

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

533.9.01

КИНЕТИКА УДАРНО-РАДИАЦИОННОЙ ИОНИЗАЦИИ И РЕКОМБИНАЦИИ

Л. М. Биберман, В. С. Воробьев, И. Т. Якубов

СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение	353
2. Основные уравнения	355
а) «Квазистационарное» приближение (356). б) Структура вероятностей переходов (358). в) Структура интеграла столкновений (359)	
3. Методы вычисления коэффициентов ионизации и рекомбинации	359
а) Приближения «немедленной ионизации», «блока возбужденных состояний», «узкого места» (360). б) Диффузия электронов в пространстве энергии (361). в) Численные методы (362).	
4. Модифицированное диффузионное приближение	363
а) Кинетика столкновительной ионизации и рекомбинации (363). б) Вычисление эффективных вероятностей переходов (365). в) Кинетика ионизации и рекомбинации при неравновесном распределении электронов по энергиям (367). г) Кинетика с учетом радиационных процессов (369). д) Сопоставление результатов модифицированного диффузионного приложения с экспериментом (371).	
5. Вычисление коэффициентов ударно-радиационной ионизации и рекомбинации	372
а) Качественные особенности кинетики ударно-радиационной рекомбинации и ионизации (372). б) Электронная ионизация и рекомбинация (374). в) Ударно-радиационная рекомбинация и ионизация (377). г) Влияние столкновений с атомами на коэффициенты ионизации и рекомбинации (380).	
6. Сопоставление экспериментальных и расчетных значений коэффициентов рекомбинации и ионизации	381
а) Неравновесные стационарные условия (381). б) Нестационарные условия (382)	
7. Заключение	384
Приложение	385
Цитированная литература	386

1. ВВЕДЕНИЕ

Рекомбинация заряженных частиц в плазме может быть следствием различных элементарных процессов. В связи с этим ранее вводили несколько коэффициентов рекомбинации (радиационной, ударной и т. п.). Каждый из этих коэффициентов, по существу, являлся характеристикой определенного элементарного процесса и не зависел от концентрации рекомбинирующих частиц. Аналогично вводились коэффициенты ионизации. Однако далее стало ясно, что этот подход нуждается в качественном пересмотре. Существенным прогрессом в этом направлении было установление решающей роли возбужденных атомов в кинетике возникновения и исчезновения заряженных частиц. Так, в широком диапазоне условий непосредственно ионизируются высоковозбужденные атомы (сечения иони-

зации и статистические веса этих состояний наиболее велики). Следовательно, каждый акт ионизации есть результат ряда последовательных элементарных актов, в результате которых атом возбуждается, меняет состояние возбуждения и лишь затем ионизуется. То же самое относится и к рекомбинации. Электрон, захваченный на один из возбужденных уровней, проходит долгий запутанный путь, прежде чем достигнет основного состояния. При этом отдельные этапы этого пути обусловлены, вообще говоря, различными элементарными процессами. В связи с этим теряет смысл разделение ионизации и рекомбинации на ударную, радиационную и т. п. Необходимо совместное решение задачи о кинетике ионизации и рекомбинации, возбуждения и девозбуждения множества энергетических состояний с учетом различных элементарных процессов. Результатом решения должны явиться коэффициенты ионизации и рекомбинации, учитывающие всю совокупность процессов и зависящие, вообще говоря, не только от температуры, но и от концентрации участвующих в них частиц

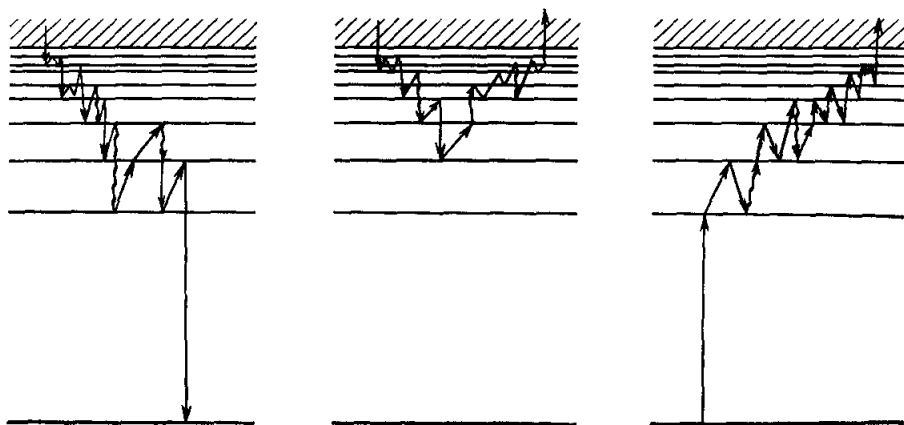


Рис. 1. Различные варианты движения электрона в энергетическом пространстве атома в процессе ионизации (рекомбинации).

На рис. 1 схематически прослежены различные варианты движения электрона в процессах ионизации и рекомбинации. Наиболее общая постановка задачи об определении коэффициентов рекомбинации и ионизации на основе кинетических уравнений баланса была сформулирована в работах Бейтса с сотрудниками^{1,2}. Сложная система уравнений при ряде упрощающих предположений была решена численно для некоторого диапазона условий. В то же время движение связанного электрона по энергетическим уровням атома (см. рис. 1) напоминает диффузионное блуждание частицы. В самом деле, связанный электрон под действием столкновений с другими частицами плазмы может изменить свою энергию почти с одинаковой вероятностью в сторону как уменьшения, так и увеличения. Аналогия становится более полной, если учесть, что вероятность столкновений возбужденных атомов со свободными электронами $w_{m,n}$ является максимальной для переходов на соседние уровни, $n = m \pm 1$. С ростом разности энергий конечного и начального состояний $w_{m,n}$ заметно убывает, $w_{m,n} \sim (E_m - E_n)^{-4}$. Это означает, что в среднем за несколько столкновений энергия электрона изменится мало. В такой ситуации естественным становится использование *диффузионного приближения*. Если электрон в процессе рекомбинации большую часть времени затрачивает на прохождение сильно возбужденных состояний (где $|E_n - E_{n-1}| < T$), то энергетический спектр можно считать квази-

прерывным. Коэффициент рекомбинации пропорционален диффузионному потоку частиц, вычисляемому при решении уравнения Фоккера — Планка. Этот подход к задаче интенсивно развивается, начиная с работ Беляева и Будкера³ и Пятаевского и Гуревича⁴⁻⁶.

Однако во многих случаях замена дискретного спектра непрерывным приводит к большим погрешностям, особенно когда главные события разыгрываются между основным и низколежащими возбужденными состояниями атома. Поэтому в некоторых случаях для упрощения задачи реальная схема атомных уровней моделировалась двумя-тремя эффективными уровнями.

В последнее время авторами настоящего обзора было разработано так называемое *модифицированное диффузионное приближение* (МДП)^{7а,8а,б}. Это приближение построено по принципу диффузионного, но в отличие от последнего учитывает дискретный характер изменения энергии при переходах. С точки зрения МДП, рекомбинация — это блуждание электрона по дискретным энергетическим уровням атома. Этому процессу ставится в соответствие уравнение диффузии, записанное в конечных разностях, которое переходит в предельном случае бесконечно малого изменения энергии в уравнение Фоккера — Планка.

В рамках МДП плазма рассматривается как единая система своих взаимосвязанных компонентов. Учитывается влияние неупругих столкновений на распределение электронов по энергиям и обратное влияние неравновесности этого распределения на населенности возбужденных атомов и коэффициенты ионизации и рекомбинации. Известно, что условия, когда распределение Максвелла не может поддерживаться (особенно при энергиях много больше тепловых), соответствуют малым степеням ионизации и часто реализуются. Существенно также то, что модифицированное диффузионное приближение учитывает не только столкновительные, но и радиационные процессы. Описывается как оптически прозрачная, так и плотная плазма. При этом, если рассматриваемый объем плазмы достаточно однороден, сохраняется локальный характер задачи.

Настоящий обзор почти целиком посвящен ударно-радиационной рекомбинации и ионизации. Охватываемому диапазону параметров соответствуют концентрации электронов $\sim 10^{10} - 10^{19} \text{ см}^{-3}$, их температуры $\sim 10^3 - 10^5 \text{ }^\circ\text{K}$, линейные размеры плазмы $\sim 10^{-2} - 10^2 \text{ см}$, времена релаксации $\sim 1 - 10^4 \text{ мксек}$. Диапазон этих условий в настоящее время наиболее важен с точки зрения ряда приложений.

2. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Рассмотрим элемент объема неравновесной плазмы, содержащий n тяжелых частиц (атомов и ионов), поступательная температура которых равна T_a . В начальный момент заданы концентрации электронов (n_e) и атомов в различных состояниях ($n_1, n_2, \dots, n_k, \dots$). Задача состоит в определении скорости изменения n_e со временем. Она оказывается тесно связанной с задачей о распределении атомов по состояниям в неравновесной плазме. Среднюю энергию электронов $\langle \epsilon \rangle = 3T_e/2$ будем считать известной, хотя функция распределения их по энергиям, вообще говоря, подлежит определению.

Из соображений баланса запишем скорость изменения концентрации электронов

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} = \sum_{k, q} (n_k w_{ke}^q - n_e^2 w_{ek}^q) - \nabla \mathbf{J}_e. \quad (2.1)$$

Величины w_{ke}^q характеризуют вероятности ионизации атома, находящегося на k -м уровне, в результате q -го элементарного процесса. w_{ek}^q характеризует вероятности рекомбинации. Эти величины могут являться функциями T_e , n_e и других параметров в зависимости от процесса q , который они описывают. ∇J_e учитывают пространственный перенос. Основное содержание настоящего обзора связано с объемной ионизацией и рекомбинацией. Эффекты, обусловленные пространственным переносом, будут обсуждаться лишь в некоторых случаях. Поэтому ∇J_e в уравнении для $\partial n_e / \partial t$ будет, как правило, опускаться.

Уравнение (2.1), содержащее неизвестные величины n_k , должно быть дополнено системой уравнений баланса атомов в различных энергетических состояниях:

$$\frac{\partial n_k}{\partial t} = \sum_{n, q} (n_n w_{nk}^q - n_k w_{kn}^q); \quad (2.2)$$

w_{nk}^q характеризуют вероятности перехода между различными состояниями; $\sum_n$ — предполагает суммирование по всем связанным состояниям и интегрирование по всем состояниям свободного электрона.

Поскольку среди процессов, определяющих кинетику ионизации и возбуждения, важную роль играют столкновения с электронами ($q = e$), а их функция распределения по энергиям $f(\epsilon)$ может быть немасвелловской, систему (2.1) — (2.2) следует дополнить уравнением Больцмана

$$\frac{\partial f(\epsilon)}{\partial t} = \sum_q S_q(\epsilon). \quad (2.3)$$

Правая часть представляет собой сумму источников электронов с энергией ϵ . Распределение $f(\epsilon)$ нормируется: $\int_0^\infty f(\epsilon) d\epsilon = 1$.

Решение системы уравнений (2.1) — (2.3) представляет собою весьма сложную задачу. Кроме того, оно слишком тесно связано с конкретными начальными условиями. Однако, если не интересоваться слишком малыми временами с начала развития процесса, можно воспользоваться так называемым «квазистационарным» приближением. Тогда, разрешив систему уравнений (2.2) — (2.3) и подставив их решения в (2.1), удастся свести задачу к решению лишь одного уравнения

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} = n_1 n_e \beta - n_e^2 \alpha, \quad (2.4)$$

где α и β — обобщенные коэффициенты ионизации и рекомбинации, вычислению которых посвящена основная часть обзора.

а) «К в а з и с т а ц и о н а р н о е» п р и б л и ж е н и е. Квазистационарность распределения атомов по возбужденным состояниям означает, что в процессе развития ионизации (рекомбинации) величины n_k успевают «подстраиваться» под другие сравнительно медленно меняющиеся параметры плазмы (n , n_e , T_e и т. д.). Потому явная зависимость n_k от времени отсутствует, и система (2.2) может быть записана в виде

$$\sum_{n, q} (n_n w_{nk}^q - n_k w_{kn}^q) = 0. \quad (2.5)$$

Возможность использования (2.5) связана с тем, что в широком диапазоне условий выполняется неравенство

$$\sum_{k>1} n_k \ll n_1, n_e. \quad (2.6)$$

Это в значительной степени связано с малой величиной конфигурационного веса возбужденных состояний по сравнению с весом основного состояния и непрерывного спектра. Если (2,6) справедливо, то состояния n_i и n_e являются как бы резервуарами частиц; перетекание частиц из одного резервуара в другой осуществляется через канал, образованный возбужденными состояниями.

Времена установления квазистационарности n_k обычно составляют 10^{-7} — 10^{-9} сек и становятся большими лишь при малых n_e или очень малых T_e . Очевидно, что $\tau_k \approx (\sum_{q,n} w_{kn}^q)^{-1}$. Отметим, что для некоторых задач приближение квазистационарности может оказаться неприемлемым*). Речь идет о процессах, время развития которых сравнимо с временем релаксации отдельного возбужденного состояния (10^{-7} — 10^{-9} сек). Такие условия возникают, например, при исследовании возможной инверсии населенностей какой-либо пары уровней в процессе распада плазмы. В этом случае необходимо решать нестационарную систему уравнений баланса. Примеры такого рода численных расчетов можно найти в работах Гордиеца и др.⁹ и Сола¹⁰.

Для дальнейшего удобно ввести понятие *потока электронов в энергетическом пространстве* j_k , пропорционального числу частиц, проходящих в единицу времени через сечение, проведенное между парой уровней с $k-1$ и k . Очевидно, что

$$j_k = \sum_{n < k} \sum_{m \geq k} (n_n w_{nm}^q - n_m w_{mn}^q), \quad (2.7)$$

а уравнение (2.2) приобретает вид

$$\frac{\partial n_k}{\partial t} \approx j_k - j_{k+1} = \Delta j_k. \quad (2.8)$$

Приближение квазистационарности эквивалентно предположению, что j_k не зависит от номера уровня k , поэтому в литературе его иногда называют *приближением «постоянного стока»*. Очевидно, что поток в энергетическом пространстве атома определяет скорость ионизации (рекомбинации): $\partial n_e / \partial t = j$. При преобладании возбуждения и ионизации $j > 0$, при преобладании высвечивания, тушения и рекомбинации $j < 0$. Наконец, возможен стационарный режим с потоком $j = 0$. В этом случае полное число актов ионизации в данном элементе объема равно числу актов рекомбинации. Но такой режим не обязательно является равновесным. Неравновесность может быть обусловлена выходом излучения.

При наличии переноса электронов в координатном пространстве $\partial n_e / \partial t = j + \nabla \mathbf{J}_e$. В стационарном режиме $j = -\nabla \mathbf{J}_e$, т. е. стационарность обеспечивается уходом (или приходом) электронов и ионов из рассматриваемого элемента объема и приходом (уходом) атомов в основное состояние. В этом случае поток в пространстве энергии замыкается в координатном пространстве.

Аналогично понятию квазистационарности n_k вводится *приближение квазистационарности* распределения электронов по энергиям $f(\epsilon)$. Оно позволяет заменить уравнение (2.3) более простым $\sum_q S_q(\epsilon) = 0$. Времена $\tau(\epsilon)$ установления квазистационарности $f(\epsilon)$ определяются, естественно, частотами наиболее интенсивных, обычно межэлектронных, столкновений.

) Если основную роль в кинетике играют столкновения с электронами и высвечивание, то простая оценка может быть сделана следующим образом^{8a}: $\tau_k^{-1} = A_k^ + [4(2\pi)^{1/2} \Lambda_{k-1} E_k e^4 n_e] [(m T_e)^{1/2} (E_{k-1} - E_k)]^{-1}$, где E_k — энергия k -го уровня, отсчитанная от континуума, A_k^* — эффективная вероятность радиационного перехода, константы $\Lambda_1 = 0,01 - 0,05$ и $\Lambda_k \approx 0,2$ при $k \geq 2$.

$\tau(\varepsilon)$ зависит от энергии электрона ε и для тепловых электронов обычно весьма мало (из-за большой величины кулоновского сечения). Однако речь должна идти в первую очередь о «хвосте» $f(\varepsilon)$ при $\varepsilon \approx E_1 - E_2$ — пороговой энергии возбуждения. Соответствующее время

$$\tau^{-1}(\varepsilon)_{\varepsilon=E_1-E_2} = 2\pi e^4 \lambda n_e / (2m)^{1/2} (E_1 - E_2)^{3/2}$$

может не быть достаточно малым (при $n_e = 10^{13} \text{ см}^{-3}$ $\tau \sim 10^{-7} \text{ сек}$). Во всяком случае, в тех существенно неквазистационарных задачах, о которых выше упоминалось, это обстоятельство должно учитываться. Однако таких работ в литературе, по-видимому, еще нет.

б) Структура вероятностей переходов. Для возбуждения электронным ударом

$$w_{nk}^e = \int_{E_n - E_k}^{\infty} f(\varepsilon) w_{nk}(\varepsilon) d\varepsilon = n_e \int_{E_n - E_k}^{\infty} f(\varepsilon) \sigma_{nk}(\varepsilon) (2\varepsilon/m)^{1/2} d\varepsilon,$$

где $\sigma_{nk}(\varepsilon)$ — сечение перехода $n \rightarrow k$, зависящее от ε — энергии налетающего электрона (из последних обзоров по сечениям неупругих переходов см. ^{11a}); $(E_n - E_k)$ — пороговая энергия; E_n и E_k — энергии уровней, отсчитываемые от континуума.

Если $f(\varepsilon)$ является максвелловской $f^0(\varepsilon)$ (индексом 0 будем всегда обозначать равновесные величины), то

$$n_k^0 (w_{kn}^e)^0 = n_n^0 (w_{nk}^e)^0.$$

Аналогичным образом записываются вероятности перехода в результате столкновений между тяжелыми частицами w_{nk}^a . Несмотря на то, что σ_{nk} для этих столкновений невелики, в некоторых условиях они могут быть существенными.

Рассмотрим вероятности радиационных переходов. Если $n > k$, то $w_{nk}^R = A_{nk}$, где A_{nk} — эйнштейновская вероятность спонтанного излучения. Аналогично $w_{ek}^R = \alpha_{ek}$ — вероятность радиационной рекомбинации на уровень k . Если же $n < k$, то w_{nk}^R характеризует переход на более высокий уровень в результате поглощения излучения. Учет поглощения излучения требует привлечения уравнения переноса излучения. Это, вообще говоря, не допускает определения α и β в терминах локальных величин.

Однако теория переноса излучения ¹² допускает приближенное рассмотрение, согласно которому A_{nk} заменяется эффективной величиной A_{nk}^* , учитывающей разность радиационных переходов $n \rightarrow k$ и $k \rightarrow n$. В этом приближении

$$w_{nk}^R = A_{nk}^* = A_{nk} \Theta_{nk} \quad (n > k), \quad w_{nk}^R = 0, \quad (n < k), \quad (2.9)$$

где Θ_{nk} — вероятность вылета фотона без поглощения из данной точки за пределы объема, занимаемого плазмой. Зависимость Θ_{nk} от координаты должна быть слабой. В противном случае такой подход неприменим (плазма пограничных слоев, в скачках при прохождении ударных волн и т. п.).

Приведем два простых выражения для Θ_{nk} . Если характерным размером задачи служит R , то для дисперсионной формы линии

$$\Theta_{nk} \approx 1/3 [\pi (k_0)_{nk} R]^{1/2},$$

а для доплеровской —

$$\Theta_{nk} \approx 1/4 \sqrt{\pi (k_0)_{nk} R \{\ln [(k_0)_{nk} R]\}^{1/2}},$$

где $(k_0)_{nk}$ — коэффициент поглощения в центре данной линии. Реабсорбция существенна для переходов в основное состояние и в значительно меньшей степени для остальных.

в) Структура интеграла столкновений. Источники $S_q(\epsilon)$ принято делить на $S_{el}^q(\epsilon)$ и $S_{in}^q(\epsilon)$, первые из которых определяются упругими, а вторые — неупругими столкновениями. В более специфических условиях на $f(\epsilon)$ могут влиять также радиационные переходы и внешние поля (например, ^{13, 14}).

Благодаря тому, что при каждом упругом столкновении происходит обмен лишь малой долей энергии, $S_{el}^q(\epsilon)$ имеют простой фоккер-планковский вид (см., например, превосходный обзор ¹³). Для межэлектронных столкновений

$$S_{el}^e(\epsilon) = \frac{\partial}{\partial \epsilon} \left\{ \frac{2\pi e^4 \lambda}{(2m)^{1/2}} \left[\frac{f}{\epsilon^{1/2}} \int_0^\epsilon f d\epsilon + \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial \epsilon} \left(\frac{f}{\epsilon^{1/2}} \right) \left(\int_0^\epsilon f \epsilon d\epsilon + \epsilon^{3/2} \int_\epsilon^\infty \frac{f}{\epsilon^{1/2}} d\epsilon \right) \right] \right\},$$

где $\lambda = \lg(9T_e^3/8\pi n_e e^6) + 1$ — обычный кулоновский логарифм. В первую очередь нас будут интересовать условия, когда «ядро» $f(\epsilon)$ является максвелловским, и лишь в далеком «хвосте» ($\epsilon \gg T_e$) $f(\epsilon)$ существенно неравновесна. В этом случае быстрый электрон сталкивается главным образом с максвеллизированными электронами; $S_{el}^e(\epsilon)$ приобретает обычный линеаризованный вид

$$S_{el}^e(\epsilon) = \frac{\partial}{\partial \epsilon} \left\{ \frac{\pi e^4 \lambda}{(2m)^{1/2}} \left[\frac{f}{\epsilon^{1/2}} + T_e \frac{\partial}{\partial \epsilon} \left(\frac{f}{\epsilon^{1/2}} \right) \right] \right\}. \quad (2.10)$$

Для упругих столкновений с ионами и атомами

$$S_{el}^a = \frac{\partial}{\partial \epsilon} \left\{ \frac{2m}{M} (v_a + v_i) \epsilon^{3/2} \left[\frac{f}{\epsilon^{1/2}} + T_a \frac{\partial}{\partial \epsilon} \left(\frac{f}{\epsilon^{1/2}} \right) \right] \right\},$$

где v_a и v_i — частоты упругих столкновений, определяемые величинами сечений ($v_a = n(2\epsilon/m)^{1/2} \sigma_{ea}(\epsilon)$, $\sigma_{ea}(\epsilon)$ — сечение, зависящее от энергии).

Источник $S_{in}(\epsilon)$, обусловленный неупругими столкновениями, легко записать в достаточном общем виде. Трудности возникают при рассмотрении влияния на $f(\epsilon)$ переходов между многочисленными возбужденными состояниями. Этот вопрос обсуждался в работе ^{8a}, где найдены критерии, позволяющие судить о роли этих эффектов. В настоящем обзоре мы ограничимся случаем, когда электроны вызывают неупругие переходы из основного состояния атома в первое возбужденное $1 \rightleftharpoons 2$. Как известно, именно эти процессы могут оказать сильное воздействие на $f(\epsilon)$ при $\epsilon \gg T_e$. Запишем $S_{in}(\epsilon)$ для этого случая:

$$S_{in}(\epsilon) = n_1 f(\epsilon) w_{12}(\epsilon) - n_2 f(\epsilon') w_{21}(\epsilon'), \quad (2.11)$$

где $\epsilon' = \epsilon - E_1 + E_2$.

3. МЕТОДЫ ВЫЧИСЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ ИОНИЗАЦИИ И РЕКОМБИНАЦИИ

Существуют численные и модельные методы вычисления коэффициентов ионизации (КИ) и рекомбинации (КР). Первые получили широкое распространение в последнее десятилетие в связи с развитием ЭВМ. Модельные методы можно схематически разбить на две группы, отражающие два альтернативных представления о кинетике ионизации и рекомбинации. В одном случае, упрощая реальную дискретную структуру схемы уровней, авторы стремились получить модель с двумя или тремя «эффективными» уровнями. Другое направление основано на представлении о диффузии

электрона в процессе рекомбинации (ионизации) в энергетическом пространстве, которое принималось непрерывным. Остановимся подробнее на этих методах.

а) Приближения «немедленной ионизации», «блока возбужденных состояний», «узкого места». Можно предположить, что в процессе ионизации электрон большее время затрачивает на прохождение энергетического промежутка между основным и первым возбужденным состояниями атома, а всю совокупность возбужденных состояний проходит быстро. Тогда мы придем к так называемому приближению «немедленной ионизации». Согласно Петчеку и Байрону¹⁵ коэффициент ионизации в этом случае имеет вид

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} = n_i n_e \beta, \quad \beta = \sum_{k \geq 2} w_{1k} + w_{1e}. \quad (3.1)$$

В (3.1) не учтены обратные процессы. Это легко сделать, используя метод «блока возбужденных состояний»¹⁶, согласно которому возбужденные состояния находятся в относительном равновесии между собой и континуумом при температуре электронов T_e . Такая ситуация возможна вследствие большой частоты ударных переходов между возбужденными состояниями. В рамках этого подхода легко учесть радиационные переходы в основное состояние. Выражения для α и β имеют вид

$$\alpha = \sum_{k \geq 2} \{ (n_k^0 w_{k1} / n_1^0 K_1) + w_{e1} + n_e^{-1} [(n_k^0 A_{k1} / n_1^0 K_1) + \alpha_{e1}] \}, \quad (3.2)$$

$$\beta = \sum_{k \geq 2} w_{1k} + w_{1e}, \quad (3.3)$$

где K_1 — константа ионизационного равновесия (см. далее (4.13)) и n_k^0 , n_1^0 определены температурой T_e . С помощью этого метода был рассмотрен ряд задач, например, ионизационная релаксация за сильными ударными волнами¹⁷, неизотермический распад плазмы^{18а}, отклонение от термодинамического равновесия вследствие выхода излучения⁷⁶, состояние плазмы ТЭП'а⁶⁷. Однако, как будет видно из дальнейшего, область применимости (3.2), (3.3) ограничена со стороны низких температур и малых n_e .

В методе «узкого места», предложенном Байроном, Стаблером и Бортцем¹⁹, вся совокупность энергетических уровней делилась на две части. Предполагалось, что несколько низколежащих возбужденных уровней находится в относительном равновесии с основным состоянием, группа же высоковозбужденных состояний находится в равновесии с континуумом. Скорость перехода рекомбинирующего электрона между двумя этими группами определяет скорость рекомбинации. Задача сводится к определению положения уровня k^* , разделяющего эти группы состояний, или, как говорят, к определению «узкого труднопроходимого места», в энергетическом спектре. Для определения k^* предлагается найти минимум скорости дезактивации D_k , вычисляемой в функции от k в предположении относительного равновесия с электронами:

$$D_k = (n_k^0 / n_1^0 K_1) n_e^2 \sum_{n < k} (n_e w_{kn} + A_{kn}), \quad (D_k)_{\min} = D_{k^*}.$$

После этого α вычисляется следующим образом:

$$\alpha = D_{k^*} / n_e^2. \quad (3.4)$$

Ясно, что в зависимости от параметров плазмы положение «узкого места» может меняться. Этот метод использовался в работах^{20,21} и др. для описания развития и спада ионизации в смесях «инертный газ + щелочная присадка».

В действительности характер распределения атомов по возбужденным состояниям, который предполагается в этом методе, реализуется далеко не всегда. Имеется целая группа уровней, которая не находится в каком-либо частичном равновесии. Поэтому авторами работ¹⁹⁻²¹ в формулу (3.4) был введен неопределенный множитель $\gamma = 0,25 \div 1$, который должен определяться из сопоставления с экспериментом.

Понятие «узкого места» особенно выявляется в так называемом «одно-квантовом» приближении^{7а}. Хотя уровни в атоме расположены не эквидистантно, анализ данных о сечениях переходов показывает, что наиболее часты переходы между соседними энергетическими уровнями. Сохраняя только эти переходы и пренебрегая всеми остальными, получаем одноквантовое приближение. Поток (2.7) в энергетическом пространстве между уровнями k и $k+1$ записывается в этом случае в простом виде $j = w_{k, k+1} n_k^0 (y_k - y_{k+1})$, где $y_k = n_k/n_k^0$. Выразая y_k через $y_{k-1}, \dots, y_1$, а y_{k+1} через $y_{k+2}, \dots, y_e^2 = n_e^2/n_e^{02}$, получим

$$j = (y_1 - y_e^2) / \sum_{k \geq 1} (n_k^0 w_{k, k+1})^{-1}. \quad (3.5)$$

Можно провести некоторую аналогию между (3.5) и законом Ома для участка цепи, состоящего из последовательно включенных сопротивлений $(w_{k, k+1} n_k^0)^{-1}$. Проводимость элементов цепи имеет минимум, так как $w_{k, k+1}$ растет с увеличением k , а n_k^0 убывает. Значение k , соответствующее минимуму $(w_{k, k+1} n_k^0)$, определяет положение «узкого места». В зависимости от условий, «узкое место» выражено более или менее резко.

Обсудим влияние нарушения равновесия свободных электронов на КИ и КР. Этот эффект неоднократно исследовался в приближении «немедленной ионизации»^{18б, 22-25}. Скорость возбуждения и ионизации из основного состояния усредняется по полученному немаксвелловскому распределению $f(\epsilon)$. В работе²⁴ было выяснено влияние на результирующий КИ зависимости сечения $\sigma_{12}(v)$ от скорости. В большом цикле работ Кагана и Лягущенко²³ детально исследовано влияние немаксвелловости на кинетику процессов в плазме положительного столба разряда среднего давления. В работах^{18б, 22-25} предполагалось, что в выражении для $S_{in}(\epsilon)$ можно пренебречь встречными процессами — ударами второго рода. Это резко упрощает задачу, так как скорость ионизации оказывается независимой от распределения по возбужденным состояниям. Вместе с тем это допущение существенно ограничивает область применимости результатов.

б) Д и ф ф у з и я э л е к т р о н о в в п р о с т р а н с т в е э н е р г и и. Рассмотрим движение связанного электрона в пространстве энергий. Характерная особенность этого движения в том, что при каждом столкновении энергия электронов изменяется мало. Введем функцию распределения связанных электронов по энергиям $f(E)$ и запишем для $f(E)$ кинетическое уравнение. С учетом вышесказанного можно использовать дифференциальное представление для интеграла столкновений (см. ³). Получим

$$g(E) \frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial E} \left[B(E) g(E) \left(\frac{\partial f}{\partial E} + \frac{f}{T} \right) \right], \quad (3.6)$$

где $g(E)$ — плотность состояний для связанных электронов. В классическом пределе $g(E)$ равна объему конфигурационного пространства для связанного электрона с энергией E :

$$g(E) = 2 \int (2\pi\hbar)^{-3} \delta(p^2(2m)^{-1} - (e^2/r) + E) dp dr = Ry^{3/2}/E^{5/2}, \quad (3.7)$$

где $Ry = me^4/2\hbar^2$. Уравнение типа (3.6) исследовалось в работах Питаевского и Гуревича⁴⁻⁶. $B = \frac{\partial \langle E \rangle^2}{\partial t}$ — средний квадрат изменения энергии связанного электрона в единицу времени за счет столкновения с другими электронами. Эта величина вычислена в работе⁶:

$$B = 4 (2\pi)^{1/2} e^4 n_e \Lambda E / 3 (m T_e)^{1/2}, \quad (3.8)$$

где Λ — так называемый кулоновский логарифм для связанных состояний.

Решая уравнение (3.6) для стационарных условий, предполагая, что $f(E) \sim e^{E/T}$ при $E \rightarrow 0$ и $f(E) \rightarrow 0$ при $E \rightarrow \infty$, найдем, что

$$\alpha = (\pi^{3/2} e^6 / 4 T_e^{3/2}) \left| \int_0^\infty \exp(-E/T_e) dE / g(E) B(E) \right|^{-1},$$

или, используя (3.8), получаем⁵

$$\alpha = (4 (2\pi)^{1/2} e^{10} \Lambda / 9 m^{1/2}) T_e^{-9/2}. \quad (3.9)$$

Отметим, что такая же зависимость α от параметров плазмы получается на основе грубой модели Томсона²⁶. Следуя Томсону, рассмотрим рекомбинацию электрона и иона, кинетическая энергия которых порядка T . Для рекомбинации этих частиц необходимо, чтобы они сблизилась на расстояние r_c , при котором потенциал взаимодействия $e^2/r_c \gtrsim T$. При этом для того, чтобы акт рекомбинации состоялся, необходимо, чтобы в этот момент третья частица (электрон) находилась в радиусе r_c . Вероятность этого события $\sim n_e r_c^3$. Запишем для этих условий скорость исчезновения электронов $\partial n_e / \partial t \sim n_e n_i v \sigma n_e r_c^3$, или, учитывая, что для частиц, взаимодействующих по закону Кулона, сечение передачи энергии $\sigma \sim e^4 / T^4$, а также что $v \sim (T/m)^{1/2}$ с точностью до численного коэффициента, который в рамках этого рассмотрения не определен, получим (3.9).

Рассмотрение кинетики рекомбинации, основанное на решении дифференциального уравнения типа Фоккера — Планка, проводилось в работах^{11б, 27-30}. Основное допущение, так или иначе связанное с записью дифференциального уравнения для описания переходов между дискретными уровнями, состоит в размазывании последних в некоторое непрерывное распределение плотности связанных состояний. Это оправдано в тех условиях, когда рекомбинирующий электрон основное время затрачивает на прохождение сильно возбужденных состояний, которые действительно близко расположены друг к другу. В противном случае диффузионный подход может привести к погрешности, величину которой трудно оценить.

в) Ч и с л е н н ы е м е т о д ы. В основе численных методов определения КИ и КР лежит система кинетических уравнений баланса, записанных относительно достаточно большого числа возбужденных состояний с учетом как столкновительных, так и радиационных процессов. Задача о вычислении КР в такой постановке сформулирована Бейтсом, Кингстоном и др. (см. 2). Распределение свободных электронов по энергиям предполагалось максвелловским*). Излучение учитывалось в *приближении оптически тонкого слоя*. В некоторых случаях приводились данные, когда часть спектральных линий была полностью заперта в объеме. В результате расчета, выполненного в квазистационарном приближении, были получены

*) В работах²² для некоторых частных условий система уравнений баланса заселения атомных уровней решалась совместно с кинетическим уравнением. Исследовалось влияние неравновесности распределения электронов по энергии на распределение атомов по уровням и на ионизационное равновесие.

таблицы для КИ и КР в зависимости от n_e и T_e . Табулируемые величины определялись следующим образом:

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} = -\gamma n_e^2 = S n_e n_a - \alpha^* n_e^2.$$

Коэффициент $S = \beta$, введенному нами в (2.4), а $\alpha^* = \alpha n_e$.

На рис. 2 приведена зависимость КИ для оптически тонкой водородной плазмы по данным ¹. Хорошо видно, что при больших n_e величина $\alpha = \alpha^*/n_e$ перестает зависеть от n_e , так как рекомбинация становится чисто столкновительной. При малых n_e весьма существенны радиационные процессы.

Благодаря охвату широкого диапазона условий, таблицы Бейтса, Кингстона и Мак-Уиртера могут служить надежным тестом для различных приближенных модельных методов. Близкие расчеты были выполнены в работах ³¹ для Н-плазмы, для Неплазмы ³², для Cs-плазмы ³³ и в работе ³⁴ для N-плазмы. Недостатки численного метода определения КР и КИ становятся заметными при решении комплексных задач, когда определение КИ и КР является лишь исходным этапом решения или КИ и КР определяются в процессе решения задачи.

4. МОДИФИЦИРОВАННОЕ ДИФфуЗИОННОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ

Основным недостатком диффузионного приближения, обсуждаемого в разделе б) гл. 3, явилось полное пренебрежение дискретностью энергетической структуры атомов. Такое допущение оправдано, если рекомбинирующий электрон основное время проводит в высоковозбужденных состояниях. В широком диапазоне условий это предположение не выполняется. Вместе с тем характер движения электрона через уровни, разделенные большими энергетическими промежутками, в некотором смысле остается тем же самым — наиболее вероятны переходы между соседними уровнями. Это указывает на то, что можно попытаться обобщить диффузионное приближение так, чтобы учесть дискретную структуру схемы термов атома. Такое обобщение было проведено в работах авторов ^{7а, 8}. Оно заключается в рассмотрении процессов ионизации и рекомбинации как диффузии в дискретном пространстве энергии. Это потребовало вывода и решения уравнения Фоккера — Планка в конечных разностях.

а) К и н е т и к а с т о л к н о в и т е л ь н о й и о н и з а ц и и
и р е к о м б и н а ц и и. Среди процессов, приводящих к ионизации и рекомбинации, учтем вначале лишь столкновения свободных электронов с атомами и тройные столкновения электрон — электрон — ион. Функцию распределения по энергиям будем считать равновесной. Задача состоит

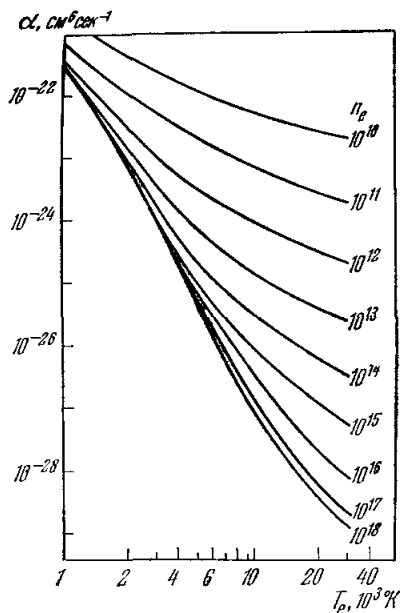


Рис. 2. Зависимость КИ α от T_e в оптически тонкой водородной плазме при различных концентрациях электронов.

в получении уравнения, описывающего диффузию связанных электронов в дискретном спектре и его последующем решении.

Уравнение (2.2) для $\partial n_k / \partial t$ уже было переписано в виде (2.8), т. е. в виде «дивергенции» потока частиц в дискретном спектре энергии Δj_k . Преобразуем Δj_k к диффузионному виду. Начнем с формального приема, используемого при выводе уравнения Фоккера — Планка³⁵. Образует величину:

$$\sum R_i \Delta j_i = \sum_i R_i \left[\sum_k (n_k w_{ki} - n_i w_{ik}) \right] = \sum_i n_i \left[\sum_k (R_k w_{ik} - R_i w_{ik}) \right], \quad (4.1)$$

где R_i — некоторая вспомогательная функция, обращающаяся в нуль вместе со своими разностями в конечных точках суммирования. Разложим функцию R_k в (4.1) в ряд по конечным разностям в точке $i = k$ ³⁶:

$$R_k \approx R_i + (\Delta R_{i-1} / \Delta E_{i-1}) (E_k - E_i) + \\ + [\Delta (\Delta R_{i-1} / \Delta E_{i-1}) / (E_{i-1} - E_{i+1})] (E_k - E_i) (E_k - E_{i-1}) + \dots \quad (4.2)$$

Подставляя (4.2) в (4.1), получим

$$\sum R_i \Delta j_i = \sum_i n_i \{ (\Delta R_{i-1} / \Delta E_{i-1}) a_i + [\Delta (\Delta R_{i-1} / \Delta E_{i-1}) / (E_{i-1} - E_{i+1})] b_i \}, \quad (4.3)$$

где a_i и b_i — первый и второй моменты от вероятности перехода

$$a_i = \sum_k w_{ik} (E_k - E_i), \quad (4.4)$$

$$b_i = \sum_k w_{ik} (E_k - E_{i-1}) (E_k - E_i). \quad (4.5)$$

Если бы в разложении (4.2) мы удержали третью разность, то возник бы третий момент

$$c_i = \sum_k w_{ik} (E_k - E_{i-1}) (E_k - E_i) (E_k - E_{i+1}). \quad (4.6)$$

Из выражений (4.4) — (4.6) видно, что одноквантовые переходы дают вклад лишь в первые два момента и не дают вклада в последующие. Это обстоятельство позволяет в разложении (4.2) отбросить члены с третьей и более высокой разностью. Применяя преобразование Абеля для суммирования по частям³⁶ ($\sum_i x_i \Delta y_i = x_i y_i \mid_i - \sum_i y_{i+1} \Delta x_i$) один раз к первому члену в правой части (4.3) и два раза ко второму, в конечном счете получим

$$\Delta j_k = - \Delta (n_k a_k / \Delta E_{k-1}) + \Delta \{ (\Delta E_{k-1})^{-1} \Delta [n_{k-1} b_{k-1} / (E_{k-2} - E_k)] \} = \\ = \Delta \{ [-a_k + \Delta (b_{k-1} / (E_{k-2} - E_k))] (n_k / \Delta E_{k-1}) + \\ + [b_{k-1} / (E_{k-2} - E_k)] \Delta n_{k-1} / \Delta E_{k-1} \}, \quad k > 1. \quad (4.7)$$

В (4.7) Δ — оператор, образующий конечную разность. Например, $\Delta E_k = E_k - E_{k+1}$. Уравнение (4.7) является уравнением диффузии в дискретном пространстве, записанным в конечных разностях.

Легко убедиться, что при переходе к непрерывному энергетическому спектру (4.7) превращается в дивергенцию потока, записанного в обычной фоккер-планковской форме (сравните с (3.6)). С другой стороны, запись в конечных разностях позволяет точно учесть переходы между близлежащими состояниями, так называемые *одноквантовые переходы* при $k \rightarrow k \pm 1$. Последнее станет яснее, если (4.7) переписать в несколько ином вид:

$$\Delta j_k = \Delta (z_{k-1, k} n_{k-1} - z_{k, k-1} n_k), \quad (4.8)$$

где

$$z_{k-1, k} = b_{k-1} / \Delta E_{k-1} (E_{k-2} - E_k), \\ z_{k, k-1} = [b_k / \Delta E_{k-1} (E_{k-1} - E_{k+1})] + a_k (\Delta E_{k-1})^{-1}.$$

В предельном случае, когда переходы возможны лишь между соседними уровнями (одноквантовое приближение), получаем поток j_k в виде разности чисел переходов $k-1 \rightarrow k$ и $k \rightarrow k-1$. В связи с этим $z_{k-1,k}$ и $z_{k,k-1}$ удобно называть *эффективными вероятностями одноквантовых переходов*.

Многоквантовые переходы учтены в (4.8) приближенно. Погрешность, возникающая при этом, компенсируется в известной мере с помощью процедуры, обычной для диффузионного приближения. В равновесных условиях выражение для потока должно обращаться в нуль. Это требование приводит к соотношению моментов $z_{k-1,k}n_{k-1}^0 = z_{k,k-1}n_k^0$. Используя его, получаем

$$\Delta j_k = \Delta \{z_{k-1,k} [n_{k-1} - (n_k n_{k-1}^0 / n_k^0)]\} = \Delta (z_{k-1,k} n_{k-1}^0 \Delta y_{k-1}). \quad (4.9)$$

В последнем из равенств (4.9) введены «приведенные» населенности $y_k = n_k / n_k^0$, характеризующие степень отклонения от равновесных значений, вычисленных при T_e . Аналогичным образом ниже вводится $y_e = n_e / n_e^0$ как степень отклонения от значения, определяемого уравнением Саха.

В квазистационарном приближении $\Delta j_k = 0$, и для потока имеем

$$j = z_{k-1,k} n_{k-1}^0 \Delta y_{k-1}, \quad \Delta y_{k-1} = y_{k-1} - y_k. \quad (4.10)$$

Таким образом, система уравнений баланса свелась к системе попарно зацепляющихся уравнений, которая немедленно решается. Это дает нам не только КР и КИ, но и неравновесное распределение атомов по возбужденным состояниям:

$$\left. \begin{aligned} j &= (y_1 - y_e^2) / \sum_{k=1}^e S_k, \\ y_k &= (y_1 \sum_{i=k}^e S_i + y_e^2 \sum_{i=1}^{k-1} S_i) / \sum_{i=1}^e S_i, \\ S_k &= (n_k^0 z_{k,k+1})^{-1}. \end{aligned} \right\} \quad (4.11)$$

Явный вид КИ и КР таков:

$$\beta = (n_e n_1^0 \sum_{k=1}^e S_k)^{-1}, \quad \alpha = [n_e (n_e^0)^0 \sum_{k=1}^e S_k]^{-1} \quad (4.12)$$

Величины n_1^0 и n_e^0 , как уже говорилось, рассчитываются по формуле Саха с температурой электронов T_e :

$$(n_e^0)^2 = n_1^0 K_1, \quad n_1^0 = n - n_e^0,$$

где K_1 — константа ионизационного равновесия:

$$K_1 = 2 \sum_i (g_i h^3)^{-1} (2 \pi m T_e)^{3/2} \exp(-E_i / T_e); \quad (4.13)$$

$\sum_i$ — статистическая сумма остаточного иона, g_i — статистический вес основного состояния.

б) В ы ч и с л е н и е э ф ф е к т и в н ы х в е р о я т н о с т е й п е р е х о д о в. Вычисление $z_{k,k+1}$ сводится к определению моментов a_k и b_k , которые связаны со средней энергией, передаваемой атому при столкновении с электроном, и ее квадратом. Известно, что часто последние величины вычислить проще, чем определяющие их отдельные сечения.

Остановимся на вычислении первого момента. До усреднения по распределению электронов $f(\epsilon)$ для первого момента по определению имеем

$$a_k(\epsilon) = n_e \sum_n w_{kn}(\epsilon) (E_n - E_k) = n_e \sum_n \sigma_{kn}(\epsilon) (2\epsilon/m)^{1/2} (E_n - E_k).$$

Подставляя сюда сечение $\sigma_{kn}(\epsilon)$ в борновском приближении и учитывая

правило сумм ³⁷

$$\sum_n (E_k - E_n) |(\sum_a e^{-i\mathbf{q}\mathbf{r}_a})_{kn}|^2 = -\hbar^2 q^2 / 2m$$

($\mathbf{q}$ — передаваемый импульс, $\mathbf{r}_a$ — радиус-вектор электрона), получаем

$$a_k(\varepsilon) = -4\pi e^4 n_e \Lambda_k / (2m\varepsilon)^{1/2},$$

где Λ_k — кулоновский логарифм для k -связанного состояния.

Момент $b_k(\varepsilon)$ удобно представить в виде

$$b_k(\varepsilon) = \sum_n w_{kn}(\varepsilon) (E_n - E_k)^2 - (E_{k-1} - E_k) \sum_n w_{kn}(\varepsilon) (E_k - E_n).$$

Величина $\sum_n w_{kn}(\varepsilon) (E_n - E_k)^2$ вычисляется в приближении Бете — Борна с учетом правила суммы ³⁷

$$\sum_n (E_n - E_k)^2 |(x)_{kn}|^2 = 2mE_k/3,$$

где $(x)_{kn}$ — матричный элемент проекции дипольного момента. В итоге получаем

$$b_k(\varepsilon) = [4\pi e^4 \Lambda_k n_e / (2m\varepsilon)^{1/2}] (4/3 E_k - E_k + E_{k-1}) \approx 4\pi e^4 \Lambda_k n_e E_{k-1} / (2m\varepsilon)^{1/2}.$$

Вычисленные таким образом моменты позволяют найти эффективные вероятности переходов $z_{k,k-1}(\varepsilon)$. Эти выражения будут справедливыми, строго говоря, в области достаточно больших энергий, когда возможны все переходы с рассматриваемого уровня и выполняются правила сумм. Можно, однако, убедиться, что экстраполяция $z_{k,k+1}(\varepsilon)$ на меньшие энергии не приводит к заметным погрешностям.

Теперь можно вычислить усредненные по максвелловскому распределению $f^0(\varepsilon)$ вероятности $z_{k,k+1}$ ^{8в}:

$$z_{k,k+1} = [4(2\pi)^{1/2} \Lambda_k e^4 n_e E_{k-1} / (mT_e)^{1/2} (E_{k-1} - E_{k+1}) (E_k - E_{k+1})] \times \\ \times \exp [-(E_k - E_{k+1})/T_e], \quad k > 1. \quad (4.14)$$

Для $k = 1$ имеем

$$z_{12} = [4(2\pi)^{1/2} e^4 \Lambda_1 n_e / (mT_e)^{1/2} (E_1 - E_2)] \exp [-(E_1 - E_2)/T_e]. \quad (4.15)$$

Отметим, что момент b_n при малых энергиях E_n практически совпадает с соответствующей величиной, найденной в работе ⁶ из квазиклассических соображений.

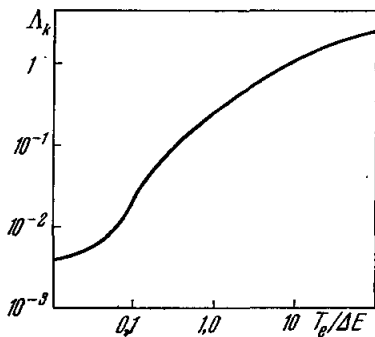


Рис. 3. Кулоновский логарифм для связанных состояний Λ_k в зависимости от относительной энергии перехода $T_e/\Delta E$.

Значения Λ_n и Λ_1 в (4.14) и (4.15) являются, следовательно, величинами, усредненными по энергетическому распределению электронов. На основании имеющихся в литературе экспериментальных данных о сечениях возбуждения эти величины можно вычислить. Оказывается, что в первую очередь они зависят от относительной пороговой энергии $\Delta E/T_e$ и эта зависимость является в достаточной степени универсальной. Она представлена на рис. 3.

Отметим, что исчезновение явной зависимости от сечений отдельных процессов и выражение всех величин через некоторые усредненные по большому числу переходов моменты являются следствием основных

положений диффузионного приближения. После использования правила сумм все вычисления можно выполнить без привлечения данных об отдельных сечениях. При этом конечно, должен быть задан метод вычисления кулоновских логарифмов. Лишь в некоторых особых случаях (например, когда приближение Бете — Борна неприменимо, имеются запрещенные переходы, играющие заметную роль в кинетике, и др.) моменты, следует вычислять по исходным формулам, используя измеренные или расчетные значения сечений.

в) Кинетика ионизации и рекомбинации при неравновесном распределении электронов по энергиям. Неравновесное распределение атомов по состояниям должно нарушать максвелловское распределение электронов. Это нарушение может быть мало, если достаточно велика роль максвеллизующих соударений. В противном случае неравновесность в распределении электронов существенна и в свою очередь влияет на заселение уровней атома. Нахождение самосогласованных распределений атомов и электронов по энергиям — в общем случае весьма сложная задача. Ниже рассматривается частный, но весьма важный случай, когда в кинетическом уравнении доминирующую роль играют межэлектронные упругие соударения (в качестве максвеллизующего фактора) и неупругие столкновения электронов с атомами. Поскольку частота межэлектронных столкновений резко убывает с ростом энергии, наибольшее влияние неупругие столкновения могут оказать в «хвосте» максвелловского распределения ($\epsilon \sim E_1 - E_2$). Поэтому ограничимся учетом переходов между основным и возбужденными состояниями.

Используя (2.10) и (2.11), запишем кинетическое уравнение в квазистационарном приближении. Предварительно вместо $f(\epsilon)$ введем $y(\epsilon) = f(\epsilon)/f^0(\epsilon)$ — отклонение $f(\epsilon)$ от максвелловского значения

$$f^0(\epsilon) = 2\pi (\pi T_e)^{-3/2} \sqrt{\epsilon} \exp(-\epsilon/T_e).$$

Тогда

$$\frac{\partial}{\partial \epsilon} \left[\frac{2(2\pi)^{1/2} \Lambda n_e^2}{(2mT_e)^{1/2}} e^{-\epsilon/T_e} \frac{\partial y(\epsilon)}{\partial \epsilon} \right] - n_i f^0(\epsilon) z_{12}(\epsilon) [y_1 y(\epsilon) - y_2 y(\epsilon')] \theta(\epsilon') = 0. \quad (4.16)$$

В (4.16) $\theta(\epsilon') = 1$ при $\epsilon' \geq 0$ и $\theta(\epsilon') = 0$ при $\epsilon' < 0$. Частота неупругих переходов $1 \rightleftharpoons 2$, фигурировавшая в (2.11), в соответствии с общим рецептом МДП заменена на эффективную величину $z_{12}(\epsilon)$, вычисленную в предыдущем разделе:

$$z_{12}(\epsilon) = 4\pi e^4 \Lambda_1 n_e / (2m\epsilon)^{1/2} (E_1 - E_2).$$

$z_{12}(\epsilon)$ учитывает переходы из основного во все возбужденные состояния. В результате уравнение (4.16) оказывается уравнением второго порядка с постоянными коэффициентами. Решение линейного уравнения (4.16) следует искать в виде суперпозиции экспонент, содержащих в показателе корни характеристических уравнений в двух областях энергии $\epsilon \leq E_1 - E_2$ и $\epsilon \geq E_1 - E_2$. Величины коэффициентов при экспонентах определяются из условий непрерывности $y(\epsilon)$ и $y'(\epsilon)$ при $\epsilon = E_1 - E_2$ и условия нормировки (оно сводится к $y(0) \approx 1$). Значение $y(\infty)$ следует из баланса неупругих столкновений при больших энергиях.

Не приводя $y(\epsilon)$, имеющего очень простой вид^{8в}, рассмотрим результат его подстановки в уравнение (4.10), записанное для интервала $1 \rightleftharpoons 2$

с учетом возможного отсутствия распределения Максвелла:

$$j = n_1^0 \int_0^{\infty} [y_1 y(\epsilon) - y_2 y(\epsilon - E_1 + E_2)] f(\epsilon) z_{12}(\epsilon) d\epsilon = n_1^0 z_{12} F(y_1 - y_2). \quad (4.17)$$

Выполняя интегрирование в (4.17), получаем выражение для F :

$$F = c^{-1} [(1 + 4c)^{1/2} - 1] / [(1 + 4c)^{1/2} + 1], \quad (4.18)$$

где

$$c = n_1 z_{12} / n_e z_{ee} = (2n_1 / n_e) [T_e / (E_1 - E_2)] \Lambda_1 / \lambda.$$

Структура системы (4.10) тем самым осталась неизменной. Учет немаксвелловости формально свелся к появлению функции F в одном из ее уравнений, том, которое характеризует энергетический интервал $1 \rightleftharpoons 2$ (4.17). Это позволяет воспользоваться решением (4.11), (4.12). Надо лишь переопределить величину $S_1 = (n_1^0 F z_{12})^{-1}$, чтобы получить КИ и КР, а также распределение атомов по уровням, учитывающее неравновесность $f(\epsilon)$.

Если y_1 заметно превышает y_2 и, следовательно, поток частиц в интервале $1 \rightleftharpoons 2$ обусловлен в основном возбуждениями $1 \rightarrow 2$, то F легко интерпретируется. Она учитывает уменьшение числа переходов $1 \rightarrow 2$ за счет недостатка быстрых электронов в «хвосте» функции $f(\epsilon)$. В этом качестве F вычислялась многими авторами. Весьма существенно то, что, как показал Воячек²⁴, величина F слабо зависит от поведения сечения возбуждения $1 \rightarrow 2$ при изменении ϵ ; существенно лишь правильное значение*) сечения при энергии $\epsilon \approx E_1 - E_2 + T_e$.

Характер влияния немаксвелловости на КИ и КР будет подробно обсуждаться в гл. 5. Самостоятельный интерес могут представить взаимосвя-

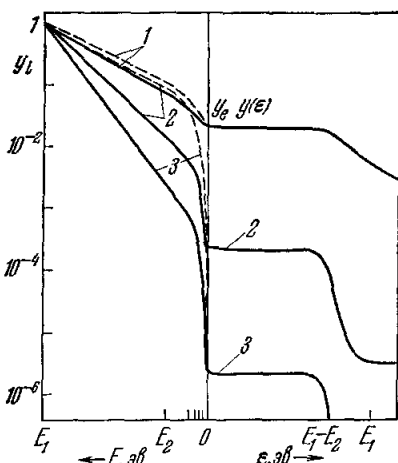


Рис. 4. Функции распределения электронов в дискретном и сплошном спектрах.

занные распределения атомов по уровням и электронов по энергиям. Для иллюстрации эти распределения представлены на рис. 4 для водородной плазмы. В области отрицательных энергий E построено y_i , в области положительной $y_e y(\epsilon)$, где $y(\epsilon)$ характеризует отклонение от распределения Максвелла. Кривые построены для $T_e = 8000^\circ \text{K}$ и $n = 10^{16} \text{ см}^{-3}$ при различных степенях ионизации: $n_e/n = 10^{-3}$ (1), 10^{-4} (2) и 10^{-5} (3). На этом же рисунке для сравнения приведены y_i , проведенные штриховаными линиями, вычисленные в предположении наличия распределения Максвелла. Как видно из рис. 4 (особенно в случае 3), наличие немаксвелловости заметно уменьшает населенность возбужденных уровней. Воздействие неравновесности в первую очередь определяется коэффициентом c — отношением числа неупругих столкновений $1 \rightarrow 2$ к числу межэлектронных z_{ee} . В характерных условиях $\lambda \sim 10$, $\Lambda_1 \sim 0,01-0,05$. Это означает, что при $T_e \sim 1 \text{ эВ}$ эффекты отсутствия максвелловского

*) Поэтому Λ_1 в (4.18) может несколько отличаться от усредненного по $f(\epsilon)$ в (4.15). При желании сделать вычисления более точными это обстоятельство не трудно учесть. См. решение задачи, полученное в аналогичной постановке в⁶⁸.

распределения существенны при условии малой степени ионизации $n_e/n_1 \lesssim 10^{-4} - 10^{-6}$.

Обратим внимание на то, что полученные формулы учитывают лишь один тип упругих столкновений — межэлектронные столкновения и неприменимы при очень малых степенях ионизации. Например, когда максвеллизирующими столкновениями становятся упругие столкновения электрон — атом:

$$n_e/n_1 \ll (m/M) \sigma_{ea}/\sigma_{ee} (\varepsilon \approx E_1 - E_2). \quad (4.19)$$

Здесь σ_{ea}/σ_{ee} — отношение сечений упругих столкновений электрон — атом и электрон — электрон, взятое при энергии электрона $\varepsilon = E_1 - E_2$. Обычно это $n_e/n_1 \lesssim 10^{-7} - 10^{-8}$. Такие условия могут реализоваться, например, в плазме положительного столба. Несмотря на то, что электронов мало, $T_e \gg T_a$ и ионизация определяется именно электронами. Такая плазма изучалась рядом авторов. Наиболее детальные исследования выполнены Каганом и Лягушенко²³. При выполнении неравенства (4.19) функция F должна быть видоизменена, она должна зависеть от конкретного вида $\sigma_{ae}(\varepsilon)$. Однако разумные оценки можно делать, воспользовавшись следующими простыми выражениями:

$$F = (1 + c)^{-1}, \quad c = z_{12}/z_{ea} \approx 2\pi e^4 \Lambda_1 / (E_1 - E_2) T_e \sigma_{ae} (\varepsilon = E_1 - E_2),$$

смысл которых представляется очевидным.

г) Кинетика с учетом радиационных процессов. Обратившись к уравнению (2.7), запишем вклад в поток j , обусловленный радиационными переходами:

$$j^R = - \sum_{l < n} \left(\sum_{k \geq n} n_k A_{kl}^* + n_e^2 \alpha_{el} \right). \quad (4.20)$$

Движение связанного электрона по энергетическому спектру вследствие актов излучения носит направленный характер, и с первого взгляда диффузионное приближение неприменимо. Однако выражение (4.20) можно упростить и включить в схему МДП.

Воспользуемся тем, что при не слишком больших l и k $A_{kl} \sim \sim k^3 l^{-1} / (k^2 - l^2)^{-1}$. При фиксированном k A_{kl} сравнительно медленно меняется с ростом l . Наоборот, при фиксированном l A_{kl} быстро убывает с ростом k . Иначе говоря,

$$A_{l+1,l} \gg A_{l+k,l}, \quad A_{l,l-k} \approx A_{l,l-1} \quad (k \geq 2). \quad (4.21)$$

Тогда (4.20) приобретает вид

$$j^R \approx - n_n a_n^R - n_e^2 a_n^e,$$

где

$$a_n^R = \sum_{k \geq n} (n_k^0/n_n^0) \sum_{l < k} A_{kl}, \quad a_n^e = \sum_{l < n} \alpha_{el}.$$

Если подставить j^R в выражение для $\partial n_n / \partial t$, то можно убедиться, что радиационный переход $n + 1 \rightarrow n$, так же как и переходы с уровня n на все нижележащие состояния с $l < n$, учтены точно. Переходы с $m + 1 \rightarrow n$ ($m \geq 2$) учтены приближенно, однако ввиду неравенства (4.21) их роль в кинетике мала. На рис. 5 радиационные переходы, учтенные точно, изображены жирными волнистыми линиями, а прочие — тонкими.

Неравенства (4.21) справедливы, как было отмечено выше, для не слишком больших l . Однако с ростом l сечения неупругих процессов резко возрастают, а вероятности радиационных переходов убывают. Поэтому непосредственное влияние радиационных переходов на населенности

высших уровней малó. Тем самым перестает быть существенным способ учета радиационных переходов при больших l . Естественно, что использованный нами способ учета радиационных переходов требует уточнения при рассмотрении крайне разреженной плазмы. С другой стороны, в чрезмерно плотной плазме неравенства (4.21) могут перестать выполняться при замене A_{kl} на A_{kl}^* в соответствии с (2.9). В работе ^{8a} приводятся выражения для a_n^R и a_n^e , справедливые в этих условиях.

Запишем теперь выражение для потока j в дискретном пространстве энергий, учитывая как ударные, так и радиационные процессы. Получим следующую систему зацепляющихся уравнений:

$$j = n_k z_{k, k+1} - n_{k+1} (z_{k+1, k} + a_{k+1}^R) - n_e^2 a_k^e. \quad (4.22)$$

Решая эту систему аналогично тому, как это делалось раньше в разделе о столкновительной ионизации и рекомбинации, получаем ударно-радиационные КИ и КР

$$\beta = (n_e n_1^0 \Pi_1 \sum_{k \geq 1} S_k)^{-1},$$

$$\alpha = [1 + \sum_{k \geq 1} a_{k+1}^e (n_e^0)^2 S_k] / [n_e (n_e^0)^2 \sum_{k \geq 1} S_k], \quad (4.23)$$

$$\Pi_k = \prod_{n \geq k} [1 + (a_{n+1}^R n_n^0 / z_{n, n+1} n_{n+1}^0)], \quad (4.24)$$

$$S_1^{-1} = z_{12} F n_1^0 \Pi_1, \quad S_k^{-1} = z_{k, k+1} n_k^0 \Pi_k \quad (k \geq 2),$$

Рис. 5. Схема учета радиационных переходов (для какого-либо из уровней атома n).

Π_k — фактор, учитывающий влияние выхода излучения в спектральных линиях на населенность $(k+1)$ -го уровня. С другой стороны, первый сомножитель в α учитывает роль рекомбинационного континуума. Из (4.23) следует соотношение, связывающее α и β :

$$\beta = \alpha (n_e^2 / n_1)^0 [1 + \sum_{k \geq 1} (n_e^0)^2 a_{k+1}^e S_k]^{-1} \Pi_1^{-1}.$$

Детальному обсуждению полученных выражений и их использованию посвящена следующая глава обзора. В заключение этого раздела отметим, что в рамках МДП легко учесть неупругие столкновения с тяжелыми частицами, например с атомами. Это можно сделать универсальным образом, если предположить, что вероятности столкновений с атомами удовлетворяют требованиям применимости МДП. Полной ясности здесь нет, хотя для переходов между сильно возбужденными состояниями дело, по-видимому, так и обстоит ⁴. Итак, в выражение (4.22) надо добавить член, учитывающий столкновения атом — атом: $n_k z_{k, k+1}^a - n_{k+1} z_{k+1, k}^a$, где $z_{k, k+1}^a$ — соответствующие эффективные вероятности. Величины α и β с учетом этих процессов даны в работе ^{8a}.

Выражения (4.27) являются коэффициентами ступенчатой ионизации и рекомбинации. Полные КИ и КР являются суммами коэффициентов ступенчатых и прямых процессов.

$$\beta = \beta_{ст} + \beta_{пр}, \quad \alpha = \alpha_{ст} + \alpha_{пр};$$

$\beta_{пр}$ и $\alpha_{пр}$ определяются вероятностями элементарных актов ионизации из основного состояния и рекомбинации в основное состояние и хорошо известны (см., например, ³⁰).

д) Сопоставление результатов модифицированного диффузионного приложения с экспериментом. Изложенное выше МДП сопоставлялось в работах ^{7а, 8} с данными различных экспериментальных работ. Важно отметить, что при этом сопоставлялись не КР и КИ (такое сопоставление проводится в гл. 5), а распределение атомов по возбужденным состояниям, которые являются более чувствительными к разного рода неточностям в описании явления. Сопоставление проводилось как для стационарных ^{7а, 8}, так и для нестационарных условий ³⁸⁻⁴⁰. При этом был выявлен ряд характерных закономерностей, присущих распределению атомов по возбужденным уровням в процессе рекомбинации (ионизации), что, по-видимому, представляет интерес. Ниже в табл. I дается краткая сводка рассмотренных условий. Во всех этих случаях согласие теории и эксперимента было вполне удовлетворительным. В качестве примера на рис. 6 показано сравнение расчетных данных ^{8а} с экспериментальными, полученными в работе ⁴⁵.

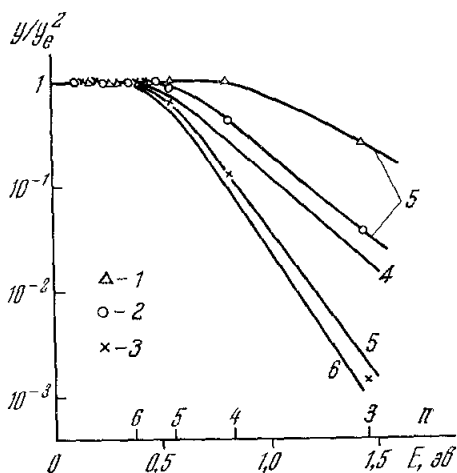


Рис. 6. Сравнение экспериментальных и рассчитанных населенностей различных возбужденных уровней атома гелия.

На рисунке представлены приведенные концентрации y/y_0^2 атомов гелия в ^{3D}-состояниях в зависимости от энергии связи E (отсчитываемой от континуума) и главного квантового числа n . В работе ⁴⁵ рассмотрены три режима: 1 — $T_e = 3140$ °К, $n_e = 5,6 \cdot 10^{13}$ см⁻³; 2 — 2200 °К, $1,8 \cdot 10^{13}$

Таблица I

Литература	Состав плазмы	n_e , см ⁻³	T_e , 10 ³ °К	Характер кинетики	Источник плазмы
Стационарная плазма					
41	H	10 ¹⁵	9	Столкновения электрон — атом	Дуговой разряд
42	Ar	10 ¹³	13	Сильная немаксвелловость	Разряд низкого давления
43	Ar + Cs	10 ¹² —10 ¹³	3	Выход излучения	Разряд среднего давления
44	H	10 ¹³	100	То же	Манометр Филлипса
Нестационарная плазма					
45	He	10 ¹³ —10 ¹⁴	1,5—3	Выход излучения, распад плазмы	Стелларатор
38	N	10 ¹⁴ —10 ¹⁶	10—16	Столкновение электрон — атом, развитие ионизации	Ударная труба
39	Cs	10 ¹³ —10 ¹⁴	2—3	Столкновение электрон — атом, распад	Разряд среднего давления
21	Ar + K	10 ¹² —10 ¹⁴	3	Столкновение электрон — атом, развитие ионизации	Импульс напряжения

и $3 - 1510^\circ \text{K}$, $6,2 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$. Для режима с $n_e = 6,2 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$ и $T_e = 1510^\circ \text{K}$ построены три расчетные кривые а именно: 4 — без учета излучения, 5 — полная реабсорбция линий резонансной серии, 6 — оптически прозрачная плазма. Для остальных двух случаев построены только кривые 5. Как видно из рис. 6, уровни с $n \geq 5$ находятся в относительном равновесии с континуумом, $y/y_e^2 = 1$. Более низко лежащие уровни заселены неравновесно, причем согласие с экспериментом достигается при учете радиационных переходов между возбужденными состояниями.

5. ВЫЧИСЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ УДАРНО-РАДИАЦИОННОЙ ИОНИЗАЦИИ И РЕКОМБИНАЦИИ

Общие выражения для α и β , полученные в предыдущей главе, достаточно сложны. Однако они могут быть существенно упрощены. Эта глава посвящена получению простых выражений для α и β , отражающих основные черты ударно-радиационной рекомбинации (ионизации). Для этого остановимся сначала на ее качественных особенностях как в случае чисто столкновительного режима, так и в условиях заметного влияния излучательных переходов.

а) Качественные особенности кинетики ударно-радиационной рекомбинации и ионизации. Выше отмечалось, что обычно сравнительно небольшая группа уровней атома образует «узкое место» для потока рекомбинирующих электронов. Выясним положение «узкого места» при чисто столкновительной кинетике. Сначала упростим выражение для распределения атомов по уровням, переходя к непрерывному изменению энергии. При этом суммы, входящие в (4.23), следует заменить интегралами по следующей схеме:

$$\sum_{k \geq m} (z_{k, k+1} n_k^0)^{-1} \sim \int_0^{E_m} [e^{-E/T_e} / E g(E)] dE,$$

где $g(E) = Ry^{3/2}/E^{5/2}$ — плотность водородоподобных состояний (3.7). Отсюда легко получить распределение атомов по возбужденным состояниям:

$$y(E) = y_1 \chi(E_1/T_e) + y_e^2 [1 - \chi(E/T_e)], \quad (5.1)$$

где $\chi(x) = (4/3\sqrt{\pi}) \int_0^x e^{-t^2} dt$. График $\chi(x)$ приведен на рис. 7. При записи (5.1) считалось, что $E_1 \gg T_e$, т. е. что $\chi(E_1/T_e) \approx 1$.

На рис. 8 приведен характерный график зависимости $y(E)$. Группа сильно возбужденных состояний находится в относительном равновесии с электронами. Нижние возбужденные уровни тесно связаны с основным состоянием. Группа промежуточных уровней и представляет собой «узкое место». В самом деле, поток j в том же приближении имеет вид $j \sim \mu(E) dy/dE$, $\mu(E) \sim Eg(E) e^{-E/T_e}$. Величина $\mu(E)$ характеризует подвижность электронов в энергетическом пространстве. Очевидно, что она минимальна, если dy/dE велико. Поэтому, приравнявая $d^2y/dE^2 = 0$, находим положение узкого места $E^* = 3T_e/2$. Нижнюю границу узкого места определим из требования, чтобы dy/dE убывало в e раз по сравнению со значением в максимуме. Это дает величину $\sim 7 T_e/2$. Таким образом, при низких температурах «узкое место» лежит в области высоковозбужденных состояний и с повышением температуры постепенно опускается. В первом случае можно заменить дискретный спектр квазинепрерывным,

во втором можно ограничиться переходами между несколькими низколежащими энергетическими состояниями. При этом мы соответственно придем к упрощенным картинам кинетики — диффузному приближению и приближению мгновенной ионизации, рассмотренным в гл. 2.

При наличии излучательных переходов картина деформируется. Рассмотрим случай низких температур, когда «узкое место» приходится на сильно возбужденные уровни. Интенсивность радиационных переходов резко падает с уменьшением энергии связи E_k (сила осциллятора $f_k \sim \sim k^{-3}$), в то время как интенсивность ударных процессов резко возрастает

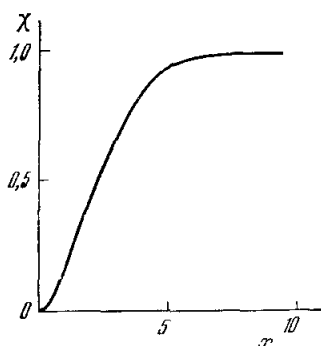


Рис. 7. График функции $\chi(x)$.

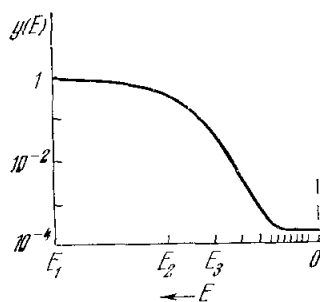


Рис. 8. Характерный вид распределения по уровням в режиме преобладания ионизации ($y_e^2 < 1$).

(сечение $\sigma_k \sim k^4$). Это позволяет достаточно четко разбить энергетический интервал на две области: 1) $E < E_R$, доминируют ударные переходы; 2) $E > E_R$, доминируют радиационные переходы. Положение уровня E_R определим из условия, чтобы частоты ударных и радиационных переходов были примерно одинаковы или $\Pi_{E_R} \approx 2$. Считая сильно возбужденные уровни водородоподобными и пренебрегая реабсорбцией радиационных переходов между ними, можно получить⁸ следующее выражение для оценки E_R :

$$E_R \approx Ry n_e^{1/4} (\pi^{1/2} e^4 \bar{A}/Ry (mT_e)^{1/2} c)^{1/4} \quad (c = (3 \div 4) \cdot 10^{10} \text{ сек}^{-1}).$$

Удобно переписать эту формулу в виде

$$E_R \approx T_e (n_e/n_e^*)^{1/4}, \quad n_e^* = 4,5 \cdot 10^{13} T_e^{9/2} \text{ см}^{-3} \quad (T_e \text{ — в эв}).$$

В зависимости от соотношения нижней границы «узкого места» $7T_e/2$ и E_R возможны те или иные случаи.

При высоких температурах узкое место соответствует интервалу между основным и первым возбужденным уровнем. Высвечивание, связанное с переходами в основное состояние, может быть очень существенным. Его учет сводится в первую очередь к увеличению числа ударов второго рода в Π_1 раз. Двухуровневая модель дала бы нам $\Pi_1 = 1 + (A_{21}^*/w_{21})$. МДП видоизменяет (иногда очень существенно) эту величину: $\Pi_1 = \{1 + (a_2^R/z_{21})\} [1 + (a_3^R/z_{32})] \dots$

Влияние немаксвелловости на кинетику формально сводится к замене z_{12} на $z_{12}F$. Если $F \ll 1$, то z_{12} заменяется на z_{ee} и число переходов $1 \rightleftharpoons 2$ определяется скоростью появления быстрых электронов с энергией $\epsilon \sim E_1 - E_2$. При наличии немаксвелловости положение «узкого места» может измениться. Действительно, сопротивление движению электронов в пространстве энергий, оказываемое отдельными участкам

спектра, $\sim [n_k^0 z_{k,k+1}]^{-1}$, поэтому при $F \ll 1$ наиболее затрудненным интервалом для прохождения электроном может стать участок $1 \rightarrow 2$. При наличии заметной немаксвелловости зависимость КИ и КР от параметров плазмы может существенно измениться.

б) Электронная ионизация и рекомбинация. В этом случае $\Pi_k = 1$, $a_k^e = 0$ и из (4.23), (4.24) следует

$$\alpha = [n_e (n_e^0)^2 \sum_{k \geq 1} S_k]^{-1}, \quad \beta = \alpha (n_e^0)^2 / n_1^0. \quad (5.2)$$

Как видно, α и β связаны через константу ионизационного равновесия $K_1 = (n_e^0)^2 / n_1^0$, причем это справедливо и при отсутствии максвелловского распределения *). Если $F = 1$, то α и β являются лишь функциями T_e . Если же $F < 1$, то α и β зависят также и от n_e . Для получения приближенных выражений для α и β поступим следующим образом. Выделим в суммах (5.2) слагаемое с $k = 1$, а в оставшейся группе слагаемых перейдем к квазинепрерывному изменению энергии, как это делалось выше. В результате получим

$$\beta^{-1} = \beta_1^{-1} + \beta_2^{-1} \chi(E_2 / T_e), \quad (5.3)$$

$$\alpha^{-1} = \alpha_1^{-1} + \alpha_2^{-1} \chi(E_2 / T_e), \quad (5.4)$$

где индексом 1 помечены вклады КИ и КР переходов между основным и первым возбужденным уровнем, индексом 2 — вклады переходов между возбужденными состояниями.

Случай $\beta_1^{-1} \gg \beta_2^{-1} \chi(E_2 / T_e)$ и $\alpha_1^{-1} \gg \alpha_2^{-1} \chi(E_2 / T_e)$ соответствует приближению мгновенной ионизации, обратный знак неравенств означает применимость диффузионного приближения.

В формуле (5.3) обозначено

$$\beta_1 = \Gamma \Lambda_1 [Ry^{3/2} F / T_e^{1/2} (E_1 - E_2)] e^{-(E_1 - E_2) / T_e},$$

$$\Gamma = 4 (2\pi)^{1/2} e^4 / m^{1/2} Ry^{4/2} = 1,7 \cdot 10^{-7} \text{ см}^3 / \text{сек}. \quad (5.5)$$

В пределе сильной немаксвелловости $F \ll 1$, поэтому скорость переходов $1 \rightleftharpoons 2$ определяется скоростью появления электронов с $\varepsilon \sim E_1 - E_2$ и

$$\beta_1 = \Gamma (Ry / T_e)^{3/2} (\lambda n_e / 2n_1) e^{-(E_1 - E_2) / T_e}. \quad (5.6)$$

Вклад в α переходов $1 \rightleftharpoons 2$ равен

$$\alpha_1 = \Gamma_1 (\Lambda_1 g_1 / \Sigma_i) [Ry^3 F / (E_1 - E_2) T_e^2] e^{E_2 / T_e}, \quad \Gamma_1 = h^3 e^4 / \pi m^2 Ry^3. \quad (5.6)$$

Фактически α_1 пропорциональна скорости дезактивации первого уровня. Любопытно отметить, что немаксвелловость может уменьшить величину α_1 .

Вклад переходов между возбужденными состояниями определим из выражений

$$\alpha_2 = \Gamma_1 (2\bar{\Lambda} / 3\sqrt{\pi}) (Ry / T_e)^{9/2}, \quad \beta_2 = \Gamma (2\bar{\Lambda} \Sigma_i / 3\pi^{1/2} g_1) (Ry / T_e)^3 e^{-E_1 / T_e}, \quad (5.8)$$

где $\bar{\Lambda} \approx 0,2$ — среднее значение кулоновского логарифма для возбужденных состояний, Σ_i — статистическая сумма иона. Естественно, что при этом мы получили $\alpha \sim T_e^{-9/2}$. Такая же зависимость получается из диффу-

*) Этот результат связан с тем, что рассматривается специфическая причина нарушения равновесного распределения электронов по энергиям в области больших энергий — неупругие столкновения с атомами.

зионного приближения, где с самого начала не учитывается дискретность. Выражение (5.8) для α не зависит от сорта атомов. Это обстоятельство представляется естественным, поскольку в данном случае скорость рекомбинации (ионизации) определяется прохождением электроном сильно возбужденных водородоподобных состояний.

На рис. 9 значения α для водородной плазмы, вычисленные согласно (5.4), сравниваются с численными результатами Бейтса¹, отмеченными точками 2. Обратим внимание, что в работе¹ сечения неупругих столкновительных переходов взяты по Грйзинскому. Наши расчеты выполнены совсем иным способом — в их основе лежат сечения, взятые в приближении Бете—Борна. Тем не менее совпадение в целом хорошее, что еще раз свидетельствует о малой чувствительности α к сечениям индивидуальных переходов. Исключение составляет интервал температур $T_e = (8 \div 16) \times 10^3$ °K, где как раз доминирующий вклад в α вносит лишь один переход $1 \rightleftharpoons 2$ («узкое место» расположено у основного состояния). Некоторое расхождение в КР связано с различием в сечении перехода $1 \rightleftharpoons 2$, в частности в поведении вблизи порога. В области более высоких температур $T_e > 16 \cdot 10^3$ °K влияние припорогового поведения сечения $1 \rightleftharpoons 2$ нивелируется, что уменьшает расхождение.

Выше рассматривался водород. Остановимся на особенностях, возникающих при применении теории к сложным атомам. Согласно формулам МДП каждый уровень характеризуется энергией E_k и статистическим весом g_k . В реальной схеме термов имеется множество уровней и подуровней, имеющих близкие значения энергии. Учет всех возможных переходов между ними в рамках МДП явился бы превышением точности, поэтому целесообразно «несколько огрублять» энергетический спектр, объединяя группы энергетически близких состояний в один уровень, приписывая ему суммарный статистический вес и среднюю энергию. Для многих элементов разумно объединить в один уровень большинство состояний с данным главным квантовым числом n (как правило, это состояние с большими l). После такого «огрубления» схемы термов мы имеем набор данных $\{E_1, g_1\}$, $\{E_2, g_2\}$, $\{E_3, g_3\}$ и т. д. (расположение идет по мере убывания энергии).

Обычно $\{E_1, g_1\}$ — это основное состояние атома *), $\{E_2, g_2\}$ — группа низколежащих возбужденных состояний или отдельный обособ-

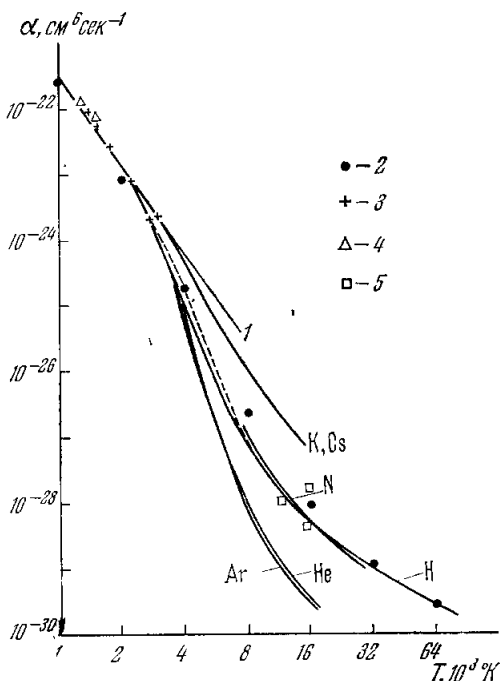


Рис. 9. Коэффициент тройной рекомбинации (по схеме электрон — электрон — ион) в зависимости от T_e для различных элементов.

*) Если вблизи основного состояния имеется группа близко лежащих состояний, то целесообразно провести указанное выше объединение. Например, для атома азота вблизи основного состояния $4S$ имеются уровни $2D$, $3P$.

ленный уровень, $\{E_3, g_3\}$ — следующая группа возбужденных состояний и т. д. По мере перехода к более возбужденным состояниям такое объединение становится все более естественным, поскольку уровни становятся водородо-подобными. Теперь кинетика ионизации определяется эффективными одноквантовыми переходами между этими группами уровней с вероятностями $z_{k,k+1}$, рассчитываемыми по формуле (4.14). С учетом этого на рис. 9 построены значения α для ряда элементов и в табл. II приведены численные значения.

Таблица II

$T_e, 10^3 \text{ }^\circ\text{K}$	2	4	6	8	10	12	14
$\alpha : \text{K}$	1,2-23	4,9-25	4,3-26	9,8-27	3,4-27	1,7-27	—
N	1,2-23	1,9-25	6,8-27	1,1-27	3,3-28	1,6-28	8,0-29
Ag	1,2-23	8,0-26	9,8-28	7,2-29	2,0-29	8,3-30	4,5-30
H	1,2-23	1,9-25	6,0-27	8,0-28	2,6-28	1,2-28	6,8-29
$T_e, 10^3 \text{ }^\circ\text{K}$	16	18	20	24	28	32	
$\alpha : \text{K}$	—	—	—	—	—	—	—
N	5,9-29	3,9-29	3,7-29	1,5-29	1,0-29	8,0-30	
Ag	3,2-30	2,3-30	1,7-30	1,4-30	1,1-30	1,0-30	
H	9,1-29	5,0-29	2,7-29	1,7-29	1,3-29	1,1-29	

1,3-23 означает $1,3 \cdot 10^{-23} \text{ см}^6 \text{сек}^{-1}$, и т. п.

Остановимся на зависимости α от специфики расположения уровней атома. При $T_e < 3000^\circ \text{K}$, как видно из рис. 9, $\alpha \sim T_e^{-9/2}$ для всех элементов. Прямая 1 на рис. 9 соответствует этой зависимости. С ростом T_e начинаются отклонения от зависимости $T_e^{-9/2}$. Для атомов со сравнительно равномерной плотностью уровней в спектре (K, Cs) закон $T_e^{-9/2}$ имеет, естественно, большую применимость. Для He, имеющего максимальный зазор $E_1 - E_2$, отклонения от $T_e^{-9/2}$ начинаются значительно раньше (случай Ag обсуждается ниже) и хорошо работает приближение «немедленной ионизации». Водород и азот занимают промежуточное положение. Специфика атома проявляется не только в величине $E_1 - E_2$. При больших T_e величина α заметно зависит от отношения Σ_i/g_i . Формула (5.7) позволяет объяснить практическое совпадение α для пар H, N и He, Ag. Эти атомы имеют близкие величины $\Sigma_i (E_1 - E_2)/g_i$ и E_2 .

Не проводя вычислений, теперь легко указать на ход $\alpha(T_e)$ и для некоторых других элементов. Например, для Xe α должно быть очень близко к Ag. А для ртути, имеющей сравнительно равномерную плотность уровней, $\alpha(T_e)$ должна напоминать ход α для щелочных металлов, хотя отклонения от закона $T_e^{-9/2}$ должны появиться при несколько меньших температурах.

На рис. 10 приводятся коэффициенты ионизации β в зависимости от T_e/E_1 для аргона (кривые 1—4) и калия (5—9). Кривая 9 для калия соответствует диффузионному приближению (5.8), 8 — приближению немедленной ионизации (5.5), 5 построена по формуле (5.3). Как видно, диффузионное приближение для калия справедливо почти для всего рассмотренного диапазона T_e/E_1 . Иная ситуация в аргоне. Кривая 1, постро-

енная по (5.3), совпадает с кривой, построенной по (5.5), т. е. во всем интервале T_e/E_1 работает приближение мгновенной ионизации.

Влияние немаксвелловости на скорость ионизации для аргонной плазмы показано на рис. 10 (E_1 — энергия ионизации). Видно, что при малых степенях ионизации β пропорционально концентрации электронов и резко падает по величине, что соответствует предельной формуле (5.6). Кривые 1—4 на рис. 10 построены для $n_e/n_1 = 10^{-2}$, 10^{-3} , 10^{-4} и 10^{-5} соответственно.

Обсудим влияние дискретности атомных уровней на величины α и β . Если в 5.2, не выделять слагаемого с $k = 1$, а провести интегрирование по энергии до основного уровня, получим

$$\beta^{-1} = \beta_2^{-1} \chi(E_1/T_e), \quad \alpha^{-1} = \alpha_2^{-1} \chi(E_1/T_e).$$

Если T_e не слишком велико, то $E_1/T_e \gg 1$, $\chi(E_1/T_e) \approx 1$ (см. рис. 7) и фактически $\beta = \beta_2$, $\alpha = \alpha_2$. Следовательно, α описывается «законом 9/2». Его применимость можно четко проследить по рис. 9. Наибольшее отклонение (до нескольких порядков) возникает у элементов, имеющих большой энергетический зазор между основным и возбужденным уровнями (He, Ar, затем H, N). Для K и Cs приближение, пренебрегающее дискретностью, дает лучшие результаты, поскольку энергетическая схема атомов этих элементов более равномерно заполнена уровнями.

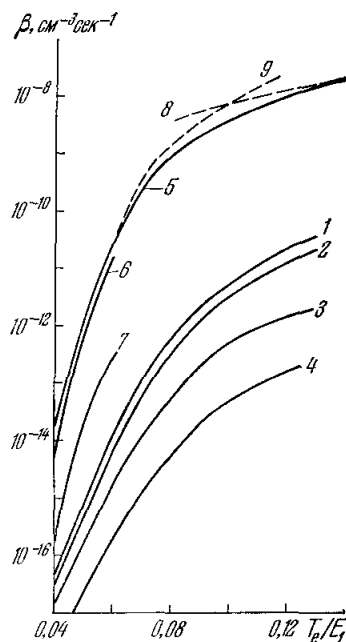


Рис. 10. Зависимость коэффициента ионизации β от относительной температуры.

в) Ударно-радиационная рекомбинация и ионизация. Когда становится существенным влияние излучения, α и β уже не связаны соотношением детального равновесия и необходимо вычислять и α , и β , поскольку эти величины по-разному зависят от параметров плазмы. При наличии реабсорбции дополнительное различие связано с влиянием линейных размеров плазмы и других параметров, определяющих эффективные времена жизни. Учет этих эффектов содержится в формуле (4.23). Обсудим крайние случаи и возможные упрощения. Если уменьшать n_e и тем самым увеличивать роль излучения $\Pi_k \gg 1$ то в пределе из (4.23) следует так называемый коэффициент «радиационной рекомбинации».

$$\alpha = \alpha_R = (n_e n)^{-1} \sum_k \alpha_{ek}.$$

В этом крайнем случае α определяется суммарным числом первичных актов рекомбинации с излучением $A^+ + e \rightarrow A + h\nu$. При этом для всех k должно выполняться $\Pi_k \gg 1$. Для больших k реабсорбцией можно пренебречь и переписать это неравенство в виде

$$n_e \ll 10^{17} (\ln k/k^2) (T_e/Ry)^{1/2}. \quad (5.9)$$

Близкий к этому критерий был ранее получен Гримом ⁴⁶ из качественных соображений.

Если неравенство (5.9) заменить на обратное, то выход излучения становится несущественным и мы возвращаемся к формулам предыдущего раздела. В промежуточных условиях происходит ударно-радиационная рекомбинация (ионизация). Запишем приближенные выражения для α и β в случае ударно-радиационной рекомбинации, исходя из тех же соображений, что и при выводе формул (5.3), (5.4). Получим

$$\beta^{-1} = \beta_1^{-1} + \beta_2^{-1} \chi (\tilde{E}/T_e) \Pi_1, \quad (5.10)$$

$$\alpha^{-1} = (\alpha_1 \Pi_1)^{-1} + \alpha_2^{-1} \chi (\tilde{E}/T_e), \quad (5.11)$$

где $\tilde{E} = \min(E_2, E_R)$. Эти формулы отличаются от (5.3), (5.4) появлением Π_1 и иным аргументом у χ . Фактор Π_1 следует естественным образом из общих выражений (4.23) и отражает влияние радиационных переходов на скорость прохождения электронами интервала $1 \rightleftharpoons 2$. Он замедляет ионизацию и ускоряет рекомбинацию. Фактор $\chi(E_R/T_e)$, когда $E_R < E_2$, отражает влияние радиационных процессов на кинетику переходов между возбужденными состояниями. Его появление можно пояснить, исходя из следующих соображений. Излучение начинает играть роль в кинетике переходов между возбужденными состояниями, если уровень $E_R < 7T_e/2$ — нижней границы узкого места. В этом случае рекомбинирующий электрон основное время проводит на уровнях с $E < E_R$, а затем быстро путем каскада радиационных переходов попадает в нижнее возбужденное состояние (вклад переходов $2 \rightleftharpoons 1$ учитывается отдельно). В такой ситуации протяженность узкого места как бы сокращается, что можно учесть, заменяя в формуле (5.4) $\chi(E_2/T_e)$ на $\chi(E_R/T_e)$ при $E_R < E_2$. Заметим, что близкий по идее прием был использован ранее Хинновым и Хиршбергом⁴⁵.

В ряде работ учитывались с разной степенью точности те или иные факторы, связанные с излучением. Например, Кузнецов и Райзер²⁸ при рассмотрении рекомбинации учли факторы, аналогичные появлению Π_1 , а Абрамов и Смирнов²⁹ фактически ввели аналог $\chi(E_R/T_e)$. Области применимости результатов этих работ соответствуют высоким²⁸ и низким²⁹ температурам.

Излучение совершенно различным образом влияет на α и β . При низких температурах, мало влияя на КР, излучение может радикально изменить КИ: $\beta = \beta_2/\chi(E_R/T_e) \Pi_1$. Этот результат качественно понятен, поскольку электрон, прежде, чем освободиться, должен пройти энергетический интервал $E_1 - E_R$. На этом пути имеется большая вероятность возврата в основное состояние. Лишь доля электронов $\sim [\chi(E_R/T_e) \Pi_1]^{-1}$ достигает уровня энергии E_R .

В качестве примера на рис. 11 для аргоно-калиевой плазмы построена зависимость Π_1 от параметра $R\xi$, где R — линейный размер плазмы, ξ — отношение числа атомов калия к числу атомов аргона. Кривые 1—3 построены для различных $n_e = 10^{12}$, 10^{13} и 10^{14} см^{-3} соответственно. Из рис. 11 следует, что Π_1 может достигать больших величин, особенно при малых n_e .

На рис. 10 дан график КИ β для калиевой плазмы. Кривые 5—7 построены по формуле (5.10) соответственно при $n_e = 10^{14}$, 10^{13} и 10^{12} см^{-3} (величина $R\xi = 10^{-4}$). При больших n_e ($n_e \gtrsim 10^{14} \text{ см}^{-3}$) излучение несущественно и мы возвращаемся к формуле (5.3). При меньших n_e роль радиационных переходов велика. Любопытно отметить, что если к тому же имеет место сильная немаксвелловость, то $\beta \sim n_e^2$ или даже $\sim n_e^3$, что существенно может затянуть начальный этап развития ионизации³⁹.

На рис. 12 для аргоновой плазмы построена зависимость КР α от T_e при разной степени влияния радиационных переходов (формула (5.11)). Для сплошных кривых величина Π_1 указана на рисунке, а величина

$\chi(E_R/T_e) = 1$. Для штриховых линий на рисунке указаны как значения Π_1 , так и величины E_R (в эв). Жирная линия соответствует зависимости $\alpha \sim T_e^{-9/2}$. Отметим, что Π_1 в основном зависит от n_e и оптической глубины $k_0 R$, в то время как $\chi(E_R/T_e)$ в большей степени зависит от T_e и начинает сказываться при значительно меньших n_e .

Итак, если уменьшать n_e или R , то Π_1 возрастает, и возникает любопытная ситуация. Первый член в (5.11) исчезает, и мы возвращаемся при высоких температурах к закону $\alpha \sim T_e^{-9/2}$. Специфика атома пропадает. Теперь это есть следствие сильного высвечивания нижних возбужденных состояний («узкое место» смещается в область водородоподобных уровней). При достаточно низких n_e начинает сказываться фактор $\chi(E_R/T_e)$ в области низких температур. КР начинает превышать свои значения,

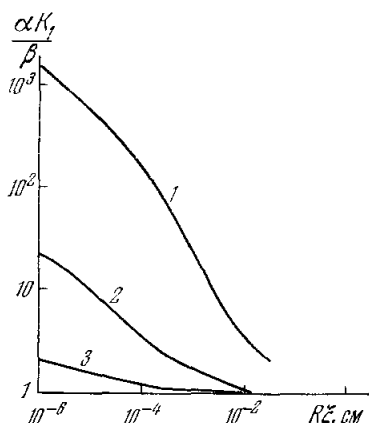


Рис. 11. Зависимость Π_1 от параметра $R\xi$ для смеси $\text{Ag} + \text{K}$.

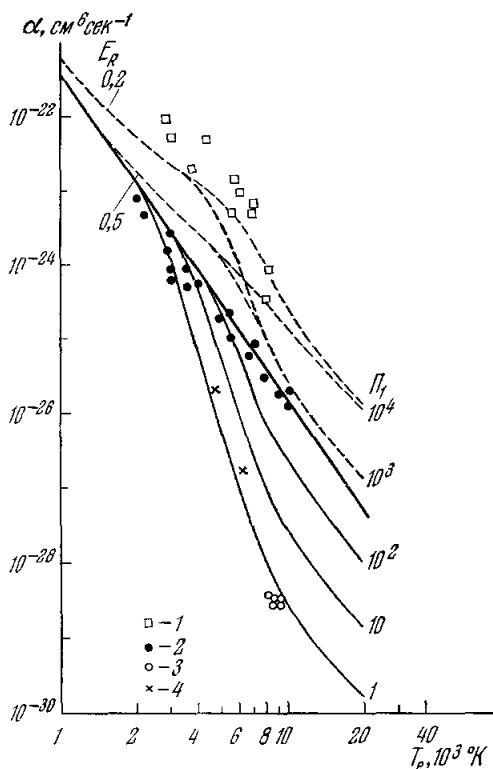


Рис. 12. Зависимость коэффициента ударно-радиационной рекомбинации для Ag от T_e (формула (5.11)).

даваемые формулой $\alpha \sim T_e^{-9/2}$. При этом результат по-прежнему не зависит от специфики атома. При очень сильном высвечивании, когда одновременно $\Pi_1 \gg 1$ и $\chi(E_R/T_e) \ll 1$, при больших температурах снова начинает сказываться специфика атома. При этом КР тоже превышает значения, даваемые формулой $\alpha \sim T_e^{-9/2}$. Такого рода зависимость КР от факторов, описывающих выход излучения, характерна для плазмы многих элементов.

Аналогичное рассмотрение можно провести для β . При развитии ионизации в результате сильного высвечивания приближение «немедленной ионизации» для β_1 может стать неприменимым при весьма высоких температурах. Формулы (5.10), (5.11) определяют границы применимости ранее полученных выражений и позволяют провести оценки и вычисления в промежуточных случаях.

С помощью формул (5.10) и (5.11) нетрудно найти такие условия, когда на первый план выходят процессы прямой ионизации или рекомбинации. Прямая ионизация может стать заметной при весьма высоких

температурах, когда исчезает отличие экспоненты $e^{-(E_1-E_2)/T_e}$, содержащейся в β_1 , от e^{-E_1/T_e} , которой пропорционален коэффициент прямой ионизации $\beta_{пр}$. Однако, если высвечивание в линиях ($\Pi_1 \gg 1$) очень интенсивно, а континуум еще реабсорбирован, то $\beta_{пр}$ может стать существенным и при заметно меньших температурах. Это, очевидно, следует из выражения для полного КИ $\beta = [\beta_1^{-1} + \Pi_1 \chi(E_R/T_e) \beta_2^{-1}]^{-1} + \beta_{пр} \rightarrow \beta_{пр}$, $\Pi_1 \gg 1$.

В заключение этого раздела обратим внимание на то, что, строго говоря, проведенное рассмотрение влияния излучения относится к кинетике в центральных районах плазмы. В пограничных слоях или иных районах, где градиенты параметров велики, выражения для θ , приведенные в разделе б) гл. 2, становятся несправедливыми. В этом случае следует пользоваться более сложными формулами для θ ⁴⁷ или использовать приближенные методы решения уравнения переноса излучения в плазме⁴⁹. Характер влияния излучения на кинетику может стать совсем иным. «Подсветка» излучением из более «горячих» областей плазмы может ускорить ионизацию или замедлить рекомбинацию, например на первом этапе ионизационной релаксации за ударной волной⁴⁸, на входе в канал МГД генератора⁴⁹, или при прохождении ударной волны в Т-трубах⁵⁰.

г) Влияние столкновений с атомами на коэффициенты ионизации и рекомбинации. Коэффициент трехчастичной рекомбинации при столкновении ион — атом — электрон в диффузионном приближении был получен Питаевским⁴:

$$\alpha = [32 (2\pi)^{1/2}/3] m^{1/2} M^{-1} e^6 \sigma_{ae} T_e^{-5/2} n_1/n_e, \quad (5.12)$$

σ_{ae} — сечение упругого рассеяния электрона на атоме, M — масса атома. Позднее этот результат был получен иным способом Бейтсом и Кхаре⁵¹. В работе⁵² формула (5.12) была распространена на случай неизотермической плазмы, когда $T_a \neq T_e$:

$$\alpha = [32 (2\pi)^{1/2}/3] m^{1/2} e^6 \sigma_{ae} (T_a/M T_e^{7/2}) n_1/n_e. \quad (5.13)$$

Как уже отмечалось, в рамках МДП столкновения с тяжелыми частицами могут быть учтены и включены в общую схему. В предельном случае оптически плотного и слабоионизированного газа выражения, аналогичные (5.1), имеют вид^{5а, в}

$$\alpha = \left[\sum_k (K_k^a n n_e / z_k^a,_{k+1}) \right]^{-1}, \quad \beta = K_1^a \alpha n. \quad (5.14)$$

В пределе низких температур, когда схему термов атома можно считать квазинепрерывной, из (5.14) после конкретизации $z_k^a,_{k+1}$ следует (5.12).

Столкновения атом — атом могут быть существенны также на первом этапе развития ионизации при высоких атомных температурах. В самом деле, если $T_e = T_a$, то, поскольку сечения возбуждения и ионизации столкновения атом — атом порядка $10^{-20} - 10^{-19}$ см², при степенях ионизации $\leq 10^{-5} - 10^{-7}$ эти процессы существенны. Если $T_a > T_e$, то столкновения атом — атом важны и при больших степенях ионизации.

Ниже приводится выражение для β , в котором, кроме столкновений с электронами, учтены также атом-атомные и радиационные переходы $1 \rightleftharpoons 2$:

$$\left. \begin{aligned} \beta &= (\beta_1 \xi_1)^{-1} + (\beta_2 \xi_2)^{-1}, \\ \xi_1 &= (n_e z_{12} + n_a z_{12}^a) / n_e z_{12}; \\ \xi_2 &= (n_e n_1 z_{12} + n_a^2 z_{12}^a) (n_e z_{21} + A_{21}^* + n_a z_{21}^a)^{-1} [n_e^0 (T_e)]. \end{aligned} \right\} \quad (5.15)$$

В (5.15) по-прежнему первое слагаемое соответствует пределу «немедленной ионизации», ξ_1 отражает рост числа актов возбуждения за счет ударов атом — атом. Второе слагаемое в (5.15) характеризует скорость прохождения электроном возбужденных состояний. ξ_2 приближенно представляет собою отношение населенности второго уровня n_2 при учете столкновений атом — атом и высвечивания к больцмановской населенности при температуре T_e , $n_2^0(T_e)$. Тем самым ξ_2 учитывает влияние этих процессов на скорость ступенчатой ионизации.

6. СОПОСТАВЛЕНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ И РАСЧЕТНЫХ ЗНАЧЕНИЙ КОЭФФИЦИЕНТОВ РЕКОМБИНАЦИИ И ИОНИЗАЦИИ

Напомним уравнение кинетики ионизации:

$$dn_e/dt = n_1 n_e \beta - n_e^2 \alpha + \nabla \mathbf{J}_e. \quad (6.1)$$

(6.1) описывает скорость изменения n_e за счет генерации в объеме и переноса в координатном пространстве. Возможны стационарные и нестационарные условия.

а) **Н е р а в н о в е с н ы е с т а ц и о н а р н ы е у с л о в и я .** В ряде экспериментов реализуются неравновесные стационарные условия $dn_e/dt = 0$. При этом генерация электронов в объеме компенсируется их притоком (оттоком) в результате пространственного переноса. Определение $\nabla \mathbf{J}_e$ требует, вообще говоря, решения задачи о пространственном распределении параметров плазмы с конкретными условиями на границах. Однако в ряде случаев можно использовать и более простые оценки. Например, если перенос определяется амбиполярной диффузией, то для центральных областей плазмы $\nabla \mathbf{J}_e \approx -n_e/\tau_D$, где $\tau_D = R^2/pD_a$ — характерное время диффузии, D_a — коэффициент амбиполярной диффузии, R — линейный размер системы, p — численный коэффициент, зависящий от геометрии объема.

Подробное решение уравнения (6.1) для неравновесных стационарных условий приводится в последней из работ ^{8а}. Там получен ряд соотношений, определяющих n_e в неравновесной плазме (иногда их называют *обобщенными уравнениями Сах*). Например, для случая, когда единственной причиной неравновесности является диффузия заряженных частиц из центральных частей объема, это уравнение имеет вид

$$n_e^2 + K_1 n_e - K_1 n [1 - (\beta \tau_D n)^{-1}] = 0. \quad (6.2)$$

(6.2) справедливо, если $\beta \tau_D n \gtrsim 1$ (если же $\beta \tau_D n \gg 1$, то уравнение (6.2) дает малую поправку к формуле Сах). Экспериментальные условия, в которых справедливо (6.2), были реализованы в работе ⁴¹. При учете других факторов неравновесности уравнение для n_e становится более сложным. Так, при существенной роли радиационных переходов между основным и первым возбужденным уровнями, с учетом неравновесности в распределении свободных электронов, n_e определяется из уравнения четвертой степени.

В табл. III, заимствованной из работы ^{8а}, приводятся экспериментальные и расчетные значения $\phi_e = n_e/n$ в стационарных условиях.

В работе ⁴¹ основной причиной неравновесности была диффузия к границам дуги, в работе ⁴³ — диффузия и выход излучения, в работах ^{42, 53} имело место существенное нарушение максвелловского распределения электронов по энергиям. Как видно из табл. III, во всех случаях

Таблица III

Лите- рату- ра	Состав	n , см ⁻³	n_e , см ⁻³	T_e , 10 ³ °К	R , см	Φ_e , экспери- мент	Φ_e , расчет	Φ_e , уравне- ние Сах ^а
41	H + Ar	2,2 ¹⁸	2 ¹⁵	9,3	0,15	0,9 ⁻³	1,3 ⁻³	8,0 ⁻³
43	Cs + Ar	1,6 ¹³	5 ¹²	3,1	0,8	0,31	0,45	0,9
43	Cs + Ar	4,3 ¹²	2 ¹²	3,9	1,0	0,46	0,53	1,0
42	Ar	6,0 ¹⁶	2,7 ¹¹	25	0,6	4,5 ⁻⁶	4,5 ⁻⁶	1,0
42	Ar	6,0 ¹⁶	4,6 ¹²	13	0,6	7,8 ⁻⁵	8,7 ⁻⁵	4,7 ⁻¹
53	He	6,7 ¹⁷	4 ¹¹	66	0,6	6,0 ⁻⁶	1,7 ⁻⁵	1,0

Обозначено $A \cdot 10^r$ через A^r .

совпадение экспериментальных и расчетных значений вполне удовлетворительное. Отметим, что если при вычислении n_e в условиях работ ^{42, 53} пренебречь нарушением максвелловского распределения, то расчетные значения будут превышать экспериментальные на несколько порядков.

б) Нестационарные условия. Если слагаемое ∇J_e в (6.1) мало и доминирует либо ионизация ($y_1 \gg y_e^2$), либо рекомбинация ($y_e^2 \gg y_1$), то α и β можно измерить по временному ходу зависимости $n_e(t)$. Если же в (6.1) важны и ионизационный, и рекомбинационный член, то непосредственно α и β получить по зависимости dn_e/dt нельзя. Однако, когда один из коэффициентов известен, можно определить другой.

В работах ^{45, 54} исследовался распад плазмы H и He, полученной на установках типа «стелларатор». Величина $n_1 n_e \beta$ в условиях этих экспериментов пренебрежимо мала, так что по спаду dn_e/dt непосредственно определялся КР. T_e измерялась по относительной населенности высоковозбужденных уровней, а n_e — методом фазового сдвига пучка микроволнового излучения. Результаты находятся в хорошем согласии с теорией. Некоторые из большого количества экспериментальных точек показаны на рис. 9. На рис. 9 β — соответствуют измерениям ^{45, 54} для водорода, а β — для гелия. Они попадают в область низких температур $T_e \leq 3000^\circ \text{K}$. Эксперимент проводится при малых давлениях ($p \sim 1 \text{ мм рт. ст.}$), и линии, соответствующие переходам в основное состояние, реабсорбированы слабо, $\Pi_1 > 1$. Это приводит к сильно неравновесному заселению нижних возбужденных состояний атома (см. рис. 6, обсуждавшийся выше), однако не влияет на скорость рекомбинации, которая определяется временем прохождения высоковозбужденных состояний. В этих условиях фактор $\chi(E_R/T_e) \approx 1$, поэтому $\alpha \sim T_e^{-9/2}$ (см. (5.8)).

Примерно при тех же n_e и несколько больших T_e проведены измерения Чена ⁵⁵ в условиях, когда плазма возникала при разряде батареи конденсаторов через камеру низкого давления. «Узкое место», определяемое столкновением с электронами, сместилось в область более низких уровней, где существенны радиационные переходы. В результате последнего протяженности «узкого места» сократилась ($\chi(E_R/T_e) < 1$) и скорость рекомбинации возросла, превысив значения, даваемые зависимостью $\alpha \sim T_e^{-9/2}$. На рис. 12 (точки I) приведена группа точек из работы ⁵⁵, относящихся к разным n_e , и теоретические значения α с $E_R = 0,2$ и $0,5 \text{ эв}$ и $\Pi_1 \approx 10^3 - 10^4$, что примерно соответствует условиям опыта. Как видно, имеет место разумное согласие.

Плазма с более высокой T_e (до 10^4 °K) и с большими n_e ($n_e > 10^{15} \text{ см}^{-3}$) была получена Фунахашаи и Такедой ⁵⁶ в ударной Т-трубе при исходном давлении газа $p \sim 10 \text{ мм рт. ст.}$ После выключения иницирующего раз-

разных значений концентрации электронов — соответственно 10^{14} , 10^{13} и 10^{12} см $^{-3}$. Там же приведены экспериментальные данные: 4 — по 59 , 5 — по 61 , 6 — по 21 . Цифры, имеющиеся на рис. 13 рядом с некоторыми экспериментальными точками, соответствуют измеренным в этих условиях значениям n_e (в ед. 10^{13} см $^{-3}$). Заметим, что теоретические данные, даваемые МДП, неплохо согласуются с численными результатами Норкрасса и Стоуна 33 , показанными пунктиром, а также с результатами 68 .

В работе 62 изучалась калиевая плазма при нарастании ионизации под действием импульса поля. Измерялся коэффициент ионизации β . Оказалось, что эти величины находятся в сильном противоречии со значениями α , полученными в распадающейся плазме $^{21, 59-61, 63}$. Причина расхождения осталась неясной.

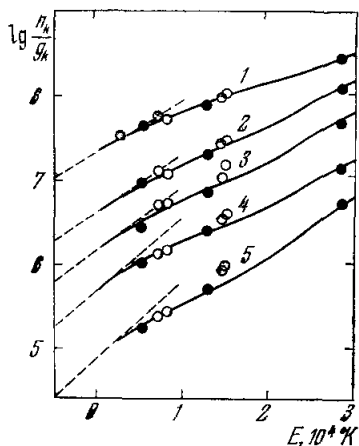


Рис. 14. Зависимость населенности возбужденных уровней Ag от энергии связи для различных координат вдоль оси трубки: 1 — 4,3; 2 — 6,2; 3 — 8,1; 4 — 10 и 5 — 12 см.

T_e в неравновесных условиях по населенностям трех возбужденных состояний.

На рис. 14 представлены распределения атомов по возбужденным состояниям, полученные в работе 64 . Темные кружки соответствуют конфигурации остова $3p^5$ ($^2P_{1/2}^0$), светлые — $3p^5$ ($^2P_{3/2}^0$), сплошная линия — расчетная кривая 66 . Наклон штриховой прямой соответствует T_e . Как видно, уровни, населенности которых измерены, не находятся в относительном равновесии с континуумом, и прямая, формально проведенная по экспериментальным точкам, не будет соответствовать T_e . После исправления T_e значения КР удовлетворительно согласуются с расчетом по МДП (в условиях работы 64 $P_1 > 1$). Значения КР, полученные в работе 66 при обработке измерений 65 , приведены на рис. 12, группа точек 4.

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Теория ударно-радиационной ионизации и рекомбинации, использующая в своей основе представления об этом процессе как о случайном блуждании электрона по дискретным энергетическим уровням, позволила

*) В работах 65 использовались также устаревшие данные о силах осцилляторов при определении населенности уровней по абсолютной интенсивности линий.

получить простые аналитические выражения для соответствующих коэффициентов. При этом была принята во внимание реальная энергетическая структура атомов и взаимосвязь неравновесных распределений атомов по уровням и электронов по энергиям. Полученные выражения находятся в удовлетворительном согласии с экспериментальными данными, относящимися к весьма разнообразным условиям.

Среди механизмов ионизации (рекомбинации) в низкотемпературной плазме ударно-радиационная ионизация (рекомбинация) изучена, по-видимому, в наибольшей мере. Однако в молекулярной плазме или в атомарной плазме, в которой имеются молекулярные ионы, важным является также механизм диссоциативной рекомбинации и ассоциативной ионизации. В настоящее время установлено, что продуктами диссоциативной рекомбинации являются преимущественно возбужденные атомы, а ассоциативная ионизация может протекать с возбужденных состояний: $A_2^+ + e \rightleftharpoons A^* + A$.

Наличие в механизме процесса возбужденных атомов свидетельствует о том, что ассоциативную ионизацию и диссоциативную рекомбинацию надо рассматривать в связи с кинетикой атомарных возбужденных состояний. При этом, если, например, при диссоциативной рекомбинации появляются атомы на возбужденных уровнях, лежащих выше «узкого места» в атомарном спектре, результирующая скорость рекомбинации определяется скоростью ударно-радиационной рекомбинации. Если же эти возбужденные уровни находятся ниже «узкого места», то именно диссоциативная рекомбинация определяет скорость исчезновения заряженных частиц. Построение какой-либо общей схемы в настоящее время затруднено из-за недостатка данных по вероятностям элементарных процессов.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Определение n_e и T_e в неравновесных условиях по абсолютной интенсивности спектральных линий может быть проведено на основе следующих соотношений⁶⁸. Запишем уравнение, связывающее концентрации на трех произвольных уровнях m , k , l (в порядке их энергии связи), которое вытекает из (4.22)

$$(y_k/\Pi_k)(x_m - x_l) = (y_m/\Pi_m)(x_k - x_l) + (y_l/\Pi_l)(x_m - x_k) + n_e^2[(X_m - X_k)(x_k - x_l) + (X_k - X_l)(x_m - x_l)], \quad (\text{П.1})$$

где

$$x_m = \sum_{n \geq m} (z_n, n+1 n_n^0 \Pi_n)^{-1}, \quad \text{а} \quad X_m = \sum_{n \geq m} \alpha_n^e (z_{n+n+1} n_n^0 \Pi_n)^{-1}. \quad (\text{П.2})$$

Если выполняется неравенство ($E_R > E_l$) и кинетика переходов между уровнями m , k , l определяется лишь столкновениями, (П.1) можно упростить, полагая все $\Pi_k = 1$, а $\alpha_k^e = 0$. Если также $E_m, E_k, E_l \leq T_e$, то без особой погрешности можно все суммы в (П.2) заменить интегралами, после чего получим

$$(n_k/g_k) e^{u_k} [\chi(u_m) - \chi(u_l)] = (n_m e^{u_m}/g_m) [\chi(u_n) - \chi(u_l)] + (n_l e^{u_l}/g_l) [\chi(u_m) - \chi(u_k)], \quad (\text{П.3})$$

где $u_m = E_m/T_e$, а $\chi(u)$ определено соотношением (5.1).

Совершая в (П.3) замену $n_l e^{u_l} g_l \rightarrow n_e^2 h^3/2 \Sigma_i (2\pi m T_e)^{3/2}$, свяжем n_k, n_m с n_e^2 :

$$(n_k/g_k) e^{u_k} \chi(u_m) = (n_m e^{u_m}/g_m) \chi(u_k) + [n_e^2 h^3/2 \Sigma_i (2\pi m T_e)^{3/2}] [\chi(u_m) - \chi(u_k)]. \quad (\text{П.4})$$

Соотношения (П.3), (П.4) позволяют определить n_e и T_e в неравновесной плазме по населенностям трех возбужденных состояний. Заметим, что в случае равновесия они выполняются тождественно.

Институт высоких температур
АН СССР

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Д. Бейтс, А. Далгарно, сборник «Атомные и молекулярные процессы», под ред. Д. Бейтса, М., «Мир», 1964, стр. 224.
2. D. R. Bates et al., Proc. Roy. Soc. **A267**, 297; **A270**, 152 (1962); R. W. P. McWhirte, A. G. Hearn, Proc. Phys. Soc. **82**, 64 (1963); D. R. Bates, A. E. Kingston, Planet. Space Sci. **2**, 1 (1965); Proc. Roy. Soc. **A279**, 1376 (1964).
3. С. Т. Беляев, Г. И. Будкер, сб. «Физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций», т. 3, М., Изд-во АН СССР, 1956, стр. 41.
4. Л. П. Питаевский, ЖЭТФ **42**, 1326 (1962).
5. А. В. Гуревич, Л. П. Питаевский, ЖЭТФ **46**, 1281 (1964).
6. А. В. Гуревич, Геомагн. и аэроном. **4**, 3 (1964).
7. В. С. Воробьев, а) ЖЭТФ **51**, 327 (1966); б) ТВТ **4**, 494 (1966).
8. Л. М. Биберман, В. С. Воробьев, И. Т. Якубов, а) ТВТ **5**, 201 (1967); **6**, 369 (1968); **7**, 193 (1969); б) ЖЭТФ **56**, 1992 (1969); в) сб. «Магнитогидродинамический метод получения электроэнергии», М., «Энергия», 1968, стр. 209.
9. В. Ф. Гордиенко и др., ЖЭТФ **45**, 942 (1968).
10. Э. Е. Сон, ТВТ **8**, 1062 (1970).
11. а) В. I. Moiseiwitsch, S. J. Smith, Rev. Mod. Phys. **40**, 238 (1968); Б. М. Смирнов, Атомные столкновения и элементарные процессы в плазме, М., Атомиздат, 1968, гл. 5; б) ЖТФ **37**, 92 (1967).
12. Л. М. Биберман, ЖЭТФ **17**, 416 (1947); Труды симпозиума при XX международном конгрессе ЮПАК «Низкотемпературная плазма», М., «Мир», 1967, стр. 93; T. Holstein, Phys. Rev. **72**, 1212 (1947); **83**, 1159 (1951).
13. В. Л. Гинзбург, А. В. Гуревич, УФН **70**, 201 (1960).
14. Ю. Б. Голубовский и др., ЖЭТФ **57**, 2222 (1969); C. L. Sardo, V. Zampaglione, Nuovo Cimento **B55**, 315 (1966).
15. H. E. Petschek, S. Vugon, Ann. Phys. **1**, 270 (1957).
16. Л. М. Биберман, К. Н. Ульянов. Опт. и спектр. **16**, 395 (1964).
17. Л. М. Биберман, И. Т. Якубов, ТВТ **3**, 340 (1965).
18. К. Н. Ульянов, ТВТ а) **2**, 137 (1964); б) **4**, 314 (1966).
19. S. Vugon et al., Phys. Rev. Lett. **8**, 376 (1962).
20. С. Байрон и др., сб. «Прикладная магнитная гидродинамика», М., «Мир», 1965, стр. 273.
21. T. A. Cool, E. E. Zukoski, Phys. Fluids **9**, 780 (1966).
22. J. V. Dugan et al., —Electricity from MHD, v. 2, Vienna, Intern. Atomic Energy Agency, 1966, p. 101; Э. Б. Соин, ЖЭТФ **54**, 1554 (1968).
23. Ю. М. Каган, Р. И. Лягущенко, ЖТФ **31**, 445 (1961); **32**, 192 (1962); **34**, 821 (1964).
24. K. Wojaszek, Beitr. Plasmaphysik **3**, 181 (1965).
25. И. П. Стаханов, ЖТФ **37**, 1298 (1967).
26. J. J. Thomson, Phil. Mag. **47**, 337 (1924).
27. J. Keesk, G. Carrier, J. Chem. Phys. **43**, 2284 (1965).
28. Н. М. Кузнецов, Ю. П. Райзер, ПМТФ, № **4**, 10 (1965).
29. В. А. Абрамов, Б. М. Смирнов, Опт. и спектр. **21**, 19 (1966).
30. Я. Б. Зельдович, Ю. П. Райзер. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М., «Наука», 1966, гл. 6.
31. H. W. Drawin, Ann. d. Physik. **14**, 162 (1964); **16**, 195 (1965); Zs. Phys. **225**, 470 (1969).
32. R. Deloche, A. Confalone, J. de Phys. **24**, C3 (1968).
33. D. W. Norcross, P. M. Stone, J. Quantit. Spectr. and Rad. Transfer **8**, 655 (1968).
34. J. L. Kulander, ibid. **5**, 263 (1965).
35. М. А. Леонтович, Статистическая физика, Л.—М., Гостехиздат, 1944, гл. 8.
36. О. А. Гельфонд, Исчисление конечных разностей, М., «Наука», 1967, стр. 14.
37. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Квантовая механика, М., Физматгиз, 1963, гл. 18.
38. В. С. Воробьев, И. Т. Якубов, Письма ЖЭТФ **4**, 42 (1960); М. Б. Железняк, А. Х. Мнацаканян, И. Т. Якубов, Изв. АН СССР (Механика жидкости и газа), № **4**, 161 (1970).
39. Н. А. Кружилин, И. Т. Якубов, ТВТ **7**, 1010 (1969).
40. Н. Д. Маргулис и др., Опт. и спектр. **30**, 597 (1971).
41. В. Н. Колесников, Тр. ФИАН **30**, 61 (1964).
42. Ю. М. Каган и др., Опт. и спектр. **15**, 13 (1963).
43. S. M. Gridneva, G. A. Kasabov, см. ²², в. 1, p. 73.
44. H. W. Drawin et al., Zs. Naturforsch. **20a**, 184 (1965).
45. E. Hinnov, J. G. Hirschberg, Phys. Rev. **125**, 795 (1962).
46. H. Griem, Phys. Rev. **131**, 1170 (1963).

47. А. Н. Лагaрьков, ТВТ 4, 305 (1966).
48. Л. М. Биберман, А. Х. Мнацаканян, И. Т. Якубов, УФН 102, 431 (1970).
49. Л. М. Биберман, В. А. Касьянов, ТВТ 7, 383 (1969).
50. А. Колб, Г. Грим. см. ¹, стр. 132.
51. D. R. Bates, S. P. Khare, Proc. Phys. Soc. 85, 231 (1965).
52. В. А. Абрамов, Опт. и спектр. 18, 974 (1965).
53. О. П. Бочкова, Л. П. Разумовская, *ibid.* 17, 16 (1964).
54. R. W. Motley, A. F. Kuckes, Proc. of the 5th Intern. Conference on Ionization Phenomena in Gases (Munich, August — September, 1961), v.1., Amsterdam, North-Holland, p. 651.
55. C. J. Chen, J. Chem. Phys. 50, 1560 (1969).
56. A. Funahashi, S. Takeda, J. Phys. Soc. Japan a) 25, 298 (1968); б) 27, 182 (1969).
57. Н. А. Генералов и др., ЖЭТФ 58, 1928 (1970).
58. J. D. Craggs, J. M. Mesk, Proc. Roy. Soc. A186, 257 (1946); J. D. Craggs, W. Norwood, Proc. Phys. Soc. 59, 771 (1947).
59. Ю. М. Алесковский, ЖЭТФ 44, 840 (1963).
60. S. von Goeler et al., Phys. Rev. 172, 162 (1968).
61. J. V. Wada, R. C. Kethli, Phys. Rev. Lett. 10, 513 (1963).
62. Д. Н. Новичков, В. В. Глебов, ТВТ 8, 695 (1970).
63. R. W. Motley, D. L. Jassby, Phys. Rev. A1, 265 (1970).
64. S. V. Desai, W. H. Sogorog, J. Quantit. Spectr. and Rad. Transfer 9, 1371 (1969); 10, 529 (1970).
65. В. Я. Александров и др., Опт. и спектр. 23, 521 (1967); 24, 342 (1968).
66. В. С. Воробьев, М. Б. Железняк, *ibid.* 33, 12 (1972).
67. Ф. Г. Бакшт, Б. Я. Мойжес, ЖТФ 35, 266 (1965); Б. Я. Мойжес, Ф. Г. Бакшт, М. Г. Меликия, *ibid.*, 1621.
68. Б. Я. Мойжес, Ф. Г. Бакшт, В. А. Немчинский, ЖТФ 38, 173 (1968).