

ИЗ ИСТОРИИ ФИЗИКИ

538.3

К ИСТОРИИ ОТКРЫТИЯ УРАВНЕНИЙ МАКСВЕЛЛА

И. С. Шапиро

1. ВВЕДЕНИЕ

Уравнения Максвелла представляют собой пример фундаментального физического закона, явно угаданного, а не «выведенного», в ригористическом смысле слова, из экспериментальных данных. Электромагнитные волны были предсказаны Максвеллом и лишь через 25 лет обнаружены в опытах Герца. Замечательно при этом, что включение в уравнения знаменитого дополнительного члена — тока смещения — никакой решительно необходимостью не вызывалось: ни известными в то время фактами, ни господствовавшими физическими идеями, ни требованиями математической непротиворечивости аппарата теории. Указанные обстоятельства в сочетании, конечно, с исключительным местом, занимаемым уравнениями Максвелла в современной физике, возбуждают особый интерес к истории их открытия. Это событие до сих пор остается несколько загадочным, хотя ему и, в частности, вопросу о токе смещения посвящено немало страниц в исторической литературе (см., например, статью Борка,¹ и ссылки в ней).

Всегда трудно выяснить истину о развитии физических идей по двум причинам. Во-первых, едва ли возможно до конца проникнуться научными взглядами прошлого, хронологически даже не очень далекого, но отделенного от нас фундаментальным открытием, коренным образом меняющим точки зрения на основные явления и понятия. Во-вторых, во все времена научные статьи писались не так, как делались сами работы, и с достоверностью установить по их тексту ход мыслей автора отнюдь не просто (если вообще удастся). Иногда помогают материалы, не опубликованные при жизни авторов, — черновые записи, письма и дневники. Известно несколько писем Максвелла к В. Томсону и П. Тэту, содержащих обсуждение вопросов электродинамики *). Они, однако, мало что добавляют

*) В. Томсон (лорд Кельвин, 1824—1907), будучи всего на семь лет старше Максвелла, занимал несравненно более высокое положение в научном мире Англии. В шестидесятых годах это был уже «физик № 1», признанный авторитет не только в научных, но также в промышленных и правительственных кругах. У Томсона были обширные научные связи на континенте (особенно во Франции), где он бывал почти ежегодно.

Питер Тэт (P. Tait, 1831—1901) занимал кафедру в Эдинбургском университете, работал в области математики и термодинамики. Значительных оригинальных результатов у Тэта в сущности не было, как это стало очевидным позже, но он считался сильным физиком и был близок к В. Томсону, совместно с которым написал известный в свое время учебник. Современники отмечали доктринерский склад его ума, а также

к опубликованным статьям — о своих исходных идеях Максвелл умалчивает и излагает лишь результаты. Последнее, по-видимому, не случайно. Дело в том, что оба адресата (особенно Томсон) отрицательно относились к максвелловской теории поля и, в частности, к току смещения. Вряд ли это могло поощрить Максвелла, как и любого другого на его месте, к подробному рассказу о своих поисках. Он главным образом старался втолковать, что его концепция допустима и приводит к нетривиальным физическим следствиям. Вообще надо заметить, что Максвелл в своих взглядах на электродинамику пребывал в исключительном одиночестве. Из современников к числу его единомышленников можно отнести К. Гаусса (1777—1855) и Б. Римана (1826—1866), но Максвелл узнал об этом уже после того, как оба они умерли. С симпатией относился к идеям Максвелла М. Фарадей (1791—1867), но язык формул был ему чужд всегда, и, кроме того, в 60-х годах больной и немощный Фарадей подходил уже к концу своего жизненного пути. В письмах к нему Максвелл ограничивался общим описанием теории и пояснением ее связи с представлениями, ранее развивавшимися самим Фарадеем. По всем этим причинам эпистолярное наследие Максвелла пока не помогло выяснить, как рождались его уравнения. Остается лишь извлечь все возможное из самих работ Максвелла и анализа научного общественного мнения его времени (с учетом которого подготавливалась, несомненно, любая публикация).

Мы начнем с конспективного обзора положения в электродинамике до появления работ Максвелла. Поскольку нас интересует дух времени, а не подробная летопись событий, мы остановимся только на нескольких главных фактах, сформировавших взгляды физиков домаквелловской эпохи на электричество и магнетизм.

2. ЭЛЕКТРОДИНАМИКА ДО МАКСВЕЛЛА (1800—1855 гг.)

Интенсивные экспериментальные исследования в области электродинамики начались после изобретения А. Вольта (1745—1827) гальванических батарей (1799 г.). Двадцать лет спустя Г. Эрстед (1777—1851) открыл магнитное действие тока (1820 г.)^{*}. В том же году А. Ампер (1775—1836) высказал идею о взаимодействии токов и экспериментально доказал ее правильность^{**}. Математическая формулировка закона взаимодействия токов была завершена Ампером в 1826 г. Теоретическая электродинамика начинается фактически с этого момента. Два пункта в работах Ампера оказали существенное влияние на дальнейшее развитие. Первый из них — это идея о токовой природе всякого магнетизма, второй — дифференциальный закон взаимодействия токов.

деятельный и энергичный характер. Тэт был довольно влиятельной фигурой, к его оценкам прислушивались. Максвелла связывала с Томсоном и Тэтом общая родина (все трое — шотландцы), а с Тэтом, кроме того, совместная учеба в Эдинбурге и Кембридже.

^{*} Опыт Эрстеда настолько прост (даже для 1820 г.), что возникает вопрос, почему он не был выполнен раньше. Это тем более странно, что «превращения электричества в магнетизм» искали уже начиная с 1801 г. Двадцать лет на обнаружение легко наблюдаемого явления были израсходованы потому, что в связи с господствовавшими тогда представлениями эффект искали не там, где он мог быть обнаружен. У Эрстеда была своя точка зрения на взаимосвязь электричества и магнетизма. Будучи столь же неверной, как и другие более популярные, она тем не менее приводила к новой постановке опыта (об Эрстеде см. ², его работу в русском переводе — в книге ³).

^{**} Свои опыты Ампер, никогда ранее не экспериментировавший, выполнил за две недели, сразу же после того, как узнал от Д. Араго о результате Эрстеда. Быстрота его реакции на это открытие, возможно, была обусловлена тем, что он и раньше сомневался в существовании отдельной магнитной жидкости (см. работы Ампера в книге ³, о нем — книгу ⁴, снабженную библиографией).

Утверждение Ампера о токовой природе всех магнитных явлений, встреченное вначале весьма неприязненно рядом крупных ученых (в том числе Лапласом, Дэви, Фарадеем) и оставшееся в XIX веке не доказанным, тем не менее сыграло большую роль в перестройке физической идеологии. Магнитная субстанция перестала быть обязательной в глазах общественного мнения: можно обойтись и без нее — вот что стало ясно после работ Ампера.

Формула для силы взаимодействия линейных элементов двух токов была написана Ампером с той целью, чтобы создать основу для вычисления взаимодействия токов произвольной конфигурации. При этом, конечно, считалось, что все реализующиеся в природе электрические токи замкнуты. Закон Ампера в современных обозначениях выглядит так:

$$F_{12} = (I_1 I_2 / 2c^2 r^2) \left[ds_1 \cdot ds_2 - \frac{3}{2} (\mathbf{n} ds_1) (\mathbf{n} ds_2) \right] \mathbf{n}, \quad (1)$$

где I_1 и I_2 — силы токов в электростатических единицах, c — константа, равная отношению электромагнитных и электростатических единиц количества электричества и совпадающая со скоростью света (во времена Ампера это еще не было известно), ds — элементы длин токов, $\mathbf{n} = \mathbf{r}/r$ и \mathbf{r} — вектор, соединяющий эти элементы (направлен от ds_1 к ds_2). Считалось, что формула Ампера «выведена из опыта». В действительности, как хорошо известно, получить однозначно дифференциальный закон из данных о взаимодействии замкнутых токов невозможно, но Ампер накладывал дополнительное условие, казавшееся ему совершенно очевидным: он требовал, чтобы F_{12} была силой центральной, т. е. направленной по \mathbf{n} *). Это заблуждение вполне разделяли не только современники Ампера, но и более поздние исследователи, выведившие из его формулы закон взаимодействия движущихся зарядов.

Следующим фундаментальным событием в развитии электродинамики было открытие Фарадеем электромагнитной индукции (1831 г.) и почти одновременное (1832 г.) обнаружение самоиндукции Дж. Генри (1799—1878). Возбуждения тока магнитом, т. е. процесса, обратного явлению Эрстеда, Фарадей (и не он один) искал вполне целенаправленно. Однако нестационарный характер индукции был полной неожиданностью**). Эффект, существование которого не вызывало сомнений, казался тем не менее настолько странным, что производил даже впечатление чего-то уродливого, лишенного естественной внутренней логики — не было понятно, «зачем природе нужно», чтобы ток возбуждался только при движении магнита или при изменении тока в первичной обмотке.

Новое явление обрело свое место в физике лишь через 16 лет благодаря опубликованной в 1847 г. работе Гельмгольца (1821—1894). Он

*) Ампер считал, что только таким образом можно обеспечить выполнение третьего закона Ньютона для взаимодействия токов, — во всяком случае, полагая $F_{12} \parallel \mathbf{n}$, он приводил именно этот аргумент.

**) Показателен для господствовавших взглядов эксперимент Ж. Колладона J. Colladon, 1802—1893). Схема его опыта была вполне аналогична фарадеевской, но включенный во вторичную обмотку гальванометр находился в другой комнате: экспериментатор включал ток в первичный контур и переходил к гальванометру. Профессор Женевской академии Колладон был квалифицированным и видным физиком (известен точным измерением скорости звука в воде — опыт был осуществлен на Женевском озере в 1827 г.). Он, вероятно не беспричинно, удалил гальванометр от остальной установки — ходили слухи, что он видел реакцию прибора на включение тока в первичной цепи, но, будучи вполне уверен в единственности возможной картины явления, счел действительно наблюдавшийся эффект аппаратным и постарался от него избавиться. Стоит напомнить, что Фарадей тоже рассчитывал увидеть постоянное отклонение стрелки гальванометра. Но он, кроме того, имел смелость верить своим глазам больше, чем априорному мнению большинства.

показал, что электромагнитная индукция с необходимостью следует из закона Ампера, если учесть сохранение энергии*).

Поскольку индукционные действия магнитов и токов оказались совершенно одинаковыми, гипотеза Ампера об электродинамической природе всякого магнетизма стала всеобщим убеждением. Хотя «молекулярные токи» оставались столь же загадочными, как и раньше, в «магнитную жидкость» уже мало кто верил. Завершение теоретических основ электродинамики виделось теперь в отыскании общего закона взаимодействия зарядов (движущихся и покоящихся). При этом, в соответствии с принципами ньютоновской динамики, считали, что искомый закон должен однозначно выражать силы взаимодействия зарядов через расстояния их друг от друга и скорости в данный момент времени. Такого рода программа была особенно популярна в Германии, которая в конце 40-х годов уже лидировала в экспериментальных исследованиях по электродинамике. Среди немецких групп в это время наиболее активной была гёттингенская, возглавляющаяся В. Вебером**). Ему и принадлежит первая формулировка простого «единого закона», удовлетворявшего и экспериментальным данным, и общепринятым теоретическим взглядам. В те времена считалось, что любые силы взаимодействия могут зависеть только от расстояний между частицами и их относительных скоростей. Получить такие силы взаимодействия зарядов из формулы Ампера (1) можно лишь при определенных предположениях о структуре наблюдаемых токов. В частности, если заряды e_+ , e_- , составляющие ток, и их скорости v_+ , v_- удовлетворяют равенству

$$e_+v_+^2 + e_-v_-^2 = 0, \text{ или } e_+ + e_- = 0, \quad (2)$$

то из (1) и закона Кулона можно получить силы Вебера

$$\mathbf{F}_{12} = \frac{e_1e_2}{r^2} \left[1 + \frac{r}{c^2} \frac{d\mathbf{u}}{dt} - \frac{1}{2c^2} (\mathbf{u}\mathbf{n})^2 \right] \mathbf{n} = -\nabla V(\mathbf{r}), \quad (3)$$

где

$$V(\mathbf{r}) = \frac{e_1e_2}{r^2} \left[1 - \frac{1}{2c^2} (\mathbf{u}\mathbf{n})^2 \right] \quad (4)$$

и \mathbf{u} — относительная скорость взаимодействующих зарядов***). Из-за дополнительного условия (2), которое для движущихся зарядов одного

*) Здесь развитие электродинамики тесно сопрягается с прогрессом в понимании законов сохранения. Упомянутая работа Гельмгольца «О сохранении силы» содержала общую формулировку закона сохранения энергии в механике. В качестве одного из примеров автор рассмотрел взаимодействие токов. Работа Гельмгольца была принята научными лидерами в Германии довольно холодно, ее поддержал только К. Якоби (1804—1851), и утвердилась она спустя 4—5 лет после опубликования. Независимо от Гельмгольца В. Томсон в 1851—1852 гг. также получил индукцию из закона Ампера и сохранения энергии. Следует отметить, что существенную роль в 40-х годах сыграла работа Ф. Неймана (F. Neumann 1798—1895). Она не содержала новых физических идей, но в ней, как говорили современники, «метод Ампера был применен к явлению индукции», т. е. законы индукции были сформулированы математически в духе дальнего действия (в интегральном виде).

***) В. Вебер (W. Weber, 1804—1890) — профессор физики в Гёттингенском университете, был близок к Гауссу, вместе с которым изобрел первый электромагнитный телеграф.

****) Формула (3) была опубликована в 1845 г., ее второе звено (выражение силы через потенциал) и формула (4) — в 1848 г. Разными авторами было предложено несколько вариантов «единых законов» взаимодействия зарядов. В частности, в 1835 г. один из таких законов был получен Гауссом (опубликован после его смерти). Его формула, однако, давала неправильное описание индукции токов. Нецентральные, квадратичные по скорости силы рассматривал позже Р. Клаузиус (1822—1888). Все предложенные в домаквелловское время законы взаимодействия зарядов отличаются от истинного (выписанного с точностью до членов второго порядка по скоростям включительно).

знака никогда не может быть выполнено, магнитное действие наблюдаемого тока лишь косвенным образом связано с фундаментальным законом взаимодействия зарядов. Физические причины, обеспечивающие выполнение данного условия, были не ясны, а потому не было и ответа на такой, например, вопрос: существуют ли незамкнутые токи, локально действующие на магнитную стрелку так же, как замкнутые? В веберовской концепции замкнутые и незамкнутые токи фактически разделены такой же пропастью, как и во времена Ампера. Таким образом (отметим это еще раз), в домаксвелловской электродинамике движущийся заряд и наблюдаемый на опыте ток — не одно и то же; второе в принципе сводится к первому, но лишь при специфическом дополнительном условии.

Веберовская электродинамика встретила возражения Гельмгольца, обратившего внимание на тот факт, что отрицательный знак второго члена в (4) может приводить, вообще говоря, к физически бессмысленной ситуации — бесконечному возрастанию кинетической энергии частиц в замкнутой системе. Это «облачко», однако, в глазах большинства не делало погоды — казалось, что исходные принципы электродинамики установлены *). Для завершения количественной формулировки основного закона взаимодействия оставалось измерить константу c — отношение электростатических и электромагнитных единиц заряда. Соответствующий опыт был осуществлен Вебером и Кольраушем **) в 1855 г., и вскоре Г. Кирхгоф (1824—1887) заметил, что полученная ими величина в пределах экспериментальных ошибок совпадает со скоростью света ***). Этому, однако, не было придано значения. Вебер, в частности, считал, что из-за очевидной разнородности явлений электродинамики и оптики равенство двух указанных констант есть просто случайное совпадение.

Резюмируя изложенное, нужно сказать, что домаксвелловская электродинамика была в сущности вполне разумной теорией, основанной на фактах и общих физических принципах, выкристаллизовавшихся в ходе предшествующего развития. Если не считать нескольких ошибок и недоразумений, которые могли бы быть и, возможно, были бы в дальнейшем устранены, эту теоретическую схему, строго говоря, нельзя назвать неверной — с заданной точностью запаздывающее взаимодействие может быть представлено как мгновенное, но зависящее от скоростей и их производных конечного порядка по времени. С накоплением экспериментальных данных эвристическая немота такой теории сказывалась бы, разумеется, все больше и больше, но пребывание в плену ее идейной схемы могло продолжаться довольно долго.

Домаксвелловская теория согласовывалась с экспериментальными данными, была свободна от явных внутренних противоречий, и потому никакой необходимости другого подхода к электродинамике в этот период

*) На возражения Гельмгольца Вебер отвечал, что указанные Гельмгольцем эффекты будут иметь место при очень больших скоростях или на слишком малых расстояниях, которые в реальных экспериментах не осуществляются. Следует заметить, что в полемике с Вебером Гельмгольц, будучи прав в главном, допускал и ошибки. По свидетельству известного математика Ф. Клейна (1849—1925), выступления Гельмгольца против Вебера «не имели решающего успеха» (см. ⁵). Хотя Клейн сам был «гёттингенцем» и в 70-х годах сотрудничал с Вебером, его оценке воздействия этого спора, по крайней мере на немецких ученых, можно верить — она косвенно подтверждается множеством других данных.

**) Ф. Кольрауш (F. Kohlrausch, 1840—1910) был автором одного из первых учебных руководств по физическому практикуму.

***) Вебер и Кольрауш измеряли величину, в $\sqrt{2}$ большую отношения соответствующих единиц CGSE и CGSM. Поэтому они получили константу $\sqrt{2}c$, связь которой со скоростью света бросалась в глаза не сразу.

не ощущалось. Только несколькими, буквально трем-четырем, ученым их физическая интуиция и, быть может, научные вкусы подсказывали, что не все здесь благополучно.

Мы уже упоминали в качестве единомышленников Максвелла Гаусса, Римана и Фарадея. О взглядах Гаусса стало известно из опубликованного после его смерти письма к Веберу (1845 г.). В нем он сообщает, что давно уже (около 10 лет) занимается теоретическими исследованиями в области электродинамики, основывающимися на запаздывающем взаимодействии между зарядами. Он искал «конструктивного представления» о механизме передачи взаимодействия, но не преуспел в этом.

В 1858 г. Риман направил в Гёттингенское научное общество статью, содержащую волновое уравнение, но только для скалярного потенциала. В ней в явной форме было выписано выражение для запаздывающего потенциала. Вскоре, однако, Риман взял свою статью обратно, и опубликована она была уже после его смерти в 1867 г. *).

Ни Гаусс, ни Риман не говорят вполне определенно, что заставило их искать новый подход к электродинамике. Тем не менее есть основания считать, что им главным образом не нравились мгновенные, но зависящие от скорости силы.

Совершенно иные причины породили полевые представления Фарадея. Большую роль здесь сыграло стремление иметь наглядную картину явления, без которой Фарадею, не прибегавшему к помощи аналитического аппарата, трудно было разобраться в количественной стороне дела. Впоследствии Фарадей придавал уже полю не только иллюстративный смысл — идея о передаче электромагнитного действия от точки к точке через некоторую физическую среду была ему близка и понятна (хотя в высказываниях о самой этой среде он был очень неопределенен). Следует отметить, что фарадеевскими силовыми линиями до Максвелла никто особенно не интересовался (по свидетельству Гельмгольца теоретическая сторона работ Фарадея не была воспринята современниками).

Значительный вклад в развитие электродинамики внес Гельмгольц. Сам он не высказывал каких-либо полевых гипотез и открыто с пропагандой взглядов Максвелла также не выступал, но веберовский подход к электродинамике его не удовлетворял. Это выражалось не только в критических замечаниях по поводу теоретических работ гёттингенской школы, о которых упоминалось выше, но еще и в том, что он настойчиво побуждал своего ученика Г. Герца (1857—1894) к изучению работ Максвелла. Насколько же непопулярна была теория Максвелла даже в 80-е годы, видно из того хотя бы, что Герц в своих экспериментальных работах, поставленных для проверки максвелловских уравнений, ссылок на Максвелла по возможности избегает. Так, в статье 1887 г. «О весьма быстрых электрических колебаниях», посвященной обнаружению индукционного действия токов смещения, ссылки на Максвелла вообще нет, а в знаменитой работе 1888 г. «Об электродинамических волнах в воздухе» упоминание о теории Максвелла содержится лишь в заключительных строках, да и то после оговорки: «Опыты, описанные в настоящей статье, как и предшествовавшие опыты по распространению индукции, изложены без ссылок на какую-либо теорию, так как эти опыты убедительны вне зависимости от какой бы то ни было теории»⁶.

*) Работа Римана подверглась критике со стороны Клаузиуса, отмечавшего, в частности, что она противоречит формуле Вебера. Запаздывающее взаимодействие рассматривалось также еще в двух работах (1968 г.), принадлежавших К. Нейману (C. Neumann, 1832—1925) и Бетти (Betti). Понять эти работы сейчас трудно.

3. ДЖЕЙМС КЛЕРК МАКСВЕЛЛ (БИОГРАФИЧЕСКАЯ СПРАВКА)

Мы хотели бы обратить здесь внимание читателя на два обстоятельства — во-первых, на то, что исследования Максвелла в области электродинамики переплетались календарно с работами над решением других проблем и, во-вторых, на научно-общественное положение Максвелла, точнее, на имевшиеся у него возможности влиять на распространение своих идей помимо публикации оригинальных работ.

Приводимые ниже сведения не являются новыми — они содержатся в биографиях Максвелла, написанных разными авторами (см., например, 7, 8).

Максвелл родился 13 июня 1831 г. и умер (от рака) 5 сентября 1879 г. на 49-м году жизни. Высшее образование он получил в Эдинбургском и Кембриджском университетах. В Кембридже Максвелл провел в общей сложности около шести лет (1851—1856 гг.), из них два последних года — в аспирантуре (подготовка к профессорскому званию). Здесь же им была выполнена и опубликована в 1855—1856 гг. первая работа по электродинамике «О линиях сил Фарадея» (в дальнейшем обозначается цифрой I). Это была вообще первая значительная физическая работа Максвелла. Никому, кроме своих сверстников и преподавателей университета, он еще известен не был. Так как вдобавок идеи, развивавшиеся в данной работе, были направлены против общего течения, резонанса она совсем не имела. К работе I мы вернемся в следующем разделе, здесь же отметим только, что в ней уравнения Максвелла уже были написаны, но без тока смещения. После Кембриджа Максвелл с 1856 по 1859 г. читает лекции по физике в Маришаль-колледже в г. Абердине (портовый город в Шотландии). Там он выполняет (на премию Адамса по конкурсу, объявленному Кембриджем) исследование устойчивости колец Сатурна (Лаплас показал, что они не могут быть твердыми, Максвелл исключил жидкость и доказал устойчивость конфигурации, представляющей собой распределенное скопление камней).

Осенью 1859 г., в конце «абердинского периода», Максвелл публикует работу по кинетической теории газов, содержащую максвелловское распределение скоростей. В Абердине, как и позже в Лондоне, Максвелл занимался также проблемой цветового зрения (именно в связи с этими исследованиями он в начале 60-х годов познакомился с приезжавшим в Англию Гельмгольцем). В 1860 г. Максвелл переехал в Лондон, где вплоть до 1865 г. преподавал в Кингз-колледже. За эти пять лет он завершил формулировку своей теории электромагнитного поля, т. е. если говорить о главном, добавил ток смещения в ранее написанные уравнения. Впервые ток смещения появился в его работе «О физических линиях сил» (II), публиковавшейся в 1861—1862 гг. За ней в 1864 г. последовала статья «Динамическая теория электромагнитного поля» (III), по ясности и компактности изложения лучшая из электродинамических работ Максвелла. В 1865 г. Максвелл оставил Кингз-колледж и уехал к себе в имение (Миддлби, близ Эдинбурга). Электродинамика была, таким образом, «сделана» Максвеллом в течение первых десяти лет самостоятельных исследований. Из приведенных данных следует также, что работа над этой проблемой шла с перерывом: между написанием первых дифференциальных уравнений (1855 г.) и введением тока смещения (1861 г.) Максвелл занимался другими проблемами. Это означает, что для добавления одного слагаемого — тока смещения — Максвеллу пришлось преодолеть какой-то трудный барьер, причем идейный, а не технический. На некотором этапе его «атака» как бы захлебнулась — дифференциальные уравнения поля без тока смещения не внесли (в конечном итоге) ничего

нового. Максвелл, несомненно, продолжал думать над электродинамикой, но «не в темпе», отвлекаясь в другие области, в общем менее значительные. Это отчасти было связано с тем, что в максвелловском направлении почти никто не работал — оно было крайне непопулярным. Научное имя, хотя и не очень громкое, создали Максвеллу не работы по электродинамике, а как раз результаты, полученные им в период между созданием первого варианта уравнений и введением тока смещения.

Абердинский Маршалл-колледж и лондонский Кингз-колледж во времена Максвелла были второразрядными учебными заведениями. Состав студентов был не сильным, и учеников или сотрудников, которые бы могли способствовать развитию и распространению новых идей у Максвелла не было *). В 1861 г. Максвелл был избран членом Лондонского королевского общества. В те годы это означало, что он признан ученым, ведущим самостоятельные исследования, но само по себе избрание не приносило никакого должностного положения, особого влияния или других привилегий **). Таким образом, в первой половине 60-х годов никакими дополнительными (к печатным публикациям) возможностями обращения других в свою веру Максвелл не обладал. Эти обстоятельства усугублялись с его отъездом из Лондона. Фактически с 1865 по 1871 гг. Максвелл был оторван от университетской молодежи. Зарубежные научные связи Максвелла были также не очень интенсивны. Известна лишь одна заграничная поездка Максвелла — с лечебной целью он побывал в 1867 г. в Италии. Во время уединения в Миддлби Максвелл написал монографию «Трактат об электричестве и магнетизме» (IV), впервые вышедшую в свет в 1873 г. и впоследствии несколько раз переиздававшуюся.

В 1871 г. в жизни Максвелла произошло существенное изменение: он принял приглашение занять вновь организованную в Кембридже кафедру физики ***). При кафедре предполагалось создать физическую лабораторию — первое чисто исследовательское учреждение в Англии. Знаменитая впоследствии Кавендишская лаборатория была построена под руководством Максвелла и частично на его деньги (первоначальных ассигнований герцога Девонширского — родственника Г. Кавендиша — не хватило). Должности заведующего кафедрой физики и директора Кавендишской лаборатории Максвелл занимал до конца своих дней (1879 г.). Штат лаборатории был невелик. Но в числе учеников Максвелла в Кембридже были лица, впоследствии ставшие профессорами, видными физиками. Одним из них был А. Шустер (известен исследованиями по физической оптике). В 1875/76 учебном году Шустер и прочитал в Манчестере первый в Англии (и вообще в мире) курс по теории электромагнитного поля. Его слушали три человека, среди них — Дж. Дж. Томсон.

Таким образом, Кембридж сыграл определенную роль в распространении максвелловских идей. Здесь у Максвелла впервые появилась возможность общения с достаточно сильными молодыми физиками. Именно они и стали первыми сторонниками максвелловской электродинамики. И хотя общее признание теории пришло после опытов Герца, выполненных не в Англии, а в Германии, ученики Максвелла свое дело сделали —

*) Следует добавить, что Максвелл, по-видимому, не был блестящим лектором. Насколько можно судить, к своим педагогическим обязанностям он относился добросовестно, но популярностью у студентов его лекции не пользовались.

**) Лондонское королевское общество иногда называют английской академией. На самом же деле членство в Обществе в прошлом столетии вряд ли можно сопоставить с казенно-генеральскими академическими званиями континентальной Европы.

***) До этого в Кембрижском университете была лишь кафедра так называемой натуральной философии — причудливого, исторически сложившегося конгломерата некоторых разделов математики, физики и химии. Новая кафедра физики была сначала предложена В. Томсону. После его отказа обратились к Максвеллу.

не будь их, максвелловские работы по теории поля могли бы оставаться без последствий в течение еще более длительного срока.

Закljučая это краткое жизнеописание, подчеркнем еще раз два факта. Во-первых, напомним, что около пяти лет понадобилось для введения тока смещения в уже готовые уравнения. Во-вторых, существенно, что одиночество Максвелла в вопросах электродинамики начало понемногу рассеиваться лишь в последние годы его жизни — через восемь-десять лет после выхода в свет упомянутых выше основных работ.

4. НАЧАЛЬНЫЙ ЭТАП (1855—1856 гг.)

Два новых фундаментальных положения были внесены Максвеллом в электродинамику — дифференциальные уравнения поля и ток смещения. Формально эти новшества в известной степени независимы, и может показаться, что они вызваны разными побудительными мотивами. Например, переход к концепции поля чаще всего связывают с притякательностью близкодействия, вопрос же о токе смещения рассматривают по существу отдельно, вследствие чего он действительно превращается в загадку. Объяснение перехода к полю симпатией к близкодействию на первый взгляд представляется весьма естественным и правдоподобным, но это не подтверждается анализом работ Максвелла. Из них следует, что относиться к полю и несущей его среде как к физической реальности Максвелл начал довольно поздно, лишь после того, как вывел из своих уравнений существование электромагнитных волн, т. е. после введения тока смещения. До этого поле и его моделирование с помощью различного рода сред он использовал с откровенно иллюстративной целью для построения наглядных образов довольно сложных векторных уравнений. Последнее видно и из того, что в одной и той же работе для пояснения разных аналитических соотношений Максвелл привлекает разные по конкретному содержанию модели, и из непосредственных его высказываний по этому поводу.

В работе I он пишет, например: «На эту субстанцию не следует смотреть так же, как на гипотетическую жидкость в смысле, который допускался старыми теориями для объяснения явлений. Она представляет собой исключительно совокупность фиктивных свойств, составленную с целью представить некоторые теоремы математики в форме более наглядной и с большей легкостью применяемой к физическим задачам, чем форма, использующая чисто алгебраические символы» *). Объем данной статьи не позволяет нам умножить число подобных выдержек, что можно было бы сделать без труда.

Максвелл прекрасно понимал с самого начала, что теория, совершенно эквивалентная дальнедействию, может быть тем не менее сформулирована в виде уравнений в частных производных. Поэтому переход к таким уравнениям в случае электродинамики (что составляло содержание статьи I) для него вовсе не был переходом к физическому близкодействию. Ему, например, было известно уравнение Пуассона для потенциала тяготения, которое никто не намеревался в то время интерпретировать в духе какой-либо полевой концепции. Сам Максвелл считал даже, что тяготение вообще не может быть истолковано в рамках физической теории поля **).

*) Цитируется по изданию ⁹.

***) В статье III данному вопросу уделено довольно много места. Невозможность полевой теории гравитации Максвелл усматривал в том, что одноименные гравитационные заряды притягиваются, а не отталкиваются, как в электродинамике. Отсюда он заключал, что при слиянии двух зарядов должны увеличиваться одновременно кинетическая энергия частиц и напряженность поля, а значит, и запасенная в нем энергия (гравитационное поле Максвелл по аналогии с электромагнитным рассматривал как векторное).

Это одно из немногих неверных утверждений, содержащихся в работах Максвелла, интересно для нас тем, что оно лишний раз показывает, насколько далек был Максвелл от какой-либо предвзятой априорной методологической схемы или догматической системы взглядов.

Что же в таком случае толкнуло Максвелла к пересмотру электродинамики, что не устраивало его в веберовской схеме? Некоторая, хотя скупая и не очень отчетливая, мотивировка этого шага содержится в работе I. Из текста вводных разделов статьи можно заключить, что Максвелла не удовлетворяла «разобщенность», если так можно выразиться, покоящегося и движущегося зарядов в тогдашней электродинамике. В самом начале статьи I (см. ⁹) содержатся, в частности, следующие строки: «Современная теория электричества и магнетизма, охватывающая все относящиеся сюда явления, должна не только уяснить связь между покоящимся электричеством и электричеством текущим, но также между притяжениями и индуктивными действиями в обоих состояниях».

Если мы обратимся к закону взаимодействия зарядов (3), то увидим, что, хотя Вебер и называл его «единым», он в действительности таким не является, поскольку для описания взаимодействия движущихся зарядов фактически введена новая эмпирическая константа c , в рамках этого подхода не имеющая непосредственного физического смысла.

Что формула (3) является приближенной, понимал и даже отмечал (в связи с критикой Гельмгольца) сам Вебер, но никакого правила или подхода к вычислению следующих приближений его теория не содержала. В этом смысле его формула была не теоретической, а скорее полуэмпирической. По существу покоящийся и движущийся заряды в домаквелловской электродинамике были разными физическими объектами, взаимодействие которых определялось разными эмпирическими константами — зарядами и «критической скоростью». Вот от этого-то внутреннего несовершенства теории, по-видимому, и стремился прежде всего избавиться Максвелл. Имея своей целью вскрыть связь между «покоящимся электричеством и электричеством движущимся», он переходит к новому формализму и пытается найти единые уравнения, моделируя электродинамические величины движением идеальной несжимаемой жидкости, поскольку еще раньше (1842 г.) В. Томсон заметил сходство «учений о притяжении и теплоте» (которая тоже трактовалась как жидкость). Была ли достигнута в работе I цель, ради которой это исследование было начато? Нет, поскольку без тока смещения i , следовательно, без электромагнитных волн, без истинного физического запаздывания взаимодействия между зарядами константа c , имеющая размерность скорости, оставалась столь же глухой эмпирической величиной, как и в веберовской теории. Это обстоятельство на более формальном языке выражается тем, что между плотностью тока \mathbf{j} (т. е. «электричеством движущимся») и плотностью заряда ρ («покоящимся электричеством») в первоначальной максвелловской схеме нет никаких связей. В самом деле, в уравнениях (мы пишем их для вакуума и в современных обозначениях)

$$\begin{aligned} \text{а) } \operatorname{div} \mathbf{E} &= 4\pi\rho, & \text{б) } \operatorname{rot} \mathbf{H} &= \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}, \\ \text{в) } \operatorname{rot} \mathbf{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, & \text{г) } \operatorname{div} \mathbf{H} &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

величины ρ и \mathbf{j} независимы (поскольку из (5) не следует связывающего их уравнения). Как уже отмечалось выше, уравнения (5) охватывали все известные в то время фундаментальные факты (закон Кулона, закон Ампера, электромагнитную индукцию). В частности, уравнения (5) отражали и то обстоятельство, что все реально наблюдавшиеся электрические

токи были замкнутыми. Максвелл специально отмечает это, отдельно выписывая вытекающее из (5) уравнение

$$\operatorname{div} \mathbf{j} = 0 \quad (6)$$

и замечает, что «...наши исследования в *настоящее время* (курсив мой. — И. Ш.) ограничиваются замкнутыми токами, так как мы мало знаем о магнитных действиях каких-либо незамкнутых токов».

Нетривиальным в этом замечании является тот факт, что не только не исключается возможность магнитного действия незамкнутых токов, но даже, более того, рассмотрение такой возможности как бы ставится на очередь. Напомним в связи с этим, что в домаксвелловской электродинамике экспериментально наблюдавшийся ток представлялся комбинацией движущихся зарядов двух знаков с дополнительным условием (2), наложенным на их скорости или сумму зарядов. Поэтому переход от замкнутых токов к незамкнутым вовсе не сводился к простой остановке и накоплению зарядов в какой-то точке.

Таким образом, прежде чем изменять что-то в первоначальных уравнениях (5), Максвеллу надо было освободиться от гипноза распространенных модельных конструкций тока. Хотя уравнения (5) и не устанавливают связи между «покоящимся электричеством и электричеством движущимся» и в этом смысле не решают задачи, поставленной Максвеллом во главу угла, они тем не менее создают хорошие предпосылки для дальнейшего исследования. Причина состоит в том, что уравнения (5) в явной форме связывают магнитные силы с локальными свойствами плотности тока, т. е. с ее функциональной зависимостью от пространственных координат и времени. Уравнения (5) позволяют проследить, как может сказаться изменение соленоидальных свойств тока на его магнитном действии. В этом главное значение результатов первой электродинамической работы Максвелла для дальнейшего развития его теоретического поиска.

5. ТОК СМЕЩЕНИЯ (1861—1864 гг.)

Как уже указывалось, впервые ток смещения был введен Максвеллом в работе II. Первые две части этой работы посвящены механическому моделированию («молекулярные вихри») уравнений (5). Ток смещения появляется в третьей части, которая называется «Теория молекулярных вихрей в применении к статическому электричеству». На самом деле в этой части работы «молекулярные вихри» совсем не участвуют — упоминание о них в заголовке равносильно просто ссылке на уравнения (5б) и (5в). Ток смещения вводится Максвеллом и здесь и в следующей работе III одинаковым образом: он замечает, весьма бегло, что молекулы среды поляризуются под действием электрического поля и происходящий от движения связанных молекулярных зарядов ток смещения должен быть добавлен к внешнему току.

Примечательно, что сразу же после этого Максвелл переходит к уравнению непрерывности с правой частью

$$\operatorname{div} \mathbf{j} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (7)$$

и показывает, что новое уравнение

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (8)$$

вместе с (7) приводит к (5а). Таким образом, основное уравнение *электростатики выводится из (7) и (8)* (этим объясняется название третьей части работы II). Максвелл как бы получает здесь закон Кулона (следствие (5а)),

из магнитных свойств тока и предположения о том, что этот ток может быть и не замкнутым.

Уравнение (5а) было написано Максвеллом ранее в работе I, а уравнение непрерывности (7) было в то время уже хорошо известно в других разделах физики (применительно к другим, не электрическим токам и плотностям). Поэтому представляется весьма правдоподобным, что знаменитое слагаемое $\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$ Максвелл впервые нашел, исходя из (7) и (5а) (если справедливо (7), то в старое уравнение (5б) нужно добавить некий вектор \mathbf{X} , такой, что

$$\operatorname{div} \mathbf{X} = \frac{4\pi}{c} \frac{\partial \rho}{\partial t} = \operatorname{div} \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t},$$

откуда следует, что можно положить $\mathbf{X} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$).

Итак, главным достижением работы II является уравнение (7). В свете сказанного ранее ясно, что переход от (6) к (7), т. е. от замкнутых к, вообще говоря, не замкнутым токам был шагом нелегким, так как для этого пришлось в сущности порвать с господствовавшими в те годы представлениями о наблюдаемом электрическом токе. С другой стороны, к этому шагу подталкивало простое и физически естественное обобщение уравнения (6). Полученный результат связывал воедино ранее независимое уравнение (5а) с уравнением (8) — модификацией прежнего уравнения (5б). В работе II Максвелл еще непосредственно о запаздывающем характере взаимодействий зарядов в электродинамике не говорит и, как мы уже отмечали, волнового уравнения явно не выписывает, хотя тот факт, что уравнения, содержащие ток смещения, дают запаздывание и волны, ему уже был ясен *). В этом отношении ход мыслей или по меньшей мере изложение материала в работе II сильно отличается от работы Римана, в которой запаздывание и волновое уравнение (для скалярного потенциала) являются исходным пунктом.

Опубликованная в 1864 г. статья III во многом не похожа на работу II. В этой работе Максвелл на первый план выдвигает запаздывающий характер электромагнитного взаимодействия и локализацию энергии в пространстве, окружающем заряды, в электромагнитном поле. Стремясь донести до читателя основное содержание теории, Максвелл подчеркивает (см. *): «...Пользуясь такими словами, как электромагнитное количество движения и электрическая упругость в отношении известных явлений индукции токов и поляризации диэлектриков, я хочу только направить мысль читателя на механические явления, которые могут помочь ему понять электрические явления. Все подобные выражения в настоящей статье должны рассматриваться как иллюстративные, а не как объясняющие. Однако, говоря об энергии поля, я хочу быть понятым буквально. Всякая энергия есть то же, что механическая энергия, существует ли она в форме обычного движения или в форме упругости, или в какой-нибудь другой форме». Далее, акцентируя вопрос о локализации энергии, Максвелл пишет: «По нашей теории она находится в электро-

*) В четвертой части работы II («Применение теории молекулярных вихрей к действию магнетизма на поляризованный свет») Максвелл рассматривает волновое уравнение, но оно не выводится им из (5) и (8) (как это делается впоследствии в работе III), а находится как бы вновь в виде решения следующей задачи теории упругости: «Найти уравнения волнового движения в среде, содержащей вихри, предполагая, что колебания перпендикулярны к направлению распространения». Гипотеза же об электромагнитной природе света высказывается раньше, в третьей части этой работы, на основании очень точного совпадения измеренной Вебером и Кольраушем константы c со скоростью света.

магнитном поле, в пространстве, окружающем наэлектризованные и намагниченные тела, а также и в самих этих телах и проявляется в двух различных формах, которые могут быть описаны без гипотез как магнитная и электрическая поляризация или, согласно весьма вероятной гипотезе, как движение и напряжение одной и той же среды. Заключение, к которым мы пришли в этом докладе, независимы от этой гипотезы, так как они выведены из экспериментальных фактов».

Существенно в этих отрывках не столько заявление об иллюстративном характере использованных моделей (это разъяснялось и раньше), сколько то, что теперь Максвелл вполне отчетливо рассматривает электромагнитное поле как физически реальную систему, в которой локализована определенная энергия. Подобных ясных и категорических утверждений в предыдущих работах, даже в статье II, где впервые введен ток смещения, не содержалось, несмотря на конкретную модельную реализацию входящих в теорию величин. Ток смещения в работе III вводится совершенно так же, как в статье II, т. е. как ток, обусловленный поляризацией молекул среды под действием электрического поля. Таким образом, если говорить об эволюции взглядов Максвелла, то главным остается впечатление, что в работе III впервые четко осознано физическое содержание запаздывающего взаимодействия зарядов. Установив, что поле в электромагнитных явлениях должно быть физической реальностью, Максвелл впервые в работе III задается вопросом о роли запаздывающего взаимодействия вообще в физике. С этим связаны и содержащиеся в статье II размышления о том, обязательен ли полевой подход к другим известным в то время силам — гравитационным (как уже отмечалось выше, полевая теория гравитационных взаимодействий представлялась Максвеллу невозможной).

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Все изложенное свидетельствует о том, что исходными пунктами электродинамических исследований Максвелла вряд ли была априорная убежденность в необходимости близкодействия и стремление свести электромагнитные явления к чисто механическим.

Насколько можно судить по работам Максвелла и последовательности развития идей в этих работах, первоначальным стимулом к пересмотру господствовавших представлений была неудовлетворенность чисто эмпирическим характером закона взаимодействия движущихся зарядов, отсутствием органической связи между покоящимся и движущимся электричеством. Эта связь содержится в уравнении непрерывности (7), и обобщение локальных магнитных свойств замкнутых токов на токи незамкнутые привело к введению тока смещения в ранее написанные дифференциальные уравнения. Иными словами, если говорить совсем кратко, появление тока смещения в уравнениях Максвелла есть, по нашему мнению, результат обобщения уравнения непрерывности (6) на случай незамкнутых токов (7). Весьма вероятно, что именно этот шаг был первым.

Концепция, описанная выше, близка к точке зрения Р. Пайерлса¹⁰. Хотелось бы, однако, еще раз напомнить, что сам переход от (6) к (7) был связан фактически с отказом от наиболее распространенных в домаксвелловской электродинамике представлений о природе создающего магнитное действие тока и связанных с ними выводов о взаимодействии движущихся зарядов. По этой причине нельзя думать, что для получения тока смещения Максвеллу достаточно было ввести среду, состоящую из упруго поляризуемых полей молекул, — как должно быть ясно из предыдущего, возникающий за счет такой поляризации незамкнутый ток во времена Максвелла большинством физиков вовсе не считался эквивалентным

по магнитному действию экспериментально наблюдавшимся токам (удовлетворявшим уравнению (6)).

Иначе говоря, среда с поляризуемыми молекулами могла стать полезной моделью лишь *после* того, как было постулировано уравнение (7), которое само по себе сразу приводило к необходимости добавления в уравнение (5б) тока смещения. Таким образом, и эта модель на самом деле не могла играть эвристическую роль — она была в значительной мере также иллюстративной.

Что касается обилия механических иллюстраций в работах Максвелла, то это была очевидная дань времени и В. Томпсону (последний, как известно, вообще считал, что явление, не сведенное к описанию в терминах механики, нельзя отнести к числу понятых). Заметим еще, что роль механических моделей Максвелла была в общем вполне правильно понята некоторыми преемниками его теории. Хорошо известны, например, недвусмысленные высказывания на этот счет Герца и Пуанкаре (1854—1912).

Среди возможных причин, побудивших Максвелла ввести ток смещения, в литературе обсуждалась симметрия уравнений (5в) и (8) по векторам \mathbf{E} и \mathbf{H} (если $\mathbf{j} = 0$, эти уравнения переходят друг в друга при замене $\mathbf{E} \rightarrow -\mathbf{H}$, $\mathbf{H} \rightarrow \mathbf{E}$). Этот вопрос был подробно проанализирован в статье ¹, и нам остается лишь присоединиться к выводу автора: ни текст работ Максвелла I—IV, ни другие его публикации по электродинамике не дают никаких оснований полагать, что ток смещения введен из желания придать уравнениям указанную симметрию. Представляется крайне маловероятным, чтобы Максвелл, дописав ток смещения по соображениям симметрии, ни разу, хотя бы при обсуждении уже полученных уравнений, не обратил внимание читателя на эту симметрию.

В том, что было изложено выше, мы попытались, во-первых, кратко описать состояние электродинамики до Максвелла и, во-вторых, дать реконструкцию развития идей самого Максвелла в процессе его электродинамических исследований. Весьма возможно, что эта вторая задача с полной определенностью так никогда и не будет решена, если не обнаружатся какие-либо неизвестные до сих пор документы. Тем не менее интерес к данному вопросу заставляет более пристально взглядываться в исторический ход развития идей, и это представляется во многом поучительным. Домаксвелловская электродинамика была полумэмпирической феноменологической теорией, с помощью которой достигалась определенная систематизация опытных данных и устанавливалась связь между различными экспериментами. Она была свободна от логических и серьезных физических противоречий, казалась единственно возможным естественным продолжением тех идей и методов, которые фактически создали физику как количественную науку, базирующуюся на немногих отчетливо сформулированных положениях. Считалось, что конкретный вид закона мгновенного взаимодействия зарядов по мере получения новой экспериментальной информации мог быть изменен, но что какой-то закон подобного рода должен лежать в основе количественной теории электромагнитных явлений — в этом сомнений у подавляющего большинства современников Максвелла не было.

Казалось очевидным, что, какова бы ни была природа электромагнитных сил, все многообразие электродинамических явлений, по крайней мере в принципе, может быть выражено через элементарный акт — взаимодействие двух зарядов. Именно данный пункт представлялся само собой разумеющимся и неуязвимым.

Атаки Гельмгольца (и кого бы то ни было) на веберовский (или какой-либо другой) закон взаимодействия зарядов не могли поколебать этого убеждения.

Теория Максвелла (после введения тока смещения) как раз этот принцип отметала, и потому столь сильно и длительно было ее неприятие.

История электродинамики являет собой пример того, как разительно далек от истины может оказаться иногда «самый общий», «строгий» и «феноменологический» подход, если речь идет о фундаментальных физических закономерностях. В действительности все эти эпитеты часто отражают лишь тот факт, что научное общественное мнение прочно ограничено некоторым кругом идей, унаследованных от предшествующего развития. Немногим удается выйти из этого круга, ибо немногие способны оставаться внутренне независимыми в оценке фактов и предлагаемых для их объяснения теорий. Эта способность, по-видимому, относится к числу важнейших компонент крупного научного дарования, и она была в высшей степени свойственна гению Максвелла.

Институт теоретической и экспериментальной физики,
Москва

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. А. М. В о г с, Am. J. Phys. **11**, 854 (1963) (см. перевод в сборнике «Джемс Клерк Максвелл. Статьи и речи», М., «Наука», 1968).
2. В. D i b n e r, Oersted and Discovery of the Electromagnetism, Norwalk, U.S.A., 1960.
3. А.-М., А м п е р, Электродинамика, М., «Наука», 1954.
4. Л. Д. Б е л ь к и н д. Андре-Мари Ампер, М., «Наука», 1968.
5. Ф. К л е й н, Лекции о развитии математики в XIX столетии, ч. 1, М.—Л., ОНТИ, 1937.
6. Н. Н e r z, Wied. Ann. **34**, 610 (1888) (см. перевод в сборнике «50 лет волн Герца», М., Изд-во АН СССР, 1938).
7. L. S a m p b e l l, W. S a r n e t t. The Life of J. C. Maxwell. L., 1882.
8. R. L. S m i t h - R o s e. James Clerk Maxwell, L. 1948; Д. М а к - Д о н а л ь д, Фарадей, Максвелл и Кельвин, М., Атомиздат, 1967; Е. М. К л я у с. Джемс Клерк Максвелл. см. сборник в¹.
9. Д. К. М а к с в е л л. Избранные сочинения по теории электромагнитного поля, М., Гостехиздат, 1954.
10. R. E. P e i e r l s. сборник Clerk Maxwell and Modern Science, L., 1963 (см. перевод в сборнике¹).