

539.12.01

## ДУАЛЬНОСТЬ И МОДЕЛЬ ВЕНЕЦИАНО

А. Б. Кайдалов

## СОДЕРЖАНИЕ

|   |     |
|---|-----|
| I. Спектр резонансов и полюса Редже . . . . . | 97  |
| II. Дуальность . . . . .                      | 102 |
| III. Модель Венециано . . . . .               | 107 |
| Цитируемая литература . . . . .               | 112 |

В последнее время значительный интерес физиков, занимающихся теорией элементарных частиц, привлекла модель, предложенная Габриэле Венециано<sup>1</sup>. Эта модель в удивительно простой математической форме отразила определенные представления, получившие развитие в последние годы, о характере сильных взаимодействий элементарных частиц. Хотя модель в своем первоначальном виде сталкивается со значительными трудностями, связанными прежде всего с учетом условия унитарности, однако многочисленные положительные свойства модели дают основание считать, что ее дальнейшее развитие окажется весьма перспективным.

В данном коротком обзоре нет возможности коснуться всех направлений, связанных с моделью Венециано<sup>\*)</sup>. Мы обсудим основные свойства и характерные черты модели Венециано, а также ее следствия и степень их соответствия данным опыта.

Прежде чем перейти к описанию модели, следует остановиться на тех экспериментальных и теоретических представлениях, которые привели к ее появлению. Основное внимание мы уделим понятию «дуальности»<sup>2, 3</sup>, развитие которого непосредственно предшествовало и, в значительной степени, способствовало появлению модели Венециано. В то же время математический и физический смысл этого понятия был прояснен при изучении модели Венециано.

## I. СПЕКТР РЕЗОНАНСОВ И ПОЛЮСА РЕДЖЕ

## 1. Резонансы

Физика сильных взаимодействий при не очень высоких энергиях в значительной степени является физикой резонансов. Характерной чертой практически всех экспериментов, проводимых на ускорителях элементарных частиц, является наличие резонансных пиков в спектрах эффективных масс частиц, образующихся при сильных взаимодействиях (т. е. в величине  $M = \sqrt{(E_1 + E_2 + \dots + E_n)^2 - (\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 + \dots + \mathbf{p}_n)^2}$ ). Они соответствуют нестабильным частицам, распадающимся за ядерные времена  $\tau = \frac{1}{\Gamma} \sim 10^{-24}$  сек, где  $\Gamma$  — ширина резонанса<sup>\*\*)</sup>. В настоящее

<sup>\*)</sup> Список цитируемой литературы содержит лишь немногие (~5%) из огромного числа работ, посвященных этому вопросу, появившихся в течение последних трех лет.

<sup>\*\*)</sup> Мы используем систему единиц, в которой  $\hbar = c = 1$ .

время уже открыто около 50 бозонных и приблизительно столько же барионных резонансов и их список, по-видимому, еще далеко не завершен <sup>4</sup>. Резонансы, как и стабильные относительно сильных взаимодействий частицы (протон —  $p$ , нейтрон —  $n$ ,  $\pi$ -мезон,  $K$ -мезон и т. д.), характеризуются определенными значениями сохраняющихся квантовых чисел, таких как

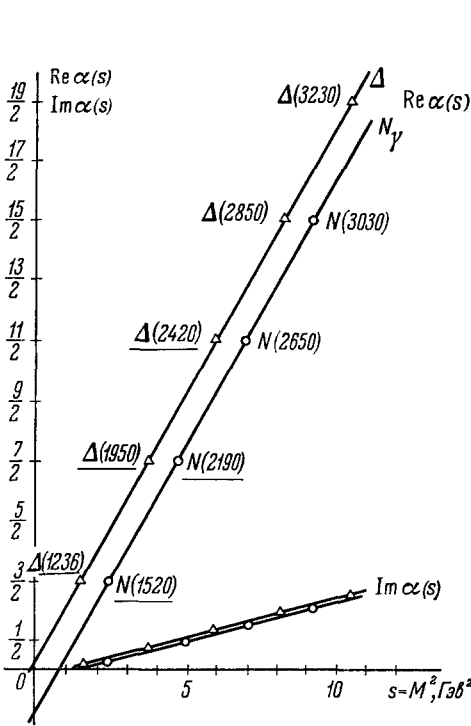


Рис. 1. Траектории барионных полюсов Редже ( $\Delta$ ) и  $N_\gamma$  на графике Чу — Фраучи. Значки  $\Delta$  соответствуют  $\Delta$ -траектории,  $\circ$  —  $N_\gamma$ -траектории. Две верхние линии —  $\text{Re } \alpha$ , нижние —  $\text{Im } \alpha$ . Резонансы, квантовые числа которых твердо установлены <sup>4</sup>, подчеркнуты снизу.

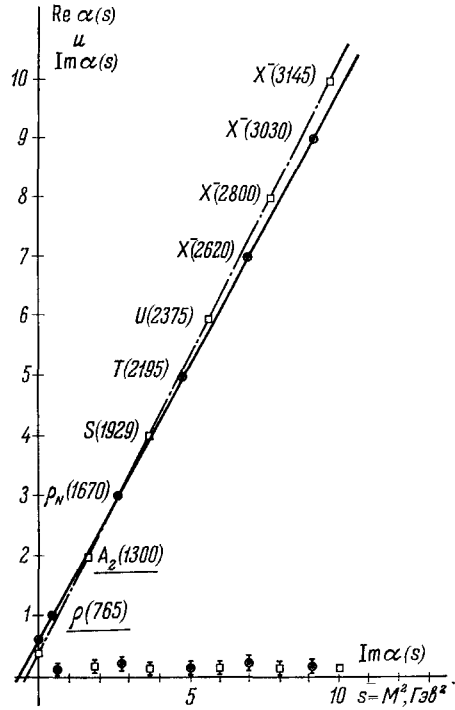


Рис. 2. Бозонные траектории:  $\circ$  —  $\rho$ ,  $\square$  —  $R$ . Верхние линии —  $\text{Re } \alpha$ , нижние —  $\text{Im } \alpha$ .

барионный заряд, странность, четность, спин, изотопический спин,  $G$ -четность и др. (см., например, обзор М. Гелл-Манна и др. <sup>5</sup>). В спектре известных частиц и резонансов прослеживаются определенные закономерности, которые позволяют достаточно просто классифицировать резонансы. Для дальнейшего существования, что:

а) среди твердо установленных частиц и резонансов нет так называемых «экзотических» состояний, т. е. бозонных резонансов с зарядом  $|Q| > 1$  и барионных резонансов с положительной странностью или с зарядом  $|Q| > 2$ . На языке теории групп это означает, что все известные частицы классифицируются по простейшим представлениям группы  $SU(3)$  — синглетам и октетам для бозонов и синглетам, октетам и декаплетам для барионов (о классификации частиц с помощью группы  $SU(3)$  см., например, обзоры <sup>6-8</sup>);

б) если для частиц, отличающихся значением спина, но имеющих одинаковые остальные внутренние квантовые числа, построить график, на котором по оси абсцисс откладывать квадрат их массы  $M^2$ , а по оси ординат спин  $J$  (график Чу и Фраучи <sup>9</sup>), то линия, соединяющая соответствующие точки, оказывается почти прямой (рис. 1,2). Эту линию назы-

вают траекторией полюса Редже \*). Полюсы с нецелыми (вообще говоря, комплексными) значениями спина  $J$ , введенные впервые Редже<sup>10</sup> в рамках нерелятивистской квантовой теории и обобщенные затем на случай релятивистского рассеяния<sup>9, 11</sup>, являются естественным расширением понятия резонансов с целыми  $J$  на нецелые значения спина. Чтобы уяснить эту связь между полюсами Редже и резонансными состояниями, рассмотрим, как описываются обычные резонансы с целым спином в теории элементарных частиц. Будем описывать процесс столкновения бесспиновых частиц  $a + b \rightarrow c + d$  помощью амплитуды  $A(W, \theta)$ , где  $W$  — энергия в системе центра инерции частиц,  $\theta$  — угол рассеяния в этой системе. Квадрат модуля амплитуды определяет вероятность рассматриваемого процесса. Тогда если существует резонанс с массой  $M_p$ , спином  $J$  и шириной  $\Gamma$ , то при  $W$ , близкой к  $M_p$ , амплитуда имеет обычный брейт-вигнеровский вид

$$A(W, \theta) = (2J + 1) A_J(W) P_J(\cos \theta) = \frac{(2J + 1) g_1 g_2 P_J(\cos \theta)}{(M_p^2 - W^2) - i\Gamma M_p} \approx \frac{2J + 1}{2M_p} \frac{g_1 g_2 P_J(\cos \theta)}{(M_p - W) - (i\Gamma/2)}; \quad (1)$$

здесь  $P_J(\cos \theta)$  — полином Лежандра, возникающий из-за того, что рассеяние происходит только в состоянии с орбитальным моментом  $l = J$ . Таким образом, амплитуда  $A(W, \theta)$  (так же как и парциальная амплитуда  $A_J(W)$ ) имеет полюс по переменной  $W$  в точке  $W = M_p - i\frac{\Gamma}{2}$ , отстоящей от вещественной оси на величину, определяемую шириной резонанса. Обычно резонансы в системах сильно взаимодействующих частиц имеют ширины  $\Gamma \sim 100 \text{ Мэв}$ . Выражению (1) для  $A(W, \theta)$  можно поставить в соответствие график, изображенный на рис. 3, который означает, что сначала сталкивающиеся частицы  $a, b$  образуют резонанс в промежуточном состоянии, который затем распадается на частицы  $c, d$ . Вероятность перехода  $a + b \rightarrow M_p$  характеризуется величиной  $g_1$ , а вероятность распада  $M_p \rightarrow c + d$  — величиной  $g_2$ , которые называются вершинами или константами перехода.

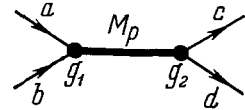


Рис. 3. График, соответствующий резонансному рассеянию.

## 2. Полюсы Редже

Прежде чем перейти к описанию полюсов Редже, остановимся кратко на кинематике рассматриваемого процесса и на понятии кроссинг-симметрии в релятивистской квантовой теории.

В релятивистской теории удобно описывать амплитуду в терминах инвариантных переменных, которые можно составить из четырех импульсов, участвующих в реакции частиц  $p_i$ . В качестве таких переменных выбирают обычно<sup>12</sup> величины

$$s = (p_a + p_b)^2, \quad t = (p_a - p_c)^2, \quad u = (p_a - p_d)^2. \quad (2)$$

В силу сохранения суммарного 4-импульса в реакции, т. е. условия  $p_a + p_b = p_c + p_d$ , переменные  $s, t, u$  не являются независимыми и связаны с помощью простого соотношения \*\*)

$$s + t + u = m_a^2 + m_b^2 + m_c^2 + m_d^2. \quad (3)$$

\*) В действительности в релятивистской теории траектории полюса Редже соединяют только резонансы с четными (или нечетными) значениями спина  $J$  для бозонов и величины  $J - \frac{1}{2}$  для фермионов.

\*\*) Мы выбрали такую метрику, что  $p_i^2 = m_i^2$ .

Легко получить связь между инвариантными переменными и величинами  $W$ ,  $\theta$ <sup>12</sup>:

$$s = W^2, \quad t = -\varepsilon_a \varepsilon_c + m_a^2 + m_c^2 + 2|\mathbf{p}_a||\mathbf{p}_c|\cos\theta, \quad (4)$$

где  $\varepsilon_i$ ,  $\mathbf{p}_i$  — энергия и импульс  $i$ -й частицы в системе центра инерции. Они выражаются через величину  $s$  и массы частиц. Когда массы всех частиц равны  $m$ , имеем:

$$t = -2\mathbf{p}^2(1 - \cos\theta) = -\mathbf{q}^2, \quad \mathbf{p}^2 = \left(\frac{s}{4} - m^2\right).$$

В релятивистской квантовой теории поглощение частицы с импульсом  $(-p_i)$ , т. е. с отрицательной энергией, эквивалентно испусканию античастицы с импульсом  $p_i$ . Поэтому одна и та же амплитуда  $A(s, t, u)$  описывает как процесс рассеяния  $a + b \rightarrow c + d$ , так и процессы аннигиляции  $a + \bar{c} \rightarrow \bar{b} + d$  и  $a + \bar{d} \rightarrow c + \bar{b}$  (рис. 4). Однако области изменения инвариантных переменных  $s, t, u$  для этих процессов разные. Действительно, в процессе  $a + b \rightarrow c + d$  (так называемый  $s$ -канал реакции)

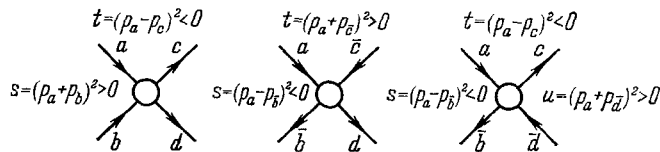


Рис. 4. Различные процессы  $a + b \rightarrow c + d$ ,  $a + \bar{c} \rightarrow \bar{b} + d$ ,  $a + \bar{d} \rightarrow c + \bar{b}$ , которые описываются единой функцией  $A(s, t, u)$ .

Указаны значения переменных  $s, t, u$ , соответствующие физическим областям этих процессов.

физическая область соответствует  $s > 0$ ,  $t < 0$ ,  $u < 0$  ( $|\cos\theta| < 1$ ), в то же время для реакции  $a + \bar{c} \rightarrow \bar{b} + d$  ( $t$ -канал) физическая область соответствует значениям  $t > 0$ ,  $s < 0$ ,  $u < 0$ , а для  $a + \bar{d} \rightarrow c + \bar{b}$  ( $u$ -канал) —  $u > 0$ ,  $s < 0$ ,  $t < 0$ . Утверждение о том, что единая аналитическая функция  $A(s, t, u)$  описывает в разных областях изменения переменных все три процесса, носит название кроссинга (crossing)<sup>5, 12</sup>. Если какая-либо из частиц, участвующих в реакции, например  $b$ , является античастицей по отношению к другой частице —  $c$  (или  $d$ ), т. е.  $b = \bar{c}$  (или  $b = \bar{d}$ ), то  $s$ - и  $t$ -каналы реакции (или  $s$  и  $u$ ) являются одинаковыми, и амплитуда  $A(s, t, u)$  должна быть симметрична относительно замены  $s \rightleftharpoons t$  (или  $s \rightleftharpoons u$ ). Это свойство амплитуды называют кроссинг-симметрией.

Аналитичность и кроссинг являются фундаментальными свойствами релятивистской амплитуды рассеяния. Они существенно используются при построении модели полюсов Редже. В рамках этой модели амплитуда процесса  $a + b \rightarrow c + d$  при очень высоких энергиях  $s \gg m^2$  и фиксированных передаваемых импульсах  $|t| = -\mathbf{q}^2 \ll s$  определяется полюсами парциальных амплитуд  $A_J(t)$  перекрестного  $t$ -канала (т. е. реакции  $a + \bar{c} \rightarrow \bar{b} + d$ ) в плоскости комплексного углового момента  $J$  и может быть представлена в виде<sup>11</sup>

$$A(s, t) \approx \sum_i \bar{\beta}_i(t) \xi(\alpha_i(t)) P_{\alpha_i}(z_t) \approx \sum_i \beta_i(t) \xi(\alpha_i(t)) \left(\frac{s}{s_0}\right)^{\alpha_i(t)} = \sum_i \frac{\beta_i(t)}{\sin \pi \alpha_i(t)} \left[ \left(\frac{s}{s_0}\right)^{\alpha_i(t)} \pm \left(\frac{u}{u_0}\right)^{\alpha_i(t)} \right], \quad (5)$$

где  $\alpha_i(t)$  — траектория  $i$ -го полюса Редже,  $\bar{\beta}(t)$ ,  $\beta(t)$  — некоторые, вообще говоря, неизвестные, функции  $t$  — вычеты полюса,  $s_0, u_0$  — константы, имеющие размерность  $[L^2 \varepsilon \theta^2]$ , введенные для того, чтобы сделать величины безразмерными,  $\xi(\alpha_i(t)) = \frac{1 \pm e^{-i\pi\alpha_i(t)}}{\sin \pi\alpha_i(t)}$  — так называемый сигнатурный множитель, возникающий из-за того, что в релятивистской теории необходимо рассматривать отдельно две функции  $A_{\pm}^{\bar{\beta}}(t)$ , отвечающие  $(-1)^J = \pm 1$  соответственно. Поэтому и полюсы Редже амплитуд  $A_{\pm}^{\bar{\beta}}(t)$  характеризуются новым квантовым числом — сигатурой. Полюсам с сигатурой  $\sigma = \pm$  отвечает соответствующий знак в формуле (5), и амплитуда  $A_i(s, t)$  обладает определенной симметрией при замене  $s \rightleftharpoons u$ .

В формуле (5) использовалось, что в рассматриваемой области  $s, t$  и  $u \approx -s$  и косинус угла рассеяния в системе центра инерции реакции  $a + \bar{c} \rightarrow \bar{b} + d$  и  $\cos \theta_t \equiv z_t \approx \frac{s}{2|\mathbf{p}_a||\mathbf{p}_{\bar{b}}|} \gg 1$  и  $P_{\alpha(t)}(z_t) \sim z_t^{\alpha(t)} \sim s^{\alpha(t)}$ . В области отрицательных  $t = -q^2$ , т. е. в физической области  $s$ -канала, амплитуда (5) описывает процесс рассеяния частиц при высоких энергиях. При  $t > 0$  (нефизическая область), когда  $\alpha_i(t)$  проходит через целое значение  $n$ , четное или нечетное в зависимости от сигнатуры, выражение (5) отвечает резонансному рассеянию в  $t$ -канале, которое описывается формулой (1) с заменой  $W^2 = s$  на  $t$  и  $\cos \theta_s \equiv z_s$  на  $\cos \theta_t \equiv z_t$ . Действительно, при  $t$ , близких к  $t_n$ ,  $\alpha(t)$  можно записать в виде

$$\alpha_i(t) = n + \alpha'_i(t_n)(t - t_n) + i \operatorname{Im} \alpha_i(t_n). \quad (6)$$

Мы учли, что при  $t > 4\mu^2$  — порога образования частиц траектория полюса  $\alpha_i(t)$  имеет мнимую часть. Если  $\operatorname{Im} \alpha_i(t_n) \ll 1$  (что, как будет видно ниже, соответствует данным опыта), то вблизи точки  $t_n$  формула (5) принимает вид

$$A(s, t) \approx \frac{2\bar{\beta}(-1)^{n+1} P_n(z_t)}{\pi \alpha'_i(t_n) [(t_n - t) - i \operatorname{Im} \alpha_i(t_n) / \alpha'_i(t_n)]}, \quad (7)$$

который соответствует резонансу в реакции  $a + \bar{c} \rightarrow b + d$  (рис. 5) со спином  $J = n$ , массой  $M_n^2 = t_n$  и шириной  $\Gamma_n = \operatorname{Im} \alpha_i(t_n) / \alpha'_i(t_n) M_n$ .

Следовательно, вклад полюса Редже в амплитуду рассеяния (5) в единой аналитической форме описывает все резонансы в  $t$ -канале, расположенные на траектории  $\alpha(t)$ , и мы будем сопоставлять ему график рис. 6, на котором волнистой линией обозначено состояние с нецелым (вообще говоря, комплексным) спином  $J = \alpha(t)$ . Отметим, что из-за наличия множителя  $(1 \pm e^{-i\pi\alpha(t)})$  в формуле (5) резонансный знаменатель возникает только при целых четных значениях  $\alpha(t)$  для полюсов с положительной сигатурой и нечетных для отрицательной сигнатуры.

Таким образом, модель полюсов Редже, используя свойства аналитичности и кроссинга амплитуд рассеяния, устанавливает тесную связь между рассеянием при высоких энергиях и спектром частиц и резонансов. Сведения о поведении траекторий полюсов Редже могут быть получены в области  $t < 0$  из данных о реакциях рассеяния при высоких энергиях, а в области  $t > 0$  из данных опыта о массах, ширинах и квантовых числах резонансов. На рис. 1 и 2 приведены наиболее хорошо изученные барионные и бозонные траектории (более подробные сведения о свойствах известных траекторий полюсов Редже см., например, в обзорах <sup>13,14</sup>).

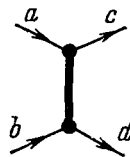


Рис. 5. График, соответствующий резонансу в  $t$ -канале реакции.

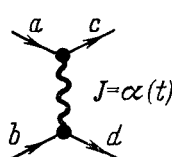


Рис. 6. График, соответствующий полюсу Редже  $\alpha(t)$  в  $t$ -канале.

Обращают на себя внимание следующие факты:

а) все траектории являются с хорошей точностью прямолинейными с приблизительно равными наклонами  $\alpha' \approx 0,9 \Gamma \text{эв}^{-2}$ ;

б) траектории  $\rho$  (на которой расположен резонанс  $\rho$  с массой  $m_\rho \approx 750 \text{ Мэв}$  и квантовыми числами  $J^P = 1^-$ ) и  $R$  (на которой расположен резонанс  $A_2$  с  $m_{A_2} = 1300 \text{ Мэв}$  и  $J^P = 2^+$ ) с разной сигнатурой почти совпадают;

в)  $\text{Im } \alpha_i(t) \ll \text{Re } \alpha_i(t)$ ; так,  $\text{Im } \alpha_\Delta \approx \text{Im } \alpha_{N_\gamma} \approx \frac{1}{7} \text{Re } \alpha_{\Delta, N_\gamma}$  (на траектории  $\Delta$  расположена изобара  $\Delta_{33}$  с массой  $m_{\Delta_{33}} = 1236 \text{ Мэв}$  и  $J^P = \frac{3}{2}^+$ ; первой изобарой на  $N_\gamma$ -траектории является  $N'$  с  $m_{N'} = 1520 \text{ Мэв}$  и  $J^P = \frac{3}{2}^-$ )\*);

г)  $\text{Im } \alpha_{\Delta, N_\gamma}$  также несильно отклоняются от линейной зависимости<sup>14</sup> (относительно  $\rho$ - и  $R$ -траекторий ситуация менее ясна, так как ширины высоколежащих резонансов плохо известны).

Создается впечатление, что чисто линейное приближение для траекторий полюсов Редже является хорошим. Поэтому часто предполагают, что траектории всех полюсов Редже (за исключением полюса Померанчука, см. ниже) могут быть записаны в виде

$$\alpha_i(x) = \alpha_i(0) + \alpha'_i x. \quad (8)$$

Считается, что такая форма траекторий имеет место при всех  $x$ , в том числе и при  $x \rightarrow \infty$ , т. е. траектории являются неограниченно растущими. Это одно из важнейших предположений моделей, которые мы будем рассматривать в дальнейшем. На таких растущих траекториях расположено бесконечное число резонансов, спины которых возрастают пропорционально квадратам их масс:

$$J_n = \alpha_i(0) + \alpha'_i M_n^2. \quad (9)$$

Так как в рассматриваемом приближении пренебрегается мнимой частью траектории, которая пропорциональна ширине резонансов, все резонансы оказываются бесконечно узкими. Ясно, что такая картина может быть лишь довольно грубым приближением к реальности.

## II. ДУАЛЬНОСТЬ

### 1. Определение дуальности

Рассмотрим следствия такой простой картины взаимодействия, когда во всех каналах реакции ( $s$ ,  $t$ ,  $u$ ) есть только резонансы (полюсы), расположенные на линейных траекториях Редже. В этом приближении амплитуда рассеяния  $A(s, t)$  может быть представлена либо в виде суммы резонансов в  $s$ - и  $u$ -каналах, либо в виде суммы по всем полюсам Редже в  $t$ -канале, т. е. по всем резонансам  $t$ -канала. Это свойство амплитуды и называют «дуальностью». Рассмотрим его на примере амплитуды процесса  $K^- \pi^+ \rightarrow K^- \pi^+$ , который не имеет известных резонансов в  $u$ -канале, т. е. в реакции  $K^- \pi^- \rightarrow K^- \pi^-$  (такие резонансы имели бы заряд  $Q = 2$ ). По предположению, в  $s$ -канале имеется бесконечное число очень узких

\*) Траектории фермионных полюсов Редже, соответствующих изобарам с изоспином  $I = 3/2$ , обычно обозначают значком  $\Delta$ , а траектории с  $I = 1/2$  — значком  $N$ . Наиболее известны траектории  $\Delta_{33}$ ,  $N_\gamma$  и  $N_\alpha$ , на которой расположен нуклон  $m_p = 939 \text{ Мэв}$ ,  $J^P = \frac{1}{2}^+$ .

резонансов (в пределе  $\Gamma \rightarrow 0$ -полюсов), и амплитуда процесса может быть записана в виде суммы по всем таким резонансам (других особенностей в комплексной плоскости  $s$  амплитуда не имеет):

$$A(s, t) = \sum_n \frac{C_n^{(s)}(t)}{s - s_n} = \sum_n \frac{R_n(t)}{n - \alpha_s(s)}. \quad (10)$$

Вычеты резонансов согласно выражению (1) являются функциями  $\cos \theta$  или  $t$ . В формуле (10) мы воспользовались линейной связью между переменной  $s$  и траекторией  $\alpha(s)$ , на которой расположены резонансы  $s$ -канала. С другой стороны,  $A(s, t)$  может быть выражена через сумму всех резонансов в  $t$ -канале и согласно сказанному выше через сумму всех полюсов Редже:

$$A(s, t) = \sum_k \frac{\bar{R}_k(s)}{k - \alpha_t(t)} = \sum_i \bar{\beta}_i(t) \xi_i(\alpha_i(t)) P_{\alpha_i}(z_i). \quad (11)$$

Поэтому окончательно соотношение дуальности можно записать в виде

$$\sum_n \frac{R_n(t)}{n - \alpha_s(s)} = \sum_i \bar{\beta}_i(t) \xi_i(\alpha_i(t)) P_{\alpha_i}(z_i) = \sum_k \frac{R_k(s)}{k - \alpha_t(t)}. \quad (12)$$

Графически соотношение дуальности изображено на рис. 7. Это так называемая сильная или локальная форма дуальности. Отметим, что мнимая часть амплитуд при вещественных  $s$  в формулах (10), (12) возникает за счет бесконечно малых

мнимых добавок в резонансных знаменателях. Так как при  $\varepsilon \rightarrow 0$ ,  $\varepsilon > 0$

$$\text{Im} \frac{1}{s_n - s - i\varepsilon} = \pi \delta(s - s_n),$$

в пределе нулевых шириин резонансов мнимая часть амплитуды имеет вид сум-

мы  $\delta$ -функций. В случае, когда в процессе могут быть резонансы не только в  $s$ -, но и в  $u$ -канале, в левой части равенства (12) следует также учитывать резонансы  $u$ -канала. В физической области  $s$ -канала эти резонансы дают вклад только в вещественную часть амплитуды. Мнимая часть амплитуды всегда определяется только резонансами в «своем» (в данном случае  $s$ ) канале. Это соответствует обычным физическим представлениям, основанным на условии унитарности, согласно которым мнимая часть амплитуды в физической области  $s$ -канала возникает из-за существования реальных промежуточных состояний в  $s$ -канале. Если проинтегрировать мнимую часть равенства (12) по  $s$  от нуля до некоторого значения  $s_1 > m^2$ , то получим слабую или глобальную форму дуальности

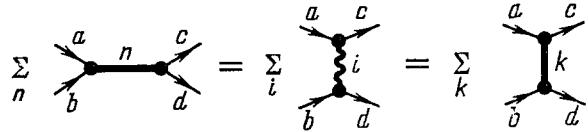


Рис. 7. Графическая форма соотношения дуальности для амплитуды перехода двух частиц в две.

$$\int_0^{s_1} \text{Im} A_{\text{рез}}^s(s', t) ds' = \sum_i \frac{\beta_i(t)}{\alpha_i(t) + 1} \left(\frac{s_1}{s_0}\right)^{\alpha_i(t) + 1}, \quad (13)$$

которая по форме соответствует правилам сумм для конечных энергий<sup>15</sup> и может быть получена (при  $s_1 \gg m^2$ ) с помощью дисперсионных соотношений на основе более слабых предположений о том, что асимптотика амплитуды определяется полюсами Редже и главную роль в  $s$ -канале играют резонансы. Конечно, формула (13) содержит гораздо меньше информации, чем равенство (12).

Соотношения дуальности, аналогичные формуле (12), могут быть получены и для амплитуд образования частиц. Так, в случае образования трех частиц соотношение дуальности графически изображено на рис. 8.

Равенства (12), (13) означают, в частности, что резонансы в  $s$ -канале имеют не произвольные вычеты  $C_n^{(s)}(t)$ , а должны быть подобраны таким образом, чтобы обеспечить асимптотическое поведение (5), соответствующее «обмену» полюсами Редже в  $t$ -канале. Таким образом, дуальность,

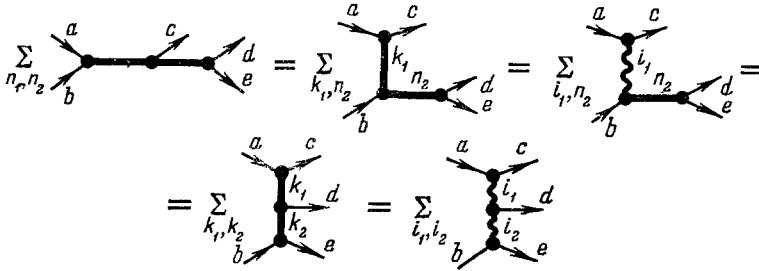


Рис. 8. Графическая запись дуальности для процесса перехода двух частиц в три.

которая является следствием предположения о существовании линейно растущих траекторий, тесно связывает между собой резонансы в прямом ( $s$ ) канале и полюсы Редже в перекрестном ( $t$ ) канале реакции.

## 2. Д о ч е р н и е т р а е к т о р и и

Рассмотрим подробнее свойства формулы (12). Очень существенно, что равенство (12) может иметь место только благодаря тому, что число резонансов и полюсов Редже в суммах бесконечно. Действительно, конечное число членов в сумме по  $i$  не может приводить к расходимостям при  $s \rightarrow s_n$ , так как каждый член степенным образом зависит от  $s$ . Поэтому полюсы в точках  $s_n$  могут возникать только за счет того, что в этих точках ряд по  $i$  расходится. И наоборот, только аналитическое продолжение бесконечного ряда по  $n$  может приводить к асимптотике  $(s/s_0)^{\alpha(t)}$  в области  $\alpha(t) > 0$  при  $s \rightarrow \infty$ . То, что число резонансов является бесконечным — естественно, так как траектории Редже неограниченно растут. Однако наличие бесконечного числа траекторий Редже, расположенных в  $J$ -плоскости левее главной траектории  $\alpha(t)$ , оказывается для нас новым обстоятельством. Появление таких траекторий, которые обычно называют «дочерними», является общим свойством амплитуд в модели полюсов Редже. Еще до появления понятия дуальности было выяснено<sup>16</sup>, что, для того чтобы обеспечить аналитические свойства амплитуд рассеяния при  $t = 0$ , необходимо, чтобы наряду с главной траекторией  $\alpha(t)$  существовали «дочерние» траектории, расположенные при  $t = 0$  на целочисленном расстоянии от нее. Для обеспечения дуальности (12) оказывается необходимым, чтобы это свойство имело место при всех  $t$ , т. е. «дочерние» траектории должны быть строго параллельны основной траектории  $\alpha(t)$ . Важное значение «дочерних» траекторий для построения дуальной амплитуды можно понять также, используя следующие простые физические соображения. При больших  $s$  амплитуда имеет реджевский вид (5) и, как известно<sup>11</sup>, ей соответствуют в  $s$ -канале парциальные амплитуды  $A_l(s)$ , в которых существенны  $l \sim |p_a| R \sim \sqrt{sc' \ln \frac{s}{s_0}}$ ;  $A_l$  с большими значениями  $l$  экспоненциально малы. В то же время резонансы в  $s$ -канале, расположенные на основной траектории, имеют при таких значениях  $s$



спины  $J = \alpha(s) \approx \alpha's$ , т. е. дают вклад в парциальные амплитуды с  $l \sim \sim \alpha's$  и, следовательно, не могут обеспечить нужного асимптотического режима. Асимптотика (5) осуществляется благодаря наличию дочерних траекторий, на которых расположены резонансы со всеми спинами  $J$  от 0 до  $J_{\max} \sim \alpha's$  и, в частности, с  $J \sim \sqrt{\alpha' \ln \frac{s}{s_0}}$ . Таким образом, существование (наряду с главной) дочерних траекторий, параллельных главной при всех  $t(s)$ , является необходимым условием существования дуальных моделей.

### 3. Интерференционная модель

Естественно возникает вопрос: сохранится ли дуальность, если учесть, что в действительности амплитуды рассеяния имеют не только полюсы, но и точки ветвления, соответствующие порогам образования реальных частиц, а резонансы имеют конечные ширины? В этом случае дуальность не может быть доказана. Более того, при наличии разрезов можно построить примеры<sup>17</sup> так называемой «интерференционной» модели, в которой амплитуда представляется в виде

$$A(s, t) = G_s(s, t) + G_t(s, t), \tag{14}$$

где функция  $G_s$  имеет только резонансы в  $s$ -канале и является целой функцией переменной  $t$ , а  $G_t$  — резонансы в  $t$ -канале и целая функция  $s$ , т. е. амплитуда является суммой резонансов в  $s$ -канале и полюсов Редже  $t$ -канала. Такая модель по своему характеру противоположна дуальной модели. Поэтому вопрос о том, какие модели — дуальные или интерференционные — являются лучшим приближением к реальной ситуации, может быть решен в настоящее время только экспериментально.

### 4. Полюс Померанчука

Особую роль в модели полюсов Редже играет полюс Померанчука, траектория которого при  $t = 0$  проходит через точку  $J = 1$ . Он был введен в теорию для того, чтобы объяснить наблюдаемое на опыте постоянство полных сечений взаимодействия частиц в области больших энергий, и является при  $t = 0$  самым правым в  $J$ -плоскости полюсом Редже<sup>11</sup>. Покажем, что этот полюс заведомо не может укладываться в дуальную схему<sup>18</sup>. Действительно, полюс Померанчука имеет положительную сигнатуру\*), т. е. согласно формуле (5) его вклад в  $A(s, t)$  симметричен относительно замены  $s$  на  $u$ , поэтому он приводит к одинаковой (и чистой) амплитуде для процессов рассеяния частиц и античастиц. Таким образом, вклад полюса Померанчука в  $A(s, t)$  не зависит от квантовых чисел  $s$ -канала — барионного числа (одинаков в  $pp$ - и  $\bar{p}p$ -рассеянии), странности ( $K^+p$  и  $K^-p$ ) и т. д., т. е. он не зависит от того, есть ли резонансы в  $s$ -канале или они отсутствуют. Следовательно, полюс Померанчука не связан с резонансами в  $s$ -канале и не может удовлетворять соотношению дуальности (12). В то же время полюс Померанчука, описывающий дифракционное рассеяние, по-видимому, связан с рождением при высоких энергиях большого числа реальных частиц, т. е. с разрезами в  $s$ -плоскости. Поэтому дуальная схема обычно применяется ко всем полюсам Редже, кроме вакуумного, таким, как  $\rho, R, \omega, f, \Delta, N$  и т. д., относительно которых известно, что их траектории почти линейны\*\*).

\*) Если бы полюс Померанчука имел отрицательную сигнатуру, то полные сечения взаимодействия частиц и античастиц имели бы разные знаки, что невозможно.

\*\*) В настоящее время неизвестно, расположены ли на вакуумной траектории какие-либо резонансы.

5. Дуальность и эксперимент

Рассмотрим полные сечения взаимодействия различных частиц. Как известно, в силу условия унитарности полное сечение связано с мнимой частью амплитуды упругого рассеяния вперед равенством (оптическая теорема):

$$\sigma_{\text{tot}}(s) = \frac{\text{Im} A(s, 0)}{s}. \quad (15)$$

В реакциях упругого  $pp$ -,  $pn$ -,  $K^+p$ -,  $K^+n$ -рассеяния (в отличие от  $\bar{p}p$ -,  $\bar{p}n$ -,  $K^-p$ - и  $K^-n$ -рассеяния) в  $s$ -канале нет резонансов, поэтому суммарный вклад в мнимую часть амплитуды всех полюсов Редже, за исключением вакуумного, согласно равенству (12) должен быть равен нулю.

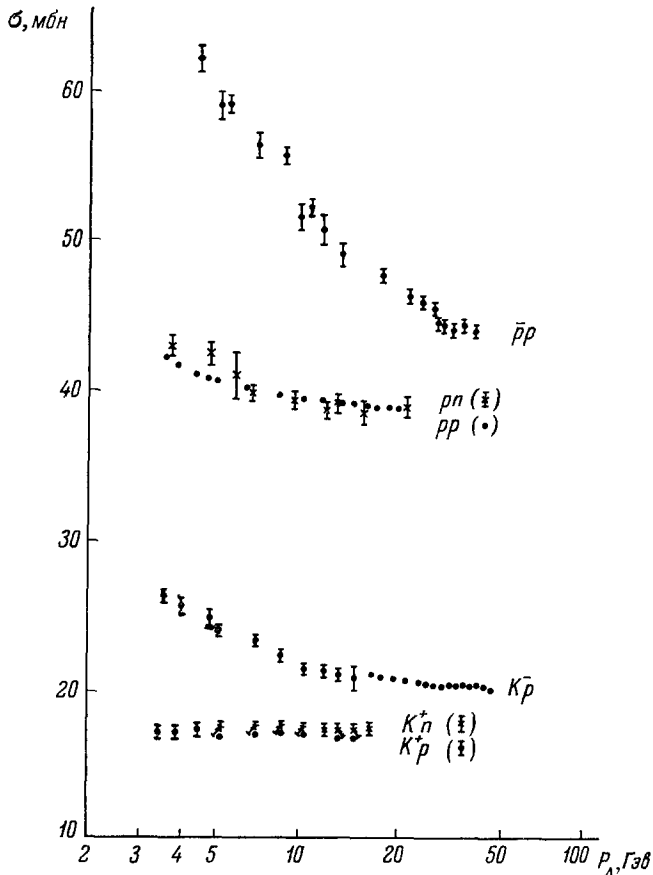


Рис. 9. Полные сечения  $K^+p$ -<sup>19</sup>,  $K^+n$ -<sup>19</sup>,  $pp$ -<sup>20</sup>,  $pn$ -<sup>21</sup>,  $K^-p$ -<sup>19,22</sup>,  $\bar{p}p$ <sup>19, 22</sup>-взаимодействий.

Следовательно, мнимая часть амплитуды этих реакций уже при сравнительно небольших энергиях определяется только вкладом вакуумного полюса, и полные сечения не должны зависеть от энергии и зарядового состояния сталкивающихся частиц, т. е.

$$\sigma_{\text{tot}}^{pp}(s) = \sigma_{\text{tot}}^{pn}(s) = \text{const}, \quad \sigma_{\text{tot}}^{K^+p}(s) = \sigma_{\text{tot}}^{K^+n}(s) = \text{const}. \quad (16)$$

Эти соотношения хорошо выполняются в эксперименте (рис. 9). С точки зрения полюсов Редже равенства (16) означают так называемое обменное

вырождение между различными полюсами

$$\alpha_\rho = \alpha_R, \quad \alpha_\omega = \alpha_f, \quad \beta_\rho = \beta_R, \quad \beta_\omega = \beta_f. \quad (17)$$

Действительно, рассмотрим, например, мнимую часть разности амплитуд  $pp$ - и  $pn$ -рассеяния, в которую при больших энергиях дают вклад только  $\rho$ - и  $R$ -полюсы Редже. В силу дуальности она равна нулю:

$$\text{Im} (A_{pp \rightarrow pp} - A_{pn \rightarrow pn}) = \beta_\rho(t) \left(\frac{s}{s_0}\right)^{\alpha_\rho(t)} - \beta_R(t) \left(\frac{s}{s_0}\right)^{\alpha_R(t)} = 0.$$

Отсюда следуют равенства (17) для  $\rho$ - и  $R$ -траекторий. Аналогично могут быть получены соотношения между  $\omega$ - и  $f$ -полюсами Редже. Как уже отмечалось выше, такое поведение траекторий хорошо согласуется с наблюдаемым спектром резонансов (см. рис. 2).

### III. МОДЕЛЬ ВЕНЕЦИАНО

#### 1. Основные свойства модели Венециано

Важную роль в развитии дуальных моделей сыграла работа Венециано <sup>1</sup>, в которой был предложен явный вид функции  $A(s, t)$ , обладающей свойствами аналитичности, кроссинг-симметрии и дуальности.

Рассмотрим полностью кроссинг-симметричную амплитуду реакции  $\pi^0\pi^0 \rightarrow \pi^0\pi^0$ . В нее дает вклад (за исключением вакуумного полюса)  $f$ -полюс Редже, траекторию которого, проходящую через  $f$ -мезон с массой  $m_f = 1250 \text{ Мэв}$  и  $I^P = 2^+$ , выберем в линейной форме (8). Тогда во всех каналах реакции будут резонансы, расположенные на  $f$ -траектории. Венециано <sup>1</sup> предложил следующее представление для амплитуды такого процесса:

$$A(s, t) = \frac{\beta}{\pi} [V(\alpha(s), \alpha(t)) + V(\alpha(u), \alpha(t)) + V(\alpha(s), \alpha(u))], \quad (18)$$

где

$$V(x, y) = \frac{\Gamma(1-x)\Gamma(1-y)}{\Gamma(1-x-y)} = (1-x-y) B(1-x, 1-y),$$

$\Gamma(x)$  — гамма-функция,  $B(x, y)$  — функция Эйлера,  $\beta$  — константа. Напомним некоторые свойства  $\Gamma$ -функции:

$$\Gamma(z+1) = z\Gamma(z).$$

Когда  $z$  — целое положительное число  $n$ ,  $\Gamma(n) = (n-1)!$ . Функция  $\Gamma(z)$  имеет простые полюсы при целых отрицательных значениях  $z$  и  $z=0$ . Формула  $\Gamma(1-z) = \pi/\sin \pi z \cdot \Gamma(z)$  связывает значения функции в области отрицательных и положительных  $z$ . Из нее, в частности, следует, что вычеты в полюсах  $\Gamma$ -функции при  $z = -n$  равны  $\frac{(-1)^n}{n!}$ . Когда

$|z| \rightarrow \infty$  и  $|\arg z| < \pi$ ,  $\Gamma(z) \simeq (2\pi)^{1/2} \exp \left\{ \left( z - \frac{1}{2} \right) \ln z - z \right\}$  (формула Стирлинга). Отсюда следует, что при  $|z| \rightarrow \infty$   $\frac{\Gamma(z)}{\Gamma(z+a)} \approx (z)^{-a}$ .

Представление (18) для амплитуды  $A(s, t)$  имеет следующие свойства:

- а) Аналитичность и кроссинг-симметрия.
- б) Полюсы в точках  $\alpha(x) = n$  ( $n = 1, 2, \dots$ ), возникающие из-за полюсов  $\Gamma$ -функций в формуле (18). Они соответствуют резонансам, расположенным на  $f$ -траектории и дочерних к  $f$  траекториях. Вычеты в этих полюсах являются полиномами степени  $n$  по другой независимой

переменной. Действительно,  $V(\alpha(s), \alpha(t))$  можно представить в виде

$$V(\alpha(s), \alpha(t)) = \sum_{n=1} \frac{\Gamma(1-\alpha(t))(-1)^n}{\Gamma(1-\alpha(t)-n)(n-1)!(\alpha(s)-n)} = \sum_n \frac{C_n(t)}{\alpha(s)-n}, \quad (19)$$

где  $C_n(t)$  — полином  $n$ -й степени по переменной  $t$ . Аналогичным образом записываются  $V(\alpha(s), \alpha(u))$ ,  $V(\alpha(u), \alpha(t))$ . Учитывая, что косинус

угла рассеяния  $z = \cos \theta_s$  согласно формуле (6) линейно связан с переменными  $t, u$ :  $z = 1 + \frac{2t}{s-4\mu^2} = -1 - \frac{2u}{s-4\mu^2}$ , получим, что вычет в полюсе при  $\alpha(s) = n$ ,  $C_n(t) + C_n(u)$  является полиномом по переменной  $z$ :

$$C_n(t) + C_n(u) = \begin{cases} C'_n(z), & n - \text{четное;} \\ C'_{n-1}(z), & n - \text{нечетное.} \end{cases}$$

Разлагая  $C'_n(z)$  по полиномам Лежандра, чтобы получить выражение для резонансов с определенными спинами (1), получим, что при  $\alpha(s) = n$  имеются резонансы со всеми четными значениями спина от 0 до  $n$ , расположенные на траекториях полюсов Редже. Структура резонансов изображена на рис. 10.

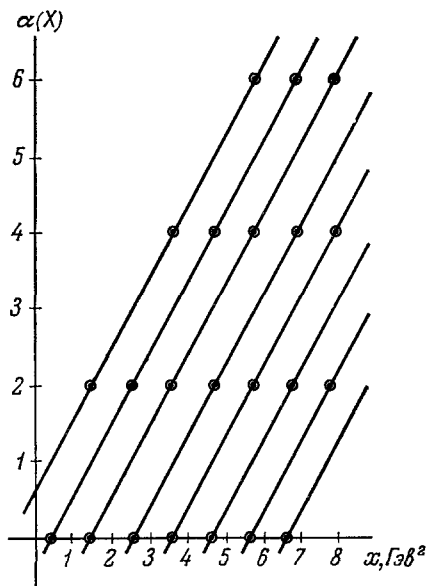


Рис. 10. Структура резонансов амплитуды  $\pi^0\pi^0 \rightarrow \pi^0\pi^0$  в модели Венециано.

в) Реджевская асимптотика во всей комплексной плоскости, за исключением вещественной оси. Покажем, что при  $|s| \rightarrow \infty, |\arg s| > 0$  амплитуда (18) имеет вид (5), соответствующий обмену полюсом Редже  $\alpha(t)$  в  $t$ -канале. Используя, что  $\Gamma(z)/\Gamma(z+a) \simeq (z)^{-a}$ ,

когда  $|z| \rightarrow \infty, |\arg z| < \pi$ , получим, что при фиксированном  $t$  и  $|s| \rightarrow \infty$

$$A(s, t) \approx \frac{\beta[\alpha(s)^{\alpha(t)} + \alpha(u)^{\alpha(t)}]}{\sin \pi \alpha(t)} \approx \frac{\beta(t)}{\sin \pi \alpha(t)} \left[ \left(\frac{s}{s_0}\right)^{\alpha(t)} + \left(\frac{u}{u_0}\right)^{\alpha(t)} \right],$$

где  $\beta(t) = \beta/\Gamma(\alpha(t))$ ,  $s_0 = u_0 = (\alpha')^{-1}$ .

Используя асимптотику  $\Gamma$ -функции, можно также получить, что при  $s \rightarrow \infty$  вдоль вещественной оси амплитуда (18) не обладает реджевским поведением:

$$A(s, t) = \beta(t) \left(\frac{s}{s_0}\right)^{\alpha(t)} \left[ \frac{1 + \cos \pi \alpha(t)}{\sin \pi \alpha(t)} + \text{ctg } \pi \alpha(s) + \left(\frac{s}{s_0}\right)^{1-\alpha(t)-\alpha(u)-\alpha(s)} \frac{\Gamma(\alpha(t))}{\sin \pi \alpha(s) \Gamma(1-\alpha(s)-\alpha(u))} \right]. \quad (20)$$

В частности, возникает член  $\text{ctg } \pi \alpha(s)$ , который приводит к появлению резонансов при  $\alpha(s) = n$ . Такое поведение естественно было ожидать, учитывая, что  $\text{Im } \alpha(x) = 0$  и резонансы являются бесконечно узкими — полюсами на вещественной оси.

г) Дуальность.  $V(\alpha(s), \alpha(t))$  можно представить в виде ряда по резонансам в  $s$ -канале или в  $t$ -канале:

$$V(\alpha(s), \alpha(t)) = \sum_n \frac{C_n(t)}{\alpha(s)-n} = \sum_k \frac{C_k(s)}{\alpha(t)-k}.$$

Аналогичные соотношения имеют место для остальных членов в формуле (18). В данном случае ситуация несколько сложнее, чем в случае  $K^- \pi^+$ -рассеяния, рассмотренном нами выше, так как в  $u$ -канале также имеются резонансы и полюсы Редже. Однако сущность понятия дуальности в модели Венециано проявляется очень четко.

Следует отметить, что указанные свойства а) — г) не однозначно определяют амплитуду. Сумма членов типа

$$\sum_{m, n, l} C_l^{m, n} \frac{\Gamma(m - \alpha(s)) \Gamma(n - \alpha(t))}{\Gamma(l - \alpha(t) - \alpha(s))}, \quad (21)$$

в которой  $m, n, l$  удовлетворяют условиям

$$n \geq 1, \quad m \geq 1, \quad l \geq \min\{m, n\}, \quad l < m + n, \quad C_l^{m, n} = C_l^{n, m},$$

имеет те же свойства, что и выражение (18). Можно показать<sup>23</sup>, что для линейных траекторий Редже любую дуальную амплитуду можно представить в виде суммы членов типа (21).

## 2. Учет условия унитарности

Основным недостатком модели Венециано является нарушение в ней условия унитарности. Это наиболее ярко проявляется в том, что резонансы имеют нулевую ширину, хотя для них возможен распад на более легкие частицы (например,  $f^0 \rightarrow 2\pi^0$ ). С этим же обстоятельством связано отсутствие у амплитуды (18) обычных пороговых точек ветвления и переджевское поведение (20) при вещественных  $s$ .

Простейший способ устранения этого противоречия — введение  $\text{Im } \alpha(x) \neq 0$ , что соответствует учету конечности ширины резонансов, расположенных на траектории  $\alpha(x)$ . В этом случае свойства аналитичности и кроссинг-симметрии выражения (18) сохраняются. В плоскости  $(s, t, u)$  возникают разрезы, начинающиеся в точке  $s = 4\mu^2$ , и у резонансов, расположенных на траекториях Редже, появляются отличные от нуля ширины. Кроме того, если  $\text{Im } \alpha(x) \rightarrow \infty$  при  $x \rightarrow \infty$  (но так, чтобы  $\frac{\text{Im } \alpha(x)}{\text{Re } \alpha(x)} \rightarrow 0$ ), то первые два члена в формулах (18), (20) дают правильную реджевскую асимптотику при всех  $s$ , в том числе и на вещественной оси<sup>\*</sup>):

$$A(s, t) = \beta(t) \left(\frac{s}{s_0}\right)^{\alpha(t)} \left[\frac{1 + \cos \pi \alpha(t)}{\sin \pi \alpha(t)} - i\right] = \beta(t) \left(\frac{s}{s_0}\right)^{\alpha(t)} \xi(\alpha(t)).$$

Некоторые трудности возникают с третьим членом в формуле (18). Оказывается, что он убывает при  $|s| \rightarrow \infty$  только при определенном характере поведения  $\text{Im } \alpha(s)$  при  $s \rightarrow \infty$ . Так, этот член экспоненциально убывает с ростом  $s$ , если  $\text{Im } \alpha(s) \sim \frac{s}{(\ln s)^v}$ ,  $v > 1$ , при  $s \rightarrow \infty$ <sup>24</sup>. Такой почти линейный рост  $\text{Im } \alpha(s)$ , как отмечалось выше, не противоречит экспериментальным данным. В этом случае ширина резонансов растет с ростом их массы и сумма вкладов этих широких, перекрывающихся резонансов приводит к гладкому (реджевскому) поведению амплитуды при больших  $s$ .

Недостатком такого подхода является то обстоятельство, что при  $\text{Im } \alpha(x) \neq 0$  вычеты в полюсах при  $\text{Re } \alpha(s) = n$  не являются больше полиномами по  $t$ , т. е. в амплитуду дают вклад состояния со всеми орбитальными моментами.

<sup>\*</sup>) При  $s \rightarrow \infty$  вдоль вещественной оси  $\text{ctg } \pi \alpha(s) \rightarrow -i$ .

Однако парциальные волны с  $l > n$  будут иметь значительную малость  $\sim \frac{\text{Im } \alpha}{\pi \text{Re } \alpha} \sim 10^{-2}$  по сравнению с  $l \leq n$ .

Введение  $\text{Im } \alpha(x)$  не решает проблему с условием унитарности, а лишь устраняет наиболее существенное противоречие. Покажем, что, например, в реакциях упругого рассеяния условие унитарности в модели Венециано нарушается и при  $\text{Im } \alpha(x) \neq 0$ . Мнимая часть амплитуды в физической области  $s$ -канала, как и ранее, определяется только вкладами резонансов в  $s$ -канале (свойство дуальности при  $\text{Im } \alpha(x) \neq 0$  сохраняется). Поэтому в реакциях упругого  $\pi^+\pi^+$ -,  $pp$ -,  $\pi^+K^+$ -рассеяния, где нет известных резонансов, амплитуды в физической области будут вещественными. Это, однако, противоречит оптической теореме (15), так как  $\sigma_{\text{tot}}(s) \neq 0$ . В данном случае эта проблема тесно смыкается с вопросом о месте полюса Померанчука в рамках дуальных моделей.

Таким образом, модель Венециано можно в лучшем случае рассматривать как первое приближение к реальной амплитуде и необходимо учитывать поправки, возникающие в силу условия унитарности. Поскольку в релятивистской квантовой теории при столкновении двух частиц возможно рождение произвольного числа частиц, в условии унитарности необходимо учитывать возможность переходов во все многочастичные состояния, разрешенные законами сохранения энергии-импульса.

### 3. О б о б щ е н и е м о д е л и В е н е ц и а н о н а м н о г о ч а с т и ч н ы е п р о ц е с с ы

С этой точки зрения значительным достижением рассматриваемого подхода явилось обобщение модели Венециано на амплитуды образования произвольного числа частиц<sup>25</sup>. Полученные представления обладают аналитичностью и кроссинг-симметрией по всем инвариантным переменным, имеют полюсы, отвечающие положению резонансов, расположенных на траекториях Редже. Когда энергия какой-либо пары частиц становится большой, такие амплитуды имеют реджевское поведение. Кроме того, амплитуды автоматически удовлетворяют требованию дуальности и соответствуют принципу бутстрапа<sup>5</sup> — все частицы могут рассматриваться как связанные состояния других частиц. Построение представления Венециано для произвольного числа внешних частиц позволило надеяться на создание теории, в которой это представление рассматривается как первое борновское приближение и учитываются все члены ряда теории возмущений, т. е. как двухчастичные, так и многочастичные состояния в условиях унитарности. При этом полюс Померанчука должен возникнуть в результате суммирования многочастичных членов условия унитарности. Построена графическая техника, аналогичная обычным графикам Фейнмана, позволяющая в принципе провести такую программу<sup>26</sup>. Однако при ее практическом осуществлении возникают значительные трудности (см., например, <sup>27, 28</sup>).

Для того чтобы представление Венециано можно было рассматривать как хорошее первое приближение к амплитуде рассеяния, необходимо, чтобы оно давало удовлетворительное описание амплитуды, т. е. поправки, связанные со следующими порядками теории возмущений по модели Венециано, были невелики.

Поскольку этот вопрос не может быть в настоящее время полностью выяснен теоретически, посмотрим, каково соответствие модели Венециано экспериментальным данным. Если она хорошо описывает эксперимент, то ее разумно рассматривать в качестве первого борновского приближения.

#### 4. Сравнение с опытом

Наиболее подробно обсуждалось применение модели Венециано к процессам рассеяния псевдоскалярных мезонов<sup>29</sup>. Оказалось, что простейшая форма модели Венециано (типа формулы (18)), которая практически не содержит свободных параметров, хорошо описывает спектр известных бозонных резонансов и ширины их распадов на  $\pi\pi$  и  $K\bar{K}$ . Единственным исключением является предсказываемый моделью резонанс  $\rho'$  с массой  $\sim 1250$  Мэв и квантовыми числами  $J^P, I^G = 1^-, 1^-$ , расположенный на дочерней  $\rho$ -траектории, который пока не обнаружен экспериментально. Интересно отметить, что между массами и константами связи резонансов возникают такие же соотношения, как в группе  $SU(6)$  или в модели кварков<sup>18</sup>. Кроме того, модель воспроизводит многие результаты, полученные ранее с помощью алгебры токов. Оказывается, что и в общем случае образования многих частиц имеется тесная связь между моделью кварков и моделью Венециано<sup>30</sup>. Кварки физически могут и не существовать, но тем не менее это удобное математическое понятие, естественно возникающее при построении дуальных амплитуд. Последнее обстоятельство весьма существенно, так как оно указывает, что внутренние симметрии сильно взаимодействующих частиц (типа  $SU(3)$ ,  $SU(6)$ ), по-видимому, являются динамическими и могут в значительной степени определяться требованием дуальности.

Полученные в модели Венециано амплитуды  $\pi\pi$ -рассеяния хорошо описывают всю совокупность известных в настоящее время данных о  $\pi\pi$ -взаимодействии — спектры  $\pi$ -мезонов в распадах  $K \rightarrow 3\pi$ ,  $\eta \rightarrow 3\pi$ ,  $K \rightarrow \pi\pi\pi$ , реакцию  $\pi N \rightarrow \pi\pi N$  вблизи порога и эту же реакцию при больших энергиях в предположении об однопионном обмене<sup>29, 31</sup>.

Менее ясная ситуация имеет место в процессах  $\pi N$ - и  $KN$ -рассеяния, в которых существуют резонансы (полюсы Редже) фермионного типа — с полуцелыми спинами. До сих пор не построено модели, которая бы хорошо описывала как данные о спектре барионных резонансов и о рассеянии при низких и средних энергиях, так и данные о рассеянии вперед и назад при высоких энергиях. Возможно, что это обстоятельство указывает на необходимость учета отклонений от линейности для фермионных траекторий (эти траектории, в отличие от бозонных, могут содержать члены пропорциональные  $\sqrt{x}$ ).

Модель Венециано неплохо описывает угловые и энергетические распределения частиц, образующихся в неупругих процессах, таких как  $K^-p \rightarrow \pi^- \pi^+ \Lambda$ <sup>32</sup>,  $K^+p \rightarrow K^0 \pi^+ p$ ,  $K^-p \rightarrow \bar{K}^0 \pi^- p$ ,  $\pi^- p \rightarrow K^0 K^- p$  и др. (при построении модели для амплитуд этих реакций авторы пренебрегали зависимостью от спинов барионов, т. е. рассматривали их как бесспиновые частицы).

#### 5. Заключение

Таким образом, сравнение модели Венециано с экспериментом указывает, что она может рассматриваться (во всяком случае, для процессов рассеяния псевдоскалярных частиц) как хорошее первое приближение к амплитуде рассеяния. Успех этой модели при описании эксперимента во многом связан со свойством дуальности, присущим представлению Венециано. Поэтому можно надеяться, что дальнейшее развитие моделей, основанных на принципе дуальности, повлечет за собой важные следствия для теории элементарных частиц.

Институт теоретической  
и экспериментальной физики,  
Москва

## ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. G. Veneziano, *Nuovo Cimento* **57A**, 490 (1968).
2. R. Dolen, D. Horn, C. Schmid, *Phys. Rev. Lett.* **19**, 402 (1967); *Phys. Rev.* **166**, 1768 (1968).  
C. Schmid, *Phys. Rev. Lett.* **20**, 689 (1968).
3. G. F. Chew, *Comments Nucl. Particle Phys.* **2**, 74 (1968).
4. M. Roos, C. Bricsman, A. Barbaro-Galtriet al., *Phys. Lett.* **33B**, 1 (1970).
5. М. Гелл-Манн, А. Розенфельд, Дж. Чу, УФН **83**, 695 (1964).
6. Я. А. Смородинский, УФН **84**, 3 (1964).
7. В. Б. Берестецкий, УФН **85**, 393 (1965).
8. Я. Б. Зелдович, УФН **86**, 303 (1965).
9. G. F. Chew, S. C. Frautschi, *Phys. Rev. Lett.* **8**, 41 (1962).
10. T. Regge, *Nuovo Cimento* **14**, 951 (1959).
11. В. Н. Грибов, ЖЭТФ **41**, 1962 (1961); **41**, 667 (1961); S. C. Frautschi, M. Gell-Mann, F. Zachariasen, *Phys. Rev.* **126**, 2204 (1962).
12. В. Б. Берестецкий, УФН **76**, 25 (1962).
13. К. А. Тер-Мартirosян, Вопросы физики элементарных частиц, вып. 5, Ереван, 1966, стр. 479.
14. Д. В. Ширков, УФН **102**, 87 (1970).
15. L. Igi, *Phys. Rev. Lett.* **9**, 76 (1962); K. Igi, S. Matsuda, *Phys. Rev. Lett.* **18**, 625 (1967); A. A. Logunov, L. D. Soloviev, A. N. Tavkhelidze, *Phys. Lett.* **24B**, 181 (1967).
16. D. Z. Freedman, J. M. Wang, *Phys. Rev. Lett.* **17**, 569 (1966); *Phys. Rev.* **153**, 1597 (1967).
17. R. Jengo, *Phys. Lett.* **28B**, 262 (1968); **28B**, 606 (1969).
18. H. Nagarai, *Phys. Rev. Lett.* **20**, 1395 (1968).
19. W. Galbraith, E. W. Jenkins, T. F. Kycia et al., *Phys. Rev.* **138B**, 913 (1965).
20. D. V. Bugg, O. C. Salter, G. H. Stafford et al., *Phys. Rev.* **146**, 980 (1966); K. J. Foley, R. S. Jones, S. J. Lindenbaum et al., *Phys. Rev. Lett.* **19**, 857 (1967).
21. J. Engler, K. Horn, J. Konig, *Phys. Lett.* **31B**, 669 (1970).
22. L. M. Vasiljev, Yu. P. Gorin, S. P. Denisov et al., Proc. of the XV International Conf. on High Energy Physics, Kiev, 1970.
23. N. N. Khuri, *Phys. Rev.* **185**, 1876 (1969); G. Tiktopoulos, *Phys. Lett.* **31B**, 138 (1970).
24. R. Z. Roskies, *Phys. Rev. Lett.* **21**, 1851 (1968).
25. K. Bardakci, H. Ruegg, *Phys. Lett.* **28B**, 342 (1968); M. A. Virasoro, *Phys. Rev. Lett.* **22**, 37 (1969); Chan-Hong-Mo, *Phys. Lett.* **28B**, 425 (1969); Chan-Hong-Mo, Tsou Sheung Tsun, *Phys. Lett.* **28B**, 485 (1969); C. J. Goebel, B. Sakita, *Phys. Rev. Lett.* **28B**, 489 (1969).
26. K. Kikkawa, B. Sakita, M. A. Virasoro, *Phys. Rev.* **184**, 1701 (1969); K. Bardakci, M. B. Halpern, J. A. Shapiro, *Phys. Rev.* **185**, 1910 (1969); D. Amati, C. Bouchiat, J. L. Gervais, *Nuovo Cimento Lett.* **2**, 399 (1969); C. B. Thorn, *Phys. Rev. D1*, 1693 (1970).
27. M. Jacob, Preprint CERN TH 1052.
28. G. Veneziano, Report at the XV International Conf. on High Energy Physics, Kiev, 1970.
29. C. Lovelace, *Phys. Lett.* **28B**, 264 (1968); J. Shapiro, *Phys. Rev.* **179**, 1345 (1969); K. Kawarabayasi, S. Kitakado, H. Yabuki, *Phys. Lett.* **28B**, 470 (1969); C. Lovelace, Preprint CERN TH 1041.
30. J. E. Paton, Chan-Hong-Mo, *Nucl. Phys.* **B10**, 516 (1969); S. Mandelstam, *Comments on Nucl. and Particle Phys.* **3**, 147 (1969).
31. R. G. Roberts, F. Wagner, *Phys. Lett.* **29B**, 368 (1969).
32. B. Peterson, N. A. Tornqvist, *Nucl. Phys.* **B13**, 629 (1969); Chan-Hong-Mo, R. O. Raitio, G. M. Thomas, N. A. Tornqvist, *Nucl. Phys.* **B19**, 173 (1970).