1974 г. Ноябрь *Том 114, вып. 3*

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ

536.73

О ПРЕДЕЛЬНОМ КОЭФФИЦИЕНТЕ ПОЛЕЗНОГО ДЕЙСТВИЯ ПРИ ПРЯМОМ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ИЗЛУЧЕНИЯ

М. А. Леонтович

В связи с проблемой использования солнечного излучения для энергетических целей естественно возникает вопрос о максимальном возможном при этом коэффициенте полезного действия (к. п. д.). Разумеется, если энергию излучения использовать для нагревания тех или иных тел и устраивать тепловую машину (или термоэлементы), то здесь в согласии с Карно все зависит от достижимой при этом температуры нагревателя.

Однако возможно использование «прямого» преобразования энергии излучения в работу, например с помощью фотоэлектрических явлений. Возникает вопрос, какие же ограничения на к. п. д. накладывает термодинамика при таких процессах. Здесь делается попытка ответить на этот вопрос.

При этом мы должны использовать второе начало термодинамики в случае, когда наша система («рабочее тело») обменивается с окружающим не только путем передачи тепла и совершения работы, но и благодаря притоку энергии излучения, а вместе с ней и энтропии излучения. Требования термодинамики при этом нужно сформулировать так:

$$\frac{dE}{dt}+A=\Pi, \tag{1}$$

$$\frac{dS}{dt}\geqslant\Sigma; \tag{2}$$

здесь E, S — энергия и энтропия рабочего тела, A — работа, совершаемая им за единицу времени, Π и Σ — полные потоки энергии и энтропии, получаемые телом через его поверхность за единицу времени.

Мы рассматриваем стационарный процесс, при котором состояние рабочего тела не меняется со временем, так что

$$A=\Pi, \qquad \Sigma\leqslant 0.$$

Можн убедиться в том, что дальнейшие выводы в равной мере относятся и к периодически работающей системе.

Мы считаем, что рабочее тело получает энергию только за счет падающего на него излучения (например, от Солнца), поток которого — Π_R (а соответствующий поток энтропии Σ_R). Считая, что это излучение полностью поглощается телом, мы определяем коэффициент полезного действия

$$\eta=\frac{A}{\Pi_R}=\frac{\Pi}{\Pi_R}. \tag{3}$$

Величина П складывается из получаемого от источника излучения потока Π_R и обмена энергией с окружающими телами, которые мы обозначаем как Q:

$$\Pi = \Pi_R + Q.$$

При этом Q включает тепло, полученное нашим телом как путем непосредственной теплопередачи окружающим телам, так и через обмен излучением. В нашем случае $Q < 0$. Таким образом,

$$\eta = 1 + \frac{Q}{\Pi_R}. \tag{4}$$

Поток энтропии Σ в (2), аналогично П, распадается на два члена:

$$\Sigma = \Sigma_R + \Sigma_T,$$

где Σ_R — поток энтропии, поступающий от используемого излучения, а Σ_T учитывает обмен энтропией с окружающей наше тело средой, как с помощью непосредственной теплопередачи, так и путем обмена излучением.

Мы считаем, что температура рабочего тела только немного выше температуры окружающей его среды T_0. Нетрудно убедиться в том, что именно при этом условии достигается максимальный к. п. д. В этом случае $\Sigma_T = Q/T$, где Q — та же величина, что и в (4), причем это справедливо не только при учете непосредственной теплопередачи (что очевидно), но и для передачи энтропии излучением.

Таким образом, условие (2) дает

$$\Sigma_R + \frac{Q}{T} \leqslant 0. \tag{5}$$

Из (4) и (5) получаем

$$\eta \leqslant 1 - \frac{T\Sigma_R}{\Pi_R}. \tag{6}$$

Следовательно, к. п. д. не может превосходить

$$\eta_{\max} = 1 - \frac{T\Sigma_R}{\Pi_R}. \tag{7}$$

Для полностью поглощающего (оптически толстого) тела при падении *равновесного* излучения температуры T_R имеем [1]

$$\Pi_R = aT_R^4, \quad \Sigma_R = \frac{4}{3}aT_R^3, \tag{8}$$

где множитель a зависит от геометрии падающего излучения. При этом мы считаем, что поверхность рабочего тела не отражает падающее излучение. Отражение, во всяком случае, в принципе может быть устранено путем применения постепенно изменяющегося показателя преломления («просветленная оптика»). Из (7) в этом случае получаем

$$\eta_{\max} = 1 - \frac{4T}{3T_R}. \tag{9}$$

Как видно, этот максимальный к. п. д. не зависит от телесного угла, внутри которого идут лучи падающего излучения.

* * *

Рассмотрим еще случай оптически тонкого тела — плоскопараллельную пластинку толщины l, для которой при всех нужных частотах $\alpha_\omega l \ll 1$ (α_ω — коэффициент поглощения), освещенную с одной стороны равновесным излучением. В этом случае Π_R и Σ_R будут равны разности потоков с двух сторон пластинки, т. е.

$$\Pi_R = -l \int \frac{\partial J_\omega}{\partial x} d\omega = l \int \alpha_\omega J_\omega d\omega$$

и

$$\Sigma_R = -l \int \frac{\partial L_\omega}{\partial x} d\omega,$$

где L_ω — удельный спектральный поток энтропии. Поскольку

$$\frac{\partial L_\omega}{\partial x} = \frac{\partial L_\omega}{\partial J_\omega} \frac{\partial J_\omega}{\partial x} \quad \text{и} \quad \frac{\partial L_\omega}{\partial J_\omega} = \frac{1}{T_R},$$

получаем

$$\frac{\Sigma_R}{\Pi_R} = \frac{1}{T_R}.$$

Отсюда

$$\eta_{\max} = 1 - \frac{T}{T_R}. \tag{10}$$

В общем случае произвольного спектрального распределения излучения его энтропия и энергия выражаются в виде интегралов по частотам. Воспользовавшись известными выражениями для них, имеем [1, 2]

$$\frac{1-\eta}{T} = \frac{\Sigma_R}{\Pi_R} = \frac{\int [(1+n_\omega)\ln(1+n_\omega) - n_\omega \ln n_\omega]\, \omega^2\, d\omega}{\hbar \int n_\omega \omega^3\, d\omega}, \tag{11}$$

где $n_\omega = (\pi^2 c^2/\hbar\omega^3)\, J_\omega$, J_ω — спектральная интенсивность излучения (поток излучения через площадку ds в телесном угле dO равен $J_\omega\, d\omega\, ds\, dO$).

В частности, в случае монохроматического излучения формула (11) дает

$$\eta_{\max} = 1 - \frac{T}{T_R} + \frac{T}{\hbar\omega}\left(e^{\hbar\omega/T_R} - 1\right) \ln\left(e^{\hbar\omega/T_R} - 1\right), \tag{12}$$

где T_R — эффективная температура излучения, введенная таким способом, что в одном состоянии находится $n_\omega = (e^{\hbar\omega/T_R} - 1)^{-1}$ фотонов. В предельных случаях на основании формулы (12) имеем

$$\eta_{\max} = \begin{cases} 1 - \dfrac{T}{T_R}\left(1 + \ln \dfrac{T_R}{\hbar\omega}\right) & (\hbar\omega \ll T_R), \\ 1 - \dfrac{T}{\hbar\omega} - \dfrac{T}{T_R} & (\hbar\omega \gg T_R). \end{cases} \tag{13}$$

Упомянем еще о другой возможности прямого использования энергии излучения — фотосинтезе. В этом случае работа не производится, мы можем получать выигрыш химической свободной энергии $F = E - TS$ за счет излучения. При $A = 0$ и $T = \text{const}$ из (1) и (2), учитывая (8), получаем

$$\frac{1}{\Pi_R} \frac{dF}{dt} \leqslant \frac{\Pi - T\Sigma}{\Pi_R} = 1 - \frac{4T}{3T_R},$$

т. е. значения (9) (или (10)) для максимального к. п. д.

На основе полученных выражений оценим максимальный предел для к. п. д. прямого преобразования солнечного излучения в работу на поверхности Земли. Считая, что падающее излучение полностью перерабатывается на поверхности Земли, получим на основании формулы (9) ($T = 290\,°$K, $T_R = 5800\,°$K) для максимального значения коэффициента преобразования излучения в работу $\eta_{max} = 93\%$. Разумеется, осуществление таких идеальных процессов с помощью, например, фотоэлементов достаточно трудно и кажется фантастичным. Выяснение возможности приближения к этому пределу, разумеется, требует детального рассмотрения конкретных физических схем.

Институт атомной энергии
им. И. В. Курчатова

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. M. Plank, Vorlesungen über die Theorie der Wärmestrahlung, Lpz., Barth, 1921.
2. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Статистическая физика, М., «Наука» стр. 184, 1966.