1973 г. Сентябрь *Том 111, вып. 1*

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

523.11

ГЛОБАЛЬНЫЕ СВОЙСТВА ВЕЩЕСТВА В КОЛЛАПСИРОВАННОМ СОСТОЯНИИ*)

(«Черные дыры»)

М. А. Марков

СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение 3
2. Скалярное дальнодействующее поле 10
3. Векторное массивное поле 17
4. Нейтринное поле 19
Цитированная литература 27

1. ВВЕДЕНИЕ

В свете теоретических исследований последних лет создается впечатление, что материя в процессе коллапса, в процессе гравитационного замыкания стремится минимизировать разнообразие своих глобальных свойств, разнообразие параметров, характеризующих систему в целом.

Действительно, многие глобальные характеристики исчезают в процессе коллапса, когда материя уходит под поверхность «горизонта событий», образуя «черную дыру». Так, вне «черной дыры» (коллапсара) теряется магнитный дипольный момент, исчезают высшие гравитационные мультиполи, возможно, теряется способность возбуждать некоторые внешние поля и т. д.

Такую ситуацию Уилер [1] образно характеризует фразой: «черные дыры не имеют волос». Представляет известный интерес понять, какие свойства систем характеризуются этим кодовым термином «волосы». Как происходит исчезновение этих «волос» в пространстве вокруг «черной дыры», в каких случаях эти волосы, если пользоваться этой терминологией, выпадают, т. е. что-то теряется системой в процессе излучения перед моментом гравитационного замыкания, в каких случаях эти «волосы» «укладываются» в какую-то, скажем, прическу под сферу Шварцшильда, становясь недоступными внешнему наблюдателю.

Макроскопическая материальная система, небесное тело, например, может обладать разнообразными глобальными характеристиками.

Здесь имеются в виду такие характеристики, как полная масса системы, ее полный электрический заряд, полный момент вращения и т. д. Небесное тело, состоящее, например, из водородного газа, обладает огромными барионным и лептонным зарядами. Система может обладать странностью.

Если иметь в виду электронно-нейтринные слабые взаимодействия, то небесное тело может быть источником нейтринно-антинейтринного

*) Доложено на III Всесоюзном гравитационном совещании 14 октября 1972 г. (Ереван).

© «Успехи физических наук», 1973.

поля, спадающего как $1/r^5$. Макроскопическая материальная система в принципе может быть источником скалярного поля. Система может обладать магнитным дипольным моментом, высшими гравитационными моментами и т. д.

Сбрасывание подобных глобальных характеристик — этот своеобразный «гравитационный стриптиз»— может заходить очень далеко.

Есть и такие конечные состояния материальных систем, которые лишены всех своих глобальных характеристик,— здесь имеются в виду системы с закрытой метрикой, для которых, в частности, полная масса *), полный момент и полный электрический заряд равны нулю. «Черные дыры» и системы с закрытой метрикой — это два предельных и непереходящих друг в друга (по крайней мере в классической физике) состояния систем с минимизированными глобальными характеристиками. Обсуждение глобальных характеристик, нарушающих метрику закрытых систем, приходящих с ней в противоречие [2], как мы увидим, очень ценно для понимания и гравитационного стриптиза при образовании черных дыр. Напомним, что исследования Гинзбурга [3] (1964 г.) и Гинзбурга и Озерного [4] (1964 г.) показали, что магнитный дипольный момент, измеренный на некотором расстоянии от коллапсара, стремится с течением времени к нулю по мере того, как вещество коллапсара в процессе гравитационного замыкания уходит под поверхность горизонта событий, т. е. когда поверхность звезды приближается к поверхности Шварцшильда **).

Дорошкевич, Зельдович и Новиков [5] (1965 г.) показали, что коллапсары не обладают высшими гравитационными мультиполями — они излучаются в процессе коллапса. (В этом случае «волосы» также выпадают.)

Прайс [6] (1971 г.) и др. [7] приходят к выводу, что вещество, несущее источники дальнодействующего скалярного поля, ушедшие под сферу Шварцшильда, не возбуждает вне черной дыры скалярного поля. Этот случай не связан с каким-то излучением источников — источники скалярного поля захороняются в черной дыре.

Хартли [8] приходит к выводу, что коллапсар не возбуждает во внешнем пространстве также нейтринных сил. Так, Хартли приводит выражение для потенциала нейтринных сил от источников, локализованных вблизи черной дыры [8a] в точке a в виде

$$V \sim \frac{G}{r^5}\left(1-\frac{M}{a}\right)\times\ldots \tag{1}$$

Если место локализации источников нейтринного поля (электроны) приближается к поверхности Шварцшильда ($a \to M$), то выражение (1) обращается в нуль: черная дыра не имеет «нейтринных волос». Интерпретация этого случая более сложна и возбуждает некоторые вопросы. В литературе имеются утверждения, что черные дыры лишены векторного мезонного (барионного) поля [7].

Возникает вопрос, какие же глобальные свойства черных дыр сохраняются?

В литературе имеется утверждение, согласно которому черные дыры могут обладать только массой (M), электрическим зарядом (ε) и моментом количества движения (J). Эти величины подчиняются законам сохране-

*) Предполагается, что так называемый Λ-член в уравнениях Эйнштейна равен нулю.

**) При приближении в процессе гравитационного коллапса поверхности звезд к поверхности Шварцшильда («горизонту событий») также происходит сбрасывание свободных электронов до некоторого минимального значения n: $\varkappa M m_e/r_{gr} \sim ne^2/r_{gr}$, т. е. для критической массы $M \sim M_\odot$: $n_{max} \sim \varkappa M_\odot m_e/e^2 \sim 10^{18}$. Другими словами, остается один электрон на 10^{16} *г* $\sim 10^{10}$ *т* вещества. Плотность вещества в этом случае $\mu \sim 10^{18}$ *г/см*^{3}.

ния. Но, спрашивается, как обстоит дело с огромным барионным зарядом коллапсирующей звезды или с ее лептонным зарядом, которые также сохраняются?

Руффини и Уилер [9] так пытаются разъяснить ситуацию:

«Электрический заряд — выделенная величина, потому что обладает дальнодействующими силами (сохранение потока, теорема Гаусса). Барионное число и странность не несут таких дальнодействующих сил. Для них нет теоремы Гаусса... Но никто [пишут авторы далее] не приводит также убедительных доводов для ожидания прямого и спонтанного нарушения закона сохранения барионного числа. При коллапсе, однако, этот закон прямо не нарушается, он лишь уходит за пределы опыта (It is transcended). Вернее, становится трансцендентным. Он становится трансцендентным потому, что при коллапсе теряется возможность измерения барионного числа и, следовательно, это число не может быть определяемо для коллапсированного объекта. Аналогичным образом, странность более не сохраняется». Точно так же Хартли и др. трактуют невозможность путем экспериментов вне черной дыры установить наличие в ней нейтринного заряда. В только что вышедшей книге Зельдовича и Новикова [10] ситуация формулируется следующей фразой:

«Исчезновение сигналов частиц, погребенных при коллапсе, не есть гибель частиц: ведь мы не предполагаем гибели человека, когда он скрылся за углом здания».

Хотелось бы в дальнейшем также более детально обсудить, насколько толкование, даваемое Руффини — Уилером, адэкватно обсуждаемой ситуации в коллапсирующих системах.

Интерес представляет обсуждение аргументов, приводящих к доказательству отсутствия у черных дыр внешних скалярных, массивных векторных и нейтринных полей. Но предварительно представляется целесообразным рассмотреть одно утверждение (если угодно, лемму) относительно систем, описываемых закрытой метрикой. Результаты этого рассмотрения, как выясняется из дальнейшего, имеют существенное значение для обсуждаемых проблем. Утверждение, о котором идет речь, формулируется следующим образом:

Если система, содержащая источники (специфические заряды) какого-то поля, оказывается несовместимой с закрытой метрикой, то соответствующая черная дыра обладает вне нее полем данных источников.

Предполагается, что характеристики системы (критическая плотность вещества и т. д.) таковы, что при стремлении величин обсуждаемых зарядов к нулю метрика становится закрытой.

Как известно, линейный элемент Фридмана [11]

$$ds^2 = a^2(\eta)\, d\eta^2 - a^2(\eta)\, d\chi^2 - a^2(\eta) \sin^2\chi\, (d\theta^2 + \sin^2\theta\, d\varphi^2) \qquad (2)$$

описывает одну из моделей закрытого мира.

Здесь переменная χ меняется в пределах

$$0 \leqslant \chi \leqslant \pi. \qquad (3)$$

Переменная η связана со временем t простым соотношением: $cdt = a\eta$. Эта же форма (2) описывает внутреннюю метрику черной дыры, если материя в системе распределена таким образом, что заполняет область χ лишь до $\chi_0 \leqslant \pi/2$. А дальше внешнее решение, евклидовое на бесконечности, должно соответствующим образом быть «сшито» с этим внутренним решением. Метрика в целом нестатическая, но в некотором приближении внешняя метрика может быть метрикой Шварцшильда.

Наконец, если материя заполняет область $\pi/2 < \chi_0 < \pi$, то возникает система с полузамкнутой метрикой. Если вокруг точки $\chi = 0$ описывать

сферы с какими-то значениями χ, то соответствующая поверхность сферы дается выражением

$$S = 4\pi a^2 (\eta) \sin^2 \chi. \tag{4}$$

С ростом χ до $\chi = \pi/2$ растет поверхность сферы S. Но при значениях $\chi > \pi/2$ размеры сферы убывают, и при $\chi = \pi$ сфера стягивается в точку — мир закрывается.

При $\chi_0 < \pi/2$ («черная дыра») [12] поверхность сферы в данный момент времени (η) с ростом радиуса монотонно возрастает: величина $a \sin \chi = r$ принимает во внешней матрике смысл также монотонно растущего радиуса.

Полузамкнутая метрика (случай $\pi/2 < \chi_0 < \pi$) характеризуется существованием минимального значения r ($\partial r/\partial \chi = 0$, $\partial^2 r/\partial \chi^2 > 0$), другими словами, наличием в метрике специфической горловины («кротовой норы» в терминологии Уилера), которая связывает внутреннюю и внешнюю метрику.

Плотность вещества μ (t), проинтегрированная по всему пространству закрытого мира, дает «голую» массу системы, т. е. полную массу без учета гравитационного дефекта:

$$M_0 = 2\pi^2 \mu (t)\, a^3 (t). \tag{5}$$

Это значение голой массы определяет радиус закрытого мира (a_0) в момент его максимального расширения:

$$a_0 = \frac{\varkappa M_0}{3\pi c^2}. \tag{6}$$

Последнее выражение непосредственно получается из уравнения Эйнштейна, которому подчиняется [11] a (t):

$$\left(\frac{\dot a}{a}\right)^2 = \frac{2\pi\varkappa\mu}{3} - \frac{c^2}{a^2}, \tag{7}$$

если в (7) положить $\dot a = da/dt = 0$ и согласно (5) $\mu_0 = M_0/2\pi^2 a_0^3$.

Полная масса части закрытого мира, локализованная в области от $\chi = 0$ до χ_0 (т. е. голая масса минус ее гравитационный дефект) дается выражением [2, 10]

$$M_{\text{tot}} = \frac{c^2}{\varkappa} a_0 \sin^3 \chi_0. \tag{8}$$

Таким образом, полная масса закрытой системы ($\chi_0 = \pi$) равна нулю.

Равен нулю также и полный электрический заряд закрытого мира. Последнее обстоятельство связано с законом сохранения электрического заряда, а при попытке поместить электрический заряд в закрытый мир возникает противоречие между теоремой Гаусса $\left(\int E_n\, dS = 4\pi e\right)$ и метрикой закрытого мира [11], которое иллюстрирует сформулированную выше лемму. Характер деформации метрики закрытого мира малым электрическим зарядом рассмотрен в работах [13, 14]. При как угодно малом электрическом заряде существенное отклонение от метрики закрытого мира наступает лишь при χ, как угодно близком к π. Другими словами, если мы вокруг малого заряда ε, локализованного в области $\chi = 0$, будем описывать сферы с $\chi > 0$, то эти сферы при малости заряда ε будут характеризоваться выражением (4). С ростом χ до $\chi = \pi/2$ сферы будут расти. При $\chi > \pi/2$, если заряд очень мал, сферы будут соответственно уменьшаться. Но в области $\chi > \pi/2$ силовые линии потока электрического вектора (E_n) («волосы» электромагнитного поля) начинают сгущаться. Сферы (4) при $\chi > \pi/2$ играют роль своеобразных собирающих линз для силовых линий электростатического поля.

Подробное рассмотрение показывает [14], что когда густота силовых линий достигает такого уровня, что соответствующее значение для электростатического потенциала достигает значения

$$\varphi = \frac{c^2}{\sqrt{\varkappa}}, \tag{9}$$

то при дальнейшем росте χ описываемые сферы начинают снова возрастать, и метрика переходит в известную метрику Нордстрема — Рейсснера, которая в данном случае характеризуется значением шварцшильдовской массы

$$M_{\text{tot}} = \frac{\varepsilon}{\sqrt{\varkappa}} \tag{10}$$

и метрикой

$$ds^2 = \Phi c^2\, dt - \frac{dr^2}{\Phi} - r^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta\, d\varphi^2), \tag{11}$$

где

$$\Phi = \left(1 - \frac{\varepsilon\sqrt{\varkappa}}{c^2 r}\right). \tag{12}$$

Радиус минимальной сферы, который допускается электрическим зарядом ε, пропорционален величине заряда

$$r_{\min} = \frac{\varepsilon\sqrt{\varkappa}}{c^2}. \tag{13}$$

Метрика перестает быть закрытой при как угодно малом электрическом заряде. Говоря образно, электрические силовые линии («волосы») сгущаются в области χ, близкой к π, до такой степени, что «пробивают» в метрике «кротовую нору» (горловину), в которую устремляется поток электрического вектора, образуя вне данной материальной системы метрику Нордстрема — Рейсснера. В целом метрика при как угодно малом электрическом заряде имеет характер метрики полузамкнутого ($r' = 0$, $r'' > 0$) мира *). Говоря парикмахерским языком, извне возникает «прическа» «конский хвост».

Но если заряд ε достаточно велик, то минимальная сфера может отсутствовать. В этом случае существенное нарушение метрики закрытого мира может возникать уже при $\chi \leqslant \pi/2$. В этом случае данная метрика описывает черную дыру обязательно, но с внешним электростатическим полем.

Можно провести «тест» предложенной леммы, не строя самосогласованного решения, учитывающего влияние на метрику источников рассматриваемого поля. Можно, например, в методических целях находить

*) Если наша Вселенная обладала бы плотностью $\mu \sim 10^{-29}$ *г/см*^{3}, что в случае электрической нейтральности вещества могло бы привести к закрытой метрике, то наличие одного-единственного лишнего электрона во Вселенной делало бы Вселенную открытой с горловиной радиуса $r_{\min} \sim e\sqrt{\varkappa}/c^2 \sim 10^{-33}$ *см*, а полная масса для внешнего наблюдателя оказывалась бы равной $M_{\text{tot}} \sim e/\sqrt{\varkappa} \sim 10^{-6}$ *г*. Система, которая при стремлении электрического заряда к нулю становится системой с закрытой метрикой Фридмана, была названа электростатическим «фридмоном» [2], а внешняя метрика типа (11) при Φ в виде (12) — фридмонной метрикой. Следует отметить, однако, что внешняя метрика этого типа имеет и другое внутреннее продолжение, которое описывает модель Папапетру с тем же соотношением $M = \varepsilon/\sqrt{\varkappa}$. Но в этом случае внутреннее решение описывает статическую систему, в которой гравитационные и электростатические силы друг друга взаимно уравновешивают. В этом случае размеры материальной системы обязательно больше ее гравитационного радиуса [15]. Фридмонная метрика — это предельный случай метрики полузамкнутого мира ($M_{\text{tot}} > \varepsilon/\sqrt{\varkappa}$) при $M_{\text{tot}} \to \varepsilon/\sqrt{\varkappa}$.

и обсуждать решения уравнений Максвелла для электростатического случая $\varepsilon \neq 0$ в условиях строго закрытой метрики, для простоты, допустим, в метрике Фридмана в момент максимального расширения мира ($\dot{a} = 0$).

В этих условиях противоречия требования $\varepsilon \neq 0$ с закрытой метрикой проявятся в возникновении расходимости для потенциала при $\chi \to \pi$.

Действительно, как легко убедиться, в этом случае решение для электростатического потенциала принимает вид

$$\varphi = \frac{\text{const}}{a \sin \chi}. \tag{14}$$

Для плотности энергии, естественно,

$$T_0^0 \sim \frac{1}{a^2 \sin^4 \chi}. \tag{15}$$

При $\chi \to \pi$ выражения (14) и (15) расходятся даже в том случае, если источник (заряд ε) размазан в области $\chi \approx 0$ по некоторой конечной сфере. Другими словами, при $\chi = \pi$ появляется особенность, характерная для точечного источника, наличие которого в этом месте нами не предполагалось. В этой форме проявляется противоречие с закрытой метрикой.

Применим предложенный тест к массивному векторному полю. Спрашивается, какая ситуация возникает в закрытом мире, если в барионно-нейтральном веществе этой системы окажется, допустим, один лишний нейтрон в точке $\chi = 0$. И этот нейтрон явится источником, скажем, ρ-мезонного векторного поля.

Уравнения массивного (с массой m_ρ) векторного поля в произвольном кривом пространстве имеют ($c = 1$) вид

$$F^{\mu\nu}_{,\nu} - m_\rho^2 \varphi^\mu = -4\pi j^\mu. \tag{16}$$

Рассмотрим центрально-симметрическое решение этого уравнения при отсутствии свободных волн.

Будем решать задачу в тех же условиях, что и предыдущую для момента максимального расширения мира Фридмана ($a = a_0$, $\dot{a} = 0$).

Пусть $a_0 m_\rho > 1$, а метрика задана в виде (2) так, что $\sqrt{-g_0} = a_0^4 \sin^2 \chi \sin \theta$. В этом случае система уравнений (16) сводится к одному уравнению

$$\frac{1}{\sin^2 \chi} \frac{d}{d\chi} \left(\sin^2 \chi \frac{d}{d\chi} \varphi_0 \right) - m_\rho^2 a_0^2 \varphi_0 = -4\pi a_0^2 j^0. \tag{17}$$

При малых χ_0 заряд g_0 и плотность заряда ρ связаны соотношением $g_0 = 4/3\pi\rho_0 a^3 \chi_0^3$; $j^0 = \rho_0/a_0$, если $\chi \leqslant \chi_0$; $j' = 0$, если $\chi > \chi_0$.

Действуя по привычному стандарту, легко получить для φ_0 вне расположения заряда g_0 выражение вида

$$\varphi_0 \sim \frac{\beta e^{-\lambda\chi}}{\sin \chi} \qquad \left(\lambda = \sqrt{a_0^2 m_\rho^2 - 1}\right), \tag{18}$$

которое естественно рассматривать в качестве аналога в евклидовом пространстве привычного выражения $\varphi \sim \exp(-m_\rho r)/r$.

На основании (18) мы могли бы сделать вывод, что потенциал φ_0 при $\chi \to \pi$ расходится как и в случае электродинамики, и что наличие источников массивного векторного поля с полным зарядом, отличным от нуля, несовместимо с закрытой метрикой.

Но такое суждение ошибочно — оно основано на допущенной нами погрешности: дело в том, что мы, не задумываясь, по привычке использовали при решении граничные условия, которые обычны для евклидова

пространства. Эти условия конечности решения естественно отбирают решения, экспоненциально затухающие с ростом χ.

В случае закрытого мира нет пространственной бесконечности, и поэтому возможен более общий тип решения [15]

$$\varphi_0 = \beta \frac{e^{-\lambda\chi}}{\sin\chi} + \gamma \frac{e^{+\lambda\chi}}{\sin\chi}. \tag{19}$$

Требование конечности и непрерывности решения вне источника удовлетворяется условием, наложенным на коэффициенты β и γ:

$$\beta e^{-\lambda\pi} + \gamma e^{+\lambda\pi} = 0.$$

Таким образом, вне точечного источника получается решение в виде

$$\varphi_0 = \frac{g_0 \operatorname{sh}\lambda(\pi-\chi)}{\operatorname{sh}\lambda\pi \sin\chi}. \tag{20}$$

Теперь φ_0 при $\chi \to \pi$ конечно, а поле $(\partial\varphi_0/\partial\chi)$ при $\chi \to \pi$ обращается в нуль.

Мы приходим к выводу, что наличие источников массивного векторного поля совместимо с закрытой метрикой; что закрытый мир может содержать полный барионный заряд (источник массивного векторного поля), отличный от нуля. В работе [15] построена закрытая метрика с учетом влияния на метрику массивного векторного поля. Этим рассмотрением устанавливается существенное отличие безмассового векторного поля от массивного. Полученный нами результат не противоречит утверждению, согласно которому массивное векторное поле отсутствует вне черных дыр. Но оно и не является доказательством, подтверждающим подобное утверждение.

Дело в том, что лемма, обратная лемме, предложенной выше, заведомо не имеет места — достаточно напомнить, что масса — источник гравитационного поля — допускает закрытую метрику, а черная дыра возбуждает во внешнем пространстве гравитационное поле.

Как показано Асановым [16], источники безмассового скалярного поля также совместимы с закрытой метрикой Фридмана. В метрике $dS^2 = e^{\gamma(rt)}dt^2 - e^{\alpha(rt)}dr^2 - e^{\beta(rt)}d\Omega^2$ уравнение для скалярного поля

$$\nabla_\sigma \nabla^\sigma U = -4\pi j \tag{21}$$

имеет вид

$$e^{-\alpha}\left[U'' + \left(-\frac{\alpha'}{2} + \beta' + \frac{\gamma'}{2}\right)U'\right] - e^{-\gamma}\left[\ddot{\varphi} + \left(\frac{\dot{\alpha}}{2} + \dot{\beta} - \frac{\dot{\gamma}}{2}\right)\right]\dot{U} = 4\pi\check{j}, \tag{22}$$

где $\check{j}$ — инвариантная плотность источников скалярного поля.

В этой метрике тождество Бьянки $\nabla_\sigma T_1^\sigma = 0$ с использованием уравнения (22) дает соотношение

$$\gamma'\rho + 2\check{j}U' = 0 \qquad (\rho \text{ — плотность массы}); \tag{23}$$

здесь знаки $'$ и $\cdot$ указывают на соответственно производные по r и τ.

В случае возможности введения сопутствующих синхронных координат (т. е. когда γ не зависит от r) получается следствие

$$jU' = 0. \tag{24}$$

В таких условиях скалярное поле должно быть либо свободно ($j = 0$), либо

$$U' = 0. \tag{25}$$

В метрике Фридмана условие (25) представляет собой непосредственное следствие однородности мира. В мире Фридмана в уравнении для скалярного поля (22) остаются только производные по времени.

В работе [16] рассматривается модель закрытого мира, в которой

$$\dot{U} = \frac{\dot{\alpha}}{2\sqrt{\varkappa}}, \tag{26}$$

где $e^{\alpha} = a_0 (1 - \cos \eta)^2$, $0 < \eta < 2\pi$. Таким образом, имеется в виду синхронная форма (ds^2) пылевой модели мира Фридмана [11].

Обращает на себя внимание то обстоятельство, что выражение для плотности источников скалярного поля получается в виде

$$j = \frac{2 \sin^4 (\eta/2) - 1}{32\pi \sqrt{\varkappa}\, a_0^2 \sin^8 (\eta/2)}. \tag{27}$$

Плотность источников скалярного поля специфическим образом меняется со временем ($c\, dt = a\, d\eta$). Величина j обращается в нуль, когда $\sin^4 (\pi/2) = 1/2$, и в некоторые моменты времени даже меняет знак. Такое поведение источников скалярного поля может объясняться тем, что, в отличие от электрического заряда, заряд скалярного поля не подчиняется закону сохранения.

Таким образом, закрытый мир может иметь полный заряд скалярного поля, отличный от нуля.

Гораздо сложнее ситуация с нейтринным полем (B).

Предварительное рассмотрение показывает (Березин), что помещение точечного источника нейтринного поля в точку $\chi = 0$, ведет к изображению (с обратным знаком) источника нейтринного поля в $\chi = \pi$:

$$-B(\chi - \pi) = B(\chi).$$

Если при дальнейшем рассмотрении этот результат сохранится, то это будет означать, что лептонный заряд, отличный от нуля, несовместим с метрикой закрытого мира. В этом случае необходимо возникнет внешнее продолжение метрики и неизбежно существование нейтринных «волос» вне черных дыр. Другими словами, возникнет противоречие с цитированными выше работами Хартли [8].

Теперь обратимся к рассмотрению существующих в литературе доказательств отсутствия скалярных (U) массивно-векторных (φ) и нейтринных (B) полей вне черных дыр.

Все имеющиеся в литературе доказательства такого рода [6, 7, 8a] основаны на ряде предположений, существенные из которых следующие:

α) Рассматриваемая система обладает горизонтом событий:

$$g_{11} \to \infty \text{ при } r \to r_{gr}.$$

β) Потенциал рассматриваемого поля на поверхности горизонта событий имеет конечное значение.

γ) Влиянием рассматриваемого поля на метрику можно пренебречь (в случае как угодно слабого поля).

Рассмотрим подробнее интересующие нас ситуации в случае различных конкретных полей.

2. СКАЛЯРНОЕ ДАЛЬНОДЕЙСТВУЮЩЕЕ ПОЛЕ

Следует напомнить, что скалярное поле обладает целым рядом очень своеобразных свойств, отмеченных, в частности, Дикке. Некоторые из этих свойств в дальнейшем явятся также объектом нашего обсуждения. Прежде всего мы заметим, что, кроме уравнения скалярного поля

в записи (21)

$$\nabla_\sigma \nabla^\sigma u = -4\pi j,$$

существует другая его форма в виде [17, 18]

$$\nabla_\sigma \nabla^\sigma u + \frac{R}{6} u = -4\pi j; \tag{28}$$

R — скалярная кривизна.

Последнее уравнение конформно инвариантно и имеет ряд преимуществ перед уравнением в форме (21).

Задача, подобная задаче Нордстрема— Рейсснера, решена Фишером [19] (для уравнения в форме (21)) более двадцати лет тому назад (1948 г.). Метрика, полученная в этой работе, кардинальным образом отличается от метрики Нордстрема — Рейсснера и метрики Шварцшильда — в случае скалярного поля поразительным образом отсутствует горизонт событий. Вернее, соответствующая сфера Шварцшильда стягивается в точку, и это происходит при любом малом заряде источника скалярного поля.

Этот результат сам по себе кажется настолько удивительным и неправдоподобным, что невольно ищешь каких-либо расчетных некорректностей в работе или каких-то естественных ограничений области применимости статической метрики, именно для скалярного поля. Приведем сперва конкретные результаты работы [19]. Полученная Фишером метрика имеет вид

$$ds^2 = \left(\frac{z-z_0}{z+z_1}\right)^p dt^2 - \frac{r^2}{z^2}\left(\frac{z-z_0}{z+z_1}\right)^p dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta\, d\varphi^2); \tag{29}$$

здесь

$$z_{0,1} \equiv (\varkappa^2 m^2 + \varkappa G^2)^{1/2} \mp \varkappa m, \quad G \text{ — скалярный заряд,} \tag{30}$$

$$p = \frac{\varkappa m}{\sqrt{\varkappa^2 m^2 + \varkappa G^2}} \tag{31}$$

$$z(r) = re^{(\nu-\lambda)/2} \to r \text{ при } r \to \infty, \; g_{00} = e^\nu, \; g_{11} = -e^\lambda \tag{32}$$

и

$$(z - z_0)^{1-p}(z + z_1)^{1+p} = r^2. \tag{33}$$

Согласно (29) g_{11} нигде не обращается в бесконечность. g_{11}, как и g_{00}, при $z \to z_0$ стремятся к нулю. Согласно (33) g_{11} и g_{00} обращаются в нуль в точке $r = 0$.

Полученный в этой работе потенциал в точке $r = 0$ имеет логарифмическую особенность

$$U = \frac{G}{2\sqrt{\varkappa^2 m^2 + \varkappa G^2}} \ln\left(\frac{z+z_1}{z-z_0}\right). \tag{34}$$

Вычисления Фишера были независимо повторены более чем двадцать лет спустя в работе Джаниса, Ньюмана и Виникура [20]. В этой работе получена метрика в виде

$$ds^2 = \left[\frac{2R + r_0(\mu+1)}{2R - r_0(\mu-1)}\right]^{1/\mu} dR^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta\, d\varphi^2) - \left[\frac{2R - r_0(\mu-1)}{2R + r_0(\mu+1)}\right]^{1/\mu} dt^2, \tag{35}$$

где

$$r^2 = \frac{1}{4}[2R + r_0(\mu+1)]^{1+(1/\mu)}[2R - r_0(\mu-1)]^{1-(1/\mu)}. \tag{36}$$

Эта метрика простым преобразованием преобразуется в метрику (29), более удобную для обсуждения (так, в ней g_{11} является коэффициентом при dr^2, а не dR^2, как это имеет место в форме (36)).

Как работа Фишера [19], так и работы [20] содержат некоторые погрешности в анализе асимптотических поведений метрики *), но эти погрешности не касаются вида линейного элемента (29), который вычислен корректно. Таким образом, для скалярного поля, описываемого уравнением (21), нет условия применимости теорем, доказывающих отсутствие внешнего скалярного поля у черных дыр (если согласиться, что метрика (29) в случае скалярного поля корректна).

Действительно, в этом случае система с источниками скалярного поля не имеет горизонта событий (не выполнено условие α) применимости теорем. Вернее, в этом случае черная дыра отсутствует, а имеется нечто вроде «голой» особенности, в которую вырождается сфера Шварцшильда. Но на этой вырожденной сфере Шварцшильда потенциал обращается в бесконечность (не выполнено условие β). Последние замечания касаются критики доказательств типа [7, 8a], основанных на рассмотрении статической метрики.

Анализ проблемы, как проблемы нестационарной в сопутствующей системе координат, данный, например, в обстоятельной работе Прайса [6], обсудим несколько позднее.

Конечно, метрика (29) обладает многими неожиданными свойствами, которые трудно примирить с физической интуицией. Это прежде всего разрушение шварцшильдовского горизонта при сколь угодно слабом скалярном поле.

Возникает естественный вопрос: можно ли это свойство метрики (29) согласовать с предельным переходом $G \to 0$, который по необходимости должен привести к метрике Шварцшильда? Оказывается, что это требование выполняется.

Действительно, при $G \to 0$ (согласно (30)) $z_0 = 0$, $z = 2\varkappa m$. Согласно (31) $p = 1$, а согласно (33)

$$z + 2\varkappa m = r. \tag{37}$$

Следовательно, при $G \to 0$ метрика (29) принимает вид

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2\varkappa m}{r}\right) dt^2 - \left(1 - \frac{2\varkappa m}{r}\right)^{-1} dr^2 - r^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta\, d\varphi^2). \tag{38}$$

С другой стороны, при как угодно малом G, g_{00} и g_{11} при $z \to 0$ монотонно стремятся к нулю.

Формальный анализ показывает, что метрика при $r \to 0$, $G \to 0$ ведет себя неаналитично: $z\,(r \to 0) \to 0$, но на самом пределе ($r = 0$) скачком принимает, согласно (37), значение

$$z = -2\varkappa m. \tag{39}$$

Можно высказать предположение, что статическая метрика (29) применима лишь до каких-то r_{cr}. Вполне возможно, что существуют физические, еще не проанализированные причины, не позволяющие в этой метрике (29) ограничивать внутреннее решение как угодно малыми r.

Может быть основание для этого следует видеть и в следующих своеобразных свойствах скалярного поля.

---

*) Как замечено Асановым [21], в формулах работ [20] в обозначении $r_0 = 2m$ опущена гравитационная константа. Поэтому возникли трудности при интерпретации асимптотической метрики при $\varkappa \to 0$. Действительно, у Фишера $\frac{1}{p} = [1 + (G^2/\varkappa m^2)]^{1/2} \underset{\varkappa \to 0}{\to} \infty$, $p \to 0$. В работах [20] $\frac{1}{p} = [1 + (\varkappa G^2/r_0^2)]^{1/2} = [1 + (\varkappa G^2/m^2)]^{1/2} \underset{\varkappa \to 0}{\to} 1$. В первом случае при $\varkappa \to 0$ метрика (29) становится евклидовой.

Рассмотрим, например, в некотором ньютонианском приближении полную массу системы, распределенной по сферической области радиуса r_0. Пусть «голая» масса вещества (масса без учета ее гравитационного дефекта) равна M_0, а полный скалярный заряд, распределенный по этой области, равен G.

Обобщая известное соотношение Арновитта — Дезера — Мизнера [22] для полной массы системы получаем

$$M_{\text{tot}} = M_0 - \varkappa \frac{M_{\text{tot}}^2}{2c^2 r_0} - \frac{G^2}{2c^2 r_0}, \tag{40}$$

или

$$M_{\text{tot}} = -\frac{2r_0 c^2}{\varkappa} + \left(\frac{4r_0^2 c^4}{\varkappa^2} + \frac{2r_0 c^2 M_0}{\varkappa} - \frac{G^2}{\varkappa}\right)^{1/2}. \tag{41}$$

Согласно (41) полная масса системы обращается в нуль при

$$r_0 = \frac{G^2}{2M_0 c^2}. \tag{42}$$

Рассматриваемая система не может быть локализована в области $r < r_0$. В случае $r < r_0$ возникает отрицательное значение полной массы: гравитационное притяжение заменяется как бы гравитационным отталкиванием и система сохраняет свои минимальные размеры.

Последние соображения могут свидетельствовать в пользу того, что продолжать внешнюю метрику (29), метрику в пустоте до как угодно малых расстояний (как статическую метрику), видимо, незаконно.

Если в свете последних соображений анализировать структуру метрики (29), то можно констатировать следующее. При $r \to \infty$ $z \to r$, а также

$$-g_{11} = +e^{\lambda} = \frac{r^2}{z^2}\left(\frac{z-z_0}{z+z_1}\right)^p \to 1, \qquad r \to \infty. \tag{43}$$

С другой стороны, используя (33), можно e^{λ} записать в виде

$$e^{\lambda} = \frac{(z-z_0)(z+z_1)}{z^2}. \tag{44}$$

Или, раскрывая значения z_0 и z_1,

$$e^{\lambda} = 1 + \frac{2\varkappa m}{z} - \frac{\varkappa G^2}{z^2}. \tag{45}$$

При больших, но конечных r, и следовательно, z, $e^{\lambda} > 1$, как и в случае метрики Шварцшильда и Нордстрема — Рейсснера.

Но начиная с некоторых r или z, e^{λ} начинает уменьшаться снова и при $r \to 0$ монотонно стремится к нулю. Но при этом изменении (что самое неожиданное) e^{λ} нигде не обращается в бесконечность; другими словами, в этом случае мы не встречаемся с горизонтом событий *). Но обращает на себя внимание то, что с изменением r e^{λ} *дважды* обращается в единицу: при $z \to \infty$ (т. е. при $r \to \infty$) и при

$$z \to \frac{G^2}{2m} = z_c. \tag{46}$$

По смыслу соотношения (42) соотношение (46) могло бы быть истолковано таким образом: если материя, заряженная скалярным зарядом, локализована в области $z_c = G^2/2m$, то полная масса системы в области от $z = 0$

*) В недавней работе Асанова [23] построена модель с источниками скалярного и электростатического поля для шварцшильдовской массы m, при требовании евклидовости в точке $r = 0$. Численное решение показывает, что во всяком случае до $r \sim 0{,}9\varkappa m$, где $e^{\lambda} > 1$ и где целесообразно сшивать внутреннее и внешнее решения, горизонт событий отсутствует.

до $z = z_c$ равна нулю. Другими словами, если шварцшильдовская масса, измеренная при $r \to \infty$, оказывается равной m, то она вся локализована лишь в области $z > z_c$.

В результате всего сказанного выше по поводу метрики (29) и специфических свойств скалярного поля следует вывод, что проблема скалярного поля при коллапсе систем еще (будем осторожны) ждут своего решения. Такая ситуация возникнет тогда, когда будет найдено внутреннее решение коллапсирующей системы (с учетом влияния скалярного поля на метрику) и с ним сшиваемое внешнее решение. И, что существенно, вне рамок теории возмущений. Задача эта существенно нестатическая. Она осложняется тем, что, в отличие от электродинамики, здесь при центрально-симметрическом движении вещества возможно монопольное излучение скалярного поля, меняющее массу (и гравитационный радиус системы).

Выше рассмотрено скалярное поле, подчиняющееся уравнению (21).

Другая форма скалярного уравнения, именно уравнение (28), приводит к метрике, которая в частном случае содержит горизонт событий [24]. Этот частный случай характеризуется определенной связью между полной массой (m) и полным зарядом (G) системы

$$G^2 = 3\varkappa m^2. \tag{47}$$

В этом случае возникает внешняя метрика, вполне аналогичная метрике Нордстрема — Рейсснера в ее частном случае, когда полная масса (m) равна полному электрическому заряду (ε):

$$g_{00} = e^{\nu} = e^{-\lambda} = \left(1 - \frac{a}{r}\right)^2, \tag{48}$$

$$a = \varkappa m = \sqrt{\frac{\varkappa G^2}{3}}. \tag{49}$$

Но в отличие от электростатического случая и в этой метрике скалярный потенциал на поверхности горизонта событий обращается в бесконечность:

$$U = -\frac{G}{r-a}. \tag{50}$$

В данном случае мы имеем в явном виде контрпример, где соответствующая черная дыра обладает внешним скалярным полем.

Так как на горизонте событий потенциал U обращается в бесконечность, то теорема, согласно которой исчезает поле вне черной дыры, к данному случаю неприменима (нарушено условие, которое нами выше обозначено как условие β).

С другой стороны, возможность существования внешнего поля обосновывается в этом случае общим анализом Чейза [25], согласно которому в этом случае потенциал на горизонте событий обязан иметь бесконечно большие значения.

Вообще говоря, результат Чейза [25] получается следующим элементарным путем.

Если в случае электростатики, когда потенциал преобразуется как четвертая компонента вектора, первый интеграл уравнения дает производную электростатического потенциала по координате («поле») в виде

$$\varphi' = \frac{e}{r^2} e^{(\lambda+\nu)/r} = -\frac{e}{r^2}\sqrt{g_{00}g_{11}}, \tag{51}$$

то в случае, когда поле U является скаляром [19],

$$U = -\frac{g}{r^2} e^{(\lambda-\nu)/2} = \frac{g}{r^2}\sqrt{\frac{g_{11}}{g_{00}}} \tag{52}$$

В метрике Нордстрема — Рейсснера

$$g_{00}g_{11} = e^{\lambda+\nu} = 1.$$

В подобной же метрике или более общей, но также с горизонтом событий, когда $e^{\lambda} \to \infty$ при $r \to r_g$, а g_{00} ограничено, на горизонте событий поле U' должно неизбежно принимать бесконечно большие значения. В этом — своеобразие U, своеобразие его скалярной природы.

Вообще говоря, некоторые подобные случаи, которые характеризуются бесконечными значениями некоторых физических величин на поверхности Шварцшильда, можно «дисквалифицировать» как случаи нефизические. Они, например, могут не являться предельными случаями физического коллапса. В процессе коллапса не должна возникать неустранимая преобразованием координат особенность в метрике на горизонте событий: известные инварианты не должны иметь особенности на горизонте.

С этой точки зрения метрика (49), как формально совпадающая с метрикой Нордстрема — Рейсснера, вполне корректна. Особенности инвариантов (например, $R_{\alpha\beta\gamma\delta}R^{\alpha\beta\gamma\delta}$) на горизонте событий не возникают.

Более того, несмотря на то, что потенциал U при $r \to a$ расходится, плотность энергии (T_0^0) при $r = a$ обращается в нуль. Это происходит благодаря своеобразной [24] зависимости тензора T_i^{μ} от U и его производных.

Кроме этого, своеобразие скалярного поля заключается и в том, что в выражении лагранжиана скалярный потенциал добавляется к массе [26, 27]:

$$L = -\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\,(m+U).$$

Это значит, что скалярный потенциал U с точки зрения наблюдателя системы, движущейся со скоростью *) v, имеет вид [26, 27]

$$U' = \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\,U. \tag{53}$$

Если учесть, что, согласно (49),

$$\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = \sqrt{g_{00}} = \left(1-\frac{a}{r}\right), \tag{54}$$

а потенциал (50) дается выражением

$$U = -\frac{G}{r}\frac{1}{1-(a/r)},$$

то для наблюдателя, пересекающего горизонт в свободно падающей системе координат, потенциал скалярного заряда, локализованного на поверхности горизонта, остается всюду конечным.

Оставляя в стороне частный случай (48), общий случай решения (для которого $\nu' + \lambda' \neq 0$) содержит аналогично (29) особенность только при $r \to 0$.

В свете сказанного выше представляется целесообразным рассмотреть сам процесс коллапса вещества, заряженного источниками скалярного

*) В уравнении $\nabla_\sigma \nabla^\sigma U = -4\pi j\ U$ и плотность заряда инвариантны, но полный скалярный заряд $G = \int j\,dv$ инвариантом не является и преобразуется как объем: $G = [1-(v^2/c^2)]^{1/2}G_0$.

поля. Это значит, что необходимо рассмотреть нестатическую задачу: найти нестатическое внутреннее решение (в области, занятой веществом) и сшиваемое с ним решение в пустоте, например в падающей системе координат.

Программа такого рода выполняется в работе Прайса [6], но в рамках теории возмущений.

Прайс [6] считает, что можно, предполагая скалярное поле слабым: не учитывать влияние скалярного поля на метрику. В этой работе рассматривается модель пылевидной материи. Внутренняя метрика звезды описывается линейным элементом Фридмана (2). Внешнее (вакуумное) решение дается известным сферически-симметричным линейным элементом в сопутствующей (синхронной) системе координат [11]

$$ds^2 = dT^2 - \frac{(\partial r/\partial R)^2}{1+2E(R)} dR^2 - r^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta\, d\varphi^2).$$

Система начинает коллапсировать с расстояния

$$r_{sf} = 4M.$$

В этот начальный момент скалярное поле (Φ) предполагается статическим ($d\Phi/dT = 0$; $d^2\Phi/d\tau^2 = 0$). Внутренний начальный вид потенциала для удобства решения задачи выбирается с определенной зависимостью от χ. Именно, частное решение, зависящее от χ, принимается в виде

$$\Phi_s = \frac{\sqrt{2}}{8} \cos\chi\,(-11 + \sin^2 2\chi). \tag{55}$$

Автор показывает, что в момент, когда поверхность звезды пересекает горизонт событий, потенциал скалярного поля и его производные остаются конечными и не обращаются в нуль.

Таким образом, доказывается, что скалярное поле слабо возмущает метрику.

Автором [6] полностью игнорируется обсуждение статической метрики (29), которая, казалось бы, не допускает применения теории возмущений в задаче Прайса.

Таким образом, пока можно только констатировать противоречие между двумя подходами к задаче.

Но, кроме того, имеется, как мы видели выше, прямой контрпример результату Прайса, пример в виде метрики (49), где имеется горизонт, но скалярный потенциал на горизонте обращается в бесконечность. В этом частном случае (48) $G^2 = 3\varkappa m^2$. Это значит, что скалярные и гравитационные силы одного порядка. Более того, нулевое приближение (имеется горизонт событий, скалярное поле отсутствует) не имеет смысла. $G = 0$ влечет $m = 0$. Сомнение вызывает и конкретная модель Прайса.

Дело в том, что в синхронной системе координат на основании тождества Бьянки $U' = 0$, следовательно, потенциал не должен зависеть от χ (см. соотношения (23), (24), (25)). И вообще, уравнение (22) для потенциала в используемой Прайсом системе не должно содержать производных по пространственной координате. Неизвестно, насколько данная конкретная зависимость от χ в данной модели является допустимым приближением и допустимы ли начальные условия $\Phi_t = 0$ и $\Phi_{tt} = 0$, имея в виду уравнение (22), которое в синхронной системе должно, строго говоря, содержать только временные производные.

Анализ Прайса роли эффективного потенциала в подавлении высших мультиполей различных полей очень убедителен. Однако, казалось бы наиболее простой случай монопольного излучения скалярного поля все-таки может оказаться не свободным от возражений.

Скалярное поле обладает еще одним удивительным свойством: масса частицы источника скалярного поля должна быть функцией скалярного потенциала. Изменение во времени скалярного потенциала меняет массу системы и обратно. Это свойство скалярного поля было также указано Дикке [26]. А именно,

$$\frac{d}{d\tau}(mv_i) + \frac{dm}{du}u \quad (i=0), \tag{56}$$

где v_i — компоненты вектора скорости,

$$m = m(u), \tag{57}$$

С этой точки зрения не ясно, является ли достаточно убедительным трактовать скалярное поле при коллапсе как только «свободное» поле длинных волн, которое отражается от эффективного барьера.

Но главное, может быть, наибольший интерес представляет короткодействующее скалярное поле, поле скалярных мезонов с массой покоя, отличной от нуля. А к этому случаю «коротковолновых» полей соображения Прайса о роли эффективного потенциала в отражении монопольного излучения не могут относиться.

В случае скалярных мезонов относительно больших масс монопольным излучением при коллапсе, казалось бы, можно пренебречь.

Таким образом, исследование скалярного поля в условиях коллапсирующей системы — задача намного сложнее задачи электродинамической. На наш взгляд, она еще не решена исчерпывающим образом.

Очень существенно также изучение поведения при коллапсе массивных скалярных полей.

Подобные поля в последнее время обсуждаются в теории элементарных частиц и играют фундаментальную роль в попытках построить единую теорию слабых и электромагнитных взаимодействий [28].

3. ВЕКТОРНОЕ МАССИВНОЕ ПОЛЕ

К сожалению, для массивного векторного поля пока не получено внешнее решение типа Нордстрема — Рейсснера.

Пример скалярного поля показывает, насколько существенно иметь конкретный вид метрики для анализа состояния внешнего поля коллапсирующих систем. Не имея конкретного вида метрики, трудно гарантировать отсутствие каких-либо неожиданностей и в данном случае.

Рассмотрим пример массивного векторного поля в виде ρ-мезонного поля. Источниками ρ-мезонного поля являются нуклоны, допустим, для простоты, нейтроны. Поле $F_{\mu\nu} = \partial_\mu \varphi_\nu - \partial_\nu \varphi_\mu$ и потенциал φ_μ подчиняются уравнению

$$F^{\mu\nu}_{,\nu} - m_\rho^2 \varphi^\mu = -4\pi j^\mu,$$

где m_ρ — масса ρ-мезона, j^μ — вектор барионного тока.

В данном случае, в отличие от случая скалярного поля, барионный заряд ρ подчиняется закону сохранения. Но, в отличие от электродинамики, в векторной мезодинамике нет теоремы Гаусса.

Считается, что именно это отличие от электродинамики ведет к отсутствию внешнего массивного векторного поля у черных дыр.

Хотелось бы обратить внимание на то обстоятельство, что и в случае массивного векторного поля имеется некоторый своеобразный аналог теоремы Гаусса, вернее, ее своеобразное обобщение. И более детальное рассмотрение имеющихся здесь соотношений заставляет полагать, что и в случае массивного векторного поля вопрос о внешней метрике черной дыры еще, говоря осторожно, ждет своего решения.

Рассмотрим мезодинамический аналог электродинамической теоремы Гаусса, для простоты, в евклидовой метрике.

Пусть барионный заряд ρ локализован в некоторой области так, что

$$\rho \neq 0, \quad r < r_0;$$
$$\rho = 0, \quad r > r_0.$$

Для потока мезодинамического вектора E_n через окружающую заряд замкнутую поверхность на основании уравнения (51) получается следующее выражение:

$$\int E_n \, dS = m_\rho^2 \int \varphi^0 \, dv - \int \rho \, dv. \tag{58}$$

Описав вокруг заряда сферу радиусом $r \geqslant r_0$, получаем поток вектора E_n через эту сферу в виде

$$\int E_n \, dS = 4\pi m_\rho^2 \int_0^r \varphi(r) r^2 \, dr - 4\pi g; \tag{59}$$

если $\varphi^0(r) = g e^{m_\rho r}/r$, то

$$\int E_n \, dS = 4\pi g \left[m_\rho^2 \int_0^r e^{-m_\rho r} \, dr - 1 \right]. \tag{60}$$

В электродинамике поток вектора E_n имеет одно и то же значение на сфере любого радиуса. окружающей заряд. Но в случае мезодинамики полный поток вектора E_n уменьшается с ростом радиуса сферы. При радиусе сферы, стремящемся к бесконечности, правая часть уравнения (60) обращается в нуль: поток E_n полностью погашается.

Если уместно употреблять термин «силовые линии» в мезодинамике, то в случае векторного массивного поля силовые линии не заканчиваются, как в случае электродинамики, на зарядах противоположного знака. А вместо этого они как бы, образно говоря, погашаются специфическим «зарядом поля», осуществляемым потенциалом поля, всегда непрерывно распределенным по всему пространству. Речь идет об интеграле в правой части уравнения (60).

Через сферу конечного радиуса r проходит поток вектора E_n, отличный от нуля,— это «волосы» барионного поля. Если утверждается, что вне черной дыры поток вектора E_n исчезает,— это значит, что внутри черной дыры поток вектора E_n зануляется при подходе к поверхности горизонта событий. Это значит, что каким-то образом «заряд поля», проинтегрированный по внутреннему пространству черной дыры, увеличивается в такой мере, что оказывается в состоянии компенсировать то исчезновение потенциала, которое произошло вне черной дыры. Без соответственного увеличения потенциала во внутреннем пространстве нельзя занулить поток через сферу Шварцшильда.

Если обратиться к ситуации с обсуждаемым потоком в закрытом мире, то легко проверить, что потенциал в виде (20) обеспечивает обращение в нуль потока на границе мира при $\chi = \pi$.

Эта возможность возникает потому, что внутри закрытого мира в выражении потенциала добавляется член с растущей экспонентой. За этот

счет плотность «заряда поля» возрастает в нужной мере, чтобы компенсировать барионный заряд. В этом условном смысле в закрытом мире полный «барионный заряд» (правая часть уравнения (58)) равен нулю. Благодаря изменению потенциала «волосы» ρ-мезонного поля укладываются внутри закрытого мира.

Возникает вопрос, за счет чего может возрастать интеграл от потенциала векторного массивного поля внутри черной дыры — ведь граничные условия на евклидовой бесконечности для коллапсирующей системы не изменяются. Другими словами, нельзя внешнее поле черной дыры просто обратить в нуль — его необходимо, образно говоря, «загнать внутрь» черной дыры, именно так, чтобы увеличить интеграл $m_\rho^2 \int \varphi^0\, dv$ внутри черной дыры до значения, компенсирующего полный барионный заряд (G).

Во всяком случае пока непонято, как в процессе коллапса осуществляется выполнение обобщенной теоремы Гаусса, нельзя утверждать, что внешнее барионное поле у черных дыр отсутствует.

4. НЕЙТРИННОЕ ПОЛЕ

Гораздо сложнее ситуация с нейтринными силами. Действительно, если есть $((e\nu)\,(e\nu))$-взаимодействие, то система, состоящая, например, из водорода, должна возбуждать в окружающем пространстве нейтринно-антинейтринное поле с потенциалом

$$B \sim \frac{1}{r^5}.$$

Речь идет о векторном варианте взаимодействия, для которого есть закон сохранения источников этого поля — закон сохранения лептонного заряда. Силы здесь являются силами отталкивания.

Не подлежит уничтожению величина

$$L = [n\,(e^-) - n\,(e^+)] + [n\,(\nu_e) - n\,(\tilde{\nu}_e)].$$

Если соответствующие спиноры обозначить в виде

$$\psi_e \text{ и } \psi_\nu,$$

то закон сохранения лептонного заряда дается уравнением

$$\partial_\alpha\,(\bar{\psi}\Gamma_\alpha\psi) = 0,$$

где

$$\psi = \frac{\psi_e}{\psi_\nu}, \qquad \Gamma_\alpha \begin{vmatrix} \psi_\alpha & 0 \\ 0 & \gamma_\alpha \end{vmatrix}$$

и γ_α — соответствующие матрицы Дирака.

Для рассматриваемого случая ситуация осложняется тем, что имеется часто цитируемая работа Хартли [8a], где утверждается, что вне черной дыры потенциал нейтринных сил исчезает.

В рамках принятых в этой работе приближений работа как будто корректна. Если в процессе гравитационного замыкания все вещество черной дыры нейтронизуется, то вопросы, интересующие нас, снимаются, так как в этом случае лептонный заряд излучается.

Но в принципе возможны ситуации, когда при большой массе плотность вещества очень мала.

Возникает вопрос, может ли быть метрика закрытой (например, метрикой нашей Вселенной), если полный лептонный заряд не равен нулю [2].

К сожалению, поле, о котором идет речь, не является решением какого-то уравнения типа максвелловского, и здесь закон сохранения лептонов явно не связан с каким-то аналогом теоремы Гаусса. Можно, однако, пытаться построить формально некоторое обобщенное поле Максвелла на случай электростатических сил с зависимостью $1/r^5$ и выше.

Такое обобщение сделано Березиным и автором [29]. В таком последовательном формализме автоматически формулируется для некоторого тензора теорема Гаусса. Формализм включает в себя статические потенциалы вида

$$V \sim \frac{1}{r^{2l+1}}. \tag{61}$$

Как и в случае электростатического поля, обобщенное векторное поле вне черной дыры не исчезает. Внешняя метрика такого коллапсара является обобщением метрики Нордстрема — Рейсснера. Этот пример поучителен тем, что потенциал с такой высокой зависимостью от r не исключает соответствующей теоремы Гаусса *).

Можно было бы полагать, что отсутствие нейтринных «волос» вне черных дыр как-то связано с быстрым падением потенциала с расстоянием. Однако пример с соответственно обобщенным полем Максвелла показывает, что ситуация здесь сложнее.

Хотя обобщенное поле Максвелла, о котором идет речь, как и нейтринно-антинейтринное поле,— поле векторное, статические потенциалы в обоих случаях имеют одну и ту же степенную зависимость; аналогия между этими полями пока только этим исчерпывается. Теоремы, доказанные для обобщенного поля Максвелла, не могут быть просто перенесены на случай Хартли.

Попытка в случае Хартли прийти по аналогии с электростатическим полем в противоречие (или в согласие) с закрытой метрикой прямым вычислением величин нейтринно-антинейтринного поля при $\chi \to \pi$, как будто бы действительно приводит к особенностям, как и в случае электростатики (Березин).

Для точечного источника нейтринных сил, локализованного в точке $\chi = 0$ закрытого мира, возникает зеркальное изображение источника в $\chi = \pi$:

$$B(\chi) = -B(\pi - \chi).$$

Иначе говоря, соответствующие нейтринные «волосы», казалось бы, не должны исчезать. Необходима более тщательная проверка этого результ-

*) Классическое уравнение движения для данного заряда записывается, как у Хартли [8a],

$$m_0 \frac{du^\mu}{dt} = \frac{G}{c^2\sqrt{2}} u^\nu (\partial^\mu B_\nu - \partial_\nu B^\mu), \quad F_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu,$$

где B^ν — вектор-потенциал, u^μ — вектор скорости. Так же, как и у Хартли, выбирается лагранжиан взаимодействия

$$\mathscr{L}_w = -\frac{1}{c^2} j_\mu B^\mu, \qquad j_\mu \text{ — ток.}$$

Но лагранжиан взаимодействия свободного поля теперь пишется в виде

$$\mathscr{L}_f = -\alpha\,(-F_{\mu\nu}F^{\mu\nu})^k, \quad \alpha \text{ — константа,}$$

и обобщенное уравнение Максвелла возникает в форме

$$\frac{\partial}{\partial x^i}\left[(-F_{\mu\nu}F^{\mu\nu})^{k-1} F^{i\gamma}\right] = \frac{1}{4\alpha k c^2} j^\gamma.$$

Теорема Гаусса выполняется для тензора

$$D^{i\gamma} = (-F_{\mu\nu}F^{\mu\nu})^{k-1} F^{i\gamma}.$$

При $k = 1$ формализм приводит к теории Максвелла.

тата. Правда, если закон сохранения лептонного заряда не нарушается в сильных гравитационных полях, то, кажется, трудно придумать «механизм», с помощью которого можно было бы уложить нейтринные «волосы» в пространстве закрытого мира или под сферу Шварцшильда. Нейтринное векторное поле в некотором смысле близко по своим свойствам к максвелловскому. Это поле, в отличие от скалярного поля, обусловливает, как и максвелловское, неизбежное существование частиц и античастиц как источников этого поля. В отличие от мезодинамического поля, нейтринное поле (как и электростатическое) нельзя обратить в нуль на поверхности, окружающей источник этого поля с помощью какого-либо граничного условия.

А такое исчезновение нейтринного поля внутри черной дыры при приближении к горизонту изнутри черной дыры должно как-то реализоваться, если вне черной дыры нейтринное поле обрывается. Другими словами, и в случае нейтринного поля, как и в предыдущих случаях скалярного и векторного мезонного полей, окончательное решение о поведении этих полей вне черных дыр возникнет после нахождения сшиваемых внутренних и внешних решений рассматриваемых систем.

В результате такого рассмотрения этих по своей природе нестатических задач (коллапс) станет ясной вся ситуация с наличием горизонтов, «голых» особенностей (если они есть) и поведения полей вне и (обязательно) внутри черных дыр.

Оставляя пока открытым вопрос о существовании или отсутствии скалярного и барионного полей у черных дыр, мы можем более определенно утверждать, что может существовать мир с закрытой метрикой с источниками нейтрального скалярного поля. Может существовать закрытый мир с неравным числом нуклонов и антинуклонов.

Следует подчеркнуть то обстоятельство, что закрытый мир в принципе может существовать в виде очень малых размеров (малых $a_0 = a_{\max}$) и содержать вещество очень малых масс M_0. Но необходимая однородная плотность вещества в момент максимального расширения системы должна удовлетворять соотношению

$$\mu_0 \sim \frac{c^6}{\varkappa^3 M_0^2}. \tag{62}$$

Так, для массы порядка солнечной массы ($M_\odot \sim 10^{33}$ *г*) максимальные размеры закрытого мира

$$a_0 \sim 1 \text{ км},$$

а плотность

$$\mu_0 \sim 10^{18} \frac{\text{г}}{\text{см}^3}.$$

Предел применимости классической теории (неквантовой) для образования систем с закрытой метрикой лежит в области масс

$$M_0 \sim 10^{-5} \text{ г}$$

и размеров закрытого мира

$$\frac{\hbar}{M_0 c} \sim a_0 \sim 10^{-33} \text{ см}.$$

Если мы в нашем мире могли бы сооружать искусственно подобные системы из окружающего нас вещества или они в каких-то условиях могли бы возникать сами произвольно, то создавались бы своеобразные ситуации. Эти системы с закрытой метрикой характеризовались бы во вне полным отсутствием всякого рода «волос». Все свойства вещества «захоронялись» бы в таких системах без внешних следов («волос») и бесповоротно.

Так как закрытая система, как мы убедились выше, может в принципе состоять из одних нейтронов (т. е. без равного им числа антинейтронов), то образование таких систем означало бы исчезновение из нашего опыта какого-то числа нейтронов. Это было бы прямое нарушение закона сохранения барионного числа. В этой ситуации было бы неуместно использовать введенный Уилером термин transcended. Эта ситуация вполне адэкватна термину violated. К данному примеру, следуя тексту книги Зельдовича и Новикова, нельзя применять образное сравнение с человеком, «заходящим за угол». Теперь уже и угла такого не осталось *). Но, как известно, образование систем с закрытой метрикой из окружающего нас вещества невозможно.

Черная дыра, полузамкнутая система и закрытый мир — все эти объекты могут описываться одним и тем же линейным элементом (2). Полузамкнутая система и закрытый мир представляют собой более низкие энергетические состояния систем, состоящих, в принципе, из одного и того же числа, допустим, нейтронов. Однако переходы черных дыр в состояние полузамкнутой системы тем не менее запрещены.

Дело в том, что поверхность горизонта событий (сфера Шварцшильда, например), представляет собой поверхность как бы односторонне проводящей мембраны — она может лишь поглощать материю и, поглощая, лишь увеличиваться в размерах. Система, ушедшая под гравитационный радиус, не может уменьшать свою полную массу, не может излучать энергию.

Переход черной дыры в состояние системы с полузамкнутой метрикой невозможен **). Также по тем же причинам невозможен переход полузамкнутой системы в систему замкнутую. Невозможность этих переходов, видимо,— своеобразное проявление закона сохранения барионного заряда.

С методической точки зрения в развитие многого того, о чем шла речь выше, очень поучительно обсудить пример коллапса очень малых масс, возможность которого иллюстрировалась Зельдовичем [30]. В этом примере показано, что можно так сложить заданное, притом как угодно малое число барионов (N), что полная их масса, измеренная внешним наблюдателем, будет сколь угодно малой. Действительно, полная масса M для покоящейся материи плотностью μ дается выражением

$$M = 4\pi \int_0^R \mu(r)\, r^2\, dr, \tag{63}$$

а полное число частиц N — интегралом

$$N = 4\pi \int_0^R n(r)\, e^{\lambda/2} r^2\, dr, \tag{64}$$

где $n(r)$ — плотность числа частиц, $e^{\lambda/2} = \sqrt{g_{11}}$.

Если взять для распределения μ выражение

$$\mu = \frac{a}{r^2}, \quad r < R, \quad \text{и} \quad \mu = 0, \quad r > R,$$

то в случае ультрарелятивистского газа

$$\mu = \frac{3}{4}\hbar\,(3\pi^2)^{1/3} \cdot \frac{1}{2}\, n^{4/3},$$

*) Если здесь и допустимы какие-то аналогии в человеческих образах, то речь идет скорее о поручике Киже, который, как известно, «фигуры не имеет».

**) Иная ситуация возникает в случае антиколлапса, когда возможно излучение из системы.

и выражение для полной массы имеет вид

$$M = \text{const}\, N^{2/3} a^{1/2} \sqrt[3]{1 - \frac{8\pi\varkappa}{c^2} a} \quad \text{при } r < R,\ \lambda = \text{const}. \tag{65}$$

Согласно формуле (65) при любом заданном N масса M стремится к нулю, если $a \to c^2/8\pi\varkappa$.

Зельдович замечает, что в принципе можно было бы создать такую машину, которая, осуществляя грандиозные сжатия, приводила бы систему к требуемой конфигурации с предельно большим гравитационным дефектом масс, при котором выделяется энергия, близкая к полной собственной энергии системы. В ядерных реакциях выделяется примерно лишь один процент массы системы. В данном случае нас интересует не сама фантастическая машина Зельдовича, а лишь поучительный повод для обсуждения предельного случая системы с полной массой, равной нулю.

Пусть мы образовали такую систему из N нейтронов, или Зельдовичу удалось построить такую машину, которая, реализуя случай $a = c^2/8\pi\varkappa$, приводит систему в состояние полной массы, равной нулю. Если бы такой случай реализовался, то подобная система полностью исчезла бы из сферы нашего опыта. Осуществление такой машины приводило бы к уменьшению, т. е. уничтожению барионов во Вселенной. В этом смысле результат вполне адэкватен образованию закрытых систем, о которых шла речь выше.

Здесь уместно продолжить, пользуясь этим конкретным примером, обсуждение обобщенной теоремы Гаусса для массивного векторного поля. Нейтроны являются источниками, например, ρ-мезонных сил, которыми в формулах Зельдовича полностью пренебрегается.

Если речь идет о попытках «организовать» коллапс, допустим, одного грамма нейтронов, то при локализации нейтронов в области, значительно меньшей по размерам, чем $\hbar/m_\rho c$, численное значение второго члена в формуле (60) («заряда — поля») становится пренебрежимо малым. Когда область локализации еще на много порядков больше гравитационного радиуса системы ($r_{\text{gr}} \sim 10^{-28}$ *см*), когда гравитационными силами еще можно пренебречь, обобщенная теорема Гаусса практически имеет вид

$$\int E_n\, dS = -4\pi g. \tag{66}$$

Другими словами, возникает чисто электродинамический аналог теоремы Гаусса со всеми своими характерными свойствами, в частности и в отношении барионных «волос».

Если бы коллапс такой системы осуществился, то в силу применимости соотношения (66) соответствующая черная дыра обладала бы барионными «волосами» и, следовательно, массой, отличной от нуля. Здесь мы воспользовались случаем еще раз вернуться к иллюстрации существенности аналога — теоремы Гаусса в мезодинамике. Что касается до обсуждаемой машины, то хотя соответствующие расчеты в рамках принятой автором идеализации вполне корректны, следует однако заметить, что подобная машина в принципе невозможна в применении к реальному нейтронному веществу. Действительно, если система сжата до размеров, несколько меньших, чем $\hbar/m_\rho c$, потенциал сил отталкивания этой системы N нейтронов достигает значения

$$V \sim N \frac{g^2}{\hbar} m_n c \quad \text{или} \quad \frac{V}{c^2} \sim N \frac{g^2}{\hbar c} m_n,$$

где m_n — масса нейтрона.

Поскольку $g^2/\hbar c \geqslant 1$, то энергия или масса, локализованная в этом поле на расстояниях, больших $\alpha\, \hbar/m_n c$, $\alpha < 1$, оказывается больше,

чем полная масса покоя нейтронов, составляющих данную систему *). Дальнейшая локализация системы N нейтронов (т. е. их упаковка в еще меньшей области) только увеличивает во вне энергию мезонного поля данной системы. Полная масса системы N-нейтронов, локализованная в поле при работе машины, всегда больше Nm_n и никогда не обратится в нуль. С этой точки зрения такая машина, о которой пишет Зельдович,— машина, уничтожающая барионы, невозможна.

Машина Зельдовича невозможна именно в силу тех «волос», источниками которых является сохраняющийся заряд **). При обсуждении работы машины не учитывалось также то обстоятельство, что возникающие при сжатии огромные мезонные поля приведут к рождению в этом поле нейтринно-антинейтронных пар. Антинейтроны рожденных пар будут притягиваться этой системой, уменьшая ее барионный заряд, а рожденные нейтроны силами отталкивания будут удаляться от системы. Когда система при дальнейшем сжатии полностью нейтрализуется в отношении барионного заряда, система в принципе может гравитационно замкнуться с полной массой, равной нулю.

В этом случае барионных «волос» (мезонного поля) системы действительно не будет, но это обстоятельство находится в согласии с законом сохранения барионного числа. При этом, к сожалению, машина не дает ожидаемого выделения энергии из вещества, благодаря работе машины то же число нейтронов окажется в окружающем пространстве. Грубо говоря, все нейтроны окажутся «выжитыми» из системы.

В этом месте, может быть, не лишне заметить, что вследствие векторных мезонных сил отталкивания коллапс звезд, видимо, не может развиваться неограниченно.

Роль короткодействующих ядерных сил в развитии гравитационного коллапса неоднократно обсуждалась. Но обычно рассматривалась ситуация, когда размеры коллапсирующей системы (R) много больше области действия ядерных сил ($\hbar/m_nc$).

В этом случае ($R \gg \hbar/m_nc$) можно ввести понятие давления, так как рассматриваемая ядерная энергия входит аддитивно при суммировании малых объемов, из которых состоит система. Общее термодинамическое рассмотрение показывает, что на этой стадии развития коллапса ($R \gg \hbar/m_nc$) ядерные силы не прекращают гравитационного сжатия системы.

При $R < \hbar/m_nc$ явление выходит за рамки термодинамического рассмотрения, и дальнейшее течение коллапса следует рассматривать динамически, как и в случае наличия электростатических сил. Как заметил Новиков [31], электростатические силы, будучи дальнодействующими, способны прекратить гравитационный коллапс. Когда система локализуется в области $R < \hbar/m_nc$, рассматриваемые поля практически становятся дальнодействующими и возникает полная аналогия с электростатическими силами в трактовке возможности остановки коллапса [32].

Плотности вещества здесь, конечно, становятся грандиозными. Действительно, критическая масса, с которой возможен коллапс звезды, это $M \sim M_\odot \sim 10^{33}$ *г*.

В сфере радиуса $\hbar/m_nc$ плотность такой массы оказывается равной

$$\mu \sim \frac{10^{33}}{(\hbar/m_nc)^3}\,\frac{г}{см^3} \sim 10^{74}\,\frac{г}{см^3}\,.$$

*) Гравитационный дефект масс на этом этапе сжатия (расстояния $\hbar/m_nc \sim 10^{-14}$ *см*) еще пренебрежимо мал.

**) Следует подчеркнуть, что речь идет о системах, в своем начальном состоянии отнюдь не микроскопических, правда, далеких от критических масс небесных тел. Гравитационным радиусом $\hbar/m_nc$ обладает масса $M_0 \sim \hbar/m_nc)\,(c^2/2\varkappa) \sim 10^{14}$ *г* $\sim 10^8$ *т*.

Любопытно, что эта плотность вещества, при которой предположительно останавливается коллапс звезды, почти на 20 порядков меньше так называемой критической (квантовой) плотности

$$\mu_{cr} \sim 10^{93} \frac{г}{см^3},$$

с которой в некоторых гипотезах связываются соображения *) о возможном прекращении коллапса звезд.

По-видимому, реальной проблемы неограниченного развития коллапса звезды до его точечного предела просто не существует.

Правда, в сопутствующей системе координат возникает проблема расширения звезды после остановки коллапса. Это расширение, рассматриваемое классически, не может быть расширением в том же пространстве [31].

Выше мы обсуждали невозможность образования закрытых и полузамкнутых систем в рамках классической физики.

Но не исключено, что в квантовой теории есть ситуации, когда некоторые аналоги таких систем могут реализоваться. Имеются в виду возможности, например, редких квантовых флуктуаций малонуклонных систем. Здесь можно, конечно, сослаться на наше незнание закономерностей в этой области физических явлений. Но, по-видимому, флуктуационное образование закрытых систем было бы нарушением закона сохранения барионов. Флуктуационное (спонтанное) возникновение микроскопических полузамкнутых систем или микроскопических черных дыр в принципе не противоречит каким-либо законам сохранения, но при малых размерах этих систем энергетически выгодны лишь предельно малые (единичные) заряды (электрические, барионные), т. е. системы типа фридмонов [2]. Такие малые системы с большими зарядами неустойчивы в результате рождения пар и поляризации вакуума в сильных полях вблизи практически точечных источников поля.

Но, однако, в современной теории элементарных частиц есть ситуации, где может оказаться существенно обсуждение возможностей образований микроскопических черных дыр, а может быть, и микроскопических полузакрытых систем. Речь идет о так называемых промежуточных состояниях в современной квантовой теории возмущений в применении к элементарным частицам.

Состояние полузамкнутых систем или состояния черных дыр, казалось бы, должны «числиться» в полном наборе состояний, которые могут спонтанно возникать в этих случаях. Более того, энергетически эти состояния наинизшие, что, как это следует из дальнейшего, оказывается существенно.

Действительно, если в промежуточном состоянии частица испускает квант массы $m = \hbar\nu/c^2$, то эта масса, согласно соотношению

---

*) Эти соображения состоят в том, что при таких плотностях уже назаконны неквантовомеханические рассмотрения и остается в принципе надежда, что другие закономерности при этих плотностях помешают дальнейшему развитию коллапса.

Плотность $\mu \sim 10^{93}$ *г/см*^{3} достигается для масс, в 10^{20} больших $M_\odot$, т. е. для $M \sim 10^{53}$ *г*. Может быть, случайно, но это значение массы совпадает примерно с массой нашей Вселенной.

При таких сжатиях необходимо учитывать пространственно-временну́ю картину рождения пар, перемешивание заряженных частиц и движение компонент пар к периферии. Не исключено, что это обстоятельство сможет существенно изменить всю ситуацию.

Гейзенберга *), локализована в области

$$l \sim \frac{\hbar}{mc} \quad \text{или} \quad m \sim \frac{\hbar}{lc}. \tag{67}$$

Полный набор промежуточных состояний включает в себя состояния с как угодно большими энергиями и, следовательно, массами. В современной теории элементарных частиц исторически узаконено удивительное нарушение логики — вводить в рассмотрение состояния с как угодно большими массами и в то же время полностью игнорировать их гравитационные эффекты.

Когда в промежуточном состоянии появляется необходимая масса порядка

$$m \sim \sqrt{\frac{\hbar c}{\varkappa}},$$

гравитационный радиус этой массы равен

$$r_{\mathrm{gr}} = \frac{2\varkappa m}{c^2} = \frac{2\sqrt{\hbar c}\sqrt{\varkappa}}{c^2}. \tag{68}$$

С другой стороны, при этой массе размеры области, где локализуется масса (согласно (67))

$$l \sim \frac{\hbar}{mc} \sim \frac{\sqrt{\hbar c}\sqrt{\varkappa}}{c^2},$$

совпадают с гравитационным радиусом объекта в этом состоянии. При дальнейшем увеличении энергии промежуточного состояния гравитационный радиус должен был бы соответственно *увеличиваться*.

Но, с другой стороны, область локализации энергии промежуточного состояния, согласно соотношению Гейзенберга, должна соответственно *уменьшаться*, а при $m > \sqrt{\hbar c}/\sqrt{\varkappa}$ становилась бы меньше *гравитационного радиуса*. Если бы подобная ситуация возникла в области применения классической физики, мы сказали бы, что речь идет о системе, масса которой находится под гравитационной сферой Шварцшильда. Другими словами, речь бы шла о системе в коллапсированном состоянии. Это могло бы быть либо состояние черной дыры, либо, скорее, состояние системы с полузакрытой метрикой, если «голая» масса промежуточного состояния сильно уменьшается в результате гравитационного дефекта. В настоящее время мы не знаем, насколько в этом состоянии остаются в силе представления о метрике. Но мы знаем, что область локализации массы с ростом энергии промежуточного состояния, согласно соотношению Гейзенберга, уменьшается; следовательно, вследствие большой концентрации массы должен увеличиться гравитационный дефект массы, который соответственно уменьшит полную массу промежуточного состояния. *Видимо, только в результате учета гравитационного дефекта масс гравитационный радиус системы может не превышать размеры, допускаемые соотношением Гейзенберга*, т. е. таким образом может разрешиться обсуждаемое противоречие.

Если здесь допустимы оценки полной массы промежуточного состояния такого рода, которые давались выше соотношением (40), то, согласно этой оценке, полная масса промежуточного состояния получалась бы из

*) При испускании кванта энергии $E = \hbar\nu$ частица, говоря словами Ферми [33], «занимает» энергию $E = mc^2$. Согласно соотношению неопределенности срок «займа» не может быть длительней, чем $\hbar/mc^2$. За это время испущенный квант энергии не может отлетать от частицы дальше, чем на расстояние $\sim\hbar/mc$.

соотношения

$$M_{\text{tot}} = m_p + \frac{\hbar}{r_0 c} - \varkappa \frac{M_{\text{tot}}}{2r_0 c},$$

где m_p — масса частицы, $\hbar/r_0 c$ — масса испущенного кванта энергии в промежуточном состоянии. Отсюда

$$M_{\text{tot}} = -\frac{r_0 c^2}{\varkappa} + \sqrt{\frac{r_0^2 c^4}{\varkappa^2} + \frac{\hbar c}{\varkappa} + \frac{2r_0 c^2 m_p}{\varkappa}}.$$

При $r_0 \to 0$

$$M_{\text{tot}} \to \sqrt{\frac{\hbar c}{\varkappa}},$$

где последнее выражение для массы представляет собой максимальное из возможных значений полных масс (энергии) промежуточных состояний.

Конечно, адэкватное квантовое описание коллапсирующих систем может внести существенные коррективы, но, видимо, только в отношении их пространственно-временнóго описания. Оно вряд ли существенно изменит энергетическую картину этих состояний, вернее, вряд ли существенно коснется такого эффекта, как гравитационный дефект масс, локализованных в этой области. Между тем только об обсуждении этого эффекта и шла речь выше. Если приведенные соображения действительно окажутся существенными для теории элементарных частиц, это будет тот редкий случай, когда обсуждение свойств коллапсирующих космических тел инициирует обсуждение фундаментальных проблем теории элементарных частиц.

В заключение считаю своим долгом выразить благодарность моим сотрудникам Р. А. Асанову, В. А. Березину и В. П. Фролову за многочисленные обсуждения, в результате которых многое прояснялось или, наоборот, теряло казавшуюся прежде ясность.

Физический институт им. П. Н. Лебедева
АН СССР

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. A. Wheeler, Cortona Symposium on Weak Interactions, Rome, 1971.
2. M. A. Markov, Ann. Phys. (N. Y.) 59, 109 (1970); M. A. Markov, Cosmology and Elementary Particles (Lecture Notes), Trieste, IC/71/33, pt. I—II.
3. В. Л. Гинзбург, ДАН СССР **156**, 43 (1964).
4. В. Л. Гинзбург, Л. М. Озерной, ЖЭТФ **47**, 1030 (1964).
5. А. Г. Дорошкевич, Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков, ЖЭТФ **49**, 170 (1965).
6. B. Price, Phys. Rev. **D5**, 2419 (1972); K. Torne, Preprint OAP-236 (1970).
7. J. Bekenstein, Phys. Rev. Lett. **28**, 452 (1972); C. Teitelboim, Lett. Nuovo Cimento **3**, 326, 397 (1972).
8. J. Hartle, *а*) Preprint, 1971; *б*) Phys. Rev. **D3**, 2938 (1971).
9. R. Ruffini, A. Wheeler, Phys. Today **24** (1), 36 (1971).
10. Я. Б. Зельдович и И. Д. Новиков, Теория тяготения и эволюция звезд, М., «Наука», 1971.
11. Л. Д. Ландау и. Е. М. Лифшиц, Теория поля, М., «Наука», 1967.
12. F. Hoyle, W. Frowler, P. Burbridge, E. M. Burbridge, Quasi-stellar Sources and Gravitational Collapse, Chicago—London, Univ. of Chicago Press, 1965.
13. В. П. Фролов, Дипломная работа (МГУ, 1969).
14. М. А. Марков, В. П. Фролов, ТМФ **3**, 3 (1970).
15. М. А. Марков, В. П. Фролов, ТМФ **16**, 70 (1973).
16. Р. А. Асанов, ТМФ **2**, 289 (1970).
17. Р. Пенроуз, сборник «Гравитация и топология», М., «Мир», 1966 (лекции в Лез-Уш, 1963).

18. N. A. Chernikov, E. A. Tagirov, Ann. Inst. H. Poincaré **A9**, 109 (1968).
19. И. З. Фишер, ЖЭТФ **18**, 636 (1948).
20. A. I. Janis, E. T. Newman, J. Winicour, Phys. Rev. Lett. **20**, 878 (1968); Phys. Rev. **186**, 1729 (1969), A. I. Janis, Q. Q. Robinson, J. Winicour, ibid. **176**, 1507 (1968).
21. Р. А. Асанов, ЖЭТФ **53**, 673 (1967).
22. R. Arnowitt, S. Deser, C. Misner, Phys. Rev. **120**, 313 (1960).
23. Р. А. Асанов, Препринт ОИЯИ Р2-6564, Дубна, 1972.
24. Н. М. Бочарова, К. А. Бронников, В. М. Мельников, Вестн. МГУ, сер. III (Физика. Астрономия), II, 706 (1971).
25. J. E. Chase, Comm. Math. Phys. **19**, 276 (1970).
26. Р. Дикке, сборник «Гравитация и относительность», М., «Мир», 1965.
27. А. Д. Сахаров, ЖЭТФ **27**, 686 (1947).
28. S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **19**, 1264 (1967).
29. В. А. Березин, М. А. Марков, ТМФ **12**, 153 (1972).
30. Я. Б. Зельдович, ЖЭТФ **42**, 641 (1962).
31. И. Д. Новиков, Астрон. ж. **43**, 911 (1968).
32. В. А. Березин, М. А. Марков, ТМФ **3**, 161 (1970).
33. Э. Ферми, Элементарные частицы, М., ИЛ, 1953, стр. 53.