

ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ ЭФФЕКТЫ В ГОЛОГРАФИИ

**И. А. Дерюгин, В. Н. Курашов, Д. В. Поданчук,
Ю. В. Хорошков**

СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение	733
2. Запись и восстановление векторных волновых полей	734
3. Метод поляризационного контраста	738
4. Экспериментальное исследование метода поляризационного контраста	743
Цитированная литература	747

1. ВВЕДЕНИЕ

Возможности «полного» эксперимента в голографии, включающего запись информации об амплитуде, фазе и состоянии поляризации объектной волны, впервые обсуждались в работе ¹. Для этой цели было предложено использовать два референтных источника с ортогональными поляризациями, что позволяло не только записывать, но и восстанавливать векторные характеристики поля, рассеянного объектом. В дальнейшем эта методика неоднократно совершенствовалась ^{2,3}, однако до настоящего времени она остается весьма трудно осуществимой экспериментально, из-за чего не нашла существенного практического применения. С другой стороны, из общих представлений об интерференции волновых полей ⁴ ясно, что линейно поляризованная опорная волна является анализатором при записи голограмм и, таким образом, наряду с амплитудными и фазовыми характеристиками, позволяет записывать и поляризационную информацию в виде амплитудных изменений интерференционной картины ^{5,6}. Такой метод наблюдения состояния поляризации поля в определенной степени аналогичен визуализации фазового контраста в обычной голографии скалярных полей ⁷. Подобные явления при малых интенсивностях интерферирующих потоков на основании представления о квантовых когерентных пакетах рассматривались в работах ^{8,9}.

Следует отметить, однако, что до настоящего времени не существует достаточно полного и последовательного анализа поляризационных явлений в голографическом процессе. В связи с этим в гл. 2 данной работы сделана попытка суммировать результаты исследований по этим вопросам, опубликованных к концу 1971 г. В гл. 3 дан подробный теоретический анализ поляризационных экспериментов второго типа, как наиболее перспективных, на наш взгляд, в голографии. Наконец, в гл. 4 приведены результаты оригинальных экспериментов, хорошо иллюстрирующих указанную методику.

2. ЗАПИСЬ И ВОССТАНОВЛЕНИЕ ВЕКТОРНЫХ ВОЛНОВЫХ ПОЛЕЙ

Как уже отмечалось, обычная скалярная голограмма не является полной записью поля, рассеянного объектом, так как электрическое поле \mathbf{E} в плоскости голограммы состоит из двух поляризационных компонент, каждая из которых определяется своей амплитудой и фазой. Идея записи и восстановления векторных волновых фронтов впервые была высказана в 1965 г. в работе ¹. Для этой цели было предложено использовать две референтные волны с линейными ортогональными поляризациями. При записи каждая референтная волна, интерферируя с компонентой объектной волны сходной поляризации, образует на голограмме свою интерференционную картину. Эти две записанные одновременно дифракционные решетки на голограмме некогерентно складываются. Процесс восстановления проводится по той же схеме, что и запись, причем для правильного воспроизведения поляризации надо сохранять не только амплитуды двух референтных пучков, но и соотношение фаз между ними. Действительно, разлагая вектор $\mathbf{E}(r, t)$ объектной волны на две ортогональные компоненты, соответствующие поляризациям опорных волн:

$$\mathbf{E}(r, t) = \mathbf{e}_1 A_1 e^{i(\omega t - \mathbf{h}r + \varphi_1)} + \mathbf{e}_2 A_2 e^{i(\omega t - \mathbf{h}r + \varphi_2)}, \quad (1)$$

где \mathbf{e}_i , A_i , φ_i ($i = 1, 2$) — единичный вектор, амплитуда и начальная фаза каждой компоненты, видим, что вектор Джонса \mathcal{E} , определяющий характер поляризации, зависит от отношения амплитуд $A_2/A_1 = \tan R$ и разности фаз $\gamma = \varphi_2 - \varphi_1$:

$$\mathcal{E} = \begin{pmatrix} \cos R \cdot e^{-i\gamma/2} \\ \sin R \cdot e^{i\gamma/2} \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Другой особенностью рассматриваемой схемы является то, что при восстановлении как в мнимой, так и в действительной плоскостях возникают ложные изображения, полученные в результате дифракции каждой референтной волны на другой решетке, которые при неправильно выбранной геометрии записи накладываются на истинные мнимое и действительное изображения. Это приводит к неопределенности при восстановлении поляризации объектной волны, так как участки объекта с одним состоянием поляризации в ложном изображении обладают ортогональным ее видом. Поэтому однозначное восстановление объектной волны на одной голограмме при использовании двух референтных пучков возможно лишь при правильной геометрии записи, когда пространственные спектры двух компонент изображения не перекрываются. Экспериментальное осуществление подобной записи поляризации сходно с методами многократной голографии, выполненной Лейтом и Упатником в работе ¹⁰.

Описанный выше принцип записи и восстановления был впервые экспериментально реализован в работе ¹¹. Схема эксперимента показана на рис. 1. Использовались две плоские референтные волны с одинаковой амплитудой и с разным наклоном (20 и 30°) относительно объектного пучка. Плоскость поляризации одной из референтных волн была повернута на 90° с помощью пластинки $\lambda/2$. Объект, состоящий из поляризационных пластинок с пересекающимися направлениями, облучался циркулярно поляризованной волной. При восстановлении поляризация мнимого изображения объекта совпадала с поляризацией самого объекта, а в действительном изображении, как и следовало ожидать, обменивалась на ортогональную. Для правильного воспроизведения объекта действительное изображение необходимо, таким образом, рассматривать через пластинку $\lambda/2$. В этой же работе указывается возможность записи и восстановления объектной волны с помощью двух циркулярно поляризован-

ных волн с противоположными вращениями. Для этого пластина $\lambda/2$ должна быть заменена пластинкой $\lambda/4$ в каждом референтном пучке так, чтобы их быстрые оси были повернуты на 45° и -45° от исходного направления плоскости поляризации. Такая схема, очевидно, целесообразна только для объектов, излучающих циркулярно поляризованные волны.

Как уже отмечалось, для правильного воспроизведения состояния поляризации объектной волны необходимо сохранять фазовые соотношения между референтными пучками. Это условие накладывает жесткие

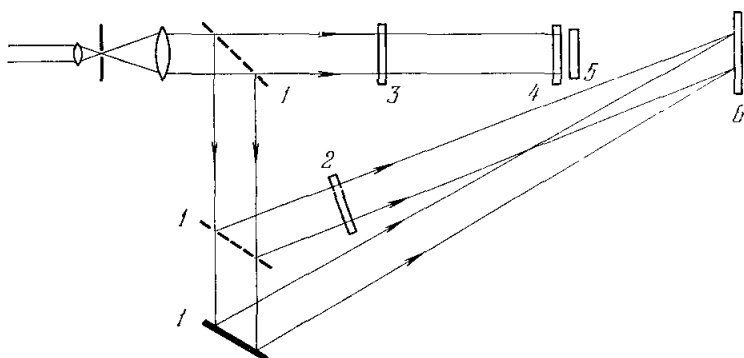


Рис. 1. Принципиальная схема установки для голографической записи и восстановления векторных характеристик поля.

1 — зеркала; 2 — пластинка $\lambda/2$; 3 — пластинка $\lambda/4$; 4 — рассеиватель; 5 — объект; 6 — голограмма.

требования на точность установки голограммы по отношению к реконструирующим волнам¹², так как при восстановлении смещение на $\lambda/4$ соответствует изменению фазового угла γ на $\pi/2$ (см. (1) и (2)). В этой работе исследовалась возможность записи и восстановления волны, прошедшей через поперечно сжатый двулучепреломляющий диск. В качестве референтных использовались две сферические волны с ортогональными линейными поляризациями. Для сравнения полученные с голограммы мнимые изображения объекта и сам объект рассматривались через линейный анализатор. Оказалось, что только при проявлении голограммы на месте экспонирования можно восстановить исходную поляризацию объекта, и то компенсируя усадку эмульсии повышением температуры последней. Для других случаев установки голограммы на место не хуже 0,5 мм точное воспроизведение поляризации объектной волны не наблюдалось из-за нарушения фазовых соотношений между референтными волнами.

При использовании не сферических, а плоских референтных волн можно несколько снизить требования к точности установки голограммы, так как в этом случае при восстановлении продольное положение голограммы менее критично¹³.

Интересно отметить другой метод записи и восстановления поляризации объектной волны, предложенный в работе². Хотя принцип остался тем же — наличие двух ортогональных поляризаций, — однако в нем используется одна референтная волна, ортогональные поляризованные компоненты которой кодируются в голограмме различными случайными волновыми фронтами. Схема эксперимента показана на рис. 2, а. Две когерентные волны расширяются с помощью микрообъективов 1. Одна из них через рассеиватель 2 облучает объект 4, состоящий из двулучепреломляющих лент с различной ориентацией, и образует объектную волну. Другая волна является опорной и после деполаризующего диффузора 3

попадает на фотопластинку 5. Существенным моментом данного метода является то, что линейно поляризованный референтный луч на диффузоре рассеивается и деполяризуется, образуя две ортогональные поляризации со случайными волновыми фронтами, что дает возможность записать поляризацию объектной волны и одновременно избавиться от ложных изображений при восстановлении. Отсутствие ложных изображений было проверено экспериментальным путем по схеме рис. 2, а, в которой поляризатор (анализатор) 6 был удален, а поляризатор в иммерсионной жидкости 7 помещался между деполяризатором 3 и голограммой 5 во время экспозиции. При восстановлении референтным пучком той же поляризации соответствующая поляризационная часть объектной волны была видна. Однако когда поляри-

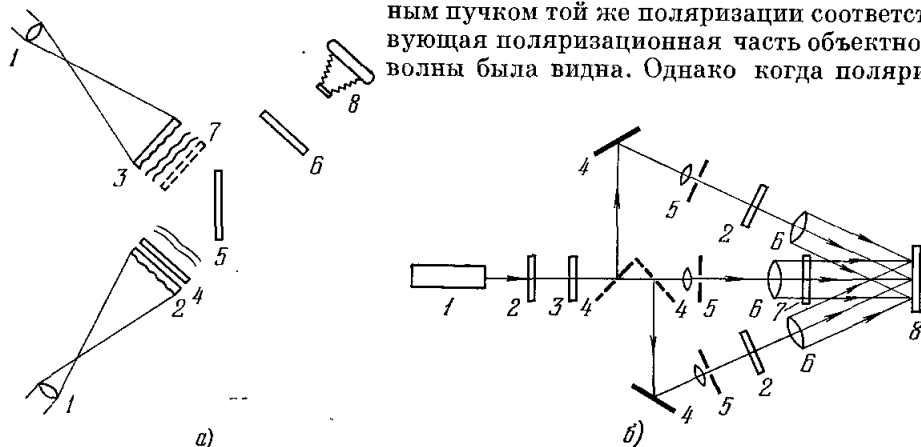


Рис. 2. Схемы получения голограмм, позволяющие устранить изображения с ложным состоянием поляризации, с использованием: а) деполяризирующего диффузора (1 — микрообъективы, 2 — рассеиватель, 3 — диффузор, 4 — объект, 5 — фотопластинка, 6 — анализатор, 7 — поляризатор, 8 — фотоаппарат); б) толстослойных эмульсий (1 — He — Ne-лазер, 2 — поляризаторы, 3 — пластинка $\lambda/4$, 4 — зеркала, 5 — микрообъективы с точечными диафрагмами, 6 — линзовые системы, 7 — объект, 8 — голограмма).

затор в иммерсионной жидкости поворачивается на 90° , восстановленное изображение исчезает, т. е. ложные изображения действительно отсутствуют. Иммерсионная жидкость необходима для того, чтобы исключить изменение фазы референтного луча при вращении поляризатора. Изложенная методика пригодна для записи и восстановления поляризации объектной волны. Однако она приводит к трансформации ложного изображения в нежелательный шум¹⁴, что обычно является неудобным. К тому же схема очень критична к положению диффузора и других оптических элементов.

В работе³ описывается возможность регистрации состояния поляризации волн с помощью объемных голограмм. При использовании свойства угловой селективности объемных голограмм можно практически полностью подавить ложные изображения без ввода дополнительных шумов¹⁵. Схема экспериментального устройства показана на рис. 2, б. Применяются две плоские референтные волны с ортогональной поляризацией. Объектная волна образуется при прохождении эллиптически поляризованного пучка через сдвинутую V-образную плексигласовую пластинку. Приведенная схема почти не отличается от схемы в работе¹, но углы между референтными и объектной волнами должны быть большими. После обработки голограмма возвращается в первоначальное положение в специальный микрометрический держатель, а затем облучается исходными

референтными пучками. Анализ восстановленного изображения с помощью вращающегося линейного анализатора показывает, что при такой схеме записи и при условии жесткого контроля за сохранением фазовых соотношений между референтными волнами полностью воспроизводится состояние поляризации объектной волны.

Данный голографический метод, как и предыдущий, показывает возможность записи и воспроизведения амплитуды, фазы и поляризации объектной волны. Такая полная запись векторного волнового поля очень заманчива, так как с восстановленным полем можно проделявать любые известные скалярные и векторные операции, такие как фокусирование, пространственная фильтрация, интерферометрия и т. д., что имеет большое значение при изучении кратковременных процессов двойного лучепреломления и т. п. Однако осуществление данных методов, как было показано выше, связано с целым рядом экспериментальных трудностей.

Отметим еще, что, поскольку ни в одной из приведенных схем невозможно совместить направления распространения двух референтных волн, строгое рассмотрение требует введения трехмерного описания соответствующих векторов E . Как показано в работе ¹⁶, это, вообще говоря, приводит к искажениям восстановленного изображения, связанным с изменением R , вычисляемого по формуле (2) в плоскости голограммы.

В работе ¹⁷ был предложен метод определения параметров Стокса в голографических экспериментах, что позволяет определить состояния поляризации поля и матрицы Мюллера объекта с помощью 4 и 16 голограмм соответственно.

Однако во многих практических ситуациях нет необходимости полного воспроизведения состояния поляризации объектной волны, а требуется лишь определение поляризационного контраста, т. е. распределение некоторого состояния поляризации по объекту. Как уже отмечалось, получение такой информации возможно и в обычной голографии с одним опорным пучком. При восстановлении нет необходимости сохранять ту же поляризацию референтного луча, так как поляризация восстановленной волны может быть произвольной, а требуемые поляризационные характеристики объекта выражены в виде изменений яркости в соответствующих участках изображения. Возможности использования этой идеи обсуждались в работе ⁵. Голографическим методом исследовался стеклянный образец под давлением, в результате чего были получены типичные поляризационные фигуры, соответствующие параллельным и скрещенным поляроидам в обычной поляризационно-оптической схеме. При этом поворот плоскости поляризации опорной волны при записи на $\pi/2$ приводит к появлению дополнительной картины в восстановленном изображении. Более подробно эти вопросы обсуждаются в работе ⁶ применительно к двулучепреломляющим кристаллам. Приводится математическая модель и дается экспериментальное подтверждение того, что линейно поляризованный опорный луч является анализатором. Подчеркивается, что при вращении плоскости поляризации референтного луча можно легко выделить из ряда поляризационных компонент объекта определенную линейно поляризованную составляющую. Возможность использования этого явления при изучении характеристик прозрачных фотоупругих материалов упоминается в работе ¹⁸. В работе ¹⁹ голографическим методом исследовались распределения напряжений в прозрачных моделях. На голограмме были получены изохромы — кривые, вдоль которых разность главных напряжений постоянна ^{20a}. Картина изохром, полученная таким способом, практически не отличалась от изохром в обычных методах фотоупругости. Этот метод исследования фотоупругости был в дальнейшем использован в работах ^{20b}.

Необходимо отметить, что для улучшения качества изображения в объектном луче может быть использован недеполяризующий диффузор ²¹.

Эксперимент по изложенной методике, но с циркулярно поляризованными волнами был впервые проведен в работе ²². На фотопластинке при этом одновременно записывались две голограммы, одна из которых формировалась компонентой, параллельной плоскости падения, а другая — перпендикулярной этой плоскости. Если объект не обладает поляризационными свойствами, то обе голограммы совпадают друг с другом, в противном случае они отличны и при восстановлении возникают два изображения, интерферирующие друг с другом. По картине этой интерференции можно судить о поляризационных свойствах объекта. Автором отмечается, что данная схема полностью аналогична голографическому методу двух экспозиций. Как будет показано ниже, это утверждение не совсем правильно и выполняется только для определенных экспериментальных ситуаций.

3. МЕТОД ПОЛЯРИЗАЦИОННОГО КОНТРАСТА

По аналогии с методом фазового контраста, т. е. превращения пространственной фазовой модуляции в пространственную модуляцию интенсивности, будем называть методом поляризационного контраста *превращение изменений состояния поляризации по объекту в изменение интенсивности изображения, восстановленного с голограммы*. Такая методика технически ничем не отличается от обычной голографии и значительно проще записи и восстановления векторных волновых полей. В то же время она сохраняет все преимущества голографии и позволяет наблюдать пространственное распределение поляризационных центров. Чтобы показать это, рассмотрим самосветящуюся точку, расположенную в плоскости ξ, η на расстоянии z_0 от голограммы (плоскость x, y):

$$E(\xi, \eta) = D\delta(\xi - \xi_0; \eta - \eta_0), \quad (3)$$

где D — вектор, обозначающий амплитуду и состояние поляризации поля, излучаемого объектом, $\delta(\xi - \xi_0; \eta - \eta_0)$ — двумерная δ -функция. В приближении Френеля амплитуда объектной волны в плоскости голограммы представляется выражением

$$Q(x, y) = \frac{e^{ikhz_0}}{i\lambda z_0} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E(\xi, \eta) e^{i(h/2z_0)[(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2]} d\xi d\eta = \\ = \frac{D e^{ikhz_0}}{i\lambda z_0} e^{i(h/2z_0)[(x-\xi_0)^2 + (y-\eta_0)^2]}. \quad (4)$$

Голограмма фиксирует интерференцию объектной $Q(x, y)$ и опорной $B \exp(i\alpha x)$ волн, где $\alpha = k \sin \theta$ — пространственная частота референтного пучка. Амплитудное пропускание T обработанной голограммы имеет вид

$$T \sim I = \frac{|D|^2}{\lambda^2 z_0^2} + |B|^2 + \frac{(DB) e^{ikhz_0}}{i\lambda z_0} e^{i(h/2z_0)[(x-\xi_0)^2 + (y-\eta_0)^2] - i\alpha x} - \\ - \frac{(DB) e^{-ikhz_0}}{i\lambda z_0} e^{-i(h/2z_0)[(x-\xi_0)^2 + (y-\eta_0)^2] + i\alpha x}. \quad (5)$$

Восстанавливая изображение волной $C \exp(-i\alpha_1 x)$ и учитывая только последний член выражения (5), описывающий действительное изображение

объекта, в случае дифракции Френеля получим

$$\mathbf{E}'(\xi', \eta') = \frac{\mathbf{C}(\mathbf{DB}) e^{-ikz_0} e^{ik_1 z}}{(-i\lambda z_0) i\lambda_1 z} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(h/2z_0)[(x-\xi_0)^2 + (y-\eta_0)^2] + i\alpha x - i\alpha_1 x} \times \\ \times e^{i(k_1/2z_0)[(\xi'-x)^2 + (\eta'-y)^2]} dx dy, \quad (6)$$

где $k_1 = 2\pi/\lambda_1$ — волновой вектор восстанавливающей волны. Накладывая на выражение (6) условие фокусировки

$$k/z_0 = k_1/z$$

и полагая $k = k_1$, найдем из (6)

$$\mathbf{E}'(\xi', \eta') = \mathbf{C}(\mathbf{DB}) \delta(\xi_0 - \xi'; \eta_0 - \eta') e^{i(h/2z_0)[\xi'^2 - \xi_0^2 + \eta'^2 - \eta_0^2]}. \quad (7)$$

Выражение (7) описывает действительное изображение исходного объекта, расположенного в плоскости ξ', η' на расстоянии z_0 за голограммой. При этом состояние поляризации в изображении определяется восстанавливающей волной, а амплитуда пропорциональна скалярному произведению объектной и опорной волн, что соответствует зависимости интенсивности изображения от состояний поляризации этих полей. Таким образом, если объект представляет собой совокупность светящихся точек с координатами g_i , восстановленная картина сохраняет их пространственное распределение, но интенсивность каждой из точек изображения пропорциональна $\mathbf{D}_i \mathbf{B}$, т. е. контраст поляризаций действительно превращается в видимый контраст яркости.

Теоретический анализ метода поляризационного контраста в голографии удобно проводить с помощью векторов Джонса (см. ^{6,23}) \mathcal{E}_1 и \mathcal{E}_2 объектной и референтной волн:

$$\mathcal{E}_i = \begin{pmatrix} E_1^{(i)} \\ E_2^{(i)} \end{pmatrix}, \quad i = 1, 2. \quad (8)$$

Верхний индекс обозначает номер волны, нижний — соответствующую проекцию напряженности поля. Преобразование объектом волны источника \mathcal{E}_0 описывается выражением

$$\mathcal{E}_1 = L \mathcal{E}_0, \quad (9)$$

где L — оператор, учитывающий амплитудные, фазовые и поляризационные характеристики объекта. В том случае, когда объект чисто фазовый и поляризационный, оператор L — унитарный, т. е. $L^+ = L^{-1}$. В дальнейшем будем предполагать, что средние оптические длины путей объектного l_1 и опорного l_2 лучей после амплитудного деления волны источника равны между собой, т. е. выполняются соотношения

$$\frac{l_1}{c} \approx \frac{l_2}{c} \quad \text{или} \quad \frac{l_1}{c} - \frac{l_2}{c} \ll \tau_K, \quad (10)$$

где τ_K — время когерентности, c — скорость света. Это позволяет считать интерферирующие поля на голограмме полностью когерентными и проводить усреднение по времени только для множителей типа $\exp(i\omega t)$, предполагая амплитуды и начальные фазы постоянными.

Интенсивность поля в плоскости голограммы может быть записана в виде

$$I = \text{Sp} [(\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2) \times (\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2)^+], \quad (11)$$

где знак « \times » обозначает прямое (кронекеровское) произведение матриц, а угловые скобки — усреднение по времени. Удобно преобразовать

выражение (11) следующим образом:

$$I = \text{Sp} [\langle \mathcal{E}_1 \times \mathcal{E}_1^+ \rangle + \langle \mathcal{E}_2 \times \mathcal{E}_2^+ \rangle + \langle \mathcal{E}_1 \times \mathcal{E}_2^+ \rangle + \langle \mathcal{E}_2 \times \mathcal{E}_1^+ \rangle] = \\ = \text{Sp} [J_{11} + J_{22} + \Gamma_{12} + \Gamma_{21}], \quad (12)$$

где J_{11} и J_{22} — матрицы когерентности предметной и опорной волн:

$$J_{ii} = \langle \mathcal{E}_i \times \mathcal{E}_i^+ \rangle = \begin{pmatrix} G_{ii}(x_1, x_1) & G_{ii}(x_1, x_2) \\ G_{ii}(x_2, x_1) & G_{ii}(x_2, x_2) \end{pmatrix}, \quad i = 1, 2, \quad (13a)$$

Γ_{12} и Γ_{21} — матрицы взаимной корреляции предметного и опорного лучей:

$$\Gamma_{12} = \langle \mathcal{E}_1 \times \mathcal{E}_2^+ \rangle = \begin{pmatrix} G_{12}(x_1, x_1) & G_{12}(x_1, x_2) \\ G_{12}(x_2, x_1) & G_{12}(x_2, x_2) \end{pmatrix}; \quad (13b) \\ \Gamma_{12}^+ = \Gamma_{21},$$

$G_{ij}(x_k, x_l) = \langle E_k^{(i)} E_l^{(j)*} \rangle (i, j, k, l = 1, 2)$ — корреляционная функция компонент световых пучков. Если фотоматериал обрабатывается до коэффициента контрастности $\gamma = -2$, то амплитудное пропускание голограммы представляется выражением (12). Амплитуда поля за голограммой при восстановлении равна

$$F = E_B \text{Sp} (J_{11} + J_{22} + \Gamma_{12} + \Gamma_{21}), \quad (14)$$

где E_B — амплитуда восстанавливающей волны. По аналогии со случаем скалярной голографии легко убедиться, что члены J_{11} и J_{22} в (14) описывают нулевой порядок дифракции, а Γ_{12} и Γ_{21} — мнимое и действительное изображения объекта соответственно. В дальнейшем ограничимся исследованием члена Γ_{12} , ответственного за мнимое изображение, интенсивность которого

$$I_M = (E_B \cdot E_B^*) \text{Sp} \Gamma_{12} (\text{Sp} \Gamma_{12})^* = I_B \text{Sp} (\Gamma_{12} \times \Gamma_{21}). \quad (15)$$

Здесь использовано соотношение $\text{Sp} A \text{Sp} B = \text{Sp} (A \times B)$. Следует отметить, что корреляционные функции, входящие в (15), являются двумерными, однако, если учитывать соотношения (10), можно положить

$$G_{ij}(x_k, x_l; t, t + \tau) \approx e^{i\omega\tau} G_{ij}^0(x_k, x_l; t, t), \quad (16)$$

из-за чего произведения корреляционных функций вида $G_{ij}(x_k, x_l) \times G_{pq}(x_m, x_n)$ можно представить следующим образом:

$$G_{ij}(x_k, x_l) G_{pq}(x_m, x_n) = G_{iq}(x_k, x_n) G_{pj}(x_m, x_l) = \\ = G_{pj}(x_m, x_l) G_{iq}(x_k, x_n). \quad (17)$$

Используя (16), имеем

$$I_M = I_B \text{Sp} (\Gamma_{12} \times \Gamma_{21}) = I_B \text{Sp} (J_{11} J_{22}). \quad (18)$$

Последнее выражение совпадает с выражением, описывающим интенсивность волны (представленной матрицей когерентности J_{11}), прошедшей через анализатор, ориентированный вдоль направления вектора \mathcal{E}_2 опорной волны. Действительно, замечая, что в последнем случае матрица когерентности J_{11} преобразуется к виду

$$J'_{11} = P J_{11} P, \quad (19)$$

где P — оператор проектирования на вектор \mathcal{E}_2 , $P J_{22} P = J_{22}$, найдем

$$\text{Sp} (J'_{11} J_{22}) = \text{Sp} (J_{11} J_{22}). \quad (20)$$

Таким образом, убеждаемся, что состояние поляризации опорного луча является анализатором в обычной поляризационно-оптической схеме.

Выражение (18) содержит полную информацию об объекте, поскольку в интенсивность мнимого изображения

$$I_m = I_v \operatorname{Sp} (L J_0 L + J_{22}) \quad (21)$$

в явном виде входит оператор L , зависящий в свою очередь не только от амплитудных и фазовых, но и от поляризационных характеристик объекта. Для достаточно сложных объектов определение L из (21) связано со значительными трудностями математического характера. Однако эта задача может быть упрощена, если использовать в эксперименте различные состояния поляризации J_0 и J_{22} . Заметим, что оператор проектирования, входящий в выражение (19), является, вообще говоря, оператором более общего типа, чем оператор проектирования $P(\theta)$ на фиксированную ось ²⁴. В частности, он может определять проекцию на направление вектора E , произвольным образом меняющегося во времени и в пространстве. По аналогии со случаем линейного анализатора будем называть проекцией \mathcal{E} на произвольное состояние поляризации, определяемое вектором Джонса A , следующий вектор:

$$\mathcal{E}_A = P\mathcal{E}, \quad (22)$$

где P — оператор, для которого A — собственный вектор с собственным значением $\lambda = 1$:

$$PA = A. \quad (23)$$

Можно показать, что явный вид оператора P определяется выражением

$$P = \frac{1}{|A_1|^2 + |A_2|^2} \begin{pmatrix} A_1 A_{11}^* & A_1 A_{21}^* \\ A_2 A_{11}^* & A_2 A_{21}^* \end{pmatrix}. \quad (24)$$

Матрица, стоящая в правой части равенства (24), является нормированной матрицей когерентности для поля в состоянии A . Если последнее имеет сложную пространственно-временную зависимость, то практическое определение проекции \mathcal{E}_A может быть сделано только голографическими методами, так как создание оптического устройства, осуществляющего преобразование (22), вряд ли представляется возможным. Анализ приведенных в следующей главе экспериментов для сравнительно простого объекта сводится в конечном счете к вычислению проекций \mathcal{E}_A на состояния с линейной и циркулярной поляризациями.

Появление матриц когерентности в выражениях (11) и (18) позволяет выразить интенсивность мнимого изображения объекта в стоксовом пространстве. Действительно, разлагая матрицы когерентности J_{11} и J_{22} по спиновым матрицам Паули (см. ²⁴):

$$J_{11} = (1/2) \sum_{i=0}^3 S_{1i} \sigma_i, \quad J_{22} = (1/2) \sum_{j=0}^3 S_{2j} \sigma_j, \quad (25)$$

(где S_{1i} и S_{2j} — параметры Стокса для объектной и опорной волн соответственно) и подставляя (25) в (18), имеем

$$I_m = (1/4) \sum_{i,j=0}^3 \operatorname{Sp} (S_{1i} \sigma_i S_{2j} \sigma_j) = (1/4) \sum_{i,j=0}^3 S_{1i} S_{2j} \operatorname{Sp} (\sigma_i \sigma_j). \quad (26)$$

Используя соотношения $\operatorname{Sp} (\sigma_i \sigma_j) = 2\delta_{ij}$ ($i, j = 0, 1, 2, 3$), где δ_{ij} — символ Кронекера, из (26) получаем

$$I_m = (1/2) \sum_{i=0}^3 S_{1i} S_{2i} = (1/2) \mathbf{S}_1 \mathbf{S}_2. \quad (27)$$

Выражение (27) представляет собой скалярное произведение векторов Стокса объектной и опорной волн.

В матричной записи (27) имеет вид

$$I_{\text{м}} = (1/2) S_1^+ S_2. \quad (28)$$

Вектор Стокса предметной волны S_1 можно представить следующим образом²⁴:

$$S_1 = [T (L \times L^*) T^{-1}] S_0 = M S_0, \quad (29)$$

где S_0 — вектор Стокса источника, освещающего объект, T — некоторая унитарная матрица, M — матрица Мюллера, описывающая характеристики объекта, L — объектный оператор, введенный ранее. При учете (29) выражение (28) можно представить в виде

$$I_{\text{м}} = (1/2) S_0^+ M^+ S_2. \quad (30)$$

Так как оператор L является в принципе матрицей Джонса, а выражение (30) следует из (18), для анализа поляризационных характеристик объекта в каждом конкретном случае можно выбирать наиболее удобный вариант.

В заключение остановимся на сравнении голографирования поляризационных объектов циркулярно поляризованными волнами с методом двух экспозиций для линейных ортогональных поляризаций. Амплитудное пропускание голограммы T при двойной экспозиции, по аналогии с (12), может быть записано в виде

$$T = \text{Sp} (J_{11} + J_{22} + \Gamma_{12} + \Gamma_{21} + J_{33} + J_{44} + \Gamma_{34} + \Gamma_{43}), \quad (31)$$

где индексы 3, 4 соответствуют индексам 1, 2, но для второй экспозиции. Рассмотрим снова только члены Γ_{12} и Γ_{34} , описывающие при восстановлении мнимое изображение объекта, интенсивность которого (при двойной экспозиции)

$$I_{\text{м. д. в}} = I_{\text{в}} \text{Sp} (\Gamma_{12} + \Gamma_{34}) \text{Sp} (\Gamma_{21} + \Gamma_{43}). \quad (32)$$

Используя (17), перепишем (32) следующим образом:

$$I_{\text{м. д. в}} = I_{\text{в}} \text{Sp} (J_{11} J_{22} + J_{33} J_{44} + e^{i\varphi} J_{13} J_{42} + e^{-i\varphi} J_{31} J_{24}), \quad (33)$$

где J_{13} и J_{31} — матрицы взаимной корреляции предметных волн,

$$J_{13} = \langle \mathcal{E}_1 \times \mathcal{E}_3^+ \rangle = \begin{pmatrix} G_{13}(x_1, x_1) & G_{13}(x_1, x_2) \\ G_{13}(x_2, x_1) & G_{13}(x_2, x_2) \end{pmatrix};$$

$$J_{13}^+ = J_{31},$$

J_{24} и J_{42} — корреляционные матрицы опорных волн,

$$J_{24} = \langle \mathcal{E}_2 \times \mathcal{E}_4^+ \rangle = \begin{pmatrix} G_{24}(x_1, x_2) & G_{24}(x_1, x_2) \\ G_{24}(x_2, x_1) & G_{24}(x_2, x_2) \end{pmatrix},$$

$$J_{24}^+ = J_{42}.$$

Множители $\exp(\pm i\varphi)$ возникают в результате относительного изменения оптических длин при первой и второй экспозициях. Первые два члена в (33) описывают изображения объекта при различных экспозициях, два последних — их интерференцию при восстановлении голограммы. Подоб-

ная методика, в которой используются ортогональные линейно поляризованные волны для разных экспозиций, не является полным аналогом однократной экспозиции с использованием циркулярно поляризованных лучей. Действительно, если объект задается оператором

$$L = \begin{pmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{pmatrix},$$

а референтные и освещающие объект поля описываются векторами Джонса \mathcal{E}_0^I и \mathcal{E}_0^{II} для первой и второй экспозиций соответственно:

$$\mathcal{E}_0^I = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathcal{E}_0^{II} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (34)$$

то из выражения (33) следует

$$I_{\text{м.д.э}} = I_{\text{в}} [|L_{11}|^2 + |L_{22}|^2 + 2 \operatorname{Re} (L_{11} L_{22}^* e^{i\varphi})]. \quad (35)$$

В то же время для однократной экспозиции с использованием циркулярно поляризованной волны, амплитуды которой в $\sqrt{2}$ раз больше, чем в случае (34), для выравнивания интенсивности восстановленного изображения

$$\mathcal{E}_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}. \quad (36)$$

Из (24) получаем

$$I_{\text{м}} = I_{\text{в}} \left\{ |L_{11} + L_{22}|^2 + |L_{12} - L_{21}|^2 \left[1 - \operatorname{Im} \left(\frac{L_{11} + L_{22}}{L_{12} - L_{21}} \right) \right] \right\}.$$

Таким образом, оба метода дают одинаковые результаты, если выполняется равенство

$$2 \operatorname{Re} [L_{11} L_{22}^* (1 - e^{i\varphi})] + |L_{12} - L_{21}|^2 \left[1 - \operatorname{Im} \left(\frac{L_{11} + L_{22}}{L_{12} - L_{21}} \right) \right] = 0. \quad (37)$$

В частности, это имеет место для объектов, у которых $L_{12} = L_{21}$ при $\varphi = 0$. Последнее означает равенство оптических путей при последовательных экспозициях, что накладывает жесткие требования к условиям проведения эксперимента. Заметим еще, что выражение (33) инвариантно преобразованию $1 \rightleftharpoons 3, 2 \rightleftharpoons 4, \varphi \rightarrow -\varphi$. Это означает, что при изменении порядка экспозиций результаты не изменяются лишь в том случае, когда фазовая задержка вносится в эксперимент того же типа. Такое условие имеет значение только для поляризационных объектов, поскольку в противном случае $L_{11} = L_{22}$ и, как следует из (35), $I_{\text{м.д.э}}$ — четная функция φ .

4. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДА ПОЛЯРИЗАЦИОННОГО КОНТРАСТА

Визуальное наблюдение поляризационного контраста по методу, изложенному в предыдущей главе, принципиально ничем не отличается от обычных голографических экспериментов. Нами для таких исследований применялась установка, схема которой приведена на рис. 3. Источником когерентных волн служил He — Ne-лазер ЛГ-36 ($\lambda = 0,6328 \text{ мкм}$), работавший в одномодовом режиме. Излучение лазера с помощью $\lambda/4$ -пластинки 2 преобразовывалось в циркулярно поляризованное с правым вращением. Полупрозрачное зеркало 3 служило амплитудным делителем поля источника, образуя опорный и объектный пучки, средние

оптические пути которых выравнивались. Для расширения лучей использовались микрообъективы 6. Необходимые линейные поляризации создавались введением в пучки поляроидов 5. Перед объектом устанавливался недеполяризующий диффузный рассеиватель 7.

Голограмма записывалась на пластинки «Микрат ВР-Л», которые крепились в специальном микрометрическом держателе, позволявшем снимать на одну фотопластинку необходимое количество голограмм. В качестве объекта, хорошо иллюстрирующего приведенные в предыдущей главе соотношения и в то же время достаточно простого для получения количественных характеристик, был выбран клинообразный кристалл

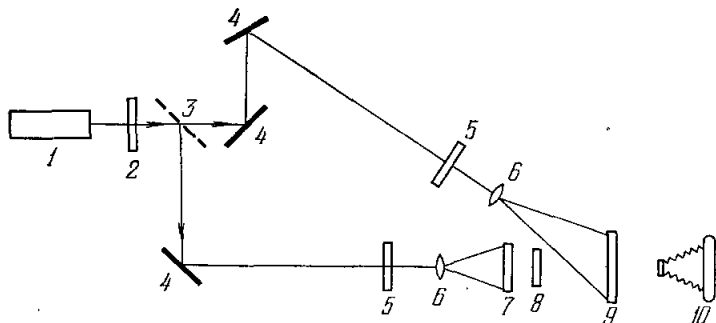


Рис. 3. Схема эксперимента для визуального наблюдения поляризационного контраста. 1 — He — Ne-лазер; 2 — пластинка $\lambda/4$; 3 — полупрозрачные зеркала; 4 — 100%-ные зеркала; 5 — поляризаторы; 6 — микрообъективы; 7 — рассеиватель; 8 — объект; 9 — фотопластинка; 10 — фотоаппарат.

кварца, вырезанный параллельно оптической оси. Он ориентировался так, чтобы оператор L , описывающий данный объект, выглядел следующим образом ²⁵:

$$L = \begin{pmatrix} e^{i\delta(x)/2} & 0 \\ 0 & e^{-i\delta(x)/2} \end{pmatrix}, \quad (38)$$

где $\delta(x) = k(n_e - n_o)x \operatorname{tg} \psi$, n_e , n_o — показатели преломления кварца для необыкновенного и обыкновенного лучей, x — текущая координата вдоль широкого катета сечения клина, ψ ($1,5^\circ$) — угол клина. Были проведены эксперименты двух типов: 1) методом однократной экспозиции с использованием линейно и циркулярно поляризованных волн, что соответствует определению проекций (22) волны, рассеянной объектом, на эти состояния; 2) методом двойной экспозиции с ортогональными линейно поляризованными полями.

4.1. Запишем для референтной \mathcal{E}_2 и освещающей объект \mathcal{E}_0 волн векторы Джонса

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_0 &= \begin{pmatrix} \cos R_0 \cdot e^{-i\gamma_0/2} \\ \sin R_0 \cdot e^{i\gamma_0/2} \end{pmatrix}, \\ \mathcal{E}_2 &= \begin{pmatrix} \cos R_2 \cdot e^{-i\gamma_2/2} \\ \sin R_2 \cdot e^{i\gamma_2/2} \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (39)$$

Подставляя (39) в выражение (21) и учитывая (38), получим

$$I_M = (1/2) I_B \{1 + \cos 2(R_0 + R_2) + \sin 2R_0 \cdot \sin 2R_2 [1 + \cos(\delta(x) + \gamma_2 - \gamma_0)]\}. \quad (40)$$

Выражение (40) описывает в общем случае решетку с периодом $T_x = \lambda / (n_e - n_o) \operatorname{tg} \psi$, контрастность и положение полос которой зависит от состояний поляризации опорной и освещающей объект волн. На рис. 4

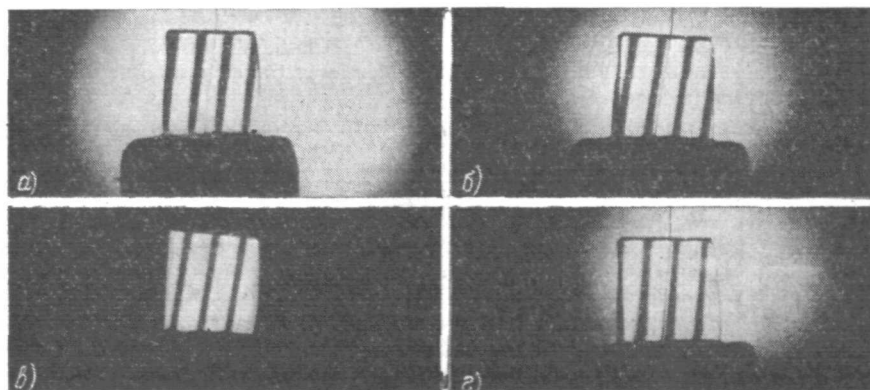


Рис. 4. Фотографии изображений клинообразного кристалла кварца, восстановленных с голограмм, полученных при различных состояниях поляризации опорного и освещающего объект пучков (положение визира фиксирует перемещение полос).

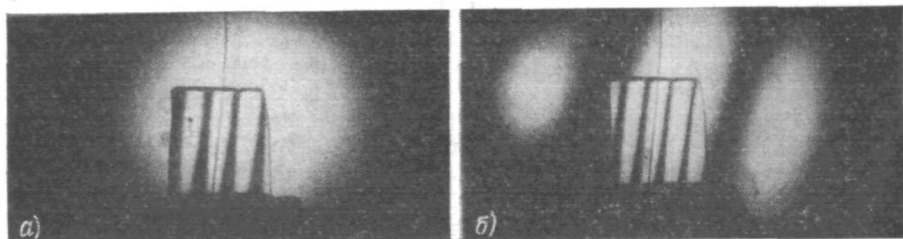


Рис. 5. Фотографии изображений клинообразного кристалла кварца, восстановленных с голограмм, полученных в циркулярно поляризованном свете (а) и по методу двойной экспозиции (б) ($\varphi \neq 0$).

и 5, а приводятся увеличенные в два раза мнимые изображения объекта, полученные для следующих параметров пучков:

а) опорная \mathcal{E}_2 и освещающая объект \mathcal{E}_0 волны линейно поляризованы под углом 45° , $R_0 = R_2 = 45^\circ$, $\gamma_0 = \gamma_2 = 0$ (рис. 4, а):

$$I_M = I_B [1 + \cos \delta(x)]/2; \quad (41)$$

б) волна \mathcal{E}_0 циркулярно поляризована, $R_0 = 45^\circ$, $\gamma_0 = 90^\circ$, \mathcal{E}_2 линейно под углом 45° , $R_2 = 45^\circ$, $\gamma_2 = 0$ (рис. 4, б):

$$I_M = (1/2) I_B [1 + \cos (\delta(x) - \pi/2)]; \quad (42)$$

в) волны \mathcal{E}_0 и \mathcal{E}_2 линейно поляризованы, но ортогональны, $R_0 = R_2 = 45^\circ$, $\gamma_0 = 0$, $\gamma_2 = \pm 180^\circ$ (рис. 4, в):

$$I_M = (1/2) I_B [1 + \cos (\delta(x) - \pi)]; \quad (43)$$

г) волна \mathcal{E}_0 циркулярно поляризована, $R_0 = 45^\circ$, $\gamma_0 = 90^\circ$, \mathcal{E}_2 линейно под углом -45° , $R_2 = 45^\circ$, $\gamma = \pm 180^\circ$ (рис. 4, г):

$$I_M = (1/2) I_B [1 + \cos (\delta(x) - 3\pi/2)]; \quad (44)$$

д) волны \mathcal{E}_0 и \mathcal{E}_2 циркулярно поляризованы, $R_0 = R_2 = 45^\circ$, $\gamma_0 = \gamma_2 = 90^\circ$ (рис. 5, а):

$$I_M = I_B[1 + \cos \delta(x)]/2. \quad (45)$$

Как видно из выражений (44)–(45), для случаев а) и в) картины дополнительные, для б) и г) — смещены на $\pm T_x/4 \approx \pm 0,7$ мм, случаи же а) и д) совпадают. Экспериментально эти смещения определялись относительно визира, совмещенного с объектом, и представлены на рис. 6. Количественно результаты хорошо согласуются с расчетом. Из сравнения а) и д) и анализа (40) следует, что для произвольных, но равных состояний поляризации волн \mathcal{E}_0 и \mathcal{E}_2 смещения решетки отсутствуют, а изменяется только ее контраст, зависящий от отношения компонент поля $\operatorname{tg} R_i = E_2^{(i)}/E_1^{(i)}$ ($i=0, 2$). При несовпадающих поляризациях полей наблюдается не только изменение контраста, но и смещение полос, определяемое разностью $\gamma_2 - \gamma_0$.

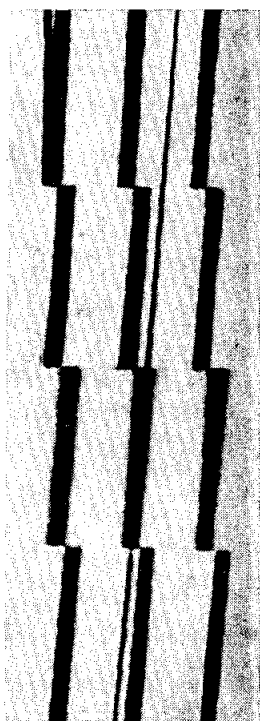


Рис. 6. Смещение полос на кристалле кварца, обусловленное различными векторными характеристиками интерферирующих на голограмме пучков.

4.2. Рассмотрим далее метод двойной экспозиции для того же объекта. Используя соотношения (35) и (38), получаем

$$I_{M.д.э} = I_B[1 + \cos(\delta(x) + \varphi)]/2. \quad (46)$$

Оператор L из (38) удовлетворяет равенству (37), поэтому при $\varphi = 0$ картины, описываемые (45) и (46), совпадают (мы предполагаем, что амплитуды при записи уравниваются в соответствии с (36)). На рис. 5, б приведено мнимое изображение объекта, полученное по методу двойной экспозиции при $\varphi \neq 0$. Фазовая задержка вводилась клинообразным поляризатором с очень малым углом, образующим периодическую решетку на диффузном рассеивателе за объектом, ясно видимую на рис. 5, б.

Полагая

$$\varphi = \varphi(x) + \varphi_0,$$

где $\varphi(x) = x/\theta_x$, а θ_x — период решетки, образуемый поляризатором, найдем

$$I_{M.д.э} = I_B[1 + \cos(\delta(x) + \varphi(x) + \varphi_0)]/2. \quad (47)$$

Соотношение (47) описывает решетку, смещение которой относительно картины для случая д) определяется величиной φ_0 , а результирующий период T_Σ связывает T_x и θ_x соотношением

$$T_\Sigma^{-1} = T_x^{-1} + \theta_x^{-1}. \quad (48)$$

Измеренные по рис. 5, б величины T_Σ и θ_x хорошо согласуются с выражением (48). Поскольку фазовая задержка вносилась поляризатором и

связана, таким образом, с состоянием поляризации, изменение порядка экспозиций, как и следовало ожидать из (33), не приводит к изменению наблюдаемой картины.

Рассмотренный выше метод поляризационного контраста может найти широкое применение при исследовании объектов, для которых существенно пространственное распределение поляризационных свойств. Отметим некоторые области оптических исследований, для которых подобный

метод, на наш взгляд, наиболее перспективен. Прежде всего это относится к исследованию локальных поляризационных центров в различных средах, в том числе и кристаллических. В последнем случае, в сочетании с техникой двойной экспозиции («поляризационный» метод двойной экспозиции), он может служить удобным орудием для анализа структуры кристаллов. При изучении явления фотоупругости метод поляризационного контраста позволяет рассчитать положение и интенсивность голографических интерференционных полос, полученных по методу двойной экспозиции. Наконец, этот метод может использоваться для исследования отражающих и рассеивающих объектов со сложной структурой, в оптике мутных сред, исследованиях плазм и т. п.

Киевский государственный университет
им. Т. Г. Шевченко

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. A. W. Lohman, Appl. Optics 4, 1667 (1965).
2. C. N. Kurtz, Appl. Phys. Lett. 14, 59 (1969).
3. S. C. Som, R. A. Lessard, *ibid.* 17, 381 (1970).
4. М. Борн, Э. Вольф, Основы оптики, М., «Наука», 1970, гл. 10.
5. G. L. Rogers, J. Opt. Soc. Am. 56, 831 (1966).
6. W. H. Carter, P. D. Engeling, A. A. Dougal, IEEE J. Quantum Electron. QE-2, 44 (1966); Л. Д. Бахрах, Г. А. Соболев, Г. Х. Фридман, Изв. вузов (Радиофизика) 10, 589 (1967).
7. Дж. Струок, Введение в когерентную оптику и голографию, М., «Мир», 1967, гл. 5; Л. М. Сороко, Основы голографии и когерентной оптики, М., «Наука», 1971, гл. 6.
8. Н. А. Торопков, Препринт ОИЯИ 13-4131, Дубна, 1968.
9. Н. А. Торопков, JINR Preprint E4-5401, Dubna, 1970.
10. E. Leith, J. Upatnieks, J. Opt. Soc. Am. 54, 1295 (1964).
11. O. Bryndahl, *ibid.* 57, 545 (1967).
12. M. E. Fournery, A. P. Waggoner, K. V. Mate, J. Opt. Soc. Amer. 58, 701 (1968).
13. O. Bryndahl, *ibid.*, p. 702.
14. R. J. Collier, K. S. Pennington, Appl. Optics 6, 1091 (1967).
15. E. N. Leith, A. Kozma, J. Upatnieks, J. Marks, N. Massey, *ibid.* 5, 1303 (1966); Н. М. Смит, Principles of Holography, N.Y., Wiley — Interscience, 1969.
16. H. W. Rose, T. L. Williamson, S. A. Collins, Appl. Optics 9, 2394 (1970).
17. В. К. Полянский, Л. В. Ковальский, Опт. и спектр. 31, 840 (1971).
18. W. Wetzels, Optik 27, 271 (1968).
19. А. Н. Зайдель, В. С. Листовец, Ю. И. Островский, ЖТФ 39, 2225 (1969).
20. а) А. Дюрелли, У. Рейли. Введение в фотомеханику, М., «Мир», 1970; б) M. Fournery, Exper. Mech. 8, 33 (1968); J. D. Novanesian, V. Brics, R. L. Powell, *ibid.*, p. 362; M. Fournery, K. V. Mate, Exper. Mech. 10, 177 (1970); F. de Lamotte, Nouv. Rev. d'Optique Appl. 1, 359, 1970 (1971); D. C. Holloway, R. H. Johnson, Exper. Mech. 11, 57 (1971).
21. Manoranjan De, Leandre Sevigny, J. Opt. Soc. Am. 57, 111 (1967).
22. J. Politich, J. Shamir, J. Venuri, Appl. Phys. Lett. 16, 496 (1970).
23. В. Я. Молчанов, Г. В. Скроцкий, Квантовая электроника, №4, 3 (1971).
24. Э. О'Нейл, Введение в статистическую оптику, М., «Мир», 1966, гл. 9.
25. У. Шерклифф. Поляризованный свет, М., «Мир», 1965.