

ГИПЕРЗВУКОВЫЕ ВОЛНЫ В КРИСТАЛЛАХ*В. В. Леманов, Г. А. Смоленский***СОДЕРЖАНИЕ**

1. Введение	465
2. Методика эксперимента	467
3. Распространение упругих волн в кристаллах	469
а) Скорости и поляризации упругих волн (469). б) Поток энергии (470). в) Внутренняя коническая рефракция и акустическая активность (470).	
4. Основные механизмы затухания гиперзвуковых волн в кристаллах	472
а) Взаимодействие с тепловыми фононами (472). 1) Механизм Ахизера (472). 2) Механизм Ландау — Румера (476). б) Взаимодействие со свободными носителями (480). в) Рассеяние на дефектах (483).	
5. Особенности распространения гиперзвуковых волн в магнитоупорядоченных кристаллах	485
6. Рассеяние света на гиперзвуковых волнах	493
7. Заключение	499
Цитированная литература	500

1. ВВЕДЕНИЕ

Многие фундаментальные физические свойства кристаллов связаны с фононами. Взаимодействия фононов с фононами, электронами, магнонами, дефектами решетки лежат в основе многих важных физических явлений. Существующие экспериментальные методы исследования процессов, в которых участвуют фононы, являются в большинстве своем интегральными методами, не позволяющими получать детальные сведения о фононах. К таким интегральным методам относятся, например, измерения теплопроводности, теплоемкости, теплового расширения. Представляет несомненный интерес возможность применения для исследования фононных процессов «искусственных» фононов с заданной частотой, волновым вектором, поляризацией. Подобная возможность может быть реализована с помощью современных акустических методов исследования, в которых используются высокочастотные упругие волны с частотами свыше 10^8 гц (гиперзвуковые волны). Экспериментальное освоение таких частот началось относительно недавно, после появления работы Баранского¹, который, используя метод поверхностного пьезоэлектрического возбуждения, получил упругие волны с частотой $\sim 10^9$ гц в кристаллах кварца. В настоящее время техника гиперзвуковых экспериментов достигла высокого уровня и продолжает развиваться. Хорошо освоен диапазон частот вплоть до 10^{10} гц, имеются отдельные работы, в которых изучено распространение упругих волн в кристаллах с еще более высокими частотами^{2, 3}. На рис. 1 изображен примерный вид дебаевского спектра кристалла, в котором на некоторой частоте возбуждены гиперзвуковые колебания. Заштрихованные области на рисунке показывают частоты, возбуждение которых освоено

в настоящее время. Как видно из рисунка, искусственные гиперзвуковые фононы «с точки зрения» наиболее интенсивных тепловых фононов, которые существуют в кристалле помимо нашего вмешательства, являются пока низкочастотными, за исключением случая очень низких температур и самых высоких из освоенных в настоящее время частот. Несомненно, однако, что дальнейшее развитие техники эксперимента позволит получать и исследовать гиперзвуковые волны с частотами, сравнимыми с частотами наиболее интенсивных тепловых фононов. В связи с этим интересно отметить, что в последние годы появились эксперименты по исследованию распространения высокочастотных упругих волн, которые возбуждаются в кристаллах с помощью тепловых импульсов ⁴. Метод тепловых импульсов

позволяет получать упругие волны с частотами почти до 10^{12} гц, однако такие эксперименты проведены пока лишь на небольшом числе кристаллов и поэтому в настоящем обзоре рассматриваться не будут.

Упругие волны с частотами ниже 10^8 гц уже давно используются для исследования физических свойств кристаллов, поэтому интересно более конкретно рассмотреть вопрос о том, какие преимущества дают методы исследования, использующие высокочастотные (гиперзвуковые) упругие волны.

Процессы взаимодействия упругих волн с тепловыми фононами могут быть изучены только при достаточно высоких частотах упругих волн. Для исследования трехфононных процессов взаимодействия, в которых участвуют два тепловых и один искусственный фонон, требуется условие $\Omega\tau \gg 1$, где Ω — частота упругих волн, а τ — время релаксации тепловых фононов.

Частота Ω , которая удовлетворяет этому условию, зависит, конечно, от температуры, но, как правило, превышает 10^9 сек⁻¹. Исследование взаимодействия упругих волн с тепловыми фононами в другом предельном случае $\Omega\tau \ll 1$ физически не требует высоких частот, однако с экспериментальной точки зрения даже и этот случай может быть достаточно хорошо изучен только при $\Omega \gtrsim 10^9$ сек⁻¹, так как при более низких частотах вклад фонон-фононных взаимодействий становится столь малым, что полностью маскируется другими эффектами (дифракционные потери, дефекты обработки кристаллов и т. д.).

С помощью методов, использующих упругие волны, могут быть исследованы процессы взаимодействия упругих волн со спиновыми волнами (магнонами). Такие процессы становятся особенно существенными при условии равенства частот и волновых векторов упругих и спиновых волн. Это условие, если учитывать щель, существующую в спектре магнонов, также приводит к требованию $\Omega > 10^9$ сек⁻¹.

Высокие частоты упругих волн часто требуются при исследовании взаимодействия со свободными носителями в полупроводниках, с электронами проводимости в металлах ⁵, при исследованиях акустического парамагнитного резонанса ⁶.

Очень высокие частоты необходимы также при изучении непосредственного рассеяния упругих волн на точечных дефектах в кристаллах:

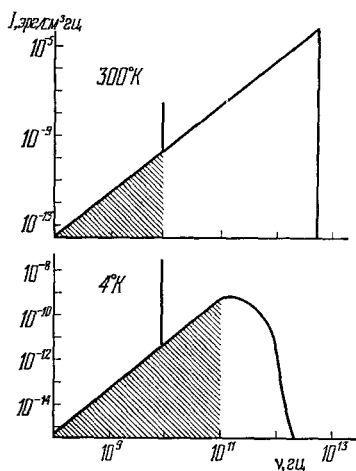


Рис. 1. Дебаевский спектр кристалла, в котором на частоте $\sim 10^{10}$ гц возбуждены гиперзвуковые колебания.

только при очень высоких частотах возможно изучение взаимодействия упругих волн с мягкой фононной модой при фазовых переходах.

Использование гиперзвуковых методов исследования оказывается очень интересным и плодотворным во многих областях физики твердого тела, и в рамках одного обзора невозможно охватить все эти области. Мы ограничимся обсуждением лишь некоторых вопросов, связанных с распространением гиперзвуковых волн в неметаллических кристаллах. В обзоре будут рассмотрены основные механизмы затухания гиперзвуковых волн, обусловленные их взаимодействием с тепловыми фононами, со свободными носителями в пьезополупроводниках и с дефектами. Кроме того, рассматривается взаимодействие гиперзвуковых волн со спиновыми волнами в магнитоупорядоченных кристаллах, а также рассеяние света на гиперзвуковых волнах. В начале обзора кратко изложены основы методики гиперзвуковых экспериментов и приведены основные сведения, необходимые для расчета характеристик распространения упругих волн в кристаллах.

2. МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТА

Гиперзвуковые волны в кристаллах возбуждаются главным образом с помощью пьезоэффекта. Если кристаллы, в которых исследуется распространение гиперзвуковых волн, сами обладают достаточно сильным пьезоэффектом, то применяется *метод поверхностного возбуждения упругих волн непосредственно в кристаллах*¹. Для кристаллов без пьезоэффекта используются пластинки или пленки пьезопреобразователей, которые соединяются с исследуемым образцом. Пьезопреобразователь или кристалл, обладающий пьезоэффектом, помещается в коаксиальную линию или в СВЧ резонатор в пучность электрического поля, которое создается генератором электромагнитных колебаний, настроенным на соответствующую частоту. При поверхностном возбуждении частота упругих колебаний определяется только частотой генератора, т. е. резонансные эффекты отсутствуют. При использовании пьезопреобразователей упругие колебания возбуждаются на резонансных частотах — гармониках основной резонансной частоты преобразователя. Эти частоты определяются формулой

$$\nu = (2n + 1) \nu_0 = (2n + 1) v/2d;$$

здесь v — скорость упругих волн в преобразователе, ν_0 и d — основная резонансная частота и толщина преобразователя, а $n = 0, 1, 2, \dots$

Преобразователи, используемые в виде пластин, имеют обычно толщину 50—100 мкм. Основная резонансная частота при этом составляет в среднем 50—30 МГц, поэтому при возбуждении гиперзвуковых волн приходится работать на очень высоких гармониках. Пленочные преобразователи могут иметь толщину около 1 мкм, что позволяет возбуждать гиперзвуковые колебания на основной резонансной частоте таких преобразователей.

Эксперименты с гиперзвуковыми волнами проводятся обычно в импульсном режиме (рис. 2). Импульс электромагнитных колебаний от СВЧ генератора поступает на пьезопреобразователь и преобразуется в импульс упругих колебаний той же частоты. Упругий импульс распространяется по кристаллу и на втором преобразователе или на том же самом при работе «на отражение» частично вновь преобразуется в электромагнитный импульс, который после усиления в приемнике регистрируется импульсным осциллографом. Большая часть упругого импульса при этом отражается и, после вторичного прохода через кристалл, регистрируется снова, и так до тех пор, пока упругие импульсы не затухнут за счет тех или иных механизмов затухания в кристалле. В результате на осциллографе будет

наблюдаться затухающая серия импульсов, по которой можно определить как затухание упругих волн в кристалле, так и их скорость. Такова в общих чертах методика постановки экспериментов с гиперзвуковыми волнами.

Рассмотрим теперь, какие основные трудности возникают при проведении таких экспериментов. Одна из трудностей заключается в малой эффективности преобразования электромагнитных колебаний в упругие.

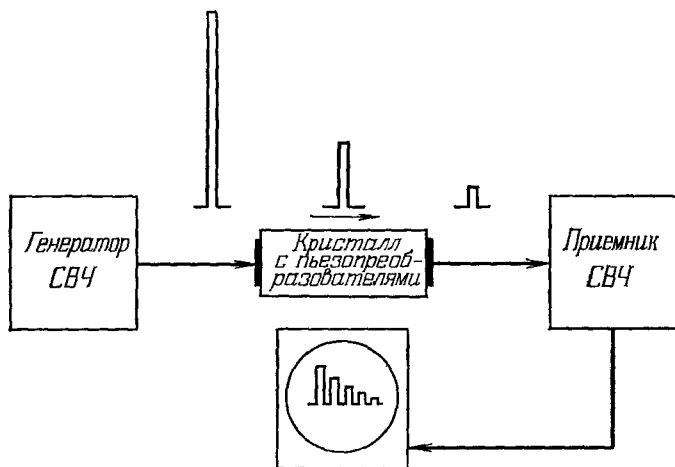


Рис. 2. Схема эксперимента.

Потери преобразования часто достигают величины 30—40 дБ, т. е. только 10^{-3} — 10^{-4} часть мощности электромагнитных колебаний превращается в упругие колебания. Поскольку для регистрации упругих волн используется обратное их преобразование в электромагнитные колебания, полные потери преобразования будут составлять 60—80 дБ. Такие большие потери определяются трудностями согласования СВЧ тракта с пьезопреобразователем, преобразователя с кристаллом, а также тем, что при использовании преобразователей в виде пластин приходится работать не на основной резонансной частоте этих пластин, а на высоких гармониках. Лучшие результаты получаются для пленочных пьезопреобразователей (сульфид кадмия или цинка, окись цинка и т. д.), которые работают на основной резонансной частоте. С такими преобразователями и при условии хорошего согласования СВЧ тракта с преобразователем эффективность преобразования удастся повысить до единиц и даже до десятков процентов.

Другие специфические трудности в проведении гиперзвуковых экспериментов заключаются в тех жестких требованиях, которым должны удовлетворять исследуемые образцы. При частоте около 10^{10} гц длина волны упругих колебаний составляет в среднем 0,5 мкм. В связи с этим торцы образцов, т. е. поверхности, перпендикулярные к направлению распространения упругих волн, должны оптически полироваться, так как в противном случае эти поверхности будут приводить к дополнительному рассеянию упругих волн. Высокие требования предъявляются также к плоскостности и параллельности торцов. Непараллельность торцов образца уменьшает наблюдаемое число упругих импульсов и приводит к уменьшению и к модуляции амплитуд импульсов, что существенно усложняет измерения. Уменьшение и модуляция импульсов связаны с тем, что при отражении от непараллельных торцов изменяется угол,

под которым плоская упругая волна приходит на пьезопреобразователь. В результате в различных участках преобразователя фаза упругой волны будет различной, что вызовет уменьшение сигнала по сравнению со случаем, когда фронт упругой волны параллелен плоскости преобразователя.

Оценки показывают, что для точного измерения затухания упругих волн отклонения от параллельности не должны во многих случаях превышать $2''$. Образцы для гиперзвуковых измерений должны, таким образом, обрабатываться с «лазерной» точностью. Очень существенное значение имеет также качество соединения образца с преобразователем. Это соединение осуществляется путем оптического контакта либо с помощью различных клеев (цезезин, вакуумная смазка, масло ГКЖ). Слой клеящего вещества должен быть достаточно тонким и однородным, чтобы не вносить дополнительных потерь. Задача получения хорошего акустического контакта часто упрощается при использовании пленочных преобразователей, которые наносятся прямо на образец.

3. РАСПРОСТРАНЕНИЕ УПРУГИХ ВОЛН В КРИСТАЛЛАХ

В этой главе даны краткие сведения о расчете таких характеристик распространения упругих волн в кристаллах, как поляризация, т. е. направление смещения частиц в упругой волне, скорость и направление потока энергии в упругой волне. Знание этих характеристик необходимо для правильной постановки гиперзвуковых экспериментов.

а) Скорости и поляризации упругих волн. Вопрос о вычислении скорости и поляризации упругих волн в кристаллах достаточно подробно рассмотрен в ряде работ ^{7а, 8, 9}, поэтому мы ограничимся здесь тем, что приведем основные уравнения, необходимые для таких вычислений.

Исходя из уравнения движения для упругих смещений

$$\rho \ddot{u}_i = c_{iklm} \frac{\partial^2 u_l}{\partial x_k \partial x_m}$$

нетрудно получить следующие уравнения для вычисления скорости и поляризации упругих волн:

$$|\Gamma_{il} - X\delta_{il}| = 0 \quad (3.1)$$

и

$$\left. \begin{aligned} \gamma_y/\gamma_x &= [\Gamma_{xy}\Gamma_{xz} - \Gamma_{yz}(\Gamma_{xx} - X)]/[\Gamma_{yz}\Gamma_{xy} - \Gamma_{xz}(\Gamma_{yy} - X)], \\ \gamma_z/\gamma_x &= [\Gamma_{xy}\Gamma_{xz} - \Gamma_{yz}(\Gamma_{xx} - X)]/[\Gamma_{yz}\Gamma_{xz} - \Gamma_{xy}(\Gamma_{zz} - X)], \\ \gamma_x^2 + \gamma_y^2 + \gamma_z^2 &= 1; \end{aligned} \right\} \quad (3.2)$$

здесь γ_i — направляющие косинусы вектора смещения, $X = \rho v^2$ и $\Gamma_{il} = c_{iklm} \kappa_k \kappa_m$, где ρ — плотность, v — скорость упругих волн, κ_k — направляющие косинусы волнового вектора.

Анализ решений уравнений движения показывает ^{8, 9}, что для любого направления распространения в кристалле существуют три независимые упругие волны со смещениями во взаимно перпендикулярных направлениях. В общем случае ни один из трех векторов смещения не совпадает с направлением распространения.

Волну, в которой вектор смещения наиболее близок к направлению распространения, принято называть *квазипродольной*, две другие волны называются *квазипоперечными*.

В любом кристалле имеются, кроме того, два типа особых направлений. Вдоль одного из таких направлений, которые мы будем называть «чистыми», упругие волны распространяются в виде чистых мод, т. е. вектор смещения одной из волн параллелен направлению распространения (продольная волна), а векторы смещения двух других волн перпендикулярны к этому направлению (поперечные волны). Второе особое направление характеризуется тем, что одна из трех волн, распространяющихся вдоль этого направления, является чисто поперечной, а две другие — квазипоперечной и квазипродольной. Некоторые из особых направлений в кристаллах можно найти, исходя из соображений симметрии. Так, легко видеть, что чистыми направлениями являются оси симметрии любого порядка, а также направления, перпендикулярные к плоскостям симметрии. Отметим здесь же, что если направление распространения совпадает с осью симметрии более чем второго порядка, такое направление является вырожденным для поперечных волн, т. е. для этих волн возможны любые векторы смещений в плоскости, перпендикулярной к направлению распространения, и скорости этих волн одинаковы. Аналогично, из соображений симметрии следует, что для любого направления распространения, лежащего в плоскости симметрии, одна из волн обязательно является чисто поперечной.

Помимо чистых направлений, которые определяются, исходя из симметрии, в кристалле могут существовать и другие чистые направления.

Для определения таких направлений нет необходимости решать задачу для каждого кристалла в отдельности. Как известно¹⁰, упругие свойства кристаллов определяются девятью группами симметрии. Для этих групп в работе^{11а} получены общие формулы, определяющие чистые направления. В этой же работе приведены выражения для скоростей и поляризаций упругих волн вдоль чистых направлений.

б) П о т о к э н е р г и и. Компоненты вектора потока энергии в упругой волне имеют вид⁹ $P_i = -\dot{u}_k \sigma_{ik}$. Переходя от напряжений к деформациям и считая, как и раньше, упругую волну плоской, получаем, что направляющие косинусы вектора потока энергии пропорциональны

$$P_i \sim c_{iklm} \dot{u}_k \gamma_l \gamma_m. \quad (3.3)$$

В общем случае, т. е. при распространении упругой волны в произвольном направлении, направление потока энергии не совпадает с направлением распространения, причем отклонения могут достигать до нескольких десятков градусов. Такие отклонения отсутствуют в большинстве случаев для чистых волн.

В экспериментах с гиперзвуковыми волнами отклонения потока энергии от направления распространения, которое совпадает обычно с осью образца, может вызвать ошибки при измерениях скорости и затухания. Поэтому в таких экспериментах всегда предпочтительнее использовать в качестве направлений распространения чистые направления, для которых отсутствует отклонение потока энергии. При этом возникает вопрос о том, как скажутся на характеристиках распространения упругих волн небольшие, экспериментально неизбежные неточности в ориентации образцов. Такой вопрос был рассмотрен в работе¹². Оказалось, что незначительные отклонения оси образца от чистого направления могут привести к существенным отклонениям потока энергии от оси образца. Так, неточность в ориентации в 1° в кристаллах с симметрией более низкой, чем кубическая, вызывает в отдельных случаях отклонение потока энергии от оси образца на 10° . В кубических кристаллах эти отклонения, как правило, меньше.

в) Внутренняя коническая рефракция и акустическая активность. В заключение этой главы рассмотрим два интересных эффекта, сопровождающих распространение поперечных упругих волн в анизотропных средах. Первый эффект заключается в том, что в некоторых случаях поток энергии в чисто поперечной волне отклоняется от направления распространения^{9, 12-14}. Такие отклонения происходят, например, при распространении поперечных волн вдоль оси симметрии третьего порядка в кристаллах всех классов. При этом, когда вектор смещений в поперечной волне поворачивается вокруг оси третьего порядка, вектор потока энергии описывает конус вокруг этой оси.

Используя (3.3), получаем, что для кубических кристаллов, например, при распространении вдоль направления $\langle 111 \rangle$, выражение для половины угла раствора конуса внутренней рефракции имеет вид

$$\alpha = \arctg \{ (c_{11} - c_{12} - 2c_{44}) / \sqrt{2} (c_{11} - c_{12} + c_{44}) \}.$$

Когда вектор смещения в поперечной волне находится в плоскости $\{110\}$, вектор потока энергии лежит в этой же плоскости под углом α к направлению распространения. При повороте вектора смещений вокруг направления распространения вектор потока энергии также поворачивается, но в противоположную сторону и со скоростью, в два раза большей, описывая при этом конус вокруг оси третьего порядка. Аналогичное явление имеет место и при распространении упругих волн вдоль оси третьего порядка в кристаллах более низкой симметрии. Величина угла внутренней конической рефракции зависит от упругих постоянных кристалла и может составлять $\sim 10^\circ$. Внутренняя коническая рефракция экспериментально исследовалась в ряде работ^{13, 15}, но тем не менее это явление окончательно еще не изучено.

Другой интересный эффект является следствием пространственной дисперсии упругих постоянных¹⁶. Количественно влияние пространственной дисперсии можно описать коэффициентами при линейном члене в разложении упругих постоянных по компонентам волнового вектора. Эти коэффициенты образуют тензор пятого ранга, что приводит к ряду сложных эффектов для упругих волн, распространяющихся в кристаллах определенных классов симметрии. При распространении поперечных волн вдоль осей симметрии третьего или более высокого порядка (при отсутствии центра инверсии и плоскостей симметрии) должны наблюдаться эффекты, аналогичные оптической активности при распространении света в этих же направлениях. Нормальными упругими модами для таких направлений являются левые и правые циркулярно поляризованные поперечные волны с разной скоростью распространения, поэтому линейно-поляризованная поперечная волна будет претерпевать поворот плоскости поляризации (естественная акустическая активность). Акустическая активность при распространении вдоль оси третьего порядка должна иметь место, например, в кристаллах кварца, теллура (точечная группа D_3), в кристаллах германата висмута $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ (точечная группа T) и др.)

Величина акустической активности пропорциональна квадрату частоты¹⁶ и составляет по оценкам порядка 1 рад/см при частоте 10^9 гц . Расчет¹⁶ показывает, что для теллура удельная акустическая активность при этой частоте равна 165 град/см . Экспериментально явление акустической активности впервые наблюдалось в работе¹⁷ при распространении поперечных волн вдоль оси третьего порядка в кристаллах кварца. При частоте 10^9 гц для удельной акустической активности получено значение около 100 град/см .

4. ОСНОВНЫЕ МЕХАНИЗМЫ ЗАТУХАНИЯ ГИПЕРЗВУКОВЫХ ВОЛН В КРИСТАЛЛАХ

Распространение гиперзвуковых волн в кристаллах сопровождается диссипацией энергии, т. е. волны при распространении затухают. В этой главе будут рассмотрены следующие основные механизмы затухания гиперзвуковых волн: взаимодействие с тепловыми фононами, взаимодействие со свободными носителями и рассеяние на дефектах.

а) Взаимодействие с тепловыми фононами.

1) *Механизм Ахиезера*. Характер взаимодействия гиперзвуковых волн с тепловыми фононами зависит от соотношения частот гиперзвуковых волн Ω и обратного времени релаксации тепловых фононов $1/\tau$. В тех случаях, когда $\Omega \ll 1/\tau$, нет смысла рассматривать индивидуальные процессы взаимодействия гиперзвуковых и тепловых фононов, поскольку энергия гиперзвукового фонона оказывается меньше неопределенности в энергии теплового фонона, $\hbar\Omega \ll \hbar/\tau$. Соотношение $\Omega\tau \ll 1$ можно переписать также следующим образом: $T \gg \tau$ или $\Lambda \gg l$, где T и Λ — период и длина волны гиперзвуковых колебаний, а l — длина свободного пробега тепловых фононов. При таких условиях упругая волна будет взаимодействовать с ансамблем тепловых фононов в целом, а упругие деформации ε_{ik} в гиперзвуковой волне можно рассматривать как классическое поле, которое приводит к изменению частот тепловых фононов:

$$\omega(\mathbf{q}, j) = \omega_0(\mathbf{q}, j) [1 - \gamma_{ik}(\mathbf{q}, j) \varepsilon_{ik}], \quad (4.1)$$

где

$$\gamma_{ik}(\mathbf{q}, j) = -\frac{1}{\omega_0(\mathbf{q}, j)} \left[\frac{\partial \omega(\mathbf{q}, j)}{\partial \varepsilon_{ik}} \right]_{\varepsilon_{ik}=0}$$

— коэффициент Грюнайзена, а \mathbf{q} и j — волновой вектор и поляризация фононов.

Изменение частоты вызывает отклонения функций распределения тепловых фононов, различное для разных фононных ветвей, от их равновесного значения. Фонон-фононные столкновения приводят к релаксации этих отклонений. В процессе релаксации возрастает энтропия кристалла и происходят необратимые потери энергии упругой волны¹⁸.

Впервые задача о затухании упругих волн в кристаллах при $\Omega\tau \ll 1$ была решена Ахиезером¹⁸ с помощью кинетического уравнения Больцмана. В дальнейшем теория затухания по механизму Ахиезера развивалась в работах^{19, 20}.

Вудруф и Эренрейх²⁰ приводят подробный вывод выражения для затухания упругих волн из решения кинетического уравнения Больцмана. Это выражение для затухания может быть записано в следующем виде:

$$A = \beta (\Omega^2 T / \rho v_0^3) \sum_{\mathbf{q}, j} \tau(\mathbf{q}, j) \gamma^2(\mathbf{q}, j) C(\mathbf{q}, j), \quad (4.2)$$

где β — численный множитель порядка единицы, Ω и v_0 — частота и скорость упругих волн, C — теплоемкость фононной ветви (\mathbf{q}, j) . Приведенная формула не позволяет, однако, провести расчет величины и температурной зависимости затухания упругих волн из-за недостаточности наших знаний о характеристиках фононного спектра τ , γ^2 , C , поэтому в настоящее время приходится применять приближенные методы расчета. Один из таких методов, который использовался во многих работах для расчета затухания в кубических кристаллах, был предложен Мэзоном^{21а}. В этом методе предполагается, что затухание упругих волн описывается эффективным временем релаксации, равным или близким по величине среднему

времени релаксации τ_ϕ тепловых фононов, которое определяется из выражения для теплопроводности $\kappa = C\bar{v}^2\tau_\phi/3$, где \bar{v} — средняя скорость звука в дебаевском приближении, а C — теплоемкость кристалла. Это допущение о времени релаксации, общее для всех приближенных методов расчета, трудно, конечно, обосновать²², но тем не менее им приходится пользоваться.

Для расчета коэффициентов Грюнайзена используются упругие постоянные второго и третьего порядков^{11б}:

$$-\gamma_{ik}^r = \gamma_i\gamma_k + (\kappa_m\kappa_n/2c)(c_{ikmn} + c_{ikmpnq}\gamma_p\gamma_q), \quad (4.3)$$

где γ и κ — направляющие косинусы вектора смещений частиц и волнового вектора, а $c = c_{mpnq}\kappa_m\kappa_n\gamma_p\gamma_q$. Индекс r обозначает фононную ветвь (q, j) , индексы i, k относятся к упругой волне, а индексы m, n, p, q — к рассматриваемой фононной ветви.

Делая далее допущение, что тепловая энергия одинакова для всех фононных мод и равна $E_r = CTF/n$, где n — число рассматриваемых мод, а F — медленно меняющаяся функция температуры, равная 0,25 при $T = 0$ и 1 при $T \gg T_D$ (температура Дебая), Мэзон получает следующую формулу для затухания (подробнее см. ^{21а}):

$$A = \beta (\Omega^2\tau_\phi/\rho v_0^3) CTFn^{-1} \sum_{r=1}^n (\gamma_{ik}^r)^2. \quad (4.4)$$

Для вычисления затухания в кубических кристаллах по этой формуле Мэзон предложил в качестве приближения проводить суммирование по 39 фононным модам ($n = 39$), соответствующим 13 чистым направлениям в кубическом кристалле: 3 $\langle 100 \rangle$, 4 $\langle 111 \rangle$ и 6 $\langle 110 \rangle$. Изложенный метод применялся для расчета затухания во многих кристаллах: Si, Ge^{21а}, LiF^{23,21б}, MgO^{24б}, NaCl²⁵. Использовались экспериментальные значения τ_ϕ (полученные из теплопроводности) и упругих модулей второго и третьего порядков. Оказалось, что расчетные значения затухания хорошо совпадают с результатами эксперимента. В частности, вычисление констант Грюнайзена с помощью упругих постоянных объясняет анизотропию затухания в кристаллах, т. е. зависимость затухания от направления распространения упругих волн, а также различие в затухании для продольных и поперечных упругих волн (см. рис. 3 и табл. I, где приведено затухание упругих волн $\delta b/\text{мксек}$ в некоторых кубических кристаллах; упругие волны распространяются вдоль $[110]$, частота 1000 Мгц *), 300° K).

Таблица I

Кристалл	$T_D, ^\circ\text{K}$	Поляризация вдоль			Кристалл	$T_D, ^\circ\text{K}$	Поляризация вдоль		
		$[110]$	$[001]$	$[1\bar{1}0]$			$[110]$	$[001]$	$[1\bar{1}0]$
Ge	370	10	2	2	MgO	920	1,5	0,6	6,5
Si	650	6	1,6	1,6	BaF ₂	280	3,5	2,4	2
					SrF ₂	380	2,5	2,0	1,6
InSb	200	40	5	8	CaF ₂	500	1,5	2,0	1,0
NaCl *)	310	15	2,5	25					
NaF	470	6,5	1,8	20	Y ₃ Fe ₅ O ₁₂	500	1,0	0,3	0,3
LiF	700	2,5	1,0	12	Y ₃ Al ₅ O ₁₂	700	0,4	0,3	0,3

*) Значения получены экстраполяцией данных из работы²⁵.

*) Значения затухания, превышающие $\sim 10 \text{ } \delta b/\text{мксек}$, получены экстраполяцией частотных зависимостей затухания.

Из таблицы и рисунка следует, что во многих случаях затухание сильно зависит от поляризации упругих волн. Кроме того, как видно из рис. 3, частотная зависимость затухания оказывается квадратичной, как и должно быть согласно механизму затухания Ахиезера. (Прямые линии на рис. 3 проведены в предположении квадратичной зависимости затухания от частоты.)

В работе ²² метод Мэзона был подвергнут критике, связанной с рядом произвольных допущений при выводе формулы (4.4). Наиболее серьезные

возражения относятся к предположению о равенстве тепловой энергии для всех фононных мод, что верно только при достаточно высоких температурах, и к пренебрежению возможной дисперсией констант Грюнаизена, которые в методе Мэзона рассчитываются из упругих модулей и рассматриваются как не зависящие от температуры. Указанные допущения не поз-

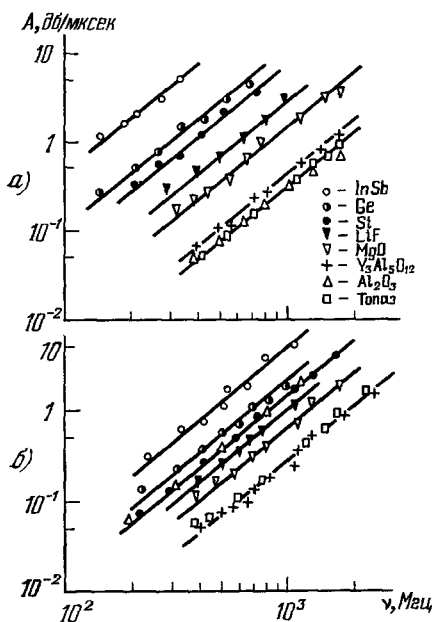


Рис. 3. Частотная зависимость затухания гиперзвуковых волн, распространяющихся вдоль оси симметрии второго порядка, при комнатной температуре для продольных волн (а) и поперечных волн с поляризацией вдоль [001] (б).

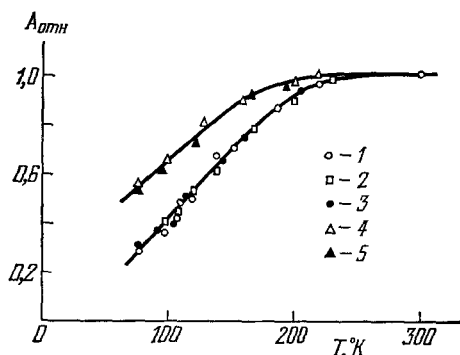


Рис. 4. Температурная зависимость затухания упругих волн с частотой 1000 Мгц в кремнии.

воляют использовать формулу (4.4) для расчета температурной зависимости затухания. Более реалистичен подход ²⁶, в котором вклад разных фононных ветвей в (4.1) учитывается с весом, определяемым теплоемкостью соответствующей ветви. Таким способом в работах ²⁶ рассчитывалось затухание в ряде кристаллов (InAs, Ge, Si). Однако этот способ требует определенных знаний (или допущений) о теплоемкости фононных ветвей. Кроме того, по-прежнему остается открытым вопрос о возможной дисперсии констант Грюнаизена (4.1). В этом отношении, по-видимому, более плодотворным является другой подход ²⁷, в котором на основании температурных зависимостей затухания определяются температурные зависимости эффективной константы ангармонизма γ^2 . Формула (4.2) записывается в виде

$$A = \beta \gamma^2 T C \tau_{\phi} \Omega^2 / \rho v_0^3,$$

где

$$\gamma^2 = C^{-1} \sum_{q,j} \gamma^2(q, j) C(q, j),$$

или, если выразить τ_{ϕ} через κ и пренебречь численным множителем порядка единицы,

$$A = \gamma^2 \kappa T \Omega^2 / \rho v_0^3 v^2. \quad (4.5)$$

Сравнивая далее (4.5) с экспериментальными данными о затухании, можно определить температурную зависимость *эффективной постоянной Грюнрайзена* γ^2 . Согласно (4.5) при γ^2 , не зависящей от температуры, температурные зависимости затухания и произведения κT должны совпадать.

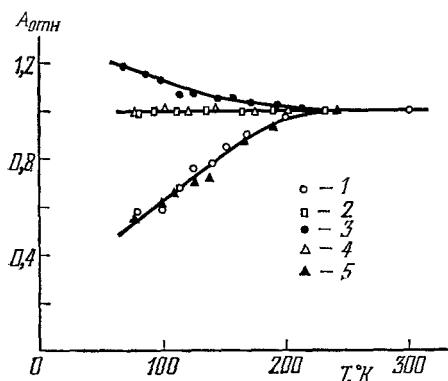


Рис. 5. Температурная зависимость затухания упругих волн с частотой 1000 Мгц в кристаллах LiF.

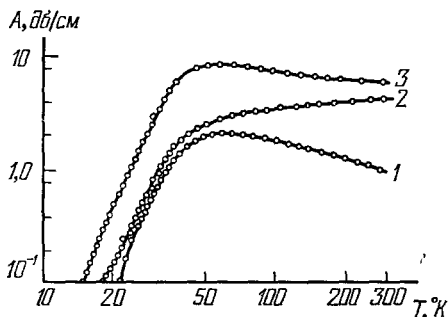


Рис. 6. Температурная зависимость затухания упругих волн с частотой 1000 Мгц в кристаллах кварца при распространении вдоль оси второго порядка для быстрых поперечных (1), продольных (2) и медленных поперечных волн (3).

На рис. 4—7 приведены такие зависимости для некоторых кристаллов (на рис. 4 и 5 продольные волны — вдоль направлений [100] (1), [110] (2) и [111] (3), поперечные волны вдоль [110] с поляризацией вдоль [001]

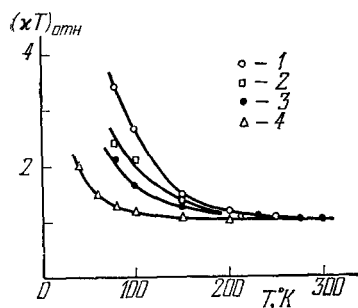


Рис. 7. Температурные зависимости произведения κT для кристаллов топаза (1), Si (2), $Y_3Al_5O_{12}$ (3) и SiO_2 (4).

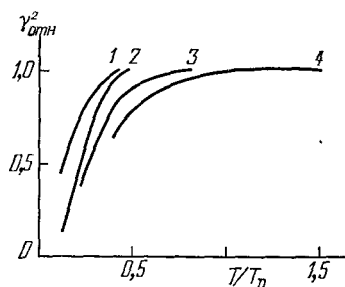


Рис. 8. Температурные зависимости эффективной константы Грюнрайзена, рассчитанные по формуле (4.5) с использованием экспериментальных данных по теплопроводности и затуханию гиперзвуковых волн для LiF (1), Si (2), Ge (3) и InSb (4) (продольные волны вдоль [110]).

(4) и [110] (5); для рис. 6 ²⁸ критерий Ахиезера $\Omega \tau_{\phi} < 1$ выполняется при $T > 50^\circ \text{K}$). Различия между температурными зависимостями затухания и величины κT можно связать с определенной температурной зависимостью γ^2 (рис. 8). Отметим, что критерий Ахиезера $\Omega \tau_{\phi} \ll 1$ выполняется в доста-

точно широком диапазоне частот и температур. Практически для всех кристаллов при комнатной и более высоких температурах $\Omega\tau_{\phi} < 1$ вплоть до частот $\nu = \Omega/2\pi = 10^{10}$ гц. Снижение температуры вызывает довольно быстрый рост времени релаксации, но для температуры жидкого азота, например, и при $\nu \leq 10^9$ гц этот критерий снова выполняется для большинства кристаллов.

В работе ²⁹ анализ большого количества экспериментальных данных по затуханию Ахизера проведен с точки зрения тепловых свойств кристаллов. Установлена четкая связь между величиной затухания при температуре 300° К и тепловыми свойствами кристаллов. Подобного рода связь можно наблюдать и у кристаллов, данные для которых представлены в табл. I.

В табл. I наряду с затуханием упругих волн приведены значения температур Дебая. Сравнение температуры Дебая с величиной затухания показывает, что внутри каждой группы близких по структуре и свойствам кристаллов наблюдается корреляция между величиной затухания и температурой Дебая: чем выше температура Дебая, тем меньше величина затухания. Этот результат является следствием именно того, что затухание упругих волн связано с взаимодействием с тепловыми колебаниями решетки. Интересно отметить, что для кристаллов разной структуры и состава указанная корреляция отсутствует. Так, в ряду кристаллов Si, LiF и $Y_3Al_5O_{12}$, имеющих примерно одинаковую температуру Дебая, затухание уменьшается почти на порядок от Si к $Y_3Al_5O_{12}$. Это согласуется со сделанным в работе ²⁹ выводом о том, что при прочих равных условиях кристаллы более сложного состава характеризуются меньшим затуханием из-за уменьшения времени релаксации тепловых фононов.

Подводя итоги, можно сделать вывод, что исследования затухания по механизму Ахизера позволяют в принципе определить такие интересные характеристики фононных спектров, как константы ангармонизма и времена релаксации ^{27б}, однако законченных исследований в этом направлении еще очень мало.

2) *Механизм Ландау — Румера*. В тех случаях, когда частота гиперзвуковых волн удовлетворяет неравенству $\Omega\tau \gg 1$, энергия гиперзвуковых фононов оказывается больше неопределенности в энергии тепловых фононов. При этом законы сохранения энергии и импульса будут накладывать определенные ограничения на возможные процессы взаимодействия гиперзвуковых и тепловых фононов.

Для трехфононных процессов взаимодействия законы сохранения имеют вид

$$\Omega + \omega_1 = \omega_2, \quad q_0 + q_1 = q_2, \quad (4.6)$$

где Ω и q_0 — частота и волновой вектор гиперзвукового фонона, а индексы 1, 2 относятся к тепловым фононам. Поскольку соотношение $\Omega\tau \gg 1$ выполняется при низких температурах, процессы переброса не учитываются.

Если принять во внимание, что закон сохранения импульса сводится к $q_0 + q_1 \geq q_2$, то нетрудно показать, что в изотропной среде без дисперсии возможны лишь следующие трехфононные процессы взаимодействия. Для продольных гиперзвуковых волн разрешен процесс $L_0 + S_1 \rightarrow L_2$, в котором гиперзвуковой фонон L_0 взаимодействует с поперечным тепловым фононом S_1 , так что в результате образуется продольный тепловой фонон L_2 . Для поперечных гиперзвуковых волн разрешенными оказываются процессы типа

$$S_0 + L_1 \rightarrow L_2, \quad S_0 + S_1 \rightarrow L_2.$$

Кроме указанных процессов возможны также процессы коллинеарного взаимодействия, в которых волновые векторы всех трех взаимодействующих фононов параллельны:

$$L_0 + L_1 \rightarrow L_2, S_0 + S_1 \rightarrow S_2.$$

Учитывая, далее, что гиперзвуковые фононы являются низкочастотными ($\Omega < kT/\hbar$), а наиболее эффективно они взаимодействуют с высокочастотными тепловыми фононами ($\omega_1, \omega_2, \approx kT/\hbar$), получаем, что у тепловых фононов, участвующих в процессах взаимодействия, должны быть одинаковые поляризации. Это приводит к тому, что в изотропной упругой среде без дисперсии остаются лишь следующие возможные процессы взаимодействия:

для продольных волн

$$L_0 + L_1 \rightarrow L_2, \quad (4.7)$$

для поперечных волн

$$S_0 + S_1 \rightarrow S_2, S_0 + L_1 \rightarrow L_2. \quad (4.8)$$

Легко видеть, что в процессах (4.7) и (4.8) выполняется соотношение $v_0 \leq v_\phi$, где v_0 и v_ϕ — скорости гиперзвукового и теплового фононов. Смысл этого соотношения, вытекающего из законов сохранения, можно наглядно объяснить тем, что эффективный обмен энергией между гиперзвуковым и тепловым фононами будет происходить при условии, если взаимодействующие фононы достаточно долго распространяются «вместе». В случае $v_0 = v_\phi$ это условие будет выполняться лишь для тепловых фононов, распространяющихся в том же направлении, что и гиперзвуковой фонон (коллинеарное взаимодействие). При $v_0 < v_\phi$ тепловые фононы, которые могут взаимодействовать с гиперзвуковым фононом, распространяются в некотором конусе с углом $\alpha = \arccos(v_0/v_\phi)$.

Если принять во внимание дисперсию скорости фононов, то, поскольку для одной и той же фононной ветви всегда $v_0 > v_\phi$, коллинеарные процессы взаимодействия оказываются запрещенными. Поэтому из процессов (4.7), (4.8) остается только один возможный процесс

$$S_0 + L_1 \rightarrow L_2.$$

Выражение для затухания поперечных упругих волн, обусловленное трехфононными процессами, впервые было выведено Ландау и Румером (см. ³⁰). Авторы использовали квантовомеханическую теорию возмущений с учетом ангармонических членов третьего порядка, описывающих трехфононные процессы. Затухание оказалось пропорциональным $A_S \sim \sim \gamma^2 \Omega T^4$, где γ^2 — константа ангармонизма. Что касается продольных упругих волн, то для них согласно теории затухание должно быть много меньше, так как продольные волны не могут взаимодействовать с высокочастотными тепловыми фононами, а взаимодействуют лишь с фононами сравнимых частот в процессах типа $L_0 + S_1 \rightarrow L_2$. Эксперименты, однако, показывают, что затухание продольных и поперечных волн близко по величине, т. е. и для продольных волн существует какой-то достаточно эффективный механизм взаимодействия с тепловыми фононами. В качестве возможного механизма взаимодействия могут быть рассмотрены четырехфононные процессы, но, как следует из расчетов ^{31a}, вклад этих процессов оказывается очень малым. Другой возможный механизм — это механизм Херринга ³², заключающийся в том, что в кристаллах из-за анизотропии существуют линии пересечения или касания различных фононных ветвей в пространстве волновых векторов. Это приводит к тому, что процессы, запрещенные в изотропном теле, становятся разрешенными

в анизотропном кристалле. Однако и этот механизм дает очень малую величину затухания³³. Кроме того, как четырехфононные процессы, так и механизм Херринга, приводят к частотной и температурной зависимости затухания, которая расходится с экспериментально наблюдаемыми зависимостями³³.

В работе³⁴ впервые было учтено влияние конечного времени релаксации тепловых фононов на возможные процессы взаимодействия. Конечное время релаксации приводит к неопределенности в энергии тепловых фононов $\Delta E \sim \hbar/\tau$. Если эта неопределенность превышает величину «разбаланса» энергии в законе сохранения для данного запрещенного процесса, то этот процесс оказывается возможным. Согласно (4.6) «разбаланс» энергии в процессе, для которого закон сохранения не выполняется, равен

$$\hbar\Delta\Omega = \hbar(\Omega + \omega_1 - \omega_2) = \hbar\Omega [1 - (\omega_2 - \omega_1)\Omega^{-1}].$$

Поскольку

$$(\omega_2 - \omega_1)/\Omega = (v_\Phi/v_0)(q_2 - q_1)/q_0 \approx (v_\Phi/v_0) \cos \alpha,$$

где α — угол между \mathbf{q}_0 и \mathbf{q}_2 , то

$$\hbar\Delta\Omega = \hbar\Omega [1 - (v_\Phi/v_0) \cos \alpha].$$

Наименьший «разбаланс» будет при $\alpha = 0$ (коллинеарный процесс):

$$\hbar\Delta\Omega_{\min} = \hbar\Omega [1 - (v_\Phi/v_0)].$$

Учитывая, далее, что $(v_\Phi/v_0) = (1 - bq^2a^2)$, где b — численный множитель, a — параметр решетки, и что $q^2a^2 \approx q^2/q_{\max}^2 \approx (T/T_D)^2$, получаем окончательно

$$\hbar\Delta\Omega_{\min} \approx \hbar\Omega (T/T_D)^2.$$

Если $\hbar/\tau \gg \hbar\Omega(T/T_D)^2$, то коллинеарные процессы (4.7) оказываются возможными.

Таким образом, при условии $\Omega\tau \ll (T_D/T)^2$ (но вместе с тем и при $\Omega\tau \gg 1$) законы сохранения не накладывают ограничений на процессы коллинеарного взаимодействия гиперзвуковых волн с высокочастотными тепловыми фононами. При расчете затухания в этом случае также используется квантовомеханическая теория возмущений³⁰, но в выражение для вероятности переходов вместо $\delta(E_i - E_f)$, дающей закон сохранения энергии, вводится более плавная функция $(\hbar/\pi) \tau / [\hbar^2 + (E_i - E_f)^2 \tau^2]$. При этом затухание продольных волн оказывается, как и для поперечных волн, пропорциональным³⁵ $A_L \sim \gamma^2 \Omega T^4$.

Отметим, что условие $\Omega\tau \gg 1$ выполняется обычно при $T \leq 0,1T_D$, т. е. неравенство $\Omega\tau \ll (T_D/T)^2$ всегда возможно в определенном диапазоне частот и температур. При снижении температуры время релаксации тепловых фононов, определяемое в основном нормальными процессами, растет быстрее, чем T^{-2} ³⁶, и неравенство $\Omega\tau < (T_D/T)^2$ перестает выполняться. В обратном предельном случае $\Omega\tau \gg (T_D/T)^2$ неопределенность в энергии тепловых фононов становится меньше, чем «разбаланс» энергии в процессе (4.7), процесс оказывается запрещенным и затухание резко уменьшается. Расчет³⁷ показывает, что затухание продольных волн в этом случае не зависит от частоты и пропорционально $A_L \sim T^2/\tau$. Поскольку наиболее крутая температурная зависимость τ соответствует T^{-5} ³⁶, имеем $A_L \sim T^7$ (см. также^{31a}). Аналогично продольным волнам конечное время релаксации снимает запрет и с процессов коллинеарного взаимодействия для поперечных волн $S_0 + S_1 \rightarrow S_2$.

В работах^{35, 37} рассматривалось также влияние конечного времени релаксации на процесс $L_0 + S_1 \rightarrow S_2$. Этот процесс вообще не удовлетво-

ряет законам сохранения как в бездисперсионной среде, так и при наличии дисперсии: тем не менее в работе ³⁷ показано, что при учете конечного τ он может давать заметный вклад в затухание. В этом случае затухание оказывается также не зависящим от частоты и пропорциональным T^4/τ , что может привести к такой крутой температурной зависимости затухания, как T^9 .

Приведем теперь формулы для затухания гиперзвуковых волн, обусловленного рассмотренными трехфононными процессами, в таком виде, как они даны в работах ^{35, 37}. Формулы получены с помощью теории возмущений с учетом конечного времени релаксации тепловых фононов:

поперечные волны, процессы, $S_0 + L_1 \rightarrow L_2$ и $S_0 + S_1 \rightarrow S_2$:

$$A_S = (\pi^2 \hbar \Omega / 60 \rho^3) (kT/\hbar)^4 \{ (F_1^2/\bar{v}^{10}) + F_2^2/v_S^{10} \} [(\pi/2) - \arctg 0,32\Omega\tau X], \quad (4.9)$$

продольные волны, процессы $L_0 + S_1 \rightarrow S_2$ и $L_0 + L_1 \rightarrow L_2$:

$$A_L = (\pi^2 \hbar / 30 \rho^3) (kT/\hbar)^4 \{ \tau^{-1} [F_3^2/v_L v_S^7 (v_L^2 - v_S^2)] + \\ + (\Omega F_4^2 / 2v_L^{10}) [(\pi/2) - \arctg 0,32\Omega\tau X] \}; \quad (4.10)$$

здесь F , константа ангармонизма (константа фонон-фононного взаимодействия), представляет собой комбинацию упругих модулей второго и третьего порядков:

$$F = \gamma_{0i}\gamma_{1j}\gamma_{2k}\gamma_{0l}\gamma_{1m}\gamma_{2n} (c_{iljmkn} + c_{ilmn}\delta_{jk} + c_{jmln}\delta_{ik} + c_{knlm}\delta_{ij}),$$

где γ и κ — направляющие косинусы вектора смещений частиц и волнового вектора, а индексы 0, 1 и 2 относятся, как и раньше, к гиперзвуковому и тепловым фононам соответственно. Параметр X равен $X = k^2 T^2 a^2 / \hbar^2 v^2$, что по порядку величины составляет $X \approx (T/T_D)^2$.

Из формул (4.9) и (4.10), в соответствии с уже рассмотренными выше результатами, следует, что при $\Omega\tau \ll (T_D/T)^2$ (относительно высокая температура и низкие частоты) затухание гиперзвуковых волн пропорционально ΩT^4 . При $\Omega\tau \gg (T_D/T)^2$ (более низкие температуры и высокие частоты) затухание продольных волн не зависит от частоты, а от температуры зависит как T^n , где n изменяется от 7 до 9 в зависимости от относительных вкладов первого и второго слагаемых в (4.10). Что касается поперечных волн, то для них в этом случае затухание пропорционально $\Omega^m T^n$, где m изменяется от 1 до 0, а n — от 4 до 7 в зависимости от относительных вкладов слагаемых в (4.9).

Проведем теперь сравнение выводов теории с экспериментальными результатами. Затухание гиперзвуковых волн в кристаллах для случая $\Omega\tau \gg 1$ изучалось в ряде работ. В работах ^{23, 33, 38, 39} исследовались кубические кристаллы LiF, Si, CaF₂, MgO и др. Кристаллы более низкой симметрии SiO₂, Al₂O₃, TiO₂ исследовались в работах ^{24в, 28, 33, 35, 37, 38, 40-42}. Измерения затухания гиперзвуковых волн проводились при частотах от $5 \cdot 10^8$ до 10^{10} гц и при температурах от 100 до 4,2 °K. Наиболее общие закономерности частотных и температурных зависимостей затухания, установленные в указанных работах, заключаются в следующем. Затухание поперечных волн в широком диапазоне температур и частот пропорционально ΩT^4 . Для продольных волн при относительно высоких температурах затухание также пропорционально ΩT^4 , а при снижении температуры затухание перестает зависеть от частоты и становится пропорциональным T^7 . При еще более низких температурах в некоторых кристаллах затухание продольных волн оказывается пропорциональным T^9 . Такая резкая температурная зависимость затухания наблюдалась в кристаллах LiF ³⁹, SiO₂ ^{24в, 40}, Al₂O₃ ^{37, 41}, TiO₂ ⁴². В качестве иллюстрации на рис. 9 приведена температурная зависимость затухания продольных и попереч-

ных волн в Al_2O_3 ⁴¹. На рис. 6 была показана температурная зависимость затухания в кристаллах кварца ²⁸ (условие $\Omega\tau > 1$ выполняется в этом случае при температурах ниже 40°K).

Таким образом, характер частотных и температурных зависимостей затухания в общем хорошо совпадает с предсказаниями теории. Абсолютная величина затухания, рассчитанная по формулам (4.9) и (4.10), также удовлетворительно согласуется с экспериментом. Последнему, однако, не следует придавать слишком большое значение, поскольку в формулы для затухания входят такие параметры, как константа ангармонизма F , средняя скорость упругих волн v , время релаксации τ , значение которых точно не известно. В связи с этим критерием правильности рассмотренной теории пока может служить лишь совпадение характера температурной зависимости затухания, предсказываемого теорией, с экспериментом.

При анализе экспериментальных результатов следует также иметь в виду, что температурный ход затухания может существенным образом зависеть и от особенностей фононного спектра ⁴³, и от анизотропии констант фонон-фононного взаимодействия ⁴⁴.

До сих пор рассматривался случай, когда $\hbar\Omega \ll kT$. В работе ² в кристаллах кварца исследовалось затухание продольных волн с частотой $7 \cdot 10^{10}$ гц, что соответствует при гелиевых температурах $\hbar\Omega \approx kT$. При таком соотношении оказываются эффективными и трехфононные процессы распада типа $L_0 \rightarrow S_1 + L_2$, и процессы типа $L_0 \leftarrow S_1 \rightarrow L_2$. В эксперименте ² наблюдалась температурная зависимость затухания T^4 вместо T^7 или T^9 при более низких частотах. Такая зависимость, возможно, объясняется именно дополнительными процессами взаимодействия, которые увеличивают затухание при низких температурах. Более детально случай $\Omega\hbar \approx kT$ не исследовался.

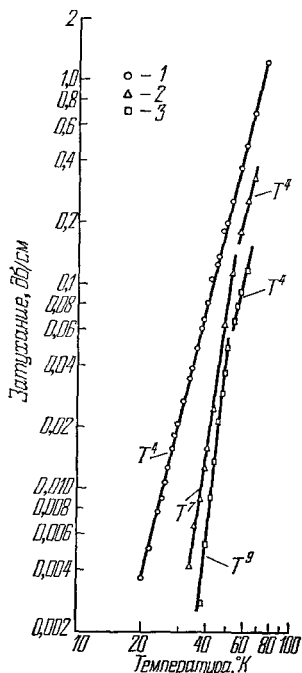


Рис. 9. Температурная зависимость затухания упругих волн с частотой 1000 Мгц в Al_2O_3 при распространении вдоль оси второго порядка медленных (1), быстрых (2) поперечных и продольных (3) волн.

при низких температурах. Более детально случай $\Omega\hbar \approx kT$ не исследовался.

б) Взаимодействие со свободными носителями. В затухание гиперзвуковых волн в кристаллах, помимо рассеяния на тепловых фононах, может вносить вклад взаимодействие со свободными носителями. Для пьезоэлектрических кристаллов такое взаимодействие определяется тем, что распространение упругой волны в пьезоэлектрике сопровождается переменными электрическими полями, которые действуют на свободные носители. Кроме этого механизма взаимодействия, присущего только пьезоэлектрикам, связь упругой волны с носителями может быть обусловлена потенциалом деформации, т. е. изменением ширины зоны от упругой деформации. Однако последний механизм обычно приводит к величине затухания, которое значительно меньше, чем затухание, вызванное рассеянием на тепловых фононах. Что касается пьезоэлектрических полупроводников, то для них электрон-фононное взаимодействие часто оказывается основным механизмом затухания.

Теория электрон-фононного взаимодействия в пьезополупроводниках развивалась Гуревичем, Хатсоном и Уайтом ^{45а, 46}.

Основные результаты теории получаются из решения следующей системы уравнений ⁴⁶:

$$\begin{aligned} T &= c \frac{\partial u}{\partial x} - \beta E, \quad D = \beta \frac{\partial u}{\partial x} + \epsilon E, \quad \rho \ddot{u} = \frac{\partial T}{\partial x}, \\ \frac{\partial D}{\partial x} &= -en, \quad \frac{\partial J}{\partial x} = e \frac{\partial n}{\partial t}, \quad J = e(n_0 + n)\mu E + e\mathcal{D} \frac{\partial n}{\partial x}. \end{aligned}$$

Эти уравнения, записанные для одномерного случая, представляют собой соответственно уравнения состояния для пьезоэлектрика, уравнение движения теории упругости, уравнения Пуассона и непрерывности и уравнение для тока. Через e обозначен заряд электрона, β и ϵ — пьезоэлектрическая и диэлектрическая постоянные, μ и \mathcal{D} — подвижность и коэффициент диффузии носителей, n_0 — их равновесная концентрация, n — отклонение от равновесной концентрации, вызванное упругой волной. В линейном приближении приведенная система уравнений сводится к уравнению движения

$$\rho \ddot{u} = c_{\text{эфф}} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2},$$

где $c_{\text{эфф}}$ — комплексный модуль упругости, мнимая часть которого определяет величину затухания упругих волн, обусловленного связью с носителями тока ⁴⁸:

$$A (\partial b / \text{мксек}) = 4,34 \cdot 10^{-6} \chi^2 [\Omega^2 \tau_c / (1 + \Omega^4 \tau_D^2 \tau_c^2 + 2\Omega^2 \tau_D \tau_c + \Omega^2 \tau_c^2)]; \quad (4.11)$$

здесь χ — константа электромеханической связи $\chi = (\beta^2 / c\epsilon)^{1/2}$, $\tau_c = \epsilon / \sigma$ — максвелловское время релаксации и $\tau_D = \mu kT / ev^2$ — «время диффузии», где σ — электропроводность, а v — скорость упругих волн.

Таким образом, затухание упругих волн является в общем случае сложной функцией электрических характеристик полупроводника. При определенных соотношениях между частотой упругих волн Ω и характеристическими параметрами τ_c и τ_D вид формулы (4.11) упрощается. Рассмотрим в связи с этим два предельных случая. Если все члены в знаменателе (4.11) малы по сравнению с единицей ($\Omega\tau < 1$), то затухание оказывается равным

$$A = 4,34 \cdot 10^{-6} \chi^2 \epsilon \Omega^2 \rho, \quad (4.12)$$

где ρ — удельное электрическое сопротивление. Затухание в этом случае пропорционально квадрату частоты упругих волн и удельному сопротивлению кристалла. В другом предельном случае, когда $\Omega\tau_c > 1$ и $\Omega\tau_D < 1$,

$$A = 4,34 \cdot 10^{-6} \chi^2 \sigma / \epsilon, \quad (4.13)$$

т. е. затухание не зависит от частоты и пропорционально электропроводности.

Затухание упругих волн, обусловленное взаимодействием со свободными носителями, исследовалось в ряде кристаллов: CdS ⁴⁷, GaAs ⁴⁸, Te ⁴⁹.

Полученные экспериментальные результаты хорошо описываются формулой (4.11). В качестве примера приводим температурные зависимости затухания продольных волн в кристаллах теллура ⁴⁹ (рис. 10, а) и ниобата лития ⁵⁰ (рис. 11, а).

В случае теллура (точечная группа D_3) пьезоэлектрически активными упругими волнами, т. е. волнами, которые создают в кристалле электрические поля, являются продольные волны вдоль оси x (C_2). В затухание этих волн, следовательно, могут вносить вклад свободные носители. При

частотах $\sim 10^8$ гц этот вклад, как показывают измерения электрических свойств, должен описываться формулой (4.12). Приведенные на рис. 10, а экспериментальные точки действительно совпадают с теоретической зависимостью (4.12), показанной сплошными кривыми (для недопированного образца 1 соответствует 200 Мгц, 2—160 Мгц и 3—90 Мгц).

Точки 4 для 90 Мгц на этом рисунке относятся к допированному образцу с концентрацией носителей $3,5 \cdot 10^{-16}$ см $^{-3}$ при 77° К. Малая величина затухания и его температурно-независимый ход в этом случае связаны

с тем, что уменьшение удельного сопротивления, вызванное допированием, уменьшает вклад носителей (4.12) до величины, малой по

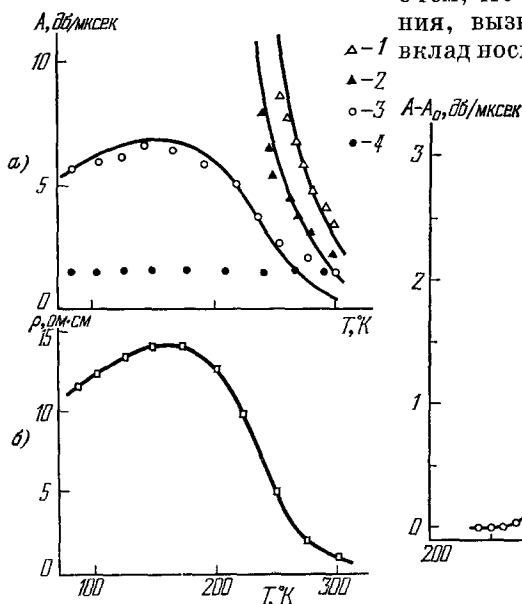


Рис. 10. Температурные зависимости затухания продольных упругих волн (а) и удельного электрического сопротивления (б) в кристаллах теллура.

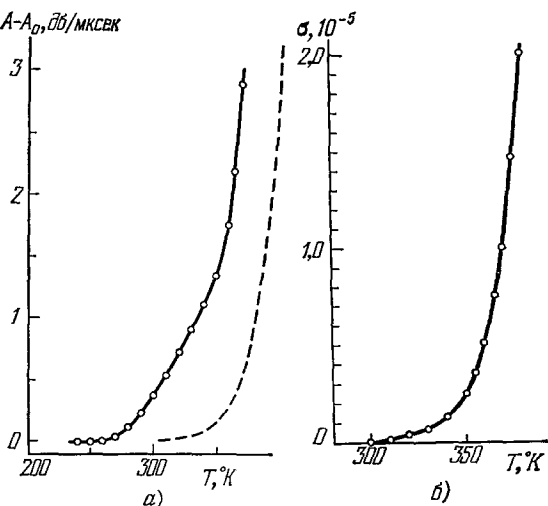


Рис. 11. Температурная зависимость затухания продольных упругих волн с частотой 100 Мгц (а) и электропроводности (б) кристаллов ниобата лития, восстановленных в атмосфере водорода. (σ — в ед. ом $^{-1}$ см $^{-1}$).

сравнению с решеточным затуханием. Не зависящим от температуры (как в чистых, так и в допированных образцах) оказывается и затухание продольных волн вдоль оси z (C_3), поскольку эти волны не являются пьезоэлектрически активными, т. е. не взаимодействуют с носителями⁴⁹.

Рис. 11 относится к кристаллам ниобата лития, восстановленным в атмосфере водорода. Согласно⁵¹ электропроводность таких кристаллов имеет электронный характер. Измерения электрических свойств показывают, что характеристические параметры τ_c и τ_D восстановленных кристаллов таковы, что в исследованном в работе⁵⁰ интервале частот и температур затухание, связанное со свободными носителями, должно определяться формулой (4.13). В случае кристаллов ниобата лития (точечная группа C_{3v}) пьезоэлектрически активными волнами являются продольные волны вдоль оси z (C_3). Температурная зависимость затухания этих волн и показана на рис. 11, а. Из него следует, что в соответствии с ростом электропроводности кристаллов при повышении температуры наблюдается рост затухания. С уменьшением степени восстановления, как показывают измерения, уменьшается электропроводность и рост затухания начинается при более высоких температурах. Штриховая кривая на рис. 11, а представляет собой затухание, рассчитанное по формуле (4.13). Некоторое расхождение

между экспериментом и расчетом объясняется, возможно, тем, что определенный вклад в температурную зависимость затухания могут вносить точечные дефекты, которые возникают в восстановленных кристаллах.

Исследования электрон-фоонных взаимодействий представляют большой интерес, главным образом в связи с тем, что характером этих взаимодействий можно управлять с помощью внешнего электрического поля. Так, если скорость дрейфа носителей во внешнем поле превысит скорость распространения упругих волн, то будет происходить не затухание, а усиление этих волн⁵². Представляют значительный интерес и другие эффекты, связанные с электрон-фоонным взаимодействием, например, акустоэлектрические эффекты, нелинейные взаимодействия. Эти вопросы рассматриваются в обзорах^{45б, 53}.

в) **Рассеяние на дефектах.** Реальный кристалл всегда содержит те или иные дефекты, которые могут оказывать влияние на затухание упругих волн. В принципе, дефекты любых размеров будут непосредственно рассеивать упругие волны, вызывая увеличение их затухания. Однако существенный вклад в общее затухание следует ожидать лишь от рассеяния упругих волн на дефектах с размерами, близкими к длине волны упругих колебаний^{31б}. Поскольку даже при частоте 10^{10} гц длина волны составляет в среднем 0,5 мкм, заметное дополнительное затухание будут вызывать дефекты, имеющие макроскопические размеры. Такими дефектами могут быть поры, включения другой фазы и др. Рассеяние на подобных дефектах рассматривается, например, в работе⁵⁴.

Точечные дефекты в кристалле (примеси, вакансии, атомы внедрения) являются дефектами атомных масштабов. Размеры этих дефектов, даже с учетом сильного искажения кристаллической решетки, которое они вызывают, не превышают нескольких десятков ангстрем, т. е. много меньше длины волны. В связи с этим непосредственное рассеяние упругих волн на таких дефектах будет вносить ничтожный вклад в общее затухание^{31б}. Тем не менее точечные дефекты могут оказывать влияние на затухание упругих волн, воздействуя на них через тепловые фононы. Как уже отмечалось, затухание и по механизму Ахиезера, и по механизму Ландау — Румера определяется временами релаксации тепловых фононов. В кристаллах с точечными дефектами времена релаксации уменьшаются, что связано с рассеянием тепловых фононов на дефектах. Это должно вызывать соответствующее изменение затухания. Так, в случае механизма Ахиезера согласно (4.5) уменьшение времени релаксации (уменьшение теплопроводности) в кристалле с точечными дефектами должно вызывать такое же уменьшение затухания. Действительно, в ряде работ обнаружено, что в кристаллах с дефектами затухание упругих волн уменьшается по сравнению с затуханием в чистых кристаллах. В работе^{21а} было показано, что в кристаллах кремния с примесью $5 \cdot 10^{17}$ см⁻³ кислорода затухание продольных волн уменьшается примерно на 10% при 100° К по сравнению с кремнием, содержащим менее 10^{15} см⁻³ кислорода. Небольшое уменьшение затухания продольных волн обнару-

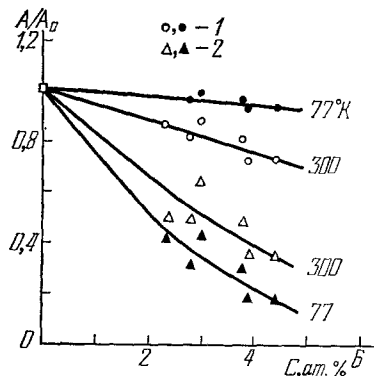


Рис. 12. Зависимость относительного уменьшения затухания упругих волн с частотой 1000 Мгц в кремнии от концентрации примеси германия для продольных (1) и поперечных (2) волн.

жено в кварце при облучении нейтронами ⁵⁵ и в системе германий — кремний по сравнению с чистыми германием и кремнием ⁵⁶. Более подробно влияние примеси на затухание упругих волн исследовалось в работе ⁵⁷ для кристаллов кремния с примесью германия. Результаты этой работы представлены на рис. 12, где показана зависимость относительного уменьшения затухания упругих волн от концентрации примеси германия в кремнии. Для продольных волн эффект незначителен: затухание при комнатной температуре уменьшается примерно на 20% при концентрации германия около 4 ат.%. Для поперечных волн затухание изменяется более сильно: при той же концентрации германия наблюдается уменьшение затухания примерно в три раза при комнатной температуре и в 5—6 раз при температуре жидкого азота. Измерения теплопроводности показывают ⁵⁷, что

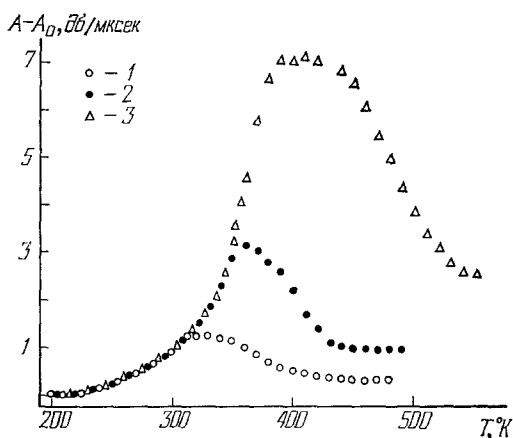


Рис. 13. Релаксационные пики поглощения поперечных упругих волн при распространении вдоль оси третьего порядка в кристаллах LiNbO_3 , восстановленных в атмосфере аргона с парциальным давлением кислорода 10^{-6} атм., на частотах 80 (1), 200 (2) и 500 (3) МГц.

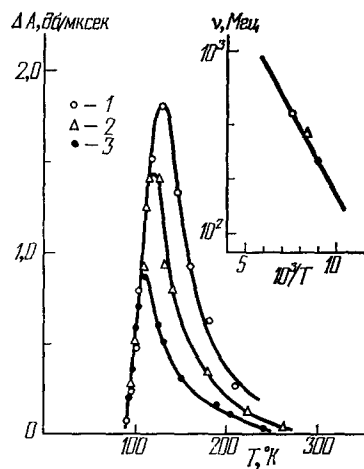


Рис. 14. Релаксационные пики поглощения продольных упругих волн при распространении вдоль $[110]$ в γ -облученных кристаллах NaF на частотах 460 (1), 350 (2) и 260 (3) МГц.

в кристаллах кремния с 4 ат.% германия теплопроводность по сравнению с чистым кремнием уменьшается примерно в 10 раз при комнатной температуре и в 30 раз при температуре жидкого азота. Согласно (4.5) это уменьшение теплопроводности должно было бы вызывать такое же уменьшение затухания, что противоречит экспериментальным результатам.

Теоретически вопрос о влиянии примесей на затухание упругих волн рассматривался в работе ³¹⁶, где было показано, что при вычислении затухания упругих волн в кристаллах с примесями нельзя вместо времени релаксации тепловых фононов в чистом кристалле прямо подставлять время релаксации фононов, обусловленное их рассеянием на примесях. Это связано с тем, что из-за сильной частотной зависимости время релаксации при рассеянии на примесях резко возрастает при уменьшении волнового вектора тепловых фононов, что приводит к расходимости при строгом, последовательном вычислении затухания упругих волн. Для длинноволновых тепловых фононов фонон-фононные взаимодействия могут оказаться более существенными, чем процессы рассеяния на примесях, и это необходимо учитывать при количественном анализе влияния примеси на затухание упругих волн ³¹⁶.

Более подробно вопрос о затухании в кристаллах с примесями рассматривался также в работе ⁵⁸. В ней процесс релаксации Ахизера в кристалле с примесями представляется в виде двух последовательных ступеней. Вначале за счет упругого рассеяния на дефектах фононы различных мод, но с одинаковой частотой, релаксируют к некоторой эффективной температуре. Затем фонон-фононные взаимодействия вызывают релаксацию всех фононных мод к общей средней температуре. В работе показано, что влияние примесей на затухание сильно зависит от поляризации и направления распространения упругих волн, от температуры и константы ангармонизма. Один из выводов работы заключается в том, что для поперечных волн влияние примесей может оказаться более сильным, чем для продольных волн, что качественно согласуется с результатами работы ⁵⁷.

Помимо влияния через тепловые фононы точечные дефекты могут и непосредственно сказываться на затухании упругих волн. Это будет происходить в тех случаях, когда точечный дефект обладает несколькими равновесными положениями в решетке, которые становятся неэквивалентными под действием деформаций в упругой волне. Для упругих волн будет тогда наблюдаться релаксационный пик поглощения с максимумом, отвечающим условию $\Omega = \omega_0 \exp(-U/kT)$, где ω_0 — характерная частота, а U — энергия активации для перескока дефекта из одного положения в другое. Изучение зависимости пиков поглощения от направления распространения и поляризации упругих волн может дать сведения о природе дефектов.

Релаксационные пики поглощения для поперечных упругих волн наблюдались в работе ⁵⁰ в кристаллах ниобата лития с дефектами (рис. 13). Дефекты в этих кристаллах создавались путем отжига в восстановительной атмосфере. По частотному смещению, а также по ширине и форме релаксационных пиков была определена энергия активации, которая оказалась равной 0,25 эв. Эта энергия активации связана, по-видимому, с движением в решетке ионов лития.

Другой пример релаксационных пиков поглощения приведен на рис. 14, где показана температурная зависимость затухания упругих волн в кристаллах NaF, облученных γ -лучами Co⁶⁰. Энергия активации для движения дефектов в этом случае оказывается равной 0,04 эв. Пики поглощения, связанные с дефектами, наблюдались также в кварце после облучения нейтронами ⁵⁵ и в восстановленных кристаллах рутила ⁵⁹.

В заключение отметим, что на затухание упругих волн могут оказывать влияние и дислокации, однако в гиперзвуковом диапазоне частот дислокации сказываются, по-видимому, существенно меньше, чем в ультразвуковом диапазоне ⁶⁰.

5. ОСОБЕННОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ГИПЕРЗВУКОВЫХ ВОЛН В МАГНИТОУПОРЯДОЧЕННЫХ КРИСТАЛЛАХ

Распространение гиперзвуковых волн в магнитоупорядоченных кристаллах сопровождается особенностями, связанными с взаимодействием этих волн со спиновыми волнами. Указанные особенности будут рассмотрены в этой главе на примере кубических кристаллов феррита-граната иттрия.

Спиновые волны, т. е. распространяющиеся по кристаллу *колебания намагниченности*, характеризуются следующим дисперсионным соотношением ^{61а, 62}:

$$\omega_c = \gamma [(H + Dq^2)(H + 4\pi M_0 \sin^2 \theta + Dq^2)]^{1/2}; \quad (5.1)$$

здесь γ — гиромагнитное отношение, M_0 — намагниченность насыщения, D — обменная постоянная, θ — угол между намагниченностью и направ-

лением распространения спиновых волн, H — внутреннее поле, равное $H = H_0 + H_a + H_p$, где H_0 , H_a и H_p — внешнее поле, поле анизотропии и размагничивающее поле соответственно.

Между упругими и спиновыми волнами существует в общем случае связь, которая становится особенно сильной при условиях резонанса, когда равны частоты и волновые векторы упругих и спиновых волн^{61a}. Если записать дисперсионное соотношение для упругих волн в виде $\omega = vq$, то легко найти эти условия. Так, при $\theta = 0^\circ$ в отсутствие внешнего поля $\omega = \omega_c = \gamma(H_a + Dq^2)$, что дает два значения резонансных частот, $\omega_1 = \gamma H_a$ и $\omega_2 = v^2/\gamma D$, при которых происходит «пересечение» дисперсионных характеристик спиновых и упругих волн. Оценим эти частоты для феррита-граната иттрия. Используя значения $H_a \approx 100$ э, $D = 5 \cdot 10^{-9}$ э·см² и $v \approx 5 \cdot 10^5$ см/сек, получаем $\omega_1/2\pi \approx 3 \cdot 10^8$ гц и $\omega_2/2\pi \approx 5 \cdot 10^{11}$ гц.

В общем случае произвольного θ частота ω_2 практически не меняется, а

$$\omega_1 = \gamma [H_a (H_a + 4\pi M_0 \sin^2 \theta)]^{1/2}. \quad (5.2)$$

Наибольшее значение ω_1 получается при $\theta = 90^\circ$, и для феррита-граната иттрия ($4\pi M_0 \approx 1800$ э) она составляет $\omega_1/2\pi \approx 10^9$ гц.

На рис. 15 изображены дисперсионные характеристики спиновых и упругих волн и показаны точки «пересечения» (на самом деле при наличии взаимодействия в точках «пересечения» происходит расталкивание спектров, что и видно на рисунке; штриховые кривые соответствуют отсутствию взаимодействия).

Рис. 15. Дисперсионные характеристики спиновых и упругих волн.

Частота ω_2 попадает в область частот, экспериментально в настоящее время не освоенных, а ω_1 находится в удобном частотном диапазоне. Отметим, что существование точки «пересечения» при частоте ω_1 в отсутствие внешнего магнитного поля связано со щелью в спектре спиновых волн, обусловленной полями магнитной анизотропии. Частота спиновых волн согласно (5.1) зависит от внешнего магнитного поля, и эта зависимость особенно существенна в области частот, где можно пренебречь членом Dq^2 (что соответствует обычным экспериментальным условиям). Тогда при данной частоте упругих волн ω условия резонанса будут выполняться при внешнем поле

$$H_0 = 2\pi M_0 \{ [4(\omega^2/\omega_M^2) + \sin^4 \theta]^{1/2} - \sin^2 \theta \} - (H_p + H_a), \quad (5.3)$$

где $\omega_M = 4\pi\gamma M_0$. Для сферических образцов ($H_p = -4\pi M_0/3$) феррита-граната иттрия при частоте 10^3 Мгц получаем следующие значения резонансных полей: $H_0 \approx 1000$ э при $\theta = 0^\circ$ и $H_0 \approx 700$ э при $\theta = 90^\circ$.

До сих пор мы рассматривали поля и частоты, при которых выполняются резонансные условия для взаимодействия упругих и спиновых волн. Однако чтобы такое взаимодействие имело место, необходимо наличие связи между этими волнами. Вопрос о связи можно выяснить, получив уравнение движения для упругих смещений и намагниченности. Уравнения движения выводятся из выражения для полной энергии кристалла E :

$$\rho \ddot{u}_i = \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{1 + \delta_{ik}}{2} \frac{\partial E}{\partial \varepsilon_{ik}} \right), \quad \dot{\alpha} = \frac{\gamma}{M_0} [\alpha \nabla_\alpha E]; \quad (5.4)$$

здесь α — единичный вектор вдоль направления намагниченности. Полная энергия кристалла приближенно записывается в следующем виде:

$$E = E_Z + E_Y + E_{MY},$$

где E_Z , E_Y и E_{MY} — зеемановская, упругая и магнитоупругая энергии, равные ⁷

$$E_Z = -M_0 (\alpha_i H_i), \quad E_Y = c_{ijhk} \varepsilon_{ij} \varepsilon_{kl} / 2, \quad E_{MY} = b_{ijk} \alpha_i \alpha_j \varepsilon_{kl}. \quad (5.5)$$

В выражение для энергии не включена обменная энергия, так как ее вклад мал при обычно используемых частотах, и энергия магнитной анизотропии, поскольку в рассматриваемом приближении она приводит к изменению резонансной частоты.

Для кубических кристаллов в выражение для энергии входят два независимых магнитоупругих коэффициента ⁷⁶, которые принято вводить следующим образом: $b_{11} - b_{12} = B_1$ и $2b_{44} = B_2$. При использовании этих коэффициентов получаем

$$E_{MY} = B_1 \alpha_i^2 \varepsilon_{ii} + \beta_2 \alpha_i \alpha_k \varepsilon_{ik} (1 - \delta_{ik}).$$

При выводе уравнений движения предполагается, что все возмущения малы, т. е. в уравнениях движения сохраняются только члены первого порядка относительно переменных смещений и намагниченности. Решение этих уравнений ищется в виде плоских волн, а собственные частоты и дисперсионные соотношения получаются из равенства нулю детерминанта системы однородных уравнений для амплитуд плоских волн. Такая задача была решена в работе ⁶³ для случая упругой и магнитоупругой изотропии и произвольного направления распространения по отношению к магнитному полю. В работе ⁶⁴ приводятся решения для различных направлений распространения упругих волн по отношению к кристаллографическим осям и к магнитному полю в кубическом кристалле.

Рассмотрим случай, когда упругая волна распространяется вдоль направления [100] (ось x), а магнитное поле лежит в плоскости (010) (плоскость x, z). Используя (5.4) и (5.5), а также уравнения Максвелла для переменных ^{61a} намагниченности M и магнитного поля h : $\text{rot } h = 0$ и $\text{div } h = -4\pi \text{ div } M$, получаем уравнения для амплитуд плоских волн:

$$\left. \begin{aligned} i\omega M'_x + \gamma H M'_y - i\gamma B_2 q \cos \theta \cdot u_y &= 0, \\ \gamma (H + 4\pi M_0 \sin^2 \theta) M'_x - i\omega M'_y + i\gamma B_2 q \cos 2\theta \cdot u_z - i\gamma B_1 q \sin 2\theta \cdot u_x &= 0, \\ (iB_2 q / \rho M_0) \cos 2\theta \cdot M'_x + (\omega^2 - v_s^2 q^2) u_z &= 0, \\ (iB_2 q / \rho M_0) \cos \theta \cdot M'_y - (\omega^2 - v_s^2 q^2) u_y &= 0; \\ (iB_1 q / \rho M_0) \sin 2\theta \cdot M'_x - (\omega^2 - v_L^2 q^2) u_x &= 0; \end{aligned} \right\} \quad (5.6)$$

здесь $v_s = (c_{44}/\rho)^{1/2}$ и $v_L = (c_{11}/\rho)^{1/2}$ — скорости поперечных и продольных волн, а система координат $x'yz'$ связана с полем H , которое направлено по оси z' .

В случае $\theta = 0$, т. е. при магнитном поле, параллельном направлению распространения, будем искать решения в виде циркулярно-поляризованных плоских волн $M^\pm = M_y \pm iM_z$ и $u^\pm = u_y \pm iu_z$. Тогда из (5.6) следует

$$(\omega \mp \omega_0) M^\pm \pm i\gamma B_2 q u^\pm = 0, \quad (B_2 q / \rho M_0) M^\pm + i(\omega^2 - v_s^2 q^2) u^\pm = 0,$$

где $\omega_0 = \gamma H$ — резонансная частота для случая $\theta = 0$. Из равенства нулю детерминанта этой системы получаем дисперсионное соотношение

$$(\omega \mp \omega_0) (\omega^2 - v_s^2 q^2) \mp (\gamma B_2^2 q / \rho M_0) = 0,$$

которое дает два решения:

$$(q^\pm)^2 = \omega^2 \{v_s^2 - [\gamma B_2 / \rho M_0 (\omega_0 \mp \omega)]\}^{-1}. \quad (5.7)$$

Таким образом, одна из циркулярно-поляризованных компонент упругой волны (u^-) оказывается практически не связанной со спиновыми волнами.

Рассмотрим более подробно дисперсионное соотношение для связанной со спиновыми волнами компоненты u^+ :

$$(\omega - \omega_0) (\omega^2 - v_s^2 q^2) - (\gamma B_2^2 q^2 / \rho M_0) = 0.$$

Учитывая, что в области резонанса $\omega + v_s q \approx 2\omega_0$, получаем

$$\omega_{1,2} = 0,5 (\omega_0 + v_s q) \pm 0,5 [(\omega_0 - v_s q)^2 + (2\gamma B_2^2 \omega_0 / \rho M_0 v_s^2)]^{1/2},$$

т. е., как уже отмечалось, в области резонанса происходит расталкивание дисперсионных кривых. Расщепление двух ветвей $\Delta\omega = \omega_1 - \omega_2$ имеет наименьшее значение при $\omega_0 = v_s q$ (точка «пересечения») и равно $\Delta\omega = (2\gamma B_2^2 \omega_0 / \rho M_0 v_s^2)^{1/2}$.

Рассмотрим, далее, случай $\theta = 90^\circ$, когда магнитное поле перпендикулярно к направлению распространения упругих волн. В этом случае, как следует из (5.6), поперечные волны с поляризацией, перпендикулярной к направлению магнитного поля, оказываются не связанными со спиновыми волнами $q_1^2 = \omega^2 / v_s^2$. Для связанных волн получаем

$$(\omega^2 - v_s^2 q_2^2) (\omega_0^2 - \omega^2) + (B_2^2 \gamma^2 H q_2^2 / \rho M_0) = 0.$$

Отсюда

$$q_2^2 = \omega^2 / \{v_s^2 - [B_2^2 \gamma^2 H / \rho M_0 (\omega_0^2 - \omega^2)]\}; \quad (5.8)$$

здесь ω_0 — резонансная частота при $\theta = 90^\circ$, т. е.

$$\omega_0 = \gamma [H (H + 4\pi M_0)]^{1/2}.$$

Из уравнения (5.6) следует также, что продольные упругие волны не связаны со спиновыми при $\theta = 0$ и 90° . При других значениях θ связь существует и становится максимальной при $\theta = 45^\circ$.

Аналогичным образом может быть решен вопрос о связи со спиновыми волнами и для упругих волн, распространяющихся в других направлениях. Приведем результаты для некоторых наиболее интересных случаев ⁶⁴. При распространении вдоль направления $[110]$ и при поле, перпендикулярном к направлению распространения, продольные волны оказываются связанными со спиновыми, причем константа связи определяется выражением $(B_1 - B_2) \sin 2\beta$, где β — угол между направлением поля и направлением $[001]$. Интересно отметить, что связь в этом случае отсутствует при магнитоупругой изотропии, когда $(b_{11} - b_{12})/b_{44} = 1$, т. е. $B_1 = B_2$. Для распространения вдоль $\langle 111 \rangle$ при поле, параллельном направлению распространения, нормальными модами являются, как и в случае $\langle 100 \rangle$, волны с круговой поляризацией. Дисперсионное соотношение при этом получается таким же, как (5.7), но связь описывается эффективной магнитоупругой постоянной, равной $(2B_1 + B_2)/3$. Продольные волны в этом случае не взаимодействуют со спиновыми.

Поперечные волны, распространяющиеся вдоль $[110]$ при поле, параллельном $[110]$, связаны со спиновыми, причем связь оказывается различной для волн с поляризацией вдоль направлений $[110]$ и $[001]$. При поле, перпендикулярном к направлению распространения, связь существует для поперечных волн с поляризацией вдоль $[110]$ и $[001]$, если магнитное поле направлено вдоль соответствующих направлений.

После появления первых теоретических работ по магнитоупругому взаимодействию ^{61b}, были проведены подробные экспериментальные иссле-

дования взаимодействия упругих волн со спиновыми, главным образом, на примере кристаллов феррита-граната иттрия^{24а, 64-66, 67а, 68-72}. Эти исследования показали, что предсказания теории магнитоупругого взаимодействия хорошо согласуются с экспериментом.

Рассмотрим некоторые из экспериментальных результатов. В работах^{69, 71} при исследовании распространения упругих волн с частотами 100—1700 МГц в кристаллах феррита-граната иттрия в отсутствие внешнего магнитного поля были обнаружены резкие пики затухания (рис. 16), положение которых по частоте зависело от направления распространения. Исследования зависимости этих пиков от температуры и внешнего магнитного поля показали, что они имеют магнитную природу. Поскольку частоты, при которых наблюдались пики затухания, попадают в диапазон, определяемый формулой (5.2), было предложено следующее объяснение полученных результатов^{69, 71}.

Пики затухания связаны с резонансным магнитоупругим взаимодействием, и для расчета частоты резонанса следует использовать формулу (5.2) с учетом того, что в отсутствие внешнего магнитного поля образец состоит из магнитных доменов. Если допустить, что намагниченность большей части доменов направлена вдоль направлений легкого намагничивания $\langle 111 \rangle$, в качестве угла θ в (5.2) следует подставлять все возможные углы между направлениями типа $\langle 111 \rangle$ и направлением распространения упругих волн, а для поля анизотропии взять значение для направления $\langle 111 \rangle$, т. е. $H_a = 4K_1/3M_0$, где K_1 — константа анизотропии. Так, при распространении вдоль $\langle 111 \rangle$ существуют два возможных угла θ , 0° и $70^\circ 32'$. Согласно (5.2) это приводит к резонансным частотам, равным соответственно 170 и 870 МГц. Как видно из рис. 16, именно при этих частотах и наблюдаются пики поглощения. Отметим, что для продольных волн низкочастотный пик не наблюдается. Это объясняется тем, что, как отмечалось выше, при распространении вдоль $\langle 111 \rangle$ при $\theta = 0^\circ$ продольные волны оказываются не связанными со спиновыми. Хорошее согласие расчета с экспериментом было обнаружено и для других направлений распространения, что подтверждает правильность предложенной модели (см. табл. II, где приведены частоты естественного магнитоупругого резонанса для кристаллов феррита-граната иттрия.)

По аналогии с естественным ферромагнитным резонансом явление резонансного поглощения упругих волн в отсутствие внешнего магнитного поля может быть названо *естественным магнитоупругим резонансом*, поскольку этот резонанс происходит в эквивалентных полях магнитокристаллографической анизотропии. Следует указать, что аналогичное явление было обнаружено в работе^{24а}, где измерялась температурная зависимость затухания продольных волн с частотой 1000 МГц. При температуре около 250 °К наблюдались пики затухания. Эти результаты согласуются

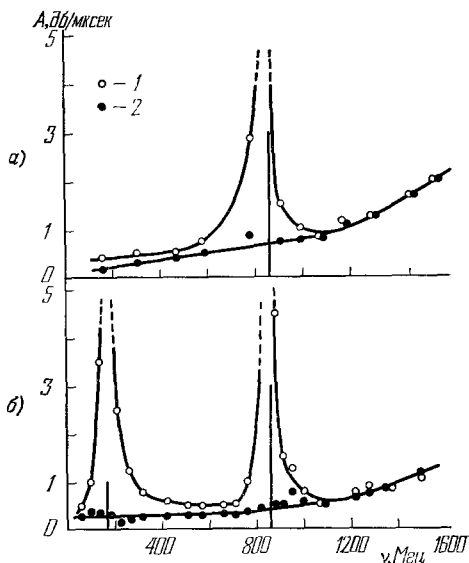


Рис. 16. Естественный магнитоупругий резонанс при распространении продольных (а) и поперечных (б) упругих волн вдоль направления $[111]$ в кристаллах феррита-граната иттрия при $H = 0$ (1) и 4000 э (2).

с температурной зависимостью резонансных частот, полученной в работе ⁶⁹ при более высоких температурах. Авторы работы ^{24а} сделали, однако,

ошибочный вывод, что пики затухания связаны с взаимодействием упругих волн со стенками магнитных доменов.

Таблица II

Направление распространения упругих волн	θ	Частота резонанса, Мгц	
		расчет	эксперимент
[100]	54°44'	760	750
[111]	0°	170	180
	70°32'	870	850
[110]	35°16'	550	550
	90°	930	940
[113]	30°	490	470
	58°	790	750
	80°	910	900

При распространении продольных волн вдоль $\langle 110 \rangle$ и при поле, перпендикулярном к направлению распространения, наблюдается резонанс, глубина которого зависит от направления поля по отношению к кристаллическим осям (см. рис. 17, где упругие волны распространяются перпендикулярно к полю вдоль направления $[1\bar{1}0]$, частота 1470 Мгц, сплошные линии проведены в предположении, что затухание пропорционально $\sin^2 2\beta$). Как указывалось выше, связь упругих и спиновых волн в этом случае определяется константой, пропорциональной $(B_1 - B_2) \sin 2\beta$, где β — угол между направлением поля и направлением $[001]$. Из рис. 17 следует, что эксперимент хорошо согласуется с теорией (при этих измерениях использовался образец в виде тонкой пластинки). Отметим также, что величина поля, при котором наблюдаются резонансы, совпадает с величиной, рассчитанной по формуле (5.3).

Для поперечных упругих волн, кроме резонансного затухания, наблюдаются эффекты, связанные с различием взаимодействия разных компонент смещения в упругой волне со спиновыми волнами. При распространении вдоль направлений $\langle 100 \rangle$ или $\langle 111 \rangle$ при поле, параллельном направлению распространения, нормальными модами являются циркулярно-поляризованные волны с противоположным направлением вращения. Одна из них взаимодействует со спиновыми волнами, что приводит к изменению скорости распространения, другая является практически не взаимодействующей.

В экспериментах с упругими волнами используются обычно преобразователи, которые возбуждают и регистрируют линейно-поляризованные поперечные волны с определенным направлением поляризации.

Линейно-поляризованная волна от входного преобразователя, играющего, таким образом, роль поляризатора, раскладывается в кристалле

Магнитоупругий резонанс в феррите-гранате иттрия во внешних магнитных полях наблюдался в работах ⁶⁴, ⁶⁶, ^{67а}, ⁶⁸. В работе ⁶⁴ было показано, что характер взаимодействия упругих волн со спиновыми хорошо описывается феноменологической теорией магнитоупругого взаимодействия. Так, для продольных волн, распространяющихся вдоль $\langle 100 \rangle$, резонанс отсутствует при поле, параллельном и перпендикулярном к направлению распространения, как и должно быть согласно теории.

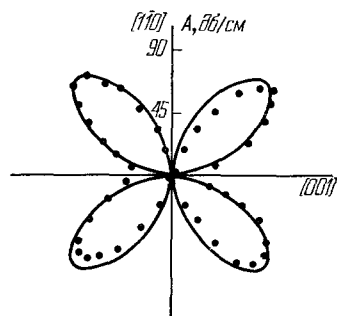


Рис. 17. Полярная диаграмма зависимости затухания продольных упругих волн при магнитоупругом резонансе от угла β между магнитным полем и направлением $[001]$ для кристалла феррита-граната иттрия

на две циркулярно-поляризованные компоненты, которые распространяются с разной скоростью. Для результирующей линейно-поляризованной волны на выходном преобразователе (или на входном при работе «на отражение») плоскость поляризации будет повернута на некоторый угол ϕl (l — путь, пройденный упругой волной) относительно исходной. Сигнал на приемном преобразователе, который выполняет роль анализатора, пропорционален $\cos(\phi l)$. Поскольку изменение скорости взаимодействующей компоненты зависит от поля, при изменении поля будет меняться угол ϕ и соответственно будет меняться амплитуда сигнала на приемном преобразователе. При $\phi l = n\pi$, где $n = 0, 1, 2, \dots$, сигнал имеет наибольшее значение, при $\phi l = (2n + 1)\pi/2$ — наименьшее. Таким образом, при изменении поля амплитуда упругих импульсов, регистрируемая приемным преобразователем, будет осциллировать. Такие осцилляции должны наблюдаться не только при изменении поля, но и при постоянном поле в серии последовательных упругих импульсов, которые получаются в результате многократных отражений от торцов образца. Осцилляции в этом случае связаны с тем, что каждый последующий импульс в серии проходит больший суммарный путь по образцу и плоскость поляризации его поворачивается на больший угол. Поскольку угол ϕ равен $\phi = (q^+ - q^-)/2$, то из (5.7) получаем

$$\phi = (\pi B^2 v^2 / M_0 \rho \gamma v_s^3) / [H^2 - (v/\gamma)^2],$$

где $\gamma = 2,8 \text{ Мгц/э}$, а B равно B_2 при распространении упругих волн вдоль $\langle 100 \rangle$ и $(2B_1 + B_2)/3$ при распространении вдоль $\langle 111 \rangle$.

Описанный выше эффект вращения плоскости поляризации, который может быть назван *акустическим эффектом Фарадея*, наблюдался впервые в работе ⁶⁵ в цилиндрических образцах феррита-граната иттрия при частоте 500 Мгц. При частоте $9 \cdot 10^9 \text{ гц}$ эффект Фарадея исследовался в работе ⁷⁰, а в условиях однородного внутреннего магнитного поля (сферический образец) в работе ⁷². Экспериментальные результаты, полученные в указанных работах, хорошо согласуются с теорией. В работе ⁶⁴ было также получено прямое экспериментальное подтверждение того, что со спиновыми волнами взаимодействует только одна циркулярно-поляризованная компонента упругих волн с определенным знаком вращения. Для создания циркулярно-поляризованной упругой волны использовался *метод четвертьволновых пластин* ¹⁴. В качестве таких пластин применялись пластины из алюмо-иттриевого граната ⁷³ толщиной около 0,5 мм, вырезанные перпендикулярно к направлению $\langle 110 \rangle$. При определенных частотах упругих волн пластина работает как четвертьволновая и преобразует линейно-поляризованную волну, созданную входным преобразователем, в циркулярно-поляризованную. Результаты эксперимента приведены на рис. 18, где показана зависимость амплитуды импульсов поперечных упругих волн от магнитного поля для двух частот. На одной частоте 1340 Мгц (рис. 18, а) результирующая волна, которая входит в образец феррита-граната иттрия, является линейно-поляризованной, на другой частоте 1500 Мгц (рис. 18, б) — циркулярно-поляризованной. На рис. 18 I — для поля параллельного и II — для поля, антипараллельного направлению распространения; 1 — образец, 2 — пьезопреобразователи, 3 — пластина алюмо-иттриевого граната. Как видно из рис. 18, в первом случае наблюдаются осцилляции импульсов (*акустический эффект Фарадея*), во втором случае такие осцилляции практически отсутствуют и имеет место только уменьшение амплитуды импульса при резонансе. Изменение направления прецессии спинов. При этом для линейно-поляризованной волны по-прежнему наблюдаются осцилляции импульсов, а ампли-

туда импульсов циркулярно-поляризованной волны перестает зависеть от поля. Этот эксперимент показывает, что со спиновыми волнами,

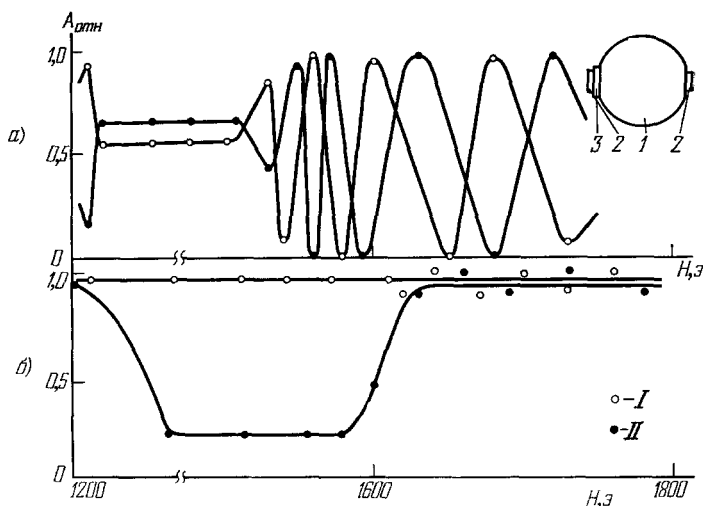


Рис. 18. Зависимость амплитуды импульсов поперечных упругих волн при распространении вдоль $[100]$ от магнитного поля для феррита-граната иттрия.

действительно, взаимодействует только циркулярно-поляризованная упругая волна с направлением вращения, определяемым направлением

прецессии спинов в магнитном поле.

Осцилляции импульсов поперечных упругих волн наблюдаются и в других случаях ⁶⁴, например, при распространении вдоль $\langle 100 \rangle$ для поля, перпендикулярного к направлению распространения, и при распространении вдоль $\langle 110 \rangle$ как для параллельного, так и для перпендикулярного поля. В этих случаях осцилляции связаны с тем, что одновременно возбужденные линейно-поляризованные волны с двумя возможными направлениями поляризации по-разному взаимодействуют со спиновыми волнами. Этот эффект, таким образом, является эффектом двойного лучепреломления.

На рис. 19 показана зависимость амплитуды импульсов поперечных упругих волн от магнитного поля при распространении вдоль $\langle 100 \rangle$ перпендикулярно к полю. Направление поляризации упругих волн составляет 45° с направлением поля (частота 1580 МГц ; 1, 2 — второй и четвертый импульсы соответственно; область очень быстрых осцилляций заштрихована). Одновременно

Рис. 19. Зависимость амплитуды импульсов поперечных упругих волн от магнитного поля при распространении вдоль $\langle 100 \rangle$ перпендикулярно к магнитному полю.

возбуждены волны с поляризацией параллельно и перпендикулярно к полю. Для удельного угла сдвига фаз между компонентами $\varphi = q_1 - q_2$

получаем из (5.8)

$$\varphi = (\pi B_2^2 v / M_0 \rho v_s^3) H / [H (H + 4\pi M_0) - (v/\gamma)^2].$$

Эта формула хорошо описывает представленные на рис. 19 результаты.

Кристаллы феррита-граната иттрия явились основным объектом исследования взаимодействия упругих волн со спиновыми, и этим кристаллам посвящено наибольшее количество работ. Магнитоупругое взаимодействие изучалось также в некоторых других кристаллах со структурой граната^{67б, 68, 74}. В работе^{67в} наблюдались эффекты акустического дву-преломления в кристаллах магнетита и никеля.

6. РАССЕЯНИЕ СВЕТА НА ГИПЕРЗВУКОВЫХ ВОЛНАХ

Обзор по гиперзвуковым волнам был бы неполным, если бы в нем не рассматривалось рассеяние света. Это связано с тем, что оно является тонким инструментом исследования характеристик распространения упругих волн⁷⁵ и позволяет, кроме того, проводить экспериментальные исследования на высоких частотах упругих волн при не очень низких температурах. Явление рассеяния света на упругих волнах представляет собой достаточно широкий и интересный вопрос, который вполне мог быть темой отдельного обзора. Мы рассмотрим здесь очень коротко лишь наиболее существенные моменты явления, а также его использование для исследования гиперзвуковых волн.

Как показал Рытов⁷⁶, при взаимодействии света с упругими волнами различаются два предельных случая. Если длина волны упругих колебаний Λ достаточно велика, так что выполняется условие $\Lambda^2/\lambda < l$, где λ — длина волны света в среде, а l — ширина пучка упругих волн в направлении распространения света, то происходит так называемая *раман-натовская дифракция*. При этом свет, пройдя через кристалл, расщепляется на много порядков, разделенных на угол λ/Λ . В другом предельном случае, когда $\Lambda^2/\lambda < l$, что имеет место при высоких частотах упругих волн, в дифракционной картине наблюдается только первый порядок, причем дифракция света происходит лишь при условии, что свет падает под определенным углом к фронту упругой волны. Этот случай называется *брэгговской дифракцией*. При обычных экспериментальных значениях $l \lesssim 1$ см для гиперзвуковых волн ($v > 10^8$ гц) выполняются условия брэгговской дифракции. Для выяснения геометрии рассеяния в этом случае можно воспользоваться законами сохранения энергии и импульса⁷⁵:

$$\omega_2 = \omega_1 \pm \Omega, \quad \mathbf{k}_2 = \mathbf{k}_1 \pm \mathbf{q}; \quad (6.1)$$

здесь ω и \mathbf{k} — частота и волновой вектор света, Ω и \mathbf{q} — частота и волновой вектор упругих волн, а индексы 1 и 2 относятся соответственно к падающему и рассеянному свету. Из закона сохранения энергии получаем $k_2 = k_1 [1 \pm (\Omega/\omega_1)]$ и поскольку $\Omega \ll \omega$, то $k_2 \approx k_1$, т. е. векторный треугольник (рис. 20, а), выражающий закон сохранения импульса, является равнобедренным. Из этого треугольника получаем $\theta_1 = \theta_2 = \theta_B$ и $\sin \theta_B = q/2k$, или, переходя к частоте:

$$\sin \theta_B = (\Omega/2\pi) (\lambda_0/2nv) = v\lambda_0/2nv, \quad (6.2)$$

где n — показатель преломления, а v — скорость упругих волн. Углы падения θ_1 и дифракции θ_2 отсчитываются от нормали к вектору \mathbf{q} , т. е. от волнового фронта упругой волны, и в случае геометрии рис. 20, а, им приписываются положительные знаки. Таким образом, рассеяние света на упругих волнах происходит при условии, что свет падает под углом θ_B по отношению к фронту упругой волны. Рассеянный (дифрагированный)

свет при этом также образует угол θ_B по отношению к фронту, так что полный угол рассеяния составляет $2\theta_B$. Геометрия и схема эксперимента по рассеянию света на упругих волнах изображены на рис. 21.

Формула (6.2) и рис. 20, а соответствуют обычному брэгговскому условию для рассеяния света в оптически изотропной среде или в анизотропной среде при рассеянии без

поворота плоскости поляризации света. Рассеяние света на упругих волнах в кристаллах может, однако, сопровождаться поворотом плоскости поляризации падающего света ⁷⁵. В таком случае при рассеянии в оптически анизотропной среде показатели преломления для падающего и рассеянного света оказываются различными, при этом $k_1 = 2\pi n_1/\lambda_0 \neq k_2 = 2\pi n_2/\lambda_0$ и векторный треугольник импульсов становится неравносторонним (рис. 20, б). Это приводит к своеобразным

Рис. 20. Закон сохранения импульса при обычном брэгговском рассеянии света (а) и при рассеянии с поворотом плоскости поляризации в оптически анизотропном кристалле (б).

эффектам при рассеянии света. Такие эффекты для случая одноосных кристаллов изучались в работах ⁷⁷. Из треугольника на рис. 20, б следует

$$\begin{aligned}\sin \theta_1 &= (\lambda_0 v / 2 v n_1) [1 + (v / \lambda_0 v)^2 (n_1^2 - n_2^2)], \\ \sin \theta_2 &= (\lambda_0 v / 2 v n_2) [1 - (v / \lambda_0 v)^2 (n_1^2 - n_2^2)].\end{aligned}\quad (6.3)$$

Для знаков углов введено определение с целью подчеркнуть отличие от обычного брэгговского рассеяния (рис. 20, а). Формула (6.3) показывает, что углы θ_1 и θ_2 отличаются друг от друга и зависят от частоты упругих волн иначе, чем при обычных условиях (6.2).

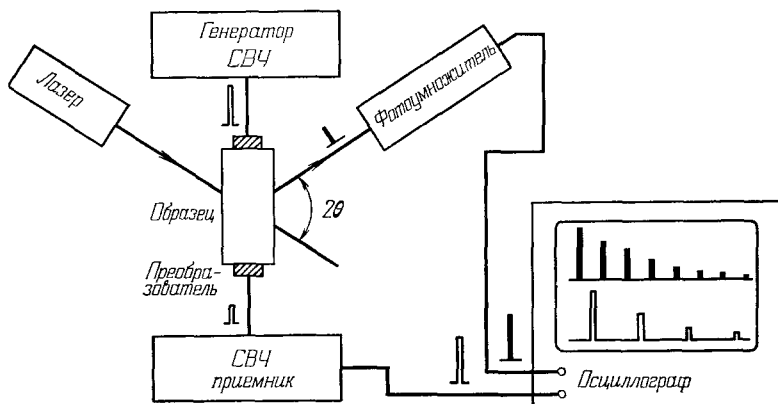


Рис. 21. Схема эксперимента по рассеянию света на гиперзвуковых волнах.

Хотя формулы (6.3) и являются самыми общими формулами (при $n_1 = n_2$ они переходят в 6.2)) пользоваться ими удобно лишь при рассеянии в плоскости x, y , перпендикулярной к оптической оси кристалла. В этом случае показатели преломления равны n_0 и n_e и не зависят от направления падающего и рассеянного света. При рассеянии в произвольной плоскости показатель преломления становится функцией углов θ_1 и θ_2 и поэтому для рассмотрения особенностей геометрии рассеяния более удобно воспользо-

зоваться поверхностью волновых векторов ⁷⁶, радиус-вектор которой определяет величину волнового вектора света, распространяющегося в данном направлении. В одноосных кристаллах эта поверхность представляет собой двухполостную поверхность, состоящую из сферы и эллипсоида вращения, которые касаются друг друга в двух точках на оси k_z ⁷⁶. Для определения возможной геометрии рассеяния и зависимости ее от частоты упругих волн следует взять сечение поверхности волновых векторов плоскостью рассеяния и построить в этом сечении все возможные векторные треугольники, выражающие закон сохранения импульса (6.1). Такое рассмотрение показывает (см., например, рис. 22), что рассеяние света с поворотом плоскости поляризации в одноосных кристаллах характеризуется рядом особенностей ⁷⁷.

(На рис. 22 при $\mathbf{q} \parallel x$ плоскостью рассеяния является z', x ; ось z' образует угол α с осью z , $\alpha = 0$ (плоскость рассеяния z, x ; рисунок а), $0 < \alpha < 45^\circ$ (б) и $\alpha = 90^\circ$ (в) (плоскость рассеяния y, x).)

При определенной частоте упругих волн ν_0 возможно коллинеарное взаимодействие, при котором волновые векторы упругих волн и падающего и рассеянного света параллельны. Существует частота ν^* , при которой один из углов θ_1 или θ_2 равен нулю. При рассеянии в определенных кристаллографических плоскостях в некотором диапазоне частот возможны две геометрии рассеяния, т. е. при данной частоте существуют два возможных угла падения θ_1 и соответственно два угла дифракции θ_2 . Частоты ν_0 и ν^* зависят от направления распространения света и упругих волн, и максимальные их значения равны соответственно

$$\nu_{0 \max} = (\nu/\lambda_0) (n_0 - n_e) \quad \text{и} \quad \nu_{\max}^* = (\nu/\lambda_0) (n_0^2 - n_e^2)^{1/2}.$$

К характерным частотам упругих волн относятся также частоты обратного рассеяния (угол рассеяния $\theta_1 + \theta_2 = 180^\circ$), которые являются максимальными возможными частотами, удовлетворяющими законам сохранения (6.1). Эти частоты равны $\nu_{\max} = 2n_0\nu/\lambda_0$ при $\mathbf{q} \parallel z$ и $\nu_{\max} = (\nu/\lambda_0) (n_0 + n_e)$ при $\mathbf{q} \perp z$, где z — оптическая ось кристалла.

Значения указанных характерных частот (в Мгц) упругих волн при рассеянии света в некоторых одноосных кристаллах при $\lambda = 6328 \text{ \AA}$ приведены в табл. III (L , S_6 и S_m обозначают соответственно продольные, быстрые и медленные поперечные волны).

Полученные выводы об особенностях рассеяния света в оптически одноосных кристаллах были подтверждены экспериментально для кристаллов, перечисленных в табл. III. Для примера на рис. 23 приведены

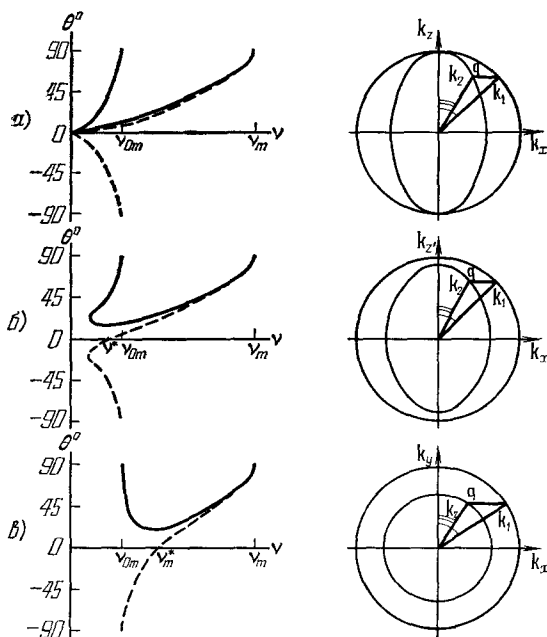


Рис. 22. Сечения поверхности волновых векторов плоскостью рассеяния и схематическая зависимость углов θ_1 (сплошная линия) и θ_2 (штриховая) от частоты упругих волн.

Таблица III

Кристалл	Точечная группа	n_0	n_e	φ	Тип волны	$v_0 \text{ max}$	v_{max}^*	v_{max}
LiNbO_3	C_{3v}	2,286	2,2	x	L	890	6428	46430
					S_0	647	4670	33744
					S_M	548	3955	28567
				z	L	0	7192	52941
					S	0	3520	25937
KH_2PO_4	D_{2d}	1,5074	1,4668	x	L	384	3290	28195
					S_0	149	1278	10945
					S_M	105	900	7703
				z	L	0	2716	23575
					S	0	1278	11094
Al_2O_3	D_{3d}	1,765	1,757	x	L	139	2916	61388
					S_0	86	1792	37720
					S_M	72	1512	31835
				z	L	0	3000	63293
					S	0	1634	34474
SiO_2	D_3	1,5426	1,5516	x	L	82	1517	28114
					S_0	72	1346	24936
					S_M	48	887	16427
				z	L	0	16672	30812
					S	0	1235	22815

экспериментальные зависимости углов падения и дифракции света от частоты продольных волн в кристаллах ниобата лития. Упругие волны

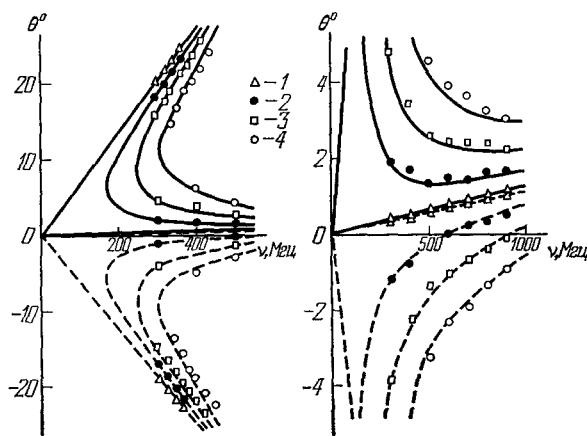


Рис. 23. Зависимость углов θ от частоты продольных упругих волн, распространяющихся вдоль оси x в кристалле LiNbO_3 .

распространяются вдоль оси x , свет рассеивается в плоскости x, z' , где z' образует угол α с осью z ($\alpha = 0^\circ$ (1), $5,5^\circ$ (2), $7,5^\circ$ (3) и 10° (4)); сплошные и штриховые кривые — расчет по формулам (6.4)).

Если рассматривать сечения поверхности волновых векторов плоскостью рассеяния (см. рис. 22), то можно показать, что в этом случае зави-

симось углов θ_1 и θ_2 от частоты упругих волн и от угла α должна иметь следующий вид (при $n_0 > n_e$ и $k_1 > k_2$):

$$\sin \theta_1 = (\lambda_0 v / n_0) \left\{ n^2 \pm n_e \left[\left(\frac{v}{\lambda_0 v} \right)^2 (n^2 - n_e^2) (n^2 - n_0^2) + n^2 \right]^{1/2} \right\} / (n^2 - n_e^2), \quad (6.4)$$

$$\sin \theta_2 = \pm \{ [1 - (n_0/n)^2 \cos^2 \theta_1] / [1 + [(n_0/n_e)^2 - (n_0/n)^2] \cos^2 \theta_1] \}^{1/2},$$

где

$$n^2 = n_0^2 n_e^2 / (n_0^2 \sin^2 \alpha + n_e^2 \cos^2 \alpha).$$

Из рис. 23 следует, что экспериментальные зависимости хорошо совпадают с рассчитанными по формулам (6.4).

До сих пор обсуждалась лишь геометрия процессов рассеяния света на упругих волнах без рассмотрения механизма взаимодействия. Взаимодействие света с упругими волнами определяется так называемой *фотоупругостью*, т. е. изменением оптического показателя преломления среды от деформаций в упругой волне. С деформацией ϵ_{kl} принято связывать изменения тензора диэлектрической непроницаемости¹⁰:

$$\Delta B_{ij} = p_{ijkl} \epsilon_{kl}, \quad (6.5)$$

где коэффициенты фотоупругости p_{ijkl} образуют тензор четвертого ранга, симметричный по перестановке внутри первой пары индексов (оптические индексы) и внутри второй пары (акустические индексы). Число независимых компонент тензора фотоупругости зависит от симметрии кристалла¹⁰ и изменяется от 36 для триклинных кристаллов до 4 или 3 (в зависимости от точечной группы) для кубических кристаллов.

Недавно было показано⁷⁸, что на самом деле тензор p_{ijkl} имеет более низкую симметрию и оказывается несимметричным по акустическим индексам. Это связано с тем, что для упругих волн, распространяющихся в оптически анизотропном кристалле, в (6.5) следует учитывать не только симметричную комбинацию ϵ_{kl} градиентов смещений, но и их антисимметричную комбинацию, описывающую поворот элементов объема. Предсказанные в работе^{78a} новые свойства симметрии тензора p_{ijkl} экспериментально были подтверждены в случаях рассеяния света на тепловых упругих волнах в кристаллах рутила⁷⁹ и кальцита⁸⁰. Фотоупругий эффект (6.5), приводящий к рассеянию света на упругих волнах, свойствен всем без исключения твердым телам. В пьезоэлектриках, кроме того, существует не прямой фотоупругий эффект, который, как показано в работе^{78b}, нельзя описать тензором четвертого ранга.

Перейдем теперь к вопросу о том, как связана интенсивность рассеянного на упругих волнах света с характеристиками распространения упругих волн и с физическими параметрами кристалла. Такая задача может быть решена с помощью уравнений Максвелла или методом интегральных уравнений. Для относительной интенсивности рассеянного света при малых деформациях в упругой волне получается следующий результат⁸¹:

$$I/I_0 = (\pi^2/2) (n^6 p^2 / \rho v^3) P_a (l/h \lambda_0^2 \cos^2 \theta); \quad (6.6)$$

здесь P_a — (акустическая) мощность упругой волны, а l и h — поперечные размеры пучка упругих волн, причем l — это размер в направлении распространения света. Константа p в (6.6) является эффективной константой, значение которой зависит от направления распространения и поляризации упругих волн, а также от поляризации падающего и рассеянного света. Она может быть получена с помощью обычных формул преобразования компонент тензора четвертого ранга. При расчетах удобно

пользоваться формулой ⁷⁵

$$p = \alpha_i \beta_j \gamma_k \varkappa_l p_{ijkl}, \quad (6.7)$$

где α_i и β_j — направляющие косинусы поляризации падающего и рассеянного света, а γ_k и \varkappa_l — направляющие косинусы поляризации и волнового вектора упругих волн. Формула (6.7) показывает, что в общем случае в кристаллах должна наблюдаться анизотропия интенсивности рассеянного света. Иллюстрацией такой анизотропии может служить рис. 24,

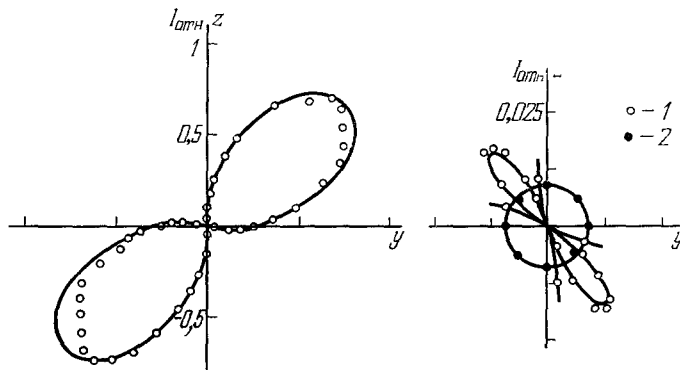


Рис. 24. Зависимость интенсивности рассеяния света на продольных упругих волнах, распространяющихся вдоль оси x , от угла между направлением падения света и осью z в ниобате лития.

на котором показана зависимость интенсивности рассеяния от направления падения света для случая продольных упругих волн, распространяющихся вдоль оси x в ниобате лития ⁸²; оси y и z направлены в ту сторону, где при сжатии возникает отрицательный заряд; поляризация света перпендикулярна (1) и параллельна (2) направлению распространения упругих волн; сплошные кривые — расчет по формуле (6.6).

Вопрос об интенсивности рассеяния существен при проведении экспериментов с гиперзвуковыми волнами, в которых рассеяние света используется для измерения характеристик распространения этих волн. Интенсивность рассеяния определяется физическими параметрами кристалла, а именно, согласно (6.6) величиной $n^6 p^2 / \rho v^3$, которая может сильно меняться от кристалла к кристаллу. К наиболее эффективным для рассеяния света кристаллам, например, относятся LiNbO_3 , $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$, GaP , $\alpha\text{-HfO}_3$, TeO_2 . При $\lambda_0 = 6328 \text{ \AA}$ относительная эффективность рассеяния в этих кристаллах по отношению к плавленому кварцу составляет соответственно 4,6 ⁸³, 6,6 ⁸⁴, 30 ⁸³, 55 ⁸⁵ и 500 ⁸⁶.

В заключение этой главы рассмотрим, как явление рассеяния света может быть использовано при исследовании распространения гиперзвуковых волн в кристаллах. Рассеяние света позволяет измерять все характеристики распространения гиперзвуковых волн, причем с большей чувствительностью, чем обычные радиотехнические методы (см. гл. 2). В связи с этим отметим, что уже в первых работах Баранского по возбуждению гиперзвуковых волн в кристаллах кварца для регистрации этих волн использовался метод рассеяния света. Из формул (6.2), (6.6) и (6.7) следует, что если измерить углы и интенсивности рассеяния, можно определить скорость и направление распространения упругих волн, их поляризацию, направление потока энергии, а также акустическую мощность упругой волны. По результатам измерения акустической мощности в двух соседних точках в кристалле вдоль направления распространения упругой волны можно определить величину затухания.

Использование рассеяния света для измерения затухания позволяет проводить эксперименты при более высоких частотах и температурах, чем те, которые достигнуты с помощью радиотехнических методов регистрации. Так, легко видеть, что с помощью обычных радиотехнических методов, как правило, невозможно, например, получить упругие волны с частотой 10^{10} гц при комнатной температуре. Действительно, для большинства кристаллов затухание при таких условиях составляет 100 дб/см и более (механизм Ахизера). При мощности генератора электромагнитных колебаний 1 вт, длине кристалла 1 см и при потерях двойного преобразования 50 дб сигнал на входе приемного устройства будет составлять 10^{-15} вт. Хороший приемник СВЧ имеет чувствительность 10^{-12} вт, т. е. такой сигнал невозможно зарегистрировать. С помощью же метода рассеяния света⁸⁷ это становится вполне возможным. Высокая чувствительность этого метода может быть использована также для регистрации акустических гармоник, возникающих при распространении упругих волн в кристаллах за счет ангармонизма сил взаимодействия⁸⁸.

Рассеяние света дает возможность получать также такие, часто представляющие интерес сведения, как распределение акустической мощности по сечению кристалла. Это может быть сделано как путем измерения интенсивности рассеяния в отдельных точках по сечению, так и путем вращения кристалла в плоскости рассеяния около положения, определяемого формулой (6.2). В последнем случае угловая зависимость интенсивности рассеяния представляет собой преобразование Фурье от распределения интенсивности упругой волны по сечению кристалла.

И, наконец, явление рассеяния света само по себе может быть использовано как источник интенсивных гиперзвуковых волн высоких частот. Такие волны возникают, например, при электрострикционном смешивании в кристалле двух сдвинутых по частоте лазерных пучков⁸⁹ или при стимулированном мандельштам-бриллюэновском рассеянии света⁹⁰.

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследования кристаллов гиперзвуковыми методами начались примерно десять лет назад. За прошедшее время выполнено большое количество работ, в которых были изучены основные закономерности распространения гиперзвуковых волн в кристаллах разных типов, выяснены особенности взаимодействия гиперзвуковых фононов с тепловыми фононами, магнонами, свободными носителями, фотонами, установлена применимость различных теоретических моделей. Эти работы, основные результаты которых изложены в обзоре, показали, что с помощью гиперзвуковых методов может быть получен ответ на многие вопросы, представляющие интерес для физики твердого тела, например, вопросы о характеристиках фононных и магнонных спектров (времена релаксаций, константы ангармонизма, дисперсионные соотношения), параметрах электрон-фононных взаимодействий, о свойствах и структуре дефектов.

Кроме исследований, рассмотренных в обзоре, использование гиперзвуковых волн оказывается также перспективным для следующих направлений исследований: 1) электронная структура металлов и сплавов, включая сверхпроводники⁵⁴; 2) нелинейные эффекты при распространении упругих волн в кристаллах, изучение которых дает сведения об ангармонизме межатомных сил взаимодействия, о константах фонон-фононной связи⁹¹; 3) различные аспекты электрон-фононных взаимодействий в полупроводниках^{45б}; 4) эффекты, связанные с взаимодействием гиперзвуковых волн с парамагнитными ионами⁶; 5) исследования аномалий распространения упругих волн вблизи фазовых переходов, которые позволяют полу-

чать дополнительные данные о механизме переходов, о поведении мягких фононных мод; некоторые вопросы, связанные с этим направлением, обсуждаются в обзоре ⁹².

Укажем также, что гиперзвуковые волны могут служить не только полезным методом исследования в физике твердого тела, но находят и интересные практические применения. В качестве примера таких применений назовем линии задержки в СВЧ технике, усилители и генераторы СВЧ колебаний, устройства для модуляции и сканирования лазерного луча.

Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе
АН СССР, Ленинград

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. К. Н. Баранский, ДАН СССР 114, 517 (1957); Кристаллография 2, 299 (1957).
2. J. B. Thaxter, P. E. Tappanwald, IEEE Trans. Sonics and Ultrasonics SU-13, 61 (1966).
3. J. Ilukor, E. Jacobson; Science 153, 1113 (1966).
4. R. J. von Gutfeld, Physical Acoustics, v. 5, ed by W. P. Mason, N. Y.—L., Academic Press, 1968, p. 233 (в изд-ве «Мир» в 1973 г. выйдет перевод: Физическая акустика, т. 5, под ред. У. Мэзона).
5. Б. Робертс, Физическая акустика, т. 4Б, М., «Мир», 1970, стр. 13.
6. С. А. Альтшулер, Б. И. Кочелаяев, А. М. Леушин, УФН 75, 459 (1961).
7. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, а) Теория упругости, М., «Наука», 1965; б) Электродинамика сплошных сред, М., Гостехиздат, 1957.
8. F. E. Vogt, Phys. Rev. 98, 1000 (1955).
9. Ф. И. Федоров, Теория упругих волн в кристаллах, М., «Наука», 1965.
10. Д. Най, Физические свойства кристаллов, М., «Мир», 1967.
11. K. Brugger, а) J. Appl. Phys. 36, 759 (1965); б) Phys. Rev. 137, 1826 (1965).
12. P. C. Waterman, ibid. 113, 1240 (1959).
13. J. de Klerk, M. J. P. Musgrave, Proc. Phys. Soc. B68, 81 (1955).
14. К. С. Александров, Кристаллография 1, 718 (1956).
15. E. P. Paradaakis, J. Appl. Phys. 34, 2168 (1963); H. J. McSkimin, W. L. Bond, J. Ac. Soc. Am. 39, 499 (1966).
16. D. L. Portigal, E. Burstein, Phys. Rev. 170, 673 (1968).
17. A. S. Pine, ibid. B2, 2049 (1970).
18. А. И. Ахизер, ЖЭТФ 8, 1318 (1938).
19. H. E. Bommel, K. Dransfeld, Phys. Rev. 117, 1245 (1960).
20. T. O. Woodruff, H. Ehrenreich, ibid. 123, 1553 (1961).
21. У. Мэзон, а) см. ⁵, т. 3Б, 1968, стр. 285; б) J. Ac. Soc. Am. 42, 253 (1967).
22. H. N. Barrett, M. G. Holland, Phys. Rev. B1, 2538 (1970).
23. R. C. Hanson, J. Phys. Chem. Sol. 28, 475 (1967).
24. M. F. Lewis, E. Patterson, J. Appl. Phys. 39, а) 1913, б) 2469 (1968); в) Phys. Rev. 159, 703 (1967).
25. Л. Г. Меркулов и др., ФТТ 11, 2769 (1969).
26. M. J. Kesk, R. J. Sladek, Phys. Rev. B2, 3135 (1970); Ю. Х. Векилов и др., ФТТ 13, 1310 (1971).
27. а) B. J. Miller, Phys. Rev. 132, 2477 (1963); б) В. Я. Авдонин, В. В. Леманов и др., ФТТ 14, 877 (1972).
28. Е. М. Ганапольский, А. Н. Чернец, ЖЭТФ 51, 333 (1966).
29. D. W. Oliver, G. A. Slack, J. Appl. Phys. 37, 1542 (1966).
30. Л. Д. Ландау, Сборник трудов, т. 1, М., «Наука», 1969, стр. 227.
31. Л. Э. Гуревич, Б. И. Шкловский, а) ФТТ 9, 523 (1937); б) ЖЭТФ 53, 1726 (1967).
32. C. Herring, Phys. Rev. 95, 954 (1954).
33. J. Ciccarello, K. Dransfeld, ibid. 134, 1517 (1964).
34. S. Simons, Proc. Phys. Soc. 82, 401 (1963).
35. H. J. Maris, Phil. Mag. 9, 901 (1964).
36. П. Клеменс, см. ^{21а}, стр. 244.
37. S. L. McBride et al., J. Ac. Soc. Am. 45, 1385 (1969).
38. M. Pomerantz, Phys. Rev. 139, 501 (1965).
39. J. de Klerk, P. G. Klemens, ibid. 147, 585 (1966).
40. R. Nava et al., ibid. 134, 581 (1964).
41. J. de Klerk, ibid. 139, 1635 (1965).
42. J. N. Lange, ibid. 176, 1030 (1968).

43. P. C. Purdom, E. W. Prohofskey, *ibid.* 2B, 551 (1970).
44. N. S. Shiren, *Phys. Lett.* 20, 10 (1966).
45. В. Л. Гуревич, а) ФТТ 4, 909 (1962); б) ФТП 2, 1557 (1968); В. И. Пустовойт, УФН 97, 257 (1969).
46. A. R. Hutson, D. L. White, *J. Appl. Phys.* 33, 40 (1962).
47. R. Truett et al., *ibid.* 35, 1483 (1964); A. E. Lord, R. Truett, *ibid.* 37, 4631 (1966).
48. F. S. Hickernell, *IEEE Trans. Sonics and Ultrasonics* SU-13, 73 (1966).
49. А. Б. Шерман, И. И. Фарбштейн, В. В. Леманов, ФТТ 12, 1765 (1970).
50. А. Б. Шерман, В. В. Леманов, *ibid.* 13, 1690 (1971).
51. P. J. Jorgensen, R. W. Bartlett, *J. Phys. Chem. Sol.* 30, 2639 (1969).
52. D. L. White, *J. Appl. Phys.* 33, 2547 (1962).
53. Д. Мак-Фи, см. ⁵, т. 4A, 1969, стр. 3.
54. R. Truett, C. Elbaum, B. Chick, *Ultrasonic Methods in Solid State Physics*, N. Y.—L., Academic Press, 1969 (см. перевод: Р. Труэлл, Ч. Эльбаум, Б. Чик, Ультразвуковые методы в физике твердого тела, М., «Мир», 1972).
55. T. Fitzgerald et al., *J. Appl. Phys.* 35, 1639 (1964).
56. K. R. Keller, *ibid.* 38, 3777 (1967).
57. В. В. Леманов и др., Письма ЖТФ 12, 515 (1970).
58. H. J. Maris, *Phys. Rev.* 175, 1077 (1968).
59. J. N. Lange, *ibid.* 179, 860 (1969).
60. Л. Г. Меркулов, Л. А. Яковлев, *Акуст. ж.* 6, 244 (1960); О. М. Mitchell, *J. Appl. Phys.* 36, 2083 (1965).
61. А. И. Ахизер, В. Г. Барьяхтар, С. В. Пелетминский, а) Спинновые волны, М., «Наука», 1967; б) ЖЭТФ 35, 228 (1958); Е. А. Туров, Ю. П. Ирхин, ФММ 3, 15 (1956); C. Kittel, *Phys. Rev.* 110, 836 (1958).
62. Р. Ле-Кроу, Р. Комсток, см. ^{21а}, стр. 156.
63. E. Schlömann, *J. Appl. Phys.* 31, 1647 (1960).
64. В. В. Леманов и др., ЖЭТФ 59, 712 (1970).
65. H. Matthews, R. LeCraw, *Phys. Rev. Lett.* 8, 397 (1962).
66. B. Lüthi, F. Oertle, *Phys. kondens. Materie* 2, 99 (1964); Г. А. Смоленский, А. Насыров, ФТТ 7, 3704 (1965); M. F. Lewis, D. G. Scotter, *Phys. Rev. Lett.* A28, 309 (1968).
67. B. Lüthi, а) *Phys. Lett.* 3, 285 (1963); *Appl. Phys. Lett.* б) 6, 234 (1965); в) 8, 107 (1966).
68. К. В. Гончаров и др., ФТТ 9, 3384 (1967).
69. В. В. Леманов и др., Письма ЖЭТФ 8, 242 (1968).
70. R. Guerneur et al., *Sol. State Comm.* 5, 369 (1967).
71. В. В. Леманов, А. В. Павленко, ЖЭТФ 57, 1528 (1969).
72. А. В. Павленко, Ю. М. Яковлев, В. В. Леманов, ФТТ 11, 3300 (1969).
73. B. A. Auld et al., *Appl. Phys. Lett.* 9, 436 (1966); H. van de Vaart, H. D. Smith, *ibid.*, p. 439.
74. J. R. Franz, B. Lüthi, *Sol. State Comm.* 5, 319 (1967).
75. И. Л. Фабелинский, Молекулярное рассеяние света, М., «Наука», 1965.
76. С. М. Рытов, ЖЭТФ 5, 843 (1935).
77. R. W. Dixon, *IEEE J. Quantum Electron.* QE-3, 85 (1967); В. В. Леманов, О. В. Шакин, Письма ЖЭТФ 13, 549 (1971); ФТТ 14, 229 (1972).
78. D. F. Nelson, M. Lax, а) *Phys. Rev. Lett.* 24, 379 (1970); б) *Phys. Rev.* 3B, 2778 (1971).
79. D. F. Nelson, P. D. Lazaу, *Phys. Rev. Lett.* 25, 1187 (1970).
80. О. В. Качалов, Письма ЖЭТФ 13, 109 (1971).
81. R. W. Damon et al., *Physical Acoustics*, v. 7, ed. by W. P. Mason and R. N. Thurston, N. Y.—L., Academic Press, 1970, p. 273 (в изд-ве «Мир» готовится перевод: Физическая акустика, т. 7, под ред. У. Мэзона и Р. Тэрстона).
82. В. В. Леманов, О. В. Шакин, Г. А. Смоленский, ФТТ 13, 533 (1971).
83. R. W. Dixon, *J. Appl. Phys.* 38, 5449 (1968).
84. E. I. Venturini et al., *ibid.* 40, 1622 (1969).
85. D. A. Pinnow, R. W. Dixon, *Appl. Phys. Lett.* 13, 156 (1968).
86. N. Uchida, Y. Ohmachi, *J. Appl. Phys.* 40, 4692 (1969).
87. O. G. Farañ et al., *ibid.*, p. 2365.
88. B. A. Richardson et al., *J. Ac. Soc. Am.* 44, 1608 (1968); О. В. Шакин, В. В. Леманов, ФТТ 14, 1384; (1972).
89. D. E. Caddes et al., *Appl. Phys. Lett.* 8, 309 (1960).
90. R. Y. Chiao et al., *Phys. Rev. Lett.* 12, 592 (1964).
91. Л. К. Зарембо, В. А. Красильников, УФН 102, 549 (1970).
92. H. H. Barrett, см. ⁸¹, в. 6, 1968, p. 65 (в изд-ве «Мир» в 1973 г. выйдет перевод: Физическая акустика, т. 6, под ред. У. Мэзона и Р. Тэрстона).