ГРУППОВОЙ АНАЛИЗ РЕЛЯТИВИСТСКИХ АМПЛИТУД

M. Schaaf. The Reduction of the Product of Two Irreducible Unitary Representations of the Proper, Orthochronous Quantenmechanical Poincare Group (Lecture Notes in Physics. 5). Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York, 1970, 120 pp.

Работа Шаафа представляет собой обзор математических основ группового анализа релятивистских амплитуд. Прежде чем перейти непосредственно к содержанию работы, приведем здесь сводку необходимых определений.

Группой Пуанкаре (или неоднородной группой Лоренца) называется группа движений пространства Минковского — полупрямое произведение группы 4-мерных трансляций, T_4, на однородную группу Лоренца *): $P = T_4 \cdot L_+^\uparrow$. В связи с наличием частиц с полуцелыми спинами группой кинематической симметрии в релятивистской квантовой теории является так называемая квантовомеханическая группа Пуанкаре $\widetilde{P} = T_4 \cdot \widetilde{L}_+^\uparrow$, где $\widetilde{L}_+^\uparrow$ изоморфна группе комплексных унимодулярных матриц II порядка, $\widetilde{L}_+^\uparrow \sim SL\,(2, c)$ ($\widetilde{P}$ — универсальная накрывающая группы P).

Унитарные представления группы $\widetilde{P}$ строятся следующим образом. Сначала строятся унитарные представления группы T_4; эти представления определяются собственными значениями оператора 4-импульса p_μ. Затем строятся унитарные представления «малой» группы $G\,(p)$, которая является подгруппой $\widetilde{L}_+^\uparrow$, т. е. группы преобразований, не меняющих векторы p. Структура малой группы существенно зависит от того, к какой области принадлежит вектор p: для времениподобных векторов ($p^2 > 0$) группа $G\,(p)$ изоморфна группе 3-мерных вращений, $G\,(p) \sim SU\,(2)$; при $p^2 < 0$ $G\,(p) \sim SU\,(1, 1)$ (группа псевдоунитарных матриц, изоморфная группе движений плоскости Лобачевского); при $p^2 = 0$ $G\,(p) \sim E\,(2)$ (группа унитарных треугольных матриц, изоморфная группе движений евклидовой плоскости); наконец, для нулевого вектора, $p_\mu = 0$, малая группа совпадает с однородной группой Лоренца, $G\,(0) \sim \sim SL\,(2, c)$. При рассмотрении изолированных физических систем (частиц или групп частиц), естественно, встречаются только первый и третий (для безмассовых частиц) случаи. Однако при групповом анализе релятивистских амплитуд взаимодействия, когда разлагается произведение двух представлений с разными знаками энергетических компонент импульса **), возникает необходимость рассмотреть также второй и четвертый случаи.

Работа Шаафа состоит из трех глав. В гл. I рассмотрена теория унитарных представлений группы $\widetilde{P}$, их связь с представлениями малых групп. Изложена теория

---

*) $L_+^\uparrow$ обозначает собственную (не содержащую пространственных отражений, на это указывает индекс +) ортохронную (т. е. не содержащую инверсии времени, обозначается стрелкой, ↑) группу Лоренца.

**) Эти разложения рассматривались в последнее время в связи с групповой интерпретацией полюсов Редже и вопросом о кинематических соотношениях между полюсами («конспирация»).

представлений малых групп: $SU(2)$, $SU(1,1)$, $E(2)$ и $SL(2,c)$. В гл. II выведены формулы для матричных элементов неприводимых представлений групп $SU(2)$, $SU(1,1)$ и $E(2)$. В частности, матричные элементы для группы $SU(1, 1)$ даны как в дискретном, так и в непрерывном базисе. Рассматривается также разложение квадратично интегрируемых функций на этих группах в ряды (интегралы) по матричным элементам унитарных представлений (анализ Фурье на группах). Результаты гл. II используются в гл. III для разложения прямого произведения двух унитарных представлений группы $\widetilde{P}$ на неприводимые.

Подход автора к теории представлений базируется на работах И. М. Гельфанда и его сотрудников.

Обзор Шаафа посвящен довольно узкому вопросу. Это позволило автору изложить тему вполне исчерпывающим и последовательным образом. Однако читатель, интересующийся конкретной теорией элементарных частиц, отметит, что обзор написан слишком формально, простая суть дела нередко тонет в технических деталях. Поэтому обзор полезен скорее как сводка результатов для специалистов, чем как пособие для первого знакомства с предметом. Недостатком можно считать также то, что автор не рассматривает физических применений излагаемой теории.

М. Маринов