

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

533.95

ГИДРОДИНАМИКА ПЛАЗМЫ В СИЛЬНОМ ВЫСОКОЧАСТОТНОМ ПОЛЕ

Л. М. Горбунов

СОДЕРЖАНИЕ

I. Введение	631
II. Основные уравнения	632
1. Уравнения гидродинамики плазмы в высокочастотном поле (633). 2. Силы высокочастотного давления в прозрачной плазме (635). 3. Приближение геометрической оптики (636).	
III. Малые возмущения	638
4. Дисперсионное уравнение (639). 5. Приближение слабой связи. Распадные неустойчивости (641). 6. Коротковолновые возмущения при $\omega_0 \approx \omega_{Le}$. Параметрический резонанс (643). 7. Возмущения в редкой плазме ($\omega_0 \gg \omega_{Le}$) (647).	
IV. Равновесие плазмы в высокочастотном поле	649
8. Равновесие плазмы в поле стоячей волны (650). 9. Проникновение и отражение сильной электромагнитной волны (653). 10. Нелинейные стационарные волны (655).	
V. Движение плазмы в высокочастотном поле	657
11. Растекание слоя плазмы (657). 12. Ускорение и сжатие слоя плазмы (658). 13. Волна разрежения (660).	
VI. Заключение	661
Цитированная литература	661

I. ВВЕДЕНИЕ

В ряде экспериментальных исследований полностью ионизованной плазмы приходится иметь дело с электромагнитными полями, давление которых превосходит тепловое давление частиц. Такие сильные (в этом смысле) поля могут возникать, с одной стороны, за счет развития неустойчивостей, а с другой стороны, создаваться внешними источниками, как это имеет место, например, при радиационном методе ускорения плазмы¹. Очевидно, что при этом характер происходящих в плазме процессов существенно зависит от электромагнитных полей, которые в свою очередь изменяются при изменении состояния плазмы. Традиционный подход к описанию плазмы, при котором влияние полей на ее состояние считается слабым и учитывается по теории возмущений, в этом случае оказывается неприемлемым. Возникает необходимость рассматривать совместно изменение состояния плазмы и электромагнитных полей в ней.

Во многих случаях имеется одно важное обстоятельство, которое позволяет существенно упростить рассмотрение процессов, происходящих в плазме, находящейся в сильных электромагнитных полях. Оно состоит в том, что при достаточно высокой частоте изменения поля можно считать, что быстропеременное движение совершают только электроны и в основном под действием электрического поля. На движение же ионов, следовательно — и на изменение плотности плазмы, влияет лишь

усредненная по времени сила давления этого высокочастотного (ВЧ) поля. Поэтому амплитуда поля, которая зависит от плотности плазмы, изменяется значительно медленнее, чем его фаза.

Такое разделение движений на быстропеременные и медленные позволяет сформулировать относительно простую систему самосогласованных уравнений гидродинамики плазмы без столкновений в ВЧ поле, которая при условии квазинейтральности медленного движения сводится к трем уравнениям: уравнению непрерывности, уравнению движения для плазмы с учетом высокочастотного давления и уравнению для поля (или для ВЧ скорости электронов) с медленно изменяющейся плотностью. Такие уравнения являются частным случаем уравнений, описывающих движение прозрачной жидкости при учете сил давления ВЧ поля², которые обычно формулируют в рамках макроскопической электродинамики (см., например, работы³⁻⁵) и в той или иной форме используют во многих работах по нелинейной оптике (см.⁶⁻⁸). Однако благодаря тому, что в плазме, в отличие от жидкости или твердого тела, сравнительно легко достигаются давления ВЧ поля, превышающие внутреннее (тепловое) давление, и возникающие при этом изменения плотности плазмы отнюдь не малы, существенно расширяется круг задач, которые можно рассматривать с помощью этих уравнений. В частности, возможно решение таких гидродинамических задач, в которых ВЧ давление для процессов, происходящих в плазме, имеет определяющее значение и тепловым движением частиц можно пренебречь.

Настоящий обзор ставит своей целью познакомить читателя с уравнениями гидродинамики плазмы в сильном ВЧ поле и с решением на основе этих уравнений ряда различных задач, большинство из которых рассматривалось в Отделе теории плазменных явлений ФИАН.

В соответствии с этим далее обзор разделен на четыре части. В гл. II получены основные уравнения гидродинамики плазмы в ВЧ поле и рассмотрен ряд случаев, когда эти уравнения удается упростить. Исследованию свойств малых возмущений в плазме, через которую проходит сильная электромагнитная волна заданной амплитуды (волна накачки), и, в частности, исследованию параметрического резонанса и распадной неустойчивости посвящена гл. III обзора. В гл. IV рассмотрены некоторые задачи равновесия плазмы в ВЧ поле. И наконец, вопросы динамики плазмы в ВЧ поле обсуждаются в гл. V.

II. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

В этой части мы сформулируем основные уравнения гидродинамической теории плазмы в сильном ВЧ поле (п. 1) и рассмотрим два случая, когда эти уравнения могут быть существенно упрощены (пп. 2, 3).

Процедура вывода уравнений, аналогичная использованной нами, рассматривалась в работе⁹ в связи с исследованием дрейфовой неустойчивости плазмы в СВЧ разряде, а также в работе¹⁰ при определении стационарных полей и токов в плазме, находящейся в ВЧ поле. Иной способ вывода уравнений, основанный на рассмотрении движения отдельных частиц, обсуждался в работах¹¹.

Следует отметить, что при получении уравнений гидродинамики плазмы в ВЧ поле мы предполагаем, что все характеризующие состояние плазмы и полей величины мало изменяются в пространстве на расстояниях порядка среднего смещения электрона в ВЧ поле. Это условие налагает ограничения, с одной стороны, на характерные масштабы изменения всех величин, а с другой стороны, на амплитуду и частоту ВЧ полей и выполняется тем лучше, чем больше частота ВЧ поля.

1. Уравнения гидродинамики плазмы в высокочастотном поле. В качестве отправного пункта для вывода уравнений гидродинамики плазмы в ВЧ электромагнитном поле используем систему гидродинамических уравнений для электронов и ионов и систему уравнений Максвелла для полей:

$$\partial \mathbf{v}_e / \partial t + (\mathbf{v}_e \nabla) \mathbf{v}_e = (e/m) \mathbf{E} + (e/mc) [\mathbf{v}_e \mathbf{B}] - (T_e/m) \nabla \ln n_e, \quad (1.1)$$

$$\partial n_e / \partial t + \operatorname{div} (n_e \mathbf{v}_e) = 0, \quad (1.2)$$

$$\partial \mathbf{v}_i / \partial t + (\mathbf{v}_i \nabla) \mathbf{v}_i = (e_i/m_i) \mathbf{E} + (e_i/m_i c) [\mathbf{v}_i \mathbf{B}] - (T_i/m_i) \nabla \ln n_i, \quad (1.3)$$

$$\partial n_i / \partial t + \operatorname{div} (n_i \mathbf{v}_i) = 0, \quad (1.4)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -c^{-1} \partial \mathbf{B} / \partial t, \quad (1.5)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{B} = c^{-1} \partial \mathbf{E} / \partial t + (4\pi/c) (en_e \mathbf{v}_e + e_i n_i \mathbf{v}_i), \quad (1.6)$$

где $\mathbf{v}_{e,i}$, $n_{e,i}$, $T_{e,i}$ — соответственно скорости, концентрации и температуры электронов и ионов, e_i , m_i — заряд и масса ионов, e , m — заряд и масса электронов, $\mathbf{E}$, $\mathbf{B}$ — векторы напряженности электрического и магнитного полей.

Будем считать, что электрическое и магнитное поля, а также концентрация и скорость электронов, наряду с медленной зависимостью от времени, содержат также быструю зависимость, так что эти величины можно представить в виде

$$\mathbf{E} = \langle \mathbf{E} \rangle + \tilde{\mathbf{E}}, \quad \mathbf{B} = \langle \mathbf{B} \rangle + \tilde{\mathbf{B}}, \quad \mathbf{v}_e = \langle \mathbf{v}_e \rangle + \tilde{\mathbf{v}}_e, \quad n_e = \langle n_e \rangle + \tilde{n}_e, \quad (1.7)$$

где скобками обозначено усреднение по времени:

$$a(t) = (1/t_0) \int_t^{t+t_0} a(t') dt'. \quad (1.8)$$

Интервал времени t_0 велик по сравнению с характерным временем быстрых изменений τ и мал по сравнению с характерным временем изменения медленных переменных t_M .

Быстропеременным движением ионов мы пренебрегаем, а также для простоты ограничиваемся рассмотрением плазмы, в которой отсутствуют медленные (в частности, постоянные) магнитные поля ($\langle \mathbf{B} \rangle = 0$)*. Кроме того, полагая, что частота столкновений мала по сравнению с t_M^{-1} , считаем температуру компонент плазмы неизменной. Учет столкновений в общем случае требует рассмотрения изменения температуры компонент плазмы. Нелинейные эффекты, обусловленные разогревом плазмы в ВЧ поле, рассмотрены в ряде работ (например, 13–20).

Подставим соотношения (1.7) в уравнение (1.2) и, усреднив его по времени, вычтем полученный результат из исходного уравнения. При условии, что медленные и быстропеременные величины изменяются в пространстве достаточно плавно (обозначим характерные расстояния изменения этих величин соответственно через L и λ), так что выполнены неравенства

$$\lambda/\tau, L/\tau \gg |\langle \mathbf{v}_e \rangle|, |\tilde{\mathbf{v}}_e|, \quad (1.9)$$

получим уравнение непрерывности для быстропеременной концентрации электронов:

$$\partial \tilde{n}_e / \partial t + \operatorname{div} (\langle n_e \rangle \tilde{\mathbf{v}}_e) = 0. \quad (1.10)$$

*) Уравнения гидродинамики плазмы в постоянном магнитном и ВЧ полях обсуждались в работах 11, 12.

Из уравнения (1.10) следует, что при выполнении неравенств (1.9) быстро-переменные изменения концентрации электронов всегда малы по сравнению с медленно изменяющейся концентрацией ($|\tilde{n}_e| \ll \langle n_e \rangle$). Используя это обстоятельство, а также полагая, что за время изменения быстро-переменных величин за счет теплового движения электрон сместится на расстояние, малое по сравнению с L и λ ,

$$\lambda/\tau, L/\tau \gg (T_e/m)^{1/2} \equiv v_{Te}, \quad (1.9')$$

получим из (1.1), (1.5) и (1.6) с помощью соотношений (1.7) систему уравнений для быстропеременных величин:

$$\partial \tilde{\mathbf{v}}_e / \partial t = (e/m) \tilde{\mathbf{E}}, \quad (1.11)$$

$$\text{rot } \tilde{\mathbf{E}} = -c^{-1} \partial \tilde{\mathbf{B}} / \partial t, \quad (1.12)$$

$$\text{rot } \tilde{\mathbf{B}} = c^{-1} \partial \mathbf{E} / \partial t + (4\pi e/c) \langle n_e \rangle \tilde{\mathbf{v}}_e. \quad (1.13)$$

Из формул (1.11) и (1.12) следует, что

$$\tilde{\mathbf{B}} = -(cm/e) \text{rot } \tilde{\mathbf{v}}_e. \quad (1.14)$$

Исключая с помощью формул (1.11) и (1.14) поля в уравнении (1.13), получаем для скорости осцилляций электронов

$$\text{rot rot } \tilde{\mathbf{v}}_e + c^{-2} \partial^2 \tilde{\mathbf{v}}_e / \partial t^2 + (4\pi e^2/mc^2) \langle n_e \rangle \tilde{\mathbf{v}}_e = 0. \quad (1.15)$$

Таким образом, определив из уравнения (1.15) $\tilde{\mathbf{v}}_e$, можно найти остальные быстропеременные величины с помощью уравнений (1.10), (1.11) и (1.14). Единственной медленной величиной, которая входит в эти уравнения, является концентрация электронов.

Уравнения для медленных величин получим путем усреднения исходной системы уравнений (1.1) — (1.6) по времени. При выполнении условия (1.9) эти уравнения имеют следующий вид:

$$\partial \langle \mathbf{v}_e \rangle / \partial t + (\langle \mathbf{v}_e \rangle \nabla) \langle \mathbf{v}_e \rangle = -(e/m) \nabla \varphi - (1/2) \nabla \langle \tilde{v}_e^2 \rangle - (T_e/m) \nabla \ln \langle n_e \rangle, \quad (1.16)$$

$$\partial \langle n_e \rangle / \partial t + \text{div} \{ \langle n_e \rangle \langle \mathbf{v}_e \rangle + \langle \tilde{n}_e \tilde{\mathbf{v}}_e \rangle \} = 0, \quad (1.17)$$

$$(\partial \mathbf{v}_i / \partial t) + (\mathbf{v}_i \nabla) \mathbf{v}_i = -(e_i/m_i) \nabla \varphi - (T_i/m_i) \nabla \ln n_i, \quad (1.18)$$

$$\partial n_i / \partial t + \text{div} (n_i \mathbf{v}_i) = 0, \quad (1.19)$$

$$\Delta \varphi = -4\pi (e \langle n_e \rangle + e_i n_i), \quad (1.20)$$

где $\langle \mathbf{E} \rangle = -\nabla \varphi$, $\mathbf{v}_i \equiv \langle \mathbf{v}_i \rangle$, $n_i \equiv \langle n_i \rangle$. Таким образом, влияние быстро-переменного движения на медленное учитывается через ВЧ давление в формуле (1.16) и через поток увлечения в формуле (1.17). В пренебрежении потоком увлечения и в предположении, что ВЧ поле внешнее и заданное, а также при учете ВЧ движения ионов система уравнений (1.16) — (1.20) содержится в работе ²¹. Вопрос об увлечении электронов ВЧ волной обсуждался во многих работах (например, ²²⁻²⁵).

Мы будем интересоваться такими движениями плазмы, при которых выполнено условие квазинейтральности

$$e \langle n_e \rangle + e_i n_i = 0$$

и в плазме отсутствует медленный ток:

$$e \langle \langle n_e \rangle \langle \mathbf{v}_e \rangle + \langle \tilde{n}_e \tilde{\mathbf{v}}_e \rangle \rangle + e_i n_i \mathbf{v}_i = 0.$$

При этих условиях система уравнений (1.16) — (1.20) сводится к уравнениям для средней концентрации электронов $\langle n_e \rangle \equiv N$ и скорости ионов $\mathbf{v}_i \equiv \mathbf{V}$, которые совместно с уравнением (1.15) для быстропере-

менной скорости электронов $\tilde{\mathbf{v}}_e \equiv \mathbf{v}$ образуют замкнутую систему гидродинамических уравнений плазмы в ВЧ поле:

$$\partial N / \partial t + \operatorname{div} (N \mathbf{V}) = 0, \quad (1.21)$$

$$\partial \mathbf{V} / \partial t + (\mathbf{V} \nabla) \mathbf{V} = - \langle z m / 2 m_i \rangle \nabla \langle v^2 \rangle - (T / m_i) \nabla \ln N, \quad (1.22)$$

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{v} + c^{-2} \partial^2 \mathbf{v} / \partial t^2 + (4 \pi e^2 / m c^2) N \mathbf{v} = 0, \quad (1.23)$$

где $T = z T_e + T_i$, $z |e|$ — заряд иона.

Часто более целесообразно использовать систему уравнений, в которую входит не быстропеременная электронная скорость $\mathbf{v}$, а напряженность ВЧ электрического поля $\tilde{\mathbf{E}} \equiv \mathbf{E}$. Для этого следует с помощью уравнения (1.11) установить связь $\mathbf{v}$ с $\mathbf{E}$. В общем случае эта связь является интегральной по времени. Однако если ВЧ поле почти монохроматическое:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = (1/2) [\mathbf{E}_0(\mathbf{r}, t) e^{-i \omega_0 t} + \mathbf{E}_0^*(\mathbf{r}, t) e^{i \omega_0 t}],$$

и при $t = 0$ $\mathbf{E} = 0$, то, используя (1.11) и пренебрегая членами порядка τ / t_m , из уравнений (1.22) и (1.23) получим

$$\partial \mathbf{V} / \partial t + (\mathbf{V} \nabla) \mathbf{V} = - (z e^2 / 4 m m_i \omega_0^2) \nabla |\mathbf{E}_0|^2 - (T / m_i) \nabla \ln N, \quad (1.24)$$

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{E}_0 - (\omega_0^2 / c^2) \mathbf{E}_0 + (4 \pi e^2 / m c^2) N \mathbf{E}_0 = 0. \quad (1.25)$$

Стоящая в правой стороне уравнения (1.24) удельная средняя сила давления ВЧ поля на частицу

$$\mathbf{f}_E = - (z e^2 / 4 m m_i \omega_0^2) \nabla |\mathbf{E}_0|^2 \quad (1.26)$$

легко может быть получена, с одной стороны, из более общих соотношений работы², а с другой — из рассмотрения движения отдельных частиц в неоднородном ВЧ поле²⁶, как это было сделано впервые в работе²⁷. Поэтому часто силу ВЧ давления в плазме называют «силой Миллера». Подробную библиографию по этому вопросу, а также обобщение выражения (1.26) на случай замагниченной плазмы, можно найти в обзоре²⁸ (см. также²⁹), а также в более поздних работах^{30, 31}. Вопрос о силах ВЧ давления в плазме при учете столкновений частиц обсуждается в работах^{11, 32-34}. Силы давления низкочастотных ионных волн в плазменном слое рассмотрены в работах^{35, 36}.

2. Силы высокочастотного давления в прозрачной плазме. В этом разделе мы рассмотрим силы, действующие на плазму, помещенную во внешнее ВЧ поле, частота которого много больше лэнгмюровской частоты электронов,

$$\omega_0^2 > \omega_{Le}^2 = (4 \pi e^2 / m) N. \quad (2.1)$$

В этих условиях поле в плазме мало отличается от поля в вакууме, и его можно искать по теории возмущений:

$$\mathbf{E}_0 = \mathbf{E}_0^{(0)} + \mathbf{E}_0^{(1)},$$

где поле нулевого приближения $\mathbf{E}_0^{(0)}$ есть просто внешнее поле (т. е. поле в отсутствие плазмы), которое согласно (1.25) удовлетворяет уравнению

$$[\Delta + (\omega_0^2 / c^2)] \mathbf{E}_0^{(0)} = 0, \quad \operatorname{div} \mathbf{E}_0^{(0)} = 0. \quad (2.2)$$

Поправка к внешнему полю $\mathbf{E}_0^{(1)}$ возникает из-за наличия плазмы и, как это следует из формулы (1.25), может быть найдена из уравнения

$$[\Delta + (\omega_0^2 / c^2)] \mathbf{E}_0^{(1)} = (4 \pi e^2 / m) [c^{-2} N \mathbf{E}_0^{(0)} + (1 / \omega_0^2) \nabla (\nabla N \cdot \mathbf{E}_0^{(0)})]. \quad (2.3)$$

При этом действующие на плазму силы давления ВЧ поля с точностью до линейных относительно $E_0^{(1)}$ слагаемых согласно (1.26) пропорциональны величине

$$\nabla |E_0|^2 \approx \nabla |E_0^{(0)}|^2 + 2\nabla |E_0^{(0)} E_0^{(1)}|. \quad (2.4)$$

Если первое слагаемое в формуле (2.4) много больше второго, то силы ВЧ давления, действующие на плазму, определяются внешними полями. В этом случае движение плазмы можно рассматривать с помощью уравнений (1.21) и (1.24), где ВЧ давление считается заданным.

Во многих случаях, однако, первое слагаемое в формуле (2.4) много меньше второго (например, если $E_0^{(0)}$ — поле плоской волны, то первое слагаемое равно нулю) и для нахождения действующих на плазму сил необходимо знать поправку к внешнему полю. Общее решение уравнения (2.3) хорошо изучено (см., например, книгу³⁷), и с его помощью легко выразить действующие на плазму силы ВЧ давления через плотность плазмы и тем самым систему гидродинамических уравнений свести к уравнениям для N и V . Для ряда случаев такие силы рассчитаны в работах^{38, 39}.

Рассмотрим следующий пример, который нам будет нужен в дальнейшем⁴⁰. Пусть на слой плазмы, плотность в котором зависит только от одной координаты x и от времени, падает под углом φ плоская линейно поляризованная электромагнитная волна

$$E_0^{(0)} = (E_0^{(0)} \cos \varphi, E_0^{(0)} \sin \varphi, 0) e^{ik_0 x \cos \varphi + ik_0 y \sin \varphi}. \quad (2.5)$$

Из уравнения (2.2) получим закон дисперсии для электромагнитных волн в вакууме $\omega_0^2 = k_0^2 c^2$, а уравнение (2.3) определяет $E_{0x}^{(1)}$ и $E_{0y}^{(1)}$. Если плотность плазмы отлична от нуля при $L_2 \geq x \geq L_1$, то решение уравнения (2.3) при $x > L_1$ должно описывать плоскую волну, распространяющуюся слева направо, а при $x < L_2$, — наоборот, справа налево. Используя эти условия, находим выражения для компонент вектора $E_0^{(1)}$ и с помощью формулы (2.4) — удельную силу ВЧ давления:

$$f_{E, x} = -\frac{2z\pi e^4}{m^2 m_i \omega_0^2} |E_0^{(0)}|^2 \times \\ \times \left[\frac{1}{\omega_0^2} \cos^2 \varphi \frac{\partial N}{\partial x} + \frac{1}{c^2} (\cos 2\varphi)^2 \int_{L_1}^x N(x', t) \cos 2k_0 x (x - x') dx' \right]. \quad (2.6)$$

Если плазма не имеет резкой границы и плотность спадает непрерывно до нуля при $x \rightarrow \infty$, то можно в качестве нижнего предела в формуле (2.6) положить $L_1 = \infty$.

3. Приближение геометрической оптики. Приближенное решение уравнения (1.25) или (1.23) можно также найти, если длина электромагнитной волны мала по сравнению с характерным расстоянием, на котором изменяется плотность плазмы ($\lambda \ll L$). В этом случае справедливо приближение геометрической оптики (см., например, работы^{41, 42}).

Рассмотрим для простоты одномерный случай*). Будем считать, что линейно поляризованная волна распространяется вдоль оси Ox и вектор напряженности электрического поля направлен вдоль оси Oy ; плотность плазмы зависит от x и времени. Решение уравнения (1.25) будем искать в форме

$$E_{0y}(x, t) = E_0(x, t) e^{i\varphi(x, t)}, \quad (3.1)$$

*) Общий случай уравнений поля в приближении геометрической оптики для неоднородной и нестационарной среды с учетом как частотной, так и пространственной дисперсии рассмотрен в работе⁴³.

где E_0 и φ — действительные функции (амплитуда и фаза). В соответствии с принятым в п. 1 предположением

$$\omega_0 \gg |\dot{\varphi}|, \quad \omega_0 E_0 \gg \dot{E}_0, \quad \omega_0 N \gg \dot{N},$$

где точка означает дифференцирование по времени. Подставляя формулу (3.1) в уравнение (1.25) и учитывая, что $|\dot{N}/N'|$, $|\dot{E}_0/E'_0| \ll c$ (штрих означает дифференцирование по x), для определения E_0 и φ получим

$$E''_0 - \varphi'^2 E_0 + (\omega_0^2/c^2) E_0 = (4\pi e^2/mc^2) N E_0, \quad (3.2)$$

$$E_0^2 \varphi' = -M, \quad (3.3)$$

где величина M , вообще говоря, является функцией времени.

Таким образом, для нахождения амплитуды поля остается единственное уравнение, которое принимает вид

$$E''_0 + (\omega_0^2/c^2) E_0 - (M^2/E_0^3) - (4\pi e^2/mc^2) N E_0 = 0. \quad (3.4)$$

До сих пор мы не использовали условия справедливости геометрической оптики, которое состоит в том, что фаза волны φ изменяется в пространстве значительно быстрее, чем амплитуда E_0 . Если же это условие учесть, то в уравнении (3.4) следует отбросить первое слагаемое, как малое *). В результате получим

$$E_0^2(x, t) = M/(\omega_0/c) [1 - (4\pi e^2 N(x, t)/m\omega_0^2)]^{1/2}. \quad (3.5)$$

Если имеется область плазмы, где плотность постоянна или равна нулю, то величину M , входящую в формулу (3.5), можно выразить через амплитуду поля в этой области. При этом величина M от времени не зависит и, в частности, если ВЧ волна падает на плазму из вакуума, то

$$M = E_0^{(0)2} \omega_0/c, \quad (3.6)$$

где $E_0^{(0)}$ — амплитуда падающей волны.

Используя выражения (3.5) и (3.6), получим из (1.26) ⁴⁴

$$f_{E, x} = -(zE_0^{(0)2}/32\pi N_c^2 m_i) [(1 - (N/N_c))^{-3/2} \partial N/\partial x], \quad (3.7)$$

где $N_c = m\omega_0^2/4\pi e^2$ — критическая плотность, т. е. плотность, при которой лэнгмюровская частота электронов равна частоте ВЧ поля.

Заметим, что в приближении геометрической оптики связь силы ВЧ давления с плотностью является локальной в отличие от рассмотренного в предыдущем разделе случая прозрачной плазмы. Далее, из выражения (3.7) следует, что в приближении геометрической оптики сила ВЧ давления, как и сила теплового давления, всегда направлена в сторону уменьшения плотности плазмы.

Приближение геометрической оптики пригодно вдали от точек поворота, т. е. при $N/N_c < 1$. Если плазма прозрачна и $N/N_c \ll 1$, то из (3.7) получим

$$f_E = -(zE_0^{(0)2}/32\pi m_i N_c^2) \partial N/\partial x.$$

Это выражение следует также из формулы (2.6) при $\cos \varphi = 0$ и в пределе $k_{0x} \rightarrow \infty$.

*) Соотношение (3.3) определяет фактически поток энергии ВЧ волны в плазме ⁴². Если ВЧ волна является стоячей, то $M = 0$ и выражение (3.5) непригодно. Для определения амплитуды поля следует использовать уравнение (3.4), в котором нужно отбросить предпоследнее слагаемое (см. подробнее в гл. III).

III. МАЛЫЕ ВОЗМУЩЕНИЯ

Влияние сильных электромагнитных полей проявляется, в частности, в существенном изменении дисперсионных свойств плазмы. ВЧ поле может явиться причиной того, что состояние плазмы окажется неустойчивым. И, наоборот, имеются такие условия, когда ВЧ поле стабилизирует неустойчивости, существовавшие в плазме без ВЧ поля. Все эти вопросы явились предметом широких исследований, которые проводились и проводятся в последнее время и еще далеки от завершения. Однако некоторые вопросы, касающиеся в основном линейной теории малых возмущений плазмы в ВЧ поле, уже достаточно выяснены *).

Наиболее полно разработана теория малых возмущений однородной в основном состоянии плазмы, находящейся в однородном ВЧ поле (см. обзор ⁵⁵). Уже в первой работе этого цикла ⁵⁶ было показано, что в прозрачной плазме ($\omega_0 \gg \omega_{Le}$) ВЧ поле существенно изменяет законы дисперсии продольных возмущений **), и особенно закон дисперсии ионного звука. (Этот результат позже подтвердился экспериментально ⁵⁸.) В этой же работе было рассмотрено стабилизирующее влияние ВЧ поля на токовую неустойчивость плазмы.

Далее, в работе ⁴⁵ на примере двухжидкостной гидродинамической модели плазмы без столкновений был получен важный результат о том, что при приближении частоты ВЧ поля к плазменной частоте возникает неустойчивость (так называемый «параметрический резонанс»). При этом как в работе ⁵⁶, так и в работе ⁴⁵, в отличие от многих последующих работ и, в частности, в отличие от настоящего обзора (см. неравенство (1.9)), не предполагалось, что амплитуда осциллирующей электроны в ВЧ поле мала по сравнению с длиной волны возмущения.

Результаты работы ⁴⁵ получили подтверждение как в лабораторных ⁵⁹ (см. также работы ⁶⁰⁻⁷³), так и в численных экспериментах ⁷⁴⁻⁷⁷ и вызвали широкое обсуждение. В работах ^{78, 79} с помощью теории возмущений для функции Грина, которая справедлива в приближении слабых ВЧ полей (тепловая энергия электронов велика по сравнению с энергией ВЧ осцилляций), противоположном рассмотренному в работе ⁴⁵, был найден порог параметрической неустойчивости, связанный с диссипативными эффектами. Эти результаты в дальнейшем обсуждались в ряде других работ, использовавших различные методы ⁸⁰⁻⁸⁸. В частности, в работе ⁸¹ было показано, что результаты работы ⁴⁵ соответствуют неустойчивости плазмы в полях много выше порогового.

Следует заметить, что при слабых ВЧ полях, которые практически не влияют на законы дисперсии волн в плазме, и при достаточно малом затухании этих волн параметрическая неустойчивость тесно связана с распадными процессами при нелинейном взаимодействии волн. Эти процессы состоят в том, что одна волна (в данном случае это внешняя волна) распадается на две другие волны, амплитуды которых нарастают, и при этом состояние плазмы является неустойчивым. Впервые такая неустойчивость была рассмотрена в работе ⁸⁹ и получила название распадной (см. также работы ⁹⁰⁻⁹²).

В отличие от этого в сильных ВЧ полях, как это имеет место в работе ⁴⁵ и в ряде других работ, законы дисперсии для малых возмущений сами

*) Квазилинейные эффекты для плазмы в ВЧ поле обсуждались в работах ⁴⁵⁻⁵⁰: нелинейное взаимодействие неустойчивых в ВЧ поле волн учитывалось в работах ^{51, 52}; рассмотрению нелинейных эффектов, связанных с воздействием неустойчивых волн на поле волны накачки, посвящены работы ^{53, 54}.

**) Поскольку при этом частоты волн зависят от амплитуды волны накачки, возникает интересная возможность параметрически возбуждать эти волны, модулируя амплитуду волны накачки ⁵⁷.

определяются ВЧ полем и обычное представление о распадных процессах оказывается неприменимым. В этом случае принято говорить о сильной параметрической связи возмущений в плазме⁹³.

В указанных выше работах^{45, 56, 57, 78-87} рассматривались электростатические (потенциальные) возмущения полей. Однако в определенных условиях становится существенным учет возмущений магнитного поля и именно эта непотенциальность возмущений определяет неустойчивость плазмы. Вопрос этот рассматривался в работах⁹⁴⁻⁹⁸, и во многих случаях оказался существенным учет конечности длины волны накачки^{94, 99-104}.

Обобщение теории малых возмущений на случай замагниченной плазмы, находящейся в ВЧ поле, содержится в работах¹⁰⁵⁻¹¹⁵ для потенциальных возмущений и в работах¹¹⁶⁻¹²⁴ для непотенциальных возмущений. В работах^{125, 126} рассмотрена параметрическая неустойчивость поверхностных волн. Влияние релятивистских эффектов при движении электронов в ВЧ поле обсуждается в работах^{127, 128}.

Особую группу составляют работы, в которых изучаются малые колебания в неоднородной плазме, находящейся в ВЧ поле. Неоднородность плазмы, а также ВЧ поля, с одной стороны, является причиной особых параметрических неустойчивостей¹²⁹⁻¹⁴¹, а с другой стороны, она влияет на развитие неустойчивостей, известных в однородной плазме¹⁴²⁻¹⁴⁴.

Помимо гидродинамических неустойчивостей в плазме, находящейся в ВЧ поле, возможны кинетические неустойчивости, связанные с излучением волн определенной группой частиц. Этот вопрос обсуждался в работах¹⁴⁵⁻¹⁴⁸ и лежит вне рамок рассматриваемой нами гидродинамической теории.

Возможность стабилизации плазмы с помощью ВЧ полей, впервые указанная в работе⁵⁶, в дальнейшем обсуждалась в работах¹⁴⁹⁻¹⁶⁰ (см. также обзор¹⁶¹).

Мы не ставим целью касаться сколько-нибудь подробно всех вопросов теории малых возмущений, лежащих в рамках рассматриваемой модели, а ограничимся лишь некоторыми задачами линейной теории, которые позволят продемонстрировать основные особенности малых возмущений в плазме, находящейся в ВЧ поле.

4. Д и с п е р с и о н н о е у р а в н е н и е. В этом разделе мы выведем дисперсионное уравнение, описывающее спектр малых возмущений в однородной и безграничной плазме, через которую проходит плоская монохроматическая волна с заданной амплитудой (волна накачки). Невозмущенное (основное) состояние плазмы характеризуется постоянной концентрацией N_0 и ВЧ скоростью осцилляций электронов

$$\mathbf{v}_0 = \mathbf{v}_E \cos(\omega_0 t - \mathbf{k}_0 \mathbf{r}), \quad (4.1)$$

где частота ω_0 и волновой вектор $\mathbf{k}_0$, как это следует из уравнения (1.23), связаны между собой дисперсионными соотношениями ($\omega_{Le}^2 = 4\pi N_0 e^2/m$)

$$\omega_0^2 = \omega_{Le}^2 + k_0^2 c^2, \quad \mathbf{k}_0 \perp \mathbf{v}_E, \quad (4.2)$$

$$\omega_0^2 = \omega_{Le}^2, \quad \mathbf{k}_0 \parallel \mathbf{v}_E. \quad (4.3)$$

Заметим, что амплитуду осцилляций электронной скорости $\mathbf{v}_E$ можно выразить через амплитуду электрического поля в волне накачки с помощью очевидного соотношения $\mathbf{v}_E = e\mathbf{E}_0/m\omega_0$.

В линейном приближении для малых возмущений концентрации плазмы δN и возмущений ВЧ скорости электронов $\delta \mathbf{v}$ из формул (1.21) —

(1.23) следует система уравнений

$$\partial^2 \delta N / \partial t^2 - s^2 \Delta \delta N = z N_0 (m/m_i) \Delta \langle \mathbf{v}_0 \delta \mathbf{v} \rangle, \quad (4.4)$$

$$\text{rot rot } \delta \mathbf{v} + c^2 \partial^2 \delta \mathbf{v} / \partial t^2 + (\omega_{Le}^2 / c^2) \delta \mathbf{v} = -(4\pi e^2 / mc^2) \mathbf{v}_0 \delta N, \quad (4.5)$$

где $s^2 = T/m_i$.

Уравнения (4.4) и (4.5) описывает связанные параметрически через волну накачки возмущения полей (вернее, возмущения скорости осциллирующих электронов) и плотности плазмы. Общая теория параметрически связанных возмущений двух скалярных величин с затуханием в однородном ВЧ поле построена в работе⁹³. Вопрос о связи низкочастотных и высокочастотных волн в плазме обсуждался также в работах¹⁶²⁻¹⁶⁴.

Для получения дисперсионного уравнения положим, что возмущения концентрации зависят от координат и времени по закону $\delta N = \delta N_0 \times \exp(-i\omega t + i\mathbf{k}\mathbf{r})$. Тогда, используя выражение (4.1), получим из уравнения (4.5) для возмущения скорости осциллирующих электронов

$$\delta \mathbf{v} = (\delta \mathbf{v}_- e^{i\omega_0 t - i\mathbf{k}_0 \mathbf{r}} + \delta \mathbf{v}_+ e^{-i\omega_0 t + i\mathbf{k}_0 \mathbf{r}}) e^{-i\omega t + i\mathbf{k}\mathbf{r}}, \quad (4.6)$$

где

$$\delta v_{\pm, j} = \frac{1}{2} \omega_{Le}^2 v_{E, i} \frac{\delta N_0}{N_0} \left[\frac{k_{\pm, i} k_{\pm, j}}{k_{\pm}^2} \frac{1}{\omega_{\pm}^2 \varepsilon_{\pm}} + \frac{(k_{\pm, i} k_{\pm, j} / k_{\pm}^2) - \delta_{ij}}{k_{\pm}^2 c^2 - \omega_{\pm}^2 \varepsilon_{\pm}} \right], \quad (4.7)$$

$$\mathbf{k}_{\pm} = \mathbf{k} \pm \mathbf{k}_0, \quad \omega_{\pm} = \omega \pm \omega_0, \quad \varepsilon_{\pm} = \varepsilon(\omega_{\pm}), \quad \varepsilon(\omega) = 1 - (\omega_{Le}^2 / \omega^2).$$

Из формулы (4.6) видно, что величина возмущений быстропеременной скорости электронов существенно зависит от того, насколько точно выполняются резонансные условия $k_{\pm}^2 c^2 = \omega_{\pm}^2 \varepsilon_{\pm}$ или $\varepsilon_{\pm} = 0$.

Подставляя выражение (4.6) в уравнение (4.4) и проводя усреднение, получим дисперсионное уравнение, связывающее ω с волновым вектором $\mathbf{k}$:

$$\omega^2 = k^2 \left\{ s^2 + \frac{1}{4} \omega_{Li}^2 \left[\frac{|\mathbf{k}_- \mathbf{v}_E|^2}{k_-^2} \frac{1}{\omega_-^2 \varepsilon_- - k_-^2 c^2} + \frac{(\mathbf{k}_- \mathbf{v}_E)^2}{k_-^2} \frac{1}{\omega_-^2 \varepsilon_-} + \frac{|\mathbf{k}_+ \mathbf{v}_E|^2}{k_+^2} \frac{1}{\omega_+^2 \varepsilon_+ - k_+^2 c^2} + \frac{(\mathbf{k}_+ \mathbf{v}_E)^2}{k_+^2} \frac{1}{\omega_+^2 \varepsilon_+} \right] \right\}, \quad (4.8)$$

где $\omega_{Li}^2 = 4\pi e^2 z N_0 / m_i$ — лэнгмюровская частота ионов.

Дисперсионное уравнение (4.8), полученное при кинетическом подходе в работе⁹⁹, определяет спектр связанных возмущений плотности и ВЧ поля в плазме, которые в ряде работ называют электровзвучными волнами^{94, 104}.

Для возмущений с длиной волны, малой по сравнению с длиной волны накачки ($|\mathbf{k}_0| \ll |\mathbf{k}|$), и при условии $\omega_0 \gg \omega_{Le}$ из уравнения (4.8) следует дисперсионное соотношение

$$\omega^2 = k^2 s^2 + (1/2) \omega_{Li}^2 \{ (\mathbf{k} \mathbf{v}_E)^2 / \omega_0^2 - (|\mathbf{k} \mathbf{v}_E|^2 / k^2 c^2) \}. \quad (4.9)$$

В пределе $c \rightarrow \infty$ (потенциальные возмущения ВЧ поля) формула (4.9) соответствует результату работы⁵⁶ относительно спектра низкочастотных потенциальных колебаний. С учетом последнего слагаемого формула (4.9) может описывать неустойчивые возмущения (см. ниже п. 6) и подробно проанализирована в работе⁹⁵.

Формулу (4.9) легко получить из простых физических рассуждений. Рассмотрим, как изменяется со временем малое периодическое квазинейтральное возмущение плотности $\delta \rho = \delta \rho_0 \cos(kx - \omega t)$ в плазме, находящейся в однородном ВЧ поле $\mathbf{E}_0 = \mathbf{E}_0 \sin \omega_0 t$ ($\omega_0 \gg |\omega|$) (рис. 1).

Из уравнения непрерывности и уравнения движения следует, что

$$(1/\rho_0) \partial^2 \delta \rho / \partial t^2 = -\partial f / \partial x, \quad (4.10)$$

где f — сила, действующая на ион плазмы за счет сил теплового и ВЧ давлений.

Выражение для силы теплового давления очевидно:

$$f_T = -(1/\rho_0) \partial p_T / \partial x = (T/m_i) k \delta \rho_0 \sin(kx - \omega t) / \rho_0. \quad (4.11)$$

Рассмотрим силы, связанные с возмущениями электрического и магнитного полей. Компонента ВЧ поля $E_{0\parallel}$, направленная вдоль оси Ox , вызывает разделение заряда и приводит к появлению неоднородного быстропеременного электрического поля, которое, как это следует из условия непрерывности нормальной компоненты вектора индукции, равно при $\omega_0 \gg \omega_{Le}$

$$\begin{aligned} \delta E &= -(\delta \varepsilon / \varepsilon) E_{0\parallel} = \\ &= (4\pi e^2 z / m m_i \omega_0^2) E_{0\parallel}^{(0)} \delta \rho \sin \omega_0 t. \end{aligned} \quad (4.12)$$

Возмущенное поле, более сильное там, где больше возмущения плотности, приводит к появлению дополнительной силы давления, равной, согласно формуле (1.26),

$$\begin{aligned} f_E &= (ze^2 / 2m m_i \omega_0^2) (E_{0\parallel}^{(0)})^2 \times \\ &\times (4\pi e^2 / m \omega_0^2) k \delta \rho_0 \sin(kx - \omega t), \end{aligned} \quad (4.13)$$

причем направление действия силы (4.13) совпадает с направлением силы (4.11).

Компонента ВЧ поля $E_{0\perp}$, направленная вдоль оси Oy , не вызывает разделения заряда, но приводит к появлению возмущений быстропеременного тока электронов и, следовательно, к появлению возмущенного ВЧ магнитного поля, направленного вдоль оси Oz :

$$-\partial \delta H / \partial x = (4\pi / c) \delta j_{\perp} = -(4\pi e / c) \delta \rho (e E_{0\perp}^{(0)} / m m_i \omega_0) \sin \omega_0 t.$$

Это магнитное поле, воздействуя на электроны, совершающие ВЧ осцилляции, создает среднюю силу f_H , стремящуюся увеличить начальное возмущение плотности (аналогично притяжению текущих параллельно токов):

$$f_H = \frac{z}{c \rho_0} \langle j_{0\perp} \delta H \rangle = -\frac{z}{2c^2} \frac{4\pi e^2}{m \omega_0^2} \frac{e^2 N_0}{m} \frac{E_{0\perp}^{(0)2}}{k m_i} \frac{\delta \rho_0}{\rho_0} \sin(kx - \omega t). \quad (4.14)$$

С помощью формул (4.11), (4.13) и (4.14) и уравнения (4.10) получим формулу (4.9).

Очевидно, что и в формуле (4.8) слагаемые, содержащие в знаменателях продольные диэлектрические проницаемости $\varepsilon_{\pm}$, соответствуют учету сил давления ВЧ электростатического поля, возникающего из-за разделения зарядов в поле волны накачки. Слагаемые же, содержащие в знаменателях выражения $\omega_{\pm}^2 \varepsilon_{\pm} - k_{\pm}^2 c^2$, учитывают силы, возникающие из-за возмущения ВЧ вихревых токов в плазме. При этом существенно подчеркнуть, что стоящие в знаменателях формулы (4.8) выражения содержат ω , и при решении дисперсионного уравнения эта зависимость особенно важна в резонансах, когда знаменатели малы.

5. Приближение слабой связи. Распадные неустойчивости. В этом разделе мы установим связь излагаемой теории с обычной теорией нелинейного взаимодействия волн. Заметим, что при построении обычной теории нелинейного взаимодействия волн

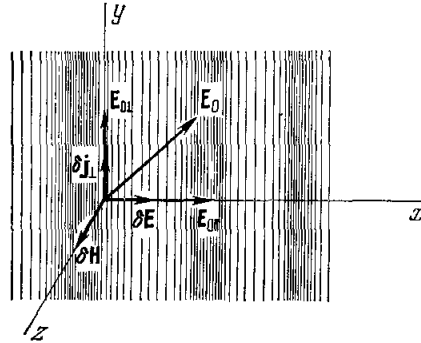


Рис. 1. Возмущения высокочастотных электрического (δE) и магнитного (δH) полей, связанные с периодическим возмущением плотности плазмы.

используют процедуру разложения токов в плазме по степеням поля ¹⁶⁵. При этом из линейного приближения следует, что законы дисперсии всех волн определяются свойствами плазмы в отсутствие этих волн, а нелинейные токи описывают взаимодействие между волнами. В нашем случае такому приближению соответствует решение уравнений (4.4) и (4.5), описывающих связанные возмущения плотности и поля, по теории возмущений относительно слагаемых, пропорциональных v_E (приближение слабой параметрической связи). При этом оказывается, что в нулевом приближении возмущения плотности и поля являются двумя типами независимых собственных волн в плазме и их законы дисперсии определяются обычной линейной теорией. В первом же приближении учет слагаемых, пропорциональных v_E , приводит к медленному изменению амплитуд связанных волн. Поэтому при рассмотрении слабой параметрической связи волн можно использовать вместо уравнений (4.4) и (4.5) систему укороченных уравнений для медленно изменяющихся амплитуд (см., например, работы ^{6, 7, 91}). Однако многие основные результаты проще получить из дисперсионного уравнения (4.8), решая его по теории возмущений относительно членов, содержащих v_E .

Будем искать решение уравнения (4.8) в виде

$$\omega = \omega_s + \omega^{(1)}, \quad (5.1)$$

где $\omega_s^2 = k^2 s^2$, и в неизотермической плазме ($T_e \gg T_i$) это есть просто закон дисперсии ионно-звуковых волн с длиной волны, большой по сравнению с дебаевским радиусом электронов ¹⁶⁶.

Для определения $\omega^{(1)}$ из формулы (4.8) следует уравнение

$$2\omega_s \omega^{(1)} = \frac{k^2}{4} \omega_{Li}^2 \left[\frac{[\mathbf{k}_- \mathbf{v}_E]^2}{k_-^2} \frac{1}{(1 - \omega^{(1)} \partial / \partial \omega_-^{(0)}) \omega_-^{(0)2} \varepsilon_-^{(0)} - k_-^2 c^2} + \right. \\ \left. + \frac{(\mathbf{k}_- \mathbf{v}_E)^2}{k_-^2} \frac{1}{(1 - \omega^{(1)} \partial / \partial \omega_-^{(0)}) \omega_-^{(0)2} \varepsilon_-^{(0)}} + \frac{[\mathbf{k}_+ \mathbf{v}_E]^2}{k_+^2} \frac{1}{(1 + \omega^{(1)} \partial / \partial \omega_+^{(0)}) \omega_+^{(0)2} \varepsilon_+^{(0)} - k_+^2 c^2} + \right. \\ \left. + \frac{(\mathbf{k}_+ \mathbf{v}_E)^2}{k_+^2} \frac{1}{(1 + \omega^{(1)} \partial / \partial \omega_+^{(0)}) \omega_+^{(0)2} \varepsilon_+^{(0)}} \right], \quad (5.2)$$

$$\omega_{\pm}^{(0)} = \omega_0 \pm \omega_s, \quad \varepsilon_{\pm}^{(0)} = \varepsilon(\omega_{\pm}^{(0)}).$$

Вид поправки к частоте зависит от того, выполняются или нет соотношения, о которых принято говорить как о распадных условиях:

$$\omega_{\pm}^{(0)2} \varepsilon_{\pm}^{(0)} - k_{\pm}^2 c^2 = 0, \quad (5.3)$$

$$\varepsilon_{\pm}^{(0)} = 0. \quad (5.4)$$

Если выполнено либо условие (5.3), либо условие (5.4), причем в этих формулах стоит индекс минус, то величина $\omega^{(1)}$ мнимая. В этом случае возмущения нарастают со временем и имеет место неустойчивость, которую часто, следуя работе ⁸⁹, в которой она впервые была рассмотрена, называют *распадной*. Рассмотрим этот вопрос более подробно.

Пусть выполнено условие (5.3) со знаком минус. Запишем его в явном виде:

$$(\omega_0 - \omega_s)^2 - \omega_{Le}^2 - c^2 (\mathbf{k}_0 - \mathbf{k})^2 = 0. \quad (5.5)$$

При этом в правой стороне уравнения (5.2) наибольшим является первое слагаемое, и решение его имеет вид

$$\gamma = i\omega^{(1)} = \pm [k\omega_{Li}/4 (\omega_0 \omega_s)^{1/2}] |[(\mathbf{k} - \mathbf{k}_0) \mathbf{v}_E]| / |\mathbf{k} - \mathbf{k}_0|. \quad (5.6)$$

Знаку минус в формуле (5.6) соответствуют нарастающие со временем возмущения, т. е. амплитуды ионно-звуковых и поперечных волн с частотой $\omega_0 - \omega_s$ и волновым вектором $\mathbf{k}_0 - \mathbf{k}$ одновременно растут. При задан-

ном законе дисперсии для волн накачки соотношение (5.5) определяет те значения волновых векторов, для которых имеет место неустойчивость. Если волна накачки имеет поперечную поляризацию и частота ω_0 связана с волновым вектором $\mathbf{k}_0$ соотношением (4.2), то рассмотренная неустойчивость описывает хорошо изученный распад поперечной волны на поперечную и ионно-звуковую (см., например, работу ¹⁶⁷). Из соотношения (5.5) следует, что неустойчивы возмущения с волновыми векторами

$$k = 2 [k_0 \cos \varphi - (s\omega_0/c^2)] > 0, \quad (5.7)$$

где $\cos \varphi = \mathbf{k}\mathbf{k}_0/kk_0$. В частности, если $\omega_0 \approx k_0 c$ и, следовательно, $\omega_0 \gg \omega_{Le}$, то из формулы (5.7) получаем, что неустойчивы возмущения с волновым числом $k = 2k_0 \cos \varphi$ ($\cos \varphi > s/c$).

При выполнении условия (5.4) с индексом минус,

$$(\omega_0 - \omega_s)^2 = \omega_{Le}^2, \quad (5.8)$$

наибольшим является третье слагаемое в правой части (5.2) и решение имеет вид

$$\gamma = i\omega^{(1)} = \pm [k\omega_{Le}/4(\omega_0\omega_s)^{1/2}] |(\mathbf{k} - \mathbf{k}_0) \mathbf{v}_E| / |\mathbf{k} - \mathbf{k}_0|. \quad (5.9)$$

В этом случае наряду со звуком в плазме нарастает продольная лэнгмюровская волна с частотой $\omega_0 - \omega_s$ и, поскольку $\omega_s \ll \omega_0$, ω_{Le} , для выполнения соотношения (5.8) необходимо, чтобы частота волны накачки была близка к плазменной частоте. Если волна накачки является продольной волной и $\omega_0 \approx \omega_{Le}$, то из формулы (5.9) следует инкремент, полученный в работе ⁸⁹ (см. также работы ¹⁶⁵, ¹⁶⁸). Однако для определения волновых векторов неустойчивых возмущений в соотношении (5.8) следует учитывать тепловое движение частиц в законах дисперсии лэнгмюровских волн (см. работу ⁸⁹), что выходит за рамки наших приближений (см. неравенство (1.9')).

Если же волна накачки имеет поперечную поляризацию, а длина волны накачки много больше длины волны возмущения ($k \gg k_0$), то из (5.8) следует, что неустойчивыми являются возмущения с волновыми числами

$$k = k_0^2 c^2 / 2s\omega_{Le} \quad (5.10)$$

и инкремент равен

$$\gamma = \omega_{Le} |\mathbf{k}\mathbf{v}_E| / 4 (\omega_s\omega_{Le})^{1/2}. \quad (5.11)$$

Легко показать, что пренебрежение тепловым движением частиц в законе дисперсии лэнгмюровских волн в этом случае справедливо, если выполнено неравенство $c/v_T \gg k/k_0$ ($v_T^2 = T/m$).

В этом разделе при решении дисперсионного уравнения (4.8) мы использовали теорию возмущений и тем самым предполагали, что $|\omega^{(1)}| \ll \omega_s$. Именно это условие позволяло говорить, что неустойчивость соответствует медленному нарастанию амплитуд волн, в то время как закон дисперсии их задан. Теперь, располагая выражениями (5.6) и (5.9), легко получить явный критерий пригодности такого приближения:

$$v_F/v_T \leq (\omega_0\omega_s)^{1/2}/\omega_{Le}. \quad (5.12)$$

В частности, при $\omega_0 \approx \omega_{Le}$ из (5.12) следует, что говорить о ионно-звуковых возмущениях в плазме с обычным законом дисперсии можно лишь для полей, давление которых много меньше, чем тепловое давление частиц плазмы, а именно $(v_F/v_T)^2 \ll \omega_s/\omega_{Le}$.

6. Коротковолновые возмущения при $\omega_0 \approx \omega_{Le}$. Параметрический резонанс. В этом разделе рассмотрим решение дисперсионного уравнения (4.8) без использования теории

возмущений относительно ВЧ поля. Будем интересоваться случаем коротковолновых возмущений ($k \gg k_0$) в поле поперечной волны накачки, частота которой близка к лэнгмюровской электронной частоте ($\omega_0 \approx \omega_{Le} \gg k_0 c$). Кроме того, ограничимся рассмотрением возмущений, фазовая скорость которых мала по сравнению со скоростью света ($kc \gg |\omega|$), а волновые числа достаточно велики ($kc \gg \omega_{Le}$). При выполнении всех этих условий уравнение (4.8) существенно упрощается и принимает вид

$$(\omega^2 - k^2 s_1^2) [(k_0 c)^4 - 4\omega^2 \omega_0^2] = \omega_{Li}^2 (\mathbf{k} \mathbf{v}_E)^2 [(1/2)(\omega^2 + k_0^2 c^2) - 2\omega \omega_{Le} (\mathbf{k} \mathbf{k}_0 / k^2)], \quad (6.1)$$

где

$$s_1^2 = s^2 - (\omega_{Li}^2 [\mathbf{k} \mathbf{v}_E]^2 / 2k^4 c^2). \quad (6.2)$$

Для возмущений с волновыми векторами, почти перпендикулярными к направлению ВЧ поля, стоящее справа в формуле (6.1) выражение близко к нулю. Влияние поля волны накачки на закон дисперсии возмущений в этом случае сводится к тому, что вместо квадрата скорости звука s^2 входит величина (6.2) (см. также (4.9)), которая при условии

$$v_T^2 / v_E^2 \ll \omega_{Le}^2 / k^2 c^2 \ll 1 \quad (6.3)$$

может быть отрицательной. Это означает, что значение частоты мнимое и плазма неустойчива. Физическая причина этой неустойчивости обсуждалась в п. 4.

Однако условие (6.3) выполняется только для очень сильных ВЧ полей ($v_T \ll v_E$) и, кроме того, как показано в работе ⁹⁵, неустойчивыми являются возмущения с волновыми векторами в телесном угле kc/ω_{Le} , который при принятых предположениях очень мал.

Более интересно решение дисперсионного уравнения (6.1) в тех условиях, когда выполнено неравенство, обратное (6.3), и указанная выше неустойчивость невозможна. При этом в уравнение (6.1) вносят вклад только те слагаемые из уравнения (4.8), которые содержат в знаменателях ε_+ и ε_- . Иными словами, все обсуждаемые ниже в этом разделе эффекты обусловлены возмущениями электростатического поля.

Для простоты при исследовании уравнения (6.1) примем, что

$$k_0^2 c^2 \gg (1/4) \omega_{Le} |\omega| |\mathbf{k} \mathbf{k}_0| / k^2. \quad (6.4)$$

Ясно, что неравенство (6.4) выполняется при $\mathbf{k} \perp \mathbf{k}_0$. Однако, как будет показано ниже, оно выполняется и для любых углов между $\mathbf{k}$ и $\mathbf{k}_0$ при условии, что $kc \gg \omega_{Le}$, которое мы считаем выполненным. Так что условие (6.4) фактически не уменьшает общности результатов.

Используя обозначения

$$\Delta = \frac{k_0^2 c^2}{2\omega_{Le}^2} \ll 1, \quad \cos \theta = \frac{\mathbf{k} \mathbf{v}_E}{k v_E}, \quad q_E^2 = \frac{1}{8} \left(\frac{v_E \omega_{Li} \cos \theta}{\omega_{Le}^2} \right)^2, \quad q_T^2 = \frac{s^2}{\omega_{Le}^2}, \quad (6.5)$$

запишем решение уравнения (6.2) в виде

$$\omega / \omega_{Le} = \pm (1/2) \{ [\Delta^2 + k^2 (q_T^2 - q_E^2) + 2k (\Delta^2 q_T^2 + 2\Delta q_E^2)^{1/2}]^{1/2} \pm [\Delta^2 + k^2 (q_T^2 - q_E^2) - 2k (\Delta^2 q_T^2 + 2\Delta q_E^2)^{1/2}]^{1/2} \}. \quad (6.6)$$

Проанализируем это выражение для различных напряженностей поля волны накачки.

Начнем со случая относительно слабых полей, когда выполняется неравенство

$$q_E \ll 4q_T \quad ((v_E/v_T) \sqrt{z} \cos \theta \ll 8\sqrt{2}). \quad (6.7)$$

В этом случае нарастающие со временем решения возникают, если стоящее под радикалом во втором слагаемом формулы (6.6) выражение отрицательно:

$$\Delta^2 + k^2 q_T^2 - 2k (\Delta^2 q_T^2 + 2q_E^2 \Delta)^{1/2} < 0. \quad (6.8)$$

При этом первое слагаемое в (6.6) определяет действительную часть частоты, а второе — мнимую.

При заданных амплитуде и частоте (а следовательно, и волновом векторе) волны накачки неравенство (6.8) определяет интервал волновых чисел, для которых имеет место неустойчивость:

$$(1/q_T^2) [(2\Delta q_E^2 + \Delta^2 q_T^2)^{1/2} - (2q_E^2 \Delta)^{1/2}] < k < (1/q_T^2) [(2\Delta q_E^2 + \Delta^2 q_T^2)^{1/2} + (2q_E^2 \Delta)^{1/2}]. \quad (6.9)$$

Этот интервал симметричен относительно волнового числа

$$k = k_{\max} = (1/q_T^2) (2\Delta q_E^2 + \Delta^2 q_T^2)^{1/2}, \quad (6.10)$$

при котором, как это видно из формулы (6.9), инкремент максимален и равен

$$\gamma_{\max} = \gamma(k_{\max}) = (1/\sqrt{2}) \omega_{Le} \sqrt{\Delta} q_E / q_T = (1/4\sqrt{2}) \omega_{Le} (k_0 v_E / \omega_{Le}) (c/s) \cos \theta. \quad (6.11)$$

Действительная часть частоты при $k = k_{\max}$ согласно (6.6) равна *)

$$\omega'_{\max} = \text{Re } \omega(k_{\max}) = \omega_{Le} [\Delta^2 + (3\Delta q_E^2 / 2q_T^2)]^{1/2}. \quad (6.12)$$

Для того чтобы установить связь полученных выше результатов с рассмотренным в п. 5 приближением слабой связи, остановимся сначала на пределе полей настолько слабых, что выполняется неравенство

$$\Delta q_T^2 \gg q_E^2 \quad ((v_E/v_T) z^{1/2} \cos \theta \ll 2k_0 c / \omega_{Le} < 1). \quad (6.13)$$

При этом из соотношения (6.9) следует, что область неустойчивых волновых чисел сильно сужается, так что можно говорить, что неустойчивы лишь возмущения с одним определенным значением волнового числа

$$k = \Delta / q_T = k_0^2 c^2 / 2s \omega_{Le}. \quad (6.14)$$

Как и следовало ожидать, выражение (6.14) совпадает с формулой (5.10), которая определяет значение неустойчивых волновых векторов при распаде волны накачки на ленгмювскую и звуковую волны. При этом формула (6.13) переходит в (5.12), а из (6.11) легко получить инкремент (5.11). Таким образом, неравенство (6.13) является тем критерием, при котором справедливо приближение слабой параметрической связи.

При выполнении неравенства, противоположного неравенству (6.13), приближение слабой параметрической связи становится непригодным. Если при этом все же тепловое давление частиц больше, чем давление ВЧ поля (т. е. выполнено условие (6.7)), то, согласно формуле (6.9), интервал волновых чисел, в котором возмущения оказываются неустойчивыми, равен

$$(1/2 \sqrt{2}) \Delta^{3/2} / q_E < k < 2 (2\Delta)^{1/2} q_E / q_T^2.$$

*) Следует отметить, что все рассматриваемые нами выражения применимы лишь в тех условиях, когда справедливо пренебрежение тепловым движением в законе дисперсии ленгмювских волн. Как уже отмечалось в п. 5, для этого необходимо выполнение неравенства $k_0 c \gg k v_T$, которое с помощью формулы (6.12) можно записать в виде $\Delta \gg (m_i / m) [\Delta^2 + 2\Delta (q_E / q_T)^2]$.

Максимальный инкремент (6.14) при этом приходится на волновое число

$$k = k_{\max} = (q_E/q_T)^{1/2} (2\Delta)^{1/2} = (1/4 \sqrt{2}) (v_E/s) (\omega_{Li}/s) (k_0 c/\omega_{Le}) \cos \theta,$$

причем действительная часть частоты, согласно (6.12), отнюдь не близка к частоте звука, а равна

$$\omega'_{\max} = \omega_{Le} (q_E/q_T) (3\Delta/2)^{1/2} = (1/4) (3/2)^{1/2} (v_E/v_T) k_0 c z^{1/2} \cos \theta.$$

На рис. 2 приведена зависимость инкремента от волнового числа для

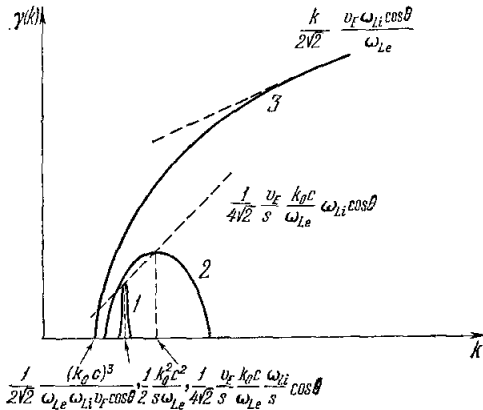


Рис. 2. Зависимость инкремента от волнового числа при различных напряженностях ВЧ поля.

1 - $(v_E/v_T) z^{1/2} \cos \theta \ll 2k_0 c/\omega_{Le}$ - распадная неустойчивость, 2 - $2k_0 c/\omega_{Le} \ll (v_E/v_T) z^{1/2} \cos \theta \ll 8 \sqrt{2}$, 3 - $(v_E/v_T) z^{1/2} \cos \theta \gg 8 \sqrt{2}$ - параметрический резонанс.

можно пренебречь тепловым движением частиц по сравнению с давлением ВЧ поля (параметрический резонанс):

$$q_E \gg q_T.$$

Согласно формуле (6.6) имеем

$$\omega/\omega_{Le} = \pm (1/2) \{ [\Delta^2 - k^2 q_E^2 + 2k (2\Delta q_E^2)^{1/2}]^{1/2} \pm \pm [\Delta^2 - k^2 q_E^2 - 2k (2\Delta q_E^2)^{1/2}]^{1/2} \}. \quad (6.15)$$

Следуя работе ⁴⁵, рассмотрим решения (6.15) для различных значений параметра Δ , характеризующего частоту (или длину) волны накачки. Если выполнено условие $\Delta < kq_E$, то отличное от нуля решение (6.15) имеет вид

$$\omega = \pm ikq_E \omega_{Le} = \pm (i/2\sqrt{2}) (|\mathbf{k} \mathbf{v}_E|/\omega_{Le}) \omega_{Li}$$

и при знаке плюс описывает аperiodически нарастающие возмущения. Если же, наоборот, $\Delta > kq_E$, то из (6.15) следует

$$\omega/\omega_{Le} = \pm (1/2) \{ [\Delta^2 + 2kq_E (2\Delta)^{1/2}]^{1/2} \pm [\Delta^2 - 2kq_E (2\Delta)^{1/2}]^{1/2} \}$$

и неустойчивость возникает лишь при выполнении неравенства

$$\Delta^{3/2} < 2\sqrt{2} kq_E.$$

различных значений поля в волне накачки. Из него видно, что при малых полях практически неустойчивы лишь возмущения с одним волновым числом. С увеличением поля до значений, когда приближение слабой параметрической связи уже не годится, наряду с изменением закона дисперсии для звука расширяется и область неустойчивых волновых чисел. При этом максимальный инкремент смещается в сторону более коротких длин волн, а величина его растет линейно с ростом поля. Учет теплового давления в законе дисперсии лэнгмюровских волн, приведенный в работе ⁸⁵, показывает, что при дальнейшем увеличении поля рост максимального инкремента оказывается более сложным.

Перейдем теперь к рассмотренному в работе ⁴⁵ случаю настолько сильных ВЧ полей, что

Причем инкремент максимален для $\Delta = (kq_E/\sqrt{2})^{2/3}$ и равен

$$\gamma_{\max} = (\sqrt{3}/2^{4/3}) \omega_{Le} (kq_E)^{2/3}.$$

На рис. 3 приведен график зависимости инкремента от частоты ВЧ поля (вернее, от Δ), который согласуется с результатами работы ⁴⁵ для значений $\Delta > 0$. Существенно, что инкремент растет с увеличением волнового числа (см. рис. 2). (При этом, конечно, следует иметь в виду, что наше рассмотрение справедливо при условии $|k v_E|/\omega_{Le} < 1$.)

Остановимся коротко на физической причине параметрического резонанса. Пусть в плазме, помещенной в однородное внешнее ВЧ поле, имеется статическое возмущение плотности $\delta\rho \approx m_i \delta N_i$. Тогда под влиянием ВЧ поля возникнет быстро-переменное разделение зарядов и связанное с ним электрическое поле. Из уравнения $\text{div } \mathbf{D} = 0$ следует, что это поле равно (см. (4.12))

$$\delta E = -(\delta\epsilon/\epsilon) E_{0||} = \\ = (4\pi z e^2 \delta N_i / m \omega_0^2 \epsilon(\omega_0)) E_{0||}.$$

Если $\omega_0 > \omega_{Le}$ и $\epsilon(\omega_0) > 0$, то поле разделения зарядов направлено в ту же сторону, что и внешнее ВЧ поле. Следовательно, амплитуда полного поля больше там, где больше плотность плазмы. Силы ВЧ давления, пропорциональные $\partial(\delta E E_{0||})/\partial x$, стремятся уменьшить имеющиеся возмущения плотности (см. (4.13)). Это и позволяет использовать ВЧ поля для стабилизации неустойчивостей ¹⁴⁹⁻¹⁶¹.

Если же $\omega_0 < \omega_{Le}$, то $\epsilon(\omega_0) < 0$ и поле δE направлено в сторону, противоположную направлению внешнего поля. Поэтому амплитуда полного поля в плазме меньше там, где больше плотность. Силы ВЧ давления стремятся увеличить начальное возмущение плотности, и возникает неустойчивость.

В действительности возмущения плотности не являются статическими и частота поля разделения зарядов не совпадает с частотой внешнего ВЧ поля. Это не меняет физической сути явления, но приводит к тому, что рассмотренная в этом разделе картина возникновения параметрической неустойчивости является более сложной.

7. Возмущения в редкой плазме ($\omega_0 \gg \omega_{Le}$). В этом разделе мы рассмотрим следствия, вытекающие из дисперсионного уравнения (4.8) в случае, когда частота поперечной волны накачки ω_0 много больше ленгмюровской частоты электронов и можно считать, что $\omega_0 \approx \approx k_0 c$. При этом, в отличие от предыдущего раздела, в уравнении (4.8) существен учет членов, связанных с возмущениями вихревых токов (см. п. 4), и оно принимает вид

$$\omega^2 = k^2 \left\{ s^2 - \frac{1}{2} \frac{\omega_{Li}^2}{c^2} k^2 \frac{v_E^2 - [(k v_E)^2/k_0^2]}{k^4 - 4(\mathbf{k} \mathbf{k}_0)^2 + 8\mathbf{k} \mathbf{k}_0(\omega k_0/c)} \right\}. \quad (7.1)$$

Чтобы проследить, как увеличение амплитуды волны накачки влияет на характер распадной неустойчивости, начнем анализ уравнения (7.1) со случая относительно слабых ВЧ полей, для которых выполнено условие (5.12) и которые мало меняют закон дисперсии звуковых волн. Будем

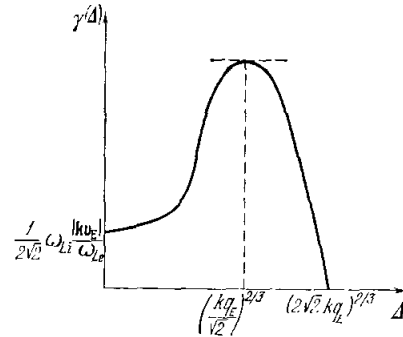


Рис. 3. Зависимость инкремента от частоты ВЧ поля (от $\Delta = (\omega_0 - \omega_{Le})/\omega_{Le}$) при параметрической неустойчивости.

считать, что

$$\omega = ks(1 + \delta).$$

Для определения δ из уравнения (7.1) получим

$$\delta(2 + \delta) \left[1 + \delta + \frac{k^4 - 4(kk_0)^2}{8kk_0(kk_0s/c)} \right] + \frac{\omega_{Li}^2}{2c^2} k^4 \frac{v_E^2 - [(kv_E)^2/k_0^2]}{8kk_0(k_0/c)(ks)^3} = 0. \quad (7.2)$$

В теории распадных неустойчивостей длины нарастающих волн определяются из условия совместного удовлетворения дисперсионных соотношений для всех волн, участвующих в распадном процессе (см. п. 4). При этом в определенном выделенном направлении может быть только одна пара нарастающих волн. Эти результаты можно получить и из уравнения (7.2), если положить, что $|\delta| \ll 1$ и выполнено условие (5.5) для распада поперечной волны накачки на звуковую и поперечную волны, которое эквивалентно обращению в нуль выражения $1 + [(k^4 - 4(kk_0)^2)/8kk_0(sk_0/c)]$.

Однако при решении уравнения (7.2) можно заранее и не предопределять длины неустойчивых волн, а найти их из условия $\text{Im } \delta > 0$. Если это проделать, учитывая, что $|\delta| \ll 1$, то получим следующее ограничение на длины неустойчивых волн:

$$2 \left[\cos \varphi - \frac{s}{c} - \frac{1}{2\sqrt{2}} \frac{v_E}{s} \frac{\omega_{Li}}{\omega_0} \left(\frac{s}{c} \right)^{1/2} \left(\frac{1 - 4 \cos^2 \varphi \cos^2 \theta}{\cos^2 \varphi} \right)^{1/2} \right] < \frac{k}{k_0} < \\ < 2 \left[\cos \varphi - \frac{s}{c} + \frac{1}{2\sqrt{2}} \frac{v_E}{s} \frac{\omega_{Li}}{\omega_0} \left(\frac{s}{c} \right)^{1/2} \left(\frac{1 - 4 \cos^2 \varphi \cos^2 \theta}{\cos^2 \varphi} \right)^{1/2} \right] \quad (7.3)$$

где $\cos \varphi = kk_0/kk_0$, $\cos \theta = kv_E/kv_E$. При условии $\cos \varphi > s/c$ максимальную скорость нарастания имеют волны с волновым числом

$$k_{\max} = 2k_0 \left(\cos \varphi - \frac{s}{c} + \frac{1}{64} \frac{\omega_{Li}^2 v_E^2}{\omega_0^2 s^2} \frac{1 - 4 \cos^2 \varphi \cos^2 \theta}{\cos \varphi} \right). \quad (7.4)$$

Таким образом, с увеличением амплитуды волны накачки распадная неустойчивость видоизменяется. Расширяется область неустойчивых длин волн, а длина волны, для которой инкремент максимален, уменьшается (ср. с п. 6).

Остановимся теперь на решениях уравнения (7.1), существенно отличных от звукового закона дисперсии. Рассмотрим последовательно две области волновых чисел, ограничиваясь для простоты случаем $\cos \varphi = 0$, т. е. $\mathbf{k} \parallel \mathbf{k}_0$ (более общий случай рассмотрен в работе¹⁶⁹). Начнем с нерезонансных волн, для которых выполнено условие

$$|k^2 - 4k_0^2| > 8|\omega| k_0^2 / ck. \quad (7.5)$$

Решение уравнения (7.1) очевидно:

$$\omega^2 = k^2 \{ s^2 - [(\omega_{Li}^2 / 2c^2) v_E^2 / (k^2 - 4k_0^2)] \}. \quad (7.6)$$

Эта формула была впервые получена в работе⁹⁴ и обсуждалась в работах^{99, 104}. Из нее сразу следует, что при

$$(k^2 - 4k_0^2) \leq (\omega_{Li}^2 / 2c^2) v_E^2 / s^2 \quad (7.7)$$

имеет место апериодическая неустойчивость. При этом из условия совместного выполнения неравенств (7.5) и (7.7) при учете (7.6) следует, что эта неустойчивость возникает при выполнении неравенства, противоположного (5.12). Инкремент возрастает по мере приближения k^2 к $4k_0^2$. Однако, начиная с некоторого значения волнового числа, нарушается условие (7.5). Поэтому перейдем к решению уравнения (7.1) в другом предельном случае, когда выполнено неравенство, обратное (7.5) (резонансный случай).

Дисперсионное уравнение имеет вид

$$\omega^3 - \omega k^2 s^2 + (1/4) \omega_{Li}^2 k v_E^2 / c = 0. \quad (7.8)$$

Для того чтобы это кубическое уравнение имело комплексные корни, нужно, чтобы было выполнено соотношение

$$\omega_{Li}^2 v_E^2 / c > (32/3) k_0^2 s^3. \quad (7.9)$$

При этом один из корней будет описывать неустойчивые возмущения. Поэтому неравенство (7.9) при заданной частоте волны накачки (а следовательно, и k_0) определяет то поле, начиная с которого возникает неустойчивость. Этот критерий численным множителем отличается от приближенного выражения, полученного в работе ⁹⁹. Инкремент в резонансе ($k = 2k_c$), согласно (7.8), равен

$$\gamma = (V\bar{3}/2) [(1/2) \omega_{Li}^2 (v_E^2/c) k_0]^{1/3}. \quad (7.10)$$

Это выражение было получено в работе ⁹⁹, а затем другими методами в работах ^{102, 103}.

В заключение остановимся на физической причине возникновения рассмотренной неустойчивости. Электромагнитная волна, рассеянная на возмущениях плотности плазмы, имеющих пространственную периодичность λ такую, что $2\lambda = \lambda_0$ (λ_0 — длина волны накачки), совместно с волной накачки образует структуру поля типа стоячей волны. При этом пучности поля приходятся на минимумы плотности и сила ВЧ давления стремится увеличить начальные возмущения. Если эта сила мала по сравнению с силой теплового давления плазмы, то она практически не меняет частоты колебаний, но может оказаться достаточной, чтобы увеличить амплитуду начальных возмущений концентрации.

Этот случай соответствует приближению слабой связи, или так называемой распадной неустойчивости. Если же поле волны накачки больше некоторого значения, определяемого, например, формулой (7.9), то силы ВЧ давления больше сил теплового давления. В этом случае теряет смысл представление об ионно-звуковых волнах с обычным законом дисперсии и возникает аperiодическая неустойчивость с инкрементом (7.10).

Выражение для инкремента (7.10) по порядку величины легко получить из простых физических рассуждений, если учесть, что при $k = 2k_0$ волны, рассеянные в области пространства длиной порядка c/ω , складываются когерентно и в формуле (4.14) сила f_H должна быть увеличена в kc/ω раз. Тогда из формулы (4.10) следует, с точностью до постоянной порядка единицы, выражение (7.10).

IV. РАВНОВЕСИЕ ПЛАЗМЫ В ВЫСОКОЧАСТОТНОМ ПОЛЕ

Интерес к изучению равновесия плазмы в ВЧ поле первоначально возник в связи с проблемой удержания плазмы в установках для термоядерных исследований. Первые работы по этому вопросу появились около десяти лет назад ¹⁷⁰⁻¹⁷⁹ (см. обзор ²⁸). Среди них следует особо выделить работу ¹⁷¹, в которой дано наиболее полное и последовательное решение одномерной задачи о равновесии плазмы в поле плоской стоячей волны (см. п. 8). Из более поздних работ этого направления укажем на работы ^{180, 181}, в которых обсуждается удержание плазмы в комбинации постоянного магнитного поля и ВЧ полей.

В последние годы вопрос о равновесии плазмы в ВЧ поле стал привлекать внимание и по другой причине, которая состоит в том, что в плазме, как и в других нелинейных средах, возможно образование стационарных самоподдерживающихся каналов излучений ¹⁸². Многие полученные

ранее результаты, и прежде всего результаты работы ¹⁷¹, оказались применимы и для описания этого явления. Обширный материал, касающийся самоканализации излучения не только в плазме, но и в других средах, содержится в ряде обзоров ¹⁸³. Причем при достижимых в настоящее время напряженностях ВЧ полей плазма, в отличие от других сред, может оказаться сильно нелинейной средой, и поэтому эффекты в ней должны проявляться наиболее отчетливо ^{184, 185} и представлять особый интерес ¹⁸⁶.

Также к исследованию равновесного состояния плазмы и ВЧ поля сводится задача о нелинейном проникновении в плазму электромагнитной волны. Для случая нормального падения волны на границу произвольного проводника эта задача рассмотрена в работе ¹⁸⁷ (см. также ¹⁸⁸). Там, в частности, показано, что перераспределение плотности плазмы, которое возникает под действием ВЧ давления *), не только меняет характер проникновения и отражения волны, но и приводит к уменьшению критической частоты, выше которой плазма прозрачна (см. п. 9). Обобщение результатов работы ¹⁸⁷ на случай наклонного падения содержится в работах ^{190, 191}. В ряде работ обсуждался вопрос о распространении интенсивных электромагнитных волн вдоль ^{192, 193} и поперек ^{194, 195} плазменного слоя.

Следует указать также на ряд интересных работ, в которых обсуждалась нелинейная теория плазменного резонанса ^{44, 196}. Сильное возрастание поля в области резонанса приводит к перераспределению плазмы вблизи него, что в свою очередь ведет к изменению поля. Такая задача рассмотрена в работе ¹⁹⁷ (см. также ¹⁹⁸⁻²⁰¹).

Имеется еще один круг задач, рассматривавшихся в последнее время, решение которых сводится к уравнению равновесия плазмы в ВЧ поле. Речь идет о стационарных (установившихся) нелинейных волнах и, в частности, об уединенных волнах (солитонах). Применительно к случаю волн достаточно коротких и распространяющихся вдоль направления ВЧ поля задача об определении формы установившихся волн решалась в работе ²⁰². Наоборот, случай стационарных волн, распространяющихся поперек ВЧ поля, подробно разобран в работах ^{194, 203-205}, и мы на нем остановимся в п. 10.

Чтобы говорить о практической реализуемости равновесия плазмы и ВЧ поля, следует выяснить вопрос об устойчивости этого равновесия. При этом многие выводы, полученные для однородной плазмы, видимо, сохраняют свою силу (см. гл. II). Однако возникнет и ряд отличий, связанных с неоднородностью плазмы и ВЧ поля. Для некоторых равновесных конфигураций вопросы устойчивости обсуждались в работах ²⁰⁷⁻²¹⁰; в работах ²¹¹ рассмотрены установившиеся многомерные решения уравнений равновесия, которые возникают из неустойчивых одномерных решений.

8. Равновесие плазмы в поле стоячей волны. В состоянии равновесия уравнения гидродинамики плазмы в ВЧ поле (1.21), (1.24) и (1.25) существенно упрощаются. Скорость движения плазмы как целого равна нулю, концентрация частиц и амплитуда ВЧ поля не зависят от времени. Поэтому уравнение (1.21) удовлетворяется, а из уравнения (1.24) следует, что между плотностью плазмы и амплитудой ВЧ поля имеется простое соотношение:

$$N = C_0 \exp(-ze^2 E_0^2 / 4Tm\omega_0^2), \quad (8.1)$$

где постоянная C_0 выражается через концентрацию плазмы в той точке, где напряженность ВЧ поля известна.

*) Вопрос об изменении плотности плазмы под воздействием давления собственной поверхностной волны рассматривался в работе ¹⁸⁹.

Используя соотношение (8.1), запишем уравнение (1.25) в виде

$$(c^2/\omega_0^2) \operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{E}_0 - \mathbf{E}_0 + (4\pi e^2/m\omega_0^2) C_0 \mathbf{E}_0 \exp(-ze^2 E_0^2/4Tm\omega_0^2) = 0. \quad (8.2)$$

Это уравнение является основным при исследовании равновесных состояний плазмы в ВЧ поле.

В этом разделе, следуя в основном работе ¹⁷¹, мы рассмотрим возможные равновесные конфигурации плазмы в поле поперечной плоской стоячей волны

$$\mathbf{E}_0 = (0, E_0(x), 0).$$

В этом случае, используя следующие безразмерные переменные:

$$E = E_0 e z^{1/2}/\omega_0 (2Tm)^{1/2}, \quad \eta = x\omega_0/c, \quad C = C_0/N_c, \quad N_c = m\omega_0^2/4\pi e^2,$$

из уравнения (8.2) получаем первый интеграл, который соответствует постоянству полного давления в каждой точке *):

$$(dE/d\eta)^2 + E^2 + 2Ce^{-E^2/2} = 2C_1, \quad (8.3)$$

где C_1 — характеризующая это давление константа. Разрешая уравнение (8.3) относительно $dE/d\eta$, получим в неявном виде зависимость амплитуды ВЧ поля от координаты:

$$\eta - \eta_0 = \pm (1/2) \int_{E^2}^{E^2, 2} \tau^{-1/2} (C_1 - \tau - Ce^{-\tau})^{-1/2} d\tau. \quad (8.4)$$

Характер возможных решений уравнения (8.3) просто понять, если воспользоваться формальной механической аналогией, предложенной в работе ¹⁷⁸ (см. также ²⁸). Рассмотрим напряженность поля E как координату частицы, а координату η — как время. Тогда соотношение (8.3) можно отождествить с законом сохранения энергии частицы, которая движется в потенциальной яме:

$$U(E) = E^2 + 2Ce^{-E^2/2}. \quad (8.5)$$

В зависимости от константы C потенциал может иметь различный характер. Действительно, взяв производную dU/dE и приравняв ее нулю, мы получим, что при $C > 1$ (это означает, что имеется точка, в которой концентрация плазмы больше критической N_c) потенциал максимален при $E = 0$ и имеет минимум при $E = \pm (2 \ln C)^{1/2}$ (рис. 4). Если же $C < 1$ и концентрация плазмы везде меньше критической, то на потенциальной кривой имеется единственный минимум при $E = 0$. Рассмотрим последовательно оба эти случая.

На рис. 4, изображающем потенциал (8.5) при $C > 1$, проведены три горизонтальные прямые, соответствующие трем различным значениям константы C_1 , характеризующей полную энергию частицы (суммарное давление ВЧ поля и плазмы). Точки пересечения этих прямых с потенциальной кривой определяют те значения координаты частицы, в которых

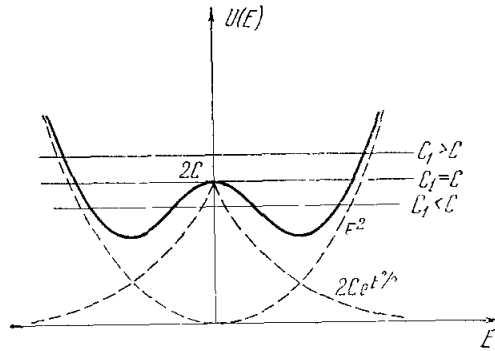


Рис. 4. Потенциал (8.5) для плотной плазмы.

*) В случае волны, бегущей вдоль оси Oz , уравнение для поля отличается от (8.3) тем, что перед вторым слагаемым слева стоит постоянный множитель 1 — $(c^2 k_{0z}^2/\omega_0^2)$, где k_{0z} — проекция волнового вектора на ось Oz .

ее скорость равна нулю. В зависимости от соотношения между C и C_1 возможны три различных варианта движения частицы, иными словами, три различные конфигурации ВЧ поля.

1) Если плотность плазмы, характеризуемая постоянной C , достаточно мала, так что $C < C_1$, то, как это видно из рис. 4, имеются всего две точки, где скорость частицы равна нулю, и, кроме того, частица проходит через начало координат. Это означает, что частица осциллирует в потенциальной яме и поле является периодической функцией координаты. Аналитические выражения для поля легко получить в двух пределах *). Если $E < 1$, то из формулы (8.4) следует

$$E = \pm [2(C_1 - C)]^{1/2} (\eta - \eta_0).$$

Если же максимальному (или минимальному) значению поля E_m , которое определяется соотношением

$$2C_1 = U(E_m) = E_m^2 + 2Ce^{-E_m^2/2},$$

соответствует координата η_m , то, разлагая входящие в формулу (8.4) величины вблизи этой точки, также получим закон изменения поля:

$$E = E_m \{1 - (1/2)(\eta - \eta_m)^2 \times (1 - Ce^{-E_m^2/2})\}.$$

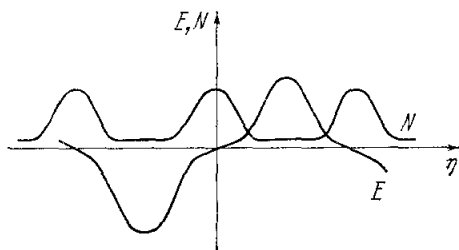


Рис. 5. Изменение поля и концентрации с координатой при $C_1 > C$.

На основании имеющихся данных можно построить качественную картину изменения поля и концентрации (рис. 5).

2) Пусть $C = C_1$. На рис. 4 этому случаю соответствует прямая, проходящая через максимум потенциала. Частица, движущаяся с такой энергией, будет бесконечно долго приближаться к точке $E = 0$. Это означает, что поле обратится в нуль на бесконечности. Для того чтобы найти закон, по которому поле изменяется при $\eta \rightarrow \pm \infty$, рассмотрим формулу (8.4). Полагая в ней $\tau \ll 1$, получим

$$|E| \sim \begin{cases} \exp[-(C-1)^{1/2}\eta] & \text{при } \eta \rightarrow +\infty, \\ \exp[(C-1)^{1/2}\eta] & \text{при } \eta \rightarrow -\infty. \end{cases} \quad (8.6)$$

Пусть максимальное значение E_m поле принимает при $\eta = 0$. Тогда между значением E_m и плотностью плазмы на бесконечности N_∞ можно установить простое соотношение. Поскольку при $\eta \rightarrow \pm \infty$, согласно (8.6), $E \rightarrow 0$, из формул (8.1) и (8.3) следует, что постоянная C связана с плотностью на бесконечности простым соотношением $C = C_1 = N_\infty/N_c$, и согласно выражению (8.3) можно записать

$$E_m^2 = 2(N_\infty/N_c)(1 - e^{-E_m^2/2}).$$

Обозначим плотность плазмы при $\eta = 0$ через N_m и учтем, что $N_m = N_\infty \exp(-E_m^2/2)$. Отсюда получаем связь плотности плазмы на бесконечности и в максимуме поля:

$$N_m/N_\infty = \exp[(N_m - N_\infty)/N_c].$$

*) Если давление ВЧ поля много меньше теплового давления плазмы, то входящую в формулу (8.4) экспоненту можно разложить и найти связь координаты и поля в явном виде (см. работы ^{187,201}, а также п. 10).

Если $N_\infty/N_c \gg 1$ и на бесконечности плотность плазмы много больше, чем критическая (плазма непрозрачна для ВЧ поля), то $(N_m/N_\infty) \ll 1$ и

$$E_m^2/2 \approx N_\infty/N_c \quad (zE_{0m}^2/16\pi TN_\infty \approx 1).$$

Отсюда следует, что с экспоненциальной точностью давление поля в максимуме совпадает с давлением частиц на бесконечности.

Графики, качественно характеризующие зависимость поля и плотности плазмы от координат, приведены на рис. 6.

Недавно в работе²⁰⁶ был рассмотрен случай, когда минимум плотности плазмы уравнивается не полем одной монохроматической волны, а набором коротких волн с различными частотами.

3) Рассмотрим теперь случай $C > C_1$. Энергии частицы в этом случае недостаточно, чтобы пройти точку $E = 0$. Это означает, что амплитуда

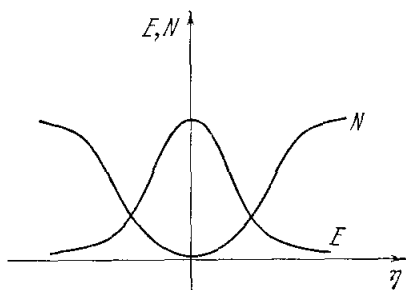


Рис. 6. Изменение поля и концентрации с координатой при $C_1 = C$.

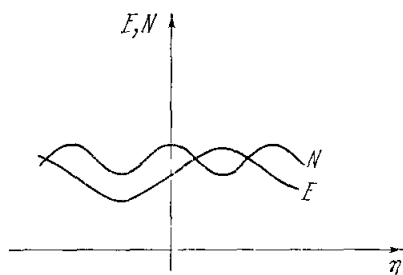


Рис. 7. Изменение поля и концентрации с координатой при $C_1 < C_1$.

поля нигде не может обратиться в нуль, а изменяется от $E_{\min}$ до $E_{\max}$ (рис. 7). Из требования $(dE/d\eta)^2 > 0$ следует, согласно (8.3), что на возможные значения C_1 имеется ограничение

$$2C_1 \geq U_{\min} = 2(\ln C + 1).$$

При минимальном значении C_1 , равном $\ln C + 1$, в нашей механической аналогии частица покоится в минимуме потенциальной энергии. Это соответствует тому, что амплитуда поля и концентрация плазмы не зависят от координат. Если концентрация равна N , то поле, очевидно, равно $E = [2 \ln(4\pi e^2 N / m\omega_0^2)]^{1/2}$.

Остановимся коротко на случае $C < 1$ (разреженная плазма). Как уже отмечалось, потенциал $U(E)$ в этом случае имеет единственный минимум при $E = 0$ и стремится к бесконечности при $\eta \rightarrow \pm \infty$, как E^2 . Ясно, что для всех допустимых значений возможны только периодические изменения амплитуды ВЧ поля, причем всегда имеются точки, где поле равно нулю. Фактически в случае прозрачной плазмы поле по структуре близко к полю в вакууме.

9. Проникновение и отражение сильной электромагнитной волны. Линейная теория отражения и преломления электромагнитных волн на границе плазмы пригодна в тех случаях, когда давление электромагнитного поля мало по сравнению с тепловым давлением. Если же это условие нарушается и давление поля становится сравнимым с тепловым давлением, то уже нельзя пренебрегать теми изменениями характеристик среды, которые создает падающая волна. Иными словами, задача об отражении и преломлении волн в этом случае становится нелинейной.

Применительно к проводникам (плазме и металлам) стационарная нелинейная теория отражения и проникновения волн была построена в работе ¹⁸⁷, где наряду со случаем, когда полностью пренебрегается столкновениями частиц, рассмотрен случай достаточно редких столкновений. В этом разделе, следуя в основном указанной работе ¹⁸⁷, мы рассмотрим одномерную задачу об отражении и проникновении электромагнитной волны в плазму, оставаясь в рамках изучаемой нами модели и полностью пренебрегая столкновениями частиц.

Пусть плазма занимает полупространство $x > 0$ и на ее границу $x = 0$ падает нормально к поверхности линейно поляризованная электромагнитная волна. В плазме поле волны представим в виде

$$E_{in} = (0, E_0(x) \cos[\omega_0 t + \varphi(x)], 0). \quad (9.1)$$

Для поля вне плазмы, являющегося суммой падающей и отраженной волн, используем выражение

$$E_{out} = (0, E_n [\sin(k_0 x - \omega_0 t) + R \sin(k_0 x + \omega_0 t + \psi)], 0), \quad (9.2)$$

где E_n — амплитуда падающей волны, R — коэффициент отражения, ψ — начальная фаза отраженной волны.

Из условия непрерывности электрического и магнитного полей на границе плазмы ⁴¹ получаем

$$R = 1 - (M^2/k_0^2 E_n^2), \quad (9.3)$$

$$E_0(0) = E_n (1 + R^2 + 2R \cos \psi)^{1/2}, \quad (9.4)$$

$$\operatorname{ctg} \varphi(0) = -R \sin \psi / (1 + R \cos \psi), \quad (9.5)$$

$$\sin \psi = -E_0(0) E'_0(0) / 2k_0 E_n^2 R, \quad (9.6)$$

где $M = -E'_0(0) \varphi'(0)$ и штрихом обозначена производная по координате.

В уравнение (8.2), определяющее поле в плазме, подставим выражение (9.1) и приравняем слагаемые с синусами и косинусами. В результате получим два уравнения, которые с помощью обозначений п. 8 запишем в виде

$$-E^2(\eta) \varphi'(\eta) = M, \quad (9.7)$$

$$d^2 E / d\eta^2 - E (d\varphi / d\eta)^2 + E - CE \exp(-E^2/2) = 0. \quad (9.8)$$

Нас будет интересовать такой случай, когда поле в плазму не проникает и при $\eta \rightarrow +\infty$ $E \rightarrow 0$ и $E' \rightarrow 0$. При этом, согласно формулам (9.7) и (9.3), $M = 0$ и $R = 1$, т. е. волна полностью отражается от плазмы. Используя это условие, запишем первый интеграл уравнения (9.8) в виде

$$(dE/d\eta)^2 + E^2 + 2C(e^{-E^2/2} - 1) = 0, \quad (9.9)$$

где постоянная C связана с плотностью плазмы при $\eta = \infty$ соотношением $C = 4\pi e^2 N_\infty / m \omega_0^2$. Выражение (9.9) соответствует рассмотренному нами в п. 8 второму случаю при $C > 1$, когда $C = C_1$. Однако в отличие от решения, исследованного в п. 8, где поле убывало как при $\eta \rightarrow +\infty$, так и при $\eta \rightarrow -\infty$, в данном случае решение при $\eta = 0$ должно удовлетворять определенным граничным условиям, что возможно отнюдь не при всех параметрах падающей на плазму волны.

При $R = 1$ из граничных условий (9.4) и (9.6) следует

$$E_0(0) = 2E_n \cos(\psi/2), \quad E'_0(0) = -2k_0 E_n \sin(\psi/2), \quad (9.10)$$

и из формулы (9.9) для фазы рассеянной волны получаем

$$\cos^2(\psi/2) = -(N_c/N_\infty) \beta \ln[1 - (1/\beta)], \quad (9.11)$$

где N_c — критическая плотность, $\beta = 4\pi TN_\infty / zE_0^2$ — отношение теплового давления частиц при $\eta = \infty$ к давлению поля в падающей волне. Из формулы (9.11) видно, что $\cos^2(\psi/2) > 0$ только при условии $\beta \geq 1$ и для того, чтобы было стационарное распределение поля в плазме, нужно, чтобы давление падающей волны было меньше теплового давления плазмы. Помимо этого, из формулы (9.11) вытекает, что критическая частота ω_c , ниже которой возможно убывание поля в плазме при $\eta \rightarrow +\infty$, равна

$$\omega_c^2 = (4\pi e^2 N_\infty / m\beta) \{ -\ln [1 - (1/\beta)] \}^{-1}.$$

На рис. 8 приведен график зависимости критической частоты от величины β . Из него следует, что с ростом амплитуды падающей волны



Рис. 8. Зависимость критической частоты от отношения теплового давления частиц к давлению поля падающей волны β .

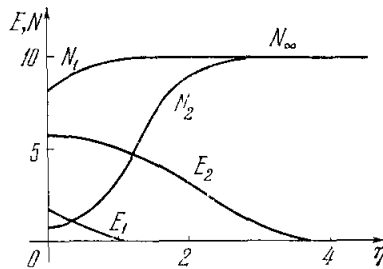


Рис. 9. Изменение концентрации плазмы N и амплитуды ВЧ поля E при изменении координаты η для различных амплитуд падающей волны ($E_{п,2} > E_{п,1}$).

(т. е. с уменьшением β) область непрозрачности плазмы смещается в сторону меньших частот.

Чтобы получить зависимость поля в плазме от координаты, воспользуемся формулой (8.4), в которой учтем, что $C = C_1$, и сделаем замену $\tau = u^2/2$:

$$\eta = \int_E^{E(0)} [2C(1 - e^{u^2/2}) - u^2]^{-1/2} du. \quad (9.12)$$

Верхний предел в формуле (9.12) $E(0)$ соответствует полю на границе плазмы, и он легко может быть выражен через амплитуду падающей волны с помощью формул (9.10) и (9.11). На рис. 9 приведены графики, построенные с помощью формулы (9.12), которые иллюстрируют изменение поля в плазме и концентрации частиц с координатой для различных значений константы β , характеризующей амплитуду падающей волны, и при постоянной концентрации невозмущенной плазмы на бесконечности.

10. Нелинейные стационарные волны. В гл. III мы рассмотрели некоторые вопросы линейной теории связанных возмущений плотности и ВЧ поля (электрозвуковых волн). В этом разделе мы коротко остановимся на результатах нелинейной теории электрозвуковых стационарных волн, т. е. волн, которые распространяются в плазме с постоянной скоростью без изменения своей формы.

Рассмотрим для простоты одномерную задачу и положим, что в уравнениях (1.21)–(1.23) все величины зависят от координат и времени

следующим образом:

$$N(x, t) = N(x - ut), \quad V(x, t) = V(x - ut), \quad v(x, t) = v_0(x - ut) \cos[\omega_0 t - \varphi(x - ut)]. \quad (10.1)$$

Подставляя выражения (10.1) в уравнения (1.21) — (1.23), получим

$$NW = C_1, \quad (10.2)$$

$$(W^2/2) + (zm/4m_i) v_0^2 + s^2 \ln N = C_2, \quad (10.3)$$

$$d\varphi/d\xi = (C_3 + u\omega_0 v_0^2)/v_0^3 (c^2 + u^2), \quad (10.4)$$

$$\frac{d^2 v_0}{d\xi^2} + \frac{\omega_0^2 c^2}{(c^2 + u^2)^2} v_0 + \frac{1}{v_0^3} \frac{C_3^2}{(c^2 + u^2)^2} - \frac{4\pi e^2}{m(c^2 + u^2)} N v_0 = 0, \quad (10.5)$$

где $\xi = x - ut$, $W = V - u$; C_1 , C_2 , C_3 — постоянные величины, $s^2 = T/m_i$.

Таким образом, задача об исследовании структуры стационарных электрозвуковых волн сводится к решению уравнения (10.5), в котором концентрация выражается через амплитуду ВЧ осцилляций электронов с помощью следующего из (10.2) и (10.3) соотношения

$$(C_1^2/2N^2) + (zm/4m_i) v_0^2 + s^2 \ln N = C_2. \quad (10.6)$$

В работе²⁰⁵ проведен качественный анализ возможных типов решений уравнений (10.5) и (10.6). Мы ограничимся одним примером, когда удастся получить аналитические выражения для N и v_0 . Следуя работе¹⁰⁴, рассмотрим малые возмущения концентрации плазмы $N = N_0 + \delta N$. Из соотношения (10.6) имеем

$$N = N_0 \left[1 + \frac{C_2 - (zm/4m_i) v_0^2}{s^2 - (C_1^2/N_0^2)} \right], \quad (10.7)$$

и первый интеграл уравнения (10.5) примет вид ($\omega_{Le}^2 = 4\pi e^2 N_0/m$)

$$\left(\frac{dv_0}{d\xi} \right)^2 + v_0^2 \frac{\omega_0^2}{c^2 + u^2} \left[\frac{c^2}{c^2 + u^2} - \frac{\omega_{Le}^2}{\omega_0^2} \left(1 - \frac{C_2}{s^2 - (C_1^2/N_0^2)} \right) \right] + \frac{1}{2} \frac{\omega_{Le}^2}{c^2 + u^2} \frac{zm}{4m_i} \frac{v_0^4}{s^2 - (C_1^2/N_0^2)} - \frac{C_3^2}{v_0^2 (c^2 + u^2)^2} = C_4. \quad (10.8)$$

Среди возможных типов решений уравнения (10.8) особый интерес представляют рассмотренные в работах^{104, 203-205, 209} решения, имеющие вид уединенных волн. Для этих решений ВЧ электрическое и магнитное поля, а также δN и V на бесконечности равны нулю (при $\xi \rightarrow \pm \infty$ δN , v_0 , V , $dv_0/d\xi \rightarrow 0$), а фаза волны постоянна. Эти условия позволяют заключить, что входящие в уравнение (10.8) постоянные C_2 , C_3 , C_4 равны нулю, а $C_1 = -N_0 u$. В результате имеем

$$\left(\frac{dv_0}{d\xi} \right)^2 + v_0^2 \frac{\omega_0^2}{c^2} \left(1 - \frac{\omega_{Le}^2}{\omega_0^2} \right) + \frac{1}{2} \frac{\omega_{Le}^2}{c^2} \frac{zm}{4m_i} \frac{s^2}{s^2 - u^2} v_0^4 = 0. \quad (10.9)$$

При этом мы учли, что $u \ll c$, и приняли условие $|1 - (\omega_{Le}^2/\omega_0^2)| > u^2/c^2$.

Решение уравнения (10.9), удовлетворяющее условию ограниченности в пространстве, возможно лишь для непрозрачной плазмы, в которой $\epsilon(\omega_0) = 1 - (\omega_{Le}^2/\omega_0^2) < 0$. Это решение имеет вид

$$v_0 = A \operatorname{sech} \{ [(\omega_{Le}^2 - \omega_0^2)^{1/2}/c] (x - ut) \}, \quad (10.10)$$

где максимальная амплитуда осцилляций электронов A связана со скоростью распространения солитонов u соотношением

$$u = s [1 - (\omega_{Le}^2/2\omega_0^2) \epsilon(\omega_0)] (zm/4T) A^2]^{1/2}. \quad (10.11)$$

При этом, согласно формуле (10.7), эта волна является волной разрежения и плотность изменяется по закону

$$N = N_0 \left\{ 1 - 2 \frac{\omega_{Le}^2 - \omega_0^2}{\omega_0^2} \operatorname{sech}^2 \left[\frac{(\omega_{Le}^2 - \omega_0^2)^{1/2}}{c} (x - ut) \right] \right\}. \quad (10.12)$$

Если учесть, что амплитуда осцилляций электронов связана с амплитудой ВЧ поля соотношением $A = eE_0/m\omega_0$, то выражения (10.10) — (10.12) переходят в результаты работы ²¹² (см. также ⁵). Эволюция солитонов со временем и граничные условия, определяющие их образование при падении на плазму электромагнитной волны, рассмотрены в работах ²¹², ²⁰⁴. В работе ²⁰³ учтено влияние слабых диссипативных эффектов на развитие солитонов. Вопрос об устойчивости солитонов обсуждается в работе ²⁰⁹.

V. ДВИЖЕНИЕ ПЛАЗМЫ В ВЫСОКОЧАСТОТНОМ ПОЛЕ

Изучение движения плазмы в сильных ВЧ полях началось более десяти лет назад и было стимулировано работами по радиационному методу ускорения плазмы ²¹³. В первых работах ^{214–217} (подробнее см. ²¹⁸, ²¹⁹) плазма рассматривалась как образование заданной и неизменной конфигурации (шар, эллипсоид, тор и т. д.) и изучались силы, действующие на это образование в различных ВЧ полях (см. также ²²⁰). Разумеется, полученные на основании такой упрощенной модели заключения о движении плазмы носили качественный характер.

Возможные деформации плазменных образований обсуждались в работах ³⁸, ³⁹, в которых при заданном распределении плотности прозрачной плазмы было найдено распределение сил ВЧ давления. На основании этих данных делались выводы о возможном изменении конфигурации плазмы. При этом, однако, изменение сил ВЧ давления не учитывалось.

Более реалистичную модель ускорения слоя непрозрачной плазмы использовали авторы работы ²²¹ (см. также ²²²). В их модели ВЧ поле играло роль поршня и учитывалось внутреннее движение частиц плазмы, отражающихся от этого поршня. Однако и в этих работах самосогласованная задача о движении плазмы не решалась.

Ряд простейших случаев, когда удастся решить нелинейные уравнения, описывающие совместное изменение плотности плазмы и ВЧ полей в ней, был рассмотрен в работах ⁴⁰, ⁴⁴, и мы остановимся на них более подробно.

В пп. 11, 12 в квазистатическом приближении рассмотрены два варианта движения слоя прозрачной плазмы в поле бегущей электромагнитной волны достаточно большой амплитуды. Показано, что в одних условиях происходит растекание плазмы, а в других — ускорение и сжатие. В п. 13 решена автомодельная задача о растекании границы плазмы, на которую падает электромагнитная волна с длиной много меньше характерной толщины границы.

11. Р а с т е к а н и е с л о я п л а з м ы. В этом разделе мы рассмотрим растекание тонкого слоя прозрачной плазмы под действием сил ВЧ давления ⁴⁰. Будем считать, что плотность плазмы зависит лишь от координаты x и от времени, а волна распространяется вдоль оси Oy , причем вектор напряженности электрического поля направлен вдоль оси Ox . При такой геометрии в формуле (2.5) следует положить $k_{0x} = 0$, $\sin \varphi = 0$, $\cos \varphi = 1$. Тогда при условии, что длина волны c/ω_0 велика по сравнению с поперечным размером слоя, из уравнения (2.6) получим соответствующее выражение для f_E и, пренебрегая тепловым

давлением, запишем уравнения (1.21), (1.24) в виде

$$\partial V / \partial t + V \partial V / \partial x = -\gamma \partial N / \partial x, \quad (11.1)$$

$$\partial N / \partial t + \partial NV / \partial x = 0, \quad (11.2)$$

где $\gamma = (4\pi e^2 z / 2m_i) v_E^2 / \omega_0^2$, $v_E = eE_0 / m\omega_0$.

Решение уравнений (11.1) и (11.2) при начальном условии

$$V(0, x) = 0, \quad N(0, x) = N^{(0)} \operatorname{ch}^{-2}(x/a) \quad (11.3)$$

имеет вид ²²³ (другие типы решений этой системы рассмотрены в работе ²²⁴)

$$V = (2\gamma t/a) N \operatorname{th}[(x - Vt)/a], \quad (11.4)$$

$$N = [N^{(0)} - (\gamma t^2/a^2) N^2] \operatorname{ch}^{-2}[(x - Vt)/a], \quad (11.5)$$

где $N^{(0)}$ — начальная плотность плазмы при $x = 0$, a — величина, характеризующая начальную ширину плазменного слоя.

На рис. 10 приведен график, построенный с помощью формул (11.4) и (11.5), показывающий изменение безразмерной плотности $v = N/N^{(0)}$

в зависимости от координаты $\xi = x/a$ для различных значений времени $\tau = (1/2\sqrt{z})(v_E/a\omega_0)t\omega_{Li}$, где $\omega_{Li}^2 = 4\pi z e^2 N^{(0)} / m_i$. Из рисунка видно, что со временем слой плазмы расплывается. При этом максимальная плотность сохраняется в центре слоя и равна

$$v_{\max} = v(0, \tau) = (1/2\tau) [(1 + 4\tau^2)^{1/2} - 1]. \quad (11.6)$$

Существенно, что в некоторый момент времени τ_0 , который можно найти из формул (11.4) и (11.5):

$$\tau_0 \approx 1,6 \quad (t \approx 3,2\sqrt{z}(a\omega_0/v_E)/\omega_{Li}), \quad (11.7)$$

образуется разрыв плотности. При этом скорость течения плазмы в точке разрыва равна $0,95 (\omega_{Li}/\omega_0) v_E / \sqrt{2z}$. Следует иметь в виду, что в месте разрыва уравнение (11.1), так же как и (1.24), теряет смысл, поскольку рассматриваемая нами теория исходит из предположения, что характерное расстояние изменения плотности много больше амплитуды осцилляций электронов в ВЧ поле.

Применительно к рассматриваемой задаче пренебрежение силами теплового давления, согласно уравнению (1.24), оправдано, если выполнено условие

$$1 \gg (T/z\mathcal{E}_E)\omega_0^2/\omega_{Le}^2,$$

где $\mathcal{E}_E = mv_E^2/4$ — средняя энергия осцилляций электрона в ВЧ поле. $\omega_{Le}^2 = 4\pi e^2 N^{(0)}/m$.

12. Ускорение и сжатие слоя плазмы. В этом разделе мы рассмотрим движение прозрачного тонкого слоя плазмы, нормально к поверхности которого падает электромагнитная волна. Как и в предыдущем разделе, будем считать, что плотность зависит только от одной пространственной переменной x и от времени, но электромагнитная волна распространяется не вдоль слоя, а перпендикулярно слою

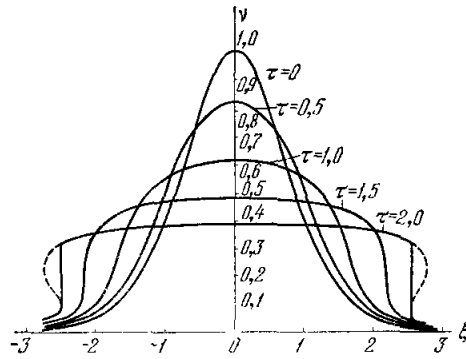


Рис. 10. Растекание слоя плазмы в ВЧ поле.

и вектор напряженности электрического поля направлен вдоль оси Oy . Соответствующая этому случаю сила ВЧ давления может быть легко получена из формулы (2.6). При этом в пренебрежении силами теплового давления уравнение движения (1.24) принимает вид ($L_1 = \infty$)

$$\partial V / \partial t + V \partial V / \partial x = -\beta_0 \int_{-\infty}^{\infty} N(x', t) \cos 2k_0(x - x') dx', \quad (12.1)$$

где $\beta_0 = (ze^2/2c^2) \cdot 4\pi e^2/m_i$.

Из уравнения (12.1) путем умножения на $N(x, t)$ и интегрирования по координатам легко получить уравнение движения центра тяжести слоя:

$$\begin{aligned} \frac{du}{dt} \equiv \frac{d}{dt} \left[\frac{\int_{-\infty}^{\infty} N(x, t) V(x, t) dx}{\int_{-\infty}^{\infty} N(x, t) dx} \right] &= \frac{ze^4 E_0^2}{m^2 m_i \omega_0^2 c^2 N_s} \times \\ &\times \left[\left(\int_{-\infty}^{\infty} N(x, t) \cos 2k_0 x dx \right)^2 + \left(\int_{-\infty}^{\infty} N(x, t) \sin 2k_0 x dx \right)^2 \right], \end{aligned} \quad (12.2)$$

где $N_s = \int_{-\infty}^{\infty} N(x, t) dx$ — проинтегрированное по толщине слоя число частиц, которое от времени не зависит. Из формулы (12.2) видно, что ускорение центра тяжести слоя зависит от распределения плотности по сечению. В частном случае длин волн $k_0^{-1} = c/\omega_0$, больших по сравнению с толщиной слоя, из (12.2) следует, что ускорение du/dt постоянно и от распределения плотности не зависит:

$$du/dt = N_s z \pi (e^2/mc^2)^2 (c^2 E_0^2/m_i \omega_0^2).$$

Происходящие при этом изменения конфигурации слоя можно проследить с помощью уравнений (1.21) и (12.1), которые принимают вид

$$\partial V / \partial t + V \partial V / \partial x = -\beta_0 \int_{-\infty}^{\infty} N(x', t) dx',$$

$$\partial N / \partial t + \partial NV / \partial x = 0.$$

Общие решения этой системы уравнений приведены в работе ⁴⁰ и для начальных условий (11.3) имеют вид

$$\xi = w\tau + \operatorname{arcth} [1 - (w/\tau)], \quad (12.3)$$

$$v = [\operatorname{ch}^2(\xi - w\tau) - \tau^2]^{-1}, \quad (12.4)$$

где использованы следующие безразмерные переменные:

$$\xi = x/a, \quad v = N/N^{(0)}, \quad \tau = (1/2\sqrt{z}) (v_E/c) t \omega_{Li}, \quad w = (c\sqrt{z}/v_E) V/a \omega_{Li}.$$

В соответствии с результатом (12.2) из формул (12.3) и (12.4) следует, что координата, в которой плотность максимальна, изменяется пропорционально квадрату времени $\xi = \tau^2$, а плотность в максимуме равна

$$v_{\max} = 1/(1 - \tau^2).$$

На рис. 11 приведен график функции $v(\xi, \tau)$, построенный на основании формул (12.3) и (12.4). Из него видно, что слой плазмы не только

ускоряется как целое, но и сжимается. Это связано с тем, что действующая на плазму сила больше с той стороны, откуда падает волна.

Полученные выше результаты справедливы лишь до тех пор, пока не нарушается использованное нами предположение о прозрачности

плазмы $v_{\max} \ll m\omega_0^2/4\pi e^2 N^{(0)}$. Помимо этого, условие пренебрежения тепловым давлением в данном случае приводит к неравенству

$$1 \lesssim (za^2\omega_0^2/c^2) (2\mathcal{E}_E/T) \omega_{Le}^2 \omega_0^2.$$

13. Волна разрежения. Рассмотрим растекание плазмы, нормально к границе которой падает плоская электромагнитная волна, в вакуум⁴⁴. Будем считать, что плотность плазмы зависит только от координаты x и мало изменяется на длине волны. Тогда уравнение (1.24), в котором сила ВЧ давления имеет вид (3.7)

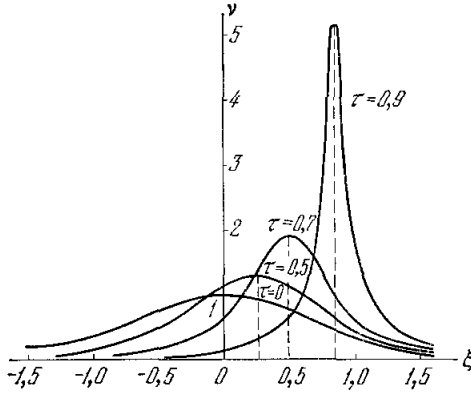


Рис. 11. Ускорение и сжатие слоя плазмы.

и пренебрегается силой теплового давления плазмы, а также уравнение непрерывности (1.21) имеют вид

$$\partial N/\partial t + \partial NV/\partial x = 0, \quad (13.1)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} = - \frac{zE_0^{(0)2}}{32\pi N_c^2 m_i} \frac{1}{[1 - (N/N_c)]^{3/2}} \frac{\partial N}{\partial x}. \quad (13.2)$$

Пусть величины N и V зависят только от одной автомодельной переменной $\xi = x/t$. Из уравнений (13.1) и (13.2) следует, что

$$V = \xi - s(N), \quad (13.3)$$

где

$$s^2(N) = (zE_0^{(0)2}/32\pi N_c^2 m_i) N/[1 - (N/N_c)]^{3/2}$$

Из формулы (13.3) с помощью уравнения (13.1) получим связь скорости плазмы с ее плотностью:

$$V = \int [s(N)/N] dN. \quad (13.4)$$

Далее, используя выражение, полученное из (13.4), можно найти из формулы (13.3) зависимости $N(\xi)$ и $V(\xi)$. Наиболее простые выражения возникают в пределе редкой плазмы, когда $(N/N_c) < 1$:

$$N/N_0 = (1/9) [(ξ/s_0) + 2]^2, \quad (13.5)$$

$$V = (2/3) (ξ - s_0), \quad (13.6)$$

где $s_0^2 = E_0^{(0)2} z N_0 / 32\pi N_c^2 m_i$ — скорость распространения малых возмущений (см. формулу (7.6) при $s^2 = 0$ и $k_0^2 \gg k^2$).

Скорость течения плазмы максимальна при $N \rightarrow 0$ и равна согласно (13.5) и (13.6)

$$V_{\max} = -2s_0 = -\sqrt{2} (\omega_{Le}/\omega_0) (eE_0^{(0)}/m\omega_0).$$

Более общий анализ задачи о волне разрежения при учете, в частности, постоянного магнитного поля содержится в работе⁴⁴.

VI. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В связи с успехами СВЧ и лазерной техники исследование свойств плазмы в сильных ВЧ полях стало в последнее время особенно актуальным не только с научной, но и с практической точки зрения. Естественно, что наиболее полное и последовательное описание плазмы в этих условиях можно рассчитывать получить только с помощью кинетической теории*) и рассмотренная в этом обзоре гидродинамическая теория является весьма грубой. Она не позволяет, например, рассмотреть диссипативные эффекты, которые возникают при кинетическом описании; тепловое движение частиц учитывается только через температуру, которая считается неизменной. Однако для многих явлений относительно простая гидродинамическая теория может дать вполне удовлетворительное описание. Это относится к рассмотренным в обзоре вопросам гидродинамической устойчивости плазмы и параметрической связи волн, к вопросам равновесия плазмы в ВЧ поле, отражению и проникновению волн, к вопросам динамики плазмы в ВЧ полях. Ряд рассмотренных задач является специфичным только для плазмы, где относительно легко создаются ВЧ поля, давление которых больше внутреннего (в данном случае — теплового) давления. С другой стороны, те задачи, в которых изменения плотности, создаваемые ВЧ полем, малы, легко могут быть перенесены и на другие прозрачные среды. И наоборот, все задачи, которые обычно рассматриваются феноменологически для произвольных прозрачных сред (ударные волны огибающих и волны модуляции²²⁶, переходные процессы при развитии неустойчивости²²⁷ и т. д.), находящиеся в ВЧ поле, лежат в рамках изложенной гидродинамической теории и относятся также и к плазме. Имеется еще широкий круг интересных и практически важных вопросов, решение которых возможно с помощью гидродинамической теории разреженной плазмы в сильном ВЧ поле.

Физический институт им. П. Н. Лебедева
АН СССР

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. В. И. Векслер, АЭ 2, 427 (1957).
2. Л. П. Питаевский, ЖЭТФ 39, 1450 (1960).
3. С. А. Ахманов, Р. В. Хохлов, УФН 88, 439 (1966).
4. В. С. Старунов, И. Л. Фабелинский, УФН 98, 441 (1969).
5. Б. Б. Кадомцев, В. И. Карпман, УФН 103, 193 (1971).
6. Н. Бломберген, Нелинейная оптика, М., «Мир», 1967, гл. 4, § 3.
7. С. А. Ахманов, Р. В. Хохлов, Проблемы нелинейной оптики, М., ВИНТИ, 1964, гл. 1 и 4.
8. И. Л. Фабелинский, Молекулярное рассеяние света, М., «Наука», 1965, § 34.
9. E. L. Lindman, Phys. Fluids 10, 396 (1967).
10. Н. Я. Коцаренко, А. М. Федорченко, ЖТФ 36, 460 (1966).
11. R. Klima, ЖЭТФ 53, 882 (1967); Czech. J. Phys. B18, 1280 (1968).
12. R. Klima, V. A. Petržílka, ibid., p. 1292.
13. В. Л. Гинзбург, А. В. Гуревич, УФН 70, 201, 393 (1960).
14. А. В. Гуревич, Геомагн. и аэрон. 5, 70 (1965).
15. D. T. Farlay, J. Geophys. Res. 68, 401 (1963).
16. A. G. Litvak, 8th Intern. Conference on Phenomena in Ionized Gases. Contributed Papers, Vienna, IAEA, 1967.
17. Ф. Г. Басс, Ю. Г. Гуревич, М. В. Квимсадзе, ЖЭТФ 60, 632 (1971).

*) Кинетическое уравнение для слабонеоднородной плазмы в ВЧ поле, в котором вводится усредненная сила, действующая на частицы, рассмотрено в работе²²⁵.

18. А. В. Гуревич, ЖЭТФ 48, 701 (1965).
19. М. А. Либерман, А. Т. Рахимов, ЖЭТФ 61, 1047 (1971).
20. А. Г. Литвак, ЖЭТФ 57, 629 (1969).
21. А. Г. Литвак, Канд. диссертация (Горький, НИРФИ, 1967).
22. В. А. Головкин, ЖЭТФ 47, 1765 (1964).
23. В. П. Сидоров, Т. Р. Солдатенков, ЖТФ 35, 1749 (1965).
24. Н. Я. Коцаренко, С. М. Левитский, А. М. Федорченко, В. Ф. Вирко, ЖТФ 37, 1148 (1967).
25. Б. Чакрабортти, ЖЭТФ 59, 457 (1970).
26. А. М. Морозов, Л. С. Соловьев, сборник «Вопросы теории плазмы», т. 2, М., Госатомиздат, 1963.
27. А. В. Гапонов, М. А. Миллер, ЖЭТФ 34, 242 (1958).
28. H. Motz, C. I. H. Watson, Adv. Electr. and Electron Phys. 23, 154 (1967).
29. Я. Л. Альперт, А. В. Гуревич, Л. П. Пятаевский, Искусственные спутники в разреженной плазме, М., «Наука», 1964, гл. 4, § 18.
30. R. Klima, V. A. Petržílka, Czech. J. Phys. B19, 35 (1969); Phys. Lett. A27, 20 (1968).
31. J. Teichmann, II-eme Colloque Intern. sur Interactions entre les Champs Oscillants et les Plasmas (Saclay, 15—19 janvier 1968), v. II, P., L'Institut National des Sciences et Techniques Nucleaires — La Direction de la Physique, 1968, p. 511.
32. T. W. Johnson, RCA Rev. 21, 4 (1960).
33. К. С. Головановский, А. А. Кузовников, ЖТФ 34, 1714 (1964).
34. В. И. Перель, Ю. М. Пинский, ЖЭТФ 54, 1889 (1968).
35. A. F. Aleksandrov, A. A. Kuzovnikov, N. Nikolov, A. A. Rukhadze, Nucl. Fusion 9, 137 (1969).
36. В. В. Северьянов, ЖТФ 41, 504 (1971).
37. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Теория поля, М., «Наука», 1965, § 62.
38. Л. М. Коврижных, ЖЭТФ 33, 72 (1957).
39. В. В. Янков, ЖТФ 36, 438 (1966).
40. Л. М. Горбунов, ЖЭТФ 56, 1697 (1969).
41. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Электродинамика сплошных сред, М., Гостехиздат, 1957, § 65.
42. В. Л. Гинзбург, Распространение электромагнитных волн в плазме, М., Физматгиз, 1960, § 16.
43. Ю. А. Кравцов, ЖЭТФ 55, 1470 (1968).
44. Л. М. Горбунов, *ibid.* 54, 205.
45. В. П. Силин, ЖЭТФ 48, 1679 (1965).
46. В. П. Силин, ЖЭТФ 56, 183 (1969).
47. А. Ю. Кирий, ЖЭТФ 60, 955 (1971).
48. E. J. Valeo, C. Oberman, Bull. Am. Phys. Soc. 15, 1477 (1970).
49. О. М. Градов, Б. М. Маркеев, Препринты ФИАН СССР № 35 и 36, Москва, 1971.
50. В. В. Пустовалов, В. П. Силин, Письма ЖЭТФ 14, 439 (1971).
51. В. В. Пустовалов, В. П. Силин, ЖЭТФ 59, 2215 (1970).
52. E. Valeo, C. Oberman, F. W. Perkins, Phys. Rev. Lett. 28, 310 (1972).
53. В. Е. Захаров, В. С. Львов, С. С. Старобинец, ЖЭТФ 59, 1200 (1970).
54. В. Е. Захаров, В. С. Львов, ЖЭТФ 60, 2066 (1971).
55. V. P. Silin, сборник «A Survey of Phenomena in Ionized Gases», Vienna, IAEA, 1968; УФН 108, 625 (1972).
56. Ю. М. Алиев, В. П. Силин, ЖЭТФ 48, 901 (1965).
57. Ю. М. Алиев, Д. Зюндер, ЖЭТФ 61, 1057 (1971).
58. S. Takamura, S. Aihara, K. Takayama, J. Phys. Soc. Japan 31, 925 (1971).
59. R. A. Stern, N. Tzoar, Phys. Rev. Lett. 17, 903 (1966).
60. A. V. Wong, M. V. Goldman, F. Mai, R. Rowberg, *ibid.* 21, 518 (1968).
61. H. Kubo, S. Nakawa, J. Phys. Soc. Japan 22, 1304 (1967).
62. S. Hiroi, H. Ikegami, Phys. Rev. Lett. 19, 1414 (1967).
63. И. Р. Геккер, О. В. Сизухин, Письма ЖЭТФ 9, 408 (1969).
64. Г. М. Батанов, К. А. Сарксян, В. А. Силин, Препринт ФИАН СССР № 7, Москва, 1968.
65. К. Ф. Сергейчев, Препринт ФИАН СССР, № 61, Москва 1969.
66. H. Dreiser, D. B. Henderson, I. C. Ingraham, Phys. Rev. Lett. 26, 1616 (1971).
67. H. Eubank, Phys. Fluids 14, 2551 (1971).
68. A. M. Messiah, P. E. Vandeuplas, Phys. Lett. A25, 389 (1967).

69. M. Fitairie, A. M. Pointa, 9th Intern. Conference on Phenomena in Ionized Gases. Contributed Papers, Bucharest, Academy of Science, 1969.
70. M. Porkolab, R. P. H. Chang, Phys. Rev. Lett. **22**, 826 (1969); Phys. Fluids **43**, 2766 (1970).
71. Р. А. Демирханов, Г. Л. Харасанов, И. К. Сидорова, ЖЭТФ **59**, 1373 (1970).
72. R. Sugaya, K. Mizuno, S. Tanaka, J. Phys. Soc. Japan **30**, 253 (1971).
73. D. Phelps, S. Ryme, G. von Hoven, Phys. Rev. Lett. **26**, 1688 (1971).
74. W. L. Krueger, P. K. Kaw, J. M. Dawson, C. O. Oberman, *ibid.* **24**, 987 (1970).
75. W. L. Krueger, P. K. Kaw, J. M. Dawson, Bull. Am. Phys. Soc. **15**, 1407 (1970).
76. I. Katz, J. S. de Groot, Bull. Am. Phys. Soc. **15**, 1472 (1970).
77. W. L. Krueger, J. M. Dawson, Phys. Rev. Lett. **25**, 1174 (1970).
78. M. Goldman, Ann. Phys. (N.Y.) **88**, 95, 117 (1966).
79. D. F. Du Bois, M. Goldman, Phys. Rev. Lett. **14**, 544 (1965).
80. Y. C. Lee, C. H. Su, Phys. Rev. **152**, 129 (1966).
81. E. A. Jackson, *ibid.* **153**, 235 (1967).
82. D. F. Du Bois, M. Goldman, *ibid.* **164**, 207.
83. K. Nishikawa, Progr. Theor. Phys. **37**, 769 (1967).
84. K. Nishikawa, J. Phys. Soc. Japan **24**, 1152 (1968).
85. Н. Е. Андреев, А. Ю. Кирпий, В. П. Силин, ЖЭТФ **57**, 1024 (1969).
86. В. П. Силин, Письма ЖЭТФ **7**, 242 (1968).
87. D. F. Du Bois, сборник «Statistical Physics of Charged Particles Systems», ed. by R. Kubo and T. Kihara, N.Y., W. A. Benjamin, 1969.
88. I. R. Sunmartin, Phys. Fluids **13**, 1533 (1970).
89. В. Н. Ораевский, Р. З. Сагдеев, ЖТФ **32**, 1291 (1962).
90. В. Н. Ораевский, Докт. диссертация (ИЯФ АН УССР, 1969).
91. N. Bloembergen, Am. J. Phys. **35**, 989 (1967) (см. перевод: УФН **97**, 907 (1969)).
92. A. Sjölund, L. Stenflo, J. Appl. Phys. **38**, 2676 (1967).
93. K. Nishikawa, J. Phys. Soc. Japan **24**, 916 (1968).
94. Т. Ф. Волков, сборник «Физика плазмы и проблемы управляемых термоядерных реакций», т. 4, М., Из-во АН СССР, 1958.
95. Л. М. Горбунов, В. П. Силин, ЖЭТФ **49**, 1973 (1965).
96. D. Montgomery, I. Alexeff, Phys. Fluids **9**, 2075 (1966).
97. R. Prasad, *ibid.* **11**, 1768 (1968).
98. K. P. Das, J. Phys. Soc. Japan **28**, 1541 (1970).
99. Л. М. Горбунов, ЖЭТФ **55**, 2298 (1968).
100. А. Ю. Кирпий, ЖЭТФ **58**, 1002 (1970).
101. Н. Е. Андреев, *ibid.*, стр. 2105.
102. А. Г. Литвак, В. Ю. Трахтенгерц, ЖЭТФ **60**, 1702 (1971).
103. В. Е. Захаров, В. В. Соболев, В. С. Сынах, *ibid.*, стр. 136.
104. В. П. Гурович, В. И. Карман, ЖЭТФ **56**, 1952 (1969).
105. Ю. М. Алиев, В. П. Силин, Х. Уотсон, ЖЭТФ **50**, 944 (1966).
106. I. Amano, H. Okamoto, J. Phys. Soc. Japan **23**, 1432 (1967).
107. В. И. Домрин, ЖТФ **38**, 1266 (1968).
108. T. Ohnuma, Y. Natta, Phys. Lett. **D26**, 620 (1968).
109. Ю. М. Алиев, Д. Зюндер, ЖЭТФ **57**, 1324 (1969).
110. N. Tzoar, Phys. Rev. **178**, 356 (1969).
111. О. М. Градов, Д. Зюндер, ЖЭТФ **58**, 631 (1970).
112. Н. Е. Андреев, Изв. вузов (Радиофизика) **14**, 1160 (1971).
113. Н. Е. Андреев, А. Ю. Кирпий, ЖТФ **41**, 1080 (1971).
114. Б. М. Маркеев ПМТФ, № 5, 12 (1971).
115. Д. Зюндер, А. А. Рухадзе, Изв. вузов (Радиофизика) **14**, 36 (1971).
116. Y. Romeau, Phys. Fluids **10**, 2695 (1967).
117. Л. М. Горбунов, В. П. Силин, ЖТФ **39**, 3 (1969).
118. Н. Е. Андреев, *ibid.*, стр. 1650.
119. А. Г. Литвак, Магнитн. гидродин. **1**, 30 (1965).
120. C. S. Chen, G. J. Lewak, J. Plasma Phys. **4**, 357 (1970).
121. M. V. Goldman, Phys. Fluids **13**, 1281 (1970).
122. R. Prasad, *ibid.*, p. 1310.
123. K. P. Das, J. Phys. Soc. Japan **28**, 1310 (1970).
124. R. Prasad, J. Plasma Phys. **5**, 291 (1971).
125. Ю. М. Алиев, Э. Ферленг, ЖЭТФ **57**, 1623 (1969).
126. Ю. М. Алиев, О. М. Градов, А. Ю. Кирпий, ЖЭТФ **63**, 112 (1972).

127. А. Л. Берхоер, В. Е. Захаров, ЖЭТФ 58, 903 (1970).
128. Н. Л. Цинцадзе, *ibid.* 59, 1251.
129. I. H. Krenz, G. S. Kino, J. Appl. Phys. 36, 2387 (1965).
130. A. Takeo, J. Phys. Soc. Japan 22, 1282 (1967).
131. I. Okutani, *ibid.* 23, 110.
132. Р. Р. Рамазашвили, ЖЭТФ 53, 2168 (1967).
133. Т. Аmano, М. Okamoto, J. Phys. Soc. Japan 26, 529 (1969).
134. М. Yomaduchi, S. Hagimawa, S. Kojima, *ibid.* 25, 1743 (1968).
135. Т. Hiroshi, W. Shinoue, J. Phys. Soc. Japan 24, 969 (1968).
136. K. Kato, M. Yoseli, *ibid.* 23, 671 (1967).
137. M. A. Hassen, P. W. McDonald, Phys. Fluids 11, 2775 (1968).
138. А. Tanaka, S. Watanabe, J. Phys. Soc. Japan 24, 969 (1968).
139. K. Kato, M. Yoseli, S. Kijama, S. Watanabe, *ibid.* 20, 2097 (1965).
140. C. S. Chen, J. Plasma Phys. 5, 107 (1971).
141. Y. Amagishi, K. Yamagiwa, H. Kozima, K. Kato, Phys. Lett. A36, 241 (1971).
142. F. W. Perkins, I. Flivk, Phys. Fluids 14, 2012 (1971).
143. А. Д. Пилия, сборник «Конференция по теории плазмы. Аннотации докладов», Киев, 1971.
144. М. Porkolab, R. P. H. Chang, Phys. Fluids 13, 2054 (1970).
145. В. П. Силин, ЖЭТФ 51, 1842 (1966).
146. E. Rebhan, Phys. Fluids 12, 192 (1969).
147. В. П. Силин, ЖЭТФ 37, 991 (1967).
148. Р. L. Nalez, Phys. Fluids 14, 633 (1971).
149. Я. Б. Файнберг, В. Д. Шапиро, ЖЭТФ 52, 293 (1967).
150. В. Д. Шапиро, Докт. диссертация (ФТИ АН УССР, 1967).
151. J. Teichmann, Phys. Lett. A26, 328 (1968).
152. Р. А. Демирханов, Т. И. Гуткин, С. Н. Лозовский, ЖЭТФ 55, 2195 (1968).
153. Р. А. Демирханов, Г. Л. Харасанов, И. К. Сидорова, Письма ЖЭТФ 6, 861 (1967).
154. D. Lerechinsky, P. Rolland, J. Teichmann, Nucl. Fusion 11, 297 (1971).
155. Т. И. Гуткин, Г. И. Болеславская, УФЖ 16, 1415 (1971); Nucl. Fusion 11, 167 (1971).
156. S. Aihara, S. Takamura, Appl. Phys. Lett. 18, 375 (1971).
157. М. Okamoto, Т. Amano, K. Kitao, J. Phys. Soc. Japan 29, 1041 (1970).
158. Л. М. Горбунов, В. П. Силин, Ядерный синтез 6, 118 (1966).
159. Yu. S. Kostukova, F. M. Nekrasov, Nucl. Fusion 10, 277 (1970).
160. Ф. М. Некрасов, сборник «Физика плазмы и управляемые термоядерные реакции». Препринт ФТИ ГКАЭ № 3, Сухуми, 1970, стр. 162 и 165.
161. Я. Б. Файнберг, УФН 93, 593 (1967).
162. А. А. Веденов, Физика плазмы, М., ВИНТИ, 1965, гл. 6.
163. А. С. Бакай, ЖЭТФ 35, 266 (1968).
164. В. Е. Захаров, А. М. Рубенчик, ПМТФ, № 5, 84 (1972).
165. Б. Б. Кадомцев, см. ²⁶, т. 4, 1964.
166. В. П. Силин, А. А. Рухадзе, Электромагнитные свойства плазмы и плазмоподобных сред, М., Атомиздат, 1961, § 14.
167. Л. М. Коврижных, Тр. ФИАН 32, 173 (1965).
168. Р. З. Сагдеев, см. ²⁶, т. 4, 1964.
169. Л. М. Горбунов, Препринт ФИАН СССР № 174, Москва, 1969.
170. E. B. Knox, Austr. J. Phys. 10, 565 (1957).
171. Т. Ф. Волков, см. ⁹⁴, т. 3, стр. 336.
172. Р. З. Сагдеев, *ibid.*, стр. 346.
173. M. A. N. Boot, S. A. Self, R. B. R.-Shersby-Harvie, J. Electron. and Control 4, 434 (1958).
174. E. S. Weibel, *ibid.* 5, 435.
175. R. T. P. Whipple, Rept. A.E.R.E. R 2917, London, 1959.
176. S. A. Self, Phys. Fluids 3, 488 (1960).
177. R. B. R.-Shersby-Harvie, J. Electron. and Control 8, 421 (1960).
178. H. Motz, Phys. Fluids 6, 308 (1963).
179. T. W. Johnston, RCA Rev. 21, 570 (1960).
180. Ю. А. Березин, Т. И. Гуткин, С. Н. Лозовский, Т. Р. Солдатенков, ЖТФ 34, 448 (1964).
181. R. Klima, Czech. J. Phys. B16, 16 (1966).
182. Г. А. Аскарьян, ЖЭТФ 42, 1567 (1962).

183. Б. И. Беспалов, А. Г. Литвак, В. И. Таланов, сборник «Нелинейная оптика» (Труды 2-го Всесоюзного семинара по нелинейной оптике), Новосибирск, «Наука», 1968; С. А. Ахманов, А. П. Сухоруклов, Р. В. Хохлов, *ibid.*, стр. 348.
184. Ю. Я. Бродский, Б. Г. Еремин, А. Г. Литвак, Ю. А. Саханчик, Письма ЖЭТФ 13, 136 (1971).
185. Г. М. Батанов, В. А. Силин, *ibid.* 14, 445.
186. В. И. Таланов, Изв. вузов (Радиофизика) 7, 564 (1964); Ю. Р. Алапакян, ЖЭТФ 55, 1338 (1968); А. Г. Литвак, Изв. вузов (Радиофизика) 8, 1148 (1965); 9, 629, 900 (1966).
187. В. П. Силин, ЖЭТФ 53, 1662 (1967).
188. R. V. Hall, R. A. Gerwin, Phys. Rev. A3, 1151 (1971).
189. Ю. Р. Алапакян, ЖТФ 37, 817 (1967).
190. В. М. Елеонский, В. П. Силин, Письма ЖЭТФ 13, 167 (1971); ЖЭТФ 60, 1927 (1971).
191. В. В. Демченко, А. Я. Омельченко, УФЖ 15, 2065 (1970).
192. В. В. Демченко, В. В. Долгополов, Изв. вузов (Радиофизика) 12, 504 (1969); ЖТФ 38, 1856 (1968); 41, 839 (1971).
193. В. В. Демченко, В. В. Долгополов, А. Я. Омельченко. Препринт ФТИ АН УССР 70-57, Харьков, 1970.
194. В. А. Миронов, Изв. вузов (Радиофизика) 12, 1765 (1969); 14, 1450 (1971).
195. V. V. Demtchenko, A. M. Hussein, J. Plasma Phys. 13, 996 (1971).
196. А. В. Гуревич, Л. П. Пятаевский, ЖЭТФ 45, 1243 (1963).
197. В. Б. Гильденбург, ЖЭТФ 46, 2156 (1964).
198. В. В. Долгополов, ЖТФ 36, 273 (1966).
199. V. B. Gildenburg, I. Y. Kondrat'ev, M. A. Miller, 8th Intern. Conference on Phenomena in Ionized Gases. Contributed Papers, Vienna, IAEA, 1967.
200. В. Б. Гильденбург, И. Г. Кондратьев, Г. А. Марков, Изв. вузов (Радиофизика) 12, 655 (1969).
201. В. В. Демченко, В. В. Долгополов, ЖТФ 38, 1843 (1968).
202. Р. Р. Рамазашвили, Кр. сообщ. физ. (ФИАН СССР), № 1, 15 (1971).
203. В. Ц. Гурович, В. И. Карпман, Препринт ИЯФ СО АН СССР № 310, Новосибирск, 1969.
204. V. I. Karpman, J. Plasma Phys. 13, 477 (1971).
205. В. В. Васильков, В. И. Карпман, ЖТФ 41, 676 (1971).
206. Б. А. Трубинов, Письма ЖЭТФ 14, 472 (1971).
207. В. Е. Захаров, ЖЭТФ 53, 1735 (1967).
208. В. И. Домрин, Р. Р. Рамазашвили, Кр. сообщ. физ. (ФИАН СССР), № 7, 62 (1970).
209. V. V. Vaskov, V. I. Karpman, Nucl. Fusion 11, 215 (1971).
210. В. Ц. Гурович, В. И. Карпман, Р. Н. Кауфман, Препринт ИЯФ СО АН СССР № 262, Новосибирск, 1968.
211. В. М. Елеонский, В. П. Силин, ЖЭТФ 56, 574; 57, 478 (1969).
212. В. И. Карпман, Письма ЖЭТФ 9, 480 (1969).
213. V. I. Veksler, Proc. of the Symposium on High-Energy Accelerators and Pion Physics, v. 1, Vienna, IAEA, 1956.
214. М. Л. Левин, Труды РТИ АН СССР 1 (1), 5 (1959).
215. Г. А. Аскаръян, М. Л. Иовнович, М. Л. Левин, М. С. Рабинович, Nucl. Fusion Suppl. 2, 797 (1962).
216. М. Л. Левин, Тр. РТИ АН СССР 1 (2), 36 (1959).
217. М. А. Миллер, ЖЭТФ 36, 1909 (1959).
218. В. И. Векслер, И. Р. Геккер, Э. Я. Гольц, Б. П. Кононов, Г. С. Лукьяничков, М. С. Рабинович, К. А. Сарксян, К. Ф. Сергейчев, В. А. Силин, Л. Э. Цопп, Тр. ФИАН 32, 60 (1966).
219. Р. З. Муратов, Канд. диссертация (ФИАН, 1969).
220. М. Л. Левин, Р. З. Муратов, ЖТФ 39, 1712 (1969).
221. А. В. Гуревич, В. И. Силин, ЯФ 2, 250 (1965).
222. В. И. Домрин, Р. Р. Рамазашвили, ЯФ 5, 312 (1967).
223. С. А. Ахманов, А. П. Сухоруклов, Р. В. Хохлов, УФН 93, 19 (1967).
224. А. В. Гуревич, А. Б. Шварцбург, ЖЭТФ 58, 2012 (1970).
225. А. Г. Литвак, М. И. Петелин, Е. И. Якубович, ЖТФ 35, 108 (1965).
226. Л. А. Островский, см. ¹⁸³, стр. 301; А. В. Гапонов, Л. А. Островский, М. И. Рабинович, Изв. вузов (Радиофизика) 13, 163 (1970).
227. N. M. Kroll, J. Appl. Phys. 36, 34 (1965); Chen-Show Wang, Phys. Rev. 182, 482 (1969); Л. М. Горбунов, сборник ¹⁴³; ЖЭТФ 62, 2141 (1972).