz, W. M. Fairbank, ibid. 71, 600 (1947).
106. В. П. Пешков, К. Н. Зиновьева, ЖЭТФ 18, 438 (1948).
107. В. П. Пешков, ibid., стр. 857.
108. В. П. Пешков, ibid., стр. 867.
109. В. П. Пешков, ibid., стр. 951.
110. В. П. Пешков, ЖЭТФ 19, 270 (1949).
111. J. R. Pellam, Phys. Rev. 75, 1183 (1949).
112. J. R. Pellam, R. B. Scott, ibid. 76, 869.
113. R. D. Maurer, M. A. Herlin, ibid., p. 948.
114. K. R. Atkins, D. V. Osborne, Phil. Mag. 41, 1078 (1950).
115. D. V. Osborne, Proc. Phys. Soc. A64, 114 (1951).
116. R. D. Maurer, M. A. Herlin, Phys. Rev. 82, 329 (1954).
117. В. П. Пешков, ЖЭТФ 23, 686 (1952).
118. R. D. Maurer, M. A. Herlin, Phys. Rev. 89, 523 (1953).
119. D. de Klerk, R. P. Hudson, J. R. Pellam, ibid. 93, 28 (1954).
120. К. Н. Зиновьева, ЖЭТФ 25, 235 (1953).
121. K. R. Atkins, K. H. Hart, Phys. Rev. 92, 204 (1953).
122. K. R. Atkins, K. H. Hart, Canad. J. Phys. 32, 381 (1954).
123. W. R. Hanson, J. R. Pellam, Phys. Rev. 95, 321 (1954).
124. H. C. Kramers, T. van Peski Tinbergen, J. Wiebler, R. A. W. Van den Berg, C. J. Gorster, Physica 20, 743 (1954).
125. К. Н. Зиновьева, ЖЭТФ 31, 31 (1956).
126. В. П. Пешков, ЖЭТФ 38, 799 (1960).
127. E. A. Linton, H. A. Fairbank, Phys. Rev. 80, 1043 (1950).
128. J. C. King, H. A. Fairbank, ibid. 93, 21, 1954.
129. H. A. Fairbank, Nuovo Cimento 9, Suppl. 1, 325 (1958).
130. H. A. Fairbank, S. D. Elliott, Physica Suppl. 24, 134 (1958).
131. C. C. Niels-Hekkenberg, H. C. Kramers, Proc. of the 7th Intern. Conference on Low Temperature Physics (LT-VII), Toronto, 1960, p. 644.
132. D. J. Sandiford, H. A. Fairbank, Phys. Rev. 162, 192 (1967).
133. H. A. Fairbank, C. T. Lane, Rev. Sci. Instr. 18 (7), 525 (1947).
134. Л. П. Межов-Деглин, А. И. Шальников, ПТЭ, № 1, 209 (1968).
135. N. Kurti, J. McIntosh, Phil. Mag. 46, 104 (1955).
136. H. A. Snyder, Rev. Sci. Instr. 33, 467 (1962).
137. H. A. Notarys, J. R. Pellam, Proc. of the 9th Intern. Conference on Low Temperature Physics (LT-IX), pt. A, Columbus, Ohio, 1964, p. 164.
138. F. I. Ruchholz, D. Brendt, H. Wiechert, Phys. Lett. A35, 471 (1971).
139. F. Vidal, Y. Simon, ibid. A36, 165.
140. M. Pomerantz, Phys. Rev. Lett. 26, 362 (1971).
141. F. Vidal, M. Le Ray, M. Francois, Phys. Lett. A36, 401 (1971).
142. D. L. Johnson, M. I. Crooks, Phys. Rev. 185, 253 (1969).
143. R. A. Sherlock, D. O. Edwards, Rev. Sci. Instr. 41, 1603 (1970).
144. M. R. Grubaker, D. O. Edwards, R. E. Sarwinski, P. Seligman, R. A. Sherlock, J. Low Temp. Phys. 3, 619 (1970).
145. R. Williams, S. E. A. Beaver, J. C. Fraser, K. S. Kagiwada, I. Rudnick, Phys. Lett. A29, 279 (1960).
146. G. Jacucci, G. Signorelli, ibid. A26, 5 (1967).
147. D. Petrac, M. A. Woolf, Phys. Rev. Lett. 28, 283 (1972).
148. E. R. Pike, J. M. Vaughan, W. F. Vinen, Phys. Lett. A30, 373 (1969).

149. А. И. Гуляев, ЖЭТФ 57, 59 (1969).
 150. И. М. Халатников, ЖЭТФ 23, 21 (1952).
 151. И. М. Халатников, УФН 59, 673 (1956).
 152. И. М. Халатников, ibid. 60, 69.
 153. И. Я. Померанчук, ЖЭТФ 19, 42 (1949).
 154. И. М. Халатников, В. Н. Жарков, ЖЭТФ 32, 1108 (1957).
 155. Э. Я. Рудавский, И. А. Сербин, ЖЭТФ 51, 1930 (1966).
 156. G. F. Fritz, G. L. Pollack, Phys. Rev. A2, 2560 (1970).
 157. W. Niegel, G. U. Schubert, Zs. angew. Phys. 14, 741 (1962).
 158. A. Hofman, K. Keck, G. U. Schubert, Zs. Phys. 231, 177 (1970).
 159. I. Rudnick, ibid. 247, 380 (1971).
 160. Л. С. Дикина, Э. Я. Рудавский, И. А. Сербин, ЖЭТФ 58, 814 (1970).
 161. C. W. E. Everitt, K. R. Atkins, A. Denenstein, Phys. Rev. Lett. 8, 161 (1962).
 162. C. W. E. Everitt, K. R. Atkins, A. Denenstein, Phys. Rev. A136, 1494 (1964).
 163. K. R. Atkins, I. Rudnick, Progr. Low. Temp. Phys. 6, 37 (1970).
 164. W. C. Knudsen, Phys. Rev. Lett. 15, 379 (1965).
 165. I. Rudnick, R. S. Kagiwada, J. C. Fraser, E. Guyon, ibid. 20, 430 (1968).
 166. D. Bergman, Phys. Rev. 188, 370 (1969).
 167. D. Bergman, J. Low. Temp. Phys. 3, 247 (1970).
 168. D. Bergman, Phys. Rev. A3, 2058 (1971).
 169. G. L. Pollack, ibid. 143, 103 (1966).
 170. G. L. Pollack, ibid. 149, 72.
 171. G. L. Pollack, ibid. 161, 172 (1967).
 172. Т. А. Карчава, Д. Г. Санкидзе, ЖЭТФ 62, 369 (1972).
 173. И. Е. Дзялошинский, Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, ЖЭТФ 37, 229 (1959).
 174. I. Rudnick, J. C. Fraser, J. Low. Temp. Phys. 3, 225 (1970).
 175. D. L. Goodstein, R. G. Saffman, Proc. Roy. Soc. A325, 447 (1971).
 176. K. A. Pickar, K. R. Atkins, Phys. Rev. 178, 389 (1969).
 177. R. S. Kagiwada, J. C. Fraser, I. Rudnick, D. Bergman, Phys. Rev. Lett. 22, 338 (1969).
 178. D. Goodstein, Phys. Rev. 183, 327 (1969).
 179. B. Ratnam, J. Moschel, J. Low. Temp. Phys. 3, 239 (1970).
 180. S. J. Puttermann, R. Finkelstein, I. Rudnick, Phys. Rev. Lett. 27, 1697 (1971).
 181. K. A. Pickar, K. R. Atkins, Phys. Rev. 178, 399 (1969).
 182. R. I. King, A. F. G. Wyatt, Proc. Roy. Soc. A322, 355 (1971).
 183. А. Ф. Андреев, Д. А. Компанеец, Письма ЖЭТФ 13, 720 (1971).
 184. А. Ф. Андреев, Д. А. Компанеец, ЖЭТФ 61, 2459 (1971).
 185. А. Ф. Андреев, ЖЭТФ 50, 1415 (1966).
 186. К. Н. Зиновьева, С. Т. Болдарев, ЖЭТФ 56, 1089 (1969).
 187. J. R. Pellam, Phys. Rev. 73, 608 (1948).
 188. И. Н. Адаменко, М. И. Каганов, ЖЭТФ 53, 615 (1967).
 189. И. Н. Адаменко, УФЖ 13, 1000 (1968).
 190. G. L. Pollack, J. R. Pellam, Phys. Rev. A137, 1676 (1965).
 191. L. Meinholt - Heeglein, Phys. Lett. A26, 495 (1968).
 192. L. Meinholt - Heeglein, Zs. Phys. 213, 152 (1968).
 193. Б. Н. Есельсон, Н. Е. Дюмин, Э. Я. Рудавский, И. А. Сербин, Письма ЖЭТФ 6, 783 (1967).
 194. Н. Е. Дюмин, Б. Н. Есельсон, Э. Я. Рудавский, И. А. Сербин, ЖЭТФ 59, 88 (1970).
 195. Л. С. Дикина, Б. Н. Есельсон, П. С. Новиков, Э. Я. Рудавский, УФЖ 17, 1989 (1972).
 196. Т. А. Карчава, Д. Г. Санкидзе, ЖЭТФ 55, 1909 (1968).
 197. Н. Е. Дюмин, Э. Я. Рудавский, ЖЭТФ 60, 830 (1971).
 198. Д. Г. Санкидзе, Д. М. Черникова, ЖЭТФ 46, 1123 (1964).
 199. Б. Н. Есельсон, Н. Е. Дюмин, Э. Я. Рудавский, И. А. Сербин, Письма ЖЭТФ 3, 32 (1966).
 200. Б. Н. Есельсон, Н. Е. Дюмин, Э. Я. Рудавский, И. А. Сербин, ЖЭТФ 51, 1064 (1966).
 201. I. Rudnick, K. A. Shapiro, Phys. Rev. Lett. 9, 191 (1962); Phys. Rev. A137, 1383 (1965).
 202. H. Wieschert, R. Schmidt, Phys. Lett. A40, 421 (1972).
 203. Н. Е. Дюмин, Б. Н. Есельсон, Э. Я. Рудавский, И. А. Сербин, ЖЭТФ 56, 747 (1969).

204. М. И. Каганов, Д. Г. Саникидзе, О. Г. Ткешелашвили, В. А. Ямпольский, ЖЭТФ 59, 812 (1970).
205. I. Rudnick, E. Guyon, K. A. Shapiro, S. A. Scott, Phys. Rev. Lett. 19, 488 (1967).
206. D. F. Beweg, C. W. Leppelmeier, C. C. Lim, D. O. Edwards, I. Landau, ibid., p. 491.
207. M. Kriess, I. Rudnick, J. Low Temp. Phys. 3, 339 (1970).
208. I. Rudnick, H. Kojima, W. Veith, R. S. Kagiwada, Phys. Rev. Lett. 23, 1220 (1969).
209. J. M. Hubert, E. V. Larson, G. F. Squire, J. Low. Temp. Phys. 1, 375 (1969).
210. J. M. Hubert, T. W. Adair, D. G. Naugle, ibid. 4, 65 (1971).
211. M. Francois, M. Le Ray, J. Bataille, Phys. Lett. A31, 563 (1970).
212. Д. Г. Саникидзе, И. Н. Адаменко, М. И. Каганов, ЖЭТФ 52, 584 (1967).
213. Т. А. Карчава, Д. Г. Саникидзе, ЖЭТФ 57, 1349 (1969).
214. И. Н. Адаменко, М. И. Каганов, ЖЭТФ 54, 689 (1968).
215. D. O. Edwards, D. F. Beweg, P. Seligman, M. Skertic, M. Yaqub, Phys. Rev. Lett. 15, 773 (1965).
216. J. Bardeen, G. Baym, D. Pines, Phys. Rev. 156, 207 (1967).
217. S. G. Eckstein, Phys. Rev. Lett. 17, 1257 (1966).
218. И. М. Халатников, Письма ЖЭТФ 5, 288 (1967).
219. G. Baym, Phys. Rev. Lett. 18, 71 (1967).
220. D. Pines, J. C. Wheatley, Труды X Международной конференции по физике низких температур (LT-X), т. I, М., ВИНИТИ, 1967, стр. 55.
221. B. M. Abraham, Y. Eckstein, J. B. Kettersson, J. Vignos, Phys. Rev. Lett. 17, 1254 (1966).
222. B. M. Abraham, Y. Eckstein, J. B. Kettersson, M. Kuchnir, ibid. 20, 251 (1968).
223. B. M. Abraham, Y. Eckstein, J. B. Kettersson, ibid. 21, 422 (1968).
224. G. Baym, Proc. of the 11th Intern. Conference on Low Temperature Physics (LT-XI) v. 1, St. Andrews, 1968, p. 385.
225. G. Baym, W. F. Saam, C. Ebner, Phys. Rev. 173, 306 (1968).
226. G. Baym, C. Ebner, ibid. 164, 235 (1967).
227. G. Baym, W. F. Saam, ibid. 171, 172 (1968).
228. G. Baym, Phys. Rev. Lett. 17, 952 (1966).
229. Д. М. Семиз, Письма ЖЭТФ 13, 459 (1971).
230. R. A. Guyer, P. V. E. McClintock, K. H. Mueller, Phys. Lett. A27, 611 (1968).
231. P. V. E. McClintock, K. H. Mueller, R. A. Guyer, H. A. Fairbank, сборник 224, р. 379.
232. Д. М. Семиз, Письма ЖЭТФ 14, 538 (1971).
233. N. R. Grubaker, D. O. Edwards, R. E. Sarwinski, P. Seligman, R. A. Sherglock, Phys. Rev. Lett. 25, 715 (1970).
234. G. J. Throop, J. M. J. Van Leenwen, Phys. Rev. 188, 468 (1969).
235. Д. Г. Саникидзе, А. Н. Шаанова, Письма ЖЭТФ 10, 482 (1969).
236. H. Kogima, J. N. Poulsen, J. C. Wheatley, Californian Institute Preprint, 1973.
237. S. Halvin, M. Luban, Phys. Lett. A42, 133 (1972).
238. T. G. Wang, I. Rudnick, J. Low Temp. Phys. 9, 425 (1972).
239. R. Zoltan, ibid. 11, 509 (1973).
240. И. М. Халатников, Письма ЖЭТФ 17, 534 (1973).
241. T. Kubikawa, Progr. Theor. Phys. 49, 388 (1973).
242. D. S. Greywall, G. Ahlers, Phys. Rev. A7, 2145 (1973).
243. P. F. Meier, H. Beek, ibid. A8, 569.
244. Z. M. Galasiewicz, Phys. Lett. A43, 149 (1973).
245. M. Papouilar, ibid., p. 513.
246. R. C. Dynes, N. Narayanamurti, K. Andres, Phys. Rev. Lett. 30, 1129 (1973).
247. W. M. Saslow, ibid. 31, 870.
248. R. P. Wehrum, L. Meinhold-Heerlein, Zs. Phys. 259, 117 (1973).