

МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ

535.433 (018)

СВОЙСТВА СИММЕТРИИ В КАРТИНАХ
ДИФРАКЦИИ ФРАУНГОФЕРА *)

Э. Гехт

Картины дифракции Фраунгофера обнаруживают ряд довольно интересных свойств симметрии. Рассматривается простой, но весьма общий случай дифракции излучения на отверстиях в экране в том случае, когда фаза электрического поля в падающей на экран волне остается постоянной в пределах отверстия. В этом случае распределение интенсивности дифрагированного поля в плоскости изображения независимо от формы отверстия обладает центром симметрии. Кроме этого, наличие дополнительной симметрии в форме отверстия приводит к появлению соответствующей дополнительной симметрии и в картинах дифракции Фраунгофера. Все эти свойства обсуждаются на примере восьми фотографий дифракционных картин.

Цель данной статьи состоит в том, чтобы рассказать о некоторых замечательных свойствах симметрии, которые проявляются в картинах дифракции Фраунгофера. Впервые эти свойства были изучены, по-видимому, Штраубелем еще в 1895 г.¹, но в течение последних 20—30 лет в книгах по оптике необъяснимым образом отсутствовало указание на их существование в картинах дифракции Фраунгофера. Поскольку идеи преобразований Фурье в оптике начинают включаться даже в учебные программы, то изучение дифракции Фраунгофера приобретает все больший педагогический интерес. Кроме того, из-за возрастающего проникновения в современные курсы по оптике² техники пространственной фильтрации наблюдение свойств симметрии в дифракции Фраунгофера оказывается не только вполне своевременным, но потенциально весьма полезным. Действительно, было бы очень ценно, если мы, глядя на форму отверстия в экране**), могли предсказывать основные свойства картин дальнего поля, возникающего при дифракции Фраунгофера на этих отверстиях.

В этой статье обсуждение ограничивается тем наиболее распространенным при обучении студентов старших курсов случаем, когда плоская

*) E. Necht, Symmetries in Fraunhofer Diffraction, Amer. J. Phys. 40, 571 (1972). Перевод С. Н. Столярова

Э. Гехт — сотрудник физического отдела Университета Адельфи, Гарден-Сити, Нью-Йорк (США).

**) По принципу Бабинне (см. ¹⁰) аналогичные свойства будут наблюдаться и при дифракции Фраунгофера на непрозрачном экране, имеющем ту же форму, что и отверстие в экране. (Прим. перев.)

электромагнитная волна падает нормально на отверстие в непрозрачном экране. Тогда фаза электрического поля падающей волны будет оставаться постоянной в пределах этого отверстия (в отличие от того случая, когда отверстие заполняется, например, куском стекла с шероховатой поверхностью). В этом случае основное утверждение состоит в том, что «каждая картина дифракции Фраунгофера обладает центром симметрии P_0 независимо от того, существует или нет такая симметрия в исходном отверстии». Иными словами, если мы в плоскости изображения проведем через точку P_0 линию, то распределение освещенности вдоль этой линии будет одинаковым по обе стороны от центра симметрии P_0 и будет зависеть только от расстояния точки наблюдения на этой линии до центра симметрии. Это утверждение может быть доказано следующим образом.

Интеграл, описывающий скалярное поле при дифракции Фраунгофера, выведенный с помощью элементарного принципа Гюйгенса — Френеля, определяется выражением вида *)

$$E(P, t) = E(X, Y, Z, t) = \frac{e^{i(\omega t - kR)}}{R} \iint_{\text{по } (A)} \varepsilon_A(y, z) e^{ik(yY + zZ)/R} dy dz, \quad (1)$$

где (y, z) и (Y, Z) — координаты соответственно в плоскости отверстия и в плоскости изображения. Функция $\varepsilon_A(y, z)$ определяет «силу» источника на единицу площади отверстия в экране, а R равно расстоянию от начала координат, расположенного в плоскости отверстия, до точки наблюдения P .

Поскольку в падающей волне в нашем случае фаза возбуждающего поля постоянна в пределах отверстия, то это значит, что функция $\varepsilon_A(y, z)$ в формуле (1) является вещественной функцией**). В то же время освещенность $I(P)$ в точке наблюдения P пропорциональна усредненному по времени квадрату электрического поля, т. е. величине $\langle E(P, t) E^*(P, t) \rangle$. Тогда, пренебрегая постоянными множителями, получим

$$I(X, Y, Z) = \left\{ \iint_{\text{по } (A)} \varepsilon_A(y, z) \cos \left[\frac{k}{R} (yY + zZ) \right] dy dz \right\}^2 + \left\{ \iint_{\text{по } (A)} \varepsilon_A(y, z) \sin \left[\frac{k}{R} (yY + zZ) \right] dy dz \right\}^2. \quad (2)$$

Для того чтобы плотность дифрагированного потока $I(P)$ обладала в плоскости изображения центром симметрии P_0 , необходимо, чтобы выполнялось равенство $I(X, Y, Z) = I(X, -Y, -Z)$ ***). Из уравнения (2) видно, что это равенство действительно всегда имеет место независимо от формы отверстия в экране.

Заметим, что при этом мы ничего не говорим о том, что амплитуда $E(P, t)$ дифрагированного поля в формуле (1) также должна обладать центральной симметрией; вполне возможно, что она может иметь различные фазовые изменения в плоскости изображения. Если же теперь функция $\varepsilon_A(y, z)$ обладает свойством центральной симметрии в плоскости

*) Здесь введена и координата X , определяющая положение плоскости изображения. Вывод формулы (1) дан в книге ¹⁰ и для удобства приведен в дополнении к данной статье (стр. 362). В § 8.4 книги ¹⁰ также показано, что в некоторых случаях формулу (1) можно применять и для компонент векторного поля. (Прим. перев.)

**) Ибо она совпадает с амплитудой электрического поля падающей волны на отверстии (см. Дополнение). (Прим. перев.)

***) Кстати, отсюда сразу видно, что центр симметрии P_0 имеет в плоскости изображения координаты $(X, 0, 0)$, т. е. лежит на оси OX (см. рисунок в дополнении к статье). (Прим. перев.)

экрана, т. е. $\varepsilon_A(y, z) = \varepsilon_A(-y, -z)$ независимо от того, комплексна она сама или нет, то формула (1) сразу же приводит к симметричному относительно P_0 распределению амплитуды $E(P)$ дифрагированного поля, т. е. $E(X, Y, Z) = E(X, -Y, -Z)$. Поскольку наблюдаемой является величина $I(X, Y, Z)$, то в дальнейшем мы вообще не будем касаться вопроса об амплитуде дифрагированного поля $E(P)$.

Симметрия в поле излучения является весьма интересным свойством дифракции Фраунгофера, которое заранее, вообще говоря, не вполне очевидно. В литературе существует несколько фотографий, которые случайным образом показывают эту симметрию, и некоторые из них соответствуют асимметричным отверстиям в экране³⁻⁶.

Другим удобным способом описания происходящих при дифракции Фраунгофера явлений является использование теории Фурье. Для этого вернемся к интегралу (1) и введем в нем обозначения: $k_Y = kY/R$ и $k_Z = kZ/R$. Поскольку величины k_Y и k_Z изменяются обратно пропорционально величине $\lambda = 2\pi/k$, т. е. пространственному периоду или длине волны, то их можно определить как угловые пространственные частоты. Производя соответствующую замену в интеграле (1), мы можем привести его к виду двумерного интеграла Фурье. Иными словами, дифрагированное поле $E(P)$ является преобразованием Фурье $E(k_Y, k_Z)$ функции $\varepsilon_A(y, z)$ *). Тогда, если функция $\varepsilon_A(y, z)$ вещественна, ее модуль комплексного фурье-образа (т. е. амплитуда дифрагированного поля) является четной функцией пространственных частот k_Y и k_Z , а фаза фурье-образа — нечетной функцией k_Y и k_Z ⁷. Кроме того, если функция $\varepsilon_A(y, z)$ является вещественной и четной функцией, т. е. $\varepsilon_A(y, z) = \varepsilon_A(-y, -z)$ и $\varepsilon_A(y, z) = \varepsilon_A^*(y, z)$, то ее фурье-образ также является вещественной и четной функцией, т. е. $E(k_Y, k_Z) = E(-k_Y, -k_Z)$ и $E(k_Y, k_Z) = E^*(k_Y, k_Z)$.

В любом случае освещенность в плоскости изображения должна быть четной функцией координат, т. е. обладать центром симметрии.

Величины k_Y и k_Z пропорциональны соответственно координатам Y и Z в плоскости изображения, так что каждой точке (Y, Z) в плоскости изображения соответствует вполне определенная пространственная частота $k_{\perp} = (k_Y^2 + k_Z^2)^{1/2}$. Таким образом, центр симметрии P_0 соответствует члену с нулевой частотой (т. е. постоянному в пространстве члену с $Y = Z = 0$), вокруг которого диаметрально противоположно располагаются члены $E(k_Y, k_Z)$, соответствующие положительным (k_Y и $k_Z > 0$) и отрицательным (k_Y и $k_Z < 0$) значениям отличной от нуля пространственной частотной компоненты ($k_{\perp} = (k_Y^2 + k_Z^2)^{1/2} \neq 0$).

Наиболее понятным и наглядным примером аналогичной картины дифрагированного поля является, по-видимому, картина, возникающая при дифракции квазимонохроматических волн на дифракционной решетке. В этом случае пятна света, представляющие различные порядки дифракционных максимумов ($m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$), располагаются вдоль линии по обе стороны от основного дифракционного максимума с $m = 0$, и их

*) Напомним, что фурье-образом функции $\varepsilon_A(y, z)$ является функция⁷

$$E(k_Y, k_Z) = \int_{-\infty}^{+\infty} dy \int_{-\infty}^{+\infty} dz \varepsilon_A(y, z) \exp[i(k_Y y + k_Z z)],$$

задаваемая двумерным интегралом Фурье. Так как в нашем случае поле $\varepsilon_A(y, z)$ на непрозрачном (металлическом) экране равно нулю, то пределы в интеграле (1) можно формально распространить до бесконечности и мы приходим к двумерному интегралу Фурье. (Прим. перев.)

можно рассматривать как парные пространственные частоты, располагающиеся симметрично относительно постоянного члена с $m = 0$ *).

На основе этого формализма сразу же становится понятной обратно пропорциональная зависимость всех расстояний в дифракционной картине на плоскости изображения от размера отверстия в экране. Действительно, как и в соотношении неопределенностей Гейзенберга, произведение длительности любого импульса на ширину полосы частот в нем есть величина постоянная. Поэтому если отверстие в экране мало, то входной сигнал (падающая волна) будет соответствующим образом локализован в пространстве и вследствие этого выходной сигнал (дифрагированное поле) должен иметь широкую полосу пространственных частот. Это и приводит к расширению дифракционной картины. Наоборот, увеличение отверстия в экране сужает (т. е. делает более направленной) картину дифрагированного поля, оставляя ее без изменения во всех других отношениях.

Картину дифракции Фраунгофера, как правило, создают или с помощью подходящей системы линз ⁸ или прямо с помощью яркого направленного излучения и очень удаленной плоскости наблюдения Σ_0 . При демонстрации дифракционных явлений мы предполагаем, что эта плоскость располагается сначала вблизи несимметричного отверстия в экране, освещаемого плоскими нормально падающими на него волнами. Возникающая при этом картина дифракции Френеля также должна быть несимметричной. Отодвигая теперь плоскость Σ_0 все дальше от экрана, мы будем постепенно переходить от несимметричной картины дифракции Френеля к картине дифракции Фраунгофера, в которой появляется центр симметрии. Кстати, когда мы настраиваем оптическую систему линз для создания и наблюдения картин дифракции Фраунгофера, то установление центральной симметрии в них является удобным способом тонкой регулировки положения элементов оптической системы.

Приведенные в данной статье фотографии были сделаны в учебной лаборатории с очень простой системой линз и с помощью гелий-неонового лазера мощностью 1 *мвт*. Дифрагированный пучок был спроектирован прямо на поляроидную пленку типа A.S.A.3000 размером 4×5 дюйма и на однолинзовую зеркальную фотокамеру, снабженную затвором — все это, конечно, в темной комнате. В большинстве случаев экраны с отверстиями были изготовлены из пластмассовых гибких штампованных волноводов, покрашенных в черный цвет и соответствующим образом заматированных. Несмотря на то, что такая конструкция была выбрана скорее из соображений экономии, а не совершенства, полученные с ее помощью фотографии оказались вполне пригодными для наших целей.

Дифракционная картина на рис. 1 создана отверстием в экране в виде буквы Л. Яркие вертикальные и горизонтальные полосы на этом рисунке возникают соответственно от горизонтального и вертикального элементов отверстия в экране. На плоскости наблюдения Σ_0 они приводят к появлению ярких пятен света, удаленных на очень большие расстояния от центра симметрии P_0 . Это значит, что им соответствуют очень большие значе-

*) Свойство центральной симметрии картин дифракции Фраунгофера интуитивно можно понять следующим образом. Любое отверстие в экране, по-видимому, всегда можно представить в виде разложения в двумерный ряд Фурье по косинусам и синусам по двум взаимно перпендикулярным координатам y и z в плоскости экрана (см. рисунок в дополнении к статье), т. е. представить в виде суперпозиции двумерных дифракционных решеток с различными периодами. В силу принципа суперпозиции полное дифрагированное на отверстии поле можно представить как суперпозицию полей, возникающих от дифракции волны, падающей нормально на каждую из дифракционных решеток, составляющих отверстие в экране. Поскольку каждое из этих полей обладает центральной симметрией, то и их суперпозиция будет обладать такой симметрией. На это обратил наше внимание А. И. Плис. (Прим. перев.)

ния величин Y и Z в формуле (1) и, следовательно, эти пятна являются дифракционными максимумами высокой пространственной частоты (высокого порядка) ⁹.

Аналогичная дифракционная картина возникает от отверстия в экране в форме буквы E , ибо все параллельные линии в отверстии при дифракции

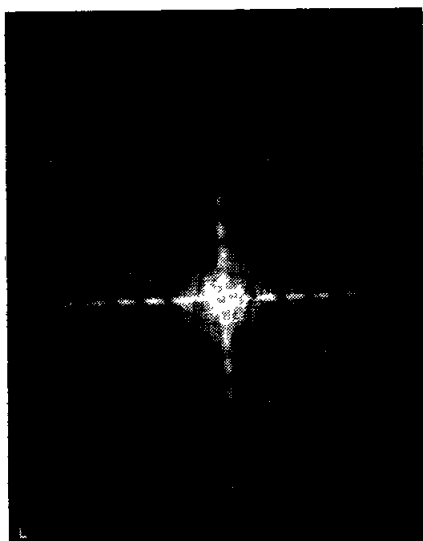


Рис. 1. Картина дифракции Фраунгофера от отверстия в форме буквы L .

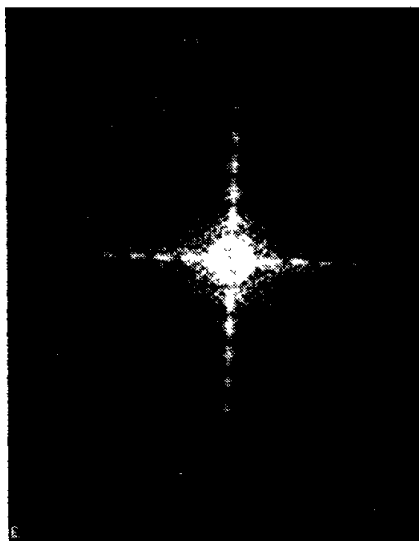


Рис. 2. Картина дифракции Фраунгофера от отверстия в форме буквы E .

создают решетку светлых пятен, симметричных относительно точки P_0 вдоль перпендикулярной (в данный момент вертикальной) линии на рис. 2.

Из наличия центра симметрии следует, что *если отверстие в экране *) симметрично относительно какой-либо оси, то оно создает такую картину дифракции Фраунгофера, которая будет симметрична уже относительно двух осей, одна из которых будет параллельна оси симметрии отверстия в экране, а другая — перпендикулярна ей*. Это ясно видно на рис. 3, на котором изображена дифракционная картина от полукруглого отверстия с горизонтальным диаметром. Снова следует указать на вертикальные светлые пятна высокой пространственной частоты, возникающие от диаметра полукруга. Вклад в дифракционную картину от полуокружности на экране представляется на рис. 3 в виде картины (она должна быть симметрична относительно горизонтальной оси), похожей на вытянутый классический диск Эйри**) и состоящей из концентрических колец.

На рис. 4 и 5, которые показывают картины дифракции Фраунгофера от отверстий в экране соответственно в форме равностороннего треугольника и в форме знака плюс, также ясно видны различного рода симметрии. Например, равносторонний треугольник имеет три оси симметрии, и, следовательно, дифракционная картина от него имеет шесть осей симметрии. В противоположность этому знак плюс имеет четыре оси симметрии, две из которых попарно взаимно перпендикулярны. Тогда из-за взаимного

*) Напомним, что по принципу Бабиня (см. ¹⁰) аналогичные свойства будут наблюдаться и в картине дифракции Фраунгофера от непрозрачных экранов, имеющих ту же форму, что и отверстия в непрозрачном экране. (Прим. перев.)

**) См. § 8.5 книги ¹⁰ (Прим. перев.)

попарного перекрытия дифракционных картин полная дифракционная картина от знака плюс имеет только четыре оси симметрии.

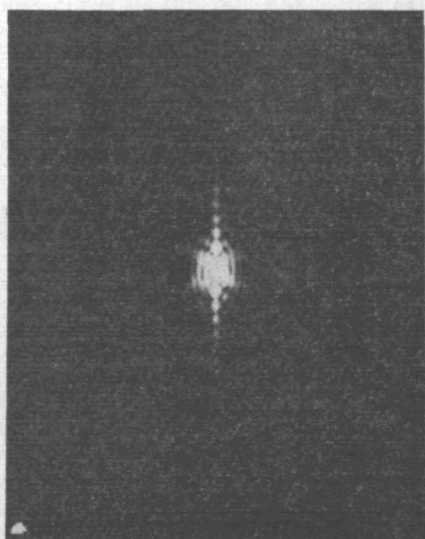


Рис. 3. Картина дифракции Фраунгофера от полукруглого отверстия с горизонтальным диаметром.

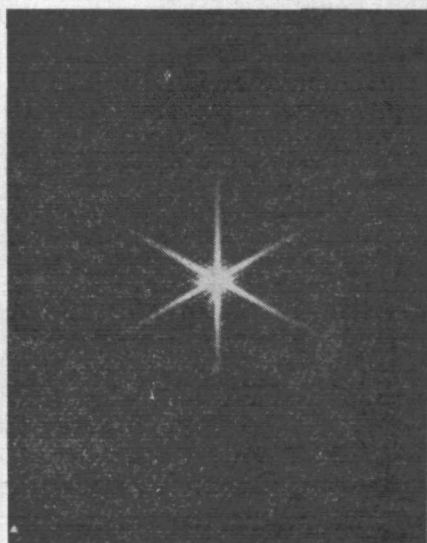


Рис. 4. Картина дифракции Фраунгофера от отверстия в форме равностороннего треугольника с одной из горизонтальных сторон.

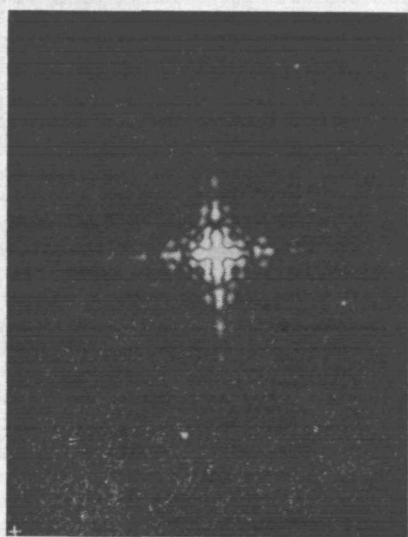


Рис. 5. Картина дифракции Фраунгофера от отверстия в форме знака плюс.

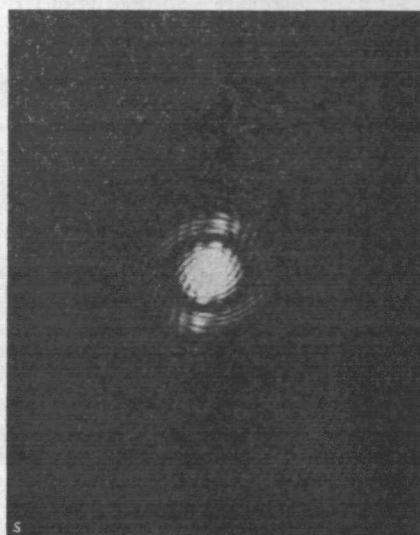


Рис. 6. Картина дифракции Фраунгофера от отверстия в форме буквы S.

Отверстие в экране в форме буквы S состоит из двух почти круговых сегментов, каждый из которых создает в дифракционной картине от знака S, как это видно на рис. 6, кольцеобразную систему с центром в точке P_0 .

Отметим, что эти кольца соответствуют относительно малым дифракционным порядкам, т. е. освещенность в них довольно быстро спадает с удалением от точки P_0 .

Заметное различие в дифракционных картинах от отверстий в экране в форме 2 и в форме Z связано, конечно, с наличием заметной кривизны в первой из них. Это становится особенно ясным из рис. 7, на котором хорошо видна кольцеобразная система полос, возникающая в результате

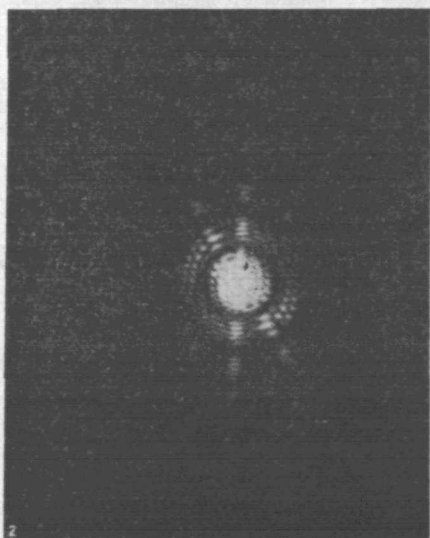


Рис. 7. Картина дифракции Фраунгофера от отверстия в форме цифры 2.

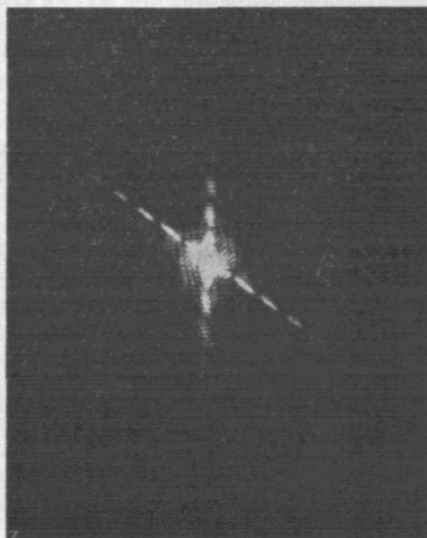


Рис. 8. Картина дифракции Фраунгофера от отверстия в форме буквы Z.

дифракции на полуокружности, и которая отсутствует на рис. 8. В обеих картинах присутствует вертикальная полоса светлых пятен, а также диагональная полоса светлых пятен, перпендикулярная к диагональной части обоих отверстий.

Таким образом, вооруженный этими идеями студент в состоянии предсказать основные свойства картины дифракции Фраунгофера от любых видов отверстий в экранах. Например, какая дифракционная картина возникла бы от отверстия в форме 3 (см. фотографию этой картины в книге ³⁾)?

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

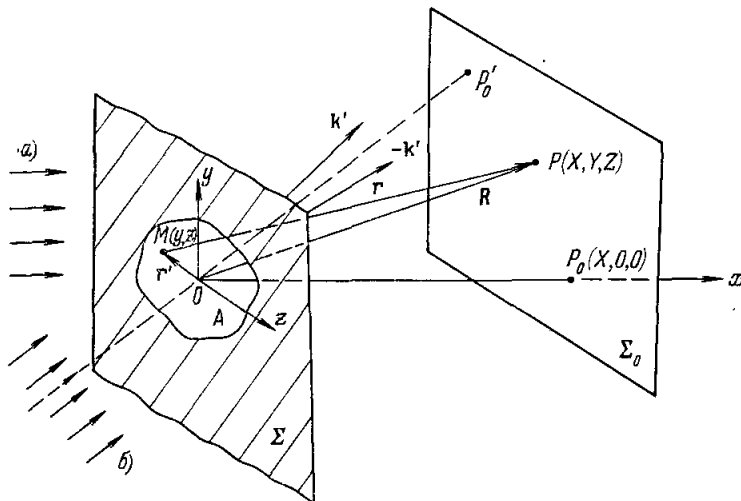
1. R. Straubel, Ann. Phys. (N. Y.) 56, 746 (1895).
2. P. A. Phillips, Am. J. Phys. 37, 536 (1969).
3. J. W. Goodman, Introduction to Fourier Optics, N. Y., McGraw-Hill, 1968, Fig. 5-7 (см. перевод: Дж. Гудмен, Введение в фурье-оптику, М., «Мир», 1970, фиг. 32).
4. S. G. Lipson, H. Lipson, Optical Physics, L., Cambridge, U. P., 1969, Fig. 7.38.
5. W. A. Blikken, Electro-Optical Syst. Design 2, 48 (1970), Fig. 9.
6. G. B. Parrent, Jr., B. J. Thompson, SPIE J. 3, 142 (1965), Fig. 3.3.
7. A. Papoulis, Systems and Transforms with Applications in Optics, N. Y., McGraw-Hill, 1968, p. 62 (см. перевод: А. Папулис, Теория систем и преобразований в оптике, М., «Мир», 1971, стр. 69).

8. R. S. Longhurst, Geometrical and Physical Optics, N. Y., J. Wiley, 1967, p. 241.
9. A. Sommerfeld, Optics, N. Y., Academic Press, 1964, p. 233 (см. перевод: А. Зоммерфельд, Оптика, М., ИЛ, 1953).
10. М. Борн, Э. Вольф, Основы оптики, М., «Наука», 1970, гл. 8 *).

535.433(018)

Дополнение переводчика

Для облегчения понимания статьи приведем краткий вывод использованной в ней формулы (1). Согласно принципу Гюйгенса — Френеля для задач, допускающих рассмотрение скалярных волн¹⁻³, каждая точка M отверстия A в экране Σ (см. рисунок) с координатами (y, z) под воздействием падающей на экран волны с амплитудой электрического поля $E_{\text{пад}}(x, y, z, t)$ становится источником сферических волн. «Сила» такого источника при этом пропорциональна значению напряженности поля в падающей волне на экране Σ и в том числе и на отверстии A , т. е. пропорциональна величине $E_{\text{пад}}(O, y, z, t)$. Если линейные размеры отверстия A много больше длины волны падающего излучения $\lambda = 2\pi/k$, то наличие непрозрачного экрана Σ практически не



Схематическое изображение дифракции Фраунгофера от отверстия A в непрозрачном экране Σ при нормальном (случай a) и наклонном (случай b) падении.

Ось Ox перпендикулярна к плоскости экрана Σ и плоскости изображения Σ_0 .

сказывается на значениях поля падающей волны в отверстии A . Если же эти величины одного порядка, то принцип Гюйгенса — Френеля становится несправедливым¹ и следует решать волновую задачу точно. С более подробным обсуждением этих вопросов с физической стороны можно познакомиться в лекциях Мандельштама³.

В соответствии с формулами для компонент Фурье частоты ω запаздывающих полей (см. § 64 книги²) компонента Фурье напряженности электрического поля $E_\omega(P)$ в точке наблюдения P с координатами (X, Y, Z) (см. рисунок), создаваемого распределенными по отверстию A точечными источниками M с координатами (O, y, z) , принимает вид

$$E_\omega(P) = \iint_{\text{по } (A)} \varepsilon_A(y, z) \frac{e^{-ikr}}{r} dy dz, \quad (D1)$$

где $r = [X^2 + (Y - y)^2 + (Z - z)^2]^{1/2}$ — расстояние от точки источника M до точки наблюдения P , $k = \omega/c = 2\pi/\lambda$ — волновой вектор волны в вакууме, а $\varepsilon_A(y, z)$ —

*) Добавлено переводчиком к примечаниям. (Прим. ред.)

компонента Фурье частоты ω значения электрического поля падающей волны на отверстии A (при $x = 0$).

Если расстояние $OP = R = (X^2 + Y^2 + Z^2)^{1/2}$ точки наблюдения P от начала координат O , расположенного на отверстии A в экране Σ , много больше линейных размеров отверстия, то

$$r \approx \left(R - \frac{yY + zZ}{R} \right).$$

Заметим, что в случае, когда один из линейных размеров отверстия становится бесконечно большим, как, например, для щели, то, как правило, дифракционная картина не зависит от этой координаты и по-прежнему будет иметь центр симметрии (см., например, ^{1, 2}). Параметром же малости будет отношение размера щели к расстоянию до точки наблюдения.

Ограничиваясь теперь в формуле (Д1) в быстроосциллирующей экспоненте (« k » велико!) первыми двумя слагаемыми, а в медленно меняющемся знаменателе только первым слагаемым, мы получим

$$E_{\omega}(P) \approx \frac{e^{-ikR}}{R} \iint_{\text{по } (A)} \varepsilon_A(y, z) e^{ik(yY + zZ)/R} dy dz. \quad (\text{Д2})$$

Если на отверстие в экране падает монохроматическая волна, то, переходя обратно к переменным во времени полям, мы приходим к формуле (1) статьи.

Свойства симметрии, обнаруженные в картинах дифракции Фраунгофера при нормальном падении волн на отверстие в непрозрачном экране, должны также наблюдаться и при наклонном падении волн *).

Действительно, представим величину $\varepsilon_A(y, z)$ в формуле (Д2) для наклонно падающей на отверстие волны в виде

$$\varepsilon_A(y, z) = E_{0\omega}(y, z) e^{-i\Phi_{0\omega}(y, z)} \quad (\text{Д3})$$

с вещественной амплитудой $E_{0\omega}(y, z)$ и регулярно меняющейся по отверстию (в данном случае — линейно) фазой

$$\Phi_{0\omega}(y, z) = (\alpha y + \beta z),$$

где α/k и β/k — направляющие косинусы падающей волны в плоскости (y, z) .

Тогда, если ввести компоненты k_Y и k_Z волнового вектора дифрагированного в точку P поля (см. рисунок)

$$k_Y = k \frac{Y}{R}, \quad k_Z = k \frac{Z}{R},$$

формула (Д2) примет вид

$$E_{\omega}(P) \approx \frac{e^{-ikR}}{R} \iint_{\text{по } (A)} E_{0\omega}(y, z) e^{i[(k_Y - \alpha)y + (k_Z - \beta)z]} dy dz.$$

При нормальном падении ($\alpha = \beta = 0$) и вещественной функции $\varepsilon_A(y, z) = E_{0\omega}(y, z)$ интенсивность дифрагированного излучения $I(P)$ пропорциональна величине (см. формулу (2) статьи)

$$I(P) = I(k_Y, k_Z) = \left[\iint_{\text{по } (A)} E_{0\omega}(y, z) \cos(k_Y y + k_Z z) dy dz \right]^2 + \left[\iint_{\text{по } (A)} E_{0\omega}(y, z) \sin(k_Y y + k_Z z) dy dz \right]^2, \quad (\text{Д4})$$

которая остается без изменения при одновременном изменении знака у компонент k_Y и k_Z . Это и означает, что распределение интенсивности в плоскости наблюдения Σ_0 обладает центром симметрии P_0 , определяемым компонентами $k_Y = k_Z = 0$.

*) На это обратили внимание Б. М. Болотовский и Б. Я. Зельдович, которым принадлежит также и идея приводимого ниже расчета.

Если же теперь волна (Д3) падает наклонно, то в этом случае вместо выражения (Д4) мы приходим к следующей формуле:

$$I(P') = I(k'_Y, k'_Z) = \left[\int \int_{\text{по } (A)} E_{0\omega}(y, z) \cos(k'_Y y + k'_Z z) dy dz \right]^2 + \\ + \left[\int \int_{\text{по } (A)} E_{0\omega}(y, z) \sin(k'_Y y + k'_Z z) dy dz \right]^2, \quad (\text{Д5})$$

в которой введены величины

$$k'_Y = (k_Y - \alpha), \quad k'_Z = (k_Z - \beta). \quad (\text{Д6})$$

Выражение (Д5) совпадает по форме с формулой (Д4), и поэтому распределение интенсивности $I(P')$ дифрагированного излучения также будет симметричным, но уже относительно точки P'_0 , определяемой компонентами $k'_Y = k'_Z = 0$. В силу соотношений (Д6) ясно, что положение этого нового центра симметрии P'_0 в плоскости Σ_0 задается направлением волнового вектора падающей волны в этой плоскости, т. е.

$$k_Y = \alpha, \quad k_Z = \beta. \quad (\text{Д7})$$

Поскольку для падающих и дифрагированных волн заданной частоты ω в вакууме справедливо дисперсионное уравнение: $k_{\text{пад}}^2 = k_{\text{диф}}^2 = k^2 = \omega^2/c^2$, то отсюда и из соотношения (Д7) следует, что центр симметрии P'_0 дифрагированных при наклонном падении волн вида (Д3) лежит на продолжении направления падающей волны (см. рисунок). При этом центральная и другие симметрии картин дифракции Фраунгофера должны наблюдаться в плоскости Σ'_0 , перпендикулярной к направлению распространения падающей волны (см. на рисунке два луча k' и $-k'$, симметричных относительно направления наклонно падающих волн).

С. Н. Столяров

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. М. Борн, Э. Вольф, Основы оптики, «Наука», М., 1970, гл. 8.
2. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Теория поля, М., Физматгиз, 1960.
3. Л. И. Мандельштам, Лекции по оптике, теории относительности и квантовой механике, М., «Наука», 1972.