

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУКФИЗИКА НАШИХ ДНЕЙ

539.893

ЭКСТРЕМАЛЬНЫЕ СОСТОЯНИЯ ВЕЩЕСТВА
(сверхвысокие давления и температуры)*Д. А. Киржниц*

1. Введение. 2. Экстремальные состояния в природе и в лабораторных условиях. 3. Границы области экстремальных состояний. 4. Состояния электронной компоненты вещества. 5. Состояния ядерной компоненты вещества. 6. Экзотермические ядерные процессы. 7. Новые формы вещества.

1. ВВЕДЕНИЕ

Свойства вещества в состояниях с необычно высокой концентрацией энергии (такие состояния и соответствующие им внешние условия мы и будем называть экстремальными) всегда представляли значительный интерес в ряде разделов физики и смежных наук — астрофизики, геофизики, некоторых прикладных дисциплин. В последние годы исследования экстремальных состояний вещества приобрели особенно большое значение. Это связано с возникновением ряда важных практических задач (таких, как осуществление контролируемого термоядерного синтеза или получение сверхтвердых материалов), созданием новых методов реализации экстремальных условий, открытием в природе новых экстремальных состояний (нейтронное вещество в пульсарах) и т. д.

К числу экстремальных внешних условий относятся прежде всего высокие давления и высокие температуры, рассмотрением которых мы и ограничимся в этом обзоре. Соответствующая область на диаграмме «давление — температура» естественным образом разбивается на ряд отдельных участков, каждому из которых отвечает особое состояние или особые свойства вещества. Такое разбиение может быть осуществлено по разным признакам: по типу структурных единиц вещества (например, электронно-ядерная и нейтронная формы вещества), по характеру его агрегатного состояния (твердое тело, плазма), по роли взаимодействия и корреляций между частицами (идеальный и неидеальный, бозе-газ и ферми-газ), по характеру протекания ядерных процессов (термо- и пикноядерные реакции) и др.

В литературе имеется достаточно подробное описание каждого из таких состояний в отдельности. Однако общая систематизация и классификация экстремальных состояний проведена лишь частично — либо по-отдельности для высоких давлений и высоких температур, либо только по некоторым из перечисленных выше признаков (см., например, ¹⁻⁷). Цель настоящего обзора состоит в том, чтобы попытаться восполнить этот пробел и дать общее представление о структуре области

экстремальных состояний в целом. Основное внимание будет уделено описанию не отдельных экстремальных состояний, а их взаимосвязи и переходам между ними. В целях наглядности результаты приводятся в виде диаграмм «давление — температура» и «плотность — температура». Сразу же отметим, что переходы между экстремальными состояниями имеют в большинстве случаев непрерывный характер. Поэтому линии перехода на упомянутых диаграммах имеют условный качественный смысл и дают представление лишь о порядках величин.

Необходимо с самого начала оговориться, что под термином «вещество» в этом обзоре понимается макроскопическая протяженная среда. Поэтому из рассмотрения выпадут такие объекты, как атомное ядро, системы, возникающие при соударении частиц высоких энергий, и т. д., условия внутри которых в определенном смысле тоже можно было бы считать экстремальными.

В обзоре принят следующий план изложения. В разделе 2 содержатся сведения о природных объектах, вещество которых находится в экстремальном состоянии, а также о возможностях реализации экстремальных внешних условий, которыми располагает лабораторный эксперимент. В разделе 3 выделяется область давлений и температур, которая будет рассматриваться в обзоре. Раздел 4 посвящен классификации состояний электронной, а раздел 5 — ядерной компонент вещества. В разделе 6 рассматриваются различные режимы протекания экзотермических ядерных процессов. Наконец, в разделе 7 описываются превращения, которые приводят к возникновению новых форм вещества — нейтронной, позитронной, фотонной и т. п. В основном тексте обзора мы старались обходиться без формул; необходимые для построения диаграмм соотношения и их вывод содержатся в приложениях.

В обзоре приняты следующие единицы: давление P измеряется в мегабарах ($1 \text{ Мбар} = 10^{12} \text{ эрг/см}^3 \approx 10^6 \text{ атм}$), температура T — в электрон-вольтах ($1 \text{ эв} \approx 10^{-12} \text{ эрг} \approx 10^4 \text{ град}$), плотность ρ — в г/см^3 . Используются обозначения: m — масса электрона, M — масса нуклона, Z — атомный номер (или заряд иона), A — массовое число, n — концентрация электронов, N — концентрация ядер (ионов). Постоянная Больцмана принята равной единице.

По причинам, указанным в разделе 3, в обзоре не рассматривается область относительно низких давлений (ниже 10^2 Мбар) и температур (ниже 10 эв); точнее, см. кривую I на приводимом ниже рис. 1. Читателя, интересующегося этой областью, можно отослать к монографиям и обзорам¹⁻²¹.

2. ЭКСТРЕМАЛЬНЫЕ СОСТОЯНИЯ В ПРИРОДЕ И В ЛАБОРАТОРНЫХ УСЛОВИЯХ

На рисунке 1 указано несколько характерных объектов, вещество которых находится в экстремальном состоянии, а также отмечены области давлений и температур, доступные для исследования в условиях лабораторного эксперимента.

Возникновение экстремальных состояний в естественных условиях обязано главным образом силам тяготения. Эти силы, имеющие неэкранированный далекодействующий характер, сжимают вещество и, как следствие, разогревают его (непосредственно или в результате повышения вероятности ядерных процессов, идущих с выделением энергии). Поэтому характерные примеры экстремальных состояний следует искать в недрах Земли, в небесных телах, во Вселенной на ранних стадиях ее эволюции.

В центре Земли (точка *A* на рис. 1) давление достигает величины около 4 Мбар, плотность — $10\text{--}20 \text{ г/см}^3$, температура — около 0,5 эв^{17, 22}. В центре Солнца (точка *B*) мы имеем дело с давлением около 10^5 Мбар , плотностью около 10^2 г/см^3 , температурой около 10^3 эв ²³. Давления, доходящие до 10^{16} Мбар , и плотности до 10^9 г/см^3 реализуются в остывающих звездах — белых карликах^{24, 25}. Точка *B* отвечает типичным для сердцевинки белого карлика условиям — давлению 10^{10} Мбар , плотности — 10^6 г/см^3 , температуре 10^3 эв . Открытые недавно пульсары^{26–28} представляют собой пример объекта с рекордно экстремальными условиями. Отсылая за подробностями к концу раздела 7 (см. также рис. 9), укажем, что типичными для коры пульсара являются условия — давление 10^{18} Мбар , плотность 10^{11} г/см^3 , температура 10^4 эв (точка *Г*), для мантии *) — соответственно 10^{22} Мбар , 10^{14} г/см^3 , 10^4 эв (точка *Д*). Плотность вещества атомного ядра — $3 \cdot 10^{14} \text{ г/см}^3$ (точка *Е*). Подчеркнем, что данные, относящиеся к верхней части диаграммы, носят весьма ориентировочный характер и могут дать лишь общее представление о порядках величин.

Экстремальные состояния, реализуемые в лабораторных условиях, несмотря на достигнутые в этой области успехи, характеризуются существенно более скромными цифрами.

Статический метод получения высоких давлений, основанный на применении специальных механических устройств^{8–10}, дает возможность получать давления около 1/2 Мбар; в ближайшем будущем эта цифра, вероятно, дойдет до 1 Мбара. Одновременно со сжатием может быть осуществлено нагревание до температуры порядка 0,1 эв (область *a* на рис. 1). Динамические методы основаны на использовании мощных ударных волн взрыва^{11, 12}. Они дают возможность доходить до давлений в несколько десятков Мбар. Температура при этом достигает величины 1–10 эв (область *б*).

Методы, которые можно использовать для получения высоких температур, весьма разнообразны: мощный разряд в плазме, резонансный разогрев электромагнитным полем, инжекция в плазму предварительно ускоренных сгустков, разогрев с помощью лазеров и др.^{21, 29, 30}. К настоящему времени достигнуты температуры, превышающие 10^3 эв (область *в*).

3. ГРАНИЦЫ ОБЛАСТИ ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ СОСТОЯНИЙ

Выделим область давлений и температур, которая будет рассматриваться в обзоре.

При относительно низких давлениях и температурах вещество продолжает проявлять то исключительное многообразие своих форм, кото-

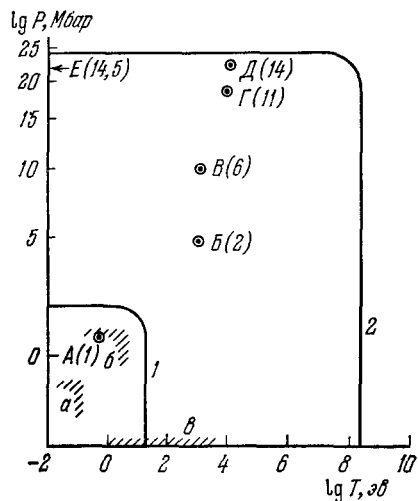


Рис. 1. Экстремальные состояния в природе и в лабораторных условиях. *A* — центр Земли, *B* — центр Солнца, *В* — центр белого карлика, *Г* — кора пульсара, *Д* — мантия пульсара, *Е* — ядерное вещество. Цифры в скобках указывают логарифм плотности (в г/см^3). Область *a* соответствует статическому, *б* — динамическому методам получения высоких давлений, *в* — методам получения высоких температур. Кривые 1 и 2 ограничивают рассматриваемую в обзоре область экстремальных состояний.

*) Мы используем геофизическую терминологию ввиду явного внешнего сходства строения пульсара и Земли.

рое присуще ему в холодном несжатом состоянии. Соответственно, характеристики вещества остаются весьма резкими и немонотонными функциями его состава. Классификация состояний вещества в этих условиях представляет собой сложную и громоздкую задачу, далеко выходящую за рамки этого небольшого обзора.

Однако с ростом давления или температуры вещество приобретает все более универсальную структуру, а его характеристики становятся все более гладкими функциями состава вещества. Эта явно выраженная тенденция связана с тем, что благодаря увеличению внутренней энергии вещества становится возможным определенное упорядочение и «упрощение» его структуры. Молекулы или молекулярные комплексы с ростом давления или температуры разрушаются и вещество переходит в чисто атомарное состояние. Электронные оболочки атомов перестраиваются, приобретая все более регулярное заполнение уровней. Одновременно происходит отрыв наружных электронов, определяющих химическую индивидуальность вещества. Наконец, если в процессе сжатия и нагревания вещество остается в твердом состоянии, то упорядочивается и его кристаллическая решетка. Проходя через серию структурных превращений, она становится все более плотно упакованной и преобращается в конечном счете единую для всех веществ (объемно-центрированную кубическую *) структуру.

Такая «универсализация» свойств вещества возникает, когда прирост его энергии в результате сжатия или нагревания становится больше характерных энергий упомянутых выше перестроек. По порядку величины эти энергии, в расчете на одну частицу, не превышают энергии наружных электронов атома $e^2/a_0 \sim 10 \text{ эв}$, где $a_0 = \hbar^2/me^2$ — борковский радиус электрона; соответствующая плотность энергии порядка $e^2/a_0^4 \sim 10^{11} \text{ эрг/см}^3$. Поэтому нижняя граница области универсального состояния вещества соответствует температуре порядка 10 эв и давлению порядка 10^2 Мбар (см. кривую 1 рис. 1 и приложение 1). Только при достаточном удалении от этой границы в сторону больших P или T и возможно сколько нибудь общее описание свойств вещества. Нужно оговориться, что имеется в виду универсальность на атомно-молекулярном уровне; она исчезает в тех случаях, когда существенна оболочечная структура атомного ядра.

Верхняя граница рассматриваемой ниже области определяется уровнем наших знаний, относящихся к физике высоких энергий. Мы примем, что прирост энергии в результате нагревания или сжатия не должен превышать величины порядка $Mc^2 \sim 1 \text{ Гэв}$ на частицу, т. е. ограничимся рассмотрением нерелятивистской относительно нуклонов области. При этом мы во всяком случае останемся ниже порога рождения таких гипотетических частиц, как кварки или промежуточные бозоны. При более высоких температурах или давлениях свойства вещества оказались бы радикально зависящими от того, существуют ли в действительности такие частицы.

Принятому нами значению прироста энергии $\Delta E \sim 1 \text{ Гэв}$ отвечает характерная длина $\hbar c/\Delta E \sim 2 \cdot 10^{-14} \text{ см}$ и плотность энергии порядка 10^{37} эрг/см^3 . Поэтому обсуждаемая верхняя граница определяется температурой порядка 10^9 эв и давлением порядка 10^{25} Мбар . Общий вид этой границы дается кривой 2 рис. 1 (см. приложение 1). За этой границей остаются условия на самых ранних стадиях эволюции Вселенной, в ряде коллапсирующих или проходящих катастрофические этапы своей эволюции небесных тел, а также, возможно, в ядрах массивных пульсаров.

*) Эта структура является наивыгоднейшей лишь при таких экстремальных условиях, когда электронные оболочки атомов прекращают свое существование.

Как видно из диаграммы рис. 1, реализуемые в лабораторном эксперименте условия в целом еще недостаточно экстремальны для перехода вещества в универсальное состояние. Поэтому наши представления о свойствах вещества в рассматриваемой ниже области основываются главным образом на теоретических соображениях, которые пока лишь в очень незначительной степени могут быть подтверждены с помощью экспериментов и наблюдений. Между тем возможности теоретического рассмотрения сильно ограничены необходимостью учета взаимодействия между частицами, а вблизи верхней границы рассматриваемой области мы не располагаем даже надежным теоретическим фундаментом из-за отсутствия последовательной теории сильных взаимодействий. По этой причине в физике экстремальных состояний имеется еще немало проблем, ждущих своего окончательного решения.

4. СОСТОЯНИЯ ЭЛЕКТРОННОЙ КОМПОНЕНТЫ ВЕЩЕСТВА

Пока вещество остается в обычной электронно-ядерной форме (об иных формах см. ниже, раздел 7), многие из его свойств определяются в основном электронами — наиболее легкими структурными единицами вещества. Классификации состояний электронной подсистемы и посвящен этот раздел.

Уже отмечалось, что при переходе через границу универсального состояния вещества (кривые 1 рис. 1 и 2) наружные электроны его атомов оказываются полностью обобществленными. Любое вещество, остающееся при таком переходе в твердом состоянии, обладает металлическими свойствами. На языке зонной теории «металлизация» вещества связана с уширением энергетических зон, в результате чего уровень Ферми электронов в конце концов неизбежно попадает внутрь разрешенной зоны. Для вещества, находящегося в закритическом газообразно-жидком состоянии, пересечение кривой 1 приводит к плазменному состоянию *). При не очень высоких температурах плазма будет сильно неидеальной и близкой по характеру движения ионов к обычной жидкости (см. раздел 5).

Остальные электроны атомов с не малым значением Z остаются вблизи кривой 1 в связанном состоянии. Большая их часть имеет энергию связи порядка $Z^{4/3}e^2/a_0$ и локализована в объеме порядка $Z^{-1}a_0^3$ (эти оценки возникают из модели Томаса — Ферми). Соответственно граница, где теряет связь с ядром большая часть электронов атома, определяется температурой порядка $Z^{4/3} \cdot 10 \text{ эв}$ и давлением порядка $Z^{10/3} \cdot 10^2 \text{ Мбар}$ (кривая 2

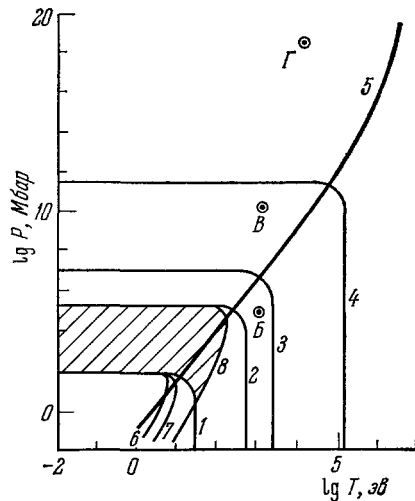


Рис. 2. Состояния электронной компоненты вещества.

1 — граница области универсальности (коллективизации внешних электронов), 2 — коллективизации большинства электронов ($Z = 10$), 3 — коллективизации внутренних электронов ($Z = 10$), 4 — граница релятивистской области, 5 — граница области вырождения, 6 — граница области квазиклассичности, 7 — граница применимости приближения самосогласованного поля, 8 — граница области идеальности (однородности) электронного газа. Заштрихована область применимости модели Томаса — Ферми.

*) Укажем, что степень ионизации на самой кривой 1 уже весьма велика¹. Аналогично, металлизация полупроводников, обладающих узкой запрещенной зоной, начинается существенно ниже этой кривой. Наоборот, такое вещество, как никель, по-видимому, сначала переходит в диэлектрическое состояние¹⁸ и лишь при давлении около тысячи Мбар окончательно превращается в металл^{18, 31}.

рис. 2). Остается рассмотреть еще наиболее сильно связанные с ядром ближайшие к нему электроны, энергия связи которых порядка $Z^2 e^2/a_0$ и объем их локализации $Z^{-3} a_0^3$. Эти электроны коллективизируются при температуре порядка $Z^2 \cdot 10$ эв или давлении порядка $Z^5 \cdot 10^2$ Мбар (кривая 3 на рис. 2). В результате вещество превращается либо в полностью ионизованную электронно-ядерную плазму, либо в идеальный металл, решетка которого построена из «голых» ядер.

Кривые 2 и 3 на рис. 2 изображены для значения Z , равного 10. Для произвольных Z их можно получить из кривой 1, считая, что по осям вместо P , T отложены величины $Z^{-10/3} P$, $Z^{-4/3} T$ (кривая 2) или $Z^{-5} P$, $Z^{-2} T$ (кривая 3).

При относительно низких давлениях и температурах движение электронов может считаться нерелятивистским. Эффекты теории относительности становятся заметными, когда прирост энергии в результате сжатия или нагревания достигает величины порядка mc^2 (соответствующая характерная длина \hbar/mc). Это отвечает давлению около 10^{11} Мбар и температуре около 10^5 эв (кривая 4 на рис. 2). Формулы, по которым построены кривые 1—4 этого рисунка, содержатся в приложении 1.

Динамическое описание электронной подсистемы удобно вести на языке характерных длин. Не считая боровского радиуса a_0 , имеются четыре такие длины. Это прежде всего среднее расстояние между электронами $d \sim n^{-1/3}$ (n — средняя концентрация электронов) и среднее расстояние между ядрами $D \sim Z^{1/3} d$. Далее, это де-бройлевская длина волны электрона $\lambda \sim \hbar/p$ (p — его средний импульс); при низких и высоких температурах имеем соответственно $\lambda \sim n^{-1/3}$ и $\lambda \sim \hbar/(mT)^{1/2}$. Наконец, это характерная длина неоднородности l , на протяжении которой распределение электронов в пространстве меняется заметным образом. Эта величина совпадает с радиусом электронного экранирования и выражается через уже введенные длины, $l \sim (a_0 d^3)^{1/2}/\lambda$; в холодном веществе $l \sim a_0^{1/2} n^{-1/6}$, в горячем $l \sim (T/e^2 n)^{1/2}$. Общие выражения для введенных длин, а также формулы, по которым построены упоминаемые ниже кривые, содержатся в приложении 2.

При разных соотношениях между характерными длинами мы приходим к различным состояниям электронной подсистемы. Неравенство $\lambda \ll d$ отвечает классическому (больцмановскому) электронному газу; при $\lambda \sim d$ имеет место состояние вырождения. Кривая, ограничивающая область $\lambda \sim d$, изображена на рис. 2 (кривая 5).

Условие $\lambda \ll l$ означает, что длина волны электрона мало меняется на протяжении ее самой. Это, как известно, соответствует условию квазиклассичности движения электронов. В обратном предельном случае поведение электронов носит существенно волновой характер. Соотношению $\lambda \sim l$ соответствует кривая 6 рис. 2.

При условии $\lambda \ll (a_0 d)^{1/2}$ или, что то же самое, $e^2 n^{1/3} \ll p^2/m$ энергия кулоновского взаимодействия пары электронов мала по сравнению с их кинетической энергией. Это, однако, еще не ведет к малости эффектов взаимодействия вообще. Дело в том, что имеется более сильное взаимодействие электронов с ядрами. Кроме того, из-за дальнего действия кулоновских сил электрон может взаимодействовать с большим числом своих соседей. Эти взаимодействия исчерпывающе описываются на языке средних величин, т. е. в рамках метода самосогласованного поля Хартри. Поэтому обсуждаемое неравенство фактически означает малость тех эффектов, которые не могут быть описаны в рамках приближения Хартри. Они носят название корреляционных эффектов и включают в себя наряду с обменными эффектами, связанными с принципом Паули, также и собственно корреляционные эффекты, описывающие отклонение истинного

взаимодействия от среднего (подробнее см.⁴). Кривая $\lambda \sim (a_0 d)^{1/2}$ приведена на рис. 2 (кривая 7).

При еще больших давлениях или температурах становятся несущественными и только что упомянутые эффекты электронно-ядерного и коллективного электрон-электронного взаимодействия. При этом электронный газ можно описывать формулами идеального газа, а его распределение в пространстве становится практически однородным *). Это происходит тогда, когда длина неоднородности l превышает наибольший параметр размерности длины; им оказывается среднее расстояние между ядрами D . Кривая $l \sim D$ для $Z = 10$ изображена на рис. 2 (кривая 8). Для произвольных значений Z ее можно получить из кривой 7, считая, что по осям отложены величины $Z^{-10/3}P$ и $Z^{-4/3}T$.

В области, где электронный газ идеален, уравнение состояния вещества имеет известный вид $P \sim \frac{\hbar^2}{m} n^{5/3}$ (нерелятивизм, область вырождения), $P \sim \hbar c n^{4/3}$ (ультрарелятивизм, область вырождения), $P \sim nT$ (больцмановская область). При более низких температурах и давлениях уравнение состояния меняется за счет эффектов кулоновского взаимодействия, вклада ядер и т. д. Однако для оценок можно продолжать пользоваться приведенными формулами.

Как видно из рис. 2, кривые 6 и 7 лежат вне области, которую мы рассматриваем в обзоре. Поэтому при описании электронной подсистемы можно пренебречь корреляционными и квантовыми (отражающими неточность квазиклассического приближения) эффектами и пользоваться моделью Томаса — Ферми. Это относится к заштрихованной на рисунке области; в остальной части интересующей нас области экстремальных состояний электроны можно рассматривать вообще как идеальный газ. Подробности, касающиеся изложенных в этом разделе вопросов, можно найти в работах ^{1, 32}, результаты численных расчетов — в работе ³³.

На рисунке 2 отмечены также несколько характерных объектов, перенесенных с рис. 1. Мы видим, что электроны в центральной части Солнца образуют нерелятивистский идеальный газ, который можно считать классическим, хотя и не очень далеким от состояния вырождения. Атомы водорода, составляющего преобладающую компоненту вещества Солнца, полностью ионизованы, а атомы более тяжелых элементов могут сохранять еще некоторую долю электронов. В центральной части белых карликов электронный газ идеален и вырожден. Релятивистские эффекты играют заметную роль. Вещество в этих условиях состоит из электронов и «голых» ядер. То же относится и к веществу в коре пульсаров, где электронный газ может считаться ультрарелятивистским.

5. СОСТОЯНИЯ ЯДЕРНОЙ КОМПОНЕНТЫ ВЕЩЕСТВА

От состояния ядерной подсистемы зависят ответы на два важных вопроса — об агрегатном состоянии вещества и о характере протекания ядерных процессов. Первый из них будет рассмотрен в этом, второй — в следующем разделе.

При высоких температурах, когда тепловая энергия велика по сравнению с кулоновской, вещество представляет собой плазму, близкую по своим свойствам к идеальному газу. По мере уменьшения температуры или роста давления (последнее ведет к уменьшению среднего расстояния

*) Отсылая за подробностями к приложению 2, отметим, что в области однородности значительная часть электронов может еще находиться в связанном состоянии (кривая 8 лежит внутри кривой 2).

между ядрами) роль кулоновского взаимодействия между ядрами возрастает. По этой причине энергетически выгодным оказывается упорядочение ядерной подсистемы — переход вещества в кристаллическое состояние (по другую сторону линии перехода в кристаллическое состояние мы будем иметь дело с жидкоподобной плазмой⁵⁾). В частности, при нулевой температуре (и при не слишком малых и не слишком больших давлениях) всякое вещество будет находиться в твердом состоянии³⁴⁻³⁷.

Ограничимся рассмотрением вещества, содержащего ядра одного сорта, и для простоты пренебрежем изменением эффективного заряда иона в области внутри кривой 3 рис. 2. Чтобы сделать рассмотрение единым для всех элементов, будем исходить из естественных «ядерных» единиц плотности и температуры $—AM/A_0^3$ и Z^2e^2/A_0 , где $A_0 = \hbar^2/AMZ^2e^2$ — боровский радиус ядра, и введем «приведенные» величины

$$\rho^* = \rho Z^{-6} A^{-4}, \quad T^* = TZ^{-4} A^{-1},$$

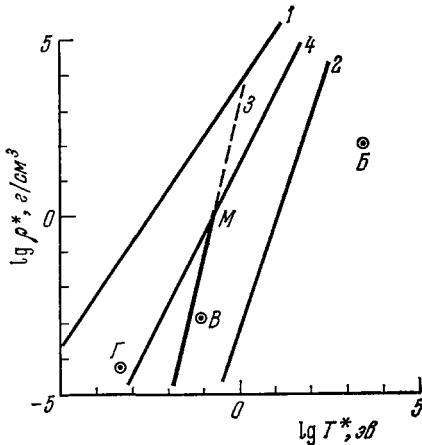


Рис. 3. Состояния ядерной компоненты вещества.

1 — граница области вырождения ядер, 2 — граница области идеальности, 3 — кривая плавления, 4 — граница области, в которой решетка может считаться классической.

\hbar/p (p — средний импульс ядра) и длиной неоднородности $L \sim (A_0 D^3)^{1/2}/\Lambda$, совпадающей с радиусом дебаевского экранирования плазмы. Как и в случае электронов, линия, отделяющая бoльцмановскую область от области вырождения ядер (см. кривую 1 на рис. 3 и приложение 3), определяется условием $D \sim \Lambda$.

Роль эффектов кулоновского взаимодействия в плазме определяется относительной величиной длин D и L . Кривая $D \sim L$ изображена на рис. 3 (кривая 2). Укажем, что кривые этого рисунка не имеет смысла продолжать в область больших температур и давлений, так как легкие ядра (водород, гелий) в этой области «выгорают» (см. ниже, раздел 6), а для более тяжелых ядер мы уже попадаем в релятивистскую относительно нуклонов область, исключенную из рассмотрения в этом обзоре.

Интересующая нас линия фазового перехода в кристаллическое состояние должна лежать левее кривой 2, т. е. в области, где кулоновские эффекты играют важную роль. Если и плазма и возникающий из нее кристалл могут считаться классическими объектами, то уравнение для кривой плавления не должно содержать постоянной Планка. Имеется всего только одна комбинация характерных длин, которая, будучи безразмерной, не содержит \hbar . Это — отношение D/L . Очевидно поэтому, что уравнение кривой плавления должно иметь вид $D/L = \text{const}$. Величина этой константы для сильно сжатого вещества близка к 10. Это соответствует кулоновской энергии $Z^2e^2N^{1/3}$, на два порядка большей тепловой энергии

на языке которых описание будет иметь универсальный характер. Однако для давления, которое определяется в основном электронной подсистемой, такая автомодельность уже не будет иметь места. Поэтому нам придется иметь дело с диаграммой «плотность—температура».

В плазменном состоянии ядерная подсистема описывается следующими характерными длинами: средним расстоянием между ядрами $D \sim N^{-1/3}$ ($N = n/Z$ — средняя концентрация ядер), де-бройлевской длиной волны ядра $\Lambda \sim$

T^*). Подчеркнем, что сказанное в точности соответствует известному критерию Линдемана: на кривой плавления отношение δ_m средней амплитуды колебаний ядер к среднему расстоянию между ядрами есть постоянная величина (см. ^{15, 17}). В нашем случае $\delta_m \approx 1/4$ ³⁸.

Линия фазового перехода изображена на рис. 3 (кривая 3). Хотя она и лежит правее кривой 1, определяющей границу области классической плазмы, тем не менее исходные предположения о применимости классической статистики справедливы не на всем протяжении кривой 3. Дело в том, что характер движения ядер в кристалле существенно иной.

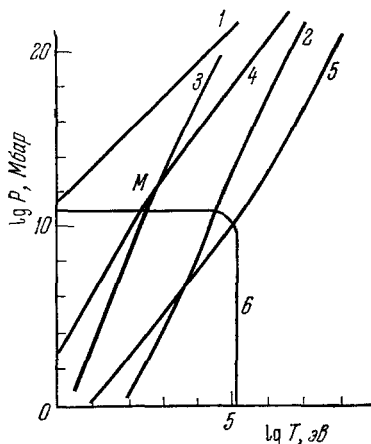


Рис. 4. То же в координатах P , T для углерода.

5 — граница области вырождения электронов, б — граница области релятивизма электронов.

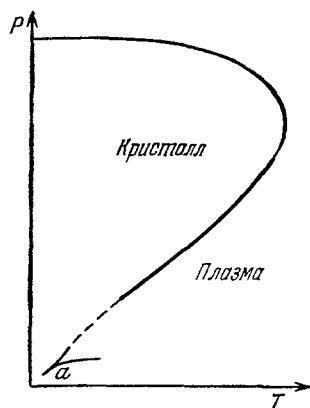


Рис. 5. Примерный вид фазовой диаграммы.

а — тройная точка.

чем в плазме. Иным будет и критерий применимости статистики Больцмана: амплитуда нулевых колебаний ядер должна быть малой по сравнению с полной амплитудой, включающей и тепловые колебания. Этот критерий сводится к очевидному условию $\hbar\omega_D \ll T$, где ω_D — дебаевская частота. В рассматриваемых нами условиях $\omega_D \approx 0,45\omega_0$, где $\omega_0 = (4\pi NZ^2e^2/AM)^{1/2}$ — плазменная частота ядер ⁴⁰. Кривая $\hbar\omega_D \sim T$ изображена на рис. 3 (кривая 4). Точка пересечения M кривых 3 и 4 ограничивает достоверный участок кривой плавления, изображенный жирной линией. Мы приводим также диаграмму «давление — температура» для $Z = 6$, $A = 12$ (рис. 4), аналогичную диаграмме рис. 3.

Для грубо качественного описания хода кривой плавления в квантовой области можно использовать критерий Линдемана и известные формулы для квантового осциллятора ³⁴. Это сделано в приложении 3. по результатам которого построена диаграмма рис. 5. На этом же рисунке изображена обычная фазовая диаграмма с тройной точкой.

Квантовые эффекты приводят к загибу кривой плавления в сторону высоких давлений и низких температур, что в свою очередь ведет к появлению предельных значений температуры, плотности и давления, выше которых кристаллическое состояние невозможно. Остановимся подробнее на эффекте «холодного плавления», который в принципе должен иметь

*) Изменение плотности при фазовом переходе, совершающемся при постоянном давлении, в рассматриваемых условиях совершенно ничтожно (не более сотой доли процента; см. ³⁸). Это позволяет использовать плотность как однозначную переменную.

место и при нулевой температуре (именно этим эффектом объясняется существование жидкого гелия при низких температурах и атмосферном давлении; см. приложение 3). Холодное плавление происходит за счет нулевых колебаний ядер: энергия таких колебаний $\hbar\omega_D \sim N^{1/2}$ при достаточно высоких сжатиях превышает кулоновскую энергию связи решетки, пропорциональную $N^{1/3}$. Надежному описанию этого явления препятствует чрезвычайно резкая зависимость плотности плавления ρ_m от константы Линдемана $\rho_m \sim \delta_m^{12}$, тем более, что сама эта константа оказывается в сильной степени непостоянной⁴¹. Имеющиеся в литературе оценки дают для ρ_m^* значения, лежащие в диапазоне $10^3 - 10^8$ г/см³^{35, 40, 42-44}. Исключая самые легкие ядра, неясна даже относительная величина ρ_m и ядерной плотности. Поэтому вопрос о самой реальности рассматриваемого явления остается до сих пор открытым.

В заключение этого раздела остановимся на некоторых астрофизических приложениях. На рис. 3 нанесены точки, отвечающие условиям в центре Солнца (водород), в центре типичного белого карлика (углерод), в коре пульсара (железо). Из рисунка видно, что вещество Солнца находится в плазменном состоянии, вещество белого карлика — в состоянии, близком к кристаллизации³⁴, вещество коры пульсара — в состоянии твердого тела⁴⁵. Сказанное относится, разумеется, только к принятым нами типичным условиям; нет основания, например, сомневаться в существовании холодных твердых белых карликов.

Имеется интересное объяснение существования линейных последовательностей белых карликов на диаграмме «светимость — температура поверхности»³⁹. В соответствии с этим объяснением каждой линии диаграммы отвечает кристаллизация вещества белого карлика с определенным химическим составом. Напомним два важных свойства процесса кристаллизации: а) давление и температура, при которых происходит кристаллизация, связаны жестким соотношением — уравнением кривой плавления, б) из-за выделения скрытой теплоты температура и давление в процессе кристаллизации остаются постоянными во времени. Из свойства а) следует, что однозначной будет связь и светимости с температурой поверхности, вследствие чего на диаграмме возникнет именно линейная последовательность. Скрытая теплота, выделяющаяся в процессе кристаллизации вещества белого карлика, имеет относительно большую величину³⁴; по оценкам, сделанным в работе³⁹, она составляет порядка T на ядро. Поэтому интервал времени кристаллизации, в продолжение которого наблюдаемые характеристики белого карлика не изменяются, также оказывается относительно большим. По этой причине наблюдать белые карлики в процессе их остывания вероятнее всего именно во время их кристаллизации. Полученные в работе³⁹ теоретические зависимости «светимость — температура поверхности» согласуются с наблюдениями при разумном предположении о составе белых карликов.

Наличием твердой коры пульсаров объясняются резкие изменения угловой скорости их вращения. По мере замедления вращения в коре накапливаются сдвиговые напряжения и время от времени происходит разлом коры — «звездотрясение», приводящий к изменению момента инерции пульсара. Основываясь на этой картине и на величине времени релаксации угловой скорости, удалось с достаточной убедительностью показать, что нейтронное (протонное) вещество в мантии пульсара находится в сверхтекучем (сверхпроводящем) состоянии^{27, 28, 47, 48} (об общей проблеме сверхпроводимости и сверхтекучести во Вселенной см. обзор Гинзбурга⁴⁷).

Плотность в твердой коре пульсара может быть столь большой, что энергия связи решетки, равная для объемно-центрированной кубической

решетки $1,45 Z^2 e^2 N^{1/3}$ (в расчете на одно ядро) ⁴⁰, может оказаться порядка сотен *Мэв*. В этих условиях можно ожидать сильного влияния решетки на ядерные свойства вещества. Можно, например, думать, что фрагментация ядер, ведущая к дроблению заряда, — деление, α -распад — окажется невыгодной. В самом деле, она означала бы переход к состоянию, более близкому к однородной плазме, и сопровождалась бы проигрышем в энергии связи решетки; так, для деления на два равных осколка в предыдущей формуле нужно заменить Z на $Z/2$, N — на $2N$ и ввести фактор 2 (из-за увеличения общего числа ядер), в результате чего энергия связи уменьшится по абсолютной величине в $2^{2/3}$ раза. По этой причине сверхтяжелые ядра, для которых фрагментация является основным источником их неустойчивости, могли бы оказаться устойчивыми в условиях коры пульсара. Вообще эффекты кристаллической решетки ведут к уменьшению кулоновской энергии ядра и к укрупнению ядер в коре пульсара, увеличивая равновесные значения их массового числа и заряда по крайней мере в полтора раза ⁶².

6. ЭКЗОТЕРМИЧЕСКИЕ ЯДЕРНЫЕ ПРОЦЕССЫ

Когда температура или давление становятся достаточно большими, в веществах в заметных масштабах начинают происходить экзотермические (идущие с выделением энергии) ядерные превращения. Важность этих процессов, не говоря уже о термоядерном синтезе в земных условиях, определяется тем, что они служат основным источником энергии звезд (в том числе Солнца), представляют собой существенный фактор эволюции небесных тел и, наконец, формируют химический состав вещества. Характерными примерами экзотермических реакций могут служить превращения $4p \rightarrow \text{He}^4$ и $3\text{He}^4 \rightarrow \text{C}^{12}$; первое из них осуществляется по схеме углеродного или водородного цикла.

Хотя рассматриваемые реакции и идут с выделением энергии, для их протекания с заметной скоростью необходимо, чтобы внешние условия были в достаточной степени экстремальными. Это нужно для преодоления кулоновского барьера, препятствующего сближению ядер-реактивов. При нагревании вещества проникаемость барьера растет в результате увеличения относительной энергии реактивов, при сжатии — в результате искажения (сужения) самого барьера. Этим двум режимам протекания ядерных реакций, называемым соответственно термо- и пикноядерным, соответствуют и различные кинетические механизмы реакции. Скорость термоядерной реакции, протекающей в плазме, наряду с фактором проникновения через барьер, определяется числом партнеров, встреченных данным ядром в единицу времени при его движении внутри вещества. Скорость пикноядерной реакции, протекающей в конденсированном веществе, определяется числом сближений ядер-реактивов, колеблющихся около соседних положений равновесия, в единицу времени, т. е. частотой таких колебаний. Детальная классификация режимов ядерных реакций при различных температурах и давлениях и составляет содержание этого раздела (см. ^{44, 49}).

Ограничимся для простоты рассмотрением вещества, состоящего из ядер одного сорта, которые и вступают в реакцию друг с другом *). При относительно высоких температурах и низких плотностях, когда плазма мало отличается от идеального газа, фактор проникновения через

*) В общем случае в приводимых ниже формулах нужно сделать замену Z^2 на $Z_1 Z_2$ и A на $2A_1 A_2 / (A_1 + A_2)$, где Z_1, A_1 и Z_2, A_2 — параметры ядер-реактивов. По поводу реакций между примесными ядрами см. ^{34, 51, 49}.

барьер почти совпадает с соответствующим выражением для пары изолированных ядер:

$$\exp(-\tau^{1/3}), \quad \tau = \frac{27\pi^2}{4} \frac{Z^2 e^2}{A_0 T} \sim 1/T^*$$

(см., например, ⁵⁰). В предположении $\tau \gg 1$ (иначе вещество слишком быстро выгорит) эффективная энергия реагирующих ядер (энергия гамовского пика) лежит на хвосте максвелловского распределения $T_{эфф} \sim \tau T \gg T$. Из-за малости среднего расстояния между ядрами по сравнению с радиусом Дебая влияние остального вещества сводится к появлению в показателе экспоненты малой поправки, отражающей эффект экранирования кулоновского взаимодействия теми частицами, которые не участвуют в реакции. Это так называемый термоядерный режим со слабым экранированием. Соответствующая область лежит правее кривой 1 на рис. 6, совпадающей с кривой 2 рис. 3 и отвечающей условию $D \sim L$.

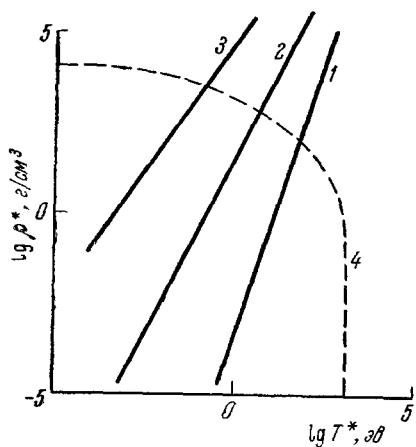


Рис. 6. Режимы экзотермических ядерных реакций.

1 — граница между термоядерными режимами с сильным и слабым экранированием, 2 — граница между термоядерным режимом с сильным экранированием и пикноядерным режимом с горячими ядрами, 3 — граница собственно пикноядерного режима, 4 — примерный вид «порога» для водородной реакции.

зывалось, эффективная энергия сталкивающихся ядер $T_{эфф}$ значительно превышает реальную температуру системы. Поэтому в действительности кулоновские эффекты станут существенными с точки зрения кинетики реакции, когда D окажется величиной порядка эффективного радиуса Дебая, получающегося из обычного выражения заменой T на $T_{эфф}$. Этим и определяется левая граница рассматриваемой области (см. кривую 2 рис. 6 и приложение 3); эта кривая совпадает с кривой 4 рис. 3. Обсуждаемый режим носит название термоядерного режима с сильным экранированием. Коэффициент проникновения для этого режима сильно изменен эффектами экранирования; его выражение приведено в работе ⁴⁹.

При еще более низких температурах «замороженными» можно считать и ядра-реагенты. Определяющую роль при этом начинают играть колебания ядер около положений равновесия. Пока $T_{эфф}$ велико по сравнению с $\hbar\omega_D$ (см. раздел 5), эти колебания имеют в основном тепловой характер. Это — пикноядерный режим с горячими ядрами. Левая граница рассматриваемой области определяется условием $\hbar\omega_D \sim T_{эфф}$ (см. кривую 3 и приложение 3).

Наконец, левее этой кривой мы попадаем в область собственно пикноядерного режима ^{52, 53, 44, 49}, где реакция идет за счет нулевых колебаний

При переходе через эту границу эффекты кулоновского взаимодействия в плазме становятся значительными, и мы попадаем в область жидкоподобной плазмы, а после пересечения кривой 3 рис. 3 — в область твердого тела. Однако различие между этими состояниями с интересующей нас точки зрения несущественно, так как для ядерных реакций важен только ближний порядок. Переход вещества в конденсированное состояние сильно сказывается на виде потенциала взаимодействия между ядрами, но сами они еще далеко за границей рассматриваемой области могут считаться в определенном смысле свободными. Дело в том, что, как уже ука-

ядер. При достаточно высоких сжатиях реакция может идти и при равной нулю температуре в результате сужения кулоновского барьера до ширины порядка $D \sim N^{-1/3}$. Соответствующий фактор проникновения имеет вид

$$\exp(-\chi), \quad \chi \simeq 2,8/(A_0 N^{1/3})^{1/2} \sim \rho^{*-1/6},$$

где, как и ранее, мы должны считать $\chi \gg 1$.

Хотя рассматриваемые реакции и не имеют порога в точном смысле этого слова, заметный выход реакции возникает лишь при достаточно высоких температурах или давлениях. Для водородной реакции это $T \sim 10^2 - 10^3$ эв или $\rho \sim 10^4 - 10^5$ г/см³, для гелиевой реакции температура повышается до 10^4 эв. При совместном действии нагревания и сжатия соответствующую границу можно было бы найти из приведенных в работе ⁴⁹ громоздких выражений для фактора проникновения при всех перечисленных режимах. Мы ограничимся приведением чисто качественной кривой для водородной реакции (кривая 4 рис. 6).

Укажем в качестве примера, что ядерные реакции в недрах Солнца и подобных ему звезд идут в режиме термоядерной реакции со слабым экранированием; это прямо видно из диаграммы рис. 3.

В заключение этого раздела кратко остановимся на важных с точки зрения «земных» приложений реакциях $d + d \rightarrow T + p$ (или $\rightarrow \text{He}^3 + n$) и $d + T \rightarrow \text{He}^4 + n$. Эти реакции, в отличие от рассмотренной выше водородной реакции, идут за счет сильного взаимодействия и по этой причине их чисто ядерное сечение на двадцать порядков больше сечения водородной реакции, протекающей за счет слабого взаимодействия. Однако «пороговая» температура и «пороговая» плотность для этих реакций сравнительно близки (в логарифмическом смысле) к указанным на рис. 6 значениям. Это связано с резкой зависимостью фактора проникновения от T^* и ρ^* . Отметим, что предложенный в свое время Я. Б. Зельдовичем и А. Д. Сахаровым мюонный катализ рассматриваемых реакций мог бы рассматриваться как своеобразный способ «сжатия» вещества; поскольку радиус мезоатома примерно в 200 раз меньше радиуса обычного атома, речь идет об увеличении эффективной плотности почти на семь порядков.

7. НОВЫЕ ФОРМЫ ВЕЩЕСТВА

Конечный результат процессов, рассмотренных в предыдущем разделе, состоял лишь в перегруппировке нуклонов, приводящей к переходу одних ядер в другие. При этом не происходило изменения структурного состава вещества на уровне элементарных частиц и возникновения новых его форм *). Между тем такого рода превращения при достаточно высоких температурах и давлениях неизбежны и играют важную роль в астрофизике.

Начнем с простейшего процесса — появления при высоких температурах равновесного теплового излучения, как отдельной компоненты вещества, вносящей заметный вклад в его энергию, давление и т. п. Используя для давления излучения известную формулу $P \sim T^4/\hbar^3 c^3$ (см. кривую 1 на рис. 7), легко видеть, что вблизи этой кривой фотонная компонента вещества вносит в давление большой и даже определяющий вклад.

Очень близкую картину можно было бы получить для нейтринной компоненты вещества. Однако нейтрино уходят из объема небесных тел

*) Мы отвлекаемся от возникновения в результате водородной реакции нейтрино и позитронов, которые либо уходят из вещества, либо аннигилируют. Поэтому они во всяком случае не образуют новой формы вещества.

и могли бы играть роль как особая компонента вещества лишь на ранних этапах эволюции Вселенной (см. ²).

Переходим к процессу рождения электронно-позитронных пар и к возникновению позитронной компоненты вещества. Этот процесс имеет эндотермический характер (соответствующий порог — $2mc^2 \approx 1 \text{ Мэв}$). Как видно из результатов приложения 4, при $T \gg mc^2$ выражение для давления позитронов практически то же что и для излучения, а при $T < 2mc^2$ возникает экспоненциальный пороговый фактор $\exp(-2mc^2/T)$. Граница области, где давление позитронов существенно, дается кривой 2 рис. 7. Мы не приводим на рисунке соответствующих кривых для рождения мюонных, барионных и других пар, которым отвечают более высокие пороги.

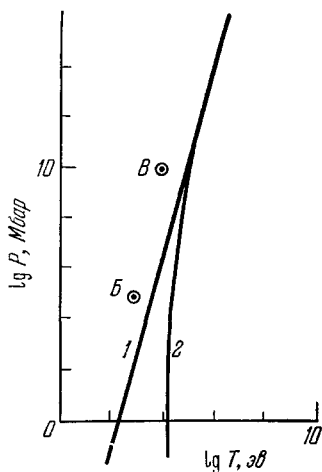


Рис. 7. Фотонная и позитронная компоненты вещества.

1 — давление фотонной, 2 — позитронной компонент.

Перечисленные процессы характеризуются тем, что для их протекания необходимо термическое возбуждение системы. Соответственно при малых температурах эти процессы имеют ничтожно малую интенсивность. К их числу относится и термическая диссоциация ядер, в частности, ядер наиболее устойчивого изотопа Fe^{56} . Эта реакция сводится к превращениям $\text{Fe} \rightarrow 13\text{He}^4 + 4n$, $\text{He}^4 \rightarrow 2p + 2n$ и ведет к появлению нейтронной компоненты вещества.

На рис. 8 мы приводим заимствованную из работы ⁵⁴ (см. также ²) диаграмму. Кривая 1 отвечает половинной диссоциации железа, кривая 2 — гелия.

Важнейший тип превращения, идущего и в холодном веществе, — это его нейтронизация, т. е. захват ядром электрона с превращением внутриядерного протона в нейтрон. Эта реакция идет по схеме $(A, Z) + e^- \rightarrow (A, Z-1)$. Поскольку исходное ядро считается стабильным, а возникающее нейтронно-избыточное ядро имеет более высокую энергию, процесс нейтронизации эндотермичен и имеет порог $\Delta Mc^2 = (M_{Z-1}^A - M_Z^A) c^2$. Необходимая для преодоления порога энергия черпается в холодном веществе *) из гравитационного источника: силы тяготения сжимают звезду, увеличивают энергию Ферми электронов и «разгоняют» их до нужной энергии. При высоких температурах нейтронизация идет за счет увеличения тепловой энергии электронов и связана с обычным механизмом химического равновесия. Нейтронизация вещества посвящена довольно обширная литература (см., например, ^{1-3, 55-59}). Однако многие относящиеся сюда вопросы еще требуют своего количественного решения вследствие несовершенства существующих методов описания многонуклонных и, в особенности, содержащих еще более тяжелые частицы систем. Поэтому мы ограничимся

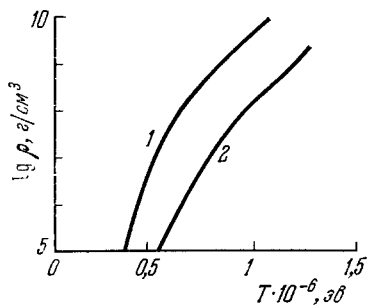


Рис. 8. Тепловая диссоциация «железо — гелий — нуклоны».

1 — кривая половинной диссоциации железа, 2 — гелия.

*) Термин «холодное» весьма условен и относится к температурам, низким по сравнению с ΔMc^2 .

ниже несколькими замечаниями и небольшим числом количественных оценок. Последние, за немногими исключениями, носят весьма ориентировочный характер.

Порог нейтронизации определяется формулой $\rho \sim \frac{Mc^3}{\hbar^3} [(\Delta M)^2 - m^2]^{3/2}$. Соответствующее значение давления при $\Delta M \gg m$ имеет вид $P \sim \frac{c^5 (\Delta M)^4}{\hbar^3}$ (см. приложение 4). Укажем в качестве примера, что пороговые значения плотности и давления составляют: для перехода $C_{12}^{12} \rightarrow B_{13}^{12}$ соответственно $4 \cdot 10^{10} \text{ г/см}^3$ и $6 \cdot 10^{16} \text{ Мбар}$, для перехода $Si_{14}^{28} \rightarrow Al_{13}^{28}$ $2 \cdot 10^9 \text{ г/см}^3$ и $8 \cdot 10^{14} \text{ Мбар}$.

При давлениях выше порогового возникнут «перегруженные» нейтронами ядра. Вплоть до плотности около 10^{11} г/см^3 и давления порядка 10^{18} Мбар эти ядра сохраняют свое массовое число и происходит лишь уменьшение их заряда. Это связано с тем, что нестабильность таких ядер вне вещества проявлялась бы в их β -распаде. Однако в веществе такой распад невозможен из-за высокой границы Ферми электронов. При больших плотностях и давлениях становится выгодным развал ядер с освобождением их от излишних нейтронов. При этом возникает самостоятельная нейтронная компонента вещества. При еще больших плотностях (предположительно около $5 \cdot 10^{13} \text{ г/см}^3$) ядра разваливаются окончательно и вещество превращается в смесь нейтронов, протонов и электронов, причем концентрация заряженных частиц примерно на два порядка меньше концентрации нейтронов^{56, 57}. Дальнейшее возрастание плотности сопровождается появлением в веществе новых элементарных частиц, которые в обычных условиях нестабильны. Это прежде всего мюоны (порог образования — около 10^{14} г/см^3), распаду которых препятствует высокая граница Ферми электронов, а затем гипероны, резонансы и т. д. (пороги в области $10^{14} - 10^{15} \text{ г/см}^3$)⁵⁷⁻⁵⁹.

Предсказание о возможном существовании в природе нейтронного вещества было сделано еще около сорока лет назад. Тогда же было указано, что это вещество следует искать в недрах особых (нейтронных) звезд. Совсем недавно такие звезды были открыты и отождествлены с короткопериодными переменными источниками излучения — пульсарами. На рис. 9 изображена модель пульсара средней массы, которая используется сейчас астрофизиками²⁸. Наружная оболочка, кора, состоит из нейтронно-избыточных ядер и, частично, свободных нейтронов. Срединный слой, мантия, представляет собой нейтронно-протонно-электронную жидкость. Наконец, центральная часть, ядро, содержит гипероны, резонансы и т. д.

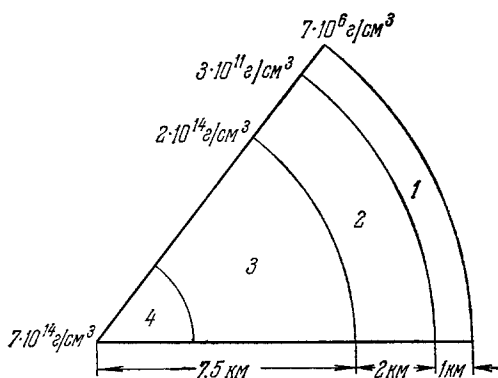


Рис. 9. Модель внутреннего строения пульсара средней массы.

1 — наружная кора (ядра + электроны), 2 — внутренняя кора (ядра + электроны + нейтроны), 3 — мантия (нейтроны + протоны + электроны), 4 — ядро пульсара (то же + гипероны + мезоны).

* * *

В этом обзоре нам пришлось рассмотреть широкую область экстремальных условий вплоть до давлений, на 30 порядков больших атмосферного, и температур, на 10 порядков больших температуры человеческого

тела. Такое различие в масштабах, конечно, поражает воображение. Нужно, однако, помнить, что «...в природе это явление совершенно естественное и заурядное. Владения некоторых государей Германии и Италии, которые можно объехать в какие-нибудь полчаса, при сравнении их с империями Турции, Московии или Китая дают лишь слабое представление о тех удивительных контрастах, которые заложены во все сущее»⁶⁰.

Автор признателен Л. В. Альтшулеру, В. Л. Гинзбургу, Я. Б. Зельдовичу, С. М. Стишову и Е. Л. Фейнбергу за ценные замечания.

ПРИЛОЖЕНИЯ

1. ЛИНИИ ЗАДАННОГО ПРИРОСТА ЭНЕРГИИ

Данному приросту энергии ΔE , возникшему в результате нагревания или сжатия, отвечает условие $\mathcal{E}/n \sim \Delta E$, где \mathcal{E} — плотность энергии электронов, n — их концентрация. Предполагается, что ΔE больше или порядка энергии электрона в холодном несжатом состоянии. Используя для оценок модель идеального газа, имеем

$$\mathcal{E} = 2 \int d^3p n_p \varepsilon(p), \quad n = 2 \int d^3p n_p,$$

где $d^3p = d\mathbf{p}/(2\pi\hbar)^3$, $n_p = \left[\exp \frac{\varepsilon(p) - \mu}{T} + 1 \right]^{-1}$, $\varepsilon(p)$ — энергия электрона, μ — химический потенциал. Результат будет выражен через функции Ферми — Дирака⁶¹

$$I_n(\eta) = \int_0^\infty \frac{dx x^n}{\exp(x - \eta) + 1},$$

где $\eta = \mu/T$. При $\eta < -4$ и $\eta > 20$ можно пользоваться асимптотическими выражениями $I_n(\eta) \sim \Gamma(n+1) e^\eta$ и $I_n(\eta) \sim \eta^{n+1}/n+1$ соответственно.

В нерелятивистском случае $\varepsilon(p) = p^2/2m$, $P = \frac{2}{3} \mathcal{E}$ и возникает параметрическое представление линии заданного прироста энергии в координатах P , T или n , T :

$$T I_{3/2}(\eta) / I_{1/2}(\eta) \sim \Delta E, \quad P = \frac{T(2mT)^{3/2}}{3\pi^2\hbar^3} I_{3/2}(\eta), \quad n = \frac{(2mT)^{3/2}}{2\pi^2\hbar^3} I_{1/2}(\eta).$$

В асимптотических областях имеем соответственно $T \sim \Delta E$ и $P \sim m^{3/2} \Delta E^{5/2} / \hbar^3$. Кривая 1 рис. 1 и 2 соответствует $\Delta E \sim e^2/a_0$, кривая 2 рис. 2 — $\Delta E \sim \frac{e^2}{a_0} Z^{4/3}$, кривая 3 рис. 2 — $\Delta E \sim \frac{e^2}{a_0} Z^2$, кривая 4 рис. 2 — $\Delta E \sim mc^2$.

В ультрарелятивистском случае $\varepsilon(p) = cp$, $P = \frac{1}{3} \mathcal{E}$ и

$$T I_3(\eta) / I_2(\eta) \sim \Delta E, \quad P = \frac{T^4}{3\pi^2\hbar^3 c^3} I_3(\eta), \quad n = \frac{T^3}{\pi^2\hbar^3 c^3} I_2(\eta).$$

В асимптотических областях $T \sim \Delta E$, $P \sim (\Delta E)^4 / \hbar^3 c^3$ и $n \sim (\Delta E / \hbar c)^3$. По этим формулам построена кривая 2 рис. 1.

2. ХАРАКТЕРНЫЕ ДЛИНЫ ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДСИСТЕМЫ

Используя результаты приложения 1, можно явным образом выразить введенные в разделе 4 характерные длины. В нерелятивистском случае среднее расстояние между частицами

$$d \sim \frac{\hbar}{\sqrt{mT}} (I_{1/2}(\eta))^{-1/3},$$

средняя длина волны де Бройля

$$\lambda \sim \frac{\hbar}{\sqrt{mT}} (I_{1/2}(\eta) I_{3/2}(\eta))^{1/2},$$

длина неоднородности

$$l \sim \left(\frac{a_0 \hbar}{\sqrt{mT}} I_{3/2}(\eta) I_{1/2}^2(\eta) \right)^{1/2}.$$

Первые два выражения получаются непосредственно, а для вывода третьего нужно использовать уравнение Томаса—Ферми для самосогласованного потенциала Φ

$$\Delta\Phi \sim en \sim \frac{e(mT)^{3/2}}{\hbar^3} I_{1/2} \left(\eta - \frac{e\Phi}{kT} \right).$$

Отсюда

$$\Delta\Phi \sim \frac{e^2(mT)^{3/2}}{\hbar^3 T} I'_{1/2}(\eta) \Phi + \dots, \quad \frac{1}{l^2} \sim \frac{\sqrt{mT}}{\hbar a_0} I'_{1/2}(\eta).$$

Кроме того, легко видеть, что во всем диапазоне изменения η величина $I'_{1/2} I_{3/2} / I_{1/2}^2$ порядка единицы. Прямая проверка показывает, что при всех значениях η имеет место соотношение $l^2 \sim a_0 d^3 / \lambda^2$ (с логарифмической точностью). В ультрарелятивистском случае $d \sim \frac{\hbar c}{T} I_2(\eta)^{-1/3}$, $\lambda \sim \frac{\hbar c}{T} I_2(\eta) / I_3(\eta)$.

Соотношение $\lambda \sim d$ справедливо в области, ограниченной кривыми

$$P \sim m^{3/2} T^{5/2} / \hbar^3, \quad \rho \sim M(mT)^{3/2} / \hbar^3$$

(нерелятивистский случай) и $P \sim T^4 / \hbar^3 c^3$, $\rho \sim M(T/\hbar c)^3$ (ультрарелятивистский случай). По этим формулам построена кривая 5 рис. 2.

Соотношение $\lambda \sim l$ дает $T I_{3/2}^4(\eta) / I_{1/2}^6(\eta) \sim e^2 a_0$. В области вырождения $P \sim e^2 / a_0^4$, в бoльцмановской области $P \sim T^3 / e^4 a_0$ (см. рис. 2, кривая 6).

Кривая 7 рис. 2 отвечает соотношению $\lambda \sim \sqrt{a_0 d}$ или

$$T I_{3/2}^2(\eta) I_{1/2}^{8/3}(\eta) \sim e^2 / a_0.$$

В области вырождения $P \sim e^2 / a_0^4$, в бoльцмановской области $P \sim T^4 / e^6$. Те же выражения с заменой e^2 / a_0 на $Z^{4/3} e^2 / a_0$ соответствуют кривой 8 рис. 2.

Сделаем несколько замечаний по поводу последней кривой. Приведенное в тексте утверждение о том, что D — наибольшая из всех (исключая l) характерных длин, прямо следует из соотношений $D \gg d$ при $Z \gg 1$, $d \gtrsim \lambda$ и $d \ll a_0$. Можно непосредственно убедиться, что выше кривой 8 энергия электронно-ядерного взаимодействия мала по сравнению с кинетической энергией: условие $l \gg D$ является прямым следствием неравенства $\frac{Ze^2}{D} \ll \frac{p^2}{m}$. Аналогично может быть оценено и коллективное электрон-электронное взаимодействие.

В бoльцмановской области кривая 8 лежит внутри кривой 2. Это означает, что электронный газ становится идеальным при условиях, когда еще заметная доля электронов находится в связанном состоянии. Здесь, разумеется, нет противоречия, так как речь идет об идеальности газа в среднем. Приходящаяся на одно ядро кулоновская энергия связанных электронов, равная по порядку величины $nZe^2 x_0^2$ ($x_0 \sim Ze^2 / T$ — радиус «горячего» иона), составляет долю порядка $(D/l)^6$ от кинетической энергии электронов ZT . Эта доля быстро убывает при удалении от кривой 8 в сторону увеличения давления или температуры.

Последнее замечание касается приведенной выше оценки величины l . Эта величина имеет смысл длины неоднородности в распределении электронов вокруг каждого из ядер; соответственно, рассматривая уравнение для потенциала Φ , мы опустили в правой его части плотность заряда ядер, которая считается не зависящей от Φ . Такое рассмотрение, во всяком случае, справедливо, пока $l \ll D$. Это оправдывает полученные выше уравнения, отвечающие кривым 6—8 рис. 2. Обычный дебаевский механизм экранирования вступает в игру, когда D становится меньше радиуса Дебая для плазмы $L \sim l / \sqrt{Z}$ (см. ниже, приложение 3). Это соответствует столь высоким давлениям или температурам, при которых электронный газ может уже считаться идеальным.

3. ХАРАКТЕРИСТИКИ ЯДЕРНОЙ ПОДСИСТЕМЫ

При описании ядерной подсистемы можно ограничиться нерелятивистскими соотношениями. В больцмановской относительно ядер области $p \sim (AMT)^{1/2}$. Поэтому величина Λ становится порядка D при

$$\rho^* \sim M^{5/2} T^{3/2} / \hbar^3$$

(кривая 1 рис. 3).

Длина L в больцмановской области порядка $(T/Z^2 e^2 N)^{1/2}$. Соотношение $L \sim D$ дает выражение для кривой 2 рис. 3

$$\rho^* \sim MT^{3/2} / e^6.$$

Точка пересечения кривых 1 и 2 соответствует $T \sim 10^5 Z^4 A$ эв. Уже для углерода эта температура выше Mc^2 .

Уравнение для кривой плавления в классической области (кривая 3) соответствует $D/L \sim 10$ или

$$\rho^* \cong 10^6 MT^{3/2} / e^6.$$

Граница классического движения ядер определяется соотношением $T \sim \hbar \omega_D$ или

$$\rho^* \sim \frac{M^2}{e^2 \hbar^2} T^{*2}$$

(см. кривую 4 рис. 3). Точка пересечения последних двух кривых отвечает $T \sim 10^{-6} e^2 / A_0$.

Рисунок 4 — это перестроенный в координатах P, T рис. 3 для значений $Z = 6$, $A = 12$. Его построение требует знания уравнения состояния вещества, определяемого в основном электронной компонентой. Это уравнение дается совокупностью выражений $P(\eta)$ и $n(\eta)$ (см. приложение 1). В больцмановской относительно электронов области $P \sim nT$, в области вырождения $P \sim \frac{\hbar^2}{m} n^{5/3}$ (нерелятивистский случай) $P \sim \hbar c n^{4/3}$ (ультрарелятивистский случай).

Связь параметра Линдемана δ_m с температурой плавления T_m квантового кристалла дается формулой

$$\delta_m^2 = \frac{3}{2} \frac{\hbar}{AM} \left(\frac{4\pi N}{3} \right)^{2/3} \left\langle \frac{1}{\omega} \operatorname{cth} \frac{\hbar \omega}{2T_m} \right\rangle,$$

где усреднение совершается по спектру фононов. Переходя к модели Эйнштейна с одной частотой, выбираем ее из условия $1/\omega^2 = \langle 1/\omega^2 \rangle \cong \frac{12}{\omega_0^2}$ ³⁸. Тогда, полагая $\delta_m = \text{const}$, находим

$$T^* \cong \frac{e\hbar}{M} \rho^{*1/2} / \ln \frac{1+y}{1-y}, \quad y = 3,7 \frac{\hbar}{M^{2/3} e} \frac{\rho^{*1/6}}{\delta_m^2}.$$

Максимальная температура плавления $T^* \sim 10^2 \delta_m^6$ эв, плотность холодного плавления $\rho^* \sim 10^8 \delta_m^{12}$ г/см³, соответствующее давление $P \sim 10^{16} Z^{10} A^{20/3} \delta_m^{20}$ Мбар. Еще раз подчеркнем малую достоверность этих величин, связанную с их резкой зависимостью от δ_m . На рис. 5 построена качественная кривая плавления, жирный участок которой соответствует классическому кристаллу.

В связи с упоминанием в основном тексте о холодном плавлении жидкого гелия, укажем на специфику этого случая. Взаимодействие атомов гелия характеризуется сильным отталкиванием на малых расстояниях по закону $1/r^n$ с $n > 2$ (перекрывание электронных оболочек). Поэтому энергия связи порядка $1/D^n \sim N^{n/3}$. Средняя частота колебаний определяется величиной $\left| \frac{\partial^2 U}{\partial r^2} \right|^{1/2} \sim 1/D^{1+n/2} \sim N^{1/3+n/6}$. Отсюда

отношение $\hbar \langle \omega \rangle$ к энергии связи порядка $N^{\frac{2-n}{6}}$. При $n < 2$ мы получаем рассмотренный в тексте случай: плавление происходит при увеличении давления. При $n > 2$ возникает обратная ситуация, которая и соответствует диаграмме состояния гелия.

Условия, при которых становятся существенными кулоновские эффекты для ядер с энергией гамовского пика, определяются соотношением $D \sim L^{\text{эфф}}$, где $L^{\text{эфф}} = \left(\frac{\tau T}{Z^2 e^2 N} \right)^{1/2}$ — эффективный радиус Дебая. Это дает соотношение

(см. кривую 2 рис. 6)

$$\rho^* \sim \frac{M^2}{e^2 \hbar^2} T^{*2},$$

уже возникавшее ранее для кривой 4 рис. 3. Граница классического движения ядер решетки в тех же условиях дается соотношением $\tau T \sim \hbar \omega_D$ или

$$\rho^* \sim \left(\frac{M^4 e}{\hbar^5} \right)^{2/3} T^{*4/3}$$

(см. кривую 3 рис. 6).

4. ПОЗИТРОННАЯ И НЕЙТРОННАЯ ФОРМЫ ВЕЩЕСТВА

Рождение электронно-позитронных пар в горячем веществе описывается соотношениями $\mu_+ + \mu_- = 0$ и $n_- - n_+ = n_0$, где n_0 — исходная концентрация электронов, индексы (+) и (−) относятся соответственно к позитронам и электронам. Отсюда

$$n_+ \sim \int d^3 p n_{+p}, \quad P_+ \sim \int d^3 p \varepsilon(p) n_{+p},$$

где $n_{\pm p} \equiv \left[\exp \frac{\varepsilon(p) \pm \mu}{T} + 1 \right]^{-1}$, $\mu = \mu_- = -\mu_+$ и $\int d^3 p (n_{-p} - n_{+p}) \sim n_0$. При $T \gg mc^2$ имеем $n_+ \sim (T/\hbar c)^3$, $P_+ \sim T^4/\hbar^3 c^3$, при $T < mc^2$

$$n_+ \sim \frac{(mT)^{3/2}}{\hbar^3} e^{-mc^2/T}, \quad P_+ \sim T \frac{(mT)^{3/2}}{\hbar^3} e^{-mc^2/T}$$

(см. кривую 2 рис. 7).

Нейтронизация холодного вещества начинается при достижении концентрации электронов, определяемой соотношением

$$c((3\pi^2 \hbar^3 n)^{2/3} + m^2 c^2)^{1/2} = \Delta M c^2.$$

Отсюда выражение для пороговой плотности имеет вид

$$\rho \approx \frac{AMc^3}{3\pi^2 Z \hbar^3} [(\Delta M)^2 - m^2]^{3/2}.$$

Пороговое давление при $\Delta M \gg m$ дается формулой $P \sim \hbar c n^{4/3} \sim c^5 (\Delta M)^4 / \hbar^3$. При $\Delta M \sim m$ нужно пользоваться уравнением состояния релятивистского вырожденного электронного газа (см. 2).

Физический институт им. П. Н. Лебедева
АН СССР

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Статистическая физика, М., «Наука», 1964, тт. VII, XI.
2. Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков, Релятивистская астрофизика, М., «Наука», 1967, раздел II.
3. В. А. Амбарцумян, Г. С. Саакян, Вопросы космогонии 9, 91 (1963). Г. С. Саакян, в сборнике «Проблемы современной космогонии», М., «Наука», 1969, стр. 240.
4. Д. А. Киржниц, Полевые методы теории многих частиц, М., Госатомиздат, 1963, § 6.
5. S. G. Brush, H. L. Sahlén, E. Teller, J. Chem. Phys. 45, 2102 (1966).
6. S. G. Brush, In «Progress of High Temperature Physics and Chemistry», vol. 1, 1967.
7. J. Linhart, Suppl. Nuovo Cimento 6, 913 (1968).
8. П. В. Бриджмен, Физика высоких давлений, М.—Л., ОНТИ, 1935; Новейшие работы в области высоких давлений, М., ИЛ, 1948.
9. К. Свенсон, Физика высоких давлений, М., ИЛ, 1963.
10. Л. Ф. Верещагин, Высокие давления в технике будущего, М., Изд-во АН СССР, 1956; Рентгеноструктурные исследования вещества при высоких давлениях, Приложение к 9.
11. Л. В. Альтшулер, УФН 85, 197 (1965); Л. В. Альтшулер, А. А. Баканова, УФН 96, 193 (1968).

12. Я. Б. Зельдович, Ю. П. Райзер, Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений, М., Физматгиз, 1963.
13. С. Б. Кормер, УФН 94, 641 (1968).
14. В. В. Евдокимова, УФН 88, 93 (1966).
15. С. М. Стишов, УФН 96, 467 (1968).
16. Н. Б. Брандт, Н. И. Гинзбург, УФН 85, 485 (1965); 98, 95 (1969).
17. В. Н. Жарков, В. А. Калинин, Уравнения состояния твердых тел при высоких давлениях и температурах, М., «Наука», 1968.
18. А. И. Воропинов, Г. М. Гандельман, В. Т. Подвальный, УФН 100, 193 (1970).
19. Р. Пост, Высокотемпературная плазма и управляемые термоядерные реакции, М., ИЛ, 1961.
20. Д. А. Франк-Каменецкий, Плазма — четвертое состояние вещества, М., Госатомиздат, 1961.
21. Л. А. Арцимович, Управляемые термоядерные реакции, М., Физматгиз, 1963. Элементарная физика плазмы, изд. 3-е, М., Атомиздат, 1969.
22. В. А. Магницкий, Внутреннее строение и физика Земли, М., «Недра», 1965.
23. Л. Аллер, Астрофизика, М., ИЛ, I, 1955; II, 1957.
24. E. Schatzman, White Dwarfs, Amsterdam, 1957.
25. Proc. Sympos. on Low-luminosity Stars, Virginia, USA, 1968.
26. Э. Хьюиш, УФН 97, 715 (1969).
27. В. Л. Гинзбург, Пульсары, М., «Знание», 1970; УФН 103 (3), 393 (1971).
28. D. Pines, Inside Neutron Stars, Preprint Nordita, August 1970.
29. Н. Г. Басов, О. Н. Крохин, ЖЭТФ 46, 171 (1964).
30. Ш. Мезонье, УФН 90, 201 (1966).
31. Г. М. Гандельман, В. М. Ермаченко, Я. Б. Зельдович, ЖЭТФ 44, 386 (1963).
32. Д. А. Киржниц, ЖЭТФ 35, 1545 (1958).
33. Н. Н. Калиткин, ЖЭТФ 38, 1534 (1960); Препринт ИПМ АН СССР, 1968.
34. Д. А. Киржниц, ЖЭТФ 38, 503 (1960).
35. А. А. Абрикосов, ЖЭТФ 39, 1797 (1960).
36. E. Salpeter, Ap. J. 134, 669 (1961).
37. L. Mestel, M. Ruderma n, Month. Not. 136, 27 (1967).
38. H. Van Horn, Phys. Lett. 28A, 706 (1969).
39. H. Van Horn, Ap. J. 151, 227 (1968).
40. W. Carr, Phys. Rev. 122, 1437 (1961).
41. J. Dugdale, J. Frank, Phil. Trans. A257, 1 (1964); J. Dugdale, Physics of High Pressure and the Condensed Phases, Amsterdam, 1965.
42. P. Nozieres, D. Pines, Phys. Rev. 111, 446 (1958).
43. F. de Wette, Phys. Rev. 137A, 287 (1964).
44. H. Van Horn, Thesis (Cornell University, CRSR 211. 1965).
45. M. Ruderma n, Nature 218, 1128 (1968).
46. G. Baym, C. Pethick, D. Pines, M. Ruderma n, Nature 224, 872 (1969).
47. В. Л. Гинзбург, Д. А. Киржниц, ЖЭТФ 47, 2006 (1964); В. Л. Гинзбург, УФН 97, 601 (1969).
48. Д. А. Киржниц, Изв. вузов (Радиофизика) 13, 1847 (1970).
49. E. Salpeter, H. Van Horn, Ap. J. 155, 183 (1970).
50. Д. А. Франк-Каменецкий, Физические процессы внутри звезд, М., Физматгиз, 1959.
51. В. П. Копышев, Астрон. ж. 8, 691 (1965).
52. W. Wildhask, Phys. Rev. 57, 81 (1940).
53. Я. Б. Зельдович, ЖЭТФ 33, 991 (1957).
54. В. С. Имшенник, Д. К. Надежин, Астрон. ж. 42, 1159 (1965).
55. Дж. Уилер, в сб. «Гравитация и относительность», М., «Мир», 1965. Дж. Уилер, Б. Гаррисон, М. Вакано, К. Торн, Теория гравитации и гравитационный коллапс, М., «Мир», 1967.
56. A. G. W. Cameron, Neutron Stars, Lectures, Preprint (1969).
57. В. А. Амбарцумян, Г. С. Саакян, Астрон. ж. 37, 193 (1960). Г. С. Саакян, Ю. Л. Вертаниян, Сообщ. Бюраканск. обс. 33, 55 (1963).
58. A. G. W. Cameron, Ap. J. 150, 884 (1959).
59. W. Langer, L. Rosen, Astr. Space Sci. 6, 217 (1970).
60. Voltaire, Micromégas, Romans, vol. 1, Paris, 1887.
61. J. Mc. Dougall, E. Stoner, Phil. Trans. A237, 67 (1938).
62. В. А. Володин, Д. А. Киржниц, Письма ЖЭТФ 13, 450 (1971); Д. А. Киржниц, Труды Междун. конф. по физике тяжелых ионов, Дубна, 1971.