

СВОЙСТВА ТРЕХМЕРНЫХ ГОЛОГРАММ***В. В. Аристов, В. Ш. Шехтман*****СОДЕРЖАНИЕ**

Введение	51
I. Элементы теории	53
II. Геометрия реконструкции и интенсивность восстановленного изображения. Роль опорного пучка	59
III. Особые случаи записи и реконструкции трехмерных голограмм	62
IV. Влияние ограниченных размеров голограммы	65
V. Предельный переход от трехмерных голограмм к плоским	72
VI. Заключение	75
Цитированная литература	75

ВВЕДЕНИЕ

Методы голографии, основанные на принципах, изложенных в пионерских работах Д. Габора ¹, получили в настоящее время значительное развитие. В научной литературе широко обсуждаются возможности, которые может представить в ближайшем будущем человеку использование голографии.

В то же время монографии и обзоры (см., например, ²⁻⁶), посвященные физическим основам и применению голографии, фактически затрагивают лишь случай голограмм, зарегистрированных в эмульсионном слое обычных фотоматериалов. Следует заметить, что такая «плоская» голограмма с точки зрения оптики изображающих систем не содержит какого-либо принципиального отличия от традиционно известных приборов (устройств): линза, диафрагма, плоская дифракционная решетка.

В этом смысле голограмма, записанная в некотором светочувствительном объеме (трехмерная голограмма), является примером нового физического прибора, который позволяет производить регистрацию всех трех компонент волнового вектора.

Впервые важная роль пространственной структуры записи в формировании особых свойств голограмм была обнаружена в работах Ю. Н. Денисюка ⁷, который использовал схему «встречных пучков» (опорный луч направляется примерно под 180° к волнам, рассеянными на предмете). Необходимо подчеркнуть, что использование этой схемы уже при малой толщине эмульсионного слоя обеспечивает проявление новых свойств голограммы по сравнению с голограммой И. Лейта и Ю. Упатниекса ⁸.

Первая попытка теоретического анализа некоторых свойств голограмм, полученных в трехмерной фоточувствительной среде, была сделана Ван-Хирденом ⁹, который затронул также вопрос об информационной емкости трехмерных голограмм.

К настоящему времени накоплен определенный объем сведений, свидетельствующий о важных особенностях этого раздела голографии,

требующего специальной теоретической разработки, а также о больших перспективах применения трехмерных голограмм в самых различных областях.

Цель настоящего обзора — дать систематическое изложение теории процессов записи и реконструкции изображения, основных свойств и возможных практических применений трехмерных голограмм. С единой позиции рассмотрены также свойства плоских голограмм как предельного случая трехмерных.

Изложению основного содержания статьи предпосылается краткий обзор современных объемных фоточувствительных материалов.

М а т е р и а л ы д л я п о л у ч е н и я т р е х м е р н ы х г о л о г р а м м

Для удобства дальнейшего изложения целесообразно использовать следующую терминологию: будем называть голограммы, толщина Z которых сравнима с поперечными размерами X и Y и гораздо больше длины волны используемого излучения λ , — трехмерными; голограммы, для которых $\lambda/4 \leq Z \ll X$, — промежуточными; голограммы с $Z < \lambda/4$ — плоскими. (Подробное обоснование критериев «трехмерности» будет приведено ниже.)

Для получения голограмм, относящихся к типу трехмерных или промежуточных, используются как стандартные фотоматериалы, например, липмановские эмульсии, так и необычные для оптики фоторегистрирующие среды ¹⁰.

Развитие голографии потребовало усовершенствования толстослойных эмульсий, впервые разработанных Липманом (см., например, ¹¹). Для целей голографии используются фотоэмульсии, разрешение которых достигает 5000 л/мм. Толщина эмульсионного слоя варьируется от нескольких микрон до нескольких десятков микрон. Основная область применения этих фотоматериалов — получение голограмм по методу, предложенному в работе ⁷. С помощью этих голограмм можно реконструировать изображение в белом свете, получать цветные изображения.

Наряду с фотоэмульсиями для записи промежуточных голограмм начинают применять фотохромные и фотополимерные пленки ^{12, 13}. Эти материалы обладают определенными преимуществами, как, например, возможность визуального наблюдения за процессом регистрации, отсутствие искажений, связанных с «мокрыми» процессами фотографической технологии и т. п.

Более строго к разряду трехмерных регистрирующих сред могут быть отнесены фотохромные стекла, кристаллы с центрами окраски, кристаллы, обладающие нелинейными свойствами и т. д.

Остановимся несколько подробнее на этих материалах. О применении в голографии фотохромных стекол сообщалось в работах ^{14–16}. Они состоят из вещества, которое под воздействием света определенного спектрального состава переходит из основного в возбужденное состояние, отличающееся от предыдущего спектром поглощения. Под влиянием другого излучения происходит обратный переход. Количество молекул, совершивших обратный переход, пропорционально интенсивности света. Поэтому эти стекла могут быть использованы для записи голограмм. Фотохромные стекла обладают пока сравнительно низким разрешением, например 100 л/мм ¹⁴. Эффективная толщина голограмм при записи их в этом фотоматериале доходит до нескольких миллиметров.

Впервые идею об использовании кристаллов с центрами окраски для записи голограмм высказал Ван-Хирден ⁹. Кристалл, в котором предва-

нительно получено большое число центров окраски, устанавливается на пути рассеянных предметом лучей. В результате этого создается определенная структура высвечивания, которая отображает интерференционную картину регистрируемого волнового поля. В ряде работ использовались окрашенные кристаллы KBr ^{17, 18}, KCl ¹⁸, CaF_2 , SrTiO_3 с различным содержанием примесей ¹⁹. Предварительное окрашивание кристаллов KCl и KBr производится облучением на γ -источнике дозой порядка 10^5 — 10^7 рад. Для окрашивания кристаллов CaF_2 и SrTiO_3 необходим ультрафиолетовый источник излучения. Особенностью этих материалов является их чувствительность лишь к области спектра в пределах полосы поглощения света центрами окраски. Поэтому выбор кристаллов для получения голограмм диктуется спектральными характеристиками имеющихся лазеров. В частности, кристаллы KCl и KBr пригодны для записи голограмм гелий-неоновыми лазерами. Другая особенность окрашенных кристаллов заключается в ограниченном времени хранения голографической записи. Кроме того, при реконструкции изображения происходит быстрое общее обесцвечивание кристалла, что приводит к стиранию голограммы. Предел разрешения этих фотоматериалов велик; например, для KCl достижим уровень разрешения порядка 10^4 л/мм. Эффективная толщина записи голограммы более 1 см. Дифракционная эффективность таких голограмм составляет доли процента.

Некоторые сегнетоэлектрические кристаллы, такие как LiNbO_3 , $\text{Bi}_4\text{Ti}_3\text{O}_{12}$ и другие, позволяют записывать фазовые голограммы за счет оптически индуцированной неоднородности показателя преломления ²⁰⁻²³. Неоднородность показателя преломления зависит от интенсивности падающего света и может сохраняться длительное время — до 100 часов в LiNbO_3 , или исчезать за короткий промежуток времени после выключения поля, как, например, при записи голограммы в $\text{Bi}_4\text{Ti}_3\text{O}_{12}$. Дифракционная эффективность таких голограмм может превышать 40 %, разрешение порядка 1600 л/мм ²⁰.

Для всех материалов, используемых при записи трехмерных голограмм, общим является возможность стирания и многократной записи. Эти материалы позволяют контролировать качество изображения в процессе регистрации волнового фронта и время хранения информации.

В целом можно констатировать, что сейчас имеется ограниченное число материалов для получения трехмерных голограмм. Более того, существующие материалы пригодны скорее для изучения трехмерных голограмм и соответствующих схем, чем для широкого практического применения.

Необходимы дальнейшие разработки фоторегистрирующих материалов, что обеспечит возможность использования важных свойств трехмерных голограмм.

1. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ

1. Вводные замечания. Кинематическое приближение

Для определенности дальнейшего изложения будем исходить из простейшей схемы записи и реконструкции трехмерных голограмм, которая представлена на рис. 1. Восстановление изображения происходит в результате дифракции реконструирующего луча на некоторой трехмерной структуре голограммы, которая образовалась в процессе записи. Покажем, что для голограмм, лежащих в дальнем поле, эта структура может рассматриваться как суперпозиция гармонических распределений показателя преломления. Пусть предмет представлял собой произвольную

совокупность когерентно светящихся точек $U(x', y')$. Поле $\Phi(x, y)$, которое регистрируется на голограмме, будет описываться формулой

$$\Phi = \frac{i}{\lambda} \int \frac{U(x', y')}{|R|} e^{i \frac{2\pi}{\lambda} |R|} dx' dy'. \quad (1)$$

Модуль радиуса вектора R , проведенного из любой точки голограммы в произвольную точку предмета, может быть разложен в ряд, поскольку при сделанном предположении $R_0 = \sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}$ много больше размеров голограммы и предмета. Поэтому формула (1) переписится следующим образом:

$$\Phi = \int V(K_x, K_y) e^{i \cdot 2\pi(Kr)} dK_x dK_y, \quad (2)$$

где r изменяется по голограмме, а $V(K_x, K_y)$ с точностью до множителей, равна $U(K_x | R_0 | \lambda, K_y | R_0 | \lambda)$. Из (2) видно, что

$$\Phi = F[V(K_x, K_y) e^{iKz \cdot 2\pi}], \quad (3)$$

где $F[f]$ означает преобразование Фурье функции f .

Предположим, что голограмма является квадратичным детектором. (Учет нелинейности не производится, поскольку это несущественно для анализа основных свойств трехмерных голограмм.) В таком случае изменение показателя преломления регистрирующей среды Δn пропорционально квадрату волнового поля ⁷:

$$\Delta n = \alpha |\Phi|^2, \quad (4)$$

где α — коэффициент пропорциональности, обычно очень малый, так что $\Delta n \ll n_0$. Теперь посмотрим, что представляет собой структура записи голограммы (Δn по формуле (4)). Пусть предмет состоит из двух точек:

$$U(x', y') = f_1 \delta(r' - r'_1) + f_2 \delta(r' - r'_2),$$

тогда

$$|\Phi|^2 = |f_1|^2 + |f_2|^2 + f_1 f_2^* e^{i \cdot 2\pi r(K_1 - K_2)} + f_1^* f_2 e^{i \cdot 2\pi r(K_2 - K_1)}. \quad (5)$$

Поверхности постоянной фазы, а следовательно, постоянной Δn находятся из условия

$$c = (r(K_1 - K_2)); \quad (6)$$

максимум достигается при целом c .

Структура записи голограммы представляет собой гармоническое распределение Δn . Поверхности $\Delta n = c$ направлены по биссектрисе угла φ сходимости волн и расположены с периодом $d = \lambda/2 \sin \frac{\varphi}{2}$ (рис. 2). Такое рассмотрение позволяет установить глубокую аналогию между процессом реконструкции трехмерной голограммы и дифракцией рентгеновских лучей, электронов, нейтронов на кристаллических решетках *). Естест-

*) Формальная сторона аналогии для случая плоских голограмм была прослежена в работах ²⁴⁻²⁷.

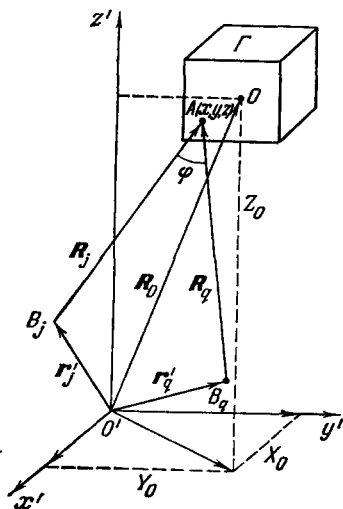


Рис. 1. Схема записи и реконструкции трехмерных голограмм.

Γ — голограмма; B_j и B_q — две точки предмета при записи голограммы, в одну из которых может быть помещен источник света при реконструкции голограммы; O' и O — начала координат для точек предмета и голограммы. $A(x, y, z)$ — произвольная точка внутри голограммы.

венно поэтому воспользоваться в дальнейшем изложении основными положениями и терминологией, принятой в теории рассеяния рентгеновских лучей. Известно, что существуют два приближения этой теории²⁸ — кинематическое для несовершенных кристаллов и динамическое для кристаллов, близких к совершенству. В кинематической теории считаются выполненными следующие условия: интенсивность дифрагированного луча пренебрежимо мала по сравнению с падающим; вторичным рассеянием дифрагированных лучей можно пренебречь. Предположив, что такие

условия выполнены при реконструкции трехмерных голограмм, можно пользоваться интегральными преобразования-

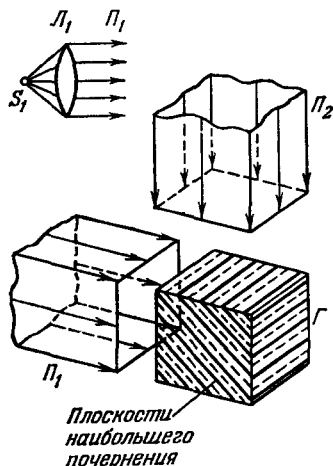


Рис. 2. Голограмма от двух коллимированных взаимно когерентных монохроматических пучков света Π_1 и Π_2 ⁴.

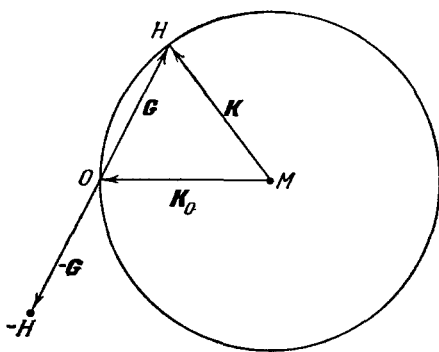


Рис. 3. Построение Эвальда.
O — начало координат в фурье-пространстве; центр сферы Эвальда лежит в точке M, причем $\vec{OM} = -\mathbf{K}_0$.

ми, так же как и в случае плоских голограмм*). Кинематическое приближение было в первую очередь использовано рядом авторов^{7, 18, 29, 30, 31}.

Итак, результатом записи поля от предмета $U(x', y')$ является вариация показателя преломления голограммы Δn . Если голограмму осветить волной, сходящейся в точке предмета x'_0, y'_0 , то в результате дифракции образуется изображение, которое с точностью до постоянной описывается формулой

$$U'(x', y') = \int |\Phi|^2 e^{i \cdot 2\pi(\mathbf{K} - \mathbf{K}_0) \cdot \mathbf{r}} dx dy dz. \quad (7)$$

Сравнивая формулы (2), (3), (7), отметим, что голограмма записывалась полем, соответствующим преобразованию Фурье по x', y' , а реконструируемый образ получается в результате трехмерного преобразования Фурье по объему голограммы. Другими словами, при реконструкции изображения должно выполняться условие Вульфа — Брэгга. В частном случае предмета, состоящего из двух точек, это условие запишется следующим образом:

$$\mathbf{K} - \mathbf{K}_0 = \pm \mathbf{G}; \quad (8)$$

здесь $\mathbf{G} = \mathbf{K}_1 - \mathbf{K}_2$ — волновой вектор одной из волн фурье-преобразования распределения показателя преломления по голограмме (см. (4)). Воспользуемся теперь построением в фурье-пространстве, известным как построение Эвальда (рис. 3). Фурье-образом гармонического распре-

*) Фактически кинематическое приближение использует принцип суперпозиции операторов рассеяния света на голограмме вместо принципа суперпозиции электромагнитных волн.

деления при достаточно больших размерах голограммы будут являться точки H , взаимно инвертированные относительно начала координат. Выполнение условия Вульфа — Брэгга в этом построении соответствует попаданию точки H на сферу радиуса $1/\lambda$. Заметим, что в рассматриваемом случае восстанавливаемое изображение не является полным преобразованием Фурье, так как на сфере Эвальда может находиться только одна из точек H . Ясно, что при реконструкции предмета, состоявшего из многих точек, должно одновременно выполняться условие Вульфа — Брэгга для набора элементарных периодик — $G_q = K_0 - K_j$ или одновременное попадание на сферу Эвальда точек H_q — узлов фурье-пространства. Введенных понятий достаточно для проведения геометрического анализа основных экспериментальных схем. Однако при анализе интенсивностей рассмотренное приближение не может дать удовлетворительных результатов, поскольку формулы выводятся в предположении малой дифракционной эффективности. Более строгое построение теории трехмерных голограмм возможно в динамическом приближении. Как будет показано в дальнейшем, это позволяет установить некоторые новые особенности трехмерных голограмм.

Поскольку выводы, сделанные на основе кинематической теории, носят качественный характер, они справедливы для голограмм как с фазовой, так и с амплитудной модуляцией. В динамической теории поглощение учитывается введением комплексных векторов K и G , которые соответствуют комплексной диэлектрической проницаемости голограммы. Ниже мы будем рассматривать главным образом фазовые голограммы, которые представляют больший практический интерес, так как позволяют получать большую дифракционную эффективность. Подробное решение задачи о дифракции света на трехмерной диэлектрической синусоидальной решетке можно найти в работах ^{52, 32}.

2. Динамическое приближение

Основы динамической теории дифракции электромагнитных волн на трехмерных периодических структурах были заложены Эвальдом и Лауэ ²⁸. В настоящее время эта теория широко применяется для описания явлений дифракции рентгеновских лучей, электронов и нейтронов в кристаллах, близких к совершенству. На необходимость развития аналогичной теории в голографии впервые указывалось в работах ³²⁻³⁵. Приближения динамической теории заключаются в следующем: диэлектрическая проницаемость среды $\eta = \eta_1 + \Delta\eta$, в которой записана голограмма, является скалярной величиной, вариация $\Delta\eta$, обусловленная записью голограммы, мала, так что $\frac{\Delta\eta}{\eta} \ll 1$, среда является немагнитным диэлектриком, $\mu = 1$. Эти предположения с большой степенью точности удовлетворяются в эксперименте.

При сделанных предположениях индукция D в любой точке внутри голограммы должна удовлетворять следующему уравнению:

$$\nabla^2 D + \text{rot rot} \left(D \frac{\Delta\eta}{\eta_1} \right) = \frac{\eta_1}{c^2} \frac{\partial^2 D}{\partial t^2}. \quad (9)$$

Будем искать решение этого уравнения для простейшей голограммы, изображенной на рис. 2. Из (4) и (5) следует, что в этом случае

$$\frac{\Delta\eta}{\eta_1} = A_0 + A_{1,2} e^{2\pi i G r} + A_{2,1} e^{-2\pi i G r}. \quad (10)$$

Пусть в голограмме с распределением диэлектрической проницаемости (10) распространяется волна $D_0 e^{2\pi i (K_0 r) - i\omega t}$. Тогда, с точностью до членов $A_{1,2}$,

можно написать

$$\mathbf{D} = \sum_{m=-1}^{+1} \mathbf{D}_m e^{2\pi i (\mathbf{K}_0 + m\mathbf{G}) \mathbf{r} - i\omega t} . \quad (11)$$

Если C — фактор поляризации, то, подставляя (11) и (10) в (9), можно найти

$$2\varepsilon_0 D_0 = D_0 A_0 + C_1 A_{21} D_1, \quad 2\varepsilon_1 D_1 = D_1 A_0 + C_1 A_{12} D_0, \quad (12)$$

где $2\varepsilon_0 = \frac{K_0^2 - k^2}{K_0^2}$, $2\varepsilon_1 = \frac{K_1^2 - k^2}{K_1^2}$, $\varepsilon \ll 1$, $k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \eta_1 \frac{1}{4\pi^2}$. Решая эту систему уравнений, получим

$$\frac{D_1}{D_0} = \frac{C_1 A_{1,2}}{2\varepsilon_1 - A_0} \quad (13)$$

и

$$(A_0 - 2\varepsilon_0)(A_0 - 2\varepsilon_1) = C_1^2 |A_{1,2}|^2. \quad (14)$$

Дальнейший анализ удобно проводить, используя построение в пространстве Фурье поверхности дисперсии, представляющей собой геометрическое место точек, удовлетворяющих уравнению (14). Эти точки мы будем называть волновыми точками. Фактор поляризации $C_1 = 1$, если $\mathbf{D}_0 \times \mathbf{K}_1 \times \mathbf{K}_0 = 0$, и $C_1 = \cos \varphi$, если $(\mathbf{D}_0 | \mathbf{K}_1 \mathbf{K}_0) = 0$. Для одного из этих состояний поляризации вид плоского сечения дисперсионной поверхности показан на рис. 4. Асимптотами на этом рисунке являются части дуг окружностей, радиусы которых равны $|\mathbf{K}| (1 + \frac{1}{2} A_0)$. Поскольку $|\mathbf{K}| = 1/\lambda \sqrt{\eta_1}$, для световых волн отрезки дуг в масштабе рисунка можно изображать прямыми. Заметим, что относительные амплитуды D_0 и D_q зависят от положения волновых точек относительно диаметра поверхности дисперсии. Так, если волновая точка лежит на диаметре, то $\varepsilon_q = \varepsilon_0$, $|\mathbf{K}_q| = |\mathbf{K}_0|$, $D_q = D_0$. При смещении волновой точки, например, вправо отношение D_q/D_0 будет стремиться к нулю. При достаточно большом удалении, т. е. отклонении от условия Вульфа — Брэгга, сохранится только одна волна $\mathbf{D}_0$ (одноволновой случай). Подчеркнем, что при заданном $\mathbf{D}_0$ решению уравнений (12) удовлетворяют две волновые точки на разных ветвях дисперсионной поверхности. Это означает, что даже для одного из отмеченных состояний поляризации существуют четыре волны $\mathbf{D}_0^1$, $\mathbf{D}_q^1$, $\mathbf{D}_0^2$, $\mathbf{D}_q^2$ с различными длинами волновых векторов. Это объясняет, почему поверхность (14) называется дисперсионной *).

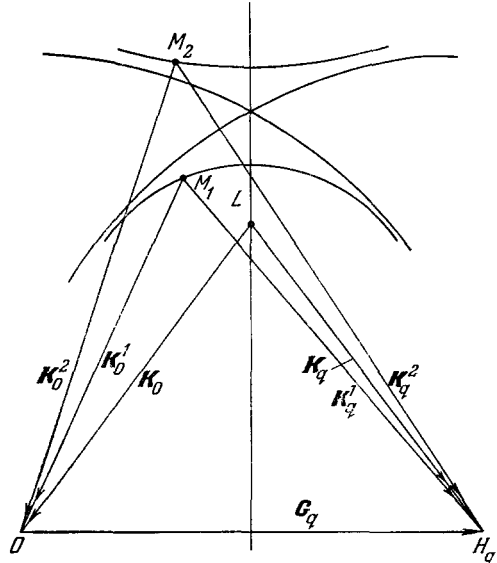


Рис. 4. Плоское сечение дисперсионной поверхности голограммы, которая получена от двух плоских монохроматических пучков, волновые векторы которых $\mathbf{K}_0$ и $\mathbf{K}_q (= \mathbf{K}_1$ в формулах (11) — (14)).

Точки M_1 и M_2 — волновые точки.

*) Укажем на аналогию поведения электромагнитной волны в трехмерной голограмме с поведением электронов, которые помещены в среду с периодическим потенциалом. Расщеплению уровней энергии на границе зоны Бриллюэна соответствует расщепление значений волновых векторов электромагнитных волн при выполнении условия Вульфа — Брэгга.

Точка L на рис. 4 задана волновыми векторами $|K_0| = |K_q| = 1/\lambda \sqrt{\eta_1}$ волн D_0 и D_q в данной среде до записи голограммы. Положение волновых точек относительно L определяет показатель преломления для каждой волны. Например, для волн, соответствующих нижней ветви дисперсионной поверхности, показатель преломления будет меньше показателя преломления для волны D_0 в одноволновом случае. Это различие приводит

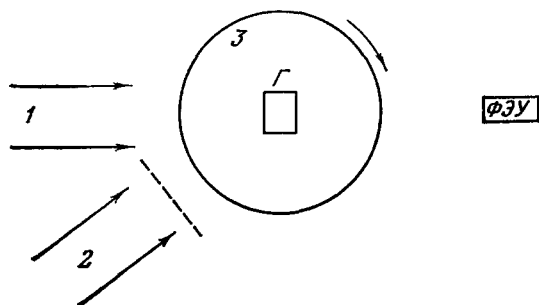


Рис. 5. Схема эксперимента для наблюдения эффекта Бормана.

1, 2 — плоские когерентные волны при записи голограммы; 3 — вращающаяся платформа, на которой устанавливается голограмма Г. При измерении интенсивности волны 1 волна 2 перекрывалась.

к интересному явлению, когда показатель преломления среды становится комплексным. Действительно, поглощение волны, соответствующей волновой точке, лежащей на нижней ветви дисперсионной поверхности, будет меньше среднего поглощения. Применяя подобные рассуждения и к волновым точкам на верхней ветви, увидим, что в определенных условиях одна пара волн будет почти полностью поглощаться, в то время как другая распространяется с аномально низким поглощением. В результате

этого выходящая из голограммы волна будет иметь большую интенсивность, чем в одноволновом случае. Этот эффект был открыт Борманом³⁶ при изучении дифракции рентгеновских лучей на совершенных кристаллах. В работах^{31, 35} сообщалось о наблюдении эффекта Бормана в голографии. На

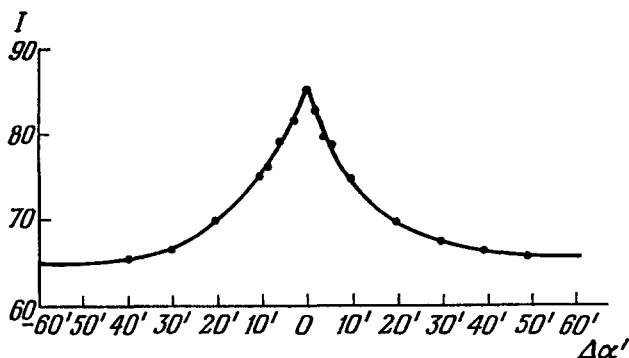


Рис. 6. Эффект Бормана.

$\Delta\alpha'$ — отклонение угла между волной 1 и плоскостью голограммы при реконструкции от значения этого угла при записи голограммы. I — интенсивность в произвольных единицах.

рис. 5 представлена схема соответствующего эксперимента³⁵. Голограмма записывалась на окрашенном кристалле КВг от двух плоских волн ($\lambda = 0,63 \text{ мкм}$), падающих на поверхность кристалла под углом около 10° друг к другу. Измерялась интенсивность луча I , проходящего через голограмму в зависимости от угла поворота голограммы на платформе. Оказалось, что брэгговскому положению соответствует максимум интенсивности проходящего луча (рис. 6).

Этот результат убедительно демонстрирует необходимость развития динамического приближения теории дифракции для трехмерных голограмм.

Теперь рассмотрим более сложный случай, когда голограмма записывалась от предмета, состоявшего из дискретной совокупности светящихся точек: $U(\mathbf{r}') = \sum_{j=0}^{N-1} f_j \delta(\mathbf{r}' - \mathbf{r}'_j)$. Найдем выражение для волнового поля внутри голограммы при реконструкции. Из формул (3), (4) и (10) следует, что в этом случае относительная вариация диэлектрической постоянной $\frac{\Delta\eta}{\eta_1}$ равна

$$\sum_{j=0}^{N-1} \sum_{q=0}^{N-1} A_{j,q} e^{i \cdot 2\pi G_{j,q} \cdot \mathbf{r}'}; \quad (15)$$

здесь $G_{j,q} = K_j - K_q$, $\sum A_{jj} = A_0$, $A_{j,q} = f_j f_q^* \cdot \frac{2\alpha}{\sqrt{\eta_1}}$. Если в такой голограмме распространяется волна $D_0 e^{i \cdot 2\pi K_0 \mathbf{r} - i\omega t}$, то в установившемся режиме колебаний, наряду с этой волной, должен существовать бесконечный набор волн $D_{j,q,m}$ с волновыми векторами $K_{j,q,m} = K_0 + m G_{j,q}$. Однако при $\frac{\Delta\eta}{\eta_1} \ll 1$, как в случае простейшей голограммы, все D_m для $|m| > 1$ будут всегда пренебрежимо малы по сравнению с D_0 и $D_{j,q,1}$. Поэтому можно считать, что внутри голограммы существует волна, которую следует искать в виде

$$D = \sum_{l=0}^{N-1} D_l e^{i \cdot 2\pi (K_l \mathbf{r}) - i\omega t}, \quad (16)$$

где $K_l = K_0 + G_l$, $G_l = G_{j,q}$. Подставив (15) и (16) в (9), получим уравнение для амплитуд поля

$$2\epsilon_l D_l = \sum_{j=0}^{N-1} A_{l,j} D_j C_{l,j}; \quad (17)$$

частным случаем этого уравнения является уравнение (12). Исходя из тех же предположений, можно получить уравнение для волнового поля, когда голограмма была записана от предмета, являющегося непрерывной совокупностью светящихся точек:

$$2\epsilon D(K) = \int A(K, K') D(K') C(K, K') dK'. \quad (18)$$

Из выражения (17) следует, что в фурье-пространстве голограммы существует многолистная поверхность дисперсии (для N точек предмета N -листная), которая определяет волновые векторы и амплитуды всех N^2 волн для каждого из рассмотренных состояний поляризации. Переход от дискретной к непрерывной совокупности точек на предмете приведет к тому, что в фурье-пространстве соответствующей голограммы произойдет слияние части ветвей дисперсионной поверхности и образуются зоны разрешенных значений волновых векторов.

II. ГЕОМЕТРИЯ РЕКОНСТРУКЦИИ И ИНТЕНСИВНОСТЬ ВОССТАНОВЛЕННОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ. РОЛЬ ОПОРНОГО ПУЧКА

В данной главе будут рассмотрены некоторые следствия изложенной теории. Как мы видели (формула (15)), для предмета, состоящего из N точек, структура голограммы может быть представлена набором из $\frac{N^2 - N}{2}$ элементарных синусоидальных распределений показателя преломления Δn .

Рассмотрим, каковы особенности распределения узлов в фурье-пространстве голограммы. Имеется $N^2 - N$ не лежащих в начале координат узлов, положение которых может быть найдено простым построением, которое проведено на рис. 7 для случая $N = 3$. В фурье-пространстве концы всех векторов $G_l = K_j - K_q (= G_{j,q})$ лежат на сферах радиуса $1/\lambda$. Очевидно, что на каждой из этих сфер лежит N точек $H_{j,q}$, причем $q = \text{const}$, j изменяется от 0 до $N - 1$, если реконструирующая волна

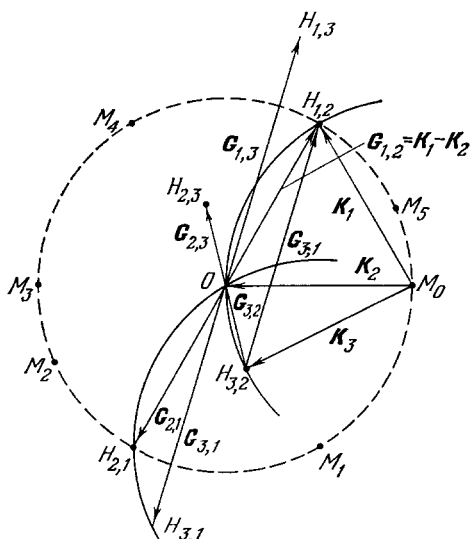


Рис. 7. Построение узлов в фурье-пространстве для голограммы, которая записана от предмета, состоящего из трех точек.

Точки M_q — центры сфер Эвальда, на которых лежат по три точки $H_{j,q}$; O — начало координат. Сферы проведены из точек M_0 и M_1 .

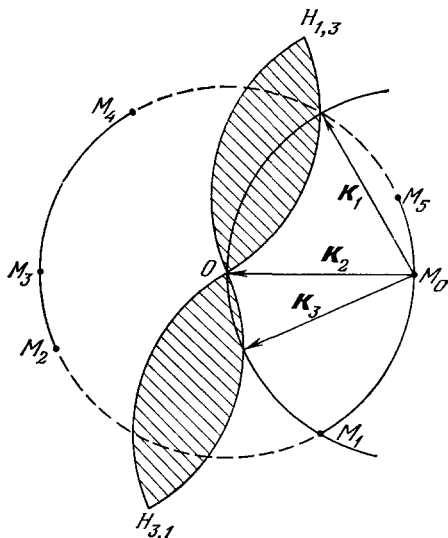


Рис. 8. Пример фурье-образа голограммы, записанной от сплошного предмета — светящейся полосы, который излучает когерентные волны в интервале от K_1 до K_3 (заштрихованная фигура).

Сплошные линии $M_1M_0M_5$ и $M_2M_3M_4$ — центры сфер Эвальда, которые соответствуют реконструирующим волнам, восстанавливающим мнимое и действительное изображения предмета.

имеет волновой вектор K_q . Если же реконструкция производится волной $-K_j$, то условие Вульфа — Брэгга выполняется для гармоник $G_{j,q}$, $j = \text{const}$. Иначе говоря, при освещении голограммы волной из любой точки предмета восстанавливаются все волны, участвовавшие в записи голограммы, а при реконструкции волной, сходящейся в одной из точек предмета, восстанавливается действительное изображение.

Характер рассуждений не изменится, если предмет представляет собой непрерывную совокупность светящихся точек. Это случай непрерывного распределения узлов в фурье-пространстве. Оно описывается функцией автокорреляции распределения амплитуд и фаз волны на поверхности предмета (рис. 8). Для восстановления изображения предмета требуется, чтобы реконструирующая волна соответствовала одной из волн, которые участвовали в записи голограммы. Положение изображения предмета по отношению к голограмме не зависит от того, какая волна использовалась при реконструкции. Таким образом, при восстановлении изображения несущественно, сколько волн участвует в реконструкции.

Для иллюстрации изложенного на рис. 9 приведены фотографии изображений, реконструированных с голограмм одной и несколькими точками предмета. При записи голограмм не использовался специально выделенный опорный пучок.

Отметим, что трехмерная голограмма является примером квадратичного детектора, который позволяет получать информацию не только об амплитудах волн, но и об их фазах относительно любой из них.

Динамическое приближение теории позволяет оценить интенсивности волн при реконструкции изображения. Воспользуемся уравнениями (17) для случая записи голограммы от предмета, состоящего из N точек. Легко

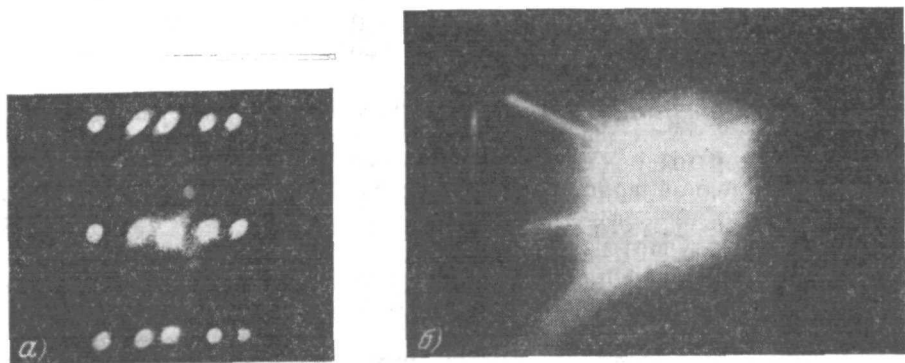


Рис. 9. а) Фотография восстановленного изображения точек. Реконструкция осуществлялась волнами из точек, которые на фотографии выглядят более отчетливо. б) Фотография изображения треугольного контура, восстановленного волной из точки, которая лежит в вершине треугольника.

видеть, что в общем случае амплитуды реконструированных волн отличаются от амплитуд соответствующих волн при записи голограммы. Только когда при любом l выполняется условие $\frac{D_l}{D_0} \ll \frac{1}{N}$, можно приближенно написать

$$\frac{D_l}{D_0} = \frac{C_0 \cdot A_{l0}}{2\varepsilon_l - A_0}, \quad (19)$$

т. е. амплитуда реконструируемой волны пропорциональна амплитуде соответствующей волны при записи голограммы, если равны все ε_l (ε_l находятся из граничных условий и уравнения поверхности дисперсии).

Очевидно, что реконструирующей волной D_0 может служить любая волна из тех, что участвовали в записи голограммы. С другой стороны, любая точка предмета может рассматриваться как источник опорной, записывающей волны для всех остальных волн, исходящих от предмета. Таким образом, в приближении кинематической теории для реконструкции изображения предмета нет необходимости иметь специальный опорный пучок при записи трехмерной голограммы.

В рамках динамического приближения следует особо рассмотреть случай, когда одна из точек предмета выделена по яркости. В этом случае можно считать, что все $A_l, j = 0$, если l или j не относятся к яркой волне. Для простоты индекс, относящийся к яркой волне, обозначим через 0, A_0, q — через A_{-q} , $A_q, 0$ — через A_q . Легко показать, что для реконструкции неискаженного изображения необходимо, чтобы $\varepsilon_l = \varepsilon_{l'}$. В этом случае из уравнений (17) найдем

$$\frac{D_l}{D_0} = \frac{A_l C_l}{\sum_j |C_j \cdot A_j|^2} (2\varepsilon_0 - A_0), \quad (20)$$

$$\sum_l \left| \frac{D_l}{D_0} \right|^2 = \frac{(2\varepsilon_0 - A_0)^2}{\sum_j |C_j \cdot A_j|^2}. \quad (21)$$

Таким образом, с точки зрения динамической теории для правильного воспроизведения распределения интенсивностей по предмету полезно выделять по яркости одну из точек предмета.

Эта точка может рассматриваться как источник опорной волны, однако, в отличие от плоских голограмм, не требуется накладывать условий на положение выделенной точки.

III. ОСОБЫЕ СЛУЧАИ ЗАПИСИ И РЕКОНСТРУКЦИИ ТРЕХМЕРНЫХ ГОЛОГРАММ

1. Использование протяженных источников

До сих пор мы исходили из того, что реконструкция изображения производится одной волной. Хорошо известно, что при реконструкции изображения с плоских голограмм протяженным источником следует различать два случая:

а) запись производилась с помощью точечного опорного источника: восстановление протяженным источником приводит к сильному размытию изображения^{3, 37};

б) запись производилась протяженным источником. Восстановление изображения возможно, если реконструирующий источник совпадает с записывающим. В этом случае реконструкция изображения эквивалентна интегральной операции

$$U(r) * T(r) * T^*(r),$$

где $T(r)$ — функция источника, символ $*$ означает операцию автокорреляции. Если $T(r)$ имеет широкий спектр пространственных частот, то $T(r) * T^*(r)$ близка к дельта-функции и восстанавливается изображение предмета^{3, 38}.

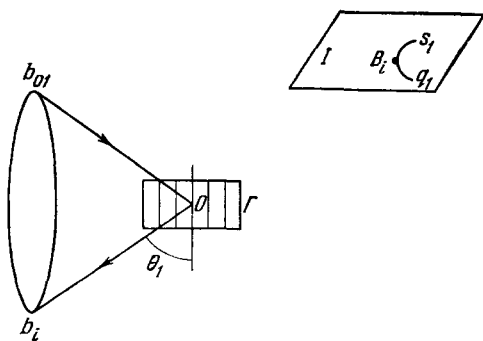
Рассмотрим теперь в той же последовательности реконструкцию трехмерных голограмм протяженным источником.

а) Голограмма записывалась точечным источником. Если при реконструкции изображения ни одна из точек реконструирующего источника не совпадает с точкой B_0 , которая давала опорную волну при записи голограмм, то, как мы видели, изображение предмета не восстанавливается, могут лишь появиться изображения отдельных точек вне предмета. Для удобства дальнейшего изложения проанализируем процесс создания изображения для одной из точек предмета B_i , если реконструирующий источник содержит точку B_0 . Проведем построение (рис. 10).

Рис. 10. Схема, поясняющая размытие изображения точки предмета B_i при реконструкции трехмерной голограммы протяженным источником.

$\vec{b}_{01}\vec{O}$ и $\vec{b}_i\vec{O}$ — части векторов $\vec{B}_0\vec{O}$ и $\vec{B}_i\vec{O}$; l — мнимое изображение точки B_i ; θ_1 — брэгговский угол ($2\theta_1 = \varphi_1$).

щего источника не совпадает с точкой B_0 , которая давала опорную волну при записи голограмм, то, как мы видели, изображение предмета не восстанавливается, могут лишь появиться изображения отдельных точек вне предмета. Для удобства дальнейшего изложения проанализируем процесс создания изображения для одной из точек предмета B_i , если реконструирующий источник содержит точку B_0 . Проведем построение (рис. 10). Пусть $\mathbf{K}_0$ — волновой вектор волны, испускаемой точкой реконструирующего источника, которая совпадает с точкой предмета B_0 при записи голограммы. Тогда $\mathbf{K}_1$ — волновой вектор восстановленной волны, образующей мнимое изображение точки B_1 . Из этой схемы видно, что имеются и другие направления $\mathbf{K}_0$ (соответствующие образующим конуса с углом раствора $180^\circ - \varphi$), для которых возможно появление восстановленной волны типа $\mathbf{K}_1$.



Теперь можно сделать вывод, что если в протяженном реконструирующем источнике имеются точки, которые излучают волны в пределах участка дифракционного конуса, то изображением точки предмета B_i будет являться линия s_1q_1 , аналогичная известным линиям Кикучи. В результате изображение предмета при реконструкции протяженным источником оказывается размытым, как и в случае плоских голограмм.

б) Голограмма записывалась протяженным источником. Покажем, что в этом случае реконструкцию изображения возможно осуществлять с помощью источника практически произвольной формы. Пусть B_i , как и прежде, одна из точек предмета, а B_{01} и B_{02} — две произвольные точки записывающего протяженного источника. Очевидно, что соответствующие дифракционные конусы должны иметь общую образующую Ob_i (рис. 11), так как касание или пересечение конусов фиксирует направление волны, восстанавливающей точку B_i . Следовательно, в плоскости изображения выделяется точка пересечения линий

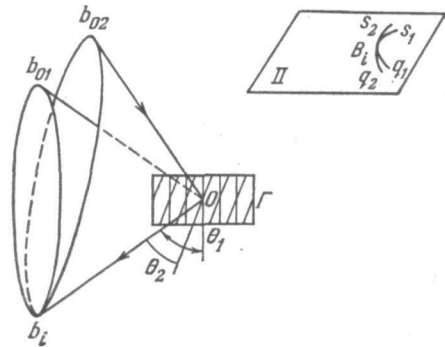
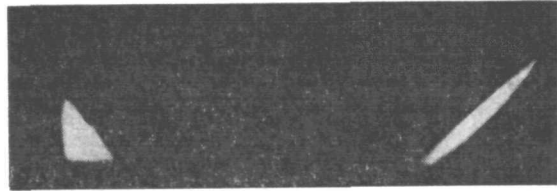
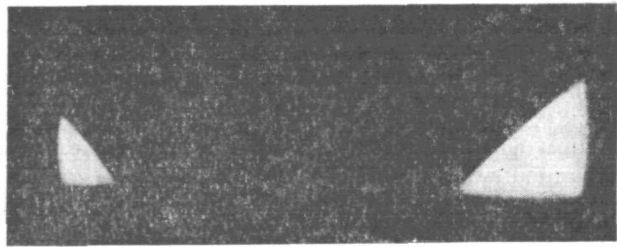
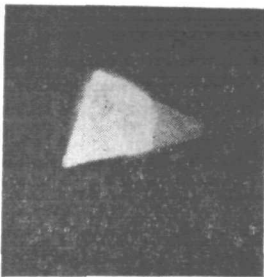


Рис. 11. Образование изображения точки предмета B_i при записи и реконструкции голограммы протяженным источником.

Обозначения такие же, как и на рис. 10.



а)



б)

Рис. 12. Фотография восстановленного изображения треугольника. Реконструкция осуществлялась яркой частью треугольника.

Рис. 13. а) Предмет (треугольник) и протяженный опорный источник (полоска). б) Фотография восстановленного изображения треугольника (большой треугольник — реконструирующий источник).

s_1q_1 и s_2q_2 . Каждой точке B_{0j} записывающего источника соответствует определенный дифракционный конус и линия s_jq_j в плоскости изображения.

Ясно, что B_i является точкой пересечения всех линий $s_j q_j$, и поэтому выделена по яркости. Таким образом, следует ожидать, что восстановленное изображение предмета будет четким, если число линий, участвующих в формировании каждой точки изображения, достаточно велико. Очевидно, что данное условие можно считать выполненным, если реконструирующий и записывающий источники хотя бы частично перекрываются.

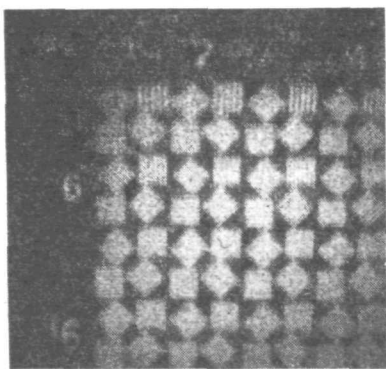


Рис. 14. Фотография восстановленного изображения мира № 4. Голограмма записывалась круглым источником диаметром 0,2 мм; реконструкция изображения осуществлялась источником диаметром в несколько миллиметров; центры этих двух источников совпадали.

При этом контрастность получаемого изображения не зависит от общего размера и формы реконструирующего источника. На рис. 12 приведена фотография восстановленного изображения треугольника. При записи и реконструкции голограммы использовался один и тот же протяженный источник. На рис. 13 приведен пример восстановления изображения предмета (маленький треугольник), когда записывающий источник — полоска — является частью реконструирующего (большой треугольник). Использование протяженных источников в случае трехмерных голограмм позволяет получать изображения хорошего качества, что иллюстрируется фотографией восстановленного изображения мира № 4 на рис. 14. В связи с изложенным подчеркнем, что трехмерная голограмма обладает возможностью воссоздавать фантомное изображение предмета по его части, содержащейся в другом предмете.

Яркость получаемого изображения пропорциональна $\left| \int U(r) dr \right|^2$, где интегрирование проводится по площади, которая является общей у реконструирующего и записывающего источника.

2. Эффект Ренингера

В предыдущем изложении были рассмотрены случаи, когда реконструирующая волна посылается на голограмму от некоторого внешнего источника. При этом внутри голограммы распространяются волны, которые участвуют в формировании изображения предмета. Дифрагированные волны испытывают рассеяние в объеме голограммы, что значительно усложняет процесс восстановления изображения. Представим себе, что в одном фоточувствительном элементе последовательными экспозициями записаны, например, две голограммы так, как показано на рис. 15. Будем производить реконструкцию волной 1. При этом условие Вульфа — Брэгга выполняется для одной голограммы. Однако волна 3 по отношению ко второй голограмме является реконструирующей. Следовательно, восстановится не только волна 3, но и «лишняя» волна 2. Необходимо учета подобного явления при реконструкции голограмм подтверждается экспериментом, описанным в работе ³⁹. Соответствующий эффект известен в рентгеноструктурном анализе как «окольное возбуждение» или эффект Ренингера.

Рассмотрение этого эффекта может быть проведено только в динамической теории. Предположим, что вначале голограмма записывалась от предмета, состоящего из $N_1 - 1$ точки с помощью опорной, выделенной по яркости волны, обозначаемой индексом 0. На этот же фоточувствитель-

ный элемент записывается голограмма от второго предмета, состоящего из $N_2 - 1$ точки, причем одна из точек первого предмета, например точка с индексом $q = N_1 - 1$, служит источником опорной волны. Из системы

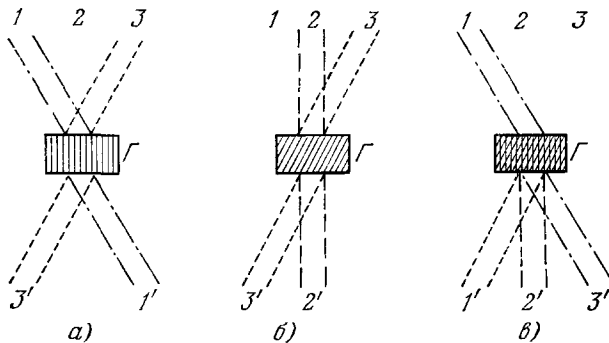


Рис. 15. Схема эксперимента для наблюдения эффекта Ренингера.

а) Запись голограммы волнами 1 и 3; б) запись голограммы волнами 2 и 3, которая производится после записи голограммы в схеме а); в) реконструкция изображения волной 1.

уравнений (17) находим выражения для амплитуд восстановленных волн

$$\begin{aligned} \frac{D_q}{D_0} &= \frac{A_q}{2\varepsilon_q - A_0}, \quad q \neq N_1 - 1, \\ \frac{D_{N_1-1}}{D_0} &= \frac{A_{N_1-1} C_{N_1-1, 0}}{(2\varepsilon_{N_1-1} - A_0) - \sum_{m=0}^{N_2-1} \frac{|A_{N_1-1, m} C_{N_1-1, m}|^2}{2\varepsilon_m - A_0}}, \\ \frac{D_m}{D_0} &= \frac{A_{m, N_1-1} C_{m, N_1-1}}{2\varepsilon_m - A_0} \left(\frac{D_{N_1-1}}{D_0} \right); \end{aligned} \quad (22)$$

здесь индексы q относятся к изображению первого предмета, а индексы m — к волнам, формирующим изображение второго. Видно, что амплитуды волн D_q и D_m определяются всеми гармоническими распределениями показателя преломления, причем амплитуда D_m зависит от отношения амплитуд двух опорных волн.

Разобранные случаи представляют собой пример того, насколько необычными являются свойства трехмерных голограмм. Интересно, что эффект Ренингера как бы моделирует ассоциативную память, похожую, например, на лингвистическую память человека, читающего литературу на малознакомом языке. Представления о предметах возникают у него лишь после перевода слов на родной язык, т. е. в два этапа, так же как и появление «лишней» волны при реконструкции голограммы⁵⁰. Последнее свойство трехмерных голограмм может дать новый импульс к дискуссии по вопросу: является ли человеческая память голографической^{9, 40-43}.

IV. ВЛИЯНИЕ ОГРАНИЧЕННЫХ РАЗМЕРОВ ГОЛОГРАММЫ

1. Трехмерная голограмма как оптическая изображающая система

Для оценки возможностей практического использования трехмерных голограмм большое значение имеет разрешающая способность при реконструкции, которая зависит от реальных размеров голограммы.

Разрешающая способность плоских голограмм была рассмотрена в ряде работ (см., например, ⁴⁴). Показано, что предельное разрешение

точек в изображении предмета ограничивается дифракцией волны на плоской апертуре голограммы. Ниже будет показано, что регистрация волнового поля в объеме означает создание качественно новой оптической изображающей системы.

а) Разрешающая способность. Вернемся к формуле (7) и будем считать, что объектом является плоский предмет с распределением поля вдоль всего $U(x', y')$. Поскольку голограмма имеет конечные размеры, интеграл (7) нужно брать в ограниченных пределах. Пусть голограмма представляет собой прямоугольный параллелепипед с размерами X, Y, Z . Тогда вместо (7) будем иметь функцию $U''(x', y')$, описывающую восстановленное изображение,

$$U''(x', y') = U'(x', y') * L(\Delta K), \quad (23)$$

где $L^2(\Delta K)$ — функция Лауэ,

$$L^2(\Delta K) = \left(\frac{\sin \pi \Delta K_x X}{\pi \Delta K_x X} \right)^2 \left(\frac{\sin \pi \Delta K_y Y}{\pi \Delta K_y Y} \right)^2 \left(\frac{\sin \pi \Delta K_z Z}{\pi \Delta K_z Z} \right)^2, \quad (24)$$

поскольку $K_z = \sqrt{(1/\lambda^2) - K_x^2 - K_y^2}$,

$$-\Delta K_z \approx \frac{K_x}{K_z} \Delta K_x + \frac{K_y}{K_z} \Delta K_y + \frac{\Delta K_x^2}{2K_z} + \frac{\Delta K_y^2}{2K_z}.$$

$L(\Delta K)$ описывает восстановленное с голограммы изображение точки. При $Z=0$ формула (23) дает разрешение предмета при реконструкции

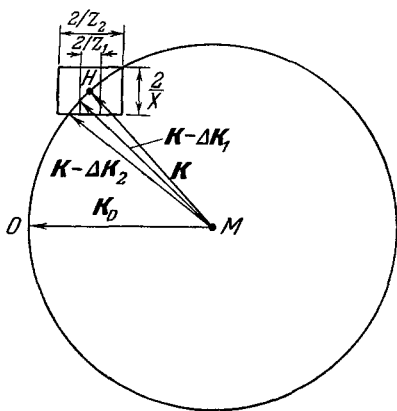


Рис. 16. Построение Эвальда для голограмм, которые имеют конечные размеры.

с плоской голограммы. Трехмерная голограмма позволяет получить более высокое разрешение при заданных поперечных размерах X, Y . Этот вывод проиллюстрируем построением Эвальда. В случае ограниченной голограммы вместо точечных узлов в фурье-пространстве находятся узлы с размерами $2/X, 2/Y, 2/Z$, где $2/X$ — расстояние между первыми минимумами $L(\Delta K_x)$. На рис. 16 изображен один из узлов фурье-образа голограммы, который пересекается сферой Эвальда при данном направлении реконструирующей волны K_0 . Угол между векторами $K \pm \Delta K_1$ и $K \pm \Delta K_2$ определяет разрешающую способность. Из рисунка видно, что при одинаковом размере X увеличение толщины голограммы ($Z_1 > Z_2$) ведет

к уменьшению интервала ΔK (уменьшению размеров изображения точки).

Справедливость полученного результата была подтверждена в эксперименте, схема которого представлена на рис. 17, а⁵¹. Голограмма записывалась от двух плоских волн. При реконструкции перед голограммой помещалась щель шириной 200 мкм. На кривых 1 и 2 рис. 17, б показано распределение интенсивности в реконструируемой волне для голограмм, толщины которых $Z_1 = 12$ мм, $Z_2 = 6$ мм соответственно. Положение минимумов этих кривых совпадает с вычисленным по формуле (24). На этом же рисунке для сравнения приведено распределение интенсивности при дифракции плоской волны на щели 200 мкм (кривая 3).

Обратим внимание на то, что трехмерная голограмма регистрирует значения компонент волнового вектора с точностью, задаваемой ее размерами. Однако если известна геометрия получения и, следовательно, реконструкции голограммы, неопределенность значения волнового вектора может быть уменьшена по сравнению с величиной, определяемой соотношением $\Delta K_x \Delta X = 1$.

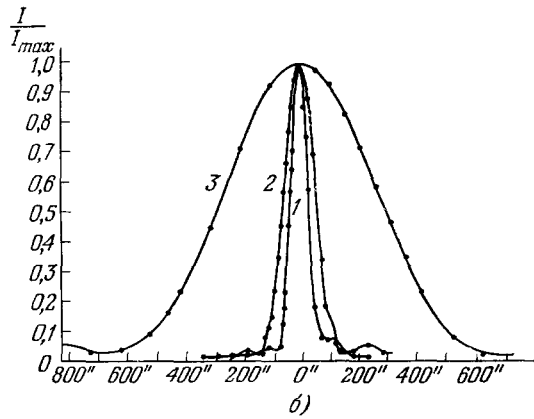
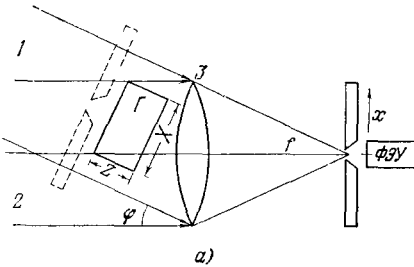


Рис. 17 а) Схема эксперимента, который демонстрирует влияние толщины голограммы на разрешение по ΔK_x (1, 2 — плоские волны, падающие под углом $\varphi = 11,3^\circ$ на голограмму Г; 3 — линза; пунктиром отмечена щель, которая ограничивала размер голограммы при реконструкции. Измерения распределения интенсивности проводились вдоль оси X). б) Экспериментальные результаты (интенсивность дана в относительных единицах).

Для количественных оценок важно, что при $K_x = K_y = 0$ (для точки, лежащей на оптической оси) разрешение увеличивается незначительно, пока $2X^2 > Z\lambda$.

При $X \approx Y \approx Z$ разрешение остается приблизительно постоянным при удалении точки от оптической оси. Легко показать, что трехмерная голограмма дает изображение с повышенным разрешением и по оси Z.

б) С п е к т р а л ь н о е р а з р е ш е н и е. Как неоднократно отмечалось в литературе⁴⁵⁻⁴⁹, трехмерная голограмма представляет собой спектральный прибор, который позволяет вести реконструкцию изображения в белом свете. Это важное свойство трехмерных голограмм легко пояснить, воспользовавшись построением Эвальда. В отличие от предыдущих построений примем радиус сферы за 1, тогда модуль вектора $\mathbf{G}$ будет равен λ/d . В этом построении узел в фурье-пространстве имеет дополнительное размытие вдоль вектора $\mathbf{G}$ в случае, когда для реконструкции используется некогерентный источник света (рис. 18). Из построения следует, что если поперечные размеры голограммы достаточно велики, спектральное разрешение зависит от толщины Z и угла φ . Например, при расположении голограммы и волн $\mathbf{K}_0$, $\mathbf{K}_q$, указанном на рис. 18, в формировании изобра-

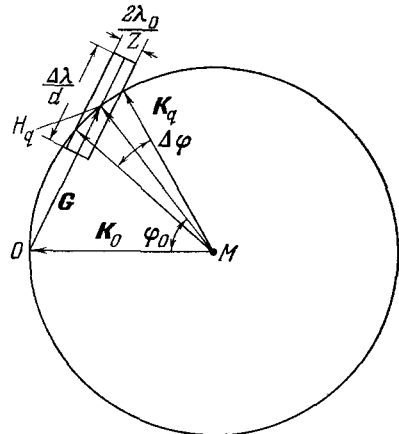


Рис. 18. Построение Эвальда для случая, когда реконструкция осуществляется полихроматическим источником света, а голограмма расположена симметрично по отношению к волнам $\mathbf{K}_0$ и $\mathbf{K}_q$.

жения участвуют волны в интервале $\Delta\lambda$ ($\Delta\lambda \ll \lambda_0$):

$$\Delta\lambda = \frac{2\lambda_0}{Z} \operatorname{ctg} \frac{\varphi}{2} \frac{\lambda_0}{2 \sin \frac{\varphi}{2}}.$$

Итак, если трехмерная голограмма записывалась светом с длиной волны λ_0 , при освещении ее источником белого света она выбирает участок спектра в окрестностях этой длины волны. Видно, что интервал $\Delta\lambda$ уменьшается с возрастанием угла дифракции и становится мал при углах φ , близких к 180° даже для малых значений Z . Этим объясняется способность голограмм, записанных на липмановских эмульсиях по схеме Денисюка, реконструировать изображение источником белого света. Очевидно, что при записи голограммы в дополнительных цветах можно реконструировать цветное изображение предмета^{49, 53}. К неожиданному результату приводит использование при записи протяженного источника. Тогда спектральная избирательность трехмерной голограммы проявляется, если только реконструирующий источник является также протяженным. Действительно, при реконструкции изображения точечным полихроматическим источником условие Вульфа — Брэгга выполняется для большого спектрального интервала, включающего λ_0 . При этом появляются наложенные друг на друга изображения предмета от целого набора длин волн. Если применить при реконструкции «белый» протяженный источник, контрастность изображения каждой точки предмета определяется пересечением группы дифракционных конусов по одной образующей (см. рис. 11). В этом случае изображение предмета является достаточно четким и одновременно выделяется узкий спектральный интервал в окрестности λ_0 .

В некоторых экспериментах линейные размеры голограммы могут изменяться в результате, например, усадки пленки при фотографической обработке, термического расширения фотохромного материала. При равномерном изменении размеров голограммы любой вектор G заменится на $G\beta$, где $\beta^3 = V_0/V$, а V_0 и V — объем голограммы до и после обработки соответственно. Изображение предмета при этом не изменяется. Реконструкция должна проводиться волной $\lambda_1 = \lambda_0/\beta$. Неизотропное изменение размеров голограммы может привести к полной невозможности реконструкции изображения любой длиной волны.

В заключении данного раздела проведем оценку разрешающей силы трехмерной голограммы⁵⁰. Из рис. 16 видно, что если $X = Y = Z$, то угловой размер изображения точки остается постоянным при изменении угла φ и равен λ/X . Из уравнения Вульфа — Брэгга найдем $\Delta\lambda = d \cos \varphi/2 \cdot \Delta\varphi$. Если определить разрешающую силу R так же, как это делается для плоских дифракционных решеток, то, если $N = X/d$ — число штрихов дифракционной решетки, $R = N/\cos(\varphi/2)$.

Таким образом, разрешающая сила трехмерных голограмм больше, чем для плоских дифракционных решеток с равным числом N , и имеет не меньшую область дисперсии. Это может иметь большое практическое значение при использовании трехмерных голограмм в спектральных приборах.

2. Учет граничных условий

Учет граничных условий необходим для вычисления интенсивностей изображения. Введение граничных условий упрощается, если считать, что голограмма окружена средой с диэлектрической проницаемостью η_1 , причем диэлектрическая проницаемость голограммы равна $\eta_1 + \Delta\eta$, где, как и прежде, $\Delta\eta/\eta_1 \ll 1$. Ограничимся случаем, когда голограмма запи-

сывается опорным пучком, расположенным с той же стороны, что и волны от точек предмета.

Если реконструирующая волна D_0 падает на поверхность раздела голограмма — среда, то выполняется условие постоянства скачка фазы волны вдоль всей поверхности. Это означает, что компоненты всех волновых векторов, параллельные верхней поверхности, равны между собой.

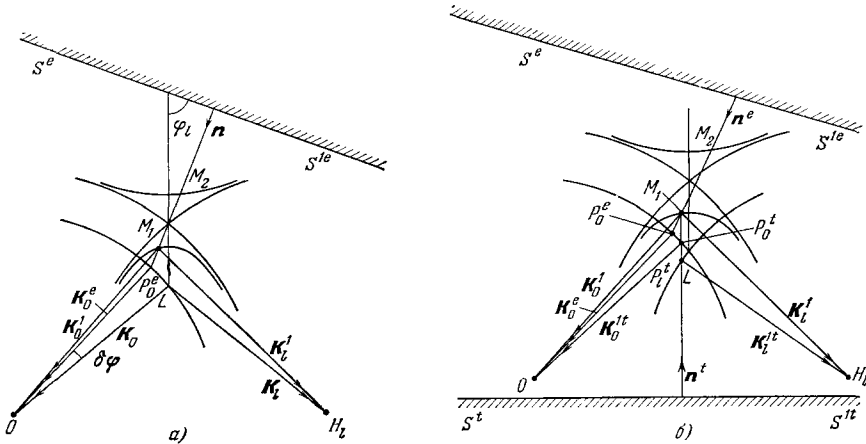


Рис. 19. Построение поверхности дисперсии и нахождение волновых точек из граничных условий.

M_1 и M_2 — волновые точки, выбранные из условия равенства компонент волновых векторов, параллельных поверхности $S^e S^{1e}$; точки P_0^t и P_1^t на окружностях выбираются из того же условия на поверхности $S S^{1t}$. Для простоты на рисунке проведено построение только для волновых векторов, связанных с точкой M_1 . Аналогично находятся и волновые векторы K_0^{2t} , K_1^{2t} волн на выходе из голограммы. а) Полубесконечная голограмма; б) голограмма ограничена с двух сторон. Поскольку $|K^t| = |K^e| = |K|$, точки P лежат на окружностях, радиус которых равен $|K| = LO = LH_1$.

Это условие позволяет определить волновые точки на дисперсионной поверхности и, следовательно, амплитуды дифрагированных волн.

Проведем геометрическое построение при заданных граничных условиях в двухволновом случае. На рис. 19, а $\vec{LO}$ и $\vec{LH_1}$ — волновые векторы для волн, участвовавших в записи голограммы, $K_0^e = \vec{P_0^e O}$ — вектор реконструирующей волны, K_1^t , K_2^t — векторы волн, распространяющихся внутри голограммы, заданы положением точек пересечения ветвей дисперсионной поверхности с нормалью, проведенной из точки P_0^e к следу поверхности раздела $S^e S^{1e}$.

Обозначим $M_1 P_0^e$ через $|K| g_1 n^e$, где n^e — единичный вектор нормали к поверхности $S^e S^{1e}$. Поскольку по определению $g_1^t = \frac{|K_1^t| - |K|}{|K|}$, то из рис. 19 легко найти, что g_1^t приближенно равно $g_1 \sin(\psi_l - \frac{\varphi_l}{2}) + \delta\varphi \sin \varphi_l$. Подставляя это значение в формулу (13), получим

$$\frac{D_1^t}{D_0} = \frac{C_l A_l}{2g_1 \sin(\psi_l - \frac{\varphi_l}{2}) + 2\delta\varphi \sin \varphi_l - A_0}. \quad (25)$$

Если голограмма записывалась от большого числа точек с опорной волной, то, как видно из формулы (20), решение волнового уравнения формально не отличается от решения для двух волн. Поэтому формула (25) дает амплитуды всех волн внутри голограммы. Обозначим углы φ и ψ для

точки, которая лежит в центре предмета, через φ_0 и ψ_0 . Тогда для всех остальных точек $\psi_l = \psi_0 - \frac{\Delta\varphi_l}{2}$, $\varphi_l = \varphi_0 + \Delta\varphi_l$. Поэтому вместо (25) можно написать

$$\frac{D_l^t}{D_0} = \frac{C_l A_l}{2g_{l1} \sin\left(\psi_0 - \frac{\varphi_0}{2} - \Delta\varphi_l\right) - A_0 - 2\delta\varphi \sin(\varphi_0 + \Delta\varphi_l)}. \quad (26)$$

Из (26) видно, что интенсивности точек в изображении предмета будут всегда искажены. Это искажение меньше для волн, связанных с той ветвью дисперсионной поверхности, которая лежит ближе к точке L . Отметим, что если голограмма получена от небольшого предмета и $\varphi_0 = 0$, то при $\psi_0 = 90^\circ$ искажения невелики.

Аналогичным образом вводятся граничные условия на поверхности выхода. На рис. 19, б проведено построение для двухволнового случая. Здесь $\mathbf{K}_0^e$ — волновой вектор реконструирующей волны, падающей на поверхность входа, $\mathbf{K}_0^{1t}$, $\mathbf{K}_e^{1t}$ — волновые векторы волн на выходе из голограммы.

Теперь рассмотрим граничные условия для полей $\mathbf{E}$ и $\mathbf{D}$. При сделанном выше предположении о среде, окружающей голограмму, пренебрегая величинами порядка $\Delta\eta/\eta_1$, можно записать граничные условия на верхней поверхности для одной реконструирующей волны:

$$\begin{aligned} D_0 &= \sum_{q=1}^{N+1} D_0^q, \\ 0 &= \sum_{q=1}^{N+1} D_l^q. \end{aligned} \quad (27)$$

Волны D_l^q задаются волновыми векторами $\mathbf{K}_l^q$ для каждой ветви дисперсионной поверхности. Уравнения (26) и (27) позволяют однозначно найти амплитуды поля D_l^q в каждой экспериментальной ситуации.

На поверхности выхода волн из голограммы граничные условия запишутся так:

$$\sum_{q=0}^{N+1} M_l^q D_l^q = D_l^t M_l^{1,t}, \quad (28)$$

где $M_l^q = e^{2\pi i \mathbf{K}_l^q \mathbf{r}}$ — фазовые коэффициенты, зависящие от толщины голограммы.

Обратим внимание на то, что в общем случае из голограммы выходит $2N^2$ волн, причем в направлении каждой точки предмета распространяется $2N$ различных волн. Эти волны образуют интерференционную картину. Направления всех $2N$ волн совпадают только в том случае, когда поверхности $S^e S^{1e}$ и $S^t S^{1t}$ параллельны. Поэтому условие того, что голограмма представляет собой прямоугольный параллелепипед, является необходимым для реконструкции изображения. Предполагая теперь, что это условие выполнено, найдем относительные интенсивности волн $|D_l^t|^2$, если все $\varepsilon_l = \varepsilon_0$:

$$\begin{aligned} \left| \frac{D_l^t}{D_0^e} \right|^2 &= T_l = \frac{|A_l|^2 |C_l|^2}{\sum_{q=1}^{N-1} |A_q C_q|^2} \sin^2 \left(\frac{\pi k \sqrt{\sum_{q=1}^{N-1} |A_q C_q|^2}}{\cos\left(\frac{\varphi_l}{2}\right)} Z \right), \\ \left| \frac{D_0^t}{D_0^e} \right|^2 &= 1 - \sum_{k=1}^{N-1} T_k. \end{aligned} \quad (29)$$

Хотя формулы (29) получены для частного случая, они позволяют сделать общий вывод: интенсивности реконструированных волн осциллируют с увеличением толщины. Периоды осцилляций пропорциональны Δn , а перед суммой гармонических членов стоит множитель, пропорциональный интенсивности волны при записи голограммы. Очевидно, что интенсивность восстановленного изображения, вычисленная с помощью динамической теории, совпадает с интенсивностью, вычисленной по формулам кинематической *), если

$$Z \ll \frac{\lambda}{\Delta n}. \quad (30)$$

Обратим внимание на то, что вычисление, проделанное выше, относится к фазовым голограммам. Для голограмм, записанных в сильно поглощающей среде ($\mu Z \gg 1$), формулы упрощаются, так как можно считать, что из голограммы выходят лишь волны, обладающие наименьшим поглощением. Эти волны, как уже отмечалось выше, соответствуют нижней ветви дисперсионной поверхности, ближайшей к точке L . Вместо уравнения (28) можно написать

$$D_i^t = M_i D_i.$$

В общем случае поглощение может быть учтено, если считать, что векторы $K_{l,q}$ в (28) являются комплексными величинами ^{52, 53}.

3. Информационная емкость

Как впервые было показано Ван-Хирденом, трехмерная голограмма обладает большой емкостью памяти ⁹. Проведем оценку емкости памяти в рамках кинематического приближения теории дифракции. Ранее было показано, что отдельные точки изображения будут разрешены, если соответствующие узлы в фурье-пространстве не перекрываются. Если запись информации на голограмму осуществляется светом с длиной волны λ , то периоды гармонических распределений Δn не могут быть меньше $\lambda/2$. Это означает, что в фурье-пространстве узлы могут находиться лишь в пределах сферы радиуса $2/\lambda$, центр которой лежит в начале координат (рис. 16). Будем считать, что голограмма представляет собой параллелепипед размерами X, Y, Z . Размеры любого узла в фурье-пространстве будут $2/X, 2/Y, 2/Z$. Тогда в объеме V_0 , занятом сферой ограничения, можно разместить $n_0 = \frac{4}{3} \pi \frac{XYZ}{\lambda^3}$

узлов, т. е. независимых элементов памяти.

Если голограмма записывается от N точек, то в фурье-пространстве будет содержаться $N^2 - N$ узлов, а максимальное число N равно $\sqrt[n_0]{}$.

Наиболее благоприятным является случай, когда запись производится с участием опорной волны, выделенной по яркости. Тогда в фурье-пространстве следует учитывать лишь $2N$ узлов и $N = \frac{n_0}{2} \approx 2,1 \frac{V_r}{\lambda^3}$, где $V_r = XYZ$ — объем голограммы. Заметим, что при плотном заполнении

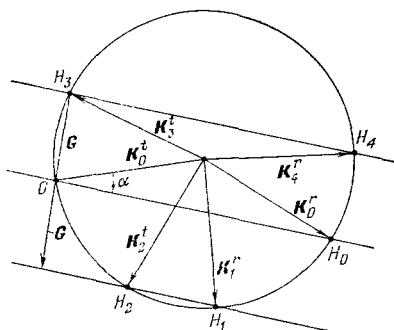


Рис. 20. Построение Эвальда для плоской голограммы.

α — угол между перпендикуляром к плоскости голограммы и реконструирующей волной K_0^t ; K_0^r — зеркально отраженный луч. $K_1^t, K_2^t, K_3^t, K_4^r$ — дифрагированные волны.

*) Отметим, что критерий (30) является одновременно и критерием малости отношения D_i/D_0 , когда справедливы формулы (19).

сферы ограничения отношение мощности сигнала к мощности шума не меньше отношения площади всех дифракционных максимумов к суммарной площади побочных максимумов (см. выражение (24)). Это позволяет получить предельное значение емкости памяти примерно $5 \cdot 10^{12}$ бит для $\lambda = 1$ мкм и $V_T = 1$ см³. Фактически эта оценка показывает, какое количество информации может быть записано на голограмме интерференционным методом. При голографическом «считывании» этой информации могут возникнуть помехи, вызванные особенностями дифракции волны на трехмерной дифракционной структуре (например, эффектом Ренингера). Поэтому при $Z > \lambda/\Delta n$ максимальное число независимых точек, которое может быть записано и реконструировано голографически, будет равно приблизительно $n_0^{2/3}$; максимальная емкость памяти снизится до $3 \cdot 10^8$ бит при $\lambda = 1$ мкм и $V_T = 1$ см³ ⁵⁰.

V. ПРЕДЕЛЬНЫЙ ПЕРЕХОД ОТ ТРЕХМЕРНЫХ ГОЛОГРАММ К ПЛОСКИМ

1. К р и т е р и и п е р е х о д а

Разделение голограмм на трехмерные и «плоские» является до некоторой степени условным. Можно сформулировать несколько способов выбора критериев разделения. Критерий, при выполнении которого проявляются все важнейшие свойства трехмерных голограмм, подробно рассмотренные в предыдущих главах, может быть записан

$$X \approx Y \approx Z, \quad V_T \gg \lambda^3. \quad (31)$$

Часто считают, что основным признаком трехмерной голограммы является отсутствие второго изображения предмета при реконструкции. Это условие выполняется при

$$Z \gg \frac{\lambda}{4 \sin^2(\varphi/2)}. \quad (32)$$

Очевидно, что условие (31) является более общим, поскольку при его выполнении удовлетворяется и неравенство (32) в широком интервале углов φ вплоть до значений $\left(\frac{\lambda}{Z}\right)^{1/2}$. С другой стороны, неравенство (32) может быть выполнено и для толщин Z , сравнимых с длиной волны λ . В этом случае угол φ должен быть близок к 180° . Такие голограммы, для которых выполняется (32), но не (31), проявляют только некоторые свойства трехмерных голограмм в определенных схемах записи. Поэтому их следует отнести к промежуточному типу. Если $Z < \lambda/4$, то вид волнового поля при реконструкции существенно не зависит от схемы записи голограммы. Последнее условие является критерием предельного случая плоских голограмм.

Проявление свойств трехмерных голограмм, предсказываемых динамической теорией, определяется формулой (30); эта формула дает критерий применимости кинематического приближения теории. При больших Δn эффекты динамической теории могут проявляться на голограммах с малой толщиной Z . Поэтому толщину голограммы необходимо независимо оценивать с точки зрения как критериев (31) — (32), так и критерия (30).

2. О с о б е н н о с т и п л о с к и х г о л о г р а м м

Теория, развитая в предыдущих главах, может быть использована для описания свойств голограмм, отнесенных нами к типу плоских и промежуточных, и, в частности, позволяет провести сравнительный анализ плоских и трехмерных голограмм. При переходе к малым толщинам фото-

чувствительного слоя практически всегда достаточно пользоваться только кинематическим приближением. Рассмотрим структуру фурье-пространства для голограммы. В гл. IV было показано, что размер узла в направлении Z обратно пропорционален толщине голограммы. Поэтому все узлы в фурье-пространстве превращаются в стержни, перпендикулярные к поверхности голограммы. Соответствующее построение Эвальда для одной элементарной гармоник, записанной на голограмме, приведено на рис. 20.

Видно, что фурье-образ одной элементарной гармоник может иметь четыре точки пересечения со сферой Эвальда. Этим точкам соответствуют дифрагированные волны с направлениями волновых векторов $\mathbf{K}$. Наличие отраженной волны учитывается построением стержня для нулевой гармоник, который проходит через начало координат. При изменении угла между плоскостью голограммы и реконструирующим лучом изменяются относительные положения дифрагированных лучей и их интенсивности, а при определенном угле некоторые волны исчезают. Экспериментальное подтверждение реальности описываемой ситуации приведено на рис. 21. Голограмма, записанная двумя волнами на обычной фотоэмульсии, устанавливалась на гониометре. При реконструкции она освещалась светом лазера, интенсивности дифрагированных волн регистрировались фотоумножителем²⁵. Итак, каждому узлу в фурье-пространстве соответствуют в общем случае два дифрагированных луча по разные стороны от голограммы. В дальнейшем достаточно рассматривать только лучи, проходящие сквозь голограмму.

Для любых N точек предмета при записи голограммы в фурье-пространстве будет лежать $N^2 - N$ узлов, число точек изображений предмета будет соответствовать числу пересечений узлов со сферой Эвальда. Расположение этих точек можно вычислить следующим образом. Пусть распределение поля по предмету описывается функцией $U(x', y')$, тогда на голограмме запишется распределение, описываемое формулой (4) для $Z = 0$. При реконструкции голограммы точечным источником можно получить, что

$$U'(x', y') = U(x', y') * U^*(x', y'). \quad (33)$$

Таким образом, восстанавливается не поле $U(x', y')$, а его функция автокорреляции, т. е. восстановленный образ содержит множество смещенных, перекрывающихся изображений, соответствующих записи одной из точек всего остального предмета. В том специальном случае, когда при записи голограммы использовалась выделенная точка, создающая опорный пучок, при реконструкции одно из изображений предмета выделяется над остальными.

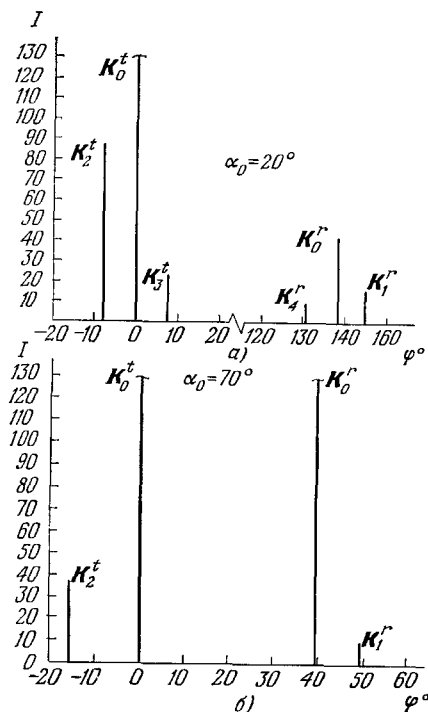


Рис. 21. Штрих-диаграмма зависимости интенсивностей и взаимного расположения волн $\mathbf{K}$ от угла α_0 для простейшей голограммы ($\alpha_0 = \alpha$ на рис. 20).

При записи голограммы угол ϕ_0 между двумя плоскими волнами был равен приблизительно 10° . Угол ϕ на рисунке отсчитывается от направления волны $\mathbf{K}_0^t$.

Это изображение может быть реконструировано практически при произвольном угле между реконструирующим лучом и поверхностью голограммы. Однако при изменении этого угла расположение и интенсивность точек изображения меняются. Поэтому для получения правильного, неискаженного изображения предмета при реконструкции необходимо строго соблюдать геометрию относительного расположения голограммы и опорного луча, использованную при записи. Напомним, что в случае трехмерных голограмм выполнение условия реконструкции соответствует выполнению условия восстановления неискаженного изображения предмета. Таким образом, оказывается, что трехмерные голограммы пред-

почтительнее использовать в голографической интерферометрии, технологии, интроскопии — когда необходимо получать неискаженные изображения предметов.

Интересен случай, когда реконструкция ведется немонахроматическим источником света, спектральный интервал которого $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$. С помощью построения, выполненного на рис. 22, можно показать, что каждая элементарная гармоника будет давать спектр источника в угловом интервале

$$\Delta\varphi = \varphi_{\lambda_2} - \varphi_{\lambda_1} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \operatorname{tg} \varphi. \quad (34)$$

Видно, что при малых и больших углах φ величина $\Delta\varphi$, а следовательно, и размытие точек предмета при реконструкции полихроматическим источником света будут незначительными, причем все точки окажутся окрашенными. Это показывает возможность восстановления плоских

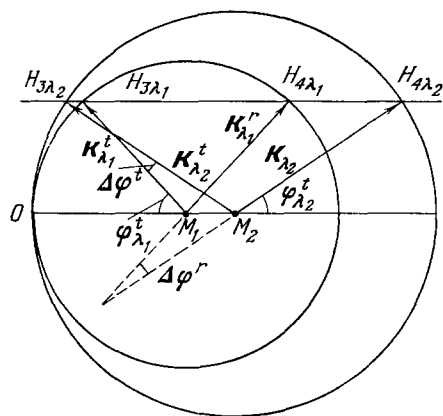


Рис. 22. Построение Эвальда для случая реконструкции плоских голограмм источником, который излучает электромагнитные волны в спектральном интервале $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$.

Для простоты изображен лишь один из углов в фурье-пространстве голограммы. $OM_1 = \frac{1}{\lambda_1}$, $OM_2 = \frac{1}{\lambda_2}$.

и промежуточных голограмм в «белом» свете. Отметим, что для промежуточных голограмм лучше использовать большие углы φ , поскольку для них при таких углах одновременно выполняется условие разделения изображений (см. (32)).

В заключение укажем, что промежуточные голограммы имеют черты сходства с трехмерными голограммами не только в простейшем кинематическом приближении. Экспериментально показано, что при использовании обычных фотоэмульсий могут наблюдаться эффекты динамической теории^{31, 35}. Динамическая теория для таких голограмм является более сложной, чем для трехмерных, поскольку здесь приходится иметь дело с протянутыми узлами в фурье-пространстве.

Мы уже ранее упоминали, что эффект аномально низкого поглощения был открыт при изучении дифракции рентгеновских лучей на совершенных кристаллах. Тот же эффект, обнаруженный на тонких голограммах, представляет определенный интерес, поскольку впервые удалось наблюдать аномальное прохождение для периодических структур, толщина которых всего несколько длин волн. Проведение такого рода эксперимента в рентгеновском диапазоне затруднительно. Последнее замечание показывает, что трехмерные и промежуточные голограммы могут быть использованы также для моделирования некоторых ситуаций дифракции рентгеновских лучей и электронов на совершенных кристаллах^{35, 50}.

VI. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Несмотря на технические трудности, определяемые необходимостью создания и освоения более совершенных объемных фоточувствительных материалов, нет оснований сомневаться в том, что трехмерные голограммы должны внести существенно новое содержание в весь комплекс вопросов, связанный с развитием голографии.

Это относится прежде всего к теории процессов записи и реконструкции изображения, поскольку, как показано выше, трехмерная голограмма имеет большие черты сходства с естественными пространственными решетками кристаллов, чем с обычными оптическими системами. Использование трехмерных голограмм отводит значительно более скромную роль так называемому «опорному» лучу, который в этом случае уже не является принципиально необходимым для создания изображения предмета. В целом регистрация волнового поля в объемном элементе является более общим случаем по сравнению с фиксацией его в плоскости (например, на фотопластинке), что может привести к интересным следствиям в отношении возможностей получения полной (амплитудной и фазовой) информации о предмете.

Сейчас трудно говорить о всех возможных применениях трехмерных голограмм. В некоторых случаях они имеют заметные преимущества перед плоскими голограммами, например, при необходимости получения точного, неискаженного изображения объекта, в системах хранения и обработки информации и т. д. В различных спектральных приборах трехмерные голограммы могут обеспечить разрешающую силу, близкую к показателям интерферометров Майкельсона, Фабри — Перо при ширине области дисперсии не меньшей, чем у оптических решеток. Можно предположить, что при разработке систем голографического кино и телевидения могут быть использованы «мгновенные» трехмерные голограммы, например, записанные на нелинейных эффектах, что позволит последовательно записывать и считывать кадры.

Особо следует подчеркнуть возможности, возникающие при экспериментальном исследовании явлений дифракции на трехмерных голограммах. Действительно, голограммы, записываемые с помощью центров окраски либо нелинейных оптических эффектов, позволяют изучать некоторые свойства кристаллов ввиду чувствительности к весьма малым вариациям показателя преломления (или поглощения).

С другой стороны, при записи голограммы можно обеспечить заданную структуру пространственной дифракционной решетки. Тем самым открывается путь моделирования различных задач структурного анализа с целью получения в оптическом диапазоне экспериментальных данных, позволяющих судить о сложных волновых полях при дифракции электронов, нейтронов, рентгеновских лучей. Постановка такого рода работ была бы целесообразна с точки зрения динамической теории рассеяния, нуждающейся в дальнейшем развитии.

Институт физики твердого тела
АН СССР

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. D. G a b o r, Nature **161**, 777 (1948); Proc. Roy. Soc. **A197**, 454 (1949); Proc. Roy. Soc. **B64**, 449 (1951) (имеется перевод двух статей (2-й и 3-й) в книге Дж. Строука ³).
2. Л. М. С о р о к о, УФН **90**, 1 (1966).
3. Дж. С т р о у к, Введение в когерентную оптику и голографию, М., «Мир», 1967.
4. Я. А. С м о р о д и н с к и й, Л. М. С о р о к о, Физика голографии, Дубна, 1968.
5. А. Л. М и к а э л я н, Голография, М., «Знание», 1968 (сер. 9, Радиоэлектроника и связь).

6. J. B. De Velis, G. O. Reynolds, Theory and Application of Holography, Addison-Wesley Publ. Co., Reading, Mass., 1967.
7. Ю. Н. Денисюк, ДАН СССР 144, 1275 (1962); Оптика и спектроскопия 15, 522 (1963); Оптика и спектроскопия 18, 275 (1965).
8. E. N. Leith, J. Upatnieks, J. Opt. Soc. Am. 52, 1123 (1962).
9. P. J. Van Heerden, Appl. Opt. 2, 393 (1963) (имеется перевод в журнале «Зарубежная радиоэлектроника» 2, 32 (1964)).
10. В. Н. Синцов, 2-я Всесоюзная школа по физическим основам голографии, М., 1970.
11. Ю. Н. Денисюк, И. Р. Протас, Оптика и спектроскопия 5, 721 (1963).
12. D. H. Close, A. D. Jacobson et al., Appl. Phys. Lett. 14, 159 (1969).
13. M. Lescinsky, M. Miller, Opt. Comm. 1 (9), 417 (1970).
14. J. P. Kirk, Appl. Opt. 5, 1684 (1968).
15. В. А. Цехомский, И. В. Туниманова, в сборнике «Голография и ее использование в оптике», часть II, Ленинград (1970), стр. 14.
16. В. А. Цехомский, В. И. Суханов, Д. Н. Ситник, И. В. Туниманова, см. ¹⁵, стр. 22.
17. К. А. Гарибашвили, В. В. Мумладзе, О. А. Чихладзе, ПТЭ 5, 190 (1968).
18. В. В. Аристов, В. Г. Лысенко, В. Б. Тимофеев, В. Ш. Шехтман, ДАН СССР 183, 1039 (1969).
19. D. R. Bosomworth, H. J. Gerritsen, Appl. Opt. 7, 95 (1968).
20. F. S. Chen, J. T. Lamascchia, D. B. Fraser, Appl. Phys. Lett. 13, 223 (1967).
21. Bell Lab. Rec. 47, 1, 30 (1969).
22. Bull. Am. Phys. Soc. 12, 670 (1967).
23. L. H. Lin, IEEE 57, 2, 252 (1969).
24. В. В. Аристов, В. Л. Броуде и др., ДАН СССР 177 (1), 65 (1967).
25. В. В. Аристов, В. Л. Броуде, В. Б. Тимофеев, В. Ш. Шехтман, в сборнике «Квантовая электроника», № 4, 1969.
26. G. W. Stroke, Proc. Sym. Modern. Opt., Polytechnic Press, N. Y., 1967, p. 589.
27. G. W. Stroke, R. C. Restrick, Nature 209, 5023, 603 (1966).
28. П. П. Эвальд, УФН 89, 287 (1966).
29. D. Gabor, G. W. Stroke, Proc. Roy. Soc. (London) A304, 1478, 279 (1968).
30. E. G. Ramberg, RCA Rev. 27, 467 (1966).
31. E. N. Leith, J. Upatnieks, A. Kozma, J. Marks, N. Massey, Appl. Opt. 5, 1303 (1966).
32. H. Kogelnik, Proc. Sym. Modern. Opt., Polytechnic Press, Brooklyn, 605 (1967).
33. E. J. Saccocio, Appl. Phys. 38, 9, 10, 3995 (1967).
34. C. B. Burhardt, JOSA 56, 11, 1502 (1966).
35. V. V. Aristov, V. Sh. Shekhtman, V. B. Timofeev, Phys. Lett. 28A, 10, 700 (1969).
36. G. Borrmann, Z. Phys. 127, 297 (1950).
37. Suzuki Takeo, Hioki Ryulski, Jap. J. Appl. Phys. 5, 9, 814 (1966).
38. Л. В. Ковальский, В. К. Полянский, Оптика и спектроскопия 28 (2), 338 (1970).
39. V. V. Aristov, V. G. Lysenko, V. Sh. Shekhtman, V. B. Timofeev, Phys. Lett. A31 (4), 169 (1970).
40. J. D. Valentine, Nature 220, 5166, 474 (1968).
41. H. C. Longuet-Higgins, Nature 217, 5123, 104 (1968).
42. P. Greguss, Nature 219, 5153, 482 (1968).
43. N. S. Neidell, Nature 221, 5182, 755 (1969).
44. Б. П. Константинов, А. Н. Зайдель, В. Б. Константинов, Ю. И. Островский, ЖТФ 36 (9), 1719 (1966).
45. J. Upatnieks, J. Marks, R. Fedorowicz, Appl. Phys. Lett. 8 (11), 287 (1966).
46. F. A. Friesem, R. Fedorowicz, Appl. Opt. 5, 6, 1085 (1966).
47. G. W. Stroke, A. Labeyrie, Phys. Lett. 20 (4), 368 (1966).
48. L. Lin, K. Pennington, G. W. Stroke, A. Labeyrie, Bell Syst. Techn. J. 27 (4), 659, 660 (1966).
49. G. W. Stroke, The Sci. Teacher 34, 7 (1967).
50. В. В. Аристов, 2-я Всесоюзная школа по физическим основам голографии, М., 1970.
51. В. В. Аристов, В. Г. Лысенко, В. Б. Тимофеев, В. Ш. Шехтман, ДАН СССР 191, 4, 797 (1970).
52. H. Kogelnik, Bell. Syst. Techn. J. 48, 9 (1969).
53. A. A. Friesem, J. L. Walker, Appl. Opt. 9, 201 (1970).