

**ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ИНТЕНСИВНОГО ОПТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ  
СО СВОБОДНЫМИ ЭЛЕКТРОНАМИ****(нерелятивистский случай)****Ф. В. Бункин, А. Е. Казаков, М. В. Федоров****СОДЕРЖАНИЕ**

1. Введение . . . . .	559
2. Вынужденное тормозное излучение и поглощение . . . . .	562
а) Отрицательное поглощение при свободно-свободных переходах (562).	
б) Тормозное излучение и поглощение в сильном электромагнитном поле (568).	
1) Классическое рассмотрение (569). 2) Квантовомеханическое рассмотрение (575).	
3. Вынужденное комптоновское рассеяние . . . . .	579
а) Отрицательное поглощение при вынужденном комптоновском рассеянии (580). б) Поглощение оптического излучения в плазме за счет вынужденного комптоновского рассеяния (582). в) Рассеяние электронов в поле интенсивной стоячей волны (587).	
Заключение . . . . .	591
4. Цитированная литература . . . . .	592

**1. ВВЕДЕНИЕ**

В связи с развитием квантовой электроники оптического диапазона (лазеров) появилась реальная возможность наблюдать ряд новых физических явлений, обусловленных взаимодействием достаточно интенсивного электромагнитного излучения с веществом. Широкий класс таких новых эффектов, как генерация гармоник оптического излучения, параметрические взаимодействия, различного рода вынужденное рассеяние излучения, самофокусировка волновых пучков в среде и т. п., в настоящее время усиленно изучается как теоретически, так и экспериментально и составляет содержание *нелинейной оптики*. Характерной особенностью этого класса эффектов является то, что в конечном счете все они обусловлены нелинейной (по электромагнитному полю) поляризацией среды. При этом обычно предполагается, что сама среда в процессе взаимодействия с излучением не меняет своего агрегатного состояния и служит лишь нелинейным преобразователем излучения. С этой точки зрения такие процессы, как оптический пробой в газах или разрушение в твердых телах, обычно рассматриваются как вторичные явления, приводящие к утрате нелинейнооптических свойств среды. Предположение о неизменности состояния среды определяет также особенности теоретического подхода к задачам нелинейной оптики и проявляется в том, что все они могут быть описаны в рамках макроскопической электродинамики, т. е. с помощью уравнений Максвелла, дополненных нелинейными материальными уравнениями.

К нелинейной оптике примыкает еще более новая и гораздо менее развитая область, также возникающая в связи с появлением когерентных источников оптического излучения, — *нелинейная спектроскопия* \*). Исследования в этой области направлены на изучение спектров поглощения интенсивного оптического излучения в газах, жидкостях и твердых телах, когда существенную роль играют *многофотонные и многокаскадные однофотонные механизмы поглощения*, а также *спектроскопический эффект насыщения и высокочастотный эффект Штарка*.

Как уже отмечалось, явления, изучаемые нелинейной оптикой и нелинейной спектроскопией, обычно рассматриваются в таких условиях, когда за время взаимодействия излучения со средой состояние последней существенно не изменяется. Это приводит к определенным ограничениям на интенсивность  $I$  внешней электромагнитной волны.

Условие постоянства агрегатного состояния среды заведомо перестает выполняться, если амплитуда напряженности поля волны  $E_0$  становится сравнимой с напряженностью внутриатомного поля  $E_a$ :

$$E_0 \sim E_a \approx m^{1/2} \Delta^{3/2} (e\hbar)^{-1},$$

где  $\Delta$  — энергия связи внешнего электрона в атомах,  $e$ ,  $m$  — заряд и масса электрона,  $\hbar$  — постоянная Планка. Например, для первой боровой орбиты атома водорода  $E_a \approx 5 \cdot 10^9$  в/см. Соответствующая напряженности  $E_a$  интенсивность излучения равна

$$I_a \approx c (4\pi)^{-1} m \Delta^3 / e^2 \hbar^2 \quad (1.1)$$

( $c$  — скорость света). При столь больших потоках излучения всякая материальная среда теряет свою индивидуальность, быстро превращаясь в полностью ионизованную плазму<sup>1-3</sup>. Для типичного значения энергии первой ионизации атомов  $\Delta \approx 10$  эв интенсивность  $I_a \approx 5 \cdot 10^{16}$  вт/см<sup>2</sup>.

В действительности быстрая ионизация атомов может происходить и в полях значительно меньше внутриатомных,  $E_0 \ll E_a$ . Это связано с тем, что в оптическом диапазоне  $\omega \ll \Delta/\hbar \equiv \omega_a$ . В этом случае согласно работам<sup>1а, 2</sup> при выполнении условия \*\*)

$$E_0 \gg (\omega/\omega_a) E_a \approx \omega (m\Delta)^{1/2} e^{-1} \quad (1.2)$$

ионизация атомов описывается *туннельной формулой* Оппенгеймера<sup>4</sup>

$$w \sim \omega_a (E_a/E_0)^{1/2} \exp(-E_a/E_0), \quad (1.3)$$

где  $w$  — вероятность ионизации атома в единицу времени.

В типичных условиях  $\omega/\omega_a \sim 0, 1$  и при напряженности

$$E_0 \approx (\omega/\omega_a) E_a \quad (1.4)$$

формула (1.3) приводит к степени фотоионизации  $\sim 1\%$  за период  $\omega^{-1}$ . Однако с повышением интенсивности излучения вероятность  $w$  растет чрезвычайно быстро (степень ионизации за период возрастает до 100% при увеличении интенсивности всего в три раза). Таким образом, можно считать, что быстрая ионизация атомов начинается с интенсивности  $I \sim I_k$ , где  $I_k$  соответствует полю (1.4):

$$I_k \approx m c \omega^2 \Delta / 4 \pi e^2 \approx (\omega/\omega_a)^2 I_a.$$

\*) Этот термин, по-видимому, еще не является общепринятым, но нам он представляется правильно отражающим физическую сущность изучаемых явлений.

\*\*) Физический смысл условия (1.2) состоит в том, что период волны  $\omega^{-1}$  велик по сравнению с временем туннелирования электрона, обладающего скоростью  $\sim (\Delta/m)^{1/2}$ , через потенциальный барьер с шириной  $\sim \Delta/eE_0$ . При этом также амплитуда осцилляций электрона  $\sim eE_0/m\omega^2$  много больше ширины барьера и амплитуда скорости осцилляций превосходит внутриатомную скорость электрона.

Для излучения лазера на неодимовом стекле ( $\lambda = 1,06 \text{ мкм}$ ) и рубинового лазера ( $\lambda = 0,69 \text{ мкм}$ ) при  $\Delta = 15,6 \text{ эв}$  ( $N_2$ ) соответственно имеем  $I_K = 8 \cdot 10^{13} \text{ вт/см}^2$  и  $I_K = 2 \cdot 10^{14} \text{ вт/см}^2$ .

При интенсивностях больше критической,  $I > I_K$ , за времена порядка периода волны происходит полная ионизация атомов среды и любое вещество превращается в плазму независимо от своего первоначального состояния. Следовательно, при столь больших интенсивностях практически в течение всей длительности импульса излучение взаимодействует с плазмой. Разумеется, в этом случае могут происходить процессы, аналогичные тем, которые рассматриваются нелинейной оптикой, например, возможно вынужденное рассеяние на различных типах собственных колебаний плазмы, самофокусировка и т. п. Однако в этой области интенсивностей больший интерес, по-видимому, представляет в настоящее время исследование механизмов поглощения мощного излучения. При столь больших полях (когда  $I > I_K$ ) возможно появление (нелинейной) зависимости коэффициента поглощения от напряженности поля. Для решения задач такого типа уже недостаточно феноменологической теории, а необходимо проводить исследование на микроскопическом уровне. К этой области примыкает также ряд задач о рассеянии электронных пучков в присутствии интенсивного электромагнитного поля. Именно этой совокупности вопросов и посвящен настоящий обзор. При этом мы в основном не будем касаться коллективных эффектов, возникающих в плазме под действием сильного поля излучения, а рассмотрим лишь его взаимодействие со свободными электронами.

При современном развитии квантовой электроники экспериментальное получение интенсивностей порядка  $I_K$ , и даже порядка  $I_a$ , является вполне доступной задачей. Наиболее легко такие интенсивности могут быть реализованы в пикосекундном диапазоне длительностей импульсов излучения с лазерами на неодимовом стекле и рубиновыми лазерами, работающими в режиме синхронизации мод. Более того, использование этого режима работы лазеров с применением специально разработанных фокусирующих систем позволяет получить и большие интенсивности оптического излучения, и можно надеяться, что в ближайшее время экспериментально будут осуществлены потоки (интенсивности)  $I \sim 10^{18} - 10^{20} \text{ вт/см}^2$ . Переход к таким интенсивностям открывает новые экспериментальные возможности в изучении взаимодействия излучения с веществом. При этом энергия осцилляций электрона в поле волны становится сравнимой с его энергией покоя, или, что то же, выполняется условие

$$eE_0/m\omega c \gtrsim 1.$$

Соответствующая пороговая (релятивистская) интенсивность равна

$$I_{\text{рел}} = m^2 \omega^2 c^3 / 4\pi e^2 = (mc^2/\Delta) I_K.$$

Для излучения лазеров на неодимовом стекле и рубинового  $I_{\text{рел}}$  равны соответственно  $2 \cdot 10^{18}$  и  $6 \cdot 10^{18} \text{ вт/см}^2$ .

При интенсивностях  $I > I_{\text{рел}}$  возникает ряд новых задач, таких, например, как *комптоновское рассеяние в сильном поле излучения* и др. Эти вопросы достаточно подробно изложены в обзоре <sup>5а</sup> и в книге <sup>6</sup>, поэтому мы не будем их здесь рассматривать.

Ограничиваясь интенсивностями  $I < I_{\text{рел}}$ , рассмотрим ниже следующие вопросы: а) вынужденное тормозное излучение и поглощение (линейное и нелинейное); б) вынужденное двухфотонное комптоновское рассеяние; в) рассеяние электронов в поле интенсивной стоячей волны (*эффект Кэпицы — Дирака*).

Поступательное движение электронов всюду, кроме п. а) гл. 3, также считается нерелятивистским, а энергия кванта  $\hbar\omega \ll mc^2$ .

## 2. ВЫНУЖДЕННОЕ ТОРМОЗНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ И ПОГЛОЩЕНИЕ

При рассеянии электрона на другой частице (атоме, ионе, ядре) в присутствии электромагнитной волны с частотой  $\omega$  наряду со спонтанным излучением кванта  $\hbar\omega_{\text{сп}} \leq \epsilon$  ( $\epsilon$  — энергия электрона до рассеяния) возможно также индуцированное излучение или поглощение одного или нескольких квантов  $\hbar\omega$ . О таких переходах электрона обычно говорят как о *вынужденном тормозном излучении и поглощении* (одно- или многоквантовом). В дальнейшем, в целях сокращения записи, мы будем также использовать термин «*вынужденный тормозной эффект*» (ВТЭ) для обозначения всей совокупности таких процессов.

ВТЭ рассматривался, разумеется, и до появления квантовой электроники. например при решении задачи о поглощении излучения в электронной плазме за счет соударений. Особенность, которую внесла в изучение ВТЭ квантовая электроника, двоякая. Во-первых, интерес к ВТЭ связан с поисками возможностей получения отрицательного поглощения при переходах между состояниями непрерывного энергетического спектра электронов («свободно-свободных» переходах). Достоинством таких систем является отсутствие каких-либо ограничений на частоту излучаемых фотонов. Кроме того, при переходах в непрерывном спектре сравнительно легко решается задача создания инверсной населенности энергетических состояний. Например, моноэнергетический пучок электронов уже представляет собой систему с инверсной населенностью по отношению к всему энергетическому спектру с меньшей энергией. При этом условия отрицательного поглощения определяются характером взаимодействия электронов с внешними полями (электромагнитным и статическим полем рассеивающего центра).

Во-вторых, в связи с созданием мощных лазеров появилась возможность наблюдать многофотонный ВТЭ, причем при достаточно больших интенсивностях оптического излучения  $I$  многофотонный ВТЭ становится основным (нелинейным) механизмом его поглощения в плазме.

В настоящей главе статьи проводится рассмотрение ВТЭ в этих двух физических аспектах.

а) *Отрицательное поглощение при свободн о-с в о б о д н ы х п е р е х о д а х*. Анализ условий отрицательного поглощения излучения при ВТЭ будет проведен нами применительно к системе электронов, рассеивающихся на тяжелых частицах (атомах, молекулах или ионах). Такой анализ в общем случае требует знания сечений для однофотонного ВТЭ. Если  $\sigma_{e,a}$  — сечения вынужденного излучения (поглощения) кванта  $\hbar\omega$  в электромагнитном поле с интенсивностью  $I$ , происходящего при рассеянии электрона на силовом центре, то коэффициент поглощения  $\alpha$  в рассматриваемой системе определяется формулой

$$\alpha = (N_e N \hbar \omega / I) \langle v (\sigma_a - \sigma_e) \rangle, \quad (2.1)$$

где  $N_e$  и  $N$  — средние плотности электронов и рассеивающих центров в системе,  $v$  — абсолютное значение скорости электрона, угловые скобки означают усреднение по распределению электронов по скоростям. Сечения  $\sigma_{e,a}$  зависят как от абсолютного значения скорости электрона  $v$  (до рассеяния), так и от ее направления относительно поляризации электромагнитного поля. В дальнейшем везде будет предполагаться, что излучение линейно поляризовано, а поле рассеивающего центра обладает центральной симметрией. При этом сечения  $\sigma_{e,a} = \sigma_{e,a}(v, \theta)$ , т. е. кроме зависимости от  $v$  они зависят и от угла  $\theta$  между вектором поляризации  $\mathbf{e}$  излучения и направлением  $\mathbf{n} = \mathbf{v}/v$  скорости электрона до рассеяния.

В простейшем случае изотропного распределения электронов по скоростям анализ условий отрицательного поглощения значительно упрощается. Впервые применительно к этому случаю он был проведен в работах <sup>7, 8</sup> (см. также относящиеся сюда работы <sup>9</sup>). В этом случае (2.1) принимает вид

$$\alpha = 4\pi N\hbar\omega I^{-1} \left[ \int_0^{\infty} v^3 \tilde{\sigma}_a(v) f(v) dv - \int_{(2\hbar\omega/m)^{1/2}}^{\infty} v^3 \tilde{\sigma}_e(v) f(v) dv \right];$$

здесь

$$\tilde{\sigma}_{e,a}(v) = (4\pi)^{-1} \int \sigma_{e,a}(v, \theta) d\Omega = 0,5 \int_0^{\pi} \sigma_{e,a}(v, \theta) \sin \theta d\theta$$

— средние по угловым переменным сечения ВТЭ, а  $f(v)$  — изотропная функция распределения электронов по скоростям, нормированная условием

$$4\pi \int_0^{\infty} v^2 f(v) dv = N_e. \quad (2.2)$$

Средние сечения  $\tilde{\sigma}_{e,a}(v)$  удобны в том отношении, что, с одной стороны, они удовлетворяют «интегральному» принципу детального равновесия <sup>10а</sup>:

$$v^2 \tilde{\sigma}_a(v) = w^2 \tilde{\sigma}_e(w), \quad (2.3)$$

$$w^2 = v^2 + (2\hbar\omega/m), \quad (2.4)$$

а с другой — удовлетворяют соотношению Эйнштейна между коэффициентами  $A$  и  $B$ :

$$\tilde{\sigma}_e(v) = n_{\kappa} \sigma_{\text{сп}}(v, \omega) (\Delta\Omega/4\pi) \Delta\omega = (\pi^2 c^2 / \hbar \omega^3) I \sigma_{\text{сп}}(v, \omega), \quad (2.5)$$

где  $n_{\kappa} = (4\pi^3 c^2 I / \hbar \omega^3 \Delta\omega \Delta\Omega)$  — среднее число квантов на один осциллятор поля ( $\Delta\omega$  и  $\Delta\Omega$  — соответственно ширины частотного и углового спектров линейно поляризованного излучения с полной интенсивностью  $I$ ),  $\sigma_{\text{сп}}(v, \omega) d\omega$  — сечение спонтанного излучения в телесный угол  $4\pi$  фотона с частотой, лежащей в интервале  $(\omega, \omega + d\omega)$ , при рассеянии электрона со скоростью  $v$ .

На основании (2.3) и (2.5) формула (2.1) приобретает вид

$$\alpha = -4\pi^3 c^2 N \omega^{-2} \int_0^{\infty} v w^2 \sigma_{\text{сп}}(w, \omega) [f(w) - f(v)] dv.$$

Из этого выражения с учетом (2.4) видно, что для выполнения условия  $\alpha < 0$  необходимо, чтобы в некотором конечном интервале скоростей  $v$  выполнялось неравенство  $df/dv > 0$ . Очевидно, этот интервал скоростей обладает инверсной населенностью электронов («отрицательной температурой» \*), и физический смысл условия  $\alpha < 0$  сводится к тому, что интервал скоростей с «отрицательной температурой» ( $df/dv > 0$ ) вносит в поглощение на частоте  $\omega$  больший вклад, чем интервал с «положительной температурой» ( $df/dv < 0$ ).

Указанное условие отрицательности поглощения, вообще говоря, является лишь необходимым, но не достаточным условием, и можно найти еще одно независимое от этого необходимое условие для  $\alpha < 0$ .

\*) При  $df/dv > 0$  функция распределения электронов по энергиям возрастает быстрее, чем  $\varepsilon^{1/2}$ .

Наиболее просто его можно найти в классическом пределе малых частот, когда  $\hbar\omega \ll \varepsilon$ , что обычно можно считать выполненным в оптическом и тем более радиодиапазоне. В этом случае существует универсальная связь между сечением спонтанного испускания  $\sigma_{\text{сп}}(v, \omega)$  и транспортным сечением  $\sigma_{\text{тр}}(v)$  упругого рассеяния электрона<sup>106</sup> (см. также<sup>11</sup>, гл. V, § 2а),

$$\sigma_{\text{сп}}(v, \omega) = (4e^2 v^2 / 3\pi \hbar \omega c^3) \omega^2 \sigma_{\text{тр}}(v) [\omega^2 + v^2(v)]^{-1}, \quad (2.6)$$

где  $v(v) = N v \sigma_{\text{тр}}(v)$  — частота упругих соударений электронов с рассеивающими центрами. После подстановки (2.6) в (2.7) с точностью до первого порядка по  $\hbar\omega/\varepsilon$  получаем известное из кинетической теории выражение для коэффициента поглощения плазмы с изотропным электронным распределением (см., например,<sup>12</sup>)

$$\alpha = -(16\pi^2 e^2 / 3mc) \int_0^\infty [\omega^2 + v^2(v)]^{-1} v(v) v^3 (df/dv) dv. \quad (2.7)$$

Упомянутое второе необходимое условие  $\alpha < 0$  получается, если проинтегрировать (2.7) по частям. Оно, очевидно, сводится к тому, что в некотором конечном интервале скоростей должно выполняться неравенство \*)

$$\frac{\partial}{\partial v} \left[ \frac{v(v) v^3}{\omega^2 + v^2(v)} \right] < 0. \quad (2.8)$$

Выполнимость этого условия полностью определяется характером упругого рассеяния электрона. Для случая сильно ионизованной плазмы, когда определяющими являются соударения электронов с ионами (см., например,<sup>12</sup>):

$$v(v) = N v \sigma_{\text{тр}}(v) = [4\pi Z^2 e^4 N_i / (m^2 v^3)] L(v), \quad (2.9)$$

где  $L(v)$  — кулоновский логарифм, являющийся монотонно возрастающей функцией  $v$  \*\*). Отсюда видно, что условие (2.8) выполняться не может \*\*\*). В соответствии с этим в сильно ионизованной плазме с произвольным изотропным распределением электронов по скоростям отрицательное поглощение излучения невозможно<sup>7</sup>.

В случае слабо ионизованной плазмы, когда определяющими являются соударения электронов с нейтральными частицами, подобного универсального ответа дать нельзя. Можно только утверждать, что для высоких частот излучения  $\omega \gg v(v)$  отрицательное поглощение, по-видимому, также невозможно. Действительно, в этом случае функция  $v v^3 / (\omega^2 + v^2) \sim \sim \sigma_{\text{тр}}(v) v^4$  и для всех исследованных в настоящее время газов не имеет отрицательного наклона. Нарушение этого свойства сечений представляется физически маловероятным.

Наоборот, при достаточно низких частотах, когда  $\omega \ll v(v)$ , функция  $v v^3 / (\omega^2 + v^2) \sim v^2 / \sigma_{\text{тр}}(v)$ , и для газов, проявляющих сильный

\*) При этом, естественно, предполагается, что функция  $f(v) v v^3 / (\omega^2 + v^2)$  при  $v = 0$  и  $v = \infty$  обращается в нуль.

\*\*) Кулоновский логарифм  $L(v)$  определяется формулой<sup>12</sup>  $L(v) = \ln [1 + (2p_{\text{max}}/p_{\text{min}})^2]^{1/2} = \ln [1 + \text{ctg}^2(\theta_{\text{min}}/2)]^{1/2}$ , где  $p_{\text{max}}$  и  $p_{\text{min}}$  — соответственно максимальный и минимальный параметры удара, а  $\theta_{\text{min}}$  — минимальный угол рассеяния электрона. От скорости  $v$  зависит лишь параметр  $p_{\text{min}} = \max \{2Ze^2/mv^2, \hbar/mv\}$ . Параметр  $p_{\text{max}}$  можно считать равным  $\min \{v_T/\omega_p, v_T/\omega\}$ , где  $v_T = (3T_e/m)^{1/2}$  — средняя тепловая скорость электронов плазмы,  $\omega_p = (4\pi e^2 N_e/m)^{1/2}$  — ленгмюровская (плазменная) частота.

\*\*\*) При  $\omega \gg v$  и  $\omega \ll v$  это сразу видно из того, что при этом функция  $v v^3 / (\omega^2 + v^2)^{-1} \sim L(v)$  или  $\sim v^6/L(v)$  соответственно.

эффект Рамзауэра, условие (2.8) может оказаться выполненным в некотором конечном интервале скоростей. Следовательно, в таких газах при определенных распределениях электронов  $f(v)$  возможно отрицательное поглощение достаточно низкочастотного излучения за счет тормозного эффекта<sup>8</sup>. Это явление, по-видимому, экспериментально наблюдалось в работах<sup>13</sup>, в которых регистрировался «падающий участок» в вольтамперных характеристиках газоразрядных трубок, заполненных тяжелыми благородными газами, после облучения их ультрафиолетом. В работе<sup>14</sup> сообщалось о наблюдении значительного усиления за счет рассматриваемого эффекта на частоте 60 МГц в ксеноновой газоразрядной плазме.

Весьма ограниченные возможности осуществления отрицательного поглощения в плазме с изотропным распределением электронов по скоростям физически объясняются, конечно, тем, что состояние такой плазмы уже достаточно близко к равновесному: в ней отсутствует направленность движения электронов относительно поляризации излучения. При наличии такого движения ситуация может существенно измениться. Рассмотрим сначала случай простейшего изотропного распределения, когда  $f(v) = N_e \delta(v - v_0)$ , т. е. случай рассеяния моноэнергетического пучка электронов, обладающих скоростью  $v$  и плотностью  $N_e$ . При этом (2.1) принимает вид

$$\alpha = (N_e N \hbar \omega / I) v_0 \sigma_t(v_0, \theta), \quad (2.10)$$

где

$$\sigma_t(v, \theta) = \sigma_a(v, \theta) - \sigma_e(v, \theta)$$

— полное сечение тормозного поглощения фотона. Анализ условий отрицательного поглощения в этом случае определяется знаком сечения  $\sigma_t(v, \theta)$  в зависимости от угла  $\theta$  и скорости  $v_0$ . Впервые в такой постановке этот вопрос был изучен в работах<sup>15</sup>, где были вычислены сечения однофотонного ВТЭ при рассеянии нерелятивистского электрона на чисто кулоновском и экранированном кулоновском центрах.

Ограничимся рассмотрением рассеяния электрона на чисто кулоновском центре в борновском приближении, т. е. при выполнении условия<sup>10а</sup>

$$Ze^2 / \hbar v_0 \ll 1. \quad (2.11)$$

В задаче о тормозном эффекте это условие должно выполняться для обоих значений скоростей электрона: до рассеяния и после рассеяния. Поэтому для вычисления сечения излучения  $\sigma_e$  оно должно быть дополнено условием

$$2\xi \equiv \hbar \omega / 0,5 m v_0^2 \ll 1. \quad (2.12)$$

Искомые сечения  $\sigma_{e,a}$  вычисляются во втором порядке теории возмущений (в первом порядке по полю излучения и в первом — по кулоновскому потенциалу), причем в качестве начальной и конечной волновых функций электрона следует брать волновые функции свободного электрона, т. е. плоские волны. Суммирование по промежуточным состояниям легко осуществляется благодаря выполнению закона сохранения импульса. В результате получается следующее выражение для дифференциальных сечений ВТЭ<sup>15</sup>:

$$d\sigma_{a,e} / d\Omega = 2\pi Z^2 e^6 I (1 \pm 2\xi)^{1/2} [n e - (1 \pm 2\xi)^{1/2} n' e]^2 \times \\ \times \{c m^2 (\hbar \omega)^2 v_0^2 \omega^2 [1 \pm \xi - (1 \pm 2\xi)^{1/2} n n']^2\}^{-1}; \quad (2.13)$$

здесь  $n$  и  $n'$  — единичные векторы в направлении скоростей падающего и рассеянного электронов,  $e = E_0 / E_0$  — единичный вектор поляризации излучения с интенсивностью  $I = c E_0^2 / 8\pi$ ,  $d\Omega$  — элемент телесного угла в направлении вектора  $n'$ .

Для сечения испускания  $d\sigma_e$  формула (2.13), строго говоря, применима только при выполнении условия (2.12). Но это как раз и есть та область (достаточно мягких квантов и больших энергий электронов  $\varepsilon_0 = mv_0^2/2$ ), где сечения излучения и поглощения могут быть сравнимы по величине и, следовательно, возможна постановка вопроса об отрицательном поглощении. Поэтому в дальнейшем будем полагать  $\xi \ll 1$ .

На основании (2.13) выражение (2.10) для коэффициента поглощения  $\alpha$ , обусловленного рассеянием электронного пучка на кулоновских центрах с плотностью  $N_i$ , принимает вид

$$\alpha = (2\pi Z^2 e^6 N_i N_e / cm^3 v_0^3 \omega^2 \xi) \int d\Omega [(1 + 2\xi)^{1/2} \times \\ \times \{[ne - (1 + 2\xi)^{1/2} n'e] [1 + \xi - (1 + 2\xi)^{1/2} n'n]^{-1}\}^2 - \\ - (1 - 2\xi)^{1/2} \{[ne - (1 - 2\xi)^{1/2} n'e] [1 - \xi - (1 - 2\xi)^{1/2} nn']^{-1}\}^2].$$

Выполняя интегрирование по телесным углам  $d\Omega$  и пользуясь затем малостью  $\xi$ , окончательно получаем

$$\alpha = (N_i N_e \hbar \omega v_0 / I) \sigma_t(v_0, \theta) = \\ = (16\pi^2 Z^2 e^6 N_i N_e / cm^3 \omega^2 v_0^3) [2 \cos^2 \theta - (3 \cos^2 \theta - 1) \ln(2/\xi)]. \quad (2.14)$$

Отсюда видно, что для рассматриваемого простейшего неизотропного распределения электронов по скоростям — моноэнергетического пучка — отрицательное поглощение возможно при условии

$$\cos \theta > \{\ln(2/\xi) [3 \ln(2/\xi) - 2]^{-1}\}^{1/2} \approx 1/\sqrt{3}, \quad (2.15)$$

т. е. если вектор скорости электрона  $\mathbf{v}$  лежит внутри конуса, ось которого совпадает с направлением поляризации электрического поля  $\mathbf{e}$ , а образующие составляют с осью угол

$$\theta_0 = \arccos \{\ln(2/\xi) [3 \ln(2/\xi) - 2]^{-1}\}^{1/2} \approx \arccos(1/\sqrt{3}) \approx 55^\circ.$$

При заданной скорости  $v_0$  величина  $-\alpha(v_0, \theta)$  максимальна при  $\theta = 0$ , т. е. тогда, когда скорость рассеиваемых электронов параллельна поляризации электрического поля излучения. Максимальный коэффициент усиления согласно (2.14) \*) равен

$$-\alpha_0 = (32\pi^2 Z^2 e^6 N_i N_e / cm^3 v_0^3 \omega^2) [\ln(2/\xi) - 1] = \\ = (8\pi^2 Z^2 e^5 N_i j / cm \varepsilon_0^2 \omega^2) [\ln(2/\xi) - 1], \quad (2.16)$$

где  $j = N_e v_0 e$  — плотность тока в пучке, а  $\varepsilon_0 = mv_0^2/2$ .

Таким образом, при наличии направленного движения электронов относительно поляризации излучения отрицательное поглощение при ВТЭ возможно и для кулоновских соударений. Численные оценки показывают, однако, что достижимый при этом коэффициент усиления в оптической области частот весьма мал. Лишь для далекого инфракрасного и СВЧ диапазонов можно надеяться получить значительное усиление. Так, при частоте  $\omega \approx 10^{13} \text{ сек}^{-1}$  (длина волны  $\lambda \approx 2 \cdot 10^{-2} \text{ см}$ ), скорости электронов  $v_0 \approx 10^8 \text{ см/сек}$ , твердотельной плотности ионов  $N_i = 10^{22} \text{ см}^{-3}$ ,  $N_e = 10^8 \text{ см}^{-3}$ ,  $Z = 1$  оценка по (2.21) дает  $|\alpha_0| \approx 1 \text{ см}^{-1}$ . При такой оценке имеется в виду, что пучок электронов взаимодействует с ионами твердого тела или жидкости, причем поглощение электромагнитного поля на частоте  $\omega$  предполагается достаточно слабым.

\*) Если условие борновского приближения (2.11) не выполняется, то согласно 15- выражению для  $-\alpha_0$  отличается от (2.16) тем, что в скобках вместо единицы появляется член  $xe^{-x}/(1 - e^{-x})$ , где  $x = 2\pi Ze^2/\hbar v_0$ .



Последнее условие обычно не выполняется при взаимодействии электронного пучка с плазмой. Если концентрация электронов в плазме значительно превышает концентрацию частиц в пучке, то тормозное поглощение на электронах плазмы преобладает над усилением на электронах пучка. Поэтому о возможности отрицательного поглощения за счет ВТЭ в плазме можно говорить лишь в том случае, когда в направленном движении участвует большое число электронов. В связи с этим известный интерес представляет работа <sup>16</sup>, в которой предсказана возможность отрицательного поглощения за счет ВТЭ в плазме с дрейфом электронов. Функция распределения электронов по скоростям имеет в этом случае вид

$$f(v) = N_e (\beta/\pi)^{3/2} \exp[-\beta(v - v_d)^2], \quad (2.17)$$

где  $v_d$  — скорость дрейфа. Предполагается, что ее направление совпадает с направлением вектора поляризации  $\mathbf{e}$ . Дрейф электронов может быть обусловлен помещением плазмы во внешнее постоянное электрическое поле, параллельное вектору  $\mathbf{e}$  \*).

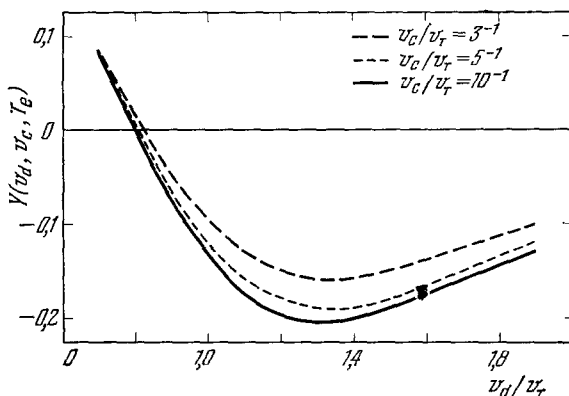


Рис. 1. Зависимость коэффициента поглощения, отнесенного к коэффициенту поглощения равновесной плазмы,  $\alpha/\alpha_{0T} = Y(v_d, v_c, T_e)$  от отношения скорости дрейфа к тепловой скорости  $v_d/v_T$ .

На основании предыдущего рассмотрения можно ожидать, что при  $v_d \gg (T_e/m)^{1/2}$  для частот  $\omega \ll mv_d^2/\hbar$  в плазме с распределением (2.17) будет иметь место отрицательное поглощение, поскольку при этом, очевидно, для большинства электронов плазмы выполняется условие (2.15) при параметре  $\xi \ll 1$ . Далее, очевидно, что при возрастании  $v_d$  коэффициент усиления согласно (2.16) ( $v_0 = v_d$ ) должен стремиться к нулю как  $v_d^{-3}$ , и, следовательно, при определенном отношении  $v_d/v_T$  должен существовать максимум отрицательного поглощения. Строгое кинетическое рассмотрение этого вопроса, проведенное в работе <sup>16</sup>, подтверждает эти качественные выводы. В ней получено выражение для коэффициента поглощения плазмы с электронным распределением (2.17), которое может быть представлено в виде

$$\alpha = \alpha_{0T} Y(v_d, v_c, T_e), \quad (2.18)$$

где  $\alpha_{0T}$  — коэффициент поглощения равновесной изотропной плазмы <sup>12</sup>,

$$Y(v_d, v_c, T_e) = (x\eta)^{-1} (1 + x^2) \exp[-(x^2 + \eta^2)] \operatorname{sh}(2x\eta) - x^3 \int_{-x+\eta}^{x+\eta} \exp(-t^2) dt, \quad (2.19)$$

а параметры  $x = \beta^{1/2} v_d$  и  $\eta = \beta^{1/2} v_c$ . Физический смысл скорости  $v_c$  заключается в том, что для скоростей электронов  $v \gg v_c$  частота электрон-ионных соударений  $\nu(v) \ll \omega$  ( $\nu(v)$  определяется (2.9)). Результаты (2.18), (2.19) относятся к тому случаю, когда  $v_c < v_T$ , т. е. когда условие  $\nu \ll \omega$  выполняется для большей части электронов плазмы. На рис. 1 представлено семейство графиков функции  $Y(v_d, v_c, T_e)$

\* Известно <sup>17a</sup>, что дрейф электронов в этом случае не может быть стационарным: скорость  $v_d$  и электронная температура  $T_e = m/2\beta$ , вообще говоря, растут со временем. Однако в слабом электрическом поле этот рост может быть практически не замечен; в сильном поле рост дрейфовой скорости («электронный просист») может быть скомпенсирован примесью к плазме нейтрального газа с достаточно высокой энергией ионизации атомов. Эта трудность в значительной степени снимается при импульсном режиме работы.

в зависимости от отношения  $v_d/v_T$  при различных значениях параметра  $v_c/v_T$ . Видно, что при  $v_d > 0,8v_T$  функция  $Y$ , а следовательно, и коэффициент поглощения  $\alpha$  становятся отрицательными, причем их поведение в зависимости от отношения  $v_d/v_T$  слабо зависит от  $v_c/v_T$ . Максимум отрицательного поглощения наступает при  $v_d \approx 1,3v_T$  ( $x \approx 1,8$ ) со значением коэффициента усиления ( $-\alpha_{\max}$ )  $\approx 0,1\alpha_T$ . При дальнейшем увеличении  $v_d$  коэффициент  $\alpha$  стремится к нулю (при  $x \gg 1$ , как  $v_d^{-3}$  \*).

Для излучения с длиной волны  $\lambda = 100$  мкм и плазмы с температурой  $T_e = 1$  эВ и плотностью  $N_i = N_e = 10^{17}$  см $^{-3}$  ( $Z = 1$ ) максимальное значение коэффициента усиления составляет примерно 1 см $^{-1}$ . Эта оценка показывает, что рассмотренная система, в принципе, позволяет получать весьма значительные усиления в далеком ИК-диапазоне, однако задача практического осуществления таких систем встречает определенные трудности, связанные с созданием быстрого электронного дрейфа (см. две предыдущие сноски). Кроме того, в приведенном анализе совершенно игнорируется возможность возникновения плазменной неустойчивости, что в действительности может существенно затруднить практическую реализацию рассмотренной модели.

Вместе с тем проведенное в этом разделе рассмотрение показывает, что имеются принципиальные возможности использовать ВТЭ для создания сред с отрицательным поглощением излучения. Очевидно, что полученные выше результаты с известными оговорками относятся также и к рассеянию электронов на примесях твердого тела и тем самым указывают на возможность получения отрицательного поглощения на свободных носителях в полупроводниках<sup>15, 16</sup>. Насколько нам известно, в лабораторных условиях эти возможности пока еще не осуществлены, хотя не исключено, что в космических условиях они играют определенную роль.

В заключение отметим, что в работе<sup>13а, в</sup> был исследован ВТЭ при рассеянии релятивистских электронов и проведен анализ условий отрицательного поглощения для случая рассеяния на изолированных ионах (в плазме), а также узлах кристаллической решетки в ионном кристалле.

б) Тормозное излучение и поглощение в сильном электромагнитном поле. Результаты, изложенные в предыдущем разделе, относятся к тому случаю, когда интенсивность поля излучения  $I$  достаточно мала. На языке квантовой теории это условие означает, что при единичном акте рассеяния электрона на рассеивающем центре существенную роль играет только однофотонный ВТЭ: сечения многофотонных процессов  $\sigma_{e,a}^{(n)}$ , когда за единичный акт одновременно поглощается или испускается два, три и т. д. фотона, малы по сравнению с сечением  $\sigma_{e,a}^{(n)}$ , определяемым формулой (2.13). В классике слабость поля излучения в процессах ВТЭ означает, что амплитуда колебательной скорости электрона в поле волны  $v_E$  мала по сравнению с его поступательной скоростью  $v$ , т. е. что

$$v_E \equiv eE_0/m\omega \ll v. \quad (2.20)$$

Применительно к процессам в плазме под скоростью  $v$  следует понимать среднюю тепловую скорость электрона  $v_T = (3T_e/m)^{1/2}$ ; величина  $eE_0/m\omega$  при этом имеет смысл колебательной скорости электрона, разумеется, лишь при том условии, что частота излучения  $\omega$  велика по сравнению с эффективной частотой соударений электрона с частицами плазмы. Имея в виду в дальнейшем оптический диапазон излучения, мы будем считать это последнее условие всегда выполненным.

В том, случае, когда (2.20) не выполнено, относительная скорость рассеиваемого электрона и рассеивающего центра, а следовательно, и эффективная частота их соударений в плазме начинают зависеть от амплитуды волны  $E_0$ . Это в свою очередь приводит к тому, что коэффициент поглощения плазмы  $\alpha$ , обусловленный ВТЭ, становится зависящим от интенсивности излучения  $I$ , т. е. поглощение становится нели-

\*) Если дрейф электронов обусловлен постоянным электрическим полем, то согласно<sup>17а</sup> условие  $x \gg 1$  может достигаться только тогда, когда напряженность поля превышает критическую  $E_K = m\beta^{-1/2}v_{ei}/e = 2\pi Z^2 e^3 N_i L / T_e$ . При этом в полностью ионизованной плазме основная часть электронов подвержена процессу «электронного просвиста» (см. предыдущую сноску).

нейным. Особенно существенно эта нелинейность, очевидно, должна проявляться в сильно ионизованной плазме из-за резкой зависимости сечения кулоновских соударений от относительной скорости частиц. Изложенные соображения сразу позволяют в этом случае предсказать зависимость коэффициента поглощения  $\alpha$  от интенсивности  $I$  в пределе больших  $I$ , когда  $v_E \gg v_T$ . Действительно, согласно (2.9) следует ожидать, что  $v_{эфф}$ , а следовательно, и  $\alpha$  при этом пропорциональны  $v_E^{-3} \sim E_0^{-3} \sim I^{-3/2}$ . Таким образом, поглощение излучения в сильно ионизованной плазме, обусловленное ВТЭ, при возрастании его интенсивности должно уменьшаться. Этот вывод имеет существенное значение, в частности, для проблемы высокотемпературного нагрева плазмы лазерным излучением.

Условие (2.20) заведомо не выполняется в плазме, образующейся при облучении среды светом с интенсивностью  $I > I_K$ , поскольку при этом (по определению  $I_K$ ; см. гл. 1)  $eE_0/m\omega > (\Delta/m)^{1/2} \sim v_T^{(0)}$ , где  $v_T^{(0)}$  — средняя скорость электронов плазмы в начальной стадии облучения (через время порядка  $\omega^{-1}$  после начала облучения). Необходимо подчеркнуть, что условие «в начальной стадии облучения» является частным проявлением общего условия нестационарности режима облучения плазмы, при котором вообще только и может нарушаться условие (2.20). В стационарном режиме облучения из-за нагрева плазмы всегда (см. <sup>12</sup> и обзор <sup>19</sup>)

$$v_i(E_0) = (3T_e(E_0)/m)^{1/2} \gg eE_0/m\omega \delta^{1/2} \gg v_E$$

( $\delta$  — средняя относительная доля энергии, передаваемой при соударении электрона с тяжелой рассеивающей частицей; при кулоновских соударениях  $\delta = 2m/M \ll 1$ ). При этом, если  $(eE_0/m\omega) \gtrsim \delta^{1/2} v_T^{(0)}$ , где  $v_T^{(0)}$  — средняя тепловая скорость электронов в отсутствие внешнего излучения, то плазма также может проявлять нелинейные свойства, однако они обусловлены лишь ее нагревом (зависимостью электронной температуры  $T_e$  от  $E_0$ ), а не рассматриваемым нами нелинейным тормозным поглощением.

Нелинейный ВТЭ может наблюдаться и играть существенную роль лишь в течение времен значительно меньших времени установления стационарного режима. Действительно, если в начальный момент облучения поле является сильным,  $v_E \lesssim v_T^{(0)}$ , то это условие может выполняться лишь в течение временных интервалов порядка времени термализации колебательного движения электронов. За время  $t \sim v_{эфф}^{-1}$  происходит нагрев электронной компоненты плазмы, после чего электромагнитное поле становится слабым (выполняется условие (2.20)) и поглощение происходит по обычным линейным законам. Если  $v_T^{(0)} \ll v_E$ , то эффективная частота соударений  $v_{эфф} \sim (v_T^{(0)}/v_E)^3 \tau_{ei}^{-1}$ , где  $\tau_{ei}$  — время электронно-ионных соударений в плазме в отсутствие поля. Таким образом, для наблюдения нелинейного ВТЭ по измерению поглощенной энергии длительность импульса  $\tau$  должна быть ограничена неравенством  $\tau < (v_E/v_T^{(0)})^3 \tau_{ei}$ .

Это условие совместно с требованием  $v_E \gg v_T^{(0)}$  применительно к лазерным экспериментам удовлетворительно выполняется в случае пикосекундных импульсов ( $\tau = 10^{-12}$  сек). Например, при концентрации ионов  $N_i = 10^{19} \text{ см}^{-3}$ , частоте  $\omega = 3 \cdot 10^{15} \text{ сек}^{-1}$ , интенсивности поля излучения  $I = 10^{16} \text{ вт/см}^2$   $v_{эфф}^{-1} \approx 10^{-11} \text{ сек} \gg \tau$ . Для того чтобы поле такой интенсивности можно было считать сильным, необходимо, чтобы начальная электронная температура не превосходила величины  $\sim 10^8 \text{ }^\circ\text{K}$ .

Ниже будет дано классическое и квантовомеханическое рассмотрение влияния интенсивного излучения на процессы ВТЭ.

1) *Классическое рассмотрение.* Впервые классическое решение задачи о поглощении сильного излучения в полностью ионизованной плазме было выполнено в работе <sup>20a</sup> на основе кинетической теории.

Сильное поле излучения может оказывать влияние на ВТЭ в плазме, вообще говоря, двумя способами. Во-первых, могут изменяться (по сравнению со случаем слабого поля) сечения излучения и поглощения в элементарном акте рассеяния электрона. Во-вторых, может изменяться и функция распределения электронов. В общем случае эти два механизма нелинейности не могут быть разделены. Именно такой общий подход и развивается в работе <sup>20а</sup>. В работе <sup>21</sup> сделана элементарная попытка учета нелинейности, связанной лишь с изменением функции распределения электронов, однако полученные результаты, по-видимому, являются ошибочными. Ниже будет приведено упрощенное классическое рассмотрение, учитывающее только влияние сильного поля излучения на элементарный акт рассеяния электрона и будет дано сопоставление результатов такого подхода со строгой теорией.

Пусть в некоторый момент времени  $t_0$  электрон, обладающий поступательной скоростью  $v$ , испытывает рассеяние на силовом центре с центрально-симметричным потенциалом. Мы предполагаем, что время рассеяния  $\Delta t \sim (a/v) \ll 1/\omega$  ( $a$  — размер сферы действия потенциала \*), т. е. акт рассеяния можно считать мгновенным, а поэтому рассеяние — упругим. Направим оси декартовой системы координат так, чтобы ось  $z$  совпала с направлением поляризации излучения  $e = E_0/E_0$ , а вектор скорости  $v$  лежал в плоскости  $x, z$  под углом  $\theta$  к вектору  $e$ . Тогда вектор полной скорости электрона в переменном электрическом поле  $E = E_0 \cos \omega t$  до рассеяния  $u = u(t_0)$  имеет координаты

$$u_x = v \sin \theta, \quad u_y = 0, \quad u_z = v \cos \theta + v_E \sin \psi \quad (2.21)$$

и абсолютную величину

$$u = v [1 + 2\zeta \cos \theta \sin \psi + \zeta^2 \sin^2 \psi]^{1/2}, \quad (2.22)$$

где  $\psi = \omega t_0$ ,  $\zeta = v_E/v$ , а  $v_E$  определяется (2.20).

Непосредственно после упругого рассеяния электрона на угол  $\vartheta$  координаты его полной скорости  $u'(t_0)$  становятся равными

$$\begin{aligned} u'_x &= u_x \cos \vartheta + u_z \sin \vartheta \cos \varphi, & u'_y &= u \sin \vartheta \sin \varphi, \\ u'_z &= u_z \cos \vartheta - u_x \sin \vartheta \cos \varphi, \end{aligned} \quad (2.23)$$

где  $\varphi$  — азимутальный угол рассеяния с полярной осью вдоль вектора  $u(t_0)$ . При  $t > t_0$  на электрон действует только поле волны и поэтому

$$\begin{aligned} u'_x(t) &= u'_x(t_0), & u'_y(t) &= u'_y(t_0), \\ u'_z(t) &= u'_z(t_0) + \int_{t_0}^t v_E \cos \omega t \, dt = u'_z(t_0) + v_E (\sin \omega t - \sin \psi). \end{aligned} \quad (2.24)$$

До рассеяния электрон обладает средней полной энергией

$$\varepsilon_0 = 0,5m(v^2 + 0,5v_E^2) = 0,5mv^2(1 + 0,5\zeta^2).$$

В результате рассеяния, происходящего в поле волны, средняя энергия электрона изменяется на величину

$$\Delta \varepsilon = \langle \vartheta, \varphi; \psi \rangle = \frac{m}{2} \langle u'^2(t) \rangle - \varepsilon_0,$$

\*) Для кулоновских соударений это условие не выполняется именно в той области частот, когда поле проникает в плазму, т. е. при  $\omega \gtrsim \omega_p$  ( $\omega_p$  — плазменная частота). Известно, однако <sup>12</sup>, что при слабом внешнем поле переход от случая  $\omega \ll \omega_p$  к случаю  $\omega \gtrsim \omega_p$  изменяет лишь логарифмический множитель в выражении для эффективной частоты соударений. Поэтому можно надеяться, что и в случае сильного поля соотношение между частотами  $\omega$  и  $\omega_p$  не влияет существенно на характер основных зависимостей ВТЭ. Это предположение частично оправдывается численными расчетами для случая  $\omega > \omega_p$  в работе <sup>20а</sup> и результатами следующего раздела.

где скобки  $\langle \dots \rangle$  означают усреднение по времени  $t$ . На основании (2.24) — (2.24) для  $\Delta \varepsilon(\vartheta, \varphi; \psi)$  получаем

$$\Delta \varepsilon = mv^2 \zeta \sin \psi [(1 - \cos \vartheta)(\cos \theta + \zeta \sin \psi) + \sin \theta \sin \vartheta \cos \varphi].$$

Если  $d\sigma(u, \vartheta)$  — дифференциальное сечение упругого рассеяния электрона, а  $N_i$  — плотность рассеивающих центров, то скорость изменения энергии электрона равна

$$\begin{aligned} d\varepsilon/dt &= N_i \int u \Delta \varepsilon(\vartheta, \varphi) d\sigma(u, \vartheta) = \\ &= N_i \sigma_{\text{тр}}(u) m u v^2 \zeta \sin \psi (\cos \theta + \zeta \sin \psi), \end{aligned} \quad (2.25)$$

где  $\sigma_{\text{тр}}(u) = \int (1 - \cos \vartheta) d\sigma$  — транспортное сечение.

Выражение для коэффициента поглощения плазмы  $\alpha$  получается из выражения для скорости  $d\varepsilon/dt$  путем усреднения последнего по фазе и скоростям электронов  $v$ :

$$\alpha = (2\pi I)^{-1} \int f(v) dv \int_0^{2\pi} (d\varepsilon/dt) d\psi. \quad (2.26)$$

Далее мы ограничимся случаем кулоновских соударений, для которых сечение  $\sigma_{\text{тр}}$  определяется (2.9). При этом для  $d\varepsilon/dt$  на основании (2.25) получаем

$$\begin{aligned} d\varepsilon/dt &= (4\pi Z^2 e^4 N_i / mv) \times \\ &\times \zeta \sin \psi (\cos \theta + \zeta \sin \psi) L[(1 + 2\zeta \cos \theta \sin \psi + \zeta^2 \sin^2 \psi)^{3/2}]^{-1}, \end{aligned} \quad (2.27)$$

$$L = \ln [1 + (2p_{\text{max}}/p_{\text{min}})]^{1/2},$$

$$p_{\text{max}} = \min(u/\omega_p, u/\omega), \quad p_{\text{min}} = \max(2Ze^2/mu^2, \hbar/mu).$$

Рассмотрим сначала случай рассеяния электронного пучка; при этом  $f(v) = N_e \delta(v - v_0)$ . В слабом поле, когда  $v_E \ll v_0$ , имеем \*)

$$u = v(1 + \zeta \cos \theta \sin \psi + \dots), \quad L = \ln(2/\xi) + 2\zeta \cos \theta \sin \psi, \quad (2.28)$$

и для коэффициента поглощения  $\alpha$  с точностью до членов  $\sim \xi^2$  на основании (2.26) — (2.27) получается формула, в точности совпадающая с квантовомеханической (2.14).

Случай произвольных значений  $\xi$  рассмотрим применительно к ориентации электронного пучка, параллельной поляризации электрического поля волны ( $\theta = 0$ ). При этом  $u = v_0 |1 + \zeta \sin \psi|$ , а

$$d\varepsilon/dt = (4\pi Z^2 e^4 N_i / mv_0) \zeta \sin \psi L(\psi) / (1 + \zeta \sin \psi)^2, \quad (2.29)$$

$$L(\psi) = \begin{cases} \ln [1 + (\hbar v_0 / \xi Ze^2)^2 (1 + \zeta \sin \psi)^6]^{1/2}, & |1 + \zeta \sin \psi| < 2Ze^2 / \hbar v_0, \\ \ln [1 + (2/\xi)^2 (1 + \zeta \sin \psi)^4]^{1/2}, & |1 + \zeta \sin \psi| > 2Ze^2 / \hbar v_0. \end{cases}$$

Из (2.16) видно, что при уменьшении скорости  $v_0$  рассеиваемых электронов коэффициент отрицательного поглощения в слабом поле резко возрастает\*\*), а при увеличении  $v_0$  стремится к нулю, как  $v_0^{-3}$ . На основании этого факта можно ожидать, что в рассматриваемом сейчас случае сильного поля коэффициент отрицательного поглощения ( $-\alpha$ ) должен резко возрастать при  $\xi \rightarrow 1$  и стремиться к нулю как  $E^{-3} \sim I^{-3/2}$  при  $\xi \rightarrow \infty$ . Вычисление  $\alpha$  на основании (2.26) и (2.29) полностью подтверждает этот прогноз; при

\*) Полагаем  $p_{\text{min}} = \hbar mu$ , что в данном случае ( $\xi \ll 1$ ) соответствует условию (2.11)

\*\*) См. соответствующую (2.16) сноску (стр. 566).

этом, однако, не удается получить единой элементарной формулы для произвольных значений  $\zeta$ , и мы приводим ниже три формулы для  $\alpha$  при  $\zeta \ll 1$ ,  $\zeta = 1$  и  $\zeta \gg 1$ :

$$\zeta \ll 1: \alpha = \alpha_0 (1 + 1,5\zeta^2 + \dots);$$

$$\zeta = 1: \alpha \approx \alpha_0 (\sqrt{2/9\pi}) (\hbar v_0 / \xi Z e^2)^{1/2} [\ln(16\Delta_{\text{эфф}}/\hbar\omega) / \ln(2/\xi)]; \quad (2.30)$$

$$\begin{aligned} \zeta \gg 1: \alpha \approx (\alpha_0/3\pi\xi^2) (2\hbar v_0/\xi 2Ze^2)^{1/3} [\ln(16\Delta_{\text{эфф}}/\hbar\omega) / \ln(2/\xi)] [1 + (2\xi^2)^{-1} + \dots] = \\ = -(64\pi^2/3) (Z^2 e^3 N_i N_e / \lambda E_0^3) (2/\xi) (\hbar v_0 / 2Ze^2)^{1/3} \ln(16\Delta_{\text{эфф}}/\hbar\omega) [1 + (2\xi^2)^{-1} + \dots]; \end{aligned} \quad (2.31)$$

здесь  $\alpha_0$  — коэффициент отрицательного поглощения при  $\theta = 0$  в слабом поле излучения, определяемый (2.16);  $\Delta_{\text{эфф}} \equiv (Z^2 e^4 m / 2\hbar^2)$  — эффективный потенциал ионизации рассеивающего иона,  $\lambda = 2\pi c/\omega$ . Знаки приближенного равенства в (2.30) и (2.31) означают, что вычисления выполнены с логарифмической точностью.

Из (2.30) видно резкое возрастание  $|\alpha|$  при  $\zeta \rightarrow 1$  по сравнению со случаем слабого поля, поскольку параметр  $(2/\xi) \hbar v_0 / 2Ze^2 = mv_0^3 / Ze^2 \omega$  численно велик. Так, при  $v_0 = 2 \cdot 10^8$  см/сек,  $Z = 1$  для излучения с длиной волны  $\lambda = 0,1$  см этот параметр равен примерно  $2 \cdot 10^4$ ; при этом  $\alpha (\zeta = 1) \approx 8\alpha_0$ , а соответствующая условию  $\zeta = 1$  интенсивность излучения составляет примерно  $6 \cdot 10^7$  вт/см<sup>2</sup>.

Таким образом, при неизотропном распределении электронов по скоростям отрицательное поглощение при ВТЭ для кулоновских соударений возможно также и для сильного поля излучения, причем коэффициент отрицательного поглощения в этом случае зависит от интенсивности излучения, имея точку максимума. В предельном частном случае такого распределения, когда электронный пучок направлен вдоль поляризации излучения, этот максимум достигается в точке  $\zeta = eE_0/m\omega v_0 = 1$ , где значение  $|\alpha|$  существенно превосходит  $|\alpha_0|$ ; при  $\zeta \gg 1$  поглощение, оставаясь отрицательным, становится малым ( $|\alpha| \sim \zeta^{-3} \sim I^{-3/2}$ ). График зависимости  $|\alpha/\alpha_0|$  от  $\zeta$  для этого частного вида неизотропного распределения представлен на рис. 2, а.

Существенно иной характер зависимости коэффициента поглощения  $\alpha$  от интенсивности излучения получается в случае изотропного распределения электронов по скоростям. Как мы видели в п. а) гл. 2, в слабом поле излучения изотропное распределение всегда приводит к положительному поглощению ( $\alpha > 0$ ). При переходе к сильному полю коэффициент поглощения, оставаясь положительным, монотонно стремится к нулю. Сказанное непосредственно следует из общих формул (2.26) и (2.27); (2.26) в этом случае принимает вид

$$\alpha = I^{-1} \int_0^\infty v^2 f(v) dv \int_0^{2\pi} d\psi \int_0^\pi \sin \theta (d\varepsilon/dt) d\theta, \quad (2.32)$$

где функция распределения  $f(v)$  нормирована условием (2.2). Вычисление  $\alpha$ , таким образом, сводится прежде всего (согласно (2.27)) к вычислению функции  $B(\zeta)$ , определяемой интегралом

$$\begin{aligned} B(\zeta) = \zeta \int_0^{2\pi} d\psi \sin \psi \int_0^\pi d\theta \sin \theta (\cos \theta + \zeta \sin \psi) \times \\ \times L(1 + 2\zeta \cos \theta \sin \psi + \zeta^2 \sin^2 \psi)^{-3/2}. \end{aligned} \quad (2.33)$$

При  $\zeta \ll 1$  можно воспользоваться разложениями (2.28), и для  $B(\zeta)$  получаем

$$B(\zeta) = (4\pi/3)\zeta^2 + \dots \quad (2.34)$$

При  $\zeta \gg 1$  в знаменателе под интегралом (2.33) можно отбросить член  $2\zeta \cos \theta \sin \psi^*$ , а для кулоновского логарифма соответственно написать

$$L \approx \ln(2\zeta^2/\xi) = \ln(2/\xi_E),$$

где  $\xi_E = \hbar\omega/mv_E^2$ .

При этом интегрирование легко выполняется, и для функции  $B(\zeta)$  имеем

$$B(\zeta) \approx [8\zeta^2/(1 + \zeta^2)^{3/2}]D(\zeta/(1 + \zeta^2)^{1/2}) \ln(2/\xi_E), \quad (2.35)$$

где  $D(k) = k^{-2} (K(k) - E(k))$  — полный эллиптический интеграл.

Поскольку при всех значениях  $\zeta$  функция  $B(\zeta) > 0$ , коэффициент поглощения  $\alpha$ , определяемый (2.32), оказывается также положительным

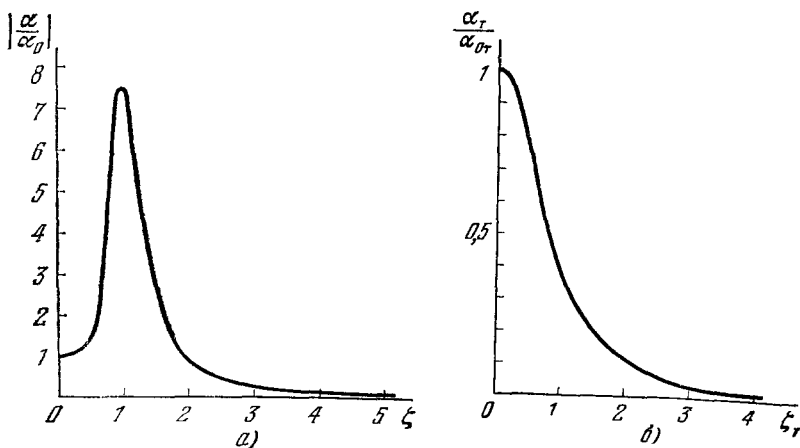


Рис. 2. Коэффициент отрицательного поглощения электронного пучка (параллельного поляризации электрического поля волны), отнесенный к его значению в слабом поле, как функция величины поля  $\zeta = v_E/v$  (а) и коэффициент поглощения изотропной максвелловской плазмы, отнесенный к его значению в слабом поле, как функция величины поля  $\zeta_t = v_E \cdot \beta^{1/2}$ ,  $\beta = m/2T_e$  (б).

при всех значениях интенсивности поля излучения. Окончательное вычисление  $\alpha$  выполним для максвелловского распределения  $f(v)$ . В этом случае на основании (2.32), (2.27) и (2.33) получаем

$$\alpha_t = (4/\pi^{1/2}) (Z^2 e^4 N_i N_e / mI) \beta^{1/2} \int_0^\infty x B(\zeta_t/x) e^{-x^2} dx, \quad (2.36)$$

где  $\zeta_t = eE_0 \beta^{1/2} / m\omega$ ,  $\beta = m/2T_e$ . Слабому полю излучения в данном случае соответствует условие  $\zeta_t \ll 1$ . При этом на основании (2.36) получается известное выражение для коэффициента поглощения максвелловской плазмы  $\alpha_{0t}$  (см., например, <sup>12</sup>). Для выполнения интегрирования (2.36) при  $\zeta_t \ll 1$  интервал интегрирования разбивается на два: от 0 до  $\zeta_t$  и от  $\zeta_t$  до  $\infty$ . Во втором интервале для функции  $B(\zeta)$  можно использовать разложение (2.34), а в первом интервале — представление (2.35).

\* При  $\zeta \gg 1$  законность такой операции очевидна. При  $\zeta \sim 1$  она следует из того что основной вклад в интеграл по  $\theta$  вносит окрестность точки  $\pi/2$ , где  $|2\zeta \cos \theta \sin \psi| \ll 1$ .

Обратимся теперь к случаю сильного поля, когда  $\zeta_T \gg 1$ . При этом во всем интервале интегрирования для функции  $B(\zeta)$  можно воспользоваться представлением (2.35), что дает

$$\alpha_T = 24\pi \sqrt{3} (Z^2 e^6 N_i N_e / cm^3 \omega^2 \varepsilon_T^{3/2}) \ln(2/\xi_E) (1 + \zeta_T^2)^{-3/2} B_1(\zeta_T), \quad (2.37)$$

где  $\varepsilon_T = 1,5T_e$ , а

$$B_1(\zeta_T) = (4/\sqrt{\pi}) \int_0^\infty [(1 + \zeta_T^2)/(x^2 + \zeta_T^2)]^{3/2} D(\zeta_T/(x^2 + \zeta_T^2)^{1/2}) x^2 e^{-x^2} dx \approx \\ \approx D(\zeta_T/(1 + \zeta_T^2)^{1/2}) \quad (1 \ll \zeta_T < \infty). \quad (2.38)$$

При  $\zeta_T \gg 1$  имеем

$$D(\zeta_T/(1 + \zeta_T^2)^{1/2}) \approx \ln[4\zeta_T] - 1 = 0,5 \ln(4,3\varepsilon_E/T_e),$$

и поэтому на основании (2.37) получаем

$$\alpha_T = 12\pi \sqrt{3} (Z^2 e^6 N_i N_e / cm^3 \omega^2 \varepsilon_T^{3/2} \zeta_T^3) \ln(4\varepsilon_E/\hbar\omega) \ln(4,3\varepsilon_E/T_e) = \\ = 32\pi (Z^2 e^3 N_i N_e \omega / c E_0^3) \ln(4\varepsilon_E/\hbar\omega) \ln(4,3\varepsilon_E/T_e), \quad (2.39)$$

где  $\varepsilon_E = 0,5mv_E^2$ .

Аппроксимация функции  $B_1(\zeta_T)$  эллиптическим интегралом  $D(\zeta_T/(1 + \zeta_T^2)^{1/2})$  позволяет написать выражение для коэффициента поглощения максвелловской плазмы  $\alpha_T$  при произвольных значениях  $\zeta_T$ :

$$\alpha_T \approx 32\pi (Z^2 e^6 N_i N_e / cm^3 \omega^2 \varepsilon_T^{3/2}) D(\zeta_T/(1 + \zeta_T^2)^{1/2}) \times \\ \times (1 + \zeta_T^2)^{-3/2} \ln[(T_e/\hbar\omega)(1 + \zeta_T^2)].$$

При  $\zeta_T \ll 1$  эта формула в точности совпадает с известным выражением для линейного коэффициента поглощения  $\alpha_{0T}$ <sup>16</sup>, а при  $\zeta_T \ll 1$  приводит к (2.37) с точностью до аппроксимации (2.38) и числового множителя  $4/3\sqrt{3}$ . График зависимости  $\alpha_T/\alpha_{0T}$  от  $\zeta_T$  представлен на рис. 2, б.

Сравним полученные результаты с выводами строгой теории нелинейного тормозного поглощения в плазме<sup>20а</sup>. В этой работе найдено выражение для эффективной частоты электрон-ионных соударений в сильном поле монохроматической электромагнитной волны. Общие формулы весьма сложны, но они значительно упрощаются, если начальное распределение электронов (до взаимодействия с полем) является максвелловским, а частота поля  $\omega$  значительно меньше плазменной  $\omega \ll \omega_p$ . Последнее условие эквивалентно предположению о мгновенном рассеянии, использованном выше (см. сноску на стр. 570). В этом случае коэффициент поглощения  $\alpha$  согласно<sup>20а</sup> может быть записан в виде

$$\alpha = (32(2\pi)^{3/2} N_i N_e Z^2 e^6 / m^3 c v_T^3 \omega^2) (v_T/v_E)^3 Q(v_E/2v_T) \ln(k_{\max}/k_{\min}), \quad (2.40)$$

$$Q(r) = \int_0^r dz z^2 e^{-z^2} [I_0(z^2) - I_1(z^2)];$$

здесь  $I_n(z^2)$  — функции Бесселя от мнимого аргумента. Величины  $k_{\max}$  и  $k_{\min}$  — обрезавшие факторы. Как обычно,  $k_{\min} = r_D^{-1} \approx (\omega_p/v_T)$ . Величина  $k_{\max}$  определяется из условия применимости теории возмущений или классического подхода, однако согласно<sup>20а</sup> в качестве энергии электрона при этом следует брать сумму энергии поступательного движения  $mv_T^2/2$  и энергии осцилляций во внешнем поле  $mv_E^2/2$ . Поэтому в случае  $v_E \ll v_T$  в качестве  $k_{\max}$  следует использовать меньшую из величин  $mv_T^2/Ze^2$  и  $mv_T/\hbar$ , а если  $v_E \gg v_T$ , то  $k_{\max} = \min\{mv_E^2/Ze^2, mv_E/\hbar\}$ .



В случае слабого поля  $v_E \ll v_T$  из (2.40) получается обычное выражение для коэффициента поглощения слабого поля<sup>12</sup>. Если же  $v_E \gg v_T$ , то вычисление асимптотики функции  $Q(r)$  при  $r \gg 1$  дает

$$\alpha \approx (32N_i N_e Z^2 e^3 \omega / c E_0^3) \ln(e E_0 / 2 m \omega v_T) \ln(E_0^2 v_T / Z m \omega^2 \omega_p).$$

Этот результат справедлив, если  $Z e^2 / \hbar v_E > 1$ , если же выполнено обратное неравенство, то выражение, стоящее под знаком второго логарифма, заменяется на  $m v_E v_T / \hbar \omega_p$ .

Таким образом, в асимптотическом случае очень сильного поля  $v_E \gg v_T$ , упрощенный подход (см. (2.39)) и строгая кинетическая теория приводят к одинаковым результатам, с точностью до медленной логарифмической зависимости. Отметим в заключение этого раздела, что в работе<sup>18г</sup> для изотропной максвелловской плазмы было рассмотрено влияние сильного монохроматического поля частоты  $\omega_0$  на ВТЭ на произвольной частоте  $\omega \neq \omega_0$ . Было показано, что этот случай обладает определенной спецификой, и при некоторых условиях влияние сильного поля на соответствующий коэффициент поглощения принципиально можно обнаружить в экспериментах по взаимодействию лазерного излучения с плазмой при доступных в настоящее время мощностях источников.

Мы перейдем теперь к квантовомеханическому рассмотрению задачи о ВТЭ в сильном поле излучения.

2) *Квантовомеханическое рассмотрение.* Квантовая теория ВТЭ обладает тем преимуществом, что дает возможность вычислять дифференциальные сечения рассеяния электрона  $d\sigma_{e,a}^{(n)}$  в присутствии внешнего монохроматического поля (с частотой  $\omega$ ), сопровождаемого излучением или поглощением определенного ( $n$ ) числа квантов  $\hbar\omega$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ). При достаточно слабом поле излучения сечения многоквантового ВТЭ принципиально могут быть найдены с помощью теории возмущений по взаимодействию электрона с этим полем. Для описания процессов испускания или поглощения  $n$  фотонов вычисления по теории возмущений необходимо производить до  $n$ -го порядка. Этот факт определяет зависимость сечений  $d\sigma_{e,a}^{(n)}$  от интенсивности  $I$  поля излучения  $\sigma_{e,a}^{(n)} \sim I^n$ .

Первые попытки расчетов такого типа были предприняты в работах<sup>22</sup>, однако даже в рамках теории возмущений вычисления не были проведены строго. Это привело к тому, что параметр малости теории возмущений  $\gamma^2 = I/I_0$  был определен неправильно, а именно, характеристическая интенсивность  $I_0$  была занижена в  $(c/v)^2$  раз (см. ниже).

В работе<sup>23</sup> рассмотрено вынужденное тормозное поглощение в сильном поле излучения с использованием квантовомеханического подхода. Однако метод, использованный в этой работе, представляется весьма громоздким. Кроме того, в законченном виде в ней получена лишь асимптотика полного сечения поглощения для очень сильного поля при рассеянии на ионах, что по существу эквивалентно результатам классического подхода. Дифференциальные сечения  $d\sigma_{e,a}^{(n)}$  ВТЭ в сильном поле излучения в работе<sup>23</sup> получены не были.

Квантовая теория ВТЭ в сильном поле излучения, не ограниченная рамками теории возмущений, была развита в работах<sup>24</sup> (нерелятивистские электроны) и<sup>25</sup> (релятивистские электроны). Основные особенности случая сильного поля заключаются в том, что, во-первых, многофотонные процессы, вообще говоря, становятся столь же вероятными, как и однофотонные ( $\sigma_{e,a}^{(n)} \sim \sigma_{e,a}^{(1)}$ ), и, во-вторых, увеличивается роль процессов с испусканием и поглощением виртуальных фотонов. Последнее обстоятельство приводит к тому, что общий результат теории возмущений  $\sigma_{e,a}^{(n)} \sim I^n$  становится неверным. Ниже мы ограничимся рассмотрением нерелятивистского случая.

Для вычисления интересующих нас сечений  $\sigma_{e,a}^{(n)}$  в сильном поле излучения всегда можно использовать полуклассический подход, когда движение электрона описывается квантовомеханическим образом, а электромагнитное поле рассматривается классически. Гамильтониан нерелятивистского электрона, находящегося в поле плоской монохроматической волны, имеет вид

$$\mathcal{H} = [-i\hbar\nabla - (e/c)\mathbf{A}]^2/2m,$$

где  $\mathbf{A} = \mathbf{A}_0 \cos \omega t = - (c E_0 / \omega) \cos \omega t$  — векторный потенциал, который можно считать не зависящим от пространственных координат. Точные волновые функции

электрона, соответствующие такому гамильтониану, хорошо известны:

$$\psi_p = (2\pi\hbar)^{-3/2} \exp \left\{ (i/\hbar) \left[ \mathbf{p}\mathbf{r} - \int_0^t [\mathbf{p} - (e/c) \mathbf{A}(\tau)]^2 (2m)^{-1} d\tau \right] \right\}, \quad (2.41)$$

где  $\mathbf{p}$  — импульс электрона. Энергия электрона в состоянии (2.41) является осциллирующей функцией времени

$$\varepsilon(t) = \langle \psi_p^* | \mathcal{H} | \psi_p \rangle = (2m)^{-1} (\mathbf{p} - (e/c) \mathbf{A}(t))^2$$

со средним значением

$$\varepsilon = \overline{\varepsilon(t)} = (p^2/2m) + (e^2 E_0^2 / 4m\omega^2).$$

При рассеянии электрона на статическом потенциале происходят переходы между состояниями (2.41):  $\psi_{p_0} \rightarrow \psi_p$ ; при этом, как будет видно из дальнейшего, средняя энергия электрона может измениться лишь на величину  $\Delta\varepsilon = (p^2 - p_0^2)/2m$ , кратную энергии фотона  $\hbar\omega$ , т. е.  $\Delta\varepsilon = \pm n\hbar\omega$ , где  $n = 1, 2, 3, \dots$ . Мы вычислим вероятность такого перехода, рассматривая взаимодействие электрона с рассеивающим центром в первом борновском приближении. При рассеянии на кулоновском центре, таким образом, должно выполняться условие (2.11), дополненное применительно к сечению испускания  $\sigma_e^{(n)}$  условием, аналогичным (2.12):

$$2n\xi \ll 1, \quad \xi = \hbar\omega/mv_0^2.$$

Амплитуда вероятности перехода в состояние  $\psi_p$  электрона, находящегося при  $t = 0$  в состоянии  $\psi_{p_0}$ , определяется выражением

$$C_{pp_0}(t) = (-i/\hbar) \int_0^t dt' \exp \left\{ (i/\hbar) \left[ (p^2 - p_0^2) (2m)^{-1} t' - e (\mathbf{p} - \mathbf{p}_0) (mc)^{-1} \int_0^{t'} \mathbf{A}(\tau) d\tau \right] \right\} \times \\ \times \int V(\mathbf{r}) \exp [-(i/\hbar) (\mathbf{p} - \mathbf{p}_0) \mathbf{r}] d\mathbf{r}, \quad (2.42)$$

где  $V(\mathbf{r})$  — энергия взаимодействия электрона с рассеивающим центром. Стоящая под знаком интеграла по  $t'$  величина содержит периодическую функцию времени которая может быть разложена в ряд Фурье. В результате амплитуда  $C_{pp_0}$  представится в виде

$$C_{pp_0}(t) = - \sum_n \{ \exp [(i/\hbar) (\Delta\varepsilon + n\hbar\omega) t] - 1 \} (\Delta\varepsilon + n\hbar\omega)^{-1} J_n [(eE_0/m\hbar\omega^2) (\mathbf{p}_0 - \mathbf{p})] \times \\ \times \int V(\mathbf{r}) \exp [-(i/\hbar) (\mathbf{p} - \mathbf{p}_0) \mathbf{r}] d\mathbf{r}, \quad (2.43)$$

где  $\Delta\varepsilon = (p^2 - p_0^2)/2m$ ,  $J_n$  — функция Бесселя,  $n$  принимает все положительные и отрицательные целочисленные значения. При вычислении вероятности перехода в единицу времени  $w_{pp_0} = \lim_{t \rightarrow \infty} (|C_{pp_0}(t)|^2/t)$  (2.43) приводит к двойной сумме по  $n$  и  $n'$ . Однако легко видеть, что в пределе  $t \rightarrow \infty$  перекрестные члены этой суммы ( $n \neq n'$ ) не дают вклада, а диагональные ( $n = n'$ ) приводят к энергетическим  $\delta$ -функциям

$$w_{pp_0} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} w_{pp_0}^{(n)} \delta(\Delta\varepsilon + n\hbar\omega).$$

Наличие  $\delta$ -функций, определяющих закон сохранения энергии, позволяет интерпретировать отдельные члены этой суммы как вероятности испускания (при  $n > 0$ ) или поглощения (при  $n < 0$ )  $|n|$  фотонов. Вероятности переходов  $w_{pp_0}$  должны быть просуммированы по конечным состояниям электрона. Интегрирование по модулю импульса  $|\mathbf{p}|$  легко выполняется благодаря  $\delta$ -функциям. Переходя от вероятностей  $w_{pp_0}^{(n)}$  к дифференциальным сечениям  $d\sigma_{e,a}^{(n)}$  испускания или поглощения  $n$  фотонов при рассеянии электрона со скоростью  $\mathbf{v}_0 = \mathbf{p}_0/m$  в телесный угол  $d\Omega$ , на основании (2.43) получаем<sup>24</sup>

$$d\sigma_{a,e}^{(n)}/d\Omega = \beta_{a,e} J_n^2 [\gamma e (\mathbf{n}_0 - \beta_{a,e} \mathbf{n})] d\sigma_s (\mathbf{n}_0 - \beta_{a,e} \mathbf{n})/d\Omega, \quad (2.44)$$

где  $\gamma = eE_0 v_0 / \hbar\omega^2$ ,  $\beta_{a,e} = (1 \pm 2n\xi)^{1/2}$ ,  $\mathbf{e} = \mathbf{E}_0/E_0$ ,  $\mathbf{n}_0 = \mathbf{v}_0/v_0$ ,  $\mathbf{n}$  — единичный вектор в направлении рассеяния электрона,

$$d\sigma_s (\mathbf{n}_0 - \mathbf{n})/d\Omega = (m/2\pi\hbar^2)^2 \left| \int V(\mathbf{r}) \exp [(i/\hbar) p_0 (\mathbf{n}_0 - \mathbf{n}) \mathbf{r}] d\mathbf{r} \right|^2$$

— дифференциальное сечение упругого рассеяния электрона в борновском приближении<sup>10а</sup>. Для центрально-симметричного потенциала  $V(\mathbf{r})$  имеем

$$d\sigma_s(\mathbf{n}_0 - \beta\mathbf{n})/d\Omega = (2m/\hbar^2)^2 \left| \int V(r) q^{-1} \sin(qr) r dr \right|^2,$$

где  $q^2 = (p_0/\hbar)^2 (1 + \beta^2 - 2\beta\mathbf{n}_0\mathbf{n})$ .

Для сечения испускания имеется ограничение на  $n$  (вытекающее из условия вещественности  $\beta_e$  и выражающее закон сохранения энергии):  $n < 1/2\xi$ . Для кулоновского рассеяния (2.44) определяет  $d\sigma_s^{(n)}$ , строго говоря, только при сильном выполнении этого неравенства, т. е. при условии (2.42). Подчеркнем, что зависимость сечений  $d\sigma_{a,e}^{(n)}$  от интенсивности  $I$  и поляризации  $\mathbf{e}$  поля излучения входит только через аргумент функции Бесселя. Очевидно, что при  $n = 0$  (2.44) определяет сечение упругого рассеяния электрона, происходящего в сильном поле излучения:

$$d\sigma^{(0)}/d\Omega = J_0^2[\gamma(\mathbf{e}\Delta\mathbf{n})] d\sigma_s/d\Omega, \quad (2.45)$$

где  $d\sigma_s/d\Omega$  — сечение упругого рассеяния без учета влияния поля излучения,  $\Delta\mathbf{n} = \mathbf{n}_0 - \mathbf{n}$ ; (2.45), таким образом, может рассматриваться как обобщение классической формулы Борна для упругого рассеяния.

Из (2.44) видно, что применимость теории возмущений к анализу ВТЭ (а следовательно, и справедливость степенных зависимостей  $\sigma_{a,e}^{(n)} \sim I^n$  и неравенств  $\sigma_{a,e}^{(1)} \gg \sigma_{a,e}^{(2)} \gg \sigma_{a,e}^{(3)} \gg \dots$ ) определяется условием \*)

$$\gamma^2 = (eE_0 v_0 / \hbar \omega^2)^2 = I/I_0 \ll 1, \quad I_0 = c\hbar^2 \omega^4 / 8\pi e^2 v_0^2. \quad (2.46)$$

Общий характер поведения сечений  $\sigma_{a,e}^{(n)}$  при возрастании параметра  $\gamma$  можно установить на основании (2.44) из следующих асимптотических представлений для цилиндрических функций:

$$J_n(x) \approx \pi^{-1} [2(n-x)/3x]^{1/2} K_{1/3}([2(n-x)]^{3/2}/3x^{1/2}), \quad n \gg 1, \quad n > x,$$

где  $K_p(z)$  — функция Макдональда, для которой в свою очередь при  $|z| \gg 1$  справедливо представление

$$K_p(z) \approx (\pi/2z)^{1/2} e^{-z}.$$

Эти представления показывают, что можно ввести понятие *максимальной степени многоквантовости* ВТЭ  $n_{\max}$ , зависящей от параметров  $\gamma$  и  $\xi$  и ориентации единичных векторов  $\mathbf{n}_0$ ,  $\mathbf{n}$ ,  $\mathbf{e}$ . При заданных значениях этих параметров значение  $n_{\max}$  таково, что для всех  $n \leq n_{\max}$  сечения  $\sigma_{a,e}^{(n)}$ , вообще говоря, одного порядка величины, в то время как при  $n \gg n_{\max}$  сечения  $\sigma_{a,e}^{(n)}$  экспоненциально малы. Ясно, что для процессов испускания значение  $n_{\max}$  не может превосходить целой части от  $1/2\xi$ .

В случае слабого поля  $\gamma \ll 1$ ,  $n_{\max} = 1$ , т. е. многоквантовые процессы маловероятны по сравнению с процессами излучения и поглощения одного фотона. Если  $\gamma\xi \ll 1$ , но параметр  $\gamma$  не мал (что возможно, так как для оптических частот  $\xi \ll 1$ ), то  $n_{\max} \sim \gamma$  при  $|\mathbf{e}\mathbf{n}_0 - \beta\mathbf{e}\mathbf{n}| \sim 1$ . Последнее условие выполняется в широкой области углов, определяющих ориентацию вектора  $\mathbf{n}$ . Если же  $\mathbf{n} \parallel \mathbf{n}_0$ , то вновь  $n_{\max} \sim 1$ .

Таким образом, условие  $\gamma \sim 1$  определяет критическое значение интенсивности поля излучения  $I$ , начиная с которого становятся неприменимы результаты теории возмущений для дифференциальных сечений  $d\sigma_{a,e}^{(n)}$ . При этом изменяется как характер зависимости сечений  $d\sigma_{a,e}^{(n)}$  от интенсивности, так и число фотонов, испускаемых или поглощаемых при рассеянии электронов на потенциале  $V(\mathbf{r})$ . Последнее обстоятельство, т. е. изменение  $n_{\max}$ , принципиально может быть обнаружено в результате исследования распределения рассеянных электронов по энергиям.

Однако при вычислении интегральных величин, например коэффициента поглощения, возможна значительная компенсация нелинейных поправок и уменьшение эффективного параметра нелинейности. Согласно классическим результатам (см. раздел в п. 6) гл. 2) параметром нелинейности, определяющим коэффициент поглощения, является величина  $\zeta = v_E/v = \gamma\xi \ll 1$ . Квантовомеханический подход, по-видимому, приводит к аналогичному результату: с точностью до малых квантовых поправок ( $\sim \xi$ ) коэффициент поглощения определяется тем же классическим параметром  $\gamma\xi$ . Строгое доказательство этого утверждения в настоящее время отсутствует. Однако вычисление первой нелинейной поправки к коэффициенту поглощения показывает, что ее относительная величина определяется параметром  $(\gamma\xi)^2$ . Кроме того, вычисление коэффициента поглощения в асимптотическом пределе сильного поля приводит к результату, аналогичному (2.39), именно при условии  $\gamma\xi \gg 1$ .

\*) Условие (2.46) является достаточным условием применимости теории возмущений для вычисления сечений  $\sigma_{a,e}^{(n)}$  при произвольном значении  $n = 0, 1, 2, \dots$ . Применимость теории возмущений к вычислению  $\sigma_{a,e}^{(n)}$  для заданного значения  $n$  определяется, вообще говоря, менее жестким условием, вытекающим из степенного разложения бесселевых функций  $J_n(x)$ :  $\gamma^2 \ll 2(n+1)$ .

В общем случае коэффициент поглощения  $\alpha$  может быть следующим образом выражен через сечения  $\sigma_{e,a}^{(n)}$ :

$$\alpha = (N_i N_e \hbar \omega / I) v_0 \sigma_t, \quad \sigma_t = \sum_n n (\sigma_e^{(n)} - \sigma_a^{(n)}). \quad (2.47)$$

Рассмотрим это выражение для рассеяния на кулоновском потенциале  $V(r) = -Ze^2/r$ , считая поле волны достаточно слабым, чтобы имело смысл говорить о разложении коэффициента поглощения по степеням напряженности. Найдем первую поправку к коэффициенту поглощения  $\delta\alpha \sim E_0^2$ . Используя (2.44), (2.40) и разложение функций Бесселя в ряды, в низшем порядке по напряженности поля  $E_0$  получаем известный уже результат теории возмущений (2.14). Следующий (первый отличный от нуля) порядок разложения дает искомые поправки:

$$\begin{aligned} \sigma_e^{(2)} \alpha &\approx (\pi Z^2 e^4 / 2 m^2 v^4) (e E_0 v / 2 \hbar \omega^2)^4 \{1 + 2 (n_0 e)^2 - [(n_0 e)^4 / 3] \mp \\ &\mp 6 \xi (1 - n_0 e)^2 \pm 8 \xi^3 [3 - 42 (n_0 e)^2 + 47 (n_0 e)^4] \ln \xi^{-1}\}, \quad (2.48) \\ \sigma_t^{(2)} = \sigma_e^{(2)} - \sigma_a^{(2)} &\approx (2 \pi Z^2 e^4 / m^2 v^4) (e v E_0 / 2 \hbar \omega^2)^4 (\hbar \omega / m v^2) \times \\ &\times \{-3 (1 - n_0 e) + 4 \xi^2 [3 - 42 (n_0 e)^2 + 47 (n_0 e)^4] \ln \xi^{-1}\}. \end{aligned}$$

Аналогичные формулы можно получить также для нелинейных поправок к сечениям первого порядка  $\sigma_{e,a,t}^{(1)}$ . Из этих формул следует, что величина сечения  $\sigma_{e,a,t}^{(2)}$  и нелинейные поправки к  $\sigma_{e,a,t}^{(1)}$  определяются параметром  $\gamma$ . Однако при вычислении полного сечения  $\sigma_t$ , как уже говорилось, происходит компенсация главных членов в формуле (2.48):

$$\delta\sigma_t = (3 \pi Z^2 e^8 E_0^4 / 4 m^5 \hbar \omega^5 v^6) [3 - 42 (n_0 e)^2 + 47 (n_0 e)^4] \ln (m v^2 / \hbar \omega);$$

здесь  $\delta\sigma_t$  — поправка второго порядка по  $\gamma^2$  к полному сечению  $\sigma_t$ . Отсюда с помощью (2.47) находим первую поправку к коэффициенту поглощения:

$$\delta\alpha = -(3 \pi^2 Z^2 e^8 E_0^2 N_i N_e / m^5 \omega^4 v^5 c) [3 - 42 (n_0 e)^2 + 47 (n_0 e)^4] \ln (m v^2 / \hbar \omega). \quad (2.49)$$

Сравнение с (2.14) показывает, что  $\delta\alpha/\alpha \sim (v_E/v)^2 = (\gamma\xi)^2$ .

В случае плазмы с изотропным распределением (2.49) должна быть усреднена по направлениям вектора  $\mathbf{n}_0$ , что дает

$$\overline{\delta\alpha} = (24 \pi^2 Z^2 e^8 E_0^2 N_i N_e / 5 m^5 \omega^4 v^5 c) \ln (m v^2 / \hbar \omega)$$

Формулы (2.44), (2.47) позволяют также оценить асимптотическое поведение коэффициента поглощения в случае очень сильного поля  $\gamma\xi \gg 1$ <sup>24</sup>. Используя асимптотическое представление функций Бесселя при больших значениях аргументов, усредняя быстро осциллирующие множители и производя интегрирование, получаем

$$\alpha \approx (32 \pi Z^2 e^3 \omega N_i N_e / c E_0^3) \ln (e E_0 / m \omega v) \ln (e v E_0 / \hbar \omega^2).$$

Этот результат отличается от классической формулы (2.39) лишь видом второго логарифма, что, по-видимому, можно объяснить приближенным характером вычислений.

В работе<sup>26</sup> методом, аналогичным изложенному в настоящем разделе, рассмотрен многоквантовый ВТЭ при рассеянии на экранированном кулоновском потенциале  $V(r) = \exp(-r/R)/r$ . Заметим, однако, что учет экранировки необходимо производить лишь при достаточно малом радиусе экранирования  $R < v/n\omega$ . Для плазмы при  $R = R_D$  это дает  $\omega < \omega_p/n$ , т. е. в практически интересном случае  $\omega > \omega_p$  экранировку учитывать не следует.

Как уже говорилось ранее, нелинейный ВТЭ может иметь существенное значение лишь для достаточно коротких импульсов, так как при больших временах плазма успевает нагреваться и дальнейшая диссипация энергии поля определяется обычным линейным тормозным поглощением. В действительности имеется еще одно ограничение на длительность импульса такого же типа.

Для изучения ВТЭ по измерениям световой энергии, поглощенной в плазме, необходимо, чтобы парные соударения электронов и ионов были основным механизмом, ответственным за поглощение света. Это требование может не выполняться, если действие сильного поля излучения на плазму приводит к развитию неустойчивостей. Известно<sup>20б, 27-29</sup>, что в случае  $v_E \gg v_T$  пороги многих неустойчивостей оказываются сильно превзойденными. Можно, однако, использовать столь короткие импульсы, чтобы за время импульса  $\tau$  раскачка нарастающих колебаний в плазме была мала. Это приводит к условию  $\gamma\tau \lesssim 1$ , где  $\gamma$  — максимальный инкремент неустойчивости. Наиболее сильные неустойчивости возникают в том случае, когда частота внешнего поля  $\omega$  близка к плазменной частоте  $\omega_p$ <sup>27</sup>. При этом ограничение на длительность импульса оказывается слишком жестким, так что даже для пикосекундных импульсов нельзя гарантировать, что поглощение будет определяться исключительно парными столкновениями.

В случае  $\omega \gg \omega_p$  ситуация оказывается значительно благоприятнее. Уменьшение плазменной частоты по сравнению с частотой света приводит к значительному возрастанию порогов возможных неустойчивостей и к уменьшению инкрементов<sup>28, 29</sup>. Наилучшие условия для наблюдения ВТЭ, по-видимому, могут быть созданы, если использовать изотермическую плазму, в которой начальные электронная и ионная температуры равны<sup>29</sup>. Оценки показывают, что в этом случае условие  $\gamma t \ll 1$  может быть выполнено для пикосекундных импульсов вплоть до весьма значительных мощностей лазерного излучения ( $I \lesssim 10^{17}$  вт/см<sup>2</sup> при  $N_i \lesssim 10^{19}$  см<sup>-3</sup>).

### 3. ВЫНУЖДЕННОЕ КОМПТОНОВСКОЕ РАССЕЯНИЕ

До появления мощных источников оптического излучения комптон-эффект не рассматривался как возможный механизм поглощения оптического излучения. Это связано с тем, что при обычном (спонтанном) комптоновском рассеянии эффективный коэффициент поглощения волны имеет вид

$$\alpha \sim N_e \sigma_0 \Delta \varepsilon / \hbar \omega, \quad (3.1)$$

где  $\sigma_0 = (8\pi/3)r_0^2 \approx 6,6 \cdot 10^{-25}$  см<sup>-2</sup> — томсоновское сечение,  $N_e$  — плотность электронов,  $\hbar \omega$  — энергия кванта,  $\Delta \varepsilon$  — средняя энергия, передаваемая электрону в единичном акте рассеяния. Эта энергия положительна и составляет  $\Delta \varepsilon \sim (\hbar \omega / mc^2) \hbar \omega$ , если  $\hbar \omega \gg kT_e$ , и отрицательна с абсолютной величиной  $|\Delta \varepsilon| \sim (kT_e / mc^2) \hbar \omega$ , если  $\hbar \omega \ll kT_e$  (см. далее п. б) этой главы;  $T_e$  — температура электронов). Во втором случае происходит охлаждение электронов — этот так называемый *обратный комптон-эффект*. В обоих случаях, однако, даже при электронных плотностях  $N_e \sim 10^{21}$  см<sup>-3</sup> соответствующие коэффициенты поглощения (некогерентного усиления)  $\alpha$  согласно (3.1) для лабораторных условий оказываются весьма малыми (порядка  $10^{-9}$ — $10^{-6}$  см<sup>-1</sup>).

Эффективность комптоновского механизма поглощения может быть существенно повышена, если процесс рассеяния приобретает вынужденный характер. Далее, кроме п. в) этой главы, мы будем рассматривать только двухквантовый вынужденный комптон-эффект, когда в единичном акте рассеяния одновременно лишь один фотон поглощается и второй фотон вынужденно испускается\*). Эффективность механизма вынужденного комптоновского рассеяния растет с повышением интенсивности излучения. Это приводит, в частности, к тому, что при достаточно высокой интенсивности оптического излучения, взаимодействующего со средой, основным механизмом его поглощения становится вынужденный комптон-эффект.

Изучение рассматриваемого эффекта интересно не только с точки зрения механизма нагрева электронов интенсивным оптическим излучением, но также и с точки зрения получения отрицательного поглощения, т. е. создания «*комpton-лазера*». Предложение о создании такого лазера с использованием рассеяния фотонов назад на релятивистском электронном пучке было сделано Пентеллом с сотрудниками<sup>32</sup>.

Для двухквантового комптоновского рассеяния число фотонов сохраняется, а закон сохранения энергии-импульса приводит к хорошо известному соотношению между частотами падающего  $\omega_1$  и рассеянного  $\omega_2$  фотонов<sup>33</sup>

$$\omega_2 = \omega_1 [1 - (v/c) \cos \theta_1] [1 - (v/c) \cos \theta_2 + (\hbar \omega_1 / \varepsilon) (1 - \cos \theta)]^{-1}, \quad (3.2)$$

где  $v$  и  $\varepsilon$  — скорость и энергия начального электрона,  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  — углы между  $v$  и волновыми векторами начального  $k_1$  и рассеянного  $k_2$  фотонов,  $\theta$  — угол между  $k_1$  и  $k_2$ .

\*) Многоквантовому комптоновскому рассеянию посвящены работы<sup>6, 30a</sup> (см. также обзор<sup>3a</sup>, где дана подробная библиография); его роль в нагреве электронной компоненты плазмы рассматривалась в работах<sup>31</sup>.

Сечение спонтанного комптоновского рассеяния определяется формулой Клейна — Нишины — Тамма, записанной в лабораторной системе координат <sup>33</sup>:

$$d\sigma_{\text{сп}} = F d\Omega_2, \quad (3.3)$$

где

$$\begin{aligned} F &= [2r_0^2 (\hbar\omega_2)^2 / (mc^2)^2 \kappa_1^2] u_0, \\ u_0 &= 4 (\kappa_1^{-1} + \kappa_2^{-1})^2 - 4 (\kappa_1^{-1} + \kappa_2^{-1}) - (\kappa_1 \kappa_2^{-1} + \kappa_2 \kappa_1^{-1}), \\ \kappa_1 &= 2 (\mathbf{p}_1 \mathbf{k}_1) / (mc^2)^2, \quad \kappa_2 = -2 (\mathbf{p}_1 \mathbf{k}_2) / (mc^2)^2, \\ p_\alpha k_\beta &= c^2 \hbar p_\alpha k_\beta - \varepsilon_\alpha \hbar \omega_\beta, \end{aligned}$$

$r_0 = e^2 / mc^2 = 2,8 \cdot 10^{-13}$  см — классический радиус электрона.

В случае вынужденного рассеяния частоту  $\omega_2$  и волновой вектор  $\mathbf{k}_2$  излучаемого фотона следует считать фиксированными, а само сечение рассеяния при этом увеличивается и становится равным

$$d\sigma = (1 + n_{\mathbf{k}_2}) d\sigma_{\text{сп}}, \quad (3.4)$$

где  $n_{\mathbf{k}_2}$  — число фотонов на один осциллятор поля с волновым вектором  $\mathbf{k}_2$ :

$$n_{\mathbf{k}} = 4\pi^3 c^2 J(\omega, \mathbf{q}) / \hbar \omega^3 = 4 (\pi c)^3 N(\omega, \mathbf{q}) / \omega^2. \quad (3.5)$$

В этой формуле  $J(\omega, \mathbf{q})$  — спектральная плотность потока энергии неполяризованного излучения в единичный телесный угол, ось которого направлена вдоль  $\mathbf{q} = \mathbf{k}/k$ ,  $N(\omega, \mathbf{q}) = J(\omega, \mathbf{q}) / c\hbar \omega$  — спектральная (и объемная) плотность фотонов, распространяющихся в тот же единичный телесный угол. Если  $I$  — полная (интегральная) интенсивность светового пучка с равномерным распределением энергии по частотному и угловому спектрам, имеющим соответственно ширину  $\Delta\omega$  и телесный угол  $\Delta\Omega \ll 1$ , то  $J(\omega, \mathbf{q}) = I / \Delta\omega \Delta\Omega$  \*).

Заметим, что при наличии лишь одного пучка излучения конечность ширины его частотного ( $\Delta\omega$ ) и углового ( $\Delta\Omega$ ) спектров является необходимым условием вынужденного комптоновского рассеяния с передачей энергии электронам ( $\Delta\varepsilon \neq 0$ ). Действительно, для одной монохроматической волны всегда  $\Delta\varepsilon = \hbar(\omega_1 - \omega_2) = 0$ , для одной плоской волны всегда  $\theta = 0$ ,  $\theta_1 = \theta_2$  и, следовательно, согласно (3.2) всегда  $\omega_1 = \omega_2$  и  $\Delta\varepsilon = 0$ . При наличии нескольких волновых пучков условие конечности  $\Delta\omega$  и  $\Delta\Omega$ , вообще говоря, не требуется.

В этой главе статьи будут рассмотрены следующие вопросы: одна из возможностей получения отрицательного поглощения за счет вынужденного комптон-эффекта, поглощение интенсивного оптического излучения электронной компонентой плазмы и упругое рассеяние электронов на плоских стоячих электромагнитных волнах — эффект Капицы — Дирака.

а) Отрицательное поглощение при вынужденном комптоновском рассеянии. Наиболее интересная возможность получения отрицательного поглощения при вынужденном комптон-эффекте связана с использованием релятивистского электронного пучка и обратного рассеяния <sup>32</sup>. Именно этот случай и будет рассмотрен ниже.

\*) В общем случае связь между  $I$  и  $J(\omega, \mathbf{q})$  имеет вид  $I = \int I_\omega d\omega$ ,  $I_\omega = \int J(\omega, \mathbf{q}) \cos \vartheta d\Omega$ , где  $\cos \vartheta = \mathbf{q}\mathbf{n}$ ;  $\mathbf{n}$  — нормаль к поверхности, относительно которой рассматривается интенсивность излучения ( $I_\omega$  — спектральная интенсивность).

Предположим, что энергия электронов в пучке  $\varepsilon \gg mc^2$ , тогда для рассеяния назад ( $\theta = \pi$ ,  $\theta_1 = \pi$ ,  $\theta_2 = 0$ ) согласно (3.2) имеем

$$\omega_2 = 4\omega_1 (\varepsilon/mc^2)^2. \quad (3.6)$$

Таким образом, в рассматриваемом случае появляется возможность создания «комpton-лазера» с очень большим коэффициентом преобразования частот,  $4 (\varepsilon/mc^2)^2$ . Поскольку при этом энергия  $\varepsilon$  электронного пучка может изменяться в широких пределах, частота генерации этого лазера может перестраиваться в значительном диапазоне.

Вычислим коэффициент усиления  $\alpha_2$  на частоте  $\omega_2$  при заданной интенсивности излучения  $I_1$  на частоте «накачки»  $\omega_1$ . Пусть  $\sigma_e$  — полное сечение рассеяния, при котором квант  $\hbar\omega_1$  поглощается, а квант  $\hbar\omega_2$  вынужденно испускается,  $\sigma_a$  — полное сечение обратного процесса, когда квант  $\hbar\omega_2$  поглощается, а квант  $\hbar\omega_1$  вынужденно испускается. Тогда по определению коэффициента  $\alpha_2$  имеем

$$\alpha_2 = \sigma_t N_e (\omega_2/\omega_1) I_1/I_2, \quad (3.7)$$

где  $\sigma_t = \sigma_e - \sigma_a$ . При вычислении сечений  $\sigma_{e,a}$  мы будем предполагать (вслед за работой <sup>32</sup>), что электронный пучок имеет некоторое распределение по энергиям  $f(\varepsilon)$ , причем ширина  $\Delta\varepsilon$  этого распределения достаточно велика, так что

$$\Delta\varepsilon/\varepsilon_0 \gg \Delta\omega_1/\omega_1, \quad \Delta\omega_2/\omega_2 \quad (3.8)$$

( $\varepsilon_0$  — средняя энергия электронов в пучке). При выполнении этого условия сечения  $\sigma_{e,a}$  получаются в результате усреднения по энергиям электронов сечения (3.4), причем законы сохранения определяют энергию электронов, участвующих в рассматриваемом процессе, как функцию частот и волновых векторов излучаемого и поглощаемого фотонов \*). В результате можно получить

$$\begin{aligned} \sigma_e &\approx (\pi^3/4) r_0^2 (m^4 c^{10} I_2 / \hbar \omega_2 \omega_1^3 \varepsilon^3) f(\varepsilon), \\ \sigma_a &\approx (\pi^3/4) r_0^2 (m^4 c^{10} I_2 / \hbar \omega_2 \omega_1^3 \varepsilon^3) f(\varepsilon - \hbar\omega_2); \end{aligned} \quad (3.9)$$

здесь  $\varepsilon$  обозначает то значение электронной энергии, которое удовлетворяет соотношению (3.6) при заданных  $\omega_1$  и  $\omega_2$  (функция  $f(\varepsilon)$  предполагается нормированной условием  $\int f(\varepsilon) d\varepsilon = 1$ ). Если  $\Delta\varepsilon \gg \hbar\omega_2$ , то  $f(\varepsilon - \hbar\omega_2)$  можно разложить в ряд по степеням  $\hbar\omega_2$  и для коэффициента усиления  $\alpha_2$  на основании (3.7) и (3.9) получаем

$$\alpha_2 = \pi^3 r_0^2 (m^2 N_e c^6 I_1 / \omega_1^3 \varepsilon) df/d\varepsilon.$$

Отрицательному поглощению (усилению) на частоте  $\omega_2$  соответствует условие  $df/d\varepsilon > 0$ , т. е. энергия  $\varepsilon$  должна попадать в интервал распределения  $f(\varepsilon)$ , соответствующий инверсной населенности (при выполнении (3.8)). Это условие всегда может быть выполнено путем подбора частот  $\omega_1$  и  $\omega_2$ . Для гауссовского распределения

$$f(\varepsilon) = [(2\pi)^{1/2} / \Delta\varepsilon]^{-1} \exp [-(\varepsilon - \varepsilon_0)^2 / (2\Delta\varepsilon)^2]$$

максимум  $df/d\varepsilon$  достигается в точке  $\varepsilon_1 = \varepsilon_0 - \Delta\varepsilon$  со значением  $(df/d\varepsilon)_{\max} \approx (2\Delta\varepsilon)^{-2}$ . При этом

$$\alpha_{2\max} \approx (\pi^3/4) r_0^2 N_e (m^2 c^6 I_1 / \omega_1^3 \varepsilon (\Delta\varepsilon)^2).$$

Если  $\varepsilon_0 = 10 \text{ Мэв}$ ,  $(\Delta\varepsilon/\varepsilon_0) \approx 10^{-4}$ ,  $N_e = 10^9 \text{ см}^{-3}$ ,  $\omega_1 = 10^{10} \text{ сек}^{-1}$ ,  $I_1 = 3 \cdot 10^6 \text{ вт/см}^2$ , то усиление происходит на частоте  $\omega_2 \approx 1,6 \cdot 10^{13} \text{ сек}^{-1}$  ( $\lambda_2 \approx 120 \text{ мкм}$ ) с коэффициентом  $\alpha_{2\max} \approx 0,3 \text{ см}^{-1}$ .

\*) В рассматриваемом случае ( $\varepsilon \gg mc^2$ ) в (3.3)  $\kappa_1 = -\kappa_2$  и  $U_0 = 2$ .

Заметим, что при выполнении условия (3.8) отрицательное поглощение может быть получено и для нерелятивистского электронного пучка. Однако при этом коэффициент преобразования частот согласно (3.2) оказывается порядка единицы.

б) Поглощение оптического излучения в плазме за счет вынужденного комптоновского рассеяния. Комптоновский механизм взаимодействия излучения с электронами плазмы можно последовательно изучить на основе кинетической теории. Интеграл столкновений для этого случая был впервые получен в работах <sup>17б, 34</sup>, однако в них не были исследованы особенности вынужденного комптон-эффекта. Это было сделано в серии работ Пейро <sup>35</sup>, который детально проанализировал полученные в работах <sup>17б, 34</sup> кинетические уравнения для того случая, когда интенсивность излучения достаточно велика и необходимо учитывать вынужденное рассеяние. В частности, им были получены результаты, касающиеся скорости нагрева электронов излучением, а также обусловленного этим сдвига в «красную» сторону частотного спектра прошедшего через плазму излучения (см. также работу <sup>36</sup>, где рассматривается нагрев плазмы за счет вынужденного комптон-эффекта в двух встречных световых пучках, и работу <sup>37</sup>, где изучается комптоновский механизм нагрева релятивистских электронов). Эти вопросы представляются наиболее интересными, и ниже приводится их рассмотрение, основанное на более элементарном (чем в работах <sup>35</sup>) подходе.

Как и всюду, рассматривается случай нерелятивистских электронов ( $v \ll c$ ) и мягких фотонов ( $\hbar\omega \ll mc^2$ ), причем малые  $(v/c)^2$  и  $\hbar\omega/mc^2$  считаются величинами одного порядка.

Из (3.2) для частоты рассеянного фотона в данном случае получаем

$$(\omega_1 - \omega_2)/\omega_1 = (v/c) (\cos \theta_1 - \cos \theta_2) + (v/c)^2 \cos \theta_2 (\cos \theta_1 - \cos \theta_2) + (\hbar\omega_1/mc^2) (1 - \cos \theta). \quad (3.10)$$

Выше уже отмечалось, что при наличии лишь одного светового пучка процесс вынужденного комптоновского рассеяния с передачей энергии электронам возможен только при конечных значениях ширины его частотного  $\Delta\omega$  и углового  $\Delta\Omega$  спектров. Формула (3.10) позволяет сформулировать это условие более строго. Из нее видно, что в световом пучке с немонотонностью  $(\Delta\omega/\omega)$  вынужденное рассеяние на угол  $\theta$  возможно только при выполнении условия

$$\Delta\omega/\omega > |(v/c) (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)| = 2 (v_1/c) \sin (\theta/2),$$

где  $v_{||}$  — компонента скорости рассеивающего электрона на направление вектора  $(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)$ . Максимальный угол вынужденного рассеяния в световом пучке с углом расходимости  $2\theta_0$  (и соответственно телесным углом  $\Delta\Omega = 4\pi \sin^2 (\theta_0/2)$ ) равен  $2\theta_0$ . Следовательно, для того чтобы все фотоны рассматриваемого пучка могли принимать участие в процессе вынужденного рассеяния на электронах с максимальной скоростью  $v$ , достаточно, чтобы выполнялось условие

$$\Delta\omega/\omega > 2 (v/c) \sin (\theta_0/2) = (\Delta\Omega/\pi)^{1/2} v/c. \quad (3.11)$$

Если электроны имеют максвелловское распределение по скоростям с температурой  $T_e$ , то условие того, что почти все электроны и почти все фотоны пучка могут принимать участие в процессе вынужденного рас-



сеяния, принимает вид \*)

$$\Delta\omega/\omega > [(kT_e/mc^2) \Delta\Omega]^{1/2}. \quad (3.12)$$

Из условий (3.11), (3.12), в частности, видно, что чем меньше угловая расходимость пучка, тем требуется меньшая его монохроматичность. Однако, как будет видно из дальнейшего, с уменьшением расходимости пучка падает коэффициент его поглощения, обусловленный рассматриваемым эффектом (поскольку падает энергия  $\Delta\varepsilon$ , передаваемая электрону при вынужденном рассеянии).

Вычислим теперь коэффициент поглощения  $\alpha_c$  светового пучка в электронном газе, предполагая, что для подавляющего большинства электронов выполняется условие (3.11). Скорость изменения энергии таких электронов, обусловленного комptonовским рассеянием, определяется общей формулой

$$d\varepsilon/dt = \int d\omega_1 \int c [1 - (v/c) \cos \theta_1] N(\omega_1, \mathbf{q}_1) d\Omega_1 \times \\ \times \int \hbar (\omega_1 - \omega_2) F \{1 + 4(\pi c)^3 N(\omega_2, \mathbf{q}_2) \omega_2^{-2}\} d\Omega_2, \quad (3.13)$$

где величины  $F$  и  $N(\omega, \mathbf{q})$  определяются формулами (3.3)–(3.5). Для пояснения структуры (3.13) заметим, что под интегралом по  $d\Omega_1$  стоит выражение для плотности потока фотонов относительно движущегося электрона. Рассмотрим прежде всего вклад в  $d\varepsilon/dt$  за счет индуцированных процессов, чему соответствует второй член в фигурных скобках под интегралом по  $d\Omega_2$ . Вычисления значительно облегчаются благодаря нерелятивистскому характеру движения электронов и выполнению условия (3.11). Первое позволяет аналогично (3.10) написать

$$F/\omega_2^2 = (r_0^2/2\omega_1^2) \{1 + \cos^2 \theta - 2(v/c) [\cos \theta (1 - \cos \theta) (\cos \theta_1 + \cos \theta_2) - \\ - (1 + \cos^2 \theta) \cos \theta_1] + \dots\}. \quad (3.14)$$

На основании же (3.11), предполагая  $\Delta\Omega \ll 1$ , имеем

$$N(\omega_1, \mathbf{q}_1) N(\omega_2, \mathbf{q}_2) \approx (\Delta\Omega)^{-2} [N_{\omega_1}^2 - 0,5(\omega_1 - \omega_2) dN_{\omega_1}^2/d\omega_1], \quad (3.15)$$

где

$$N_\omega = I_\omega/c\hbar\omega = \int d\Omega N(\omega, \mathbf{q}) \cos \vartheta \approx \Delta\Omega N(\omega, \mathbf{q}_0)$$

— спектральная (и объемная) плотность фотонов в пучке (см. сноску на стр. 580). Подстановка (3.14), (3.15) и (3.10) в (3.13) дает

$$d\varepsilon/dt = 2\pi^3 r_0^2 \hbar c^4 (\Delta\Omega)^{-2} \int d\omega (N_\omega^2/\omega) \int d\Omega_1 d\Omega_2 \{(\hbar\omega/mc^2) (1 - \cos \theta) \times \\ \times (1 + \cos^2 \theta) + (v/c) (\cos \theta_1 - \cos \theta_2) (1 + \cos^2 \theta) + \\ + (v^2/c^2) (\cos^2 \theta_1 - \cos^2 \theta_2) [1 + \cos^2 \theta - \cos \theta (1 - \cos \theta)]\},$$

где интегрирование по  $d\Omega_1$  и  $d\Omega_2$  распространяется в пределах ширины телесного угла светового пучка. Очевидно, что при интегрировании по этим переменным члены  $\sim v/c$  и  $(v/c)^2$  исчезают, а первый член

\*) Для лазерного излучения с  $\Delta\omega/\omega \approx 10^{-3}$  и угловой расходимостью  $\Delta\Omega \approx 10^{-4}$  стер приводимое рассмотрение пригодно согласно (3.12) вплоть до температур  $T_e \sim 10^6 - 10^7$  град. После посылки настоящей статьи в печать появились работы <sup>38</sup>, в которых изучается также случай (когда условие (3.12) не выполнено), существенный для  $\Delta\Omega \gg 1$ . Там же сделана попытка учесть влияние коллективных взаимодействий в плазме (так называемую динамическую поляризацию), важных в плотной плазме, т. е. при  $\omega \sim \omega_p$ .

( $\sim \hbar\omega/mc^2$ ) дает

$$\int d\Omega_1 d\Omega_2 (1 - \cos \theta) (1 + \cos^2 \theta) \approx (\Delta\Omega)^3/\pi.$$

Таким образом, окончательно имеем (впервые получено в <sup>35</sup>)

$$d\epsilon/dt = 2\pi^2 r_0^2 \Delta\Omega I^2 / m\omega^2 \Delta\omega, \quad (3.16)$$

где  $I \approx c\hbar\omega N_\omega \Delta\omega$  — полная интенсивность светового пучка,  $\omega$  — центральная частота его спектра.

Вклад в  $d\epsilon/dt$  за счет спонтанного рассеяния, чему соответствует первый член в фигурных скобках в формуле (3.13), вычисляется аналогично, и получаем

$$(d\epsilon/dt)_{\text{сп}} \approx (8/3) r_0^2 I [(\hbar\omega/mc^2) - 2(v^2/c^2)]. \quad (3.17)$$

Заметим, что при получении этой формулы условие (3.11) не используется, и поэтому она справедлива для всех нерелятивистских электронов. Для изменения средней энергии  $\langle \epsilon \rangle$  электронов плазмы на основании (3.17) имеем

$$(d\langle \epsilon \rangle / dt)_{\text{сп}} = (8/3) r_0^2 I (\hbar\omega/mc^2) [1 - 4(\langle \epsilon \rangle / \hbar\omega)].$$

Отсюда видно, что нагрев электронов за счет спонтанного комптон-эффекта происходит лишь при условии  $\hbar\omega > 4 \langle \epsilon \rangle$ . При выполнении обратного условия имеет место охлаждение электронов, что иногда называют обратным комптон-эффектом. Причина такого охлаждения, очевидно, заключается в том, что при спонтанном рассеянии на быстрых электронах рассеянные кванты оказываются более жесткими, чем падающие.

Вернемся теперь к формуле (3.16), определяющей скорость изменения энергии электрона при вынужденном рассеянии. При достаточно больших значениях интенсивности  $I$  вклад в  $d\epsilon/dt$  этого процесса будет превалировать над вкладом от спонтанного рассеяния \*). Весьма важно, что при выполнении только одного условия (3.11) скорость изменения энергии  $d\epsilon/dt$ , как это видно из (3.16), не зависит от самой энергии и всегда положительна. Это, в частности, означает, что вынужденный комптон-эффект приводит к одинаковому нагреву всех (нерелятивистских) электронов, удовлетворяющих условию (3.11) \*\*). Эффективный коэффициент (комптоновского) поглощения  $\alpha_c$ , обусловленного рассматриваемым эффектом, в плазме с произвольным распределением электронов по скоростям при единственном условии (3.11) (или (3.12)) (в частности, в электронном пучке) имеет вид

$$\alpha_c = (N_e/I) d\epsilon/dt = 2\pi^2 (N_e r_0^2 \Delta\Omega / m\omega^2 \Delta\omega) I. \quad (3.18)$$

Интересно сравнить вклады в нагрев электронов плазмы от тормозного эффекта и от вынужденного комптон-эффекта. Как следует из рассмотрения в предыдущей главе, коэффициент тормозного поглощения  $\alpha_T \sim N_e^2$  и при  $I \ll (kT_e/mc^2) I_{\text{рел}}$  не зависит от интенсивности  $I$ , а при  $I > (kT_e/mc^2) I_{\text{рел}}$  падает как  $I^{-3/2}$ . Из (3.18) в свою очередь видно, что коэффициент  $\alpha_c \sim N_e$  и при  $I \ll I_{\text{рел}}$  линейно растет с  $I$ . Это означает, что в достаточно разреженной плазме световой пучок с достаточно высокой интенсивностью поглощается главным образом в результате процессов

\*) Условие этого, очевидно, выглядит так (предполагается, что  $\hbar\omega \gg 4 \langle \epsilon \rangle$ ):  $I > (4/3\pi^2) \hbar\omega^3 \Delta\omega / c^2 \Delta\Omega$ . Для излучения с длиной волны  $\lambda = 1$  мкм с расходимостью  $\Delta\Omega = 2 \cdot 10^{-4}$  стер и  $(\Delta\omega/\omega) = 10^{-4}$  получаем условие  $I > 2,5 \cdot 10^5$  вт/см<sup>2</sup>.

\*\*) В работах <sup>38</sup> для случая изотропного излучения ( $\Delta\Omega = 4\pi$ ) показано, что для горячей плазмы, т. е. при выполнении условия, обратного (3.12),  $d\epsilon/dt$  падает как  $T^{-3/2}$ .

вынужденного комптон-эффекта. Более подробно этот вопрос был изучен в работе <sup>31a</sup>. Было показано, что комптоновский механизм поглощения преобладает над тормозным механизмом при  $I > I_c$ , где

$$I_c \sim [(\omega_p/\omega)^2 (\Delta\omega/\omega\Delta\Omega) r_0/\lambda]^{2/5} I_{\text{рел}};$$

$\lambda$  — длина волны излучения, а  $\omega_p = (4\pi e^2 N_e/m)^{1/2}$  — плазменная частота. При  $\omega_p/\omega \sim 10^{-1}$ ,  $(\Delta\omega/\omega\Delta\Omega) \sim 1$ ,  $\lambda \approx 1$  мкм пороговая интенсивность  $I_c \sim 10^{-4} I_{\text{рел}}$ .

При двухфотонном комптоновском рассеянии, которое мы сейчас только и рассматриваем, число фотонов сохраняется и, следовательно, поглощение светового пучка на электронах, обусловленное вынужденным комптон-эффектом, всегда должно сопровождаться «красным» смещением спектрального распределения пучка. Наличие такого смещения может служить основой для экспериментальной методики наблюдения вынужденного комптоновского рассеяния. Величину смещения легко можно оценить, если, так же как и выше, предположить, что угловая ширина пучка  $\Delta\Omega \ll 1$  и почти для всех электронов выполнено условие (3.11). При прохождении такого пучка через слой плазмы толщиной  $L$  каждая его спектральная компонента смещается (без изменения своей интенсивности) на величину (см. <sup>35</sup>)

$$\delta\omega = 2\pi^2 r_0^2 N_e c \hbar \Delta\Omega L m^{-1} N_\omega(L),$$

где спектральная (и объемная) плотность фотонов  $N_\omega(L)$  относится к выходу излучения из слоя плазмы. Из приведенного выражения для  $\delta\omega$  видно, что наибольший сдвиг испытывают спектральные компоненты, имеющие максимальную интенсивность. Это должно приводить к тому, что форма спектра становится более острой с «красной» стороны и более пологой с «синей». При малом поглощении излучения в слое общую ширину спектра  $\Delta\omega$  можно считать неизменной, а для смещения его центральной частоты получаем

$$\delta\omega_0/\omega = (2\pi^2 r_0^2 N_e L \Delta\Omega / m \omega^2 \Delta\omega) I = \alpha_c L.$$

Эта формула удобна при интерпретации экспериментальных данных. Первые данные о наблюдении такого спектрального смещения были сообщены в работах <sup>39</sup>.

Выше был рассмотрен вопрос о нагреве электронной компоненты плазмы за счет поглощения одного светового пучка, имеющего достаточно узкую, но конечную ширину углового спектра. Специальный интерес представляет также случай нагрева электронов двумя встречными световыми пучками, при котором происходит взаимный «переброс» фотонов из одного пучка в другой (т. е. поглощение фотона из одного пучка и вынужденное испускание в другой пучок). В этом случае угловые ширины пучков не играют принципиальной роли, и поэтому для простоты можно считать, что нагрев осуществляется двумя встречными плоскими квазимонохроматическими волнами. Скорость нагрева при этом может быть вычислена по общей формуле (3.13), в которой надо положить  $N(\omega, \mathbf{q}) = N_{(1,2)}^{(1,2)} \delta(\mathbf{q} \pm \mathbf{q}_0)$ , где индексы (1, 2) и знаки  $\pm$  относятся соответственно к двум пучкам \*). При выполнении условия (3.14), которое в данном случае имеет вид  $\Delta\omega/\omega > 2v/c \sim (kT_e/mc^2)^{1/2}$  и для лазерного излучения является довольно жестким, вычисления дают (впервые получено в работе <sup>39</sup>)

$$d\varepsilon/dt \approx 16\pi^3 r_0^2 I_1 I_2 / m \omega^2 \Delta\omega,$$

где  $I_1$  и  $I_2$  — полные интенсивности пучков, спектральные ширины которых предполагаются одинаковыми.

Интересно рассмотреть вопрос об изменении спектрального состава встречных пучков, вызванном процессами вынужденного рассеяния. Поскольку в этом случае происходит «переброс» фотонов из одного пучка в другой с сохранением их общего числа, может иметь место усиление (по плотности фотонов) одного пучка за счет другого. Если использовать стационарные кинетические уравнения,<sup>4</sup> полученные

\*) Саму формулу (3.13) при этом, разумеется, необходимо симметризовать относительно индексов (1, 2).

в работе <sup>35</sup>, можно в свою очередь получить следующую систему уравнений для спектральных плотностей  $N_{1\omega}(z)$  и  $N_{2\omega}(z)$  пучков, распространяющихся навстречу друг другу вдоль оси  $z$  (направление которой совпадает с направлением первого пучка):

$$\begin{aligned}\frac{\partial N_{1\omega}}{\partial z} &= \frac{16\pi^3 r_0^2 N_e c \hbar}{m} N_{1\omega} \frac{\partial N_{2\omega}}{\partial \omega}, \\ \frac{\partial N_{2\omega}}{\partial z} &= -\frac{16\pi^3 r_0^2 N_e c \hbar}{m} N_{2\omega} \frac{\partial N_{1\omega}}{\partial \omega}.\end{aligned}$$

Как и выше, здесь предполагается, что выполнено условие (3.11), т. е.  $\Delta\omega/\omega > 2\nu/c$ .

Легко найти решение этой системы, описывающее прохождение пучков через слой плазмы толщиной  $L$ , в случае достаточно малого их поглощения, когда параметры  $\mu_{1,2} \ll 1$ , где

$$\mu_{1,2} = \alpha_{12,21} L \omega / \Delta\omega, \quad \alpha_{12,21} = 16\pi^3 r_0^2 I_{2,1} N_e / m \omega^2 \Delta\omega$$

— коэффициент поглощения первого (второго) пучка при наличии встречного второго (первого). В этом случае можно воспользоваться теорией возмущений и представить решение в виде

$$N_{1\omega}(z) = N_{1\omega}^{(0)}(0) + N_{1\omega}^{(1)}(z) + N_{1\omega}^{(2)}(z) + \dots,$$

$$N_{2\omega}(z) = N_{2\omega}^{(0)}(L) + N_{2\omega}^{(1)}(z) + N_{2\omega}^{(2)}(z) + \dots$$

предполагается, что плазма занимает слой  $0 \leq z \leq L$ ,  $N_{1\omega}^{(0)}$  и  $N_{2\omega}^{(0)}$  — спектральные плотности соответственно первого и второго пучков на входе в слой). Поправки первого порядка имеют следующий вид:

$$N_{1\omega}^{(1)}(z) = \mu_2 (c\hbar\omega (\Delta\omega)^2 I_1^{-1} N_{1\omega}^{(0)} (dN_{2\omega}^{(0)}/d\omega) z/L, \quad (3.19)$$

$$N_{2\omega}^{(1)}(z) = \mu_1 c\hbar\omega (\Delta\omega)^2 I_2^{-1} N_{2\omega}^{(0)} (dN_{1\omega}^{(0)}/d\omega) (L-z)/L.$$

Функции  $N_{1\omega}^{(1)}(z)$  и  $N_{2\omega}^{(1)}(z)$  удовлетворяют очевидному соотношению

$$\int N_{1\omega}^{(1)}(L) d\omega = - \int N_{2\omega}^{(1)}(0) d\omega, \quad (3.20)$$

которое означает, что изменение (в первом порядке) полной плотности фотонов первого пучка на выходе из слоя равно с обратным знаком аналогичному изменению во втором пучке. Это в свою очередь отражает то обстоятельство, что полное число фотонов в системе должно сохраняться (во всех порядках по  $\mu_{1,2}$ ). Следовательно, вообще говоря, уже в первом порядке происходит усиление (по плотности фотонов) одного светового пучка за счет другого. Если, однако, спектральные составы обоих пучков на входе в слой одинаковы, т. е. если

$$N_{1\omega}^{(0)} = A N_{2\omega}^{(0)} \equiv A \varphi(\omega), \quad A = \text{const}, \quad (3.21)$$

то, как видно из (3.19), в первом порядке плотность фотонов в каждом пучке сохраняется (интегралы (3.20) обращаются в нуль). Изменения плотности фотонов в отдельных пучках возникают лишь во втором порядке по  $\mu_{1,2}$ . Легко показать, что эти изменения имеют вид

$$\begin{aligned}\int N_{1\omega}^{(2)}(L) d\omega &= - \int N_{2\omega}^{(2)}(0) d\omega = \\ &= 0,25A(1-A)\mu_1\mu_2 [c\hbar\omega (\Delta\omega)^2]^2 (I_1 I_2)^{-1} \int \varphi(\omega) (d\varphi/d\omega)^2 d\omega.\end{aligned}$$

Отсюда видно, что знак изменения плотности фотонов в отдельных пучках зависит от соотношения между их полными интенсивностями  $I_1$  и  $I_2 = I_1/A$ : усиливается (по плотности фотонов) всегда более слабый (по интенсивности) пучок (см. эксперимент <sup>40</sup>).

Выше мы подчеркивали, что усиление одного пучка за счет другого происходит лишь по плотности фотонов, а не по полной интенсивности. Уже из формул первого порядка (3.19) видно, что интенсивности обоих пучков на выходе из слоя уменьшаются. Действительно, при одинаковых спектральных распределениях (выполнении (3.31)) в первом порядке по  $\mu_{1,2}$  имеем

$$\begin{aligned}I_1(L) - I(0) &= I_2(0) - I_2(L) = \\ &= A(\mu_1\mu_2)^{1/2} c\hbar\omega (\Delta\omega)^2 (I_1 I_2)^{-1/2} \int c\hbar\omega \varphi(\omega) (d\varphi/d\omega) d\omega < 0.\end{aligned}$$

Усиление светового пучка по плотности фотонов с одновременным уменьшением его полной интенсивности, очевидно, возможно только при наличии «красного» смещения в его спектре. Такое смещение действительно имеет место. Для одинаковых спектральных распределений в первом порядке по  $\mu_{1,2}$  «красное» смещение  $(\delta\omega)_{1,2} = \mu_{1,2}\Delta\omega \sim I_{2,1}$ , т. е. более слабый (по интенсивности) пучок испытывает большее «красное» смещение.

в) Рассеяние электронов в поле интенсивной стоячей волны. Рассеяние электронов в поле стоячей электромагнитной волны, известное как эффект Капицы — Дирака, представляет собой частный случай вынужденного комптоновского рассеяния. В первом отличном от нуля порядке по взаимодействию электронов с полем процесс рассеяния на стоячей волне сопровождается одновременным поглощением фотона с импульсом  $\hbar\mathbf{k}$  ( $|\mathbf{k}| = \omega/c$ ) и вынужденным испусканием фотона с импульсом  $-\hbar\mathbf{k}$ . В более высоких порядках становится возможным также и рассеяние с участием большего числа фотонов. Законы сохранения энергии и импульса приводят к тому, что рассеяние возможно лишь при некоторых определенных углах между направлениями импульсов электрона  $\mathbf{p}$  и фотона  $\hbar\mathbf{k}$ . В нерелятивистском приближении кинематически разрешенными оказываются лишь процессы, сохраняющие энергию электрона, т. е. такие процессы, в которых участвует одинаковое число фотонов типа  $\mathbf{k}$  и  $-\mathbf{k}$ .

В работе Капицы и Дирака<sup>41</sup> было рассмотрено двухфотонное рассеяние и было показано, что такой процесс может интерпретироваться как дифракция электронов на периодической «решетке», образуемой стоячей волной. Вероятность отражения электронов резко увеличивается при выполнении условия Брэгга. С этой точки зрения дифракционному максимуму порядка  $n$  соответствует процесс рассеяния с поглощением  $n$  фотонов, распространяющихся в одном направлении, и испусканием  $n$  фотонов с противоположным направлением импульса. Многократному отражению соответствуют процессы с поглощением и испусканием виртуальных фотонов с импульсами  $\pm\hbar\mathbf{k}$ .

Экспериментальное наблюдение эффекта Капицы — Дирака стало возможным лишь сравнительно недавно<sup>42–45</sup>, благодаря использованию мощных лазерных источников света. В связи с этим появился и целый ряд теоретических работ<sup>56, 46</sup>, в которых вновь привлекается внимание к этому явлению и высказываются различные предложения относительно возможностей наблюдения эффекта Капицы — Дирака и его использования. В работе<sup>47</sup> приведен краткий обзор некоторых сторон этого явления по имеющейся в настоящее время литературе. Во избежание повторений в настоящем обзоре акцент сделан на других особенностях эффекта Капицы — Дирака и, в частности, более подробно рассмотрена специфика сильного и очень сильного полей излучения.

Вероятность отражения электрона в низшем порядке теории возмущений легко можно найти с помощью обычных формул для дифференциального сечения комптоновского рассеяния<sup>33</sup>, если учесть наличие внешнего поля и перейти к индуцированным процессам. Результат имеет вид

$$w = (8\pi^3 e^4 t / \hbar^2 m^2 \omega^4 c^2) \int I_{\omega} I_{\omega'}(\omega) d\omega, \\ \omega' = \varepsilon (\varepsilon - c p_z) / (\varepsilon + c p_z + 2\hbar\omega), \quad (3.22)$$

где  $w$  — полная вероятность рассеяния одного электрона,  $t$  — время взаимодействия,  $\varepsilon$  — энергия электрона,  $p_z$  — проекция его импульса на направление распространения поглощаемых фотонов (ось  $z$ ),  $I_{\omega}$  — спектральная интенсивность каждой из плоских волн, образующих стоячую волну (см. сноску на стр. 580). Предполагается, что эти волны мало

отличаются от чисто монохроматических, так что функция  $I_\omega$  имеет острый максимум в окрестности некоторой частоты. Связь  $\omega'$  ( $\omega$ ) следует из законов сохранения энергии и импульса при комптоновском рассеянии (формула (3.2)). При малых частотах  $\hbar\omega \ll \epsilon$  и малых импульсах  $|\mathbf{p}| \ll \epsilon$  зависимость  $\omega'$  ( $\omega$ ) принимает вид

$$\omega' = \omega \{1 - (\hbar\omega/\epsilon) [1 + (\sin \theta/\sin \theta_0)]\}, \quad (3.23)$$

где  $\sin \theta_0 = \lambda_e/\lambda = \hbar\omega/c |\mathbf{p}|$ ,  $p$  — полный импульс,  $\lambda_e = \hbar/|\mathbf{p}|$  — дебройлевская длина волны электрона,  $\sin \theta = p_z/|\mathbf{p}|$ ,  $\theta$  — угол скольжения,  $\lambda$  — длина волны света.

Таким образом, вероятность отражения электрона, как и следовало ожидать, резко возрастает при выполнении условия Брэгга ( $\theta = -\theta_0$  \*). Степень жесткости этого условия определяется спектральной шириной электромагнитных волн. Если  $\Delta\theta$  — отклонение угла скольжения от  $-\theta_0$ , при котором вероятность  $w$  существенно уменьшается, то в данном случае

$$\Delta\theta/\theta_0 \sim (mc^2/\hbar\omega) \Delta\omega/\omega \ll 1.$$

При очень высокой монохроматичности поля и не слишком больших временах взаимодействия формула (3.22) неприменима, и в низшем порядке теории возмущений вероятность рассеяния определяется выражением

$$w = (4\pi^2 e^4 c^2 / \hbar^4 \omega^3) I^2 [1 + (\sin \theta / \sin \theta_0)]^{-2} \sin^2 \{ (\hbar \omega^2 t / mc^2) [1 + (\sin \theta / \sin \theta_0)] \}, \quad (3.24)$$

где  $I = \int I_\omega d\omega$  — полная интенсивность каждой из бегущих волн. В этом случае вероятность отражения  $w$  также резко возрастает при приближении к условию Брэгга. Степень жесткости этого условия определяется временем взаимодействия  $\Delta\theta/\theta_0 \sim mc^2/\hbar\omega \cdot \omega t$ . Значение вероятности в максимуме

$$w_0 = 4\pi^2 e^4 I^2 t^2 / \hbar^2 \omega^4 m^2 c^2. \quad (3.25)$$

Условие применимости формулы (3.22) определяется неравенством  $\Delta\omega/\omega \gg 1/\omega t$ . Формулы (3.24) и (3.25) справедливы при противоположном соотношении между спектральной шириной и временем взаимодействия  $\Delta\omega/\omega \ll 1/\omega t$ . В дальнейшем мы ограничимся именно последним случаем и будем описывать электромагнитное поле стоячей волной, пренебрегая как угловым, так и частотным разбросом.

В обоих случаях (формулы (3.22)–(3.25)) область применимости низшего порядка теории возмущений ограничена условием малости интенсивности  $I$  и длительности взаимодействия  $t$ . Это следует из того, что при достаточно больших значениях  $I$  и  $t$  вероятность  $w$  становится больше единицы, что указывает на некорректность использованного подхода. В работе<sup>186</sup> была сделана попытка освободиться от этих ограничений для случая нерелятивистских энергий электрона.

Нерелятивистский характер движения электрона позволяет высказывать некоторые предположения, значительно упрощающие задачу. Время прохождения нерелятивистским электроном расстояния порядка длины волны света  $\sim \lambda/v$  много больше периода колебаний поля ( $\sim \lambda/c$ ). Это

\*) В работе Капицы и Дирака<sup>41</sup> формула (3.22) получена только при строгом выполнении условия Брэгга  $\theta = -\theta_0$ ,  $\omega' = \omega$ ,  $\int I_\omega^2 d\omega \approx I^2/\Delta\omega$ , так что  $w_0 = 8\pi^2 e^4 t I^2 / \hbar^2 m^2 \omega^4 c^2 \Delta\omega$ .

позволяет предположить, что удовлетворительного описания медленного движения электрона (усредненного по быстрым осцилляциям) можно достичь при использовании усредненного по времени гамильтониана электрона во внешнем поле. Такая процедура аналогична методу градиентных потенциалов, применяемому при классическом описании движения электрона в неоднородном быстропеременном поле <sup>306</sup>, <sup>48</sup>. В работе <sup>49</sup> в этом приближении весьма полно исследована зависимость вероятности рассеяния  $w$  в низшем порядке теории возмущений от различных физических характеристик электромагнитного поля и электронного пучка.

Усредненный гамильтониан электрона после перехода к безразмерным переменным принимает вид

$$\mathcal{H} = \frac{\hbar^2 \omega^2}{2mc^2} \left( -\frac{\partial^2}{\partial x^2} + 2q \cos 2x \right), \quad (3.26)$$

где  $q = (4\pi e^2 c / \hbar^2 \omega^4) I$ ,  $x = (\omega/c) z$ ,  $z$  — пространственная координата вдоль волнового вектора поглощаемых фотонов.

Благодаря пространственной периодичности гамильтониана (3.26) зависящая от времени волновая функция электрона, в начальный момент находившегося в состоянии с определенным значением импульса  $|p\rangle$ , может быть записана в виде

$$\psi(\tau) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-i)^n e^{2in\tau} F_n(\tau, p) e^{-ip^2\tau} |p\rangle; \quad (3.27)$$

здесь  $\tau = (\hbar \omega^2 / 2mc^2) t$  — безразмерное время,  $p$  — проекция на ось  $z$  начального импульса электрона в безразмерных единицах (отнесенная к величине импульса фотона  $\hbar \omega/c$ ),  $F_n(\tau, p)$  — амплитуды вероятности рассеяния, удовлетворяющие уравнениям

$$\frac{\partial F_n}{\partial \tau} = i\gamma_n F_n + q(F_{n+1} - F_{n-1}), \quad (3.28)$$

где  $\gamma_n = -4n(n+p)$ , с начальными условиями  $F_n(0, p) = \delta_{n,0}$ .

Из представления волновой функции  $\psi(\tau)$  в виде (3.27) следует, что рассеяние электронов происходит с изменением импульса  $\Delta p = -2n$ ,  $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ . Амплитуды вероятности рассеяния в направлении  $n$ -го дифракционного максимума определяются функциями  $F_n(\tau, p)$ . Условие  $\Delta p = -2n$  при малых углах скольжения падающего ( $\theta$ ) и рассеянного ( $\theta'$ ) электронов совпадает с условием Лауэ

$$\lambda(\theta - \theta')/2 = n\lambda_e. \quad (3.29)$$

При малой интенсивности поля параметр  $q$  мал, и систему (3.28) можно решать методом итераций. Это эквивалентно использованной теории возмущений и в первом порядке приводит к формуле (3.24). Условие применимости этого результата имеет вид  $q\tau \ll 1$ .

В реальных экспериментальных ситуациях это условие может не выполняться. Для оптических частот значению параметра  $q = 1$  соответствует интенсивность электромагнитного излучения  $I \approx 10 \text{ Мет/см}^2$ . При ширине лазерного луча  $d \approx 1 \text{ см}$  и энергии электронов  $mv^2/2 \approx 9 \text{ кэВ}$  время взаимодействия таково, что  $\tau = (\hbar \omega / 2mc^2) d/v \approx 1$ . Можно попытаться снять ограничение на время взаимодействия  $\tau$ , сохраняя условие слабости поля  $q \ll 1$ .

В этом приближении амплитуда  $F_1$  не мала, если направление начального импульса близко к направлению, определяемому условием Брэгга первого порядка. Система (3.28) сводится при этом к системе двух

уравнений для двух величин  $F_0$  и  $F_1$ , которая легко решается и приводит к следующему выражению для вероятности рассеяния в направлении первого дифракционного максимума:

$$w = q^2 \sin^2 \tau \cdot (q^2 + \xi^2)^{1/2} (q^2 + \xi^2)^{-1}, \quad \xi = 2 [1 + (\sin \theta / \sin \theta_0)]. \quad (3.30)$$

Формула (3.30) описывает насыщение вероятности рассеяния электрона при большой длительности взаимодействия  $q\tau \gg 1$ . В реальных условиях может происходить усреднение вероятности отражения электрона благодаря, например, разбросу электронов по скоростям. В условиях сильного насыщения  $q\tau \gg 1$ ,  $w = 1/2$ , т. е. вблизи угла Брэгга, примерно половина электронов претерпевает рассеяние.

Аналогичные результаты могут быть получены для вероятностей рассеяния в направлении дифракционных максимумов высших порядков при приближении направления импульса  $p$  к направлению, определяемому условием Брэгга соответствующего порядка.

Формулу (3.30) можно получить также с помощью разложения точного решения по собственным функциям гамильтониана (3.26), т. е. по функциям Матье <sup>186</sup>.

В работах <sup>50</sup> в тех же предположениях была рассмотрена стационарная задача с адиабатически медленным спаданием потенциала на бесконечности. Решение методом теории возмущений вновь привело к формулам (3.22), (3.24), а использование квазиклассического приближения — к формулам типа (3.30).

Выражение (3.30) для вероятности рассеяния  $w$  показывает, что при  $q\tau > 1$  степень жесткости условия Брэгга определяется величиной поля  $\Delta\theta/\theta_0 \sim q$  и с ростом поля величина  $\Delta\theta$  растет, т. е. зависимость вероятности рассеяния от направления начального импульса становится более плавной.

Система уравнений (3.28) позволяет частично проанализировать также асимптотику очень сильного поля  $q \gg 1$ . В этом случае система (3.28) сводится к системе рекуррентных соотношений для функций Бесселя, так что для функций  $F_n(\tau, p)$  окончательно имеем

$$F_n(\tau, p) \approx J_n(-2q\tau). \quad (3.31)$$

Более строгий анализ <sup>186</sup> показывает, что необходимое условие применимости этого результата имеет вид  $q\tau^2 \ll 1$ , т. е. формула (3.31) справедлива при не слишком больших временах взаимодействия.

Таким образом, с ростом поля степень жесткости условия Брэгга убывает и интенсивность дифракционных максимумов высших порядков возрастает. В пределе очень сильного поля распределение вероятностей рассеяния не зависит от направления начального импульса и определяется выражением (3.31). В результате взаимодействия с полем начальный пучок распадается на «веер», симметричный относительно начального направления, причем направления рассеянных пучков определяются условиями Лауэ (3.29).

Первые сообщения об экспериментальном наблюдении эффекта Капицы — Дирака были опубликованы двумя группами исследователей в 1965 г. <sup>42а, 49</sup>. Однако эти первые работы оказались противоречивыми, и был поставлен под сомнение тот факт, что наблюдалось рассеяние электронов на стоячей волне <sup>49</sup>. Позднее обе группы исследователей улучшили свои первоначальные эксперименты <sup>42б, 43</sup>. И наконец, в 1968 г. появилось новое сообщение об экспериментальном наблюдении эффекта Капицы — Дирака <sup>45</sup>.



На основании этих работ, по-видимому, можно утверждать, что рассеяние электронов на стоячей волне действительно наблюдалось. Угол отражения был близок к углу Брэгга, однако доля рассеянных электронов была весьма мала.

Результаты работ <sup>42б</sup>, <sup>43</sup>, <sup>45</sup> не противоречат предсказаниям теории. Во всех этих работах параметры, характеризующие электромагнитное поле и электронный пучок, таковы, что реализуется случай  $q\tau \ll 1$ , т. е. выполняются условия применимости теории возмущений. Большой интерес представляет постановка эксперимента, который позволил бы проверить теоретические результаты для случая сильного поля. Однако в настоящее время мы не располагаем данными такого рода.

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данном обзоре мы коснулись только двух эффектов взаимодействия оптического излучения с электронами — тормозного эффекта и двухфотонного комптон-эффекта. Ими, разумеется, не исчерпывается вся специфика взаимодействия интенсивного излучения с электронами. Как уже говорилось в гл. 1, при  $I > I_{\text{рел}}$  комптоновское рассеяние становится существенно многофотонным, т. е. таким, когда в единичном акте рассеяния, вообще говоря, несколько фотонов поглощается и одновременно несколько фотонов испускается. К настоящему времени развита лишь теория спонтанного многофотонного комптон-эффекта (см. обзор <sup>5а</sup> и книгу <sup>6</sup>), при котором происходит одновременное поглощение  $s$  фотонов и спонтанное испускание одного фотона. Однако до сих пор остается совершенно не развитой теория вынужденного комптоновского рассеяния при интенсивностях излучения  $I > I_{\text{рел}}$ . Вместе с тем при столь высоких значениях интенсивности излучения именно вынужденные процессы рассеяния должны определять основную картину явления.

В нашем рассмотрении мы совсем не упомянули еще об одном весьма интересном аспекте взаимодействия интенсивного оптического излучения с электронами. Речь идет о возможности рождения электронно-позитронных пар в лазерном эксперименте. Этот вопрос частично (но еще совершенно недостаточно) обсуждался в литературе (см. работы <sup>31в</sup>, <sup>51-53</sup>). Наиболее реальная возможность наблюдения такого эффекта связана с рассеянием электронов, обладающих в поле волны полной энергией  $\epsilon > 3mc^2$ , на ядрах <sup>1в</sup>, <sup>31в</sup>. Указанное пороговое условие на энергию может быть получено в лазерном эксперименте, в котором осуществляется интенсивность излучения  $I$ , в несколько раз превышающая интенсивность  $I_{\text{рел}}$  (вопрос «во сколько раз» определяется не только пороговым условием реакции  $\epsilon > 3mc^2$ , но и поляризацией самого излучения, от которой зависит энергия электрона  $\epsilon$ ; см. <sup>10б</sup>, § 47).

В работах <sup>1в</sup>, <sup>51</sup> (см. также <sup>52</sup>) обсуждалась возможность «вытягивания» оптическим излучением электронно-позитронных пар из вакуума. Оценки показывают, что эта проблема остается еще далекой от своих практических возможностей, поскольку для наблюдения эффекта в этом случае необходимы интенсивности излучения порядка  $10^{26} - 10^{27} \text{ вт/см}^2$ .

Не упоминая больше о других возможных эффектах взаимодействия интенсивного лазерного излучения с электронами (и другими заряженными частицами), можно с уверенностью сказать, что развитие лазерной физики привело к тому, что уже в настоящее время она становится экспериментальной базой для наблюдения целого ряда новых эффектов квантовой электродинамики. Первые эффекты в этой области будут, несомненно, наблюдаемы при осуществлении интенсивностей излучения  $I > I_{\text{рел}}$ .

*Дополнение при корректуре.* В последнее время появился ряд новых работ. В работе <sup>54</sup> проведено классическое рассмотрение тормозного поглощения в сильном поле, аналогичное гл. 2,б; в работе <sup>55</sup> предпринята попытка вычисления усредненного по максвелловскому распределению коэффициента тормозного поглощения для произвольной интенсивности (рассмотрение квантовое). В работе <sup>56</sup> продолжено экспериментальное исследование индуцированного комптоновского рассеяния, начатое в <sup>39</sup>. В работе <sup>57</sup> рассмотрено индуцированное комптоновское взаимодействие максвелловских электронов со спектрально узким излучением.

Физический институт им. П. Н. Лебедева  
АН СССР

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Ф. В. Бункин, А. М. Прохоров, ЖЭТФ *а* 46, 1090 (1964); *б* 52, 1610 (1967); *в* сборник Polarisation Matiere et Rayonnement. Volume Jubiliare en l'Honneur d'Alfred Kastler, P., Presses Universitaires de France, 1969, p. 157.
2. Л. В. Келдыш, ЖЭТФ 47, 11 (1964).
3. И. К. Красюк и др., Письма ЖЭТФ 9, 581 (1969); ЖЭТФ 58, 1606 (1970); G. Winterling et al., Phys. Rev. 185, 285 (1969).
4. J. R. Oppenheimer, *ibid.* 31, 66 (1928).
5. Т. Н. Еберли, *а* Progr. Opt. 7, 359 (1969); *б* Phys. Rev. Lett. 15, 91 (1965).
6. В. Б. Берестецкий, Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, Релятивистская квантовая теория, ч. 1, М., «Наука», 1968, § 44.
7. R. Q. Twiss, Austr. J. Phys. 11, 564 (1968); Astrophys. J. 136, 438 (1962).
8. G. Bekefi et al., Phys. Fluids 4, 173 (1961).
9. T. Musha, *ibid.* 5, 1310 (1962); P. Mallozzi, H. Margenau, Astrophys. J. 137, 851 (1963).
10. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *а* Квантовая механика, М., Физматгиз, 1963, гл. XVII—XVIII; *б* Теория поля, М., Физматгиз, 1960, гл. IX.
11. Я. Б. Зелдович, Ю. П. Райзер, Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений, М., «Наука», 1966, гл. 5, § 2а.
12. В. Л. Гинзбург, Распространение электромагнитных волн в плазме, М., Физматгиз, 1960, гл. 2.
13. R. Forman et al., Phys. Rev. 128, 1493 (1962); S. Ohara, Phys. Fluids 5, 1483 (1962); J. Phys. Soc. Japan 18, 852 (1963).
14. S. Tanaka, K. Takayama, Kakuyugo-Kenkyu 15, 179 (1965).
15. D. Marcuse, Bell Syst. Techn. J. 41, 1557 (1962); Quantum Electronics (Proc. of the 3rd Intern. Congress), ed. by P. Grivet and N. Bloembergen, v. 2, P., Dunod, — N.Y., Columbia Univ. Press, 1964, p. 1161.
16. T. Musha, F. Yoshida, Phys. Rev. A133, 1303 (1964).
17. H. Dreiser, *а* *ibid.* 115, 238 (1959); 117, 329 (1960); *б* Phys. Fluids 7, 735 (1964).
18. М. В. Федоров, ЖЭТФ *а* 51, 795 (1966); *б* 52, 1434 (1967); *в* Канд. диссертация (ФИАН СССР, 1967); *г* ЖТФ 41, 849 (1971).
19. В. Л. Гинзбург, А. В. Гуревич, УФН 70, 201, 393 (1960).
20. В. П. Силин, *а* ЖЭТФ 47, 2254 (1964); *б* Взаимодействие сильного высокочастотного электромагнитного поля с плазмой. Препринт ФИАН СССР № 138, Москва, 1967; сборник A Survey of Phenomena in Ionized Gases, Vienna, IAEA, 1968, p. 205.
21. T. P. Hughes, M. B. Nicolson-Florence, Intensity Dependence of the Inverse Bremsstrahlung Absorption Coefficient in Hot Plasmas. Univ. of Essex Preprint (Department of Physics), J. Phys. A1, 588 (1968).
22. P. Nelson et al., Phys. Lett. 13, 226 (1964); P. Nelson, C.R. Ac. Sci. 259, 2185 (1964).
23. S. Rand, Phys. Rev. B136, 231 (1964).
24. Ф. В. Бункин, М. Ф. Федоров, ЖЭТФ 49, 1215 (1965); см. также <sup>18в</sup>.
25. М. М. Денисов, М. Ф. Федоров, ЖЭТФ 53, 1342 (1967).
26. С. Д. Захаров, В. Н. Файзуллаев, Кр. сообщ. физ. ФИАН СССР, № 5, 8 (1970).
27. Н. Е. Андреев и др., ЖЭТФ 57, 1024 (1969).
28. Л. М. Горбунов, ЖЭТФ 55, 2298 (1968).
29. А. Ю. Кирий, ЖЭТФ 58, 1002 (1970).
30. *а* L. S. Brown, T. W. Kibble, Phys. Rev. A133, 705 (1964); А. И. Никитин, В. И. Ритус, ЖЭТФ 46, 776 (1964); И. И. Гольдман, *ibid.*, стр. 1412; Н. Б. Нарожный и др., ЖЭТФ 47, 930 (1964); T. W. Kibble, Phys. Rev. A138, 740 (1965); *б* Phys. Rev. Lett. 16, 1054 (1966).

31. Ф. В. Бункин, А. Е. Казаков, а) ЖЭТФ 59, 2233 (1970); ДАН СССР б) 192, 71; в) 193, 1274 (1970).
32. R. Pantell et al., IEEE J. Quantum Electron QE-4, 905 (1968).
33. А. И. Ахиезер, В. Б. Берестецкий, Квантовая электродинамика, 3-е изд., М., «Наука», 1969, гл. 4.
34. А. С. Компанеев, ЖЭТФ 31, 876 (1956).
35. Р. Реугауд, J. de Phys. 29, 88, 306, 876 (1968).
36. Я. Б. Зельдович, Е. В. Левич, Письма ЖЭТФ 11, 497 (1970).
37. J. Babuel-Reyrisac, G. Rouvillois, J. de Phys. 30, 301 (1969).
38. А. В. Виноградов, В. В. Пустовалов, Индуцированное рассеяние света на частицах плазмы и ее нагрев мощными лазерными пучками, учет динамической поляризации. Препринт ФИАН СССР № 135, Москва, 1971; ЖЭТФ 62, 980 (1972); — Квантовая электроника 8, 3 (1972).
39. М. Десроисетте et al., Phys. Lett. A32, 249 (1970); И. К. Красюк, П. П. Пашинин, Письма ЖЭТФ 12, 439 (1970).
40. А. Е. Казаков и др., ibid. 14, 416 (1971).
41. Р. Л. Капитца, Р. А. М. Дирак, Proc. Camb. Phil. Soc. 29, 297 (1933).
42. L. S. Bartel et al., а) Phys. Rev. Lett. 14, 851 (1965); б) Phys. Rev. 166, 1494 (1968).
43. H. Schwarz, Zs. Phys. 204, 276 (1967).
44. H. Schwarz et al., Phys. Lett. 19, 202 (1965).
45. Y. Takeda, I. Matsui, J. Phys. Soc. Japan 25, 1202 (1968).
46. A. C. Hall, Nature 193, 683 (1963); D. ter Haar, Introduction to vol. 1 of P. L. Kapitza's Collected Papers, N.Y., Macmillan, 1964, p. 479; I. R. Gatland et al., Phys. Lett. 12, 105 (1964); В. С. Летохов, УФН 88, 396 (1966); S. Altschuler et al., Phys. Rev. Lett. 17, 231 (1966).
47. M. M. Nieto, Am. J. Phys. 37, 162 (1969).
48. H. A. Boot, R. B. K.-S. Harvie, Nature 180, 1187 (1957); А. В. Гапонов, М. А. Миллер, ЖЭТФ 34, 242, 751 (1958).
49. L. S. Bartel, J. Appl. Phys. 38, 1511 (1967).
50. H. Ezawa, H. Namaizawa, J. Phys. Soc. Japan 25, 1200 (1968); 26, 458 (1969).
51. Ф. В. Бункин, И. И. Тугов, ДАН СССР 187, 541 (1969).
52. В. С. Попов, Письма ЖЭТФ 13, 261 (1971).
53. А. И. Никишов, ЖЭТФ 57, 1210 (1969); Е. Врезин, С. Итзиксон, Phys. Rev. D2, 1191 (1970); Я. Б. Зельдович, Рождение частиц и античастиц в электрическом и гравитационном поле. Препринт ИИМ АН СССР № 1, Москва, 1971.
54. G. J. Pert, J. Phys. A 5, 506 (1972).
55. R. K. Osborn, Phys. Rev. A5, 1660 (1972).
56. M. Decroisse et al., Phys. Rev. A5, 1391 (1972).
57. Я. Б. Зельдович и др., ЖЭТФ 62, 1392 (1972).