

**ЭЛЕКТРОН-ФОНОННОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ И ХАРАКТЕРИСТИКИ  
ЭЛЕКТРОНОВ МЕТАЛЛОВ***Н. В. Заварицкий***СОДЕРЖАНИЕ**

1. Введение . . . . .	241
2. Параметры электрон-фононного взаимодействия и их расчет для металла в нормальном состоянии . . . . .	243
3. Электрон-фононное взаимодействие и сверхпроводимость металлов . . . . .	245
4. Экспериментальное определение функции $g(\omega)$ . . . . .	249
5. Определение параметров электрон-фононного взаимодействия по характеристикам металла в нормальном состоянии . . . . .	252
а) Теплоемкость (252). б) Циклотронная масса (253).	
6. Зависимость электрон-фононного взаимодействия от энергии электронов	255
7. Другие способы определения параметров электрон-фононного взаимодействия	257
8. Влияние давления на электрон-фононное взаимодействие . . . . .	257
9. Электрон-фононное взаимодействие в металлах с предельно искаженной решеткой . . . . .	262
10. Электрон-фононное взаимодействие в сплавах непереходных металлов . . . . .	265
11. Электрон-фононное взаимодействие в переходных металлах . . . . .	268
Цитированная литература . . . . .	270

**1. ВВЕДЕНИЕ**

В последнее десятилетие выяснено, что кинематику электронов металла в магнитном поле определяет топология поверхности Ферми<sup>1</sup>. Это открыло пути для экспериментального изучения ферми-поверхности электронов проводимости. В результате в настоящее время известна поверхность Ферми большинства металлов (см. обзор<sup>2</sup>). Оказалось, что по крайней мере у всех переходных металлов поверхности Ферми в первом приближении совпадают с результатом расчета их по модели почти свободных электронов. В этой модели предполагается, что электроны проводимости ведут себя как свободные, но из-за периодического потенциала решетки претерпевают брэгговское отражение на границах зоны Бриллюэна.

Полностью согласовать результаты расчета с экспериментальными данными удастся лишь после учета взаимодействия электронов с ионным остовом. Внутри элементарной ячейки решетки обычно можно выделить область вне ионного остова и область внутри его. Вне ионного остова потенциальная энергия мала и волновая функция будет гладкой — близкой к плоской волне. Внутри же ионного остова волновая функция быстро осциллирует, так что кинетическая энергия частично компенсирует потенциальную энергию остова. Для того чтобы учесть эти осцилляции,

3 УФН, т. 108, вып. 2

удобно использовать волновые функции внутренних оболочек. Соответственно волновые функции электронов разлагают по плоским волнам, ортогонализированным по отношению к волновым функциям внутренних оболочек (метод ортогонализированных плоских волн (ОПВ)).

Для ОПВ в уравнении Шрёдингера гладкой функции электронов в результате исключения осциллирующей части появляется отталкивающий потенциал, действующий в области ионного остова. Этот потенциал компенсирует в значительной степени исходный потенциал притяжения. Результирующий потенциал — обычно его называют *псевдопотенциалом* — оказывается достаточно слабым, и его можно рассматривать по теории возмущений.

Существует несколько различных методов расчета псевдопотенциала. К сожалению, все они недостаточно надежны, и поэтому окончательные результаты корректируют по параметрам металла, зависящим от выбора псевдопотенциала. Этими характеристиками может быть поверхность Ферми металла, энергия кристаллической и зонной структуры, спектр колебаний решетки и т. д. Все эти свойства можно использовать для уточнения параметров псевдопотенциала, которые в настоящее время определены для ряда металлов. Методы расчета псевдопотенциала подробно разобраны в монографии Харрисона<sup>3</sup>.

Следует отметить, что ОПВ и понятие псевдопотенциала можно использовать лишь в случае сильно локализованных внутренних оболочек электронов. Это существенным образом ограничивает круг металлов, которые можно успешно описать методом ОПВ. В частности, из рассмотрения исключаются все переходные металлы.

При введении поправок, учитывающих действие псевдопотенциала для непериодических металлов, удастся согласовать результаты расчета поверхности Ферми с данными эксперимента. Оказывается, что учет взаимодействия при этом существенно не сказывается на величине энергии Ферми, хотя остальные характеристики электронов могут несколько изменяться по сравнению с моделью почти свободных электронов. В частности, например, несколько изменяется эффективная масса электронов, хотя у большинства металлов это изменение не превосходит десятка процентов. Результаты расчета изменения эффективной массы электронов, вызванного взаимодействием электронов с ионами, приведены ниже в табл. II. В расчете<sup>4</sup> использовался псевдопотенциал Хейне — Абаренкова (см. <sup>3</sup>).

Выше мы везде предполагали ионные остовы неподвижными. В действительности они могут совершать в решетке колебания около положения равновесия. Эти колебания решетки описывают, пользуясь понятием фононов. Наличие взаимодействия между электронами и ионным остовом приводит к тому, что система электронов и фононов в металле взаимно связаны. В металле существует заметное электрон-фононное взаимодействие (ЭФВ). Это взаимодействие играет важную роль в формировании спектра колебаний решетки; из-за него существенно изменяется связь между энергией и импульсом электронов вблизи поверхности Ферми; этому взаимодействию обязано и явление сверхпроводимости. Рассмотрению различных аспектов ЭФВ в металлах и посвящена настоящая статья. Вначале кратко представлены результаты теоретического рассмотрения проблемы, затем разобраны экспериментальные данные. Основное внимание обращено на изменение в результате ЭФВ электронной системы. Роль взаимодействия электронов с ионами в формировании спектра колебаний решетки мы здесь не будем рассматривать. Интересующиеся могут познакомиться с соответствующими данными в монографии Харрисона<sup>3</sup> или в работе Бровмана и Кагана<sup>5</sup>.

## 2. ПАРАМЕТРЫ ЭЛЕКТРОН-ФОНОННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ И ИХ РАСЧЕТ ДЛЯ МЕТАЛЛА В НОРМАЛЬНОМ СОСТОЯНИИ

Расчет ЭФВ в конечном итоге сводится к учету всех возможных процессов обмена энергией между системой электронов с фононами. Конечно, в данном случае речь идет о виртуальных фононах, которые могут быть возбуждены в твердом теле. Общая теория рассмотрения этого взаимодействия подробно изложена в ряде общедоступных монографий<sup>6, 7</sup>, и мы приведем лишь некоторые важнейшие выводы. Так, в результате ЭФВ изменяется энергия  $E_p$  и затухание  $\Gamma_p$  электронов. Отметим, что электроны рассматриваются как квазичастицы всей ферми-системы:

$$E_p = E_p^0 + \text{Re } \Sigma(p, E_p + i\Gamma_p),$$

$$\Gamma_p = \text{Im } \Sigma(p, E_p + i\Gamma_p),$$

где  $p$  — импульс электрона,  $\Sigma$  — неприводимая собственно энергетическая часть функции Грина электронов, в которой и учитываются все возможные пути обмена. Возможность вполне корректного расчета  $\Sigma$  стала очевидна после работы Мигдала 1958 г.<sup>8</sup>, в которой было показано, что поправки к нулевому члену имеют порядок малости  $(m/M)^{1/2} \sim 10^{-2}$  ( $m, M$  — массы электрона и иона), и потому ими можно пренебречь.

Рассчитав  $\Sigma$ , Мигдал обратил внимание, что  $\text{Re } \Sigma$  пропорциональна  $\omega_p$  при малых  $\omega_p$ , где  $\omega_p$  — энергия электрона, отсчитанная от поверхности Ферми.

Отсюда сразу следовало, что в результате ЭФВ должно изменяться состояние электронов вблизи ферми-поверхности, например

$$v_p = \partial E_p / \partial p = \partial E_p^0 / \partial p + (\partial \text{Re } \Sigma / \partial E_p) \partial E_p / \partial p,$$

$$v_p = v_{p, \text{зон}} + (\partial \text{Re } \Sigma / \partial E) v_p,$$

или, обозначая через  $\lambda = -\partial \text{Re } \Sigma / \partial E$  усредненный параметр ЭФВ, получаем

$$v_p = v_{\text{зон}} / (1 + \lambda)$$

и соответственно

$$m = m_{\text{зон}}(1 + \lambda), \quad N = N_{\text{зон}}(1 + \lambda), \quad (1)$$

где  $v_{\text{зон}}, m_{\text{зон}}, N_{\text{зон}}$  — скорость, масса и плотность электронов в отсутствие ЭФВ,  $v, m, N$  — те же величины при наличии ЭФВ. Можно говорить о перенормировке состояния электронов в результате ЭФВ, если ввести коэффициент перенормировки

$$Z = 1 + \lambda;$$

тогда

$$v_p = v_{\text{зон}} / Z, \quad m = m_{\text{зон}} Z, \quad N = N_{\text{зон}} Z.$$

Приведенные в дальнейшем расчеты Пранге и Каданова<sup>9</sup> показали, что в результате ЭФВ не изменяются энергия Ферми, аномальный скин-эффект, связанная со спинами магнитная восприимчивость, все гальвано-магнитно-термические коэффициенты, длина свободного пробега электронов и коэффициенты переноса, ядерная спин-решеточная релаксация, частота эффекта де Гааза — ван Альфена.

Из соотношения (1) следует, что перенормировка электронных состояний в результате ЭФВ определяется параметром  $\lambda$ . Очевидно, что в конечном итоге  $\lambda$  должно быть выражено через параметры электрон-ионного взаимодействия и спектр колебаний решетки металла<sup>7</sup>:

$$\lambda = 2 \int g(\omega) \omega^{-1} d\omega, \quad (2)$$

где

$$g(\omega) = \sum_{\sigma} \int_S d^2 p \int_{S'} d^2 p' \frac{|q_{pp'\sigma}|^2}{2\pi^3 v_F} \delta[\omega - \omega_{p-p', \sigma}] / \int_S d^2 p, \quad (3)$$

$v_F$  — скорость ферми-электронов. Интегралы по  $\mathbf{p}$ ,  $\mathbf{p}'$  берутся по ферми-поверхности  $S$ . Они учитывают все возможные переходы электронов из начального состояния  $|\mathbf{p}\rangle$  в конечное  $|\mathbf{p}'\rangle$ . Эти переходы осуществляются через возбуждение поля фононов.  $q_{pp'\sigma}$  — константа электрон-фононного взаимодействия,  $\sigma$  — поляризации ветвей фононного спектра, по которым производится суммирование. В простейшем случае это — одна продольная и две поперечные ветви. Частоты фононов  $\omega_{p-p', \sigma}$  соответствуют модам первой зоны Бриллюэна. С помощью метода псевдопотенциала<sup>10</sup>  $q_{pp'\sigma}$  можно выразить через формфактор  $\langle \mathbf{p}' | \mathfrak{B} | \mathbf{p} \rangle$  рассеяния электронов из состояния  $|\mathbf{p}'\rangle$  в  $|\mathbf{p}\rangle$  на поверхности Ферми (см.<sup>3</sup>):

$$q_{pp'\sigma}^2 = \frac{(\mathbf{p}-\mathbf{p}')^2 \varepsilon^2 (\mathbf{p}-\mathbf{p}') \langle \mathbf{p}' | \mathfrak{B} | \mathbf{p} \rangle^2}{2\omega_{p-p', \sigma} M N}, \quad (4)$$

где  $M$  — масса иона,  $N$  — число ионов в единице объема,  $\varepsilon(\mathbf{p}-\mathbf{p}', \sigma)$  — вектор поляризации, соответствующий частоте фонона  $\omega_{p-p', \sigma}$ .

Все эти выражения упрощаются в предположении сферической поверхности Ферми и локальном приближении для псевдопотенциала<sup>3</sup>, в котором  $\langle \mathbf{p}' | \mathfrak{B} | \mathbf{p} \rangle$  зависит только от изменения импульса  $\mathbf{q} = \mathbf{p} - \mathbf{p}'$ ; тогда

$$g(\omega) = N^{-1} \sum_{\sigma} \int_{< 2k_F} (2\pi)^{-3} d^3 q L_{\sigma}(q) \delta[\omega - \omega_{q, \sigma}], \quad (5)$$

где

$$L_{\sigma}(q) = (m/4M) \frac{|\bar{q}\varepsilon(\mathbf{q}, \sigma)|^2}{k_F q \omega_{q, \sigma}} |\mathfrak{B}(\mathbf{q})|^2,$$

$\mathfrak{B}(\mathbf{q})$  — локальный формфактор псевдопотенциала, интеграл  $d^3 q$  берется в сфере радиуса  $2k_F$ . После работ<sup>10-12</sup> в литературе  $g(\omega)$  часто представляют в виде

$$g(\omega) = \alpha^2(\omega) F(\omega), \quad (6)$$

где

$$F(\omega) = N^{-1} \sum_{\sigma} \int (2\pi)^{-3} d^3 q \delta[\omega - \omega_{q, \sigma}] \quad (7)$$

— плотность состояний спектра колебаний решетки.  $F(\omega)$  можно, например, рассчитать по дисперсионным кривым для спектра колебаний решетки, определяемым обычно нейтронографически.  $\alpha^2(\omega)$  — параметр ЭВФ, который можно определить при сравнении соответствующих соотношений (5) — (7); удобство от подобного выражения  $g(\omega)$  связано с тем, что, как оказалось,  $\alpha^2(\omega)$  более плавно изменяется с энергией, чем  $F(\omega)$  и соответственно соотношение (6) лишней раз подчеркивает, что изменение  $g(\omega)$  в первую очередь связано с  $F(\omega)$ . Как будет видно из дальнейшего, функцию  $g(\omega)$  можно определить из экспериментальных данных.

Как заметил Мак-Миллан<sup>13</sup>,  $\omega g(\omega)$  не зависит от энергии фононов (см. соотношение (3)):

$$\int_0^{\infty} \omega g(\omega) d\omega = N_{\text{зон}} \hbar \langle q^2 \rangle / 2M,$$

где  $N_0$  — плотность электронов на поверхности Ферми,  $\langle q^2 \rangle$  — усредненный по поверхности Ферми квадрат электронного матричного эле-

мента. При использовании соотношения (2) можно получить для  $\lambda$  приближенное выражение

$$\lambda = N_{\text{зон}} \langle q^2 \rangle / M \langle \omega^2 \rangle, \quad (8)$$

где

$$\langle \omega^2 \rangle = \int \omega g(\omega) d\omega / \int g(\omega) \omega^{-1} d\omega.$$

Путем использования приведенных выше выражений (2) — (5) можно численно рассчитать  $\lambda$  — усредненный параметр ЭФВ. Один из первых численных расчетов усредненного параметра провели Ашкрофт и Уилкинс<sup>14</sup> для Na, Al, Pb (табл. I). В расчете был использован локальный псевдопотенциал, интегрирование проводилось по измененной в результате электрон-ионного взаимодействия поверхности Ферми. В дальнейшем для этих металлов расчет неоднократно повторяли<sup>15-17</sup>. Хотя при этом использовали несколько отличные псевдопотенциалы, были получены близкие значения  $\lambda$  (см. табл. I). Возможное влияние детального вида псевдопотенциала проверялось также отдельно для свинца в работе<sup>18</sup>.

Таблица I

Литература	Использованный псевдопотенциал	Na	Al	Pb
14	Полуэмпирический	0,18	0,49	1,12
15	1 ОПВ Хейне — Анималу <sup>3</sup>	0,13	0,5	1,67
16	2 ОПВ Хейне — Анималу <sup>3</sup>	0,13	0,53	1,55
17	Хейне — Анималу <sup>3</sup> » »	0,12	0,46	1,69
		0,15	0,53	1,34

В расчете усредненного параметра  $\lambda$  при интегрировании происходит усреднение всех величин. Вследствие этого учет анизотропии фононного спектра, видимо, заметно не сказывается на полученных результатах в случае металлов с кубической решеткой. Так, на примере натрия<sup>19</sup> было показано, что максимальная анизотропия  $\lambda$ , связанная с анизотропией спектра колебаний решетки, не превосходит 2%.

Значения  $\lambda$  для ряда непреходных металлов, полученные расчетом в работе Аллена и Коэна<sup>17</sup>, приведены в табл. II. В работе<sup>17</sup> для большинства металлов была использована сферическая модель как для электронов, так и для колебаний решетки. Используемый при расчете псевдопотенциал отмечен в табл. II и ссылкой на литературу. Обычно расчет проводился с локальным потенциалом. Для металлов с гексагональной структурой: Be, Mg, Zn, Cd; были использованы также нелокальные потенциалы<sup>22, 24, 26</sup>, позволяющие более точно описать особенности поверхности Ферми этих металлов. По-видимому результаты, полученные с этими псевдопотенциалами, более надежны. Используемый для расчета  $\lambda$  олова псевдопотенциал Вейсса (см. <sup>37</sup>), как следует из работы<sup>42</sup>, видимо, менее точен, чем потенциал Хейне — Абаренкова.

Ошибки в полученных значениях  $\lambda$ , вероятно, могут достигать 10—20%. Они связаны как с произволом в выборе псевдопотенциала, так и с приближениями при расчете спектра колебаний решетки.

### 3. ЭЛЕКТРОН-ФОНОННОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ И СВЕРХПРОВОДИМОСТЬ МЕТАЛЛОВ

Мы рассматривали изменение состояния электронов нормального металла. Все эти результаты в действительности имеют ограниченную область применения. Дело в том, что, как было показано Купером<sup>43</sup>, взаимное притяжение между электронами приводит к появлению у электронов связанного состояния, которое энергетически более устойчиво, чем свободный газ электронов. В этом новом состоянии система электронов

Таблица II

246

Н. В. ЗАВАРИЦКИЙ

Металлы	$T_c, ^\circ K$	$\theta_D, ^\circ K$	$\frac{\gamma, \text{ мджс}}{2 \cdot \text{моль} \cdot ^\circ K}$	$\mu$	Псевдопотенциал при расчете $m_{\text{зон}}$ и $\lambda^*$	Расчет $\frac{m_{\text{зон}}}{m_0}$	$\lambda$ (расчет 16)	$\lambda_c^{**}$ (расчет по (12); см. ниже)	$\lambda_{T_c}$ (расчет по (15); см. ниже)	$\lambda_g$ и $\langle \omega \rangle$ , $M_{\text{эв}}$	$\lambda_{\Pi}$
Na	—	157	1,8	1,26	Хейне—Анималу <sup>20</sup>	1,00	0,15 0,19	—	—	—	0,24 <sup>21</sup>
Mg	—	406	1,35	1,33	» » <sup>22</sup>	1,01 1,00	0,35 0,31	0,33	—	—	0,2—0,3 <sup>22</sup>
Be	0,026	1390 <sup>23</sup>	0,184	0,37	» » <sup>24</sup>	1,28 0,3	0,1 0,26	0,24	0,27	—	0,1—0,2 <sup>24</sup>
Cd	0,52	209 <sup>25</sup>	0,69	0,74	» » <sup>26</sup>	0,87 0,54	0,1 0,40	0,36	0,43	—	0,2—0,3 <sup>27</sup>
Zn	0,875	309	0,65	0,86	» » <sup>26</sup>	0,93 0,59	0,27 0,42	0,46	0,44	—	0,2—0,4 <sup>27</sup>
Ga	1,09	325 <sup>25</sup>	0,60	0,59	» »	0,96	0,25	—	0,45	—	0,4—0,8 <sup>28</sup>
Al	1,2	420	1,36	1,47	» » <sup>35</sup>	1,04 0,97	0,53 0,52	0,47	0,44	—	0,5—0,6 <sup>29</sup> 0,6 <sup>31</sup>
Tl	2,39	78,5 <sup>32</sup>	1,47	1,10	» »	0,82 0,55	1,07	0,63	0,82	0,78 (5)	0,4—0,8 <sup>33</sup>
In	3,40	109	1,80	1,44	» » <sup>30</sup>	0,89 0,74	0,89 0,84	0,6	0,81	0,83 (6,9)	0,6 <sup>34</sup> 0,5—0,7 <sup>30</sup>
Sn	3,72	202	1,82	1,30	» » <sup>37</sup>	0,93 0,73	0,79 0,99	0,56	0,66	0,72—0,78 (9,6)	0,6 <sup>36</sup>
Hg	4,15	72	2,0	—	» » <sup>39</sup>	0,8	0,89 0,98	—	1,10 —	1,6 (3,3)	0,75 <sup>38</sup> 1,2—1,4 <sup>40</sup>
Pb	7,2	94,5	3,0	2,0	» » <sup>41</sup>	0,86	1,34 1,32	1,33 —	1,32	1,5 (5,2)	1—1,4 <sup>41</sup>

\*) В случае двух значений  $m_{\text{зон}}/m_0$  для потенциала Хейне — Анималу верхнее значение — расчет 4, нижнее — 17.\*\*) В расчете  $\lambda_c$  было использовано среднее арифметическое значение  $m_{\text{зон}}/m_0$ .

обладает свойством сверхпроводимости. Соответственно все результаты, полученные для нормального состояния, относятся либо к области температур выше температуры перехода в сверхпроводящее состояние  $T_c$ , либо к полям, большим критического магнитного поля сверхпроводников.

Теория возникновения сверхпроводимости подробно изложена в работах Бардина, Купера и Шриффера<sup>44</sup>, Боголюбова, Толмачева и Ширкова<sup>45</sup>. В этих работах было показано, что температура перехода в сверхпроводящее состояние

$$T_c \approx 0,7 \Theta_D e^{-1/N_{\text{зон}} W}, \quad (9)$$

где  $\Theta_D$  — температура Дебая,  $W$  — потенциал взаимодействия между электронами. Нас будет интересовать лишь связь между параметрами ЭФВ и энергией связи пар сверхпроводника  $\Delta$ .

Рассмотрение ЭФВ в случае сверхпроводимости осложняется тем, что здесь, в отличие от нормального состояния, ЭФВ уже нельзя рассматривать методом теории возмущений. Связано это с тем, что вызванная ЭФВ перестройка всей электронной системы носит качественный характер. Однако и здесь решение задачи упрощается, если использовать метод, примененный А. Б. Мигдалом к нормальному металлу. С помощью этого метода Элиашбергу<sup>46</sup> удалось найти систему уравнений, связывающих параметры электрон-фононного взаимодействия и  $\Delta(\omega)$ . С учетом кулоновского отталкивания электронов, рассмотренного в работе Боголюбова и др.<sup>45</sup>, а затем в<sup>47</sup>, эти уравнения в интегральной форме имеют вид<sup>7, 11</sup>:

$$\left. \begin{aligned} \Delta(\omega) &= \varphi(\omega)/Z(\omega), \quad \Delta(\Delta_0) = \Delta_0, \\ \varphi(\omega) &= \int_{\Delta_0}^{\omega_C} \text{Re} \frac{\Delta(\omega'') d\omega''}{[\omega''^2 - \Delta(\omega'')^2]^{1/2}} \int g(\omega') O^+(\omega'', \omega', \omega) d\omega' - U_C(\omega_C), \\ Z(\omega) &= 1 - \omega^{-1} \int_{\Delta_0}^{\infty} \text{Re} \frac{|\omega''| d\omega''}{[\omega''^2 - \Delta(\omega'')^2]^{1/2}} \int g(\omega') O^-(\omega'', \omega', \omega) d\omega', \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

где

$$O^{\pm} = \frac{1}{\omega'' + \omega' + \omega + i\delta} \pm \frac{1}{\omega'' + \omega' - \omega - i\delta} \quad (\delta \rightarrow 0),$$

$U_C(\omega)$  — кулоновский потенциал, введенный в работе<sup>47</sup>:

$$U_C(\omega) = N_{\text{зон}} V_C [1 + N_{\text{зон}} V_C \ln(E_F/\omega_C)]^{-1}, \quad U_C(\omega_K) \equiv u^*, \quad (11)$$

где  $V_C$  — усредненное по ферми-поверхности кулоновское взаимодействие,  $\omega_K$  — конец спектра колебаний решетки.

Если сопоставить соотношения (1), (2) и (10), легко видеть, что изменения электронной системы в нормальном и сверхпроводящем состояниях фактически определяет одна и та же функция  $g(\omega)$ .

Систему интегральных уравнений (10) можно решить относительно  $\Delta_0$  или  $T_c$  параметров спектра колебаний решетки и ЭФВ при некоторых упрощениях. Наибольшей известностью пользуется в настоящее время решение Мак-Миллана<sup>13</sup>, который численно рассчитал выражение для  $T_c$ . При расчете вместо  $g(\omega)$  он подставлял  $F(\omega)$  для ниобия, определенную нейтронографически. Для упрощения расчета Мак-Миллан предполагал, что  $g(\omega') \equiv 0$  при  $\omega' < 10$  Мэв;  $\omega_K = 30$  Мэв.

В этих предположениях

$$T_c = (\Theta_D/1,45) \exp \left[ -\frac{1,04(1+\lambda)}{\lambda - u^*(1+0,62\lambda)} \right], \quad (12)$$

или

$$T_c = (\langle \omega \rangle / 4, 20) \exp \left[ -\frac{1,04 (1 + \lambda)}{\lambda - u^* (1 + 0,62\lambda)} \right], \quad (13)$$

где

$$\langle \omega \rangle = \int g(\omega) d\omega / \int g(\omega) \omega^{-1} d\omega. \quad (14)$$

Приближенные выражения для  $T_c$  сверхпроводников получили также Гарлэнд и др.<sup>48</sup> и Гейликман<sup>49</sup>. Эти выражения, так же как и соотношение (12), не являются абсолютно точными, однако для оценки параметров они вполне пригодны. В табл. II были приведены значения  $\lambda_{T_c}$ , рассчитанные по  $T_c$ ,  $\Theta_D$  и соотношению Мак-Миллана (12). В расчете для всех металлов было принято  $u^* = 0,13$ , значения  $\Theta_D$  приведены в табл. II.

Таблица III

Ме- талл	$\beta_{\text{эксп}}$	$\beta_{\text{расч}}^{47}$	$\beta_{\text{расч}}^{50}$	$u^*$	Ме- талл	$\beta_{\text{эксп}}$	$\beta_{\text{расч}}^{47}$	$\beta_{\text{расч}}^{50}$	$u^*$
Pb	$0,48 \pm 0,01$	0,47	$0,485 \pm 0,005$	—	Mo	$0,33 \pm 0,05$	0,3	$0,35 \pm 0,075$	0,1
Hg	$0,5 \pm 0,03$	0,46	$0,48 \pm 0,005$	—	Re	$0,39 \pm 0,01$	0,41	$0,355 \pm 0,005$	0,1
Sn	$0,47 \pm 0,002$	0,42	$0,455 \pm 0,01$	—	Os	$0,20 \pm 0,05$	0,25	$0,225 \pm 0,1$	0,12
Tl	$0,5 \pm 0,1$	—	$0,48 \pm 0,02$	—	Zr	0,0	0,30	$0,15 \pm 0,17$	0,17
Cd	$0,5 \pm 0,1$	0,34	$0,385 \pm 0,025$	—	Cu	$0,0 \pm 0,1$	0,35	$0,065 \pm 0,15$	0,15
Zn	$0,3 \pm 0,01$	0,35	$0,415 \pm 0,015$	0,12					

Как известно, частота колебаний атомов решетки и соответственно  $\Theta_D \sim M^{-1/2}$ , где  $M$  — масса атома. Это позволяет на образцах с различным изотопическим составом проверить, в какой степени соотношение (9) — (12) действительно описывают изменение критической температуры образцов. В табл. III приведены результаты исследования изотопического эффекта у различных сверхпроводящих металлов, а именно — величина  $\beta$ , определяемая по зависимости  $T_c \sim M^{-\beta}$  (значения  $\beta$  взяты из обзора<sup>51</sup>). Согласно теории БКШ (9) следовало ожидать  $\beta = 0,5$ , и некоторое время считали, что лишь это значение может быть у металлов в случае сверхпроводимости, обязанной только ЭФВ. В действительности, у ряда металлов  $\beta$  меньше этой величины.

Уменьшение величины  $\beta$  объяснили Морель и Андерсон<sup>47</sup>, которые обратили внимание на то, что зависимость  $u^*$  от  $\Theta_D$  должна изменить связь  $T_c$  и  $M$ . Как следует, например, из соотношения (8),  $\lambda$  не должна изменяться при изменении массы атома. Влияние величины  $u^*$  на величину изотопического эффекта легко проследить, воспользовавшись соотношением (12), из которого получаем

$$\beta = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \left( u^* \ln \frac{\Theta_D}{1,45 T_c} \right)^2 \frac{1 + 0,62\lambda}{1 + \lambda}.$$

В табл. III приведены значения  $\beta$ , рассчитанные Морелем и Андерсоном<sup>47</sup> и Гарлэндом<sup>50</sup>. Результаты расчетов  $\beta$  близки к данным опыта.

Таким образом, отклонение изотопического эффекта от предсказаний простейшей теории БКШ еще не является основанием для утверждения о том, что в данном металле сверхпроводимость связана с нефононным механизмом. Учет кулоновского отталкивания позволяет объяснить отклонение  $\beta$  от 0,5.



Можно использовать обратную процедуру и по значению  $\beta$  и  $T_c/\Theta_D$  рассчитать в предположении  $\lambda < 1$  значение  $u^*$  по соотношению

$$u^* = (1 - 2\beta)^{1/2} [\ln (\Theta_D/1,45T_c)]^{-1}.$$

Полученные таким образом значения для ряда металлов были приведены в табл. III. Они не противоречат принятому при расчете  $\lambda_{T_c}$  значению  $u^* = 0,13$ .

Значения  $\lambda_{T_c}$ , определенные с помощью соотношения (12), являются не очень точными. Ошибка в  $\lambda_{T_c}$  может достигать 10—15%; особенно велика она у металлов с большим отношением  $T_c/\Theta_D$ , так как  $F(\omega)$  и  $g(\omega)$  у них простираются до области малых энергий. Более надежным, конечно, являлся бы расчет  $\lambda$  непосредственно по функции  $g(\omega)$ , определенной экспериментально.

#### 4. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФУНКЦИИ $g(\omega)$

Установление возможности определить  $g(\omega)$  по туннельным характеристикам сверхпроводника связано с работой Гиавера и др. 1962 г.<sup>52</sup> Измеряя характеристики туннельного перехода со свинцом при  $T < 1^\circ\text{K}$ , авторы при энергии порядка дебаевской энергии свинца обнаружили отчетливое отклонение от предсказаний теории БКШ. Согласно этой теории (см. также<sup>7, 11</sup>), ток через туннельный переход нормальный металл — сверхпроводник при  $T = 0$  равен

$$I_{sn} = c \int_0^V N_s(\omega) d\omega,$$

$$N_s = N_n \text{Re} [|\omega|/(\omega^2 - \Delta^2)^{1/2}], \quad (15)$$

где  $c$  — прозрачность, барьера,  $\Delta$  — ширина щели в спектре электронов сверхпроводника.

В дальнейшем результаты Гиавера были повторены и получены в более отчетливой форме<sup>53</sup>. В этих работах, как и во всех последующих опытах, путем модуляционной методики измеряли величину  $dI/dV$ . Как видно из соотношения (15),

$$R(V) = \frac{dI_{sn}/dV}{dI_{nn}/dV} = \frac{N_s}{N_n} = \text{Re} \frac{|\omega|}{(\omega^2 - \Delta^2)^{1/2}} \approx 1 + (2\omega^2)^{-1} \text{Re} \Delta^2. \quad (16)$$

На рис. 1 штриховой линией обозначены предсказания теории БКШ, по которой  $\Delta$  не зависит от  $\omega$ , и сплошной линией — результаты эксперимента. При 4; 5 и 9 МэВ видно отчетливое расхождение между предсказаниями теории и экспериментом. Природу этих отклонений удалось

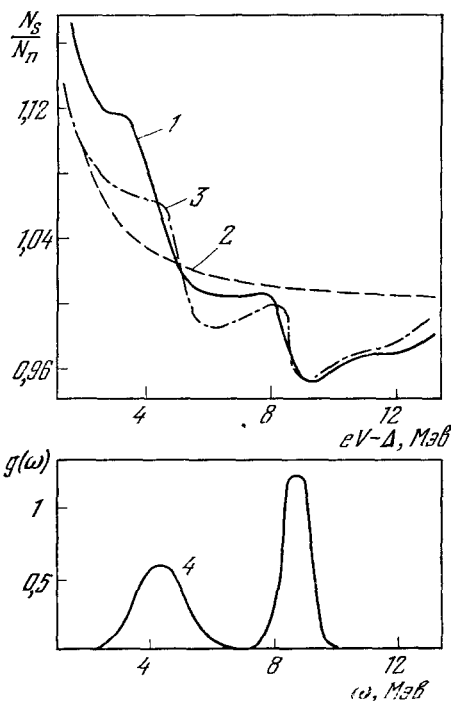


Рис. 1. Зависимость от энергии относительной плотности состояний электронов  $N_s/N_n$  свинца в сверхпроводящем состоянии.

1 — экспериментальные данные, полученные из туннельных измерений, 2 — расчет по теории БКШ, 3 — расчет<sup>11</sup> по уравнениям Элиашберга (10) с  $g(\omega)$ , изображенной кривой 4.

понять на основе уравнений Элиашберга (10). В отличие от уравнений БКШ, они позволяли определить изменение  $\Delta$  при изменении энергии  $\omega$  для  $\omega > \Delta_0$  и связать его с другими параметрами металла. Так, в работе Скалапино и Андерсона<sup>10</sup> было выяснено, что хотя  $\Delta(\omega)$  и  $F(\omega)$  связаны системой интегральных уравнений, все основные особенности плотности состояний фононов  $F(\omega)$  должны проявиться в зависимости  $\Delta(\omega)$  и тем самым в туннельных характеристиках. Наконец, в работе Шриффера и др.<sup>11</sup> было показано, как подбором функции  $g(\omega)$  можно качественно

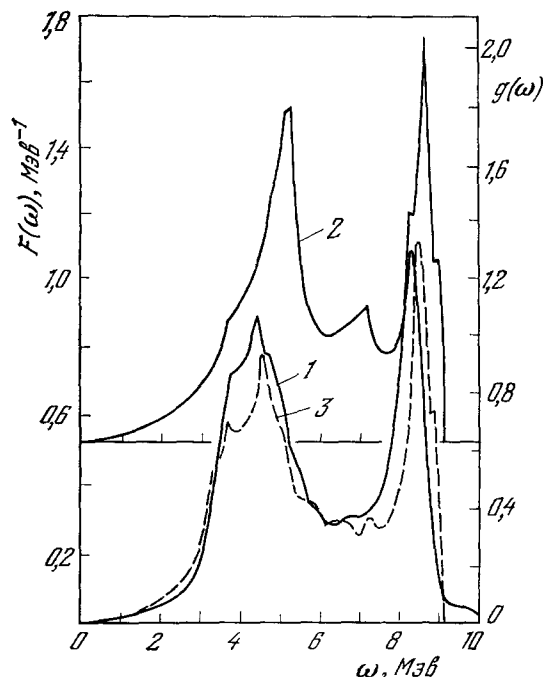


Рис. 2. Сравнение  $g(\omega)$  свинца, реконструированной по туннельным измерениям, согласно данным<sup>54</sup> (1), с плотностью состояний фононов  $F(\omega)$ , определенных Брокхаусом и др.<sup>55</sup> из анализа нейтронографических измерений только вдоль направлений симметрии (2) и данных Седмена и др.<sup>56</sup> (3), проведенного с учетом также несимметричных направлений.

оказалось, что эти кривые существенно различаются как по положению, так и по виду главных максимумов. Это расхождение нельзя было отнести за счет  $\alpha^2(\omega)$ , слабо изменяющейся при изменении энергии, и до 1967 г. причины его оставались непонятными. В 1967 г. нейтронографические измерения дисперсионных кривых свинца были повторены<sup>57</sup>. При этом, в отличие от предыдущих опытов, измерения проводили и для многих несимметричных направлений кристаллической решетки. Эти результаты были использованы для новых расчетов плотности состояний<sup>58</sup> фононов. Оказалось, что уточненное значение  $F(\omega)$  лучше совпадает с  $g(\omega)$  (см. рис. 2). Некоторое систематическое различие положений максимумов, возможно, связано с различием в температуре туннельных и нейтронографических измерений. После всех этих измерений исчезли последние сомнения в том, что по туннельным характеристикам действительно можно восстановить функцию  $g(\omega)$ , описывающую ЭФВ в металле.

описать экспериментальные результаты при использовании (10) и (16).

Дальнейший успех в этом направлении связан с работами Мак-Миллана и Роуэлла<sup>54</sup>, которые показали, что с помощью экспериментально определенной функции  $R(V)_{\text{эксп}}$  можно численно восстановить функцию  $g(\omega)$ . Расчет  $g(\omega)$ , производимый методом последовательных приближений, в ходе которого на каждом этапе сопоставляется  $R(V)_{\text{расч}}^{g_R(\omega)}$ , рассчитанная по соотношениям (10), (16) и  $g_R(\omega)$ , с экспериментально определенной функцией  $R(V)_{\text{эксп}}$ . Расчет продолжается до полного согласования  $R(V)_{\text{расч}}^{g_R(\omega)}$  и  $R(V)_{\text{эксп}}$ . На каждом этапе итерации  $g(\omega)$  кулоновский потенциал  $u^*$  выбирали таким образом, чтобы рассчитанная  $\Delta_0 = \Delta(\Delta_0)$  совпадала с опытным значением.

Результаты реконструирования  $g(\omega)$  свинца по данным Мак-Миллана и Роуэлла представлены на рис. 2. При сравнении  $g(\omega)$  с плотностью состояний фононов  $F(\omega)$ , рассчитанной по измерениям Брокхауса<sup>55</sup>,

Свинец — это один из металлов с наиболее сильным ЭФВ. Поэтому и особенности туннельных характеристик его выражены столь отчетливо. У других сверхпроводников они не столь велики, и для их измерения требуется более чувствительная методика, например измерение, помимо  $dI/dV$ , также и  $d^2I/dV^2$ .

В настоящее время проявление особенностей  $g(\omega)$  обнаружено в туннельных характеристиках большинства исследованных сверхпроводников: Al<sup>58</sup>, Tl<sup>59-61</sup>, In<sup>54, 59-62</sup>, Sn<sup>54, 59</sup>, Hg<sup>63</sup>, Ta<sup>64, 65</sup>, La<sup>66</sup>, Nb<sup>64</sup> и ряда сплавов.

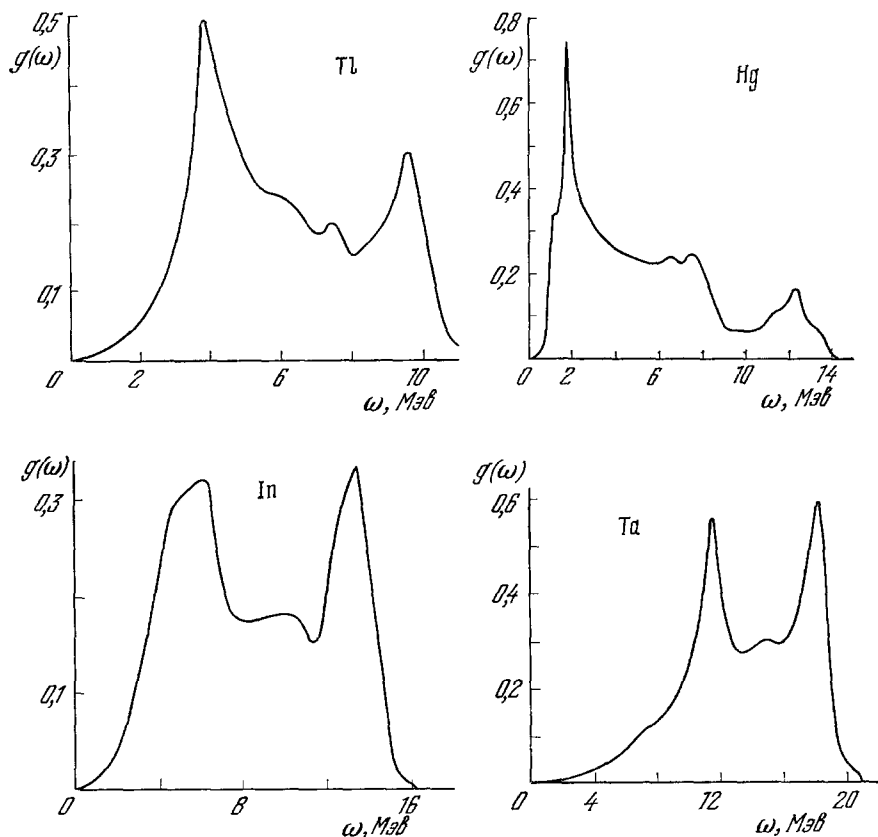


Рис. 3. Функции  $g(\omega)$  для Tl<sup>61</sup>, Hg<sup>63b</sup>, In<sup>54</sup> и Ta<sup>65</sup>, реконструированные по туннельным характеристикам.

В случае металлов с простейшей решеткой обычно проявляются три особенности, связанные с поперечными и продольными модами колебаний, а также концом спектра. У металлов с несколькими атомами в элементарной ячейке (Sn, Hg) проявляются также оптические моды. Число особенностей на туннельных характеристиках в этом случае велико: в случае олова их, например, семь (см. рис. 6 из работы<sup>67</sup>) и идентифицировать их все затруднительно, тем более что дисперсионные кривые обычно определяют лишь для симметричных направлений. Это же, как было видно на примере свинца, недостаточно для определения точного вида  $F(\omega)$ .

Для ряда металлов была проведена полная реконструкция функции  $g(\omega)$ . Она представлена на рис. 2—4. Для олова Sn рядом с кривой  $g(\omega)$  представлены результаты нейтронографических измерений  $F(\omega)$  Котова

и др.<sup>68</sup>. Дисперсионные кривые для Sn измерял Роуэлл<sup>69</sup>. Совпадение результатов измерения  $g(\omega)$  с нейтронографическими данными вполне удовлетворительно, если учитывать невысокую точность последних.

В последнее время Роуэлл и Дайнес<sup>70</sup>, сравнив все известные туннельные и нейтронографические исследования спектра колебаний решетки, пришли к выводу об их удовлетворительном совпадении.

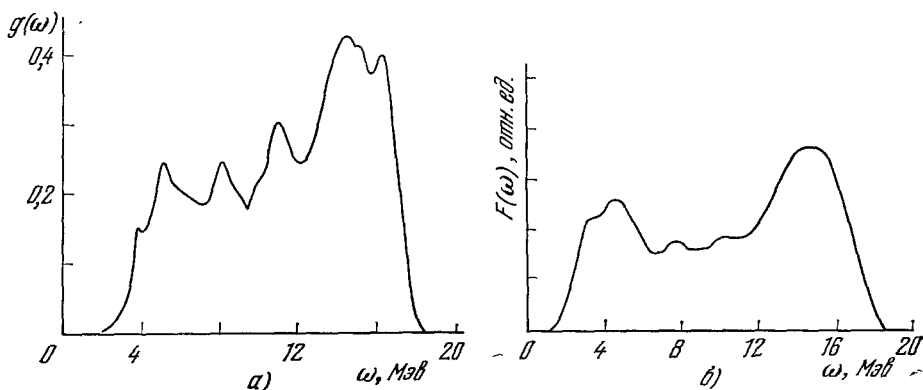


Рис. 4. Функция  $g(\omega)$  для Sn, реконструированная по туннельным характеристикам Мак-Милланом<sup>64</sup> (а), и  $F(\omega)$ , определенная нейтронографически Котовым и др.<sup>68</sup> (б).

Полученные на основании анализа измерений туннельного эффекта функции  $g(\omega)$  можно использовать для расчета параметра  $\lambda$  (см. соотношение (2)). Полученные значения  $\lambda_g$  были приведены в табл. II. По-видимому, это — наиболее последовательный метод определения параметра ЭФВ по сверхпроводящим характеристикам. Возможная ошибка в приведенных значениях  $\lambda_g$  составляет в случае Hg и Pb, вероятно, не более 3—4%. В этих пределах лежат результаты известных нам расчетов  $\lambda_g$ , за исключением первой публикации Мак-Миллана и Роуэлла 1965 г.<sup>54</sup> ( $\lambda_g = 1,33$ ). У остальных металлов возможная ошибка в приведенных значениях  $\lambda_g$  может, вероятно, достигать 10—15%. Это связано как с меньшей амплитудой всех особенностей, обязанных  $g(\omega)$ , так и с большим влиянием кулоновского потенциала  $u^*$  на результаты восстановления  $g(\omega)$ . Используемая программа восстановления  $g(\omega)$  приводит к заметному различию  $\lambda_g$  и зависимости от выбора  $u^*$ .

##### 5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕКТРОН-ФОНОННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПО ХАРАКТЕРИСТИКАМ МЕТАЛЛА В НОРМАЛЬНОМ СОСТОЯНИИ

Как уже указывалось выше, ЭФВ приводит к изменению плотности электронов, эффективной массы, скорости электронов вблизи поверхности Ферми. Очевидно, при измерении всех этих величин можно определить параметры ЭФВ (см. (1)).

а) Теплоемкость. Из электронной теории металла известно, что теплоемкость свободных электронов  $C_e$  в области низких температур равна

$$C_e = (4\pi^2 m k^2 / 3h^2) v_m (3n/\pi)^{1/3} T, \quad (17)$$

где  $k$  — постоянная Больцмана,  $n$  — число электронов в единице объема,  $m$  — масса электрона. После подстановки численных величин имеем

$$C_e = 0,136 \mu v_m^2 / 3n_a^{1/3} T \text{ мдж/г} \cdot \text{моль} = \gamma T,$$

где  $v_m$  — молярный объем,  $n_a$  — число электронов проводимости на атом,  $\mu = m/m_0$ ,  $m_0$  — масса свободного электрона. Из соотношения (17) получаем

$$\mu = m/m_0 = 7,3 (n_a v_m^2)^{-1/3} \gamma. \quad (18)$$

В настоящее время известны достаточно надежные измерения теплоемкости металлов при низких температурах. В табл. II были приведены  $\Theta_D$  и  $\gamma$  — коэффициенты при линейном члене теплоемкости. Для большинства металлов значения взяты из обзора <sup>71</sup>. Для некоторых металлов в табл. II приведено уточнение данных в согласии с более поздними публикациями, которые внесены в список литературы.

По значениям  $\gamma$  для металлов можно рассчитать с помощью (18) эффективную массу электронов проводимости. Для большинства металлов она отличается от массы свободных электронов. Это отличие может быть связано, во-первых, с некоторой деформацией поверхности Ферми в силу электрон-ионного взаимодействия. Во-вторых, плотность электронов может быть изменена из-за электрон-электронного и электрон-фононного взаимодействий.

Влияние деформации поверхности Ферми можно рассчитать, если использовать известные псевдопотенциалы металлов. Полученные значения  $m_{зон}/m_0$  представлены в табл. II. Электрон-электронное взаимодействие обычно вызывает незначительное изменение массы, и мы будем им пренебрегать. Отличие  $m/m_{зон}$  от единицы отнесем в основном за счет ЭФВ. Тогда можно по измерениям теплоемкости  $C_e$  рассчитать

$$\lambda_c = (m_c/m_{зон}) - 1. \quad (19)$$

Полученные таким путем значения представлены в табл. II.

б) Ц и к л о т р о н н а я м а с с а. Как известно, в магнитном поле электрон движется в плоскости импульсного пространства, перпендикулярной направлению поля  $H$ . Для свободных электронов частота обращения вокруг поля

$$\omega_c = eH/m_{цс}, \quad (20)$$

где  $c$  — скорость света. Подобное периодическое движение в металле испытывают и электроны проводимости. Частоту обращения электронов — циклотронную частоту — можно определить по высокочастотному сопротивлению металла <sup>16</sup>. В этом случае, однако, масса электрона существенно отличается от массы свободного электрона. Более того, обычно наблюдается несколько масс, величина которых сложным образом изменяется при изменении ориентации образца. Связано это с тем, что в металле электрон движется по траектории на поверхности Ферми, строго заданной условиями эксперимента. Соответственно в соотношении (20) роль массы играет

$$m_{зон.ц} = (2\pi)^{-1} dS/d\omega, \quad (21)$$

где  $S$  — экстремальная площадь орбиты в импульсном пространстве,  $\omega$  — энергия. Очевидно, что  $m_{зон} = m_0$  лишь в случае сферы для свободных электронов. При использовании информации о топологии поверхности Ферми можно для каждого эксперимента рассчитать по соотношению (21) эффект влияния формы траектории и полученную таким способом  $m_{зон.ц}$  сравнить с циклотронной массой, рассчитанной по соотношению (20).

Иной способ определения массы электрона состоит в измерении температурной зависимости амплитуды эффекта де Гааза — ван Альфена.

Однако точность этого способа не столь высока, как метода циклотронного резонанса.

Результат подобного сравнения показывает, что хотя учет влияния формы траектории и позволяет объяснить как наличие нескольких масс, так и анизотропию циклотронной массы, все же обычно  $m_{\text{ц}}$  оказывается систематически больше  $m_{\text{зон. ц.}}$ . Это различие, как и в случае теплоемкости металла, можно отнести за счет проявления ЭФВ и еще одним способом по соотношению, подобному (19), определить параметр  $\lambda$ . Полученные таким образом значения  $\lambda_{\text{ц}}$  приведены в табл. II.

Точность определения параметра  $\lambda$  в этом случае в первую очередь определяется надежностью расчета  $m_{\text{зон. ц.}}$ . Ошибка экспериментального измерения  $m_{\text{ц}}$  обычно не превосходит долей процента, что во много раз меньше неопределенности в значении  $m_{\text{зон. ц.}}$ . Например, при расчете  $m_{\text{зон. ц.}}$  для олова <sup>36</sup> использовалась модель почти свободных электронов; вследствие этого приведенные в табл. II значения  $\lambda_{\text{ц}}$ , видимо, занижены.

Для ряда металлов в табл. II приведено несколько значений  $\lambda_{\text{ц}}$ . Связано это с тем, что обычно отношение  $m_{\text{ц}}/m_{\text{зон. ц.}}$  зависит от того, для какой траектории на поверхности Ферми оно определено. Очевидно это связано с появлением анизотропии ЭФВ. В этом случае, в отличие от теплоемкости, усреднение параметров ЭФВ происходит лишь вдоль заданной экспериментом траектории на поверхности Ферми.

При сравнении результатов расчета с экспериментом было замечено, что  $m_{\text{ц}}/m_{\text{зон. ц.}}$  очень часто систематически отличается у траекторий электронов, проходящих по различным зонам поверхности Ферми. Так, обсчет экспериментальных данных Хайкина и Мины для свинца <sup>72</sup> и индия <sup>34</sup> показал, что у свинца для всех траекторий электронов, относящихся к 4-й дырочной зоне,  $(m_{\text{ц}}/m_{\text{зон. ц.}})_4 = 2,0$ , а для траекторий 5-й электронной зоны  $(m_{\text{ц}}/m_{\text{зон. ц.}})_5 = 2,2-2,4$ . В случае индия для траекторий 2-й и 3-й зон соответственно  $(m_{\text{ц}}/m_{\text{зон. ц.}})_2 = 1,48-1,53$  и  $(m_{\text{ц}}/m_{\text{зон. ц.}})_3 = 1,6-1,7$ . Для таллия у 3-й и 4-й зон  $(m_{\text{ц}}/m_{\text{зон. ц.}})_3 \approx 1,4$ ,  $(m_{\text{ц}}/m_{\text{зон. ц.}})_4 \approx 1,8$ . Подобное систематическое расхождение наблюдается лишь при обсчете измерений циклотронной массы, и трудно предположить, что оно связано с ошибками в расчете параметров поверхности Ферми. Вероятно, у этих металлов параметр ЭФВ  $\lambda$  различается на 20—30% для разных зон поверхности Ферми.

Подобные данные могли бы представлять несомненный интерес для понимания природы анизотропии энергетической щели сверхпроводников. Дело в том, что ранее у олова автором <sup>73</sup> была обнаружена взаимосвязь между величиной щели и тем, электроны какой зоны дают основной вклад в туннельный ток. В дальнейшем подобные результаты были получены и у галлия <sup>74</sup>, и свинца <sup>75</sup>. Было бы очень заманчиво сопоставить параметры ЭФВ различных зон, определенные в нормальном состоянии, с анизотропией щели в сверхпроводящей фазе. Конечно, при этом нельзя ожидать, что по анизотропии параметров ЭФВ нормальной фазы можно прямо рассчитать анизотропию  $\Delta$ , поскольку явление сверхпроводимости является типично коллективным эффектом, однако корреляция этих величин весьма вероятна. В настоящее время этот вопрос еще недостаточно разработан как экспериментально, так и теоретически. Например, приведенная выше система уравнений Элиашберга для щели (10) получена лишь для изотропного металла.

В последнее время опубликованы результаты измерения методом туннельного эффекта анизотропии щели у Pb <sup>75</sup>, Ga <sup>76</sup>, Nb <sup>77</sup> и Re <sup>78</sup>. В этих работах в случае переходных металлов (Nb и Re) не удалось установить прямую связь между анизотропией щели и структурой ферми-по-

верхности. Из последних расчетов анизотропии щели отметим расчеты анизотропии у Al, выполненные Дайнесом и Карботтом<sup>79</sup>.

Мы рассмотрели ряд путей определения параметров ЭФВ в металлах. Как видно из табл. II, все они приводят к значениям, согласующимся в пределах 10—20%. Лишь в отдельных случаях наблюдается большее расхождение в значениях  $\lambda$ , вероятно, обязанное ошибкам в расчетах, например приближенности соотношения (12), ошибкам в расчете  $m_{\text{зон}}$  и т. п. Из всех рассмотренных способов в настоящее время, видимо, наиболее надежным является определение параметров ЭФВ непосредственно по  $g(\omega)$ , хотя этот метод и применим к ограниченному кругу сверхпроводников. Наибольшую точность можно было бы достичь в измерениях  $\lambda_{\text{ц}}$ , однако здесь необходимы дополнительные расчеты, точность которых невелика. По-видимому, пока мы можем определять значения  $\lambda$  лишь с ошибкой, достигающей 10%.

Было бы очень заманчиво использовать для определения ЭФВ прямой метод, не требующий дополнительных расчетов. Для этого нам в первую очередь необходимо рассмотреть, как ЭФВ меняется при изменении состояния или параметров системы электронов и фононов.

## 6. ЗАВИСИМОСТЬ ЭЛЕКТРОН-ФОНОННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ОТ ЭНЕРГИИ ЭЛЕКТРОНОВ

Как уже указывалось, все рассмотренные выше выражения относились к предельному случаю  $T = 0$ , или, точнее,  $\omega \ll \omega_q$ , где  $\omega$  и  $\omega_q$  — энергии электронов и фононов. Обычно энергия ферми-электронов превосходит во много раз энергию фононов. Следовательно, если оставаться в рамках представлений о ферми-системе, можно рассматривать ЭФВ и вне указанного выше ограничения  $\omega \ll \omega_q$ . Можно выделить три различные области<sup>8</sup>:  $\omega < \omega_q$ ,  $\omega \sim \omega_q$  и  $\omega > \omega_q$ . Результаты, относящиеся к первой области, уже рассматривались; здесь вследствие ЭФВ происходит перенормировка большинства характеристик состояния электронов. Во второй области обмен энергией между системой электронов и фононов настолько возрастает, что коэффициент затухания квазичастиц оказывается порядка их энергии. Очевидно, что в этих условиях само понятие электрона как квазичастицы теряет смысл. Наконец, в области  $\omega > \omega_q$  все эффекты, связанные с ЭФВ, постепенно исчезают.

На рис. 5 представлены результаты расчета зависимости от энергии коэффициента перенормировки  $Z_n$  для свинца, ртути и олова. В расчете были использованы  $g(\omega)$ , представленные на рис. 2—4. Расчет производился по соотношению (10) для  $Z$ , в котором было положено  $\Delta(\omega) \equiv 0$ . Видно как резкое возрастание мнимой части  $Z_n$  при  $\omega \sim \omega_q$ , характеризующей затухание квазичастиц, так и постепенное исчезновение роли ЭФВ по мере увеличения энергии  $Z(\omega) \rightarrow 1$  при  $\omega \rightarrow \infty$ .

По зависимости характеристик металла от энергии можно было бы прямым путем определить параметр перенормировки  $Z_0$  и тем самым ЭФВ. В настоящее время подобные эксперименты находятся еще в начальной стадии.

Из подобных экспериментов в первую очередь рассмотрим опыты по определению зависимости циклотронной массы от энергии. В этих опытах увеличение средней энергии электронов достигалось повышением температуры образца. Наиболее подробно исследовано изменение циклотронной массы свинца<sup>80, 81</sup> и цинка<sup>82</sup>. У обоих металлов при изменении температуры от 1 до 7—10 °K обнаружены возрастания циклотронной массы (в случае свинца  $m_{\text{ц}}(T) = m_{\text{ц.0}}(1 + 1,07 \cdot 10^{-3} T^2)$ ). Этот эффект оказался в хорошем согласии с результатами теоретических оценок

возможного возрастания массы за счет ЭФВ<sup>83</sup>. На данном этапе эти опыты, помимо подтверждения роли ЭФВ, открывают возможность еще одним способом проверить характер изменения  $g(\omega)$  при  $\omega \rightarrow 0$  у исследуемых металлов. Результаты, полученные в случае Pb и Zn, показывают, что при  $\omega \rightarrow 0$   $g(\omega) \sim \omega^n$ , где  $n \geq 2$ .

Во всех экспериментах наблюдали также при повышении температуры резкое уширение линии циклотронного резонанса, свидетельствующее

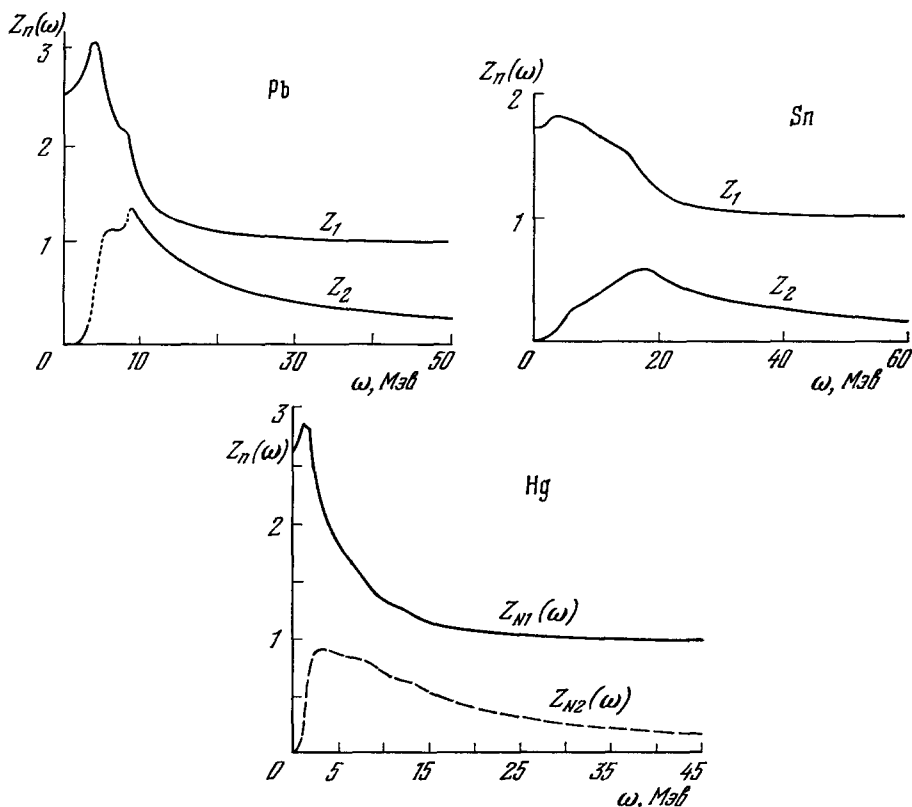


Рис. 5. Зависимость от энергии коэффициента перенормировки  $Z_n$  в нормальном состоянии для Pb<sup>54</sup>, Sn<sup>54</sup> и Hg<sup>83б</sup>.

$Z_1$  и  $Z_2$  — действительная и мнимая части коэффициента перенормировки.

об уменьшении времени жизни квазичастиц  $\tau$ . Например, в случае свинца  $\tau^{-1} = \tau_0^{-1} + aT^{3 \pm 0,3}$ , где  $\tau_0 = (0,7^{80} - 1,2^{81}) \cdot 10^{-9}$  сек,  $a = (1,72^{80} - 1^{81}) \cdot 10^{-8}$  сек  $\cdot$  K<sup>-3</sup>. Этот эффект связан с возрастанием мнимой части  $Z_n$  при увеличении  $\omega$  (см. (3)). Уменьшение жизни квазичастиц в первую очередь ограничивает возможности в проведении экспериментов по зависимости параметра перенормировки от энергии.

Хотя в настоящее время влияние температуры на параметр перенормировки обнаружен у цинка, свинца и, вероятно, ртути (см. ссылку в работе<sup>81</sup>), очевидно, его можно обнаружить и у других металлов.

Зависимость  $Z(\omega)$ , по-видимому, должна сказаться и в изменении с температурой теплоемкости металлов. В результате следует ожидать отклонений от линейного закона  $C_e = \gamma T$ , составляющих, согласно расчетам<sup>83а</sup>, ~20% у Pb и Hg и, по-видимому, около 10% у Sn и In. Очевидно, этот эффект необходимо учитывать при строгом анализе теплоемкости



металлов в первую очередь при попытке разделить теплоемкость на связанную с электронами и решеткой. Хотя этот эффект впервые был рассмотрен в 1962 г. Элиашбергом<sup>84</sup>, на него, к сожалению, обычно не обращают внимания.

## 7. ДРУГИЕ СПОСОБЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕКТРОН-ФОНОННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Помимо перечисленных выше способов определения параметров ЭФВ могут быть использованы и другие измерения.

Как следует из соотношения (1), для этой цели можно использовать результаты измерения скорости нормальных электронов. Кроме высокочастотных методов, для этого применимы также явления, связанные с квантованием уровней энергии в тонких пластинках толщиной  $d$ , в первую очередь так называемый *эффект Томаша*, который состоит в следующем. При зеркальном отражении электронов от поверхности пластины происходит квантование уровней энергии с расстоянием  $\varepsilon_k = \hbar v/2d$  в направлении, перпендикулярном плоскости пластины. Томаш<sup>85</sup> обнаружил проявление этого квантования в туннельных характеристиках пленок из сверхпроводников (In, Pb, Sn) толщиной более 2 мкм.

Квантование проявлялось в виде системы дополнительных почти эквидистантных максимумов на характеристике туннельного перехода. По расстоянию между ними удавалось измерить  $\varepsilon_k$  и тем самым скорость электрона. В теории этого эффекта<sup>86</sup> было показано, как следует обрабатывать экспериментальные результаты. В последнее время эффект Томаша использовали для определения зависимости времени жизни квазичастицы от энергии<sup>87</sup>.

С помощью эффекта Томаша можно на одном образце одновременно измерять величину щели в сверхпроводящем состоянии и коэффициент перенормировки скорости электронов в нормальном состоянии. Такие эксперименты могли бы дать полезную информацию об анизотропии ЭФВ в металлах. Недавно опубликованы<sup>88</sup> результаты подобного эксперимента для свинца.

Туннельный ток в нормальном состоянии не зависит от параметров перенормировки<sup>89</sup> в случае симметричного барьера. Обычно барьер в туннельном переходе обладает некоторой асимметрией, и по туннельным характеристикам можно получить некоторую информацию о ЭФВ<sup>90</sup>. В последнее время Джус и Ричардз<sup>91</sup> обнаружили проявление ЭФМ в адсорбции инфракрасного излучения в свинце. Все рассмотренные выше методы пока находятся в стадии разработки. С помощью их до настоящего времени еще не удалось получить новые характеристики ЭФВ. Однако поскольку сейчас исследование ЭФВ повсеместно интенсивно развивается, в ближайшем будущем можно ожидать новых интересных результатов и в этих новых направлениях.

## 8. ВЛИЯНИЕ ДАВЛЕНИЯ НА ЭЛЕКТРОН-ФОНОННОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ

Познакомившись с различными методами исследования ЭФВ и с работами, посвященными определению влияния на параметры ЭФВ данного металла энергии электронов или температуры, перейдем к рассмотрению круга работ, в которых были предприняты попытки выяснить влияние на ЭФВ различных физических характеристик вещества. Во всех этих работах исследуется зависимость свойств системы электронов от внешних параметров. Такими параметрами могут быть межатомное расстояние, степень

физических искажений в решетке, количество посторонних примесей, изотопический состав атомов и т. п. Все эти работы позволяют сравнить вес различных параметров в свойствах металлов.

Начнем рассмотрение с работ по влиянию гидростатического давления на металлы. В настоящее время известно большое количество работ, посвященных исследованию электронной структуры под давлением. Установлено, что давление обычно приводит к незначительному изменению больших (сравнимых по размеру с обратной решеткой) частей поверхности

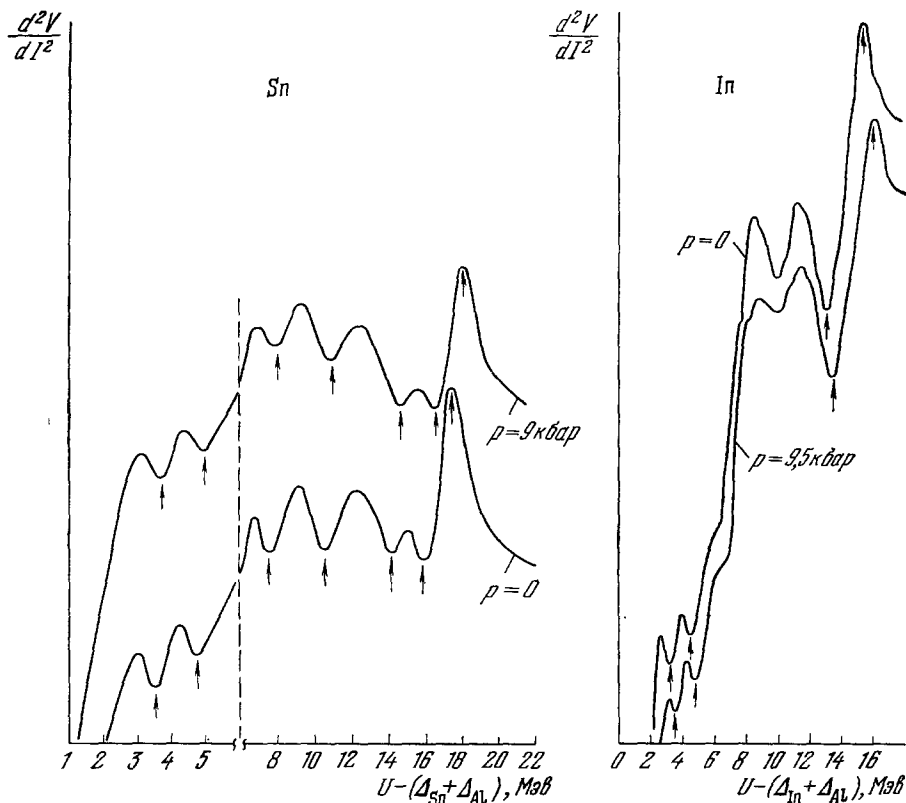


Рис. 6. Смещение под давлением туннельных характеристик Sn и In <sup>67</sup> (у олова при 6 Мэв изменен масштаб шкал).

Ферми; существенное изменение наблюдается лишь у некоторых малых ее участков. Информацию относительно изменения характеристик фононного спектра под давлением до последнего времени удавалось получать из косвенных измерений, например из температурной зависимости теплового расширения кристаллов. Лишь в последнее время в работах Франка и Келлера <sup>92</sup>, Заварицкого, Ицкевича и Вороновского <sup>67, 93</sup>, Галкина с сотрудниками <sup>94</sup> было определено методом туннельного эффекта смещение под давлением основных особенностей фононного спектра ряда сверхпроводников.

Рассмотрим сначала результаты работы Заварицкого и др. <sup>67</sup>, в которой было определено смещение особенностей спектра решетки Pb, Sn, In, изменение щели и рассчитано изменение  $g(\omega)$  у Pb, In, Sn под давлением. На рис. 6 представлены туннельные характеристики систем Al — Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> — Sn и Al — Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> — In, снятые при 1 °К под давлением ~10 кбар и без

давления. Стрелками отмечено местоположение особенностей, смещение которых исследовалось под давлением. Численные характеристики приведены в табл. IV.

Результаты восстановления  $g(\omega)$  для  $p = 0$  и  $p = 10$  кбар показывают, что у свинца под давлением происходит не только смещение  $g(\omega)$  по оси  $\omega$  в согласии с данными табл. IV, но и уменьшение абсолютной величины  $g(\omega) \sim 10\%$  без заметного изменения кулоновского взаимодействия (рис. 7). В случае олова и индия при давлении 10 кбар  $g(\omega)$  уменьшается на 4–5%.

Изменение величины  $g(\omega)$  под давлением не противоречит существующим теоретическим представлениям. Так, анализируя соотношение (3) – (5), Трофименков и Карботт<sup>95</sup> заметили, что если под давлением происходит смещение спектра колебаний решетки в  $\delta$  раз, то

$$g(\delta\omega) = B\delta^{-2}g(\omega), \quad (22)$$

где  $B \approx 1$  — коэффициент, учитывающий среднее изменение под давлением квадрата матричного элемента псевдопотенциала. Рассчитанное по соотношению (22) изменение  $g(\omega)$  при 10 кбар составляет для свинца 12–13%, что удовлетворительно согласуется с данными, полученными в результате реконструкции  $g(\omega)$ .

Полученные результаты были использованы для расчета по соотношению (2) усредненного параметра ЭВФ  $\lambda$  и  $Z$ , которые приведены в табл. IV, где дана сводка изменений характеристик Pb, Sn, In и Tl под давлением. У всех рассматриваемых металлов плотность электронных состояний на поверхности Ферми  $N$  измерялась под давлением<sup>97, 98</sup>. Соответствующие значения  $d \ln N/dp$  приведены в табл. IV. Напомним (см. соотношение (1)), что  $N = N_{\text{зон}} Z$  и соответственно  $d \ln N/dp = (d \ln N_{\text{зон}}/dp) + (d \ln Z/dp)$ . Как видно из таблицы, величина  $d \ln N/dp \approx d \ln Z/dp$  для всех рассматриваемых металлов. Это позволяло сделать вывод, что изменение ЭВФ в основном определяется зависимостью плотности состояний электронов Pb, Sn и In от параметров решетки.

Этот вывод подтверждает и следующие простейшие оценки. Как известно<sup>99</sup>, у Pb, Sn и In величина  $d \ln N_{\text{зон}}/dp$  совпадает со значением, следующим из модели свободных электронов, или даже меньше его. В этой модели  $d \ln N/dp = -\kappa/3$ , где  $\kappa$  — сжимаемость вещества. Используя данные табл. II, легко получить, что у Pb, Sn и In  $d \ln Z/dp = \lambda(1 + \lambda)^{-1} \times d \ln \lambda/dp \approx (1/2) d \ln \lambda/dp$ ; далее, воспользовавшись (8), получаем  $d \ln \lambda/dp \approx (-2) d \ln \langle \omega \rangle /dp$ . У всех этих металлов, как видно из табл. IV,  $d \ln \langle \omega \rangle /dp \approx 3\kappa$ . Следовательно,  $d \ln N_{\text{зон}}/dp \approx (1/10) (d \ln Z/dp)$ .

Еще одно проявление особенностей ЭВФ было отмечено при сопоставлении изменений с давлением энергетической щели и критической температуры свинца<sup>93</sup>. Согласно теории БКШ отношение  $2\Delta_0/kT_c$  является универсальной константой для всех сверхпроводников. С точки зрения этой теории следовало бы ожидать, что величины  $d \ln \Delta_0/dp$  и  $d \ln T_c/dp$  совпадут. В действительности же у большинства исследованных

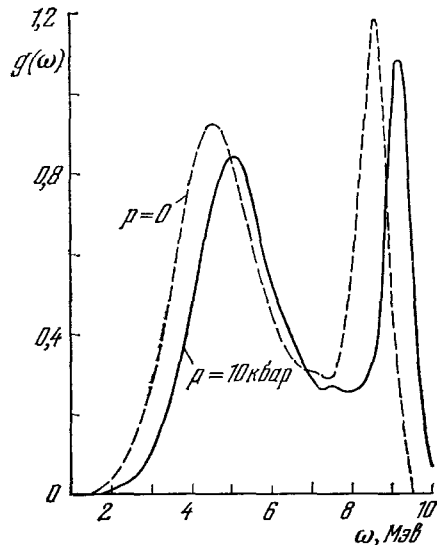


Рис. 7. Изменение функции  $g(\omega)$  свинца под давлением согласно данным Заваричко и др.<sup>67</sup>.

Таблица IV

Измеряемая величина $x$	Свинец			Олово			Индий			Таллий		
	$x$	$\frac{dx}{dp} \cdot 10^6, \frac{бар}{бар-1}$	$\frac{d \ln x}{dp} \cdot 10^6, \frac{бар}{бар-1}$	$x$	$\frac{dx}{dp} \cdot 10^6, \frac{бар}{бар-1}$	$\frac{d \ln x}{dp} \cdot 10^6, \frac{бар}{бар-1}$	$x$	$\frac{dx}{dp} \cdot 10^6, \frac{бар}{бар-1}$	$\frac{d \ln x}{dp} \cdot 10^6, \frac{бар}{бар-1}$	$x$	$\frac{dx}{dp} \cdot 10^6, \frac{бар}{бар-1}$	$\frac{d \ln x}{dp} \cdot 10^6, \frac{бар}{бар-1}$
$T_c, ^\circ K$	7,2		-5,3 [-11,8] *)	3,79		-13,3 [-14,5] *)	3,4		-12,6 [-17] *)	2,4		
$2\Delta_0, Mэв$	2,7	-21,6±2 <sup>a</sup> ***) 27±2,5 <sup>б</sup> 22,2±1 <sup>в</sup>	-8,0 -10,0 -8,0 [-9,5] ***)	1,2	-18±1 <sup>а</sup> -18,5±1 <sup>в</sup>	-15 [-14,8] ***)	1,02	-14,5±0,6 <sup>а</sup> -14,3±1,3 <sup>в</sup>	-14,2 [13,7] ***)			2,8±1,3 <sup>в</sup>
$\omega_K, Mэв$	3,8	32±7 <sup>а</sup> 26±4 <sup>в</sup>	8,4	3,5	22±4 <sup>а</sup>	6,3	3,25	21±3 <sup>а</sup>	6,5	3,99	14,8±7 <sup>в</sup>	3,7
	4,45	36±5 <sup>а</sup> 33±4 <sup>в</sup>	8,0	4,8	22±10 <sup>а</sup>	4,6	4,6	26±4 <sup>а</sup>	5,7	9,5	5,45±1 <sup>в</sup>	5,8
	4,9	32±7 <sup>а</sup> 33±4 <sup>в</sup>	6,5	7,6	50±20 <sup>а</sup>	6,5	12,9	48±5 <sup>а</sup>	3,7			
	4,45 ( $\omega_T$ )****)	40±4 <sup>а</sup> 24±3 <sup>б</sup>	9,0	10,6	42±5 <sup>а</sup>	4,0	15,0 ( $\omega_R$ )	75±10 <sup>а</sup>	5,0			
	8,45 ( $\omega_L$ )	60±6 <sup>а</sup> 59±6 <sup>б</sup> 64±4 <sup>в</sup>	7,1	14,2	55±7 <sup>а</sup>	3,9						
	9,9 ( $\omega_K$ )	70±10 <sup>а</sup>	7,1	15,9	67±7 <sup>а</sup>	4,2						
				17,4 ( $\omega_R$ )	70±14 <sup>а</sup>	4,0						
$\lambda$	1,49	-28±2 <sup>а</sup>	-18,8	0,79	-6,3±0,7 <sup>а</sup>	-8	0,82	-8,0±0,8 <sup>а</sup>	-9,8			
$Z$	2,49	-28±2 <sup>а</sup>	-11±1	1,79	-6,3±0,7	-3,4±0,4	1,82	-8±0,8 <sup>а</sup>	-4,4±0,4			
$N$			-8,3±1,5 <sup>97</sup>			-3,6±0,5 <sup>98</sup>			-3,6±0,7 <sup>98</sup>			
$\kappa$	2,28			1,81			2,39					2,73

\*) Числа в квадратных скобках — расчет по соотношению Мак-Миллана (12).  
 \*\*) Обозначения: <sup>а</sup> — данные Заварицкого и др. <sup>67, 93</sup>, <sup>б</sup> — данные Франка и Келлера <sup>92</sup>; <sup>в</sup> — данные Галкина и др. <sup>94, 96</sup>.  
 \*\*\*) Расчет по соотношению Гейликмана и Кресина (23) с  $d \ln T_c / dp$  и  $d \ln \omega / dp$  из таблицы.  
 \*\*\*\*) Центр тяжести огибающей кривой  $d^2V/dI^2$  при  $T > T_c$  Al.

сверхпроводников  $|d \ln \Delta_0/dp| > |d \ln T_c/dp|$  (см. табл. IV). Наиболее велико это различие у свинца. Ранее было известно<sup>100</sup>, что выводы теории БКШ о постоянстве  $2\Delta_0/kT_c$  не являются вполне точными. В действительности это отношение несколько увеличивается вместе с  $T_c/\Theta_D$ .

Рассмотрев этот вопрос в рамках уравнений, полученных Элиашбергом, Гейликман и Кресин<sup>101</sup> показали, что в действительности

$$2\Delta_0/kT_c = 3,52 [1 + 5,3 (T_c/\omega_0)^2 \ln (\omega_0/T_c)], \quad (23)$$

где  $\omega_0$  — характеристическая энергия фононов, взаимодействующих с электронами. Воспользовавшись соотношением (23), Гейликман и Кресин смогли объяснить увеличение  $2\Delta_0/kT_c$  у свинца и ртути, хотя при этом авторы предполагали, что взаимодействие электронов происходит лишь с продольными фононами.

Результаты реконструкции  $g(\omega)$  показывают, что в действительности во взаимодействие вступают и поперечные фононы. Более того, во все соотношения входит  $g(\omega)/\omega$ , и даже если  $g(\omega)$  отлично от нуля в широком интервале энергий, основной вклад во все эффекты дает область малых энергий. Так, в случае свинца — это фононы с энергией  $\sim 4,5$  Мэв, в случае олова и индия —  $\sim 6$  Мэв, хотя спектр колебаний решетки последних двух металлов простирается до  $\sim 18$  Мэв. Если это учесть и подставить в соотношение (22) в качестве  $\omega_0$  энергию, соответствующую максимуму  $g(\omega)/\omega$ , то получим значения  $2\Delta_0/kT_c$  для свинца, практически совпадающие с экспериментальным значением (см. <sup>93</sup>).

Под давлением у сверхпроводников обычно происходит увеличение отношения  $\omega/T_c$ . В результате отношение  $2\Delta_0/kT_c$  приближается к значению 3,52. Если по соотношению (23) и величинам  $d \ln T_c/dp$  и  $d \ln \omega/dp$  рассчитать  $d \ln \Delta_0/dp$  для Pb, Sn и In, то полученные значения оказываются в хорошем согласии с результатами опыта (см. табл. IV).

Величина  $d \ln \Delta_0/dp$  входила в программу реконструкции  $g(\omega)$  и, естественно, не может быть использована для проверки теории. Величина  $d \ln T_c/dp$ , рассчитанная по  $\lambda$ ,  $d\lambda/dp$  и  $d\omega/dp$  с помощью соотношения Мак-Миллана (12), представлена в табл. IV. Как видно из таблицы, уравнения Мак-Миллана можно использовать лишь в первом приближении для расчета изменения  $T_c$  под давлением.

Основные экспериментальные результаты работ Франка и Келлера<sup>92</sup>, Галкина и др.<sup>94</sup>, приведены в табл. IV. Результаты Франка и Келлера менее надежны, чем остальные, так как авторы имели возможность проводить измерения лишь до 3,3 кбар при 2°К. В остальных работах измерения проводились до 15 кбар. Реконструкция  $g(\omega)$  свинца проводилась также в работе Франка и др.<sup>102</sup>. Согласно рисунку статьи эффект уменьшения  $g(\omega)$  под давлением не был обнаружен. По оценкам результатов работы<sup>67</sup> он должен быть при 3,3 кбар  $\sim 3\%$ , что близко к возможной ошибке программы реконструкции  $g(\omega)$ . Однако приведенные в этой работе значения  $g(\omega)$  и  $d\lambda/dp$  совпадают с результатами Заварицкого, Ицкевича и Вороновского<sup>67</sup>. Анализ изменения под давлением  $T_c$  сверхпроводников на основании уравнений Мак-Миллана был проведен также в обзоре Баутона и др.<sup>103</sup> и в работе<sup>18</sup>.

В настоящее время не видно существенного расхождения в различных измерениях характеристик сверхпроводников под давлением. У всех исследованных металлов изменение ЭФВ определяется в основном смещением под давлением спектра колебаний решетки. Этот эффект играет преобладающую роль по сравнению с изменением под давлением поверхности Ферми электронов. Этот вывод нельзя, конечно, переносить на все металлы. Вероятно, он относится лишь к большинству непреходных металлов. В дальнейшем мы вновь вернемся к этому вопросу.

### 9. ЭЛЕКТРОН-ФОНОННОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ В МЕТАЛЛАХ С ПРЕДЕЛЬНО ИСКАЖЕННОЙ РЕШЕТКОЙ

Опыты с давлением показывают, что если находиться в рамках теории ЭФВ, удастся объяснить зависимость электронных свойств свинца, олова и индия от межатомного расстояния. Естественно попытаться рассмотреть в рамках этих представлений также свойства металлов с предельно искаженной кристаллической решеткой. Такие искажения могут быть созданы путем конденсации металла при гелиевых температурах.

Еще в 1938 г. Шальников<sup>104</sup> обнаружил, что критическая температура олова возрастает, если образец приготовить путем конденсации на поверхность, охлажденную до гелиевых температур. Проведенные в дальнейшем эксперименты<sup>105, 106</sup> показали, что эти эффекты имеют место не только у олова, но и у большинства других сверхпроводников, при этом Букель и Хильш<sup>106</sup> установили, что относительное возрастание  $T_c$  зависит от отношения  $T_c/\Theta_D$ .

Для того чтобы получить дополнительную информацию о свойствах металлов, полученных в столь аномальных условиях, автором были предприняты методом туннельного эффекта исследования ЭФВ у ряда сверхпроводников, сконденсированных при гелиевых температурах. Начатые нами<sup>107, 108</sup> исследования были продолжены затем и в других странах<sup>109-112</sup>. Были исследованы Al<sup>107</sup>, In<sup>108</sup>, Sn<sup>108, 110</sup>, Pb<sup>107, 108, 110</sup>, Bi<sup>108-111</sup>, Ga<sup>108, 109, 112</sup>. В работах<sup>108</sup> туннельные переходы готовились в стеклянном приборе, изображенном на рис. 8. Пленки напылялись на дно стеклянного стаканчика 1. Электрический контакт с пленками осуществлялся через платиновые контакты 2, нанесенные катодным распылением, и пропаянные через стекло выводы из платины 3. Форму пленок определяли подвижные экраны 4, укрепленные на стаканчике проволокой 5. Испарение металла производилось из вольфрамовых, предварительно прокаленных спиралей 6; экран 7 защищал испаритель от взаимного загрязнения. Стеклянный изолятор 8 крепил испарители.

Приготовление образца шло в следующем порядке. Собранный прибор прогревался при  $\sim 500^\circ\text{K}$  при откачке до  $10^{-6}$  тор. Затем при  $300^\circ\text{K}$  испарением наносился слой алюминия. В прибор напускалось до 400 тор хорошо обезвоженного воздуха и при  $500^\circ\text{K}$  проводилось окисление Al для создания пленки  $\text{Al}_2\text{O}_3$ . Время окисления варьировалось от 2 до 12 часов в зависимости от исследуемого металла. После окисления прибор откачивался и отпаивался. Во время испарения исследуемого металла прибор был целиком погружен в жидкий гелий, находившийся при температуре ниже  $2^\circ\text{K}$ .

При изменении давления над жидким гелием в гелиевой ванне в приборе можно было проводить измерения в интервале  $1-4,2^\circ\text{K}$ . Для получения более высоких температур в полости стаканчика 1 прибора располагался миниатюрный нагреватель и угольный термометр сопротивления. При изменении мощности, выделяемой в нагревателе, можно было проводить измерения в области  $4,2-30^\circ\text{K}$  в приборе, целиком погруженном в жидкий гелий.

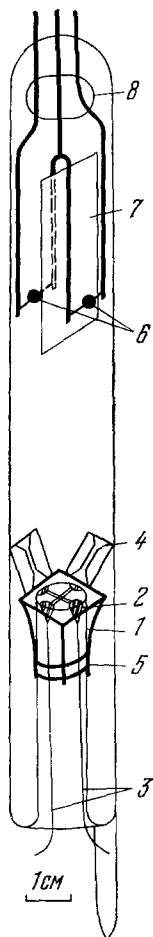


Рис. 8. Прибор для исследования сверхпроводников, приготовленных конденсацией при низких температурах, использованный в работах авторов<sup>108</sup>.

В ходе опыта обычно записывались характеристики  $dV/dI$  и  $d^2V/dI^2$  как функции напряжения  $V$ , по которым определялась в первую очередь ширина щели  $\Delta_0$ . Значения  $\Delta_0$  и  $T_c$  для всех исследованных металлов указаны в табл. V, где приведены различные характеристики сверхпроводящих металлов, сконденсированных при гелиевых температурах.

Таблица V

Металл	Литература	$T_c, ^\circ K$	$2\Delta_0, Mэв$	$\frac{2\Delta_0}{kT_c}$	$\omega_1$	$\omega_2$	$\omega_K$	$\langle \omega \rangle$	$\lambda$	$u^*$	$[T_c], ^\circ K$
Ga	108	8,4	3,12	4,25 (4,3) *	5	18	25	5,8	1,4	0,1	7,2
	109	8,56	3,32	4,5	3	17,5		5,47	2,25	0,17	8,5
	111	8,47	3,29	4,5							
	112	8,4	3,30	4,5							
	113	8,45	3,02	4,1							
Pb	108	7,2	2,82	4,5 (4,5) *	4,5	8,5	10	3,8	2,8	0,1	7,6
	110	7,2	2,70	4,4				3,74	1,91	0,008	6,3
Bi	108	6	2,37	4,6 (4,5—4,3) *	3—3,5	8,5	12	2,9	2,7	0,1	5,8
	109	6,11	2,42	4,59	2,2	8,5		2,86	2,46	0,1	5,4
	111	5,93	2,33	4,56							
	110	6,1	2,44	4,6				2,98	1,85	0,01	5,7
	113	6,11	2,2	4,2							
Sn	108	4,2	1,5	4,05 (4) *	3,5—4	14	17,5	4,9	1,6	0,1	6,6
	110	4,5	1,54					7,9	0,84	0,07	5,6
In	108	4,2—3,8	1,7—1,3 **)			13,5	16				

\*) Расчет  $2\Delta_0/kT_c$  по  $\omega_1$ ,  $T_c$  и соотношению (23) Гейлимана и Крессина<sup>101</sup>;  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  — местоположение максимумов  $g(\omega)$ ,  $\omega_K$  — конец спектра,  $\langle \omega \rangle$  — расчет по (14) (все в Мэв);  $[T_c]$  — расчет по  $\lambda$ ,  $\langle \omega \rangle$  и соотношению Мак-Миллана (13).

\*\*) Зависит от толщины пленки In.

В характеристиках всех исследованных систем при  $eV > \Delta_0$  наблюдались особенности, которые удавалось отчетливо зафиксировать на характеристиках  $d^2V/dI^2$ . На кривых  $d^2V/dI^2$  эти особенности проявлялись как ряд максимумов и минимумов, положение которых практически не зависело от температуры. Амплитуда этих особенностей постепенно уменьшалась при повышении температуры до  $T_c$ , при которой они исчезали. После отогрева образцов до комнатной температуры эти особенности плавно переходили в особенности, которые обычно связывали с проявлением  $g(\omega)$ . Естественно было считать, что и у металла, сконденсированного при гелиевых температурах, особенности в туннельных характеристиках при  $eV > \Delta_0$  связаны через соотношение (10) с функцией  $g(\omega)$ .

Для реконструкции  $g(\omega)$  в первую очередь необходимо определить  $R(V) = (dI_s/dV)(dI_n/dV)^{-1}$ . В случае пленок, сконденсированных при низкой температуре, здесь возникают дополнительные трудности. Дело в том, что величина  $dI_n/dV$  может зависеть от напряжения. Обычно для ее точного измерения сверхпроводимость металла разрушается внешним магнитным полем. У металла, сконденсированного при 1 °K, критическое магнитное поле очень велико (например, у Bi<sup>114</sup> при 1 °K  $H_c \approx 10^5$  э), и этот путь определения  $dI_n/dV$  затруднителен. Поэтому в опытах с металлами, сконденсированными при 2 °K, значения  $(dI_n/dV)(V)_{T=1^\circ K}$  определяют обычно путем экстраполяции измерений, проведенных при  $T > T_c$ . При этом, естественно, возникает большая ошибка в величине  $dI_n/dV$ .

и тем самым в значении  $R(V)$ . По данным работ <sup>108</sup> относительная ошибка в значении  $R(V)$  может достигать  $3 \cdot 10^{-3}$ , что сравнимо с величиной эффекта, используемого в расчетах  $g(\omega)$ . Так, отклонение  $R(V)$  от предсказаний теории БКШ составляет в случае свинца, висмута, галлия и олова соответственно  $30 \cdot 10^{-3}$ ,  $20 \cdot 10^{-3}$ ,  $10 \cdot 10^{-3}$  и  $7 \cdot 10^{-3}$ .

На рис. 9 представлено большинство известных нам попыток реконструировать  $g(\omega)$  у различных металлов, сконденсированных при гелиевых температурах. Некоторые численные характеристики были приведены

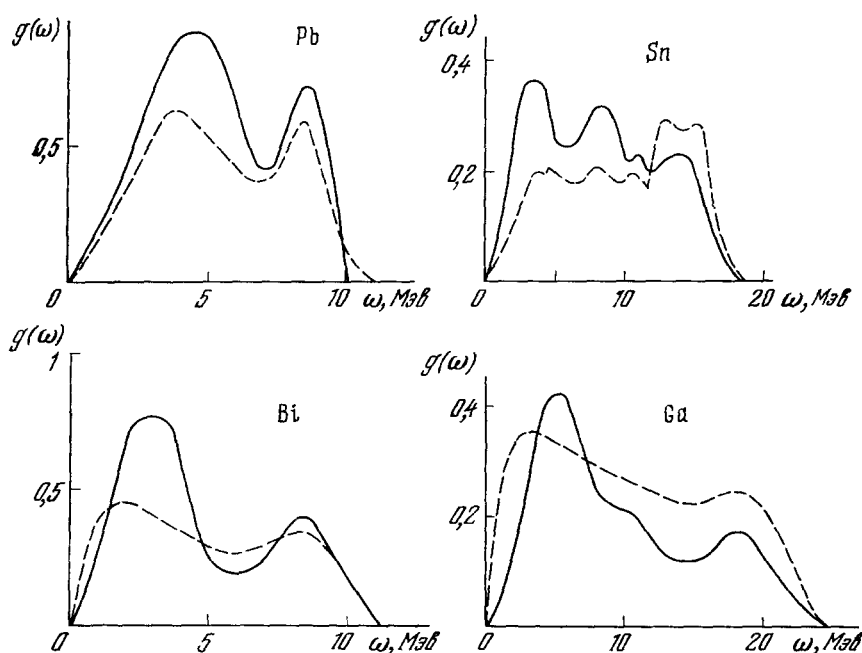


Рис. 9. Функции  $g(\omega)$  для Pb, Sn, Bi и Ga, полученных конденсацией при низких температурах.

Сплошная кривая — данные автора <sup>108</sup>, штриховая для Sn и Pb — данные <sup>110</sup>, для Bi и Ga — <sup>109</sup>.

в табл. V. Хотя полученные результаты показывают в общем сходный характер изменения  $g(\omega)$ , в деталях кривые заметно различаются. Это различие может быть связано с двумя факторами. Во-первых, расчет  $g(\omega)$  в работах производился по различным программам, при этом относительная ошибка в  $g(\omega)$ , реконструированной по заданной кривой  $R(V)$ , могла достигать, согласно <sup>108</sup>, 10–15%. Во-вторых, для всех металлов возможно расхождение в использованной для расчета кривой  $R(V)$ . В тех случаях, когда в работе приведены численные данные для расчета, это различие обычно заметно. Особенно велико расхождение в случае Bi, где оно достигает  $5 \cdot 10^{-3}$  между данными <sup>108</sup> и <sup>109</sup>. Учитывая все вышесказанное, не следует удивляться отсутствию полного совпадения рассчитанных функций  $g(\omega)$ .

Рассмотрим изменение  $g(\omega)$  в результате низкотемпературной конденсации. Сравнивая рис. 2–4 и 9, видим, что изменение  $g(\omega)$  происходит в двух направлениях; во-первых, происходит размазывание особенностей кривой для  $g(\omega)$ , соответствующей на кривой  $d^2V/dI^2$ , четким остается лишь максимум, отвечающий продольным модам и концу спектра колебаний решетки. Во-вторых, происходит существенное возрастание  $g(\omega)$



в области малых энергий и размазывание соответствующего максимума вплоть до  $\omega = 0$ .

Перемещение центра тяжести всей кривой  $g(\omega)$  в область малых энергий и уменьшение  $\langle\omega\rangle$  вызывает увеличение ЭФВ. В результате изменяются все сверхпроводящие свойства металла.

Как известно, ширина щели  $\Delta_0$  используется в операциях восстановления  $g(\omega)$ . Тем самым, очевидно, в рамках теории, описывающей ЭФВ, возрастание  $\Delta_0$  и соответственно  $T_c$  естественным образом объясняется изменением  $g(\omega)$ . Перемещение максимума  $g(\omega)$  в область малых энергий должно привести также к возрастанию отношения  $2\Delta_0/kT_c$ . В табл. V представлены для металлов, сконденсированных при низких температурах, значения  $2\Delta_0/kT_c$ , рассчитанные по соотношению (23), и значения  $T_c$ , рассчитанные по (13). Как видно из таблицы, они находятся в удовлетворительном согласии с экспериментальными данными.

Опыты с давлением показывают, что изменение  $g(\omega)$  определяется в первую очередь изменением спектра колебаний решетки. Очевидно, это имеет место и в случае металла, сконденсированного при низких температурах. Хотя все эти идеи развиваются начиная с наших работ 1967 г., в настоящее время нельзя однозначно указать, каким механизмом вызвано изменение спектра колебаний решетки. Это может быть связано, например, с появлением дополнительных мод колебаний решетки вблизи ее дефектов, с возрастанием амплитуды колебаний в решетке, с дислокациями и т. п. Последняя модель была рассмотрена подробно Гарлэндом и др.<sup>486</sup> В частности, авторам удалось объяснить результат Букеля и Хильша о связи относительного возрастания  $T_c$  и отношения  $T_c/\Theta_D$ . Этот вывод следует из соотношения (12), показывающего, что  $dT_c/d\lambda$  должно резко падать при возрастании  $\lambda$ .

В настоящее время представления о том, что возрастание критической температуры сверхпроводников, сконденсированных при низкой температуре, связано с изменением спектра колебаний решетки, видимо, общепризнано. Эти представления использовали последнее время также для объяснения возрастания критической температуры мелко гранулированных образцов<sup>115</sup>, ряда сплавов с неустойчивой решеткой и т. п.

В последнее время появился ряд новых публикаций, посвященных исследованию свойств сверхпроводников, сконденсированных при низких температурах<sup>116</sup>, также подтверждающих рассмотренные выше представления.

#### 10. ЭЛЕКТРОН-ФОНОННОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ В СПЛАВАХ НЕПЕРЕХОДНЫХ МЕТАЛЛОВ

Рассмотрим работы по исследованию методом туннельного эффекта ЭФВ в сплавах. Исследованы следующие системы: Pb — In<sup>117, 1186</sup>, Pb — Tl<sup>118a, 119</sup>, Pb<sub>1-2x</sub>Bi<sub>x</sub>Tl<sub>x</sub><sup>120</sup>, In — Tl<sup>61</sup>. Образцы данного химического состава обычно готовились путем последовательного полного испарения многих (~100) кусочков сплава с заданной концентрацией.

В первую очередь рассмотрим результаты, полученные на системе Pb — In. Как известно<sup>121</sup>, в широкой области концентраций Pb и In образуют систему твердых растворов замещения. Атомные веса Pb и In отличаются почти в два раза, и эта система оказывается удобной для изучения изменения ЭФВ или спектра колебаний решетки при внедрении в нее атомов с сильно отличающимися массами. На рис. 9 представлены результаты реконструирования  $g(\omega)$  для этой системы согласно данным работ<sup>117</sup> и<sup>1186</sup>.

Внедрение примеси приводит к изменению  $g(\omega)$  свинца в двух направлениях. Во-первых, происходит некоторое уширение и уменьшение амплитуды основных максимумов свинца. Во-вторых, появляется новый дополнительный максимум у функции  $g(\omega)$  при  $9,5 \text{ Мэв}$ . Этот максимум связан, вероятно, с локальными модами примесных атомов, рассмотренными И. М. Лифшицем<sup>122, 123</sup>. Если воспользоваться теорией<sup>123</sup>, можно было

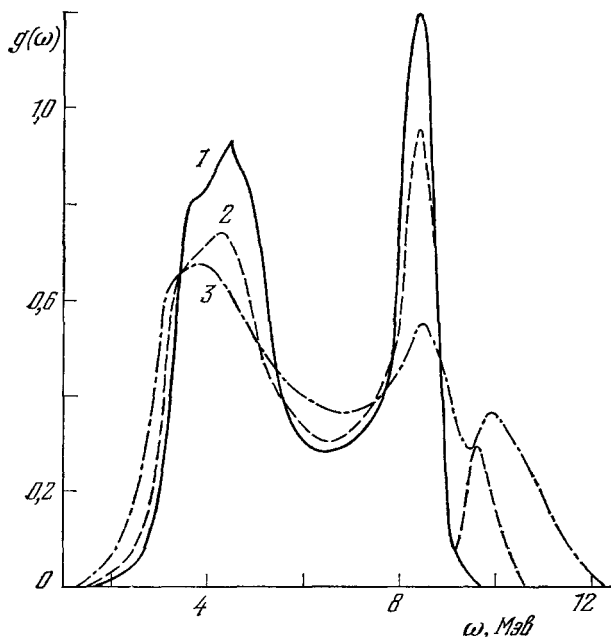


Рис. 10. Функции  $g(\omega)$  для сплавов Pb — In<sup>117, 118б</sup>. 1 — чистый свинец, 2 —  $\text{Pb}_{0,75}\text{In}_{0,25}$ , 3 —  $\text{Pb}_{0,8}\text{In}_{0,2}$  (кривые из работы<sup>118б</sup>).

соответствующего максимума  $g(\omega)$  In, который находится при  $13 \text{ Мэв}$ . Заметим, что в данном случае речь идет о максимуме, обязанном предельно коротковолновым колебаниям решетки.

Локальные моды примесных атомов до настоящего времени обнаружены лишь в системе Pb — In. Попытки обнаружить моды в других системах оказались безуспешными. Это относится, согласно данным автора, и к атомам, внедренным методом низкотемпературной совместной конденсации.

Иным образом ведет себя система In — Tl. Здесь при увеличении концентрации Tl<sup>121</sup> система последовательно переходит от гранецентрированной тетрагональной решетки к гранецентрированной кубической (при  $\sim 20\%$  Tl), затем (при  $50\text{--}70\%$  Tl) — к объемноцентрированной кубической и, наконец, к гексагональной решетке чистого таллия<sup>121</sup>.

Реконструированные функции  $g(\omega)$  для каждой из модификаций приведены на рис. 11. На каждой из кривых отмечены результаты рентгенографического исследования структуры соответствующего образца. Экспериментальные данные показывают, что для гранецентрированной тетрагональной и гранецентрированной кубической модификаций  $g(\omega)$  очень схожи. На кривых  $g(\omega)$  видны два легко различимых пика, которые относятся к поперечным и продольным модам колебаний. У объемноцентрированной кубической системы у  $g(\omega)$  видно три отдельных пика: два, соответствующих двум поперечным колебаниям, и один, соответствующий продольным колебаниям. Для гексагональной системы характерно при-

рассчитать положение дополнительного максимума, которое оказалось в согласии с данными опыта<sup>117</sup> (см. также<sup>131</sup>).

Как видно из рис. 10, дополнительный максимум не меняет своего положения вплоть до  $25\%$  индия. При дальнейшем увеличении количества примеси он смещается в сторону больших энергий. Вероятно, это связано с тем, что если в области относительно малых концентраций атомы индия находятся в поле атомов свинца, то при увеличении количества примесей начинают играть роль взаимодействия между соседними атомами индия. В результате максимум смещается к положению

существование резкого пика при малых энергиях и ряд более слабых максимумов при больших энергиях. Из рис. 10 видно, что функция  $g(\omega)$  образца с объемноцентрированной кубической решеткой заметно смещена в сторону малых энергий по сравнению с  $g(\omega)$  других образцов. Если смещение в область малых энергий из-за наличия низколежащих мод колебаний

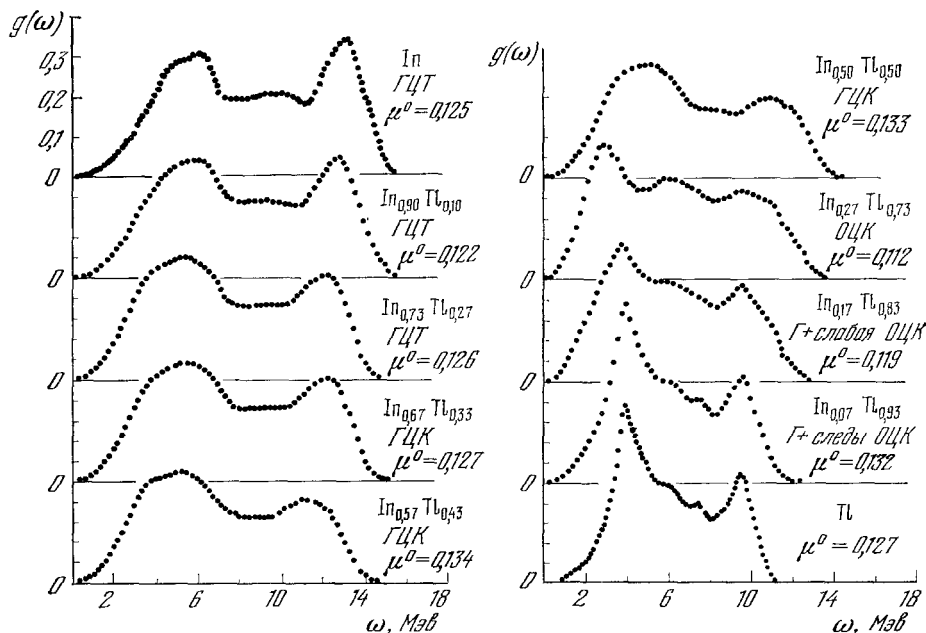


Рис. 11. Функции  $g(\omega)$  для системы In — Tl согласно данным <sup>61</sup>.

У каждой кривой отмечены результаты рентгенографических исследований сплава и значение  $u^* = \mu^0$ , использованное в расчете  $g(\omega)$ .

типично для объемноцентрированной кубической структуры, то становится понятным тот факт, что сверхпроводники с решеткой объемноцентрированного куба обладают и наиболее высокой критической температурой. На системе In — Tl эта тенденция отчетливо заметна. Максимум  $T_c$  приходится на образец с объемноцентрированной кубической структурой.

Дайнес также обращает внимание на то, что переход из гранецентрированной в объемноцентрированную кубическую структуру не сопровождается качественным изменением  $g(\omega)$  и, возможно, близок к фазовому переходу II рода.

Максимумы  $g(\omega)$ , особенно соответствующий продольным модам колебаний, заметно размазаны. Это свидетельствует о конечном времени жизни фононов в неидеальной решетке. Относительная размазанность максимума  $\Delta\omega/\omega$  вблизи чистого In или Tl пропорциональна концентрации примеси.

Размазанность максимумов  $g(\omega)$  наблюдали и в других работах по исследованию сплавов. Это явление типично для неидеальной структуры. Как было показано Кнорром и Бартом <sup>110</sup>, даже у пленок, сконденсированных при низких температурах, можно еще увеличить ширину максимумов  $g(\omega)$  путем совместной конденсации металла и диэлектрика.

Для ряда сплавов, изученных методом туннельного эффекта, известны и нейтронографические измерения спектра колебаний решетки <sup>124</sup>. Рассчитанная по нейтронографическим данным плотность состояний фононов  $F(\omega)$  удовлетворительно согласуется <sup>118б, 125</sup> с  $g(\omega)$ .

## 11. ЭЛЕКТРОН-ФОНОННОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ В ПЕРЕХОДНЫХ МЕТАЛЛАХ

У переходных металлов внутренние оболочки атомов не заполнены, и в элементарной ячейке решетки нельзя выделить ионный остов с локализованными внутренними оболочками атома. В результате здесь нарушается одно из основных положений теории псевдопотенциала; вследствие этого соотношения (2) — (6) неприменимы для расчета ЭФВ. Однако и здесь могут быть использованы все соотношения, основанные на уравнениях Элиашберга (10), по которым можно рассчитать значение параметра  $\lambda_{T_c}$ .

Электронные зоны, связанные с внутренними оболочками атомов, обычно уже, чем зоны, связанные внешними оболочками. Соответственно больше и плотность электронных состояний. Вследствие этого теплоемкость электронов большинства переходных металлов значительно превосходит теплоемкость непереходных металлов. Кроме того, в этом случае плотность электронных состояний немонотонно зависит от энергии электронов или от числа электронов, приходящихся на атом. Это позволяет малыми примесями существенно изменять плотность состояния электронов. На основе этого обстоятельства можно попытаться использовать результаты исследования характеристик сплавов переходных металлов для выяснения роли плотности состояний электронов в параметрах ЭФВ.

Таблица VI

Металлы и сплавы	$T_c$ , °K	$\Theta_D$ , °K	$\gamma$ , $\frac{\text{мДж}}{\text{г} \cdot \text{моль} \cdot (^\circ\text{K})^2}$	$N_{\text{зон}}$ , $\frac{\text{сост}}{\text{эв} \cdot \text{атом}}$	$\lambda$	$10^2 \frac{\lambda}{N_{\text{зон}} \langle M \rangle}$	Металлы и сплавы	$T_c$ , °K	$\Theta_D$ , °K	$\gamma$ , $\frac{\text{мДж}}{\text{г} \cdot \text{моль} \cdot (^\circ\text{K})^2}$	$N_{\text{зон}}$ , $\frac{\text{сост}}{\text{эв} \cdot \text{атом}}$	$\lambda$	$10^2 \frac{\lambda}{N_{\text{зон}} \langle M \rangle}$
Ti	0,39	426	3,32	0,52	0,38	1,55	Mo	0,92	460	1,87	0,42	0,41	1,02
Ti <sub>0,8</sub> V <sub>0,2</sub>	3,5	235	6,9	1,46	0,54	0,77	Tc	8,22	351	4,4	0,57	0,5	0,89
Ti <sub>0,7</sub> V <sub>0,3</sub>	6,14	244	10,0	1,31	0,62	0,99	Ru	0,49	550	3,0	0,46	0,38	0,84
Ti <sub>0,5</sub> V <sub>0,5</sub>	7,3	262	10,8	1,39	0,65	0,95	La	4,9	142	9,4	1,12	0,85	0,55
Ti <sub>0,25</sub> V <sub>0,75</sub>	7,16	279	10,6	1,36	0,65	0,95	Hf	0,09	252	2,16	0,34	0,34	0,56
Ti <sub>0,15</sub> V <sub>0,85</sub>	7,02	283	10,3	1,32	0,65	0,98	Ta	4,48	258	6,0	0,77	0,65	0,47
V	5,3	399	9,9	1,31	0,60	0,90	W	0,012	390	0,9	0,15	0,28	0,82
V <sub>0,9</sub> Cr <sub>0,1</sub>	3,21	370	8,15	1,13	0,53	0,92	W <sub>0,9</sub> Re <sub>0,1</sub>	0,7	375	1,63	0,24	0,42	0,96
V <sub>0,8</sub> Cr <sub>0,2</sub>	1,90	400	7,15	1,02	0,48	0,92	W <sub>0,85</sub> Re <sub>0,15</sub>	2,26	365	2,1	0,29	0,5	0,94
V <sub>0,75</sub> Cr <sub>0,25</sub>	1,36	425	6,75	0,99	0,45	0,90	W <sub>0,8</sub> Re <sub>0,2</sub>	3,2	359	2,2	0,3	0,54	0,98
V <sub>0,6</sub> Cr <sub>0,4</sub>	0,37	450	5,40	0,83	0,38	0,90	W <sub>0,75</sub> Re <sub>0,25</sub>	4,64	351	2,30	0,3	0,6	1,10
V <sub>0,5</sub> Cr <sub>0,5</sub>	0,1	470	4,85	0,77	0,33	0,84	W <sub>0,12</sub> Re <sub>0,88</sub>	4,47	332	3,76	0,47	0,7	0,82
Zr	0,55	290	2,79	0,42	0,41	1,07	Re	1,65	415	2,3	0,33	0,46	0,75
Zr <sub>0,5</sub> Nb <sub>0,5</sub>	9,3	238	8,3	0,93	0,88	1,03	Os	0,65	500	2,3	0,35	0,339	0,59
Zr <sub>0,25</sub> Nb <sub>0,75</sub>	10,8	246	8,9	0,98	0,93	1,02	Ir	0,14	420	2,2	0,51	0,32	0,35
Nb	9,2	277	7,8	0,91	0,82	0,97	Mo <sub>0,95</sub> Re <sub>0,05</sub>	1,5	450	2,2	0,32	0,45	1,41
Nb <sub>0,85</sub> Mo <sub>0,15</sub>	5,85	265	6,3	0,79	0,70	0,96	Mo <sub>0,9</sub> Re <sub>0,1</sub>	2,9	440	2,6	0,36	0,51	1,36
Nb <sub>0,6</sub> Mo <sub>0,4</sub>	0,6	371	2,87	0,43	0,41	1,03	Mo <sub>0,8</sub> Re <sub>0,2</sub>	8,5	420	3,8	0,48	0,68	1,25
Nb <sub>0,4</sub> Mo <sub>0,6</sub>	0,05	429	1,62	0,26	0,31	1,27	Mo <sub>0,7</sub> Re <sub>0,3</sub>	1,08	395	4,1	0,49	0,70	1,26
Nb <sub>0,3</sub> Mo <sub>0,7</sub>	0,016	442	1,42	0,24	0,29	1,25	Mo <sub>0,6</sub> Re <sub>0,4</sub>	1,26	340	4,4	0,5	0,86	1,27
Nb <sub>0,2</sub> Mo <sub>0,8</sub>	0,095	461	1,49	0,24	0,33	1,45	Mo <sub>0,5</sub> Re <sub>0,5</sub>	1,15	320	4,4	0,5	0,85	1,20
Nb <sub>0,1</sub> Mo <sub>0,9</sub>	0,3	483	1,67	0,26	0,36	1,46							

В табл. VI представлены результаты исследования большинства бинарных сплавов переходных металлов сверхпроводников. При составлении табл. VI были использованы данные <sup>13</sup>, <sup>127</sup>. Значения  $\lambda$ , приведенные

в таблице, рассчитаны по  $T_c$  и  $\Theta_D$  с помощью обращенного соотношения (12). Плотность электронов на атом  $N_{\text{зон}}$  рассчитана по соотношению

$$N_{\text{зон}} = 3\gamma/2\pi^2 k^2 (1 + \lambda).$$

Сопоставляя характеристики различных сверхпроводников, Мак-Миллан<sup>13</sup> обратил внимание на то, что у объемноцентрированных металлов  $N_{\text{зон}} \langle q^2 \rangle$  в соотношении (8) для  $\lambda$  изменяется не более чем 1,5—2 раза при изменении  $N_{\text{зон}}$  до 10 раз.  $N_{\text{зон}} \langle q^2 \rangle \sim 7 \text{ эв}/(\text{\AA})^2$ . Это позволило ему высказать предположение, что и у переходных металлов параметры ЭФВ определяются только характеристиками спектра колебаний решетки —  $M \langle \omega^2 \rangle$  и

$$\lambda = c/M \langle \omega^2 \rangle. \quad (24)$$

Если, однако, обратиться к данным табл. VI, то можно заметить, что у одного класса веществ с той же точностью постоянно также и  $N_{\text{зон}} \Theta_D$  и, следовательно,  $\lambda \approx N_{\text{зон}}$ . Наличие зависимости  $\lambda$  от  $N_{\text{зон}}$  или  $\gamma$  отмечалось и ранее как в работе Мак-Миллана<sup>13</sup>, так и в сообщении Исикавы и Тота<sup>126</sup>. Более того, оказывается (см. табл. VI), что почти для всех бинарных сплавов переходных металлов  $\lambda/N_{\text{зон}} \langle M \rangle \approx \text{const} = 10^{-2}$  и соответственно

$$\lambda = 10^{-2} N_{\text{зон}} \langle M \rangle, \quad (25)$$

где  $\langle M \rangle$  — средняя масса атомов сплава.

Хотя соотношение (25) и позволяет определить значение ЭФВ по параметрам сплава с хорошей точностью, вряд ли этому эмпирическому соотношению, как, впрочем, и соотношению (24), следует придавать слишком много значения и, тем более, на основании его делать вывод о преобладании какого-либо из факторов в ЭФВ у переходных металлов. По-видимому, в данном случае играет существенную роль изменение как  $N_{\text{зон}}$ , так и спектра колебаний решетки.

Например, известно (см. обзор<sup>103</sup>), что у ряда переходных металлов  $dT_c/dp \geq 0$ . Если учитывать, что под давлением происходит увеличение частот спектра колебаний решетки, этот эффект трудно объяснить в рамках зависимости  $\lambda$  только от  $\langle \omega^2 \rangle$ . Вероятно, для объяснения этих результатов следует рассматривать и изменение  $N_{\text{зон}}$ .

Увеличение критической температуры сверхпроводников под давлением обнаружено и у ряда непереходных металлов и сплавов<sup>128–130</sup>. В этом случае, однако, возрастание  $T_c$  происходит лишь в ограниченной области давлений, а затем, как и у большинства сверхпроводников,  $T_c$  начинает уменьшаться при дальнейшем увеличении давления. Это аномальное изменение  $T_c$  под давлением Макаров и Барьяхтар<sup>129</sup> объяснили, предполагая частичную перестройку под давлением поверхности Ферми. Однако в работе Алексеевского<sup>130</sup> подобное же изменение  $T_c$  под давлением связывается с аномальной перестройкой спектра колебаний решетки.

Как известно, в металлах лишь в первом приближении можно рассматривать независимую систему электронов и фононов. В действительности, каждое изменение электронной системы приводит к изменению и системы фононов. Вследствие этого возникают дополнительные трудности при выяснении зависимости от плотности электронов величины ЭФВ. Нет сомнения, что здесь необходимы дополнительные исследования.

Основная часть статьи была написана во время пребывания автора в клинике I Московского медицинского института у профессора Ю. А. Пытеля, которому я приношу свою самую искреннюю благодарность.

Институт физических проблем  
АН СССР

## ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. а) И. М. Лифшиц, М. И. Каганов, УФН **69**, 419 (1959); **78**, 411 (1962); **87**, 390 (1965); б) М. Я. Азбель, УФН **98**, 601 (1969).
2. Ю. П. Гайдук, УФН **100**, 449 (1970).
3. У. Харрисон, Псевдопотенциалы в теории металлов, М., «Мир», 1968.
4. D. Weaire, Proc. Phys. Soc. (L.) **92**, 956 (1967).
5. Е. Г. Бровман, Ю. Каган, ЖЭТФ **52**, 557 (1967).
6. А. А. Абрикосов, Л. П. Горьков, И. Е. Дзялошинский, Методы квантовой теории поля в статистической физике, М., Физматгиз, 1962, гл. IV.
7. Дж. Шриффер, Теория сверхпроводимости, М., «Наука», 1970, гл. 5—7.
8. А. Б. Мигдал, ЖЭТФ **34**, 1458 (1958).
9. R. E. Prange, L. P. Kadanoff, Phys. Rev. **A134**, 566 (1964).
10. D. J. Scalapino, P. W. Anderson, Phys. Rev. **A133**, 921 (1964).
11. J. E. Schrieffer et al., Phys. Rev. Lett. **10**, 336 (1963); Phys. Rev. **148**, 263 (1966).
12. J. P. Garbott, D. C. Dynes, ibid. **172**, 476 (1968).
13. W. L. McMillan, ibid. **167**, 331 (1968).
14. N. W. Ashcroft, J. W. Wilkins, Phys. Lett. **14**, 285 (1965).
15. J. F. Janak, ibid. **A27**, 105 (1968).
16. P. N. Trofimenkoff et al., ibid., p. 394.
17. P. B. Allen, M. L. Cohen, Phys. Rev. **187**, 525 (1969).
18. R. E. Hodder, ibid. **180**, 530 (1969).
19. G. Grimvall, Phys. kondens. Materie **6**, 15 (1967).
20. M. J. G. Le, Proc. Roy. Soc. **A295**, 440 (1966); P. S. Ho, Phys. Rev. **169**, 523 (1968).
21. C. C. Grimes, A. F. Kip, ibid. **132**, 1991 (1963).
22. J. C. Kimball et al., ibid. **162**, 600 (1967).
23. G. Gmelin, C. R. Ac. Sci. **259**, 3459 (1964).
24. J. H. Tripp et al., Phys. Lett. **A26**, 98 (1967).
25. N. E. Phillips, Phys. Rev. **A134**, 385 (1964).
26. P. W. Stark, L. M. Falikov, Phys. Rev. Lett. **19**, 795 (1967).
27. M. P. Shaw et al., Phys. Rev. **142**, 406 (1964).
28. В. П. Набережный, В. П. Толстолужский, ЖЭТФ **46**, 18 (1964).
29. E. W. Spong, A. F. Kip, Phys. Rev. **A137**, 431 (1965).
30. N. W. Ashcroft, W. E. Lawrence, ibid. **175**, 938 (1968).
31. Р. Т. Мина и др., ЖЭТФ **53**, 1363 (1966).
32. B. J. C. van der Hoeven, P. H. Keesom, Phys. Rev. **A135**, 631 (1964).
33. J. C. Shaw, G. E. Everett, ibid., **B1**, 537 (1970).
34. Р. Т. Мина, М. С. Хайкин, ЖЭТФ **51**, 62 (1966).
35. N. W. Ashcroft, Phil. Mag. **8**, 2055 (1963).
36. М. С. Хайкин, ЖЭТФ **42**, 27 (1962); Докт. диссертация, ИФП АН СССР, 1962.
37. G. Weisz, Phys. Rev. **149**, 504 (1966).
38. A. E. Dixon, W. R. Datars, Phys. Rev. **175**, 928 (1968).
39. T. E. Bolge et al., ibid. **177**, 1120 (1969).
40. R. G. Roulson, W. R. Datars, ibid. **B4**, 4202 (1971).
41. J. R. Anderson, A. V. Gold, ibid. **A139**, 1459 (1965).
42. M. D. Staflén, A. R. Vroomen, Phys. Stat. Sol. **23**, 675, 683 (1967).
43. L. N. Cooper, Phys. Rev. **104**, 1189 (1956).
44. J. Bardeen et al., ibid. **108**, 1175 (1957) (см. перевод в сборнике «Теория сверхпроводимости», М., ИЛ, 1960).
45. Н. Н. Боголюбов, В. В. Толмачев, Р. В. Ширков, Новый метод в теории сверхпроводимости, М., Изд-во АН СССР, 1958.
46. Г. М. Элиашберг, ЖЭТФ **38**, 966 (1960).
47. P. Morel, P. W. Anderson, Phys. Rev. **125**, 1263 (1962).
48. а) J. W. Garland, P. B. Allen, Physica **55**, 669 (1971); б) J. W. Garland et al., Phys. Rev. Lett. **21**, 1315 (1968).
49. B. T. Geilikman, N. F. Masharov, Phys. Stat. Sol. **41**, K31 (1970).
50. G. W. Garland, Phys. Rev. Lett. **11**, 114 (1963); Phys. Rev. **153**, 460 (1967).
51. R. Moserwey, B. B. Schwartz, сборник «Superconductivity», v. 1, ed. by R. D. Parks, N. Y., M. Dekker, Inc., 1969.
52. J. Giaever et al., Phys. Rev. **126**, 941 (1962).
53. J. M. Rowell et al., Phys. Rev. Lett. **9**, 59 (1962).
54. M. L. McMillan, J. M. Rowell, ibid. **14**, 108 (1965); сборник <sup>51</sup>.
55. B. N. Brockhouse et al., Phys. Rev. **128**, 1099 (1962).
56. T. Stedman et al., ibid. **162**, 549 (1967).
57. T. Stedman et al., ibid., p. 545.
58. S. B. Woods, J. S. Rogers, Труды X Международной конференции по физике низких температур, т. IIB, М., Изд. ВИНТИ, 1967.
59. J. M. Rowell, L. Korf, Phys. Rev. **A137**, 903 (1965).

60. T. D. Clark. Proc. Phys. Soc. (L.) **C1**, 732 (1968).
61. R. C. Dynes, Phys. Rev. **B2**, 644 (1970).
62. J. G. Adler, J. S. Rogers, Phys. Rev. Lett. **10**, 217 (1963); J. G. Adler et al., Canad. J. Phys. **43**, 557 (1965).
63. а) S. Berman; D. M. Ginsberg, Phys. Rev. **A135**, 306 (1964); б) W. H. Hubbin, D. M. Ginsberg, *ibid.* **188**, 716 (1969).
64. A. F. G. Wyatt, Phys. Rev. Lett. **13**, 160 (1964).
65. L. W. L. Shen, *ibid.* **24**, 1104 (1970).
66. J. E. Rogers, S. M. Khamn, *ibid.* **20**, 1284 (1968).
67. Н. В. Заварицкий, Е. С. Ицкевич, А. Н. Вороновский, ЖЭТФ **60**, 1408 (1971).
68. В. А. Котов и др., ФТТ **10**, 513 (1968).
69. J. M. Rowell, Phys. Rev. **163**, 547 (1967).
70. J. M. Rowell, R. C. Dynes, Comparison of Phonon Spectra Determined from Tunneling Experiments and Neutron Scattering. Bell. Tel. Lab. Preprint. New York, 1971.
71. П. Кеезом, Н. Пирлман, сборник «Физика низких температур», М., ИЛ, 1959.
72. Р. Т. Минна, М. С. Хайкин, ЖЭТФ **45**, 1304 (1963).
73. Н. В. Заварицкий, ЖЭТФ **43**, 1123 (1962); **45**, 1839 (1963); **48**, 837 (1965).
74. K. Yoshihiro, W. Sasaki, J. Phys. Japan **28**, 262 (1970).
75. R. L. Blackford, R. H. March, Phys. Rev. **186**, 397 (1969); R. L. Blackford, *Physica* **55**, 475 (1971).
76. K. Yoshihizo, W. Sasaki, J. Phys. Soc. Japan **28**, 262 (1970); W. D. Gregory et al., Phys. Rev. Lett. **27**, 1503 (1971).
77. M. L. A. MacVicar, R. M. Rose, J. Appl. Phys. **39**, 1721 (1968).
78. S. T. Ochiai et al., Phys. Rev. **B4**, 2988 (1971).
79. R. C. Dynes, J. P. Carbotte, *Physica* **55**, 462 (1971).
80. P. Gouy, Phys. Lett. **A31**, 584; **A32**, 474 (1970).
81. И. Я. Краснополын, М. С. Хайкин, Письма ЖЭТФ **12**, 76 (1970).
82. J. J. Sabo, Phys. Rev. **B1**, 1325 (1970).
83. а) Grinnall, Phys. kondens. Materie **9**, 283 (1969); б) P. B. Allen, M. L. Cohen, Phys. Rev. **B1**, 1329 (1970).
84. Г. М. Элиашберг, ЖЭТФ **43**, 1105 (1962).
85. W. J. Tomasch, Phys. Rev. Lett. **15**, 672 (1965); **16**, 16 (1966); сборник <sup>58</sup>; W. J. Tomasch, W. Wolfram, Phys. Rev. Lett. **16**, 352 (1966).
86. M. L. MacMillan, P. W. Anderson, Phys. Rev. Lett. **16**, 85 (1966).
87. J. M. Rowell, M. L. MacMillan, *Physica* **55**, 718 (1971).
88. G. L. Lykken et al., Phys. Rev. **B4**, 1523 (1971).
89. W. H. Harrison, *ibid.* **123**, 85 (1961).
90. J. M. Rowell et al., Phys. Rev. **180**, 658 (1969).
91. R. Jouse, P. L. Richards, Phys. Rev. Lett. **24**, 1007 (1970).
92. J. P. Franck, W. J. Keller, Phys. Lett. **A25**, 624 (1967); Phys. Rev. Lett. **20**, 379 (1968).
93. Н. В. Заварицкий, Е. С. Ицкевич, А. Н. Вороновский, Письма ЖЭТФ **7**, 271 (1968); Труды V Бакурианского коллоквиума, т. 2, Тбилиси. ИФ АН Грузинской ССР, 1969; Proc. LT-11, ed. by J. F. Allen et al., St. Andrews University, 1968; ЖЭТФ **60**, 1408 (1971).
94. А. А. Галкин и др., ЖЭТФ **59**, 77 (1970).
95. R. N. Trofimenkoff, J. P. Carbotte, Phys. Rev. **B1**, 1136 (1970).
96. А. А. Галкин и др., Phys. Stat. Sol. **30**, K107 (1968); **35**, 421 (1969).
97. M. Garfinkel, D. E. Marother, Phys. Rev. **122**, 459 (1961).
98. И. В. Берман и др., ЖЭТФ **53**, 124 (1967).
99. Н. Б. Брандт и др., УФН **104**, 459 (1971).
100. Н. В. Заварицкий, ЖЭТФ **34**, 1116 (1958).
101. Б. Т. Гейликман, В. З. Кресин, ФТТ **7**, 3297 (1965).
102. J. P. Franck et al., Solid State Comm. **7**, 483 (1969).
103. R. J. Broughton et al., Progress in Low Temperature Physics, ed. by C. J. Gorter, v. 6. Amsterdam — London, North-Holland, 1970.
104. А. И. Шальников, Nature **142**, 14 (1938); ЖЭТФ **9**, 255 (1939); **10**, 630 (1940).
105. Н. В. Заварицкий, ДАН СССР **86**, 501 (1952); Б. Г. Лазарев, ФММ **25**, 26 (1968).
106. W. Buckel, R. Hilsch, Phys. Zs. **131**, 420 (1952); **138**, 109 (1954).
107. Н. В. Заварицкий, А. Я. Ярошенко, сборник <sup>58</sup>.
108. Н. В. Заварицкий, Письма ЖЭТФ **5**, 434; **6**, 668 (1967); ЖЭТФ **57**, 752 (1969).
109. T. T. Chen et al., Phys. Lett. **A25**, 679 (1967); Phys. Rev. Lett. **22**, 526 (1969).
110. K. Knorr, N. Barth, Solid State Comm. **6**, 791 (1968); **8**, 1085 (1970).
111. G. V. Minnigerode, J. Rothenberg, Zs. Phys. **213**, 397 (1968).
112. H. Wühl et al., Phys. Rev. Lett. **20**, 1496 (1968).

113. R. E. Harris, D. M. Ginsberg, *Phys. Rev.* **188**, 737 (1969).
  114. Н. В. Заварицкий, *ДАН СССР* **91**, 787 (1953).
  115. A. Leger, J. Klein, *Phys. Lett.* **A28**, 751 (1969).
  116. T. T. Chen et al., *Physica* **55**, 439 (1971); J. E. Jackson et al., *Physica* **55**, 446 (1971); S. Ewert, W. Sander, *Zs. Phys.* **247**, 21 (1971).
  117. J. M. Rowell et al., *Phys. Rev. Lett.* **14**, 633 (1965).
  118. а) J. G. Adler et al., *ibid.* **16**, 53 (1966); б) T. M. Wu, *ibid.* **19**, 508 (1967).
  119. R. C. Dynes et al., *Phys. Rev.* **178**, 713 (1969); J. G. Adler et al., *Phys. Lett.* **A24**, 407 (1967).
  120. R. C. Dynes, J. M. Rowell, *Phys. Rev.* **187**, 821 (1969).
  121. М. Хансен, К. Андерко, сборник «Структура двойных сплавов», т. 2, М., Гос. научно-тех. изд-во литературы по черной и цветной металлургии, 1962, стр. 905 и 917.
  122. И. М. Лифшиц, *ДАН СССР* **48**, 83 (1945).
  123. I. M. Lifshitz, *J. Phys. USSR* **7**, 211, 249 (1943).
  124. В. N. Brockhouse et al., сборник «Magnetic and Inelastic Scattering of Neutrons by Metals», ed. by T. J. Rowland and P. A. Beck, N. Y., Gordon and Breach, 1968; S. C. Ng, В. N. Brockhouse, сборник «Neutron Inelastic Scattering», в. 1, Vienna, IAEA, 1968; *Solid State Comm.* **5**, 79 (1967).
  125. J. M. Rowell et al., *Phys. Rev.* **178**, 897 (1969).
  126. M. Yshikawa, L. E. Toth, *Solid State Comm.* **9**, 799 (1971).
  127. P. Heinger et al., *Phys. kondens. Materie* **5**, 243 (1966); G. Gladstone et al., сборник<sup>61</sup>, в. 2.
  128. Б. Г. Лазарев и др., *ЖЭТФ* **48**, 1065 (1965).
  129. В. И. Макаров, В. Г. Барьяхтар, *ЖЭТФ* **98**, 1715 (1965).
  130. Н. Е. Алексеевский, *Письма ЖЭТФ* **9**, 571 (1969).
  131. B. R. Sood, *Phys. Rev.* **B6**, 136 (1972).
-