

ПАРАМАГНИТНЫЙ РЕЗОНАНС НА ЭЛЕКТРОНАХ
ПРОВОДИМОСТИ В МЕТАЛЛАХ *)

Б. М. Хабибуллин, Э. Г. Харахиян

СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение	483
2. Форма линии ПРЭП	484
а) Физические аспекты теории (484). б) Теория Дайсона (485). в) Форма линии ПРЭП в пленках (488). г) Случай аномального скин-эффекта (488). д) Зависимость формы резонансного сигнала от угла наклона постоянного магнитного поля к поверхности металла и закона дисперсии электронов (489).	
3. g -фактор	490
4. Спиновая релаксация в чистых металлах	491
5. Парамагнитная релаксация электронов проводимости на примесях	494
6. ПРЭП в жидких металлах	498
7. Влияние поверхностных эффектов на парамагнитное резонансное поглоще- ние в металлах	500
8. ПРЭП в сверхпроводниках	502
Цитированная литература	503

1. ВВЕДЕНИЕ

Металлы являются одним из классических объектов, на которых принципиально возможно наблюдение эффекта парамагнитного резонансного поглощения, открытого Завойским¹. Однако, в отличие от парамагнитных диэлектриков, исследование которых в течение последних двух десятилетий дало огромную информацию об основных энергетических состояниях парамагнитных ионов в кристаллах, парамагнитный резонанс на электронах проводимости (ПРЭП) в металлах является еще сравнительно мало изученной областью. В значительной степени это обусловлено трудностями наблюдения эффекта с помощью стандартной техники, связанными главным образом с малой глубиной проникновения высокочастотного поля в металл и, как правило, чрезвычайно короткими временами спин-решеточной релаксации электронов проводимости (ЭП).

Вместе с тем проведение широких исследований металлов методом ПРЭП наряду с электронным парамагнитным и ядерным магнитным резонансами на локализованных спинах дает возможность получить информацию о тонких деталях взаимодействия электронной спин-системы с решеткой (спин-орбитальные и сверхтонкие взаимодействия, обмен с локализованными в решетке металла спиновыми моментами, эффекты, связанные с электрон-электронной корреляцией, взаимодействия ЭП с дефектами и т. п.). Представляется перспективным исследование ПРЭП в сверхпроводниках. Развитие этих работ в определенной степени связано с успехами экспериментальной техники детектирования резонансных

*) Под редакцией С. А. Альтшулера.

сигналов. В этом отношении весьма прогрессивной является техника, основанная на явлении «селективной прозрачности металлов» в условиях спинового резонанса, теоретически предсказанном Азбелем, Герасименко и Лифшицем² и сравнительно недавно экспериментально обнаруженным^{3,4}

В этой работе, не претендуя на хронологическую последовательность, кратко излагаются основные результаты исследований по ПРЭП в металлах. Мы сознательно опускаем вопросы о селективной спиновой прозрачности и поляризации ядер методом ПРЭП, по которым уже опубликованы специальные обзоры^{5,6}.

2. ФОРМА ЛИНИИ ПРЭП

а) **Физические аспекты теории.** Конечность глубины проникновения переменного магнитного поля внутрь проводника и высокая подвижность электронов определяют характерные особенности наблюдаемой формы сигнала парамагнитного резонанса на ЭП. Действительно, в отличие от парамагнитных диэлектриков, переменная часть намагничивания у которых определяется величиной приложенного осциллирующего поля, в металлах благодаря скин-эффекту имеется также обратная зависимость локальных значений этого поля от намагничивания. Поэтому если в диэлектриках форма детектируемой линии ЭП определяется только мнимой частью динамической восприимчивости $\chi''(\omega)$ (при настройке радиоспектрометра на сигнал поглощения), то в металлах она будет содержать также и примесь дисперсии $\chi'(\omega)$. Подчеркнем, что подобная зависимость резонансного сигнала одновременно от обеих составляющих динамической восприимчивости $\chi = \chi' - i\chi''$ носит фундаментальный характер и не является аппаратным эффектом⁷. Она характерна для любого типа магнитного резонанса в металле, например, для электронного парамагнитного резонанса на локализованных спинах, для ядерного магнитного резонанса.

Сигнал ПРЭП будет деформирован также вследствие быстрого движения ЭП, которые внутри скин-слоя испытывают воздействие радиочастотного поля переменной амплитуды и фазы. Рассмотрим качественную картину поведения ЭП в массивном образце металла, помещенного в постоянное магнитное поле H_0 и осциллирующее с круговой частотой ω поле H_1 при условии, что $H_0 \perp H_1$, $H_1 \ll H_0$, а значения H_0 и ω близки к резонансным:

$$\hbar\omega = g\beta H_0, \quad (2.1)$$

где β — магнетон Бора, а g -фактор имеет величину, близкую к $g_0 = 2,00229$ для свободных электронов. Как обычно, орбитальное движение электронов будем рассматривать квазиклассически. Это во всяком случае справедливо при выполнении условия $\tau \gg 1/\omega > \tau_R$, где τ и τ_R — время спин-решеточной релаксации и «транспортное» время релаксации ЭП соответственно.

Тогда, если обозначить через $F(\mathbf{r}, t)$ вероятность нахождения электрона в точке $\mathbf{r}$ в момент t , то для временных интервалов $t \gg \tau_R$ можно считать, что $F(\mathbf{r}, t)$ удовлетворяет классическому уравнению диффузии⁸

$$\partial F / \partial t = D \Delta F \quad (2.2)$$

с граничным условием

$$(\mathbf{n} \text{ grad } F) = 0;$$

здесь $D = v_F \Lambda / 3$ — коэффициент диффузии, v_F — фермиевская скорость электрона, Λ — длина свободного пробега, $\mathbf{n}$ — единичный вектор, нормальный к поверхности и направленный внутрь металла.

Для прохождения ЭП скин-слоя в среднем требуется время

$$t_D = \delta^2/2D, \quad (2.3)$$

где δ — классическая глубина скин-слоя. За это время амплитуда и фаза осциллирующего магнитного поля изменяются примерно в e раз. Следовательно, на ЭП будет действовать радиочастотное поле не фиксированной частоты ω , а в соответствии с известным соотношением для интервалов частоты и времени $\Delta\omega\Delta t \approx 2\pi$ — целая полоса частот шириной $\Delta\omega \approx 2\pi/t_D$. Для разумных значений входящих в (2.3) величин ($\delta \approx 10^{-4}$ см, $v_F \approx 10^8$ см/сек, $\tau_R \approx 10^{-14}$ сек) в стандартном диапазоне частот $\omega \approx 10^{11}$ гц получим $\Delta\omega \approx 10^{11}$ гц. Таким образом, поглощение, казалось бы, не должно носить резонансный характер.

В действительности диффузия ЭП приводит к изменению интенсивности и формы резонансной линии, оставляя практически неизменной ширину сигнала ПРЭП. Этот нетривиальный физический результат можно качественно проиллюстрировать на следующем спектральном примере. Обычно в металле выполняется условие $\tau \gg t_D$ и существует большая вероятность того, что электрон за время τ по крайней мере дважды побывает в скин-слое, попадая каждый раз под воздействие импульса поля средней длительностью t_D . Предположим для простоты, что на ЭП действуют два последовательных видеоимпульса поля длительностью t_D и сдвинутые на промежуток времени T (в действительности, конечно, ЭП в металле испытывает действие радиоимпульсов, а T может принимать произвольные значения внутри промежутка τ). Результирующий комплексный спектр Фурье $S(\Omega)$ этих импульсов по теореме запаздывания⁹ можно записать в виде

$$S(\Omega) = s(\Omega) (1 + e^{-i\Omega T}),$$

где $s(\Omega)$ — комплексный спектр Фурье одиночного импульса. Соответствующий действительный спектр равен

$$\Phi(\Omega) = |S(\Omega)| = 2 |s(\Omega)| |\cos(\Omega T/2)|. \quad (2.4)$$

Таким образом, спектр действующего на ЭП поля от двух сдвинутых видеоимпульсов совпадает со спектром одиночного импульса $|s(\Omega)|$ с шириной $\approx 1/t_D$, промодулированного множителем $|\cos(\Omega T/2)|$, и, следовательно, состоит из серии пиков с шириной $\approx 1/T$ с центральным максимумом при $\Omega = 0$ (что соответствует резонансной частоте ω для радиоимпульса). Усреднение (2.4) по временному интервалу от нуля до τ приведет, очевидно, к росту центрального пика и подавлению амплитуд гармоник на других частотах. На аналогичном физическом эффекте основан известный для магнитного резонанса на молекулярных пучках метод двух осциллирующих полей Рамзея¹⁰.

Итак, спектр поля, действующего на «средний» электрон, состоит из слабого максимума («фон») с шириной порядка $1/t_D$ и узкого интенсивного пика на частоте ω с шириной, определяемой временем спин-решеточной релаксации τ , и поэтому поглощение должно носить резонансный характер.

б) Теория Дайсона. Теория формы линии ПРЭП с учетом влияния диффузии ЭП внутри скин-слоя была разработана в классической работе Дайсона⁸. В основу своих расчетов им были положены три упрощающих условия: 1) справедлива модель свободных электронов, 2) постоянное магнитное поле H_0 направлено перпендикулярно к поверхности металла ($H_0 \parallel n$), 3) выполняются условия нормального скин-эффекта ($\Lambda \ll \delta$). Ниже основные результаты теории Дайсона будут получены

достаточно простым и компактным методом с использованием уравнения Блоха — Торри с диффузионным членом ¹¹, который для ЭП был впервые применен Капланом ¹².

Пусть металл, заполняющий полупространство $z \geq 0$, находится в скрещенных магнитных полях $H_0, H_1 (H_x, H_y)$ (см. гл. 2, а), и пусть, кроме того, выполняются перечисленные выше условия Дайсона. Для определения формы и интенсивности линии поглощения ПРЭП необходимо вычислить парамагнитный вклад в поверхностный импеданс металла Z ¹³ вблизи резонансных условий (2.1), что сводится к совместному решению уравнений Блоха и Максвелла:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} &= \gamma [\mathbf{M}, \mathbf{H}] - \frac{\mathbf{M}}{T_2} + D \Delta \mathbf{M}, \\ \text{rot } \mathbf{E} &= -\frac{1}{c} \left(\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} + 4\pi \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} \right), \\ \text{rot } \mathbf{H} &= \frac{4\pi\sigma}{c} \mathbf{E} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}; \end{aligned} \right\} \quad (2.5)$$

здесь $\mathbf{H} = (H_x, H_y, H_0)$, $\mathbf{M}$ — намагниченность металла, T_2 — время релаксации поперечной компоненты намагниченности, γ — гиромагнитное отношение, σ — электропроводность, $\mathbf{j}$ — плотность тока.

В предположении, что x - и y -компоненты $\mathbf{H}$, $\mathbf{E}$, $\mathbf{M}$ меняются внутри металла по закону $e^{i\omega t - kz}$, и переходя к переменным $H^- = H_x - iH_y$ и соответственно E^- и M^- , система (2.5) преобразуется к виду

$$\left[\alpha - i \left(1 - \frac{1}{2} \delta_M^2 k^2 \right) \right] M^- + \beta H^- = 0, \quad (2.6)$$

$$4\pi M^- + \left(1 + \frac{1}{2} i \delta^2 k^2 \right) H^- = 0,$$

где $\alpha = (\omega - \omega_0) T_2$, $\omega_0 = \gamma H_0$, $\beta = \chi_0 \omega_0 T_2$, χ_0 — статическая магнитная восприимчивость; $\delta^2 = c^2 / 2\pi\sigma\omega$; δ_M — глубина «магнитного» скин-слоя, равная расстоянию, на которое диффундирует за время T_2 «средний» электрон, сохраняя направление спина ($\delta_M^2 = 2DT_2$).

Учет непрерывности тангенциальных составляющих $\mathbf{H}$ при переходе через поверхность $z = 0$ дает первое граничное условие:

$$1) H^- \text{ — непрерывно.} \quad (2.7a)$$

Интегрирование уравнения Блоха по объему бесконечно тонкого диска на поверхности металла дает второе граничное условие:

$$2) (\mathbf{n} \text{ grad } M^-) = 0. \quad (2.7b)$$

Физическим обоснованием (2.7b) является предположение об отсутствии поверхностной релаксации.

Из условия нетривиальности решения системы (2.5) получим для k уравнение

$$k^4 - a_1 k^2 + a_2 = 0,$$

коэффициенты которого равны

$$a_1 = \frac{2i}{\delta^2} + \frac{2(1+i\alpha)}{\delta_M^2}, \quad a_2 = \frac{4i(1+i\alpha - i4\pi\beta)}{(\delta\delta_M)^2}.$$

Двум корням этого уравнения k_1^2 и k_2^2 (физический смысл имеют лишь те их значения, действительные части которых положительны) внутри металла соответствуют два решения: сильнозатухающая на глубине δ электромагнитная волна и слабозатухающая волна малой интенсивности

с характерной глубиной проникновения δ_M , на существование которой было впервые указано Азбелем, Герасименко и Лифшицем².

Средняя за период колебаний энергия высокочастотного поля, поглощаемая в металле, равна реальной части комплексного вектора Пойнтинга:

$$S = \frac{c}{4\pi} |H_0^-|^2 \operatorname{Re} Z = \left(\frac{c}{4\pi} \right)^2 \frac{|H_0^-|^2}{2\sigma} \operatorname{Re} X, \quad (2.8)$$

где $X = (4\pi\sigma/ic) E_0^-/H_0^-$, а E_0^- и H_0^- — равны соответственно E^- и H^- на поверхности металла.

Решение (2.6) с граничными условиями (2.7) дает

$$X = \frac{\sqrt{a_2} \sqrt{a_1 + 2} \sqrt{a_2}}{-2i\delta^{-2} + (a_1 + \sqrt{a_2})}. \quad (2.9)$$

При вычислении выражения (2.9) удобно разложить его по степеням малости β . Обозначим числитель и знаменатель $N(\beta)$ и $Q(\beta)$ соответственно и ограничимся двумя членами разложения. Первый член, очевидно, соответствует немагнитным потерям в металле и в дальнейшем не будет нас интересовать. Парамагнитный вклад в поверхностный импеданс определяется вторым членом разложения:

$$Y = \frac{\beta}{Q(0)} \left(N'(0) - \frac{N(0)Q'(0)}{Q(0)} \right). \quad (2.10)$$

Вычисляя полиномы N , N' , Q , Q' из (2.8)–(2.10), для магнитных потерь получим

$$P = - \left(\frac{\omega H_1^2}{4} \delta \omega_0 \chi_0 T_2 \right) \frac{R^2}{2[R^4 + (R^2\alpha - 1)^2]^2} \times \\ \times \left\{ [R^4 - (R^2\alpha - 1)^2] \left[\frac{2\xi}{R\sqrt{1+\alpha^2}} + R^2(\alpha + 1) - 3 \right] - \right. \\ \left. - 2R^2(R^2\alpha - 1) \left[\frac{2\eta}{R\sqrt{1+\alpha^2}} + R^2(\alpha - 1) - 3 \right] \right\}, \quad (2.11)$$

где

$$R = \frac{\delta}{\delta_M} = \sqrt{\frac{t_D}{T_2}}, \quad \xi = (\operatorname{sign} \alpha) \sqrt[3]{(V\alpha^2 + 1 - 1)^2},$$

$\eta = \sqrt{V\alpha^2 + 1 + 1}$, H_1 — амплитуда высокочастотного поля.

Выражение (2.11) описывает форму линии, полученную Дайсоном для парамагнитного резонансного поглощения на ЭП единицей поверхности массивного металла, когда размеры образца много больше глубины скин-слоя δ (см. ¹⁴).

а) Для чистых металлов ($R \rightarrow 0$) выражение (2.11) преобразуется к виду

$$P = - \left(\frac{\omega H_1}{4} \delta \omega_0 \chi_0 T_2 \right) \frac{R\xi}{V1+\alpha^2}.$$

б) В случае медленно диффундирующих частиц ($R \rightarrow \infty$)

$$P = \frac{1}{2} \left(\frac{\omega H_1}{4} \delta \omega_0 \chi_0 T_2 \right) \frac{1-\alpha}{1+\alpha^2}.$$

На рис. 1 приведена теоретическая форма линии поглощения ПРЭП при выполнении условий а) и б).

Теория Дайсона была подвергнута подробной экспериментальной проверке в работе Фехера и Кипа¹⁴. Результаты их измерений, проведенных

на массивных образцах лития и натрия в широком интервале температур, находятся в хорошем согласии с соответствующими формулами теории. В работе ¹⁴ приведены удобные для практического использования графические диаграммы для определения значений g -фактора и ширины линии ΔH из наблюдаемого сигнала поглощения, а также зависимости параметров симметрии линии ПРЭП от величины R .

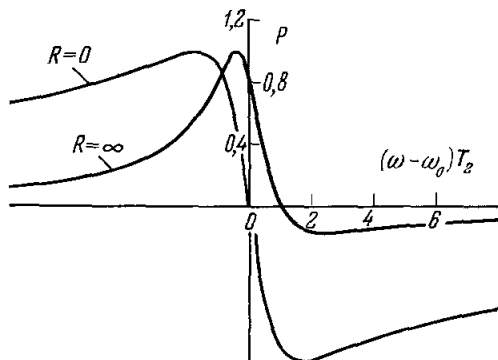


Рис. 1. Теоретическая форма линии ПРЭП для чистых металлов ($R \rightarrow 0$) и для случая медленно диффундирующих частиц ($R \rightarrow \infty$).

Искажения формы резонансного сигнала для массивных металлических образцов в зависимости от амплитуды модуляции магнитного поля и эффект модуляционного уширения линии ПРЭП рассматривались в ¹⁵. В работе ¹⁶ рассчитана форма линии для случая, когда металлические образцы имеют сферическую форму.

в) Форма линии ПРЭП в пленках. Для пленок металла толщиной $d < 4\delta$ Дайсон ⁸ показал, что кривая парамагнитного резонансного поглощения

имеет лоренцову форму и не зависит от диффузии электронов.

Недавно в работе ¹⁷ с использованием уравнений Блоха — Торри была построена теория формы линии ПРЭП для металлических слоев произвольной толщины в предположении симметричных граничных условий, которые чаще всего встречаются в эксперименте. В асимптотических случаях больших и малых толщин полученные выражения совпадают с соответствующими результатами теории Дайсона. В области толщин порядка скин-слоя форма резонансного сигнала оказывается весьма чувствительной к толщине образца и содержит значительную примесь дисперсии. Для пленок толщиной $d < \delta_M$ форма линии ПРЭП описывается простым выражением

$$P \approx A \frac{\alpha}{1 + \alpha^2} + B \frac{1}{1 + \alpha^2},$$

где зависимость параметров A и B от $d/2\delta$ представлена на рис. 2. Интересно, что в точке $d = \pi\delta$ симметрия линии меняет знак. Проведенные экспериментальные исследования ^{17, 18} на пленках лития находятся в количественном согласии с теоретическими расчетами.

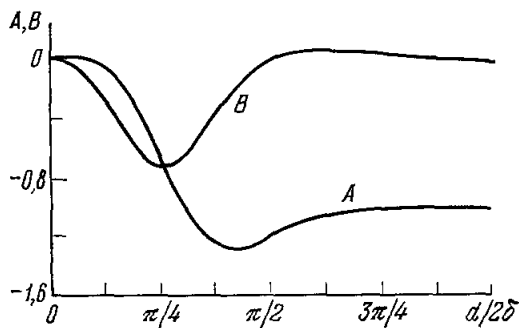


Рис. 2. Зависимость параметров формы линии A и B от толщины пленки d для пленок с $d < \delta_M$.

г) Случай аномального скин-эффекта. Теоретическое выражение для магнитных потерь в области аномального скин-эффекта, когда $\Lambda \geq \delta$, впервые было получено Киттелем (см. ¹⁴) на основе теории Дайсона. Позднее вопрос о парамагнитном поглощении в металлах для этого случая рассматривался различными методами, в том числе и с использованием уравнения Блоха — Торри, в работах ¹⁹⁻²¹. Опуская

подробности расчета, аналогичного проведенному в гл. 2, б) *), выпишем общее выражение, описывающее форму линии ПРЭП для массивного металлического образца в условиях аномального скин-эффекта:

$$P \approx \frac{[2qZ_1Z_2 - p(Z_1^2 - Z_2^2)]}{\sqrt{1 + \alpha^2}},$$

где

$$p = \sqrt{\sqrt{1 + \alpha^2} + 1}, \quad q = (\text{sign } \alpha) \sqrt{\sqrt{1 + \alpha^2} - 1},$$

поверхностный импеданс $Z = Z_1 + iZ_2$.

д) Зависимость формы резонансного сигнала от угла наклона постоянного магнитного поля к поверхности металла и закона дисперсии электронов. Наиболее общая теория парамагнитного резонанса в металлах в условиях как нормального, так и аномального скин-эффекта была развита на основе квантового кинетического уравнения для статистического оператора плотности ЭП с учетом спина в работах ^{2, 19, 22}. Вывод уравнения Блоха — Торри для ЭП из общего кинетического уравнения и эквивалентность методов Дайсона и Каплана рассматривались в ^{23, 24}.

Азбель, Герасименко и Лифшиц ^{2, 19} получили общее выражение для парамагнитной части импеданса для металлов с произвольным законом дисперсии $\varepsilon(\mathbf{k})$ и при произвольных величине и направлении постоянного поля $\mathbf{H}_0$. Не приводя здесь соответствующих громоздких формул, прямое сопоставление которых с экспериментальными данными — непростая задача, мы ограничимся лишь качественным рассмотрением простых физических аргументов, поясняющих существование зависимости формы линии ПРЭП от закона дисперсии и направления магнитного поля ¹⁹.

Для образца металла, хотя бы один из геометрических размеров которого $d \ll \delta$, вероятность переориентации спина ЭП не будет зависеть от характера движения электрона, поскольку последний все время находится в поле с одинаковой амплитудой и фазой по всему объему образца. Следовательно, частный вид закона дисперсии и угол наклона $\mathbf{H}_0$ к поверхности образца несущественны.

В случае массивного металла радиус круговой орбиты электрона r в сильном магнитном поле может быть много меньше длины свободного пробега Λ . В условиях аномального скин-эффекта электрон совершит $n \approx \Lambda/r$ оборотов, прежде чем испытает очередное столкновение с решеткой. Если магнитное поле параллельно поверхности металла, то электрон n раз вернется в скин-слой и, таким образом, проведет в нем в n раз больше времени, чем в случае перпендикулярного к поверхности металла постоянного поля. Наблюдаемый поверхностный импеданс, таким образом, будет зависеть от угла наклона $\mathbf{H}_0$.

На зависимость величины импеданса металла от направления $\mathbf{H}_0$ может существенно влиять конкретный вид закона дисперсии $\varepsilon(\mathbf{k})$. Так, для ЭП, уровни энергии которых в импульсном пространстве представляются открытыми изокINETическими поверхностями и, следовательно, движение их может быть инфинитным в плоскости, перпендикулярной к $\mathbf{H}_0$, подобная зависимость может отсутствовать.

В работах ^{21, 23} был проведен расчет зависимости формы линии ПРЭП от угла наклона постоянного магнитного поля к поверхности образца θ

*) Авторы благодарны Г. Б. Тейтельбауму, который провел расчет конечных формул гл. 2, б) и г) методом кинетических уравнений Блоха — Торри.

для ЭП с квадратичным законом дисперсии. Было показано, что в этом случае форма линии описывается соответствующими выражениями гл. 2, б) и г) с учетом, однако, того, что коэффициент диффузии D имеет вид

$$D(\theta) = \frac{v_F^2 \tau^*}{3(1 + i\omega_0 \tau^*)} \frac{(1 + i\omega_0 \tau^*)^2 + \omega_c^2 \tau^{*2} \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)}{(1 + i\omega_0 \tau^*)^2 + \omega_c^2 \tau^{*2}};$$

ω_c — циклотронная частота, $\tau^* = \tau_R(1 - i\omega \tau_R)^{-1}$.

Качественные наблюдения угловой зависимости сигналов ПРЭП были сделаны в работе ²⁵ на монокристаллическом образце чистого алюминия и в работе ²⁶ для образцов очень чистого калия. При гелиевых температурах в условиях, характерных для циклотронного резонанса ($\omega_c \tau_R > 1$), наблюдалась явная зависимость интенсивности сигнала от угла наклона поля $\mathbf{H}_0$ к поверхности образца. При этом интенсивность была максимальной при $\theta = 0$ и быстро падала с увеличением θ . Это находится в качественном согласии с теорией. В работе ²⁶ для самых чистых образцов при определенном θ наблюдалось расщепление линии ПРЭП на две компоненты с разной угловой зависимостью их интенсивности. Попытки теоретической интерпретации этого эффекта предпринимались в ^{21, 27}.

Недавно в работе ²⁸ рассмотрена возможность исследования методом ПРЭП формы ферми-поверхности и параметров электронной ферми-жидкости в металле.

3. g-ФАКТОР

Соотношение между резонансными значениями постоянного магнитного поля H_0 и частоты ω в соответствии с (2.1) определяется величиной g -фактора ЭП. Для свободных электронов $g_0 = 2,00229$ ²⁹. Существование внутренних взаимодействий в металле приводит к сдвигу величины g -фактора от g_0 .

Вычисление теоретических значений $\Delta g = g - g_0$ для щелочных металлов проводилось в работах ²⁹⁻³⁵. Было показано, что Δg может быть представлен следующей формулой ³⁴:

$$\begin{aligned} \Delta g(\mathbf{k}) = & \frac{2}{i} \int_{\Omega_0} \Psi^*[\mathbf{r}, \nabla]_z \Psi d\Omega + \frac{1}{mc^2} \int_{\Omega_0} \Psi^* \left(x \frac{\partial V_0}{\partial x} + y \frac{\partial V_0}{\partial y} \right) \Psi d\Omega - \\ & - \int_{S_0} \left\{ u^*[\mathbf{r}, \nabla]_z \frac{\partial u}{\partial v} + 2ik_y u^*[\mathbf{r}, \nabla]_z u - \frac{\partial u}{\partial k_y} \frac{\partial}{\partial v} (xu^*) + \frac{\partial u}{\partial k_x} \frac{\partial}{\partial v} (yu^*) \right\} dS - \\ & - \text{Im} \int_{S_0} \left[\frac{k_y}{k_x} \frac{\partial \Psi^*}{\partial k_x} \frac{\partial}{\partial v} \frac{\partial \Psi}{\partial k_x} - \frac{k_x}{k_y} \frac{\partial \Psi^*}{\partial k_y} \frac{\partial}{\partial v} \frac{\partial \Psi}{\partial k_y} \right] dS. \quad (3.1) \end{aligned}$$

В (3.1) обозначено: V_0 — потенциал ионного остова, v — нормальная к поверхности элементарной ячейки составляющая градиента, u — периодическая часть в блоховской волновой функции Ψ , Ω_0 и S_0 — объем и площадь поверхности элементарной ячейки соответственно, $\mathbf{k}$ — волновой вектор ЭП, m — эффективная масса ЭП.

Первое слагаемое в (3.1) описывает вклад в Δg , обусловленный орбитальным движением электрона. Второе слагаемое представляет поправку к z -компоненте орбитального магнитного момента, возникающую при учете спин-орбитального взаимодействия. Слагаемые, представляющие интегралы по поверхности S_0 , возникают при учете движения ЭП в решетке ³⁴.

Недавно в работе ³⁵ было отмечено, что в (3.1) необходимо учитывать и релятивистскую поправку

$$\Delta g' = -\frac{\hbar^2}{m^2 c^2} \int_{\Omega_0} \Psi^* \hat{k}^2 \Psi d\Omega, \quad (3.2)$$

которая для ЭП, движущихся с фермиевской скоростью $\approx 10^8$ см/сек, составляет величину $\approx 5 \cdot 10^{-5}$, что находится в пределах точности измерения g -фактора, достигаемой в эксперименте.

Таблица I

Ме- талл	$\Delta g \cdot 10^4$	Лите- ратура	Ме- талл	$\Delta g \cdot 10^4$	Лите- ратура
Li	$-0,61 \pm 0,02$	36		-39 ± 1	43
Na	-8 ± 1	14, 37	Cs	$+30 \pm 10$	43
	-6 ± 2	38		$+110 \pm 20^*$	42
	$-9,7 \pm 0,3$	39	Cu	$+290 \pm 30^*$	44
K	$-9,9 \pm 0,5$	40	Be	$+9 \pm 1$	14
	-41 ± 5	41		$+9,5 \pm 1^a$	45
	-26 ± 1	26		$+14,5 \pm 1^b$	46
Rb	$-28 \pm 6^*$	42	Al	$-50 \pm 10^*$	46
	$-33 \pm 10^*$	42			

^a $H_0 \perp c$ — гексагональной оси кристалла.

^b $H_0 \parallel c$ (в обоих случаях вектор нормали $n \parallel c$).

При расчете численных значений Δg оказалось, что они весьма чувствительны к выбору аппроксимаций при нахождении волновых функций ЭП. Погрешности, присущие каждому из использованных методов (метод квантовых дефектов ^{31, 33, 34}, метод ортогонализированных плоских волн ³⁵), не позволяют в настоящее время вычислить сдвиг Δg с точностью, достаточной для корректного сравнения с соответствующими экспериментальными значениями. Поэтому ограничимся приведением в табл. I только экспериментальных значений Δg . Данные, отмеченные в табл. I звездочкой, определены методом спиновой прозрачности. Как видно, для калия и рубидия они согласуются с соответствующими значениями Δg , полученными стандартной техникой. Для цезия наблюдается расхождение. Поскольку в оригинальных работах ^{42, 43} не приводится детального анализа точности измерений g -фактора, наблюдаемое расхождение может быть связано с заниженными значениями ошибок эксперимента *). В табл. I не включены данные ряда работ, в которых измерения g носят либо качественный характер ^{1, 25, 47}, либо их нельзя еще считать достаточно надежно установленными ⁴⁶⁻⁵¹ (имеется одна краткая публикация, либо данные противоречивы).

4. СПИНОВАЯ РЕЛАКСАЦИЯ В ЧИСТЫХ МЕТАЛЛАХ

Важными кинетическими параметрами, характеризующими явление магнитного резонансного поглощения, являются блоховские времена релаксации T_1 и T_2 соответственно для продольной M_z и поперечных

*) Следует также иметь в виду, что в экспериментах по спиновой прозрачности резонансный эффект обусловлен главным образом «долгоживущими» по спину ЭП, что для тяжелых металлов может привести к подавлению орбитального вклада в Δg (см. выражение (3.1)).

M_x и M_y компонент намагниченности⁵². Оценка их значений может быть произведена по следующим соотношениям:

$$T_1^{-1} \approx H_x^2 + H_y^2, \quad T_2^{-1} \approx H_x^2 + H_y^2 + 2H_z^2,$$

которые являются следствием коммутационных свойств спинового оператора электронов. В приведенных соотношениях H_α ($\alpha = x, y, z$) — флуктуации компонент эффективного магнитного поля, действующего на спин ЭП. Возможными причинами этих флуктуаций могут быть колебания решетки, кулоновские или диполь-дипольные взаимодействия магнитных частиц друг с другом, переменные магнитные поля, вызванные орбитальным движением ЭП, и др.

Если характеристическое время флуктуаций магнитных полей $\tau_c < \omega^{-1}$, то согласно⁵³ $T_1 = T_2$. Из рассмотрения возможных механизмов релаксации в металлах следует, что для магнитных полей, обычно используемых в экспериментах по ПРЭП ($H \leq 10^4$ гс), это условие выполняется. В работе⁵⁴ общим методом квантового кинетического уравнения показано, что для изотропных металлов при $g\beta H < kT$ поперечное и продольное времена релаксации совпадают.

Экспериментальное подтверждение равенства $T_1 = T_2$ в металлах было получено Карвером и Сликтером⁵⁵ методом стационарного насыщения линии ПРЭП в литии. Недавно^{56, 57} ПРЭП в литии и натрия был исследован импульсным методом. Анализ сигналов свободной прецессии и спинового эха в полном соответствии с предсказаниями теории дал $T_1 = T_2$. Таким образом, введенное в разделе а) гл. 2 время спин-решеточной релаксации $\tau = T_1$ в металлах может быть определено непосредственно путем измерения ширины резонансного сигнала:

$$\delta H = 2\hbar/\sqrt{3} T_1 \mu_c,$$

где δH — пиковая ширина линии, μ_c — магнитный момент ЭП.

Вычисление времени T_1 при условии $\tau_R \ll T_1$ производится по формуле²⁹

$$\frac{1}{T_1} = \frac{4}{(2\pi)^3} \left(\int \frac{\partial f_\beta(\mathbf{k})}{\partial E_k} d\mathbf{k} \right)^{-1} \int \frac{\partial f_\beta(\mathbf{k})}{\partial E_k} \times \\ \times [(1 - f_\alpha(\mathbf{k}')) W_{k'\alpha, k\beta} + f_\alpha(\mathbf{k}') W_{k\beta, k'\alpha}] d\mathbf{k} d\mathbf{k}'; \quad (4.1)$$

здесь $W_{k'\alpha, k\beta}$ — вероятность перехода электрона при рассеянии из состояния с волновым вектором $\mathbf{k}$ и спином β в состояние $\mathbf{k}'\alpha$; $f(\mathbf{k})$ — функция распределения электронов.

Для расчета вероятностей перехода $\mathbf{k}\beta \rightarrow \mathbf{k}'\alpha$ необходимо рассмотреть конкретные механизмы релаксации. В чистых металлах основной релаксационный механизм заключается в модуляции тепловыми колебаниями величины кулоновского V_0 ⁵⁸ и спин-орбитального V взаимодействий^{29, 59}. Для валентных электронов константа спин-орбитального взаимодействия λ быстро растет с увеличением порядкового номера элемента, хотя простой зависимости не было получено. В тяжелых металлах рост λ приводит к большой релаксационной ширине линии ПРЭП, что делает невозможным наблюдение резонансного поглощения обычными методами.

Спин-орбитальное взаимодействие можно рассматривать как взаимодействие спинового момента электрона с некоторым эффективным магнитным полем, появляющимся в результате относительного движения электрона и ионов остова решетки. Гамильтониан $\mathcal{H}_0$ электрона в периодической решетке с учетом названного взаимодействия имеет вид

$$\mathcal{H}_0 = \frac{p^2}{2m} + V_0(\mathbf{r}) + \frac{\hbar^2}{4m^2c^2} [\nabla V_0(\mathbf{r}), \mathbf{k}] \sigma, \quad (4.2)$$

где $V_0(\mathbf{r})$ — периодический потенциал решетки, σ — спиновый оператор Паули.

В силу инвариантности гамильтониана $\mathcal{H}_0$ по отношению к трансляции решетки собственные функции будут иметь блоховскую форму. Однако учет спин-орбитального взаимодействия, вообще говоря, приведет к тому, что они не будут соответствовать чистым спиновым состояниям $\chi_{\pm}$ с $\sigma_z = 1$ или -1 . В общем случае волновая функция ЭП записывается следующим образом:

$$\Psi_{k\uparrow} = \varphi_{k\uparrow}\chi_{+} + \gamma_{k\downarrow}\chi_{-} = e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} u_{k\uparrow}(\mathbf{r}),$$

где стрелка в блоховских функциях указывает спиновые состояния, например, значение $\langle \Psi_{k\uparrow} | \sigma_z | \Psi_{k\uparrow} \rangle$ положительное. Величина $\gamma_{k\downarrow}$ пропорциональна сдвигу g -фактора электрона Δg .

Для рассматриваемого спин-решеточного механизма взаимодействие ЭП с колебаниями решетки задается следующим образом:

$$\hat{W}_q(t) = \sum_i \mathbf{u}_q(i, t) \nabla_i \left\{ V_0(\mathbf{r}, \mathbf{R}_i) + \frac{\hbar^2}{4m^2c^2} [\nabla_r V_0(\mathbf{r}, \mathbf{R}_i), \mathbf{k}] \sigma \right\}; \quad (4.3)$$

здесь $\mathbf{R}_i$ — радиус-вектор i -го иона решетки, $\mathbf{u}_q(i, t)$ — смещение этого иона решетки от равновесного положения за счет тепловых колебаний, характеризующихся волновым вектором $\mathbf{q}$. Смешивание спиновых состояний приводит к тому, что в матричном элементе $\langle \Psi_{k\uparrow} | W_q | \Psi_{k'\downarrow} \rangle = M_{k\uparrow, k'\downarrow}$, слагаемые, представляющие модуляцию кулоновского взаимодействия тепловыми колебаниями, дают отличный от нуля вклад, пропорциональный Δg . Подстановка в выражение (4.1) матричного элемента со степенной зависимостью от q ($M_{k, k+q} = \text{const} \cdot q^n$) приводит при низких температурах (ниже температуры Дебая Θ) к зависимости

$$T_1^{-1} \approx T^{2n+1};$$

W_q — эрмитов оператор, инвариантный относительно инверсий времени $t \rightarrow -t$ и пространства $\mathbf{r} \rightarrow -\mathbf{r}$. Пользуясь этими свойствами симметрии W_q , можно показать^{29, 60}, что для металлов со структурой, обладающей центром инверсии,

$$M_{k\downarrow, k'\uparrow} = A Q^2 q^2,$$

где $q = |\mathbf{k} - \mathbf{k}'|$, $Q = |\mathbf{k} + \mathbf{k}'|$, A — константа взаимодействия. Следовательно, для таких металлов температурная зависимость времени спин-решеточной релаксации имеет вид

$$T_1^{-1} \approx T^5 \quad (T < \Theta). \quad (4.4)$$

Для металлов со структурой, не имеющей центра инверсии, матричный элемент равен AQq и, таким образом, $T_1^{-1} \approx T^3$.

При высоких температурах, когда число фононов с частотой ω $n(\omega) \approx n(\omega) + 1 \approx kT/\hbar\omega$,

$$T_1^{-1} \approx T \quad (\Theta < T). \quad (4.5)$$

В настоящее время натрий является единственным металлом, для которого исследования температурной зависимости времени релаксации выполнены в достаточно широком интервале температур^{14, 40, 61-64}. В области $T > \Theta$ наблюдается линейная зависимость T_1^{-1} от температуры (4.5):

$$T_1 T = 3 \cdot 10^{-6} \text{ сек} \cdot ^\circ\text{K}.$$

При температурах ниже дебаевской поведение экспериментально измеренных времен согласуется с температурной зависимостью (4.4). Численные

значения T_1 во всем интервале температур находятся в удовлетворительном количественном согласии с соответствующими значениями, вычисленными по формуле (4.1).

При очень низких температурах более эффективными могут оказаться другие релаксационные механизмы, рассмотренные Оверхаузером⁵⁹:

1) Взаимодействие магнитных моментов ЭП с магнитными и электрическими полями, создаваемыми тепловыми колебаниями ионного остова металла.

2) Магнитное диполь-дипольное взаимодействие электронных спинов.

3) Взаимодействие электронного спина с магнитным полем токов, возникающих при орбитальном движении ЭП.

4) Сверхтонкое взаимодействие электронов с ядерными спинами.

Все эти механизмы релаксации для температур $T > 1^\circ \text{K}$ дают значения T_1 по крайней мере на порядок длиннее экспериментально наблюдаемых, и их вклады в T_1 до настоящего времени не обнаружены.

5. ПАРАМАГНИТНАЯ РЕЛАКСАЦИЯ ЭЛЕКТРОНОВ ПРОВОДИМОСТИ НА ПРИМЕСЯХ

Уже в ранних работах по ПРЭП в металлах выяснилась существенная зависимость ширины линии поглощения от чистоты образца. Так, например, для металлического лития величина спин-орбитального взаимодействия исключительно мала (для свободного атома $\lambda = 2,8 \cdot 10^5 \text{ эв}^{29}$), поэтому присутствие примесей в самых незначительных количествах целиком определяет скорость спиновой релаксации¹⁴.

Исследование влияния примесей на времена спиновой релаксации дает весьма интересную информацию по ряду вопросов. Измерение зави-

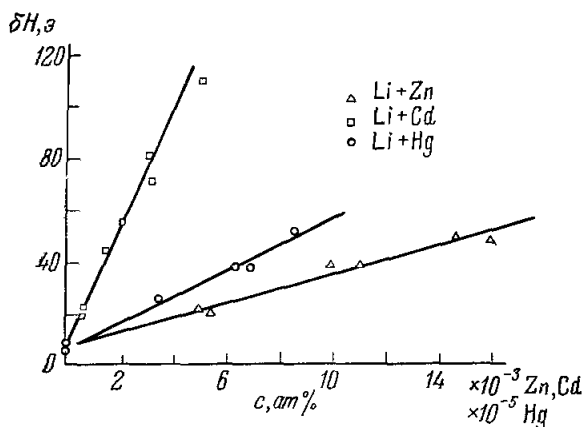


Рис. 3. Зависимость пиковой ширины линии поглощения (между точками максимального наклона) δH от атомной концентрации c примесей металлов группы IIB⁶⁸.

симости релаксационной ширины линии от концентрации примеси позволяет определить величину эффективного сечения рассеяния на примесях с переориентацией спина. По зависимости сечения рассеяния от валентности примеси и ее атомного номера удается получить информацию о характере экранировки заряженной примеси. В комбинации с экспериментальными данными по влиянию примесей на электропроводность можно определить роль спин-орбитального взаимодействия в кинетических процессах. Из исследования примесного вклада в ширину линии в принципе могут быть получены сведения о спектре локальных колебаний и характере диффузионного движения примеси.

Систематическое изучение влияния контролируемых примесей на ширину линий ПРЭП в металлах было начато Гарифьяновым с сотрудниками^{64, 65-68}. В частности, на примере примесей металлов группы IIB в литии, образующих первичные твердые растворы в интервале концентраций $c \leq 1 \text{ ат.}\%$ ⁶⁹, было показано, что ширина линии линейно растет

с увеличением c (рис. 3). На основе простой теории парамагнитной релаксации Пайпса и Сликтера⁷⁰ из полученных результатов следует, что величина спин-орбитального взаимодействия ЭП с примесным атомом в металле по порядку величины не отличается от ее значения для свободного атома примеси.

Изучению примесного вклада в ширину линии ПРЭП при комнатных температурах в дальнейшем были посвящены работы⁷¹⁻⁷³. Наиболее подробные результаты экспериментальных и теоретических исследований приведены в работе⁷², в которой изучено влияние примесей четырнадцати различных металлов на ширину линии ПРЭП в Li и Na. Авторы при этом исходили из правдоподобного предположения, что в достаточно малых концентрациях все изученные металлы образуют истинные твердые растворы. Одним из интересных результатов, полученных в⁷², является обнаружение максимума на кривой зависимости $\partial\delta H(c)/\partial c$ от валентности примеси.

При интерпретации экспериментальных результатов в первом приближении примесные атомы считаются статическими дефектами. Вероятность рассеяния с переворотом спина в борновском приближении не зависит от температуры, поэтому выражение (4.1) для T_1 имеет вид

$$\frac{1}{T_1} = \frac{4}{8\pi\hbar} N_0 c \int |\langle \mathbf{k}_F \alpha | \hat{V} | \mathbf{k}_F \beta \rangle|^2 \rho(E_F) d\Omega_k d\Omega_{k'}, \quad (5.1)$$

где N_0 — число атомов в единице объема, $\rho(E_F)$ — плотность состояний электронов вблизи уровня Ферми. Интерференционные члены, входящие в выражение для T_1 с множителем c^2 , здесь опущены. В предположении, что симметрия потенциала примесного иона в кристалле слабо отклоняется от сферической⁷⁴, спин-орбитальное взаимодействие V в (4.2) можно представить в виде

$$V = \frac{\hbar}{4m^2c^2} [\nabla_r V_0(\mathbf{r}), \mathbf{k}] \sigma = \lambda(r) (\mathbf{s} \mathbf{l}), \quad (5.2)$$

где

$$\lambda(r) = \frac{\hbar^2}{2m^2c^2} \left(\frac{1}{r} \frac{dV_0}{dr} \right),$$

$\mathbf{l}, \mathbf{s}$ — безразмерные операторы угловых моментов.

При вычислении матричного элемента ЭП описывались⁷² плоскими волнами, ортогонализированными к орбитальным волновым функциям локализованных у примеси электронов. Ортогонализация приводит к соблюдению принципа Паули и обуславливает осцилляции волновой функции ЭП вблизи примеси, подобные осцилляциям атомных электронов. Для одновалентных металлов, как известно⁷⁵, вполне удовлетворительное приближение дает одна плоская волна:

$$\varphi_\alpha(\mathbf{k}) = \exp(i\mathbf{k}_F \mathbf{r}) - \sum_{l\beta} a_{l\beta} \Psi_{l\beta}, \quad (5.3)$$

где $\Psi_{l\beta}$ — волновая функция электронов, локализованных у примеси, $a_{l\beta}$ — интеграл перекрытия

$$a_{l\beta} = \int \Psi_{l\beta}^* \exp(i\mathbf{k}_F \mathbf{r}) d\mathbf{r}.$$

Как показывают расчеты, проведенные в работе⁷² с использованием хартри-фоковских волновых функций для атомных электронов примеси⁷⁶, наибольший вклад в величину T_1 вносится за счет перекрытия с p -орбитой, лежащей непосредственно ниже валентного состояния примеси.

Объяснение резонансного характера зависимости δH от валентности примеси⁷² было предложено в работе⁷⁷ и несколько позднее в⁷⁸. По ана-

логии с теорией резонансного рассеяния *d*-электронов зоны проводимости на примеси, обусловленного существованием виртуальных связанных состояний с энергией, приближенно равной энергии Ферми ⁷⁹, авторы при интерпретации кривых экспериментальных результатов исходили из предположения о существовании виртуального уровня связанного состояния для *p*-электронов. При рассеянии электронов на тяжелой примеси условия применимости простой теории возмущений могут нарушаться. В этом случае сечение рассеяния рассчитывается по схеме «сильной связи» ⁸⁰.

Таблица II

Основ- ной ме- талл	При- месь	Z	$\sigma_{\text{эксп}}^{64}$	$\sigma_{\text{эксп}}^{72}$	$\sigma_{\text{эксп}}^{73}$	$\sigma_{\text{теор}}^{72}$
Li	Mg	12		$(6,4 \pm 0,5) \cdot 10^{-21}$	$(5,2 \pm 0,1) \cdot 10^{-21}$	$9,2 \cdot 10^{-20}$
	Al	13		$(1,6 \pm 1,0) \cdot 10^{-20}$		$4,9 \cdot 10^{-21}$
	Zn	30	$(7,2 \pm 0,7) \cdot 10^{-19}$	$(6,8 \pm 0,6) \cdot 10^{-19}$	$(6,2 \pm 0,1) \cdot 10^{-19}$	$9,8 \cdot 10^{-20}$
	Ga	31		$(1,5 \pm 0,1) \cdot 10^{-18}$		$5,2 \cdot 10^{-19}$
	Pd	46		$(2,0 \pm 0,3) \cdot 10^{-18}$	$(3,0 \pm 0,2) \cdot 10^{-18}$	$7,8 \cdot 10^{-18}$
	Ag	47		$(3,5 \pm 0,3) \cdot 10^{-18}$		$3,0 \cdot 10^{-18}$
	Cd	48	$(5,7 \pm 0,5) \cdot 10^{-18}$	$(7,5 \pm 0,7) \cdot 10^{-18}$		$6,2 \cdot 10^{-18}$
	In	49	$(6,0 \pm 1,2) \cdot 10^{-18}$	$(1,0 \pm 0,1) \cdot 10^{-17}$		$1,7 \cdot 10^{-17}$
	Sn	50		$(2,2 \pm 0,3) \cdot 10^{-18}$		$1,3 \cdot 10^{-16}$
	Pt	78		$(2,5 \pm 0,4) \cdot 10^{-17}$		$6,5 \cdot 10^{-18}$
	Au	79		$(6,8 \pm 1,0) \cdot 10^{-17}$		$3,6 \cdot 10^{-17}$
	Hg	80	$(1,2 \pm 0,2) \cdot 10^{-16}$	$(1,1 \pm 0,1) \cdot 10^{-16}$		$0,85 \cdot 10^{-16}$
	Tl	81		$(8,9 \pm 0,9) \cdot 10^{-17}$		$2,2 \cdot 10^{-16}$
	Pb	82		$(1,6 \pm 0,3) \cdot 10^{-17}$		$9,8 \cdot 10^{-16}$
Na	K	19	$(8 \pm 1) \cdot 10^{-21} *$			
	Rb	37	$(1,2 \pm 0,3) \cdot 10^{-19} *$			
	Cd	48		$(6,6 \pm 0,8) \cdot 10^{-18}$		$2,5 \cdot 10^{-18}$
	In	49		$(2,3 \pm 0,3) \cdot 10^{-17}$		$7,6 \cdot 10^{-18}$
	Sn	50		$(2,8 \pm 0,6) \cdot 10^{-18}$		$8,2 \cdot 10^{-17}$
	Hg	80		$(9,6 \pm 1,5) \cdot 10^{-17}$		$3,1 \cdot 10^{-17}$
	Tl	81	$(4,1 \pm 0,5) \cdot 10^{-16}$	$(2,7 \pm 0,3) \cdot 10^{-16}$		$9,7 \cdot 10^{-17}$
	Pb	82	$(5,5 \pm 1) \cdot 10^{-16} *$	$(2,0 \pm 0,3) \cdot 10^{-16}$		$7,1 \cdot 10^{16}$

*) Значения σ получены для жидкого сплава при 100° С и зависят от температуры.

Результаты численных расчетов значений поперечного сечения рассеяния ЭП на примесях с переворотом спина $\sigma_{\text{теор}}^{72}$ совместно с $\sigma_{\text{эксп}}^{64, 72, 73}$ приведены в табл. II. Сечение рассеяния σ связано с временем спин-решеточной релаксации соотношением

$$\sigma = (cN_0\nu_F)^{-1}/T_1$$

При расчете значений $\sigma_{\text{теор}}$ были использованы следующие приближения: одноэлектронная модель при описании ЭП, первый порядок теории возмущений (приближение Борна), пренебрежение эффектами экранировки спин-орбитального взаимодействия атома примеси. С учетом этих приближений согласование величин $\sigma_{\text{эксп}}$ и $\sigma_{\text{теор}}$ в табл. II следует считать удовлетворительным.

Температурная зависимость примесного вклада в ширину линии ПРЭП в щелочных металлах была исследована в работах ^{64, 81, 82}. Из полученных данных для сплавов на основе лития и натрия следует, что до температур $T \leq 300^\circ \text{ К}$ примесной вклад в релаксационную ширину не зависит от температуры. Таким образом, для ширины ПРЭП справедлив

аналог правила Матиссена для электросопротивления:

$$\delta H_{\text{тв}}(T, c) = \delta H_{\text{реш}}(T) + \delta H_{\text{прим}}(c). \quad (5.4)$$

На рис. 4 и 5 приведены типичные зависимости δH от T для чистого Na и системы Na + Tl. Для Na высокой чистоты наблюдалась линейная зависимость $\delta H(T)$ вплоть до температуры плавления металла $T_{\text{пл}}$. Плавное увеличение ширины линии в интервале $300^\circ\text{K} < T < T_{\text{пл}}$ (аналогичное увеличение наблюдалось и в Li) согласно ^{64, 81, 82} объясняется изменением растворимости неконтролируемых примесей, содержащихся в сплаве, по мере повышения температуры. Заметим, что наличие быстрых диффузионных движений в литии и натрия при $T > 250^\circ\text{K}$ подтверждается данными ядерного магнитного резонанса ⁸³.

Существует другое возможное объяснение зависимости примесного вклада в ширину линии ПРЭП от температуры вблизи $T_{\text{пл}}$, связанное с учетом тепловых колебаний атомов примесей. Согласно теории колебаний примесных атомов ⁸¹⁻⁸⁶ спектр тепловых колебаний примеси сильно зависит от отношения массы примеси M' к массе атома металла-растворителя M . В случае тяжелой примеси, $|\eta| > 1$ ($\eta = (M - M')/M$), функция

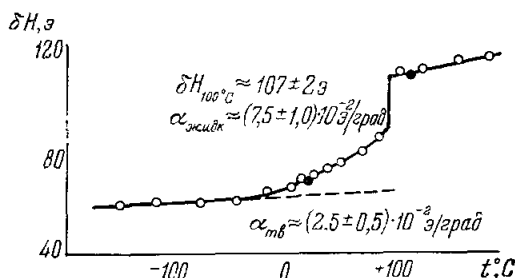


Рис. 5. Зависимость пиковой ширины линии от температуры для образца Na + Tl ($c = 0.5 \cdot 10^{-4}$ ат.%) ⁸².

● — точки возврата после нагревания.

распределения квадратов частот в спектре колебаний примеси $f(\omega^2)$ имеет резонансный характер с максимумом в области частот $\omega_*^2 = \omega_0^2/3 |\eta|$, где ω_0 — дебаевская частота, а в области частот $\omega < \omega_*$ спектральная плотность возрастает по сравнению со спектральной плотностью в идеальном кристалле в M'/M раз. В случае достаточно легкой примеси $\eta < 1$, практически вся спектральная плотность сосредоточена у дискретной частоты $\omega_D^2 \approx 2\omega_0^2/5 (1 - \eta)$. Недавно

появился ряд работ ⁸⁵⁻⁸⁷, в которых учетом колебаний примесных атомов объясняется ряд экспериментальных результатов (нарушение правил Матиссена для электросопротивления в слабых растворах, аномалии решеточной теплопроводности, спектр инфракрасного поглощения).

Расчет влияния тепловых колебаний примеси на ширину линии ПРЭП проведен в работе ⁸⁸. Величина $T_{\text{прим}}^{-1}$ представляет сумму трех слагаемых:

$$\frac{1}{T_{\text{прим}}} = \frac{1}{T_1(1)} + \frac{1}{T_1(2)} + \frac{1}{T_1(3)};$$

$T_1(1)$, $T_1(2)$, $T_1(3)$ описывают вклад в T_1^{-1} , соответственно от примесного рассеяния, интерференционного рассеяния и рассеяния на деформирован-

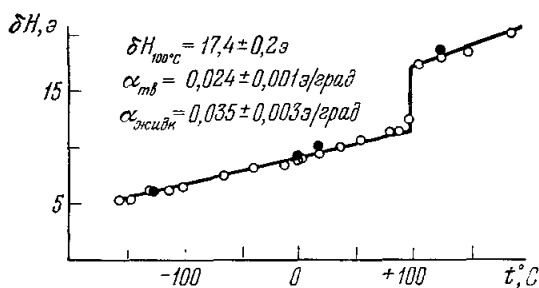


Рис. 4. Зависимость пиковой ширины линии от температуры для чистого Na ⁶⁴.

● — точки возврата после нагревания.

ном спектре колебаний идеальной решетки. Во всех перечисленных выше экспериментальных работах о влиянии примесей на ширину линии ПРЭП реализовался случай $\eta < 0$ (тяжелые примеси). При $|\eta| > 1$ и $T \leq \Theta/2$ отношение p части $T_1^{-1}(1)$, зависящей от колебаний примеси, к части, обусловленной рассеянием на неподвижной примеси $T_1^{-1}(0)$, не зависит от температуры и равно

$$p \approx -\frac{9|\eta|}{4\pi} \frac{q_0^2}{\omega_0} \frac{\hbar}{M},$$

где q_0 — импульс фонона дебаевской частоты. Физически этот результат объясняется тем, что уменьшение вероятности упругого рассеяния (с переворотом спина) с ростом температуры за счет фактора Дебая — Валлера компенсируется увеличением вероятности неупругого рассеяния на фононах. Для сплава Na + Tl оценки дают $p = -0,12$.

В области высоких температур $T > \Theta/2$ величина p становится равной

$$p = -\frac{\hbar}{M} \frac{q_0^2}{8} \frac{\hbar}{kT} \frac{1}{1-\eta},$$

что приводит к увеличению ширины линии с ростом температуры по закону $a - b/T$ ($a, b > 0$).

При $T < \Theta$ вклад от рассеяния на деформированном спектре решетки равен

$$\frac{1}{T_1(3)} = \frac{1}{T_{\text{реш}}} (-2c\eta) [(I_4/I_5) - 1],$$

где $I_n(n) = \Gamma(n) \zeta(n)$, $\zeta(n)$ — дзета-функция Римана, $\Gamma(n) = (n-1)!$, $T_{\text{реш}}$ — время релаксации, обусловленное рассеянием на тепловых колебаниях идеальной решетки. В работе⁸⁸ рассмотрена также температурная зависимость T_1 в случае легкой ($\eta < 1$) примеси.

Таким образом, учет тепловых колебаний тяжелых примесей качественно правильно описывает экспериментально наблюдаемую температурную зависимость $\delta H(T)$.

6. ПРЭП В ЖИДКИХ МЕТАЛЛАХ

При переходе металла в жидкое состояние обычно наблюдается скачкообразное увеличение ширины резонансной линии. Скачок в точке плавления по аналогии с электропроводностью может быть связан с изменением характера функции парной корреляции для координат ионов металла⁸⁹. Это качественное объяснение подтверждается и данными измерений величины сдвига Найта⁹⁰, которые указывают, что плотность состояний ЭП на поверхности Ферми $\rho(E_F)$ у ряда металлов (Li, Na, Rb, Cs, Hg, Al, Sn) при переходе в жидкое состояние меняется незначительно (эти изменения составляют 10^{-2} от $\rho(E_F)$).

Экспериментальному и теоретическому исследованию ПРЭП в жидких щелочных металлах посвящены работы^{39-41, 62, 64, 81, 82, 91-93}.

Согласно^{81, 82} зависимость ширины линии ПРЭП от температуры и концентрации примесей для щелочных металлов в жидком состоянии можно представить в следующем виде:

$$\delta H = AT + BTc + Dc + E. \quad (6.1)$$

Из (6.1) следует, что «правило Матиссена» для ширины линии в жидком металле нарушается: примесный вклад в δH становится зависящим от температуры (см. рис. 5), причем

$$\alpha_{\text{ТВ}} < \alpha_{\text{жидк}}, \quad \alpha = \partial \delta H / \partial T.$$

Экспериментальные значения констант, входящих в выражение (6.1), вместе с соответствующими значениями атомных констант для жидкого Na с различными примесями приведены в табл. III.

Таблица III

	Z	Λ , эв	B , э/град	D , э
Na	11	$2,12 \cdot 10^{-3}$	—	—
K	19	$7,13 \cdot 10^{-3}$	$0,5 \pm 0,2$	$(12 \pm 4) \cdot 10^2$
Rb	37	$2,93 \cdot 10^{-2}$	43 ± 15	$(6 \pm 4) \cdot 10^3$
Tl	81	0,96	$(7 \pm 2) \cdot 10^4$	$(7 \pm 1) \cdot 10^7$
Li	3	$2,77 \cdot 10^{-5}$	$-(0,4 \pm 0,2)$	—

Теоретическое описание парамагнитной релаксации ЭП в жидких металлах по аналогии с теорией электросопротивления^{89, 94} может быть основано на существующих представлениях о структуре и динамике простых жидкостей. В настоящее время теория жидкостей качественно правильно описывает зависимость электросопротивления, теплоемкости, вязкости от температуры. Однако она является еще значительно менее логически строгой и последовательной, чем теория твердых тел, обладающих периодической структурой. Аналогичное замечание справедливо относительно описания состояния электронов проводимости в жидких проводящих средах⁹⁵.

Для интерпретации экспериментальных данных в⁸¹ использовалось следующее выражение для вычисления $T_{\text{теор}}$, являющееся модификацией соотношения (4.1) и (5.1) для жидких металлов:

$$\frac{1}{T_1} = \frac{2}{\hbar} N_0 \rho(E_F) \frac{1}{k_F^2} \int d\mathbf{q} \{ |V_a(q)|^2 (1 + g_{aa}(q)) + \\ + c (|V_b(q)|^2 - |V_a(q)|^2) + c [\dot{V}_b(q) V_a(q) g_{ab}(q) - 2 |V_a(q)|^2 g_{aa}(q)] \}. \quad (6.2)$$

В выражении (6.2) $g(q)$ — фурье-компонента функции парной корреляции, $q = |\mathbf{k} - \mathbf{k}'|$, индекс a относится к металлу-растворителю, b — к примеси.

Для малых концентраций примесей членами, квадратичными по c , можно пренебречь.

Сопоставление членов уравнения (6.1), зависящих от концентрации примесей и температуры, с соответствующими членами выражения (6.2) дает интегральные значения произведений $V_{a,b}(q)$ и $g(q)$ через измеряемые параметры A , B , D и E . Температурная зависимость T_1 в (6.2) определяется зависимостью от T фурье-компоненты функций парной корреляции $g(q)$. Выражение $g(q)$ рассматривалось в работе⁹⁶, где было получено $g(q) = (b(q)/kT + 1)^{-1}$. Здесь $b(q)$ — фурье-компонента межатомного потенциала. Для жидкого натрия $b(q) \gg kT$ ⁹⁷. Поэтому можно считать $g(q) \approx kT/b(q)$, что соответствует наблюдаемой линейной зависимости $\delta H(T)$ в исследованном интервале температур. Было получено, что отношение вычисленных значений констант D в (6.1) для различных примесей находится в удовлетворительном согласии с экспериментальными данными^{64, 82}. Однако между теоретическими и экспериментальными значениями констант B , описывающих температурную зависимость примесного вклада, наблюдалось расхождение. Оно, по-видимому, связано с трудностью теоретической оценки величины B . Действительно, из выражения (6.2) видно, что наличие множителя q^2 под интегралом приводит

к увеличению удельного веса вклада в T_1 рассеяния на большие углы ($q \approx 2k_F$). Известно⁹³, что в этой области значений q функциональная зависимость $g(q)$ сильно меняется, и поэтому даже небольшие ошибки в определении $g(q)$ методами нейтроно- и рентгенографии приводят к сильному изменению расчетных значений B .

В работах^{64, 81} было обнаружено, что введение в жидкий Na легкой примеси Li приводит к ослаблению температурной зависимости ширины линии (константа B меняет знак). Этот результат качественно согласуется с теоретическим соотношением (6.2) при учете, что $V_{Li} \ll V_{Na}$.

Недавно в работах^{91, 92} исследована ширина линии ПРЭП для системы K + Na во всем интервале концентраций в жидкой фазе вблизи точки плавления. Полученные значения $T_{\text{эксп}}$ и $T_{\text{теор}}$, вычисленное на основе соотношения (6.2) с использованием ОПВ и с учетом поправочных коэффициентов, возникающих за счет электрон-электронных взаимодействий, находятся в хорошем согласии.

7. ВЛИЯНИЕ ПОВЕРХНОСТНЫХ ЭФФЕКТОВ НА ПАРАМАГНИТНОЕ РЕЗОНАНСНОЕ ПОГЛОЩЕНИЕ В МЕТАЛЛАХ

Структура кристалла и поля, действующие на ЭП в приповерхностном слое, отличаются от соответствующих величин внутри кристалла. Поэтому столкновения ЭП с поверхностью металла могут оказаться эффективным механизмом парамагнитной релаксации. Влияние поверхностной релаксации на форму линии ПРЭП было учтено Дайсоном⁸ путем феноменологического введения некоторой усредненной по возможным углам рассеяния вероятности ε переориентации спина при одном акте столкновения ЭП с поверхностью металла.

а) Дайсон показал, что для образцов, хотя бы один из геометрических размеров которых $d < \delta$, форма линии ПРЭП остается лоренцовой. В полной ширине δH появляется дополнительное слагаемое, обусловленное неупругим рассеянием электронов на поверхности:

$$\frac{1}{T_2} = \frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_s}.$$

где T_s — время спиновой поверхностной релаксации.

1) При $d \leq \Lambda$ по Дайсону

$$T_s = 4\Omega/\varepsilon v_F S, \quad (7.1)$$

где Ω — объем образца, S — площадь его поверхности. Таким образом, для образцов в форме пленок с толщиной d

$$T_s = 2d/\varepsilon v_F, \quad (7.2)$$

и измерение ширины резонансного сигнала в зависимости от d дает возможность прямого экспериментального определения ε .

2) Для образцов с $d > \Lambda$ при подсчете частоты соударений ЭП с поверхностью, естественно, следует учитывать диффузионный характер его движения. В этом случае $t_s \approx d^2/v_F \Lambda$ — время между двумя столкновениями с поверхностью и

$$T_s = \alpha d^2/\varepsilon v_F \Lambda,$$

где α — числовой коэффициент порядка двойки, зависящий от формы образца. Следовательно, время поверхностной релаксации явно зависит от длины свободного пробега и нелинейно связано с малым размером частицы металла d .

б) Приведенные выше соотношения справедливы для достаточно крупных металлических образцов, таких, чтобы влияние квантовых размерных эффектов на энергетический спектр электронов проводимости было несущественно:

$$\hbar/\tau_R > \hbar^2\pi^2/2md.$$

При температурах $T > 4^\circ \text{K}$ для очень мелких металлических частиц ($d \lesssim 10 \text{ \AA}$) пространственным квантованием в виду большой релаксационной ширины уровней энергии ЭП можно пренебречь. Поэтому величина T_s будет определяться формулой (7.1). В том случае, однако, когда связь образца с окружающей средой мала и $T \lesssim 0,3^\circ \text{K}$, дискретный характер спектра энергий одночастичных возбуждений существенно меняет распределение числа состояний на единичный интервал энергии системы и, как следствие, ее статическую и динамическую парамагнитную восприимчивость. Среднее расстояние между дискретными уровнями равно

$$\Delta = 2\pi^2\hbar^2/\Omega m^2 v_F.$$

Однако если даже частицы имеют одинаковые объемы и форму, вследствие того, что длина волны ЭП порядка атомных размеров, достаточно существования неровностей поверхности атомного масштаба, чтобы распределение энергетических уровней стало случайным. Среднее же расстояние между уровнями остается равным Δ . На эту особенность энергетического спектра ЭП для мелких частиц впервые было указано в работе Кубо⁹⁹. Аналогичная ситуация имеет место для распределения высоковозбужденных уровней ядер^{100, 101}. Горьковым и Элиашбергом¹⁰² наряду с термодинамическими свойствами мелких металлических частиц на основе результатов работ^{100, 101} были рассмотрены особенности электронного резонансного поглощения. Оказалось, что когда спин-орбитальное взаимодействие мало и спин остается хорошим квантовым числом, форма линии ПРЭП должна обнаруживать квантовые осцилляции с изменением величины внешнего магнитного поля, которые при $\mu H \gg \Delta$ описываются следующим соотношением:

$$\chi'' = \frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2} \frac{\chi_\infty}{H} \int_0^H dH \left\{ 1 - \left(\frac{\Delta}{2\pi\mu H} \right)^2 + \frac{1 + \cos^2(2\pi\mu H/\Delta)}{2\pi\mu H/\Delta} \right\}. \quad (7.3)$$

Экспериментальные исследования зависимости ширины линии ПРЭП от размеров образца и температуры с целью выяснения роли поверхностной релаксации предпринимались в ряде работ^{14, 64, 103-113}. Для уверенного измерения величины ε необходимо, чтобы вклад поверхностной релаксации в δH был по крайней мере сравним с температурно-зависимыми частями соответствующих вкладов от других механизмов релаксации. Поэтому опыты по измерению ε проводятся, как правило, на образцах, содержащих мелкие металлические частицы, диспергированные в подходящей нейтральной среде. Заметим, однако, что измерения на диспергированных образцах дают значения ε , усредненные по ансамблю с большим количеством частиц металла неопределенной формы и с заметным разбросом их по размерам. Легко показать, что это может привести к неточным экспериментальным значениям ε . Действительно, в работах, выполненных на диспергированных образцах лития^{14, 103-109}, были получены различные значения ε от 10^{-4} до 10^{-7} .

Для количественного определения ε необходимы эксперименты на одном образце со строго фиксированными геометрическими размерами (например, на образце в форме тонкой пленки металла). В литературе имеются две работы, выполненные на пленках^{110, 111}. В¹¹⁰ был изучен

ПРЭП на пленках лития толщиной $0,08 \text{ мкм} \leq d \leq 80 \text{ мкм}$. Для вероятности неупругого рассеяния спина на поверхности металла была получена оценка $\varepsilon \leq 9 \cdot 10^{-6}$ ⁶⁴. В работе¹¹¹ измерения проведены на пленках лития толщиной до $0,01 \text{ мкм}$. Определение ε по приведенной в¹¹¹ зависимости $\delta H = f(d)$ дает величину $\approx 8 \cdot 10^{-6}$ (сами авторы работы¹¹¹ оценку ε не производили). Температурная зависимость вклада поверхностной релаксации в ширину линии не была обнаружена, а экспериментальные точки зависимости T_2^{-1} от d^{-1} в пределах ошибок ложатся на прямую. Это соответствует реализации условий случая а), 1) (см. формулу (7.2)).

В литературе имеются сообщения, что в работах^{107, 112, 113} удалось реализовать условия, характерные для особо мелкодисперсных систем (случай а), 2)).

В заключение отметим, что недостаточное количество надежных экспериментальных данных и противоречивость уже имеющихся работ оставляет проблему поверхностной релаксации весьма актуальной.

8. ПРЭП В СВЕРХПРОВОДНИКАХ

Экспериментальная реализация возможности наблюдения спинового резонанса в сверхпроводниках могла бы дать интересную информацию о деталях механизма образования сверхпроводящих пар. Единственным сверхпроводящим металлом, для которого в литературе имеются сообщения о наблюдении явления спинового резонанса в нормальном состоянии, является в настоящее время алюминий^{25, 46}.

Вопрос о резонансном поглощении в сверхпроводящем состоянии теоретически рассматривался в работах¹¹⁴. Малая глубина проникновения постоянного магнитного поля в сверхпроводящий металл: $H_0(z) \approx \approx H_0 \exp(-z/\lambda)$, $\lambda \approx 5 \cdot 10^{-5} \text{ см}$, и условие $\Lambda > \lambda$, обычно справедливое для нормальных электронов при низких температурах, согласно¹¹⁴ приводят к тому, что резонансное поглощение в массивных сверхпроводниках невозможно (во всяком случае на частотах $\omega < v_F/\Lambda$). В этой же работе отмечается, что резонансное поглощение может наблюдаться в образцах толщины $d < \lambda/2$.

Капланом¹¹⁵ был проведен упрощенный расчет формы линии сигналов ПРЭП для сверхпроводящей пленки толщины $d \ll \lambda/2$, для случая, когда постоянное магнитное поле $\mathbf{H}_0$ параллельно поверхности металлической пленки. В¹¹⁵ из решения системы уравнений Максвелла для бесспиновых частиц

$$\mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}, \quad \mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A}, \quad \mathbf{A} = \alpha \mathbf{j}, \quad \alpha = \frac{4\pi}{c} \lambda^2$$

были найдены значения радиочастотного поля в образце $H_1(z)$, где $-d/2 \leq z \leq d/2$, $\mathbf{H}_0$, $\mathbf{H}_1$ параллельны осям x , y соответственно.

После подстановки полученных значений $H_1(z)$ в модифицированное уравнение Блоха (2.5) для поперечных по отношению к $\mathbf{H}_0$ составляющих намагниченности в линейном по восприимчивости приближении можно получить

$$M_y(1 + iu) = M_z u' \text{ch } \xi + \delta \frac{\partial^2 M_x}{\partial \xi^2},$$

$$M_z(1 + iu) = H_1 \chi u' \text{ch } \xi - M_y u' \text{ch } \xi + \delta \frac{\partial^2 M_z}{\partial \xi^2},$$

где

$$\xi = z/\lambda, \quad u = \omega T_1, \quad u' = \frac{T_1 \gamma H_0}{\text{ch}(d/2\lambda)}, \quad \delta = T_1 D/\lambda^2.$$

Результат численного решения уравнений в зависимости от $\zeta_0 = d/2\lambda$ при $\delta = 4 \cdot 10^{-6}$ приведен на рис. 6. Интерпретация полученных результатов довольно проста. Быстрая диффузия ЭП в пленке приводит к тому,

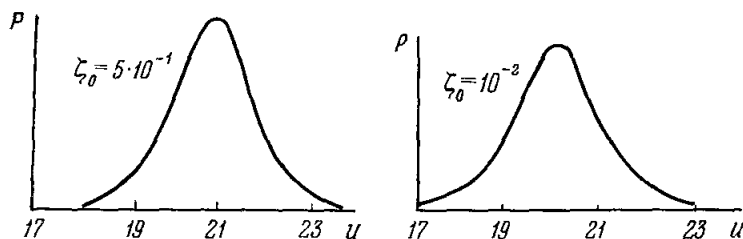


Рис. 6. Зависимость резонансного поглощения (в произв. ед.) от $u = \omega T_1$ для пленки сверхпроводника толщиной d при разных значениях параметра $\zeta_0 = d/2\lambda$ и $\delta = 4 \cdot 10^{-6}$ [15].

что усредненное по интервалу $\Delta t \approx 1/\omega$ значение эффективного постоянного магнитного поля зависит от отношения $d/2\lambda$. Меняя значение параметров ω , d и λ (T), можно добиваться выполнения резонансных условий.

Заметим, что в приведенном расчете не учитывалось влияние поверхностной релаксации. Кроме того, для очень тонких пленок могут оказаться существенными эффекты размерного квантования.

Казанский физико-технический институт
АН СССР

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Е. К. Завойский, Докт. диссертация (ФИАН, 1944).
2. М. Я. Азбель, В. И. Герасименко, И. М. Лифшиц, ЖЭТФ 31, 357 (1956).
3. R. B. Lewis, T. R. Carver, Phys. Rev. Lett. 12, 693 (1964).
4. N. S. Van der Ven, R. T. Schumacher, *ibid.*, p. 695.
5. S. Schultz, XV Colloque AMPERE, Amsterdam, North-Holland, 1969, p. 102.
6. К. Джеффрис, Динамическая ориентация ядер, М., «Мир», 1965.
7. N. Bloembergen, J. Appl. Phys. 23, 1379 (1952).
8. F. Dyson, Phys. Rev. 98, 349 (1955).
9. А. А. Харкевич, Спектры и анализ, М., «Наука», 1962.
10. N. F. Ramsey, Phys. Rev. 78, 695 (1950).
11. H. C. Torrey, *ibid.* 104, 563 (1956).
12. J. I. Kaplan, *ibid.* 115, 575 (1959).
13. Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшиц, Электродинамика сплошных сред, М., Гостехиздат, 1957.
14. G. Feher, A. F. Kip, Phys. Rev. 98, 337 (1955).
15. J. E. Cousins, R. Dupree, R. L. Havill, Brit. J. Appl. Phys. 16, 1687 (1965).
16. R. H. Webb, Phys. Rev. 158, 225 (1967).
17. A. R. Kessel, E. G. Kharkhash'yan, G. B. Teitelbaum, I. G. Zamaleev, XVI Congress AMPERE, Bucharest, Publ. House of the Academy of the Soc. Rep. of Romania, 1971, p. 1125.
18. И. Г. Замалеев, А. Р. Кессель, Г. Б. Тейтельбаум, Э. Г. Харашьян, ФММ 34, 16 (1972).
19. М. Я. Азбель, В. И. Герасименко, И. М. Лифшиц, ЖЭТФ 32, 1212 (1957); 35, 691 (1958).
20. J. I. Kaplan, J. Phys. Chem. Sol. 27, 19 (1966).
21. M. Lampre, P. M. Platzman, Phys. Rev. 150, 340 (1966).
22. В. П. Силин, ЖЭТФ 30, 421 (1956).
23. G. D. Gaspari, Phys. Rev. 151, 215 (1966).
24. M. B. Walker, Canad. J. Phys. 48, 111 (1970); Phys. Rev. B3, 30 (1971).
25. А. А. Галкин, В. П. Набережных, ЖЭТФ 40, 1876 (1961).
26. W. M. Walsh, L. W. Rupp, P. H. Schmidt, Phys. Rev. 142, 414 (1966).
27. A. W. Overhauser, A. M. de Graaf, *ibid.* 168, 763 (1968).
28. G. B. Teitelbaum, Phys. Lett. A34, 327; A36, 191 (1971).
29. Y. Yafet, Sol. State Phys. 14, 1 (1963).

30. Y. Yafet, Phys. Rev. 85, 478 (1952).
31. H. Brooks, *ibid.* 94, 1411 (1954).
32. Y. Yafet, *ibid.* 106, 679 (1957).
33. H. Brooks, F. S. Ham, *ibid.* 112, 334 (1958).
34. A. Bienenstock, H. Brooks, *ibid.* 136, 784 (1964).
35. A. W. Overhauser, A. M. de Graaf, Phys. Rev. Lett. 22, 127 (1969).
36. N. S. Van der Ven, Phys. Rev. 168, 787 (1968).
37. Ch. Rytter, Phys. Lett. 4, 69 (1963).
38. G. J. King, B. S. Miller, F. F. Carlson, R. C. McMillan, J. Chem. Phys. 32, 940 (1960).
39. R. A. Devine, R. Dupree, Phil. Mag. 21, 787 (1970).
40. А. Я. Витол, Э. Г. Харахашьян, Ф. Г. Черкасов, К. К. Шварц, ФТТ 13, 2133 (1971).
41. R. C. McMillan, J. Phys. Chem. Sol. 25, 773 (1964).
42. S. Schultz, M. R. Shanabarger, Phys. Rev. Lett. 16, 178 (1966).
43. W. M. Walsh, L. R. Rupp, P. H. Schmidt, *ibid.*, p. 181.
44. S. Schultz, C. Latham, *ibid.* 15, 148 (1965).
45. J. E. Cousins, R. Dupree, Phys. Lett. 19, 464 (1965).
46. S. Schultz, G. Dunifer, C. Latham, *ibid.* 23, 192 (1966).
47. А. А. Галкин, В. П. Набережных, ДАН СССР 137, 549 (1961).
48. М. С. Хайкин, ЖЭТФ 39, 899 (1960).
49. A. D. Caplin, Phil. Mag. 10, 241 (1964).
50. J. H. Orchard-Webb, J. E. Cousins, Phys. Lett. A28, 236 (1968).
51. S. Schultz, M. R. Shanabarger, P. M. Platzman, Phys. Rev. Lett. 19, 749 (1967).
52. F. Bloch, Phys. Rev. 70, 460 (1946).
53. D. Pines, C. P. Slichter, *ibid.* 100, 1014 (1955).
54. В. В. Андреев, В. И. Герасименко, ЖЭТФ 35, 1209 (1958).
55. T. R. Carver, C. P. Slichter, Phys. Rev. 92, 212 (1953).
56. D. R. Taylor, R. P. Gillen, P. H. Schmidt, *ibid.* 180, 427 (1969).
57. Э. Г. Харахашьян, Ф. Г. Черкасов, Я. А. Витол, А. Р. Кессель, В. Ф. Юданов, Письма ЖЭТФ 15, 156 (1972).
58. R. J. Elliott, Phys. Rev. 96, 280 (1954).
59. A. W. Overhauser, *ibid.* 89, 689 (1953).
60. Ч. Киттель, Квантовая теория твердых тел, М., «Наука», 1967.
61. R. A. Levy, Phys. Rev. 102, 31 (1956).
62. R. C. McMillan, G. J. King, B. C. Miller, F. F. Carlson, J. Phys. Chem. Sol. 23, 1379 (1962).
63. F. Vescial, N. S. Van der Ven, R. T. Schumacher, Phys. Rev. A134, 1286 (1964).
64. Э. Г. Харахашьян, Канд. диссертация (Казань, КГУ, 1968).
65. Н. С. Гарифьянов, М. А. Стариков, ЖЭТФ 35, 799 (1958).
66. Н. С. Гарифьянов, А. В. Ильясов, ФММ 9, 503 (1960).
67. Н. С. Гарифьянов, Б. М. Хабибуллин, Э. Г. Харахашьян, Тезисы докладов XII Всесоюзного совещания по физике низких температур, Казань, 1965, стр. 29.
68. Н. С. Гарифьянов, Б. М. Хабибуллин, Э. Г. Харахашьян, А. Л. Беззубов, Письма ЖЭТФ 5, 25 (1967).
69. М. Хансен, К. Андерко, Структура двойных сплавов, М., Металлургиздат, 1962.
70. D. Pines, C. P. Slichter, Phys. Rev. 100, 1014 (1955).
71. G. D. Wignell, J. E. Enderby, C. E. W. Hahn, J. M. Titman, Phil. Mag. 12, 433 (1965).
72. J. R. Asik, M. A. Ball, C. P. Slichter, Phys. Rev. Lett. 16, 740 (1966); Phys. Rev. 181, 645 (1969).
73. C. E. W. Hahn, J. E. Enderby, Proc. Phys. Soc. 92, 418 (1967).
74. H. L. Ode, C. P. Flinn, Phil. Mag. 13, 699 (1966).
75. Дж. Займан, Электроны и фононы, М., ИЛ, 1962.
76. F. Herman, S. Skillman, Atomic Structure Calculation, N. Y., 1963.
77. R. A. Ferrell, R. E. Prange, Phys. Rev. Lett. 17, 163 (1966).
78. K. S. Viswanathan, A. K. Rajagopal, *ibid.* 24, 99 (1967).
79. J. Friedel, J. Phys. et Rad. 19, 573 (1958).
80. Н. Мстт, Г. Месси, Теория атомных столкновений, М., «Мир», 1969, стр. 247.
81. Н. С. Гарифьянов, Б. М. Хабибуллин, Э. Г. Харахашьян, Т. О. Алексеева, ДАН СССР 180, 569 (1968).
82. Т. О. Алексеева, Б. С. Никитин, Б. М. Хабибуллин, Э. Г. Харахашьян, ФММ 26, 644 (1968).
83. А. Абрагам, Ядерный магнетизм, М., «Мир», 1963.
84. И. М. Лифшиц, ЖЭТФ 17, 1076 (1947); 18, 293 (1948).

85. Ю. Каган, Физика кристаллов с дефектами. 2, Материалы конференции по теории дефектов в кристаллах, Тбилиси, 1966.
 86. А. Марадудин. Дефекты и колебательный спектр кристаллов, М., «Мир», 1968.
 87. Ю. Каган, П. Жернов, ЖЭТФ 50, 1107 (1966).
 88. Б. М. Хабибуллин, ЖЭТФ 54, 1865 (1968).
 89. J. M. Ziman, Phil. Mag. 6, 1013 (1962).
 90. W. Knight, A. Berger, V. Heine, Ann. Phys. (N. Y.) 8, 173 (1959).
 91. J. S. Helman, R. A. B. Devine, Phys. Rev. B4, 1153 (1971).
 92. R. A. B. Devine, J. S. Helman, *ibid.*, p. 1156.
 93. Б. М. Хабибуллин, Э. Г. Харахашьян, Ф. Г. Черкасов, Металловедение, М., «Наука», 1971, стр. 424.
 94. T. E. Faber, J. M. Ziman, Phil. Mag. 11, 153 (1965).
 95. Н. Мотт, Электроны в неупорядоченных структурах, М., «Мир», 1969.
 96. P. Ascarelli, R. J. Harrison, A. Paskin, Adv. Phys. 16, 637 (1967).
 97. M. D. Johnson, P. Hutchinson, N. H. March, Proc. Roy. Soc. 282, 283 (1964).
 98. У. Харрисон, Псевдопотенциалы в теории металлов, М., «Мир», 1968.
 99. R. Kubo, J. Phys. Soc. Japan 17, 975 (1962).
 100. F. Dyson, J. Math. Phys. 3, 140 (1962).
 101. F. Dyson, M. Metha, *ibid.* 4, 713 (1963).
 102. Л. П. Горьков, Г. М. Элиашберг, ЖЭТФ 48, 1407 (1965).
 103. Н. С. Гарифьянов, ЖЭТФ 32, 149 (1957).
 104. R. T. Schumacher, W. E. Vense, J. Phys. Chem. Sol. 24, 297 (1963).
 105. М. Я. Ген, В. И. Петин, ЖЭТФ 48, 29 (1965).
 106. R. Kaplan, P. J. Bray, Phys. Rev. 129, 1919 (1963).
 107. C. Taupin, J. Phys. Chem. Sol. 28, 41 (1967).
 108. A. J. Watts, J. E. Cousins, Phys. Stat. Sol. 30, 105 (1968).
 109. А. Я. Витол, К. К. Шварц, Ю. А. Экманис, ФТТ 12, 487 (1970).
 110. Т. О. Алексеева, Э. Г. Харахашьян, Ф. Г. Черкасов, Некоторые вопросы магнитной радиоспектроскопии и квантовой акустики, Казань, 1968, стр. 43.
 111. K. Asayata, Y. Oda, J. Phys. Soc. Japan 22, 937 (1967).
 112. В. И. Петин, А. Ю. Ардашев, ФТТ 11, 3 (1969).
 113. K. Saiki, T. Fujita, Y. Shimizu, S. Sakoh, N. Wada, J. Phys. Soc. Japan 32, 447 (1972).
 114. М. Я. Азбель, И. М. Лифшиц, ЖЭТФ, 33, 792 (1957).
 115. J. I. Kaplan, Phys. Lett. 19, 266 (1965).
-