1972 г. Октябрь *Том 108, вып. 2*

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

БИБЛИОГРАФИЯ

019.941:532.507

СТАТИСТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И ТУРБУЛЕНТНОСТЬ

Statistical Models and Turbulence (Proceedings of a Symposium held at the University of California, San Diego (La Jolla), July 15—21, 1971), ed. by M. Rosenblatt and C. Van Atta (Lecture Notes in Physics, v. 12). Berlin — Heidelberg — New York, Springer-Verlag, 1972, VIII + 492p.

Математическую статистику, которой в нашей стране серьезно занимается лишь несколько математиков, специализирующихся в области применений теории вероятностей, во многих зарубежных странах (в первую очередь в странах английского языка и в Скандинавии) рассматривают как обширную самостоятельную дисциплину, являющуюся основной профессией очень большого числа людей — ученых и практических работников. Существует также очень почтенная и весьма влиятельная международная организация, объединяющая специалистов в области математической статистики из разных стран,— Международный статистический институт, включающий в себя в качестве одной из секций специальный Институт по применениям статистики в физических науках. Президентом этого последнего института в 1970—1971 гг. был один из патриархов современной математической статистики Дж. Нейман (Jerzy Neyman), который совместно с другим известным математиком М. Розенблатом и предложил организовать встречу специалистов в области механики турбулентности—той области механики, в которой наиболее широко применяются методы теории вероятностей и математической статистики, и математиков соответствующего профиля с тем, чтобы на этой встрече можно было совместно обсудить возникающие в механике турбулентности математические (в первую очередь статистические) проблемы. В результате усилий Дж. Неймана и М. Розенблата и был организован симпозиум в Сан-Диего, «Трудами» которого является рецензируемая книга. Отметим сразу же, что замысел организаторов этой встречи на симпозиуме так и не был реализован — почти все прочитанные здесь доклады (об исключениях еще будет сказано ниже) либо относились к «чистой» механике турбулентности и никак не учитывали интересов слушателей-математиков, либо же, наоборот, были чисто математическими по своему характеру и никак не могли заинтересовать механиков; также и со слов участников симпозиума рецензенту стало известно, что практически никаких широких обсуждений с участием и математиков, и механиков заслушанные доклады не вызвали. Однако если отвлечься от этого обстоятельства, то симпозиум никак нельзя признать неудавшимся — на него съехалось много крупных ученых и сборник их докладов оказался хоть и весьма неоднородным, но содержательным и хорошо иллюстрирующим современное состояние механики турбулентности (математические доклады также часто были интересными, но в целом они имели значительно более случайный характер).

Помимо докладов по механике турбулентности и математической теории случайных процессов, на симпозиуме было заслушано также два выпадающих из общей тематики доклада более физического содержания: это доклад М. Каца о сингулярных возмущениях в задачах статистической физики (то, что в «Трудах» он представлен лишь краткой аннотацией, нельзя не признать разумным) и доклад Дж. Тэйлора и У. Томпсона о некоторых вопросах физики плазмы. Три доклада на темы турбулентности, бесспорно, относились в первую очередь не к механике, а к геофизике — это доклад Дж. Датттона и Д. Дивена, содержащий обзор данных о характеристиках турбулентности в свободной атмосфере, полученных с помощью самолетных измерений, доклад У. Манка о турбулентности в устойчиво стратифицированном океане и доклад Э. Лоренца о методах оценки «предсказуемости» турбулентных движений (т. е. фактически о теоретической оценке наилучшей возможной точности прогнозов погоды). Прочие доклады на турбулентные темы все представляли общемеханический интерес, хотя в ряде из них используемые экспериментальные данные также были получены при измерениях в атмосфере.

Среди докладов по теории турбулентности один из самых интересных принадлежал Дж. Херрингу и Р. Крейчнану — они собрали вместе целый ряд гипотетических замкнутых систем уравнений, описывающих изменение во времени моментов поля скорости изотропной турбулентности (некоторые из этих систем уже раньше рассматривали авторы работы, а другие являются новыми или представляют модификацию известных систем), проинтегрировали их численно при одних и тех же начальных условиях и сравнили полученные результаты между собой и с данными имеющихся экспериментов, а также с результатами численного моделирования временнóй эволюции трехмерной изотропной турбулентности. Упомянутые здесь результаты численного моделирования принадлежат С. Орсагу и А. Паттерсону; они также ранее не были известны и впервые были доложены на симпозиуме в Сан-Диего. В докладе У. Мичема и У. Клевера рассматривалось использование разложений турбулентных полей в так называемые функциональные ряды Эрмита — Винера (или, иначе, Камерона — Мартина — Винера), описание которых можно найти в известной книге Н. Винера «Нелинейные задачи в теории случайных процессов» (М., ИЛ, 1961), и получение на этой основе замкнутых уравнений механики турбулентности с помощью искусственного обрывания соответствующих рядов на небольшом числе членов. Т. Лундгрен, следуя своей более ранней работе и работам А. С. Монина, рассмотрел систему уравнений для плотностей вероятности значений турбулентной скорости в одной и двух точках (содержащую также и трехточечную плотность вероятности в качестве добавочного неизвестного) и предложил использовать для ее замыкания гипотезу, несколько более сложную, чем линеаризованная форма известного приближения Кирквуда в кинетической теории жидкостей, но обладающую определен-

ными преимуществами в случае распределений вероятностей, близких к распределениям Гаусса. С помощью этой гипотезы он смог получить очень громоздкую (но замкнутую) систему интегро-функциональных уравнений для одно- и двухточечных плотностей вероятности и корреляционного тензора поля скорости, причем оказалось, что для инерционного интервала локально изотропной турбулентности отсюда вытекает обычный «закон двух третей» Колмогорова — Обухова с вполне определенным числовым коэффициентом, лишь примерно на 15% меньшим экспериментального значения этого коэффициента. У. Кок привел ряд соображений, заставляющих ожидать, что плотность вероятности производной скорости $\partial v_1/\partial x_1$ в турбулентном потоке несжимаемой жидкости имеет особенность (вернее всего типа «острия», т. е. разрыва производной в нуле). Ф. Буссе рассказал об очередном этапе своих исследований, имеющих целью получение строгих неравенств для тех или иных процессов турбулентного переноса с помощью вариационного метода, родственного энергетическому методу теории гидродинамической устойчивости. В первом из двух докладов С. Корсина и М. Карвейта изучалось моделирование на вычислительных машинах процесса растяжения материальных линий в турбулентном потоке, а во втором была предложена простая модель процесса перемешивания поля концентраций пассивной примеси изотропным полем скорости. Наконец, в докладе Г. Моффата изучались условия неограниченного возрастания среднего квадрата магнитного поля в турбулентном магнитогидродинамическом течении и примыкающие сюда вопросы теории турбулентной диффузии.

Переходя к докладам экспериментального содержания, начнем с краткой аннотации сообщения Ф. Френкила и Ф. Клебанова о результатах измерения высших моментов и плотностей вероятности пульсационной скорости и ее производной по времени в турбулентности за турбулизирующей решеткой в аэродинамической трубе *). Наиболее интересные экспериментальные данные, как мне кажется, содержатся, однако, не в этом сообщении, а в докладах Дж. Уингорда и И.-Х. Пао, Ч. Ван Атты и Дж. Парка и, наконец, К. Гибсона и П. Масиелло, посвященных описанию измерений наиболее мелкомасштабных характеристик турбулентности нижнего слоя атмосферы (определяемых так называемым «интервалом диссипации» спектра), анализу полученных в ходе этих измерений материалов и их сопоставлению с теоретическими предсказаниями, опирающимися на предположение о логарифмически нормальном распределении вероятностей скорости диссипации энергии и родственных ей величин в развитом турбулентном потоке. К последним трем докладам примыкает также и чисто теоретический (или даже математический) доклад Б. Мандельброта, содержащий критику гипотезы о логарифмически нормальном распределении и формулировку некоторых альтернативных предположений о распределениях вероятностей мелкомасштабных положительных характеристик развитой турбулентности.

Доклад Мандельброта следует отнести уже к числу упоминавшихся в начале рецензии исключений, представляющих интерес и для механиков, занимающихся турбулентными течениями, и для чистых математиков, специализирующихся в области теории случайных процессов и полей. Другие исключения того же характера — это доклад Дж. Бюргерса о статистических характеристиках ансамбля решений одномерного нелинейного уравнения диффузии (так называемого «уравнения Бюргерса») $u_t + uu_x = \nu u_{xx}$, где $u = u(x, t)$, а $\nu = \text{const}$, являющегося простейшей моделью уравнений Навье — Стокса механики жидкости, доклад К. Кэйза о некоторых любопытных обобщениях уравнения Бюргерса (уже многомерных, но также более простых, чем уравнения Навье — Стокса), доклад Дж. Ламли об условиях применимости центральной предельной теоремы теории вероятностей к случайным процессам и связях этой теоремы с некоторыми вопросами механики турбулентности и доклад С. Корсина о кинематических и геометрических задачах, возникающих при изучении турбулентности. Наконец, последним докладом, содержание которого промежуточно между «чистой механикой» и «чистой математикой», является доклад Д. Рюэля, в котором вкратце суммировались выводы недавней работы автора и одного из его сотрудников [2], использующей очень сложный математический аппарат и посвященной уточнению известных представлений Л. Д. Ландау [3] о возникновении турбулентности в виде последовательности почти периодических колебательных процессов, порождаемых последовательностью нарушений устойчивости течения при возрастании числа Рейнольдса или какого-то другого родственного ему безразмерного параметра.

Из чисто математических докладов два представляли собой обзоры — это доклад М. Розенблата о предельных теоремах теории вероятностей (близкий кое в чем к докладу Ламли, но не содержащий никаких гидродинамических приложений) и доклад Э. Парзена о последних достижениях в области анализа временных рядов. Помимо того, Э. Хеннан доложил об одной интересной, но довольно частной задаче математической статистики случайных процессов, а Г. Каллианпур рассказал (на языке, понятном только профессиональным математикам) об общей теории разложений в функциональные ряды (родственные тем, которые рассматривали в своем докладе Мичем и Клевер

*) Более подробное изложение этих результатов см. в статье [1].

на этом же симпозиуме) нелинейных функциналов от гауссовских случайных функций.

Мне представляется, что изучение статей рецензируемого сборника, посвященных механике турбулентности, может представлять интерес для физиков, желающих познакомится с современным состоянием дел в этой сложной области и со стоящими здесь теоретическими и экспериментальными проблемами; однако чисто математические статьи скорее всего для большинства таких читателей окажутся менее доступными (а также и менее интересными). Помимо того, мне хотелось бы сделать еще одно заключительное замечание. С точки зрения полиграфии данный сборник никак нельзя причислить к особо выдающимся шедеврам издательского искусства: он фактически представляет собой набор фотовоспроизведений представленных авторами машинописных рукописей, где каждая статья напечатана своим шрифтом, формулы кое-где напечатаны на пишущей машинке, а кое-где вписаны от руки, чертежи, как правило, помещаются в конце статей, а не по ходу изложения и т. д. Но все это нисколько не мешает изучению статей — печать во всех случаях остается очень четкой и ясной, опечаток почти нет и сами «Труды» естественно воспринимаются, как полноценная типографски изданная книга. В то же время следует иметь в виду, что симпозиум в Сан-Диего закончился 21 июля 1971 г., рукописи докладов авторы должны были представить к 15 августа, а настоящие «Труды» (на которых в качестве года издания указан 1972 г.) были на самом деле получены рецензентом от редакторов сборника еще в начале декабря 1971 г. Подозреваю, что у всех, кто когда-либо имел дело с изданием «Трудов» той или иной научной конференции в нашей стране, такая оперативность не может не вызвать острого чувства зависти.

А. М. Яглом

ЛИТЕРАТУРА

1. F. N. Frenkiel, Ph. S. Klebanoff, J. Fluid Mech. 48, 183 (1971).
2. D. Ruelle, F. Takens, Comm. Math. Phys. 20, 167 (1971).
3. Л. Д. Ландау, ДАН СССР 44, 339 (1944); тоже: Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Механика сплошных сред, М., Гостехиздат. 1954, § 27.