

РАДИАЦИОННАЯ ПОЛЯРИЗАЦИЯ ЭЛЕКТРОНОВ В НАКОПИТЕЛЯХ

B. H. Бајер

СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение	441
2. Радиационный переход с переворотом спина	442
3. Кинетика радиационной поляризации	448
4. Динамика поляризации, деполяризационные эффекты	455
5. Измерение поляризации электронов	465
6. Эксперимент по изучению радиационной поляризации	471
Приложения	473
Цитированная литература	477

1. ВВЕДЕНИЕ

При длительном движении в магнитном поле электроны и позитроны могут поляризоваться вследствие излучения ими фотонов. Поляризация возникает потому, что вероятность радиационного перехода с переворотом спина зависит от ориентации начального спина. Этот новый механизм поляризации электронов и позитронов большой энергии, на существование которого в однородном поле впервые указали Соколов и Тернов¹, весьма важен по следующим причинам:

1) это единственный доступный способ получения поляризованных пучков сразу высоких энергий (фактически он является эффективным, начиная с энергии в несколько сотен $M\text{эв}$);

2) процесс поляризации не меняет свойств пучка (интенсивности, разброса параметров и т. д.), что выгодно отличает его, скажем, от способа получения поляризованных пучков с помощью рассеяния;

3) электроны и позитроны могут быть поляризованы при любой заданной энергии, что снимает весьма сложную задачу ускорения поляризованных частиц.

Таким образом открывается возможность постановки опытов с участием поляризованных электронов и позитронов, что в свою очередь значительно расширяет пути для исследования электромагнитных взаимодействий при высоких энергиях. В опытах на встречных пучках поляризация должна учитываться уже в простейших двухчастичных процессах, поскольку сечения упругого рассеяния электрона на электроне и позитроне, а также сечения рождения пар фотонов, пионов, каонов, мюонов и т. д. весьма существенно зависят от поляризации. Но особый интерес представляют опыты с участием поляризованных электронов, когда будет измеряться поляризация конечных частиц, что, по-видимому, будет возможно в опытах второго поколения.

Для решения задачи о радиационной поляризации в целом необходимо рассмотреть следующие основные вопросы:

1) Определение вероятности радиационного перехода с переворотом спина в магнитном поле, в особенности в неоднородном магнитном поле, каким является поле в накопителях.

2) Установление кинетики процесса радиационной поляризации, для чего необходимо найти и решить кинетическое уравнение для спина электрона во внешнем поле с учетом эффектов излучения.

3) Определение существенных деполяризующих эффектов и способов их устранения с тем, чтобы сохранить возникающую радиационную поляризацию. И, наконец,

4) Измерение степени поперечной поляризации электронов большой энергии, движущихся в накопителе.

Ниже будут рассмотрены все эти вопросы, а также первый эксперимент по измерению радиационной поляризации.

2. РАДИАЦИОННЫЙ ПЕРЕХОД С ПЕРЕВОРОТОМ СПИНА

Обычно рассмотрение квантовых эффектов во внешних полях проводится в так называемом представлении Фарри, в котором процесс излучения рассматривается в рамках теории возмущений с использованием точных решений волновых уравнений (Дирака, Клейна — Гордона) в данном поле (т. е. без применения теории возмущений по внешнему полю). Однако точные решения известны для весьма ограниченного класса полей (однородное, постоянное магнитное поле; скрещенные электрическое и магнитное поля; поле плоской волны; кулоновское поле), а сами вычисления весьма сложны и громоздки. К тому же при высоких энергиях затем берутся квазиклассические асимптотики найденных выражений. В целом такой подход оказывается неоправданно усложненным.

2.1. Метод рассмотрения

В последнее время автором и В. М. Катковым развит общий метод исследования электромагнитных явлений во внешних полях²⁻⁴. Этот метод основывается на том, что квантовые эффекты при движении частиц большой энергии во внешнем электромагнитном поле (для определенности, магнитном поле) имеют двойное происхождение: квантование самого движения и квантовая отдача частицы при излучении. В первом случае величина квантовых эффектов (и, соответственно, некоммутативность динамических переменных частицы) имеет порядок $\hbar\omega_0/\epsilon$ (где $\omega_0 = v_t/R$, R — мгновенный радиус кривизны, v_t — компонента скорости, перпендикулярная магнитному полю, ϵ — энергия частицы, $\hbar\omega_0$ — расстояние между соседними уровнями энергии электрона в магнитном поле в случае больших квантовых чисел). Величина

$$\hbar\omega_0/\epsilon = H/(H_0\gamma^2) \quad (2,1)$$

(где $\gamma = \epsilon/(mc^2)$, H — магнитное поле, $H_0 = m^2c^3/(\hbar e) = 4,41 \cdot 10^{13}$ э (для электрона) — критическое магнитное поле квантовых эффектов) весьма мала и падает с ростом энергии. Таким образом, движение электрона в магнитном поле с увеличением энергии становится более классическим.

Величина квантовых эффектов отдачи при излучении имеет порядок $\hbar\omega/\epsilon$, где ω — частота излученного фотона. Квантовые эффекты в магнитном поле удобно характеризовать инвариантным параметром

$$\chi = \frac{\hbar e}{m^3 c^4} \sqrt{(F_{\mu\nu} p^\nu)^2} = \frac{\hbar\omega_0\gamma^3}{\epsilon} \frac{v_t}{c} = \frac{\hbar |\dot{v}|}{mc^3} \gamma^2 = \frac{H}{H_0} \frac{p_t}{m_c}. \quad (2,2)$$

При $\chi \ll 1$ (а именно, этот случай реализуется в современных накопителях) величина квантовых эффектов относительно мала, причем $\omega \approx \omega_0 \gamma^3$. Область $\chi \geq 1$ является существенно квантовой, в этом случае $\hbar\omega \sim \epsilon$. Итак, очевидно, что при больших энергиях ($\gamma \gg 1$), при любых χ квантовые эффекты первого типа ничтожно малы по сравнению с квантовыми эффектами излучения. Это обстоятельство лежит в основе метода, развитого в работах ²⁻⁴, в котором пренебрегается квантовыми эффектами первого типа. Если в теории имеются квантовые эффекты двух типов и мы хотим с самого начала не учитывать один из них, то для этого особенно удобна операторная формулировка квантовой механики. Действительно, в нашем случае мы можем пренебречь некоммутативностью операторов динамических переменных частицы между собой (величины $\sim \hbar\omega_0/\epsilon$) и учитывать только коммутаторы их с полем излученного фотона (величины $\sim \hbar\omega/\epsilon$).

Стандартная форма матричного элемента излучения фотона во внешнем поле имеет вид

$$U_{fi} = \frac{e}{(2\pi)^{3/2} \sqrt{2\hbar\omega}} \int dt \int d^3r F_{js'}^+(r) e^{\frac{i\epsilon_f t}{\hbar}} (ej) e^{i(\omega t - kr)} e^{-\frac{i\epsilon_i t}{\hbar}} F_{is}(r), \quad (2,3)$$

где $F_{is}(r)$ — решение волнового уравнения в данном поле с энергией ϵ_i и спиновым состоянием s , e_μ — вектор поляризации фотона, j_μ — ток.

Здесь и ниже используется метрика $ab = a_0 b_0 = \mathbf{ab}$, система единиц $c = 1$.

Для интересующих нас состояний с большими квантовыми числами можно приближенно представить

$$e^{-i\epsilon_i t/\hbar} F_{is}(r) = \Psi_s(\mathcal{P}) e^{-i\mathcal{H}t/\hbar} |i\rangle, \quad (2,4)$$

где $\Psi_s(\mathcal{P})$ — операторная форма волновой функции частицы в спиновом состоянии s во внешнем поле. Эта форма получается из свободных волновых функций заменой переменных на операторы $p \rightarrow \mathcal{P}$, $\epsilon \rightarrow \mathcal{H} = \sqrt{\mathcal{P}^2 + m^2}$. Вектор состояния $|i\rangle$ определяет состояния частицы в поле (за исключением спина s). В формуле (2,4) пренебрегается членами взаимодействия типа спин — поле; например, для частиц со спином $1/2$ (членами вида ΣH и αE).

Мы проиллюстрируем формулу (2,4) на примере уравнения Дирака во внешнем поле

$$(\gamma^\mu \mathcal{P}_\mu - m) \psi(x) = 0, \quad \mathcal{P}_\mu = i\hbar\partial_\mu - eA_\mu(x). \quad (2,5)$$

Квадрированное уравнение Дирака

$$(\gamma^\mu \mathcal{P}_\mu + m)(\gamma^\nu \mathcal{P}_\nu - m) \psi(x) = \left[\mathcal{P}_\mu^2 - m^2 - \frac{\hbar}{2} e\sigma^{\mu\nu} F_{\mu\nu} \right] \psi(x) = 0, \quad (2,6)$$

где $\sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2} [\gamma^\mu, \gamma^\nu]$, $F_{\mu\nu}$ — тензор электромагнитного поля. Если отбросить члены типа спин — поле $\frac{1}{2} \sigma^{\mu\nu} F_{\mu\nu} = (-\Sigma H + i\alpha E)$, то уравнение (2,6) переходит в уравнение Клейна — Гордона в данном поле. С этой точностью мы можем представить решение уравнения (2,5) в виде

$$\psi(x) = C (\gamma^\mu \mathcal{P}_\mu + m) \Phi(x), \quad (2,7)$$

где $\Phi(x)$ — решение уравнения Клейна — Гордона, C — нормировочная константа. Используя стандартное представление γ -матриц, формулу (2,7) можно переписать в виде (2,4). Итак, в координатном представлении $|i\rangle$ есть решение уравнения Клейна — Гордона в данном поле $\Phi_i(x)$.

Подставляя (2,4) в (2,3) и переходя к гейзенберговским операторам, запишем матричный элемент U_{fi} в виде

$$U_{fi} = \frac{e}{(2\pi)^{3/2} \sqrt{2\hbar\omega}} \langle f | \int dt M(t) e^{i\omega t} | i \rangle, \quad (2,8)$$

где

$$\begin{aligned} eM(t) &= \Psi_s^+(\mathcal{F}) \{ (ej), e^{-ikr(t)} \} \Psi_s(\mathcal{F}), \\ j_\mu(t) &= e^{\frac{i\mathcal{H}t}{\hbar}} j_\mu e^{-\frac{i\mathcal{H}t}{\hbar}}, \quad r_h(t) = e^{\frac{i\mathcal{H}t}{\hbar}} r_h e^{-\frac{i\mathcal{H}t}{\hbar}} \end{aligned} \quad (2,9)$$

— операторы тока и координат частицы, $\{ \dots \}$ означает симметризованное произведение операторов. Важно, что в принятом приближении больших квантовых чисел порядок записи операторов, входящих в $\Psi_s(\mathcal{F})$, несуществен. Для частицы со спином 1/2

$$M_e(t) = u_s^+(\mathcal{F}) \alpha e^{-ikr(t)} u_s(\mathcal{F}), \quad (2,10)$$

где

$$u_s(\mathcal{F}) = \sqrt{\frac{\mathcal{H} + m}{2\mathcal{H}}} \left(\frac{\varphi(\xi(t))}{\sigma \mathcal{P}} \right); \quad (2,11)$$

здесь $\varphi(\xi(t))$ — двухкомпонентный спинор, описывающий спиновое состояние электрона в момент времени t .

Нас будет интересовать вероятность перехода с излучением фотона, просуммированная по всем конечным состояниям частицы (кроме спиновых). Выполняя такое суммирование, получаем следующее выражение для вероятности радиационного перехода:

$$dw = \frac{e^2}{4\pi\hbar} \frac{d^3k}{(2\pi)^2 \omega} \left\langle i \left| \int dt_1 \int dt_2 e^{i\omega(t_1-t_2)} M^*(t_2) M(t_1) \right| i \right\rangle, \quad (2,12)$$

где

$$\frac{e^2}{4\pi\hbar} =: \alpha = \frac{1}{137}. \quad (2,13)$$

При выводе формулы (2,12) использовано условие полноты *) $\sum_f |f\rangle \langle f| = I$.

Для вычисления вероятности (2,12) необходимо провести ряд манипуляций над входящими операторами. Согласно сделанному выше утверждению, в выражении (2,10) для $M_e(t)$ следует учитывать только коммутаторы поля фотона ($e^{-ikr(t)}$) с импульсом \mathcal{P} . Имеют место соотношения

$$\begin{cases} \mathcal{P} e^{-ikr(t)} = e^{-ikr(t)} (\mathcal{P} - \hbar\mathbf{k}), \\ \mathcal{H} e^{-ikr(t)} = e^{-ikr(t)} (\mathcal{H} - \hbar\omega), \end{cases} \quad (2,14)$$

первое из которых есть следствие того, что оператор $e^{-ikr(t)}$ является оператором сдвига в импульсном пространстве, а для вывода второго следует учесть, что

$$[\mathcal{H}, e^{-ikr(t)}] = -i\hbar \frac{d}{dt} e^{-ikr(t)}, \quad (2,15)$$

и провести в выражении (2,8) интегрирование по частям.

*) В координатном представлении $\langle f | \dots | i \rangle = \int d^3r \Phi_f^\dagger(\mathbf{r}) \dots \Phi_i(\mathbf{r})$, $\sum_f \Phi_f(\mathbf{r}) \Phi_f^\dagger(\mathbf{r}') = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$.

Используя соотношение (2,14), можно вынести в $M(t_1)$ оператор $e^{-ikr(t_1)}$ налево, а в $M^*(t_2)$ — оператор $e^{ikr(t_2)}$ направо и после этого рассмотреть возникающую комбинацию $e^{ikr(t_2)}e^{-ikr(t_1)}$. Операторы $r(t_2)$ и $r(t_1)$, взятые в разные моменты времени, не коммутируют между собой. При решении задачи с учетом всех порядков по постоянной Планка \hbar необходимо провести распутывание этой комбинации, причем при этом нельзя ограничиться разложением по низшим коммутаторам.

Для дальнейшего удобно провести в интеграле (2,12) замену переменных

$$t = \frac{1}{2}(t_1 + t_2), \quad \tau = t_2 - t_1. \quad (2,16)$$

Поскольку нас будет интересовать вероятность перехода в единицу времени $\frac{dw}{dt}$, в интеграле (2,12) необходимо выполнить интегрирование по относительному времени τ и конечным состояниям фотона. Основной вклад в интеграл дает область $|\dot{\mathbf{v}}| \tau \sim 1/\gamma$ (в этом мы убедимся ниже); по этой причине мы будем разлагать все входящие величины по степеням $|\dot{\mathbf{v}}| \tau$, что соответствует разложению по степеням $1/\gamma$, и сохранять только старшие члены разложения. Кроме того, мы будем пренебрегать величинами

$$\frac{|\dot{\mathbf{H}}| \tau}{|\mathbf{H}|} \ll 1, \quad (2,17)$$

где $|\dot{\mathbf{H}}|$ характеризует изменение магнитного поля на траектории. Физически этот критерий означает, что поле на траектории мало меняется за характерное время излучения. Если ввести показатель неоднородности поля

$$n = \left| \frac{\partial \ln H}{\partial \ln r} \right|, \quad (2,18)$$

то критерий (2,17) приобретает вид

$$n/\gamma \ll 1. \quad (2,19)$$

Таким образом, поле не должно быть слишком неоднородным; во всех практических случаях поля удовлетворят этому критерию.

Распутывание комбинации $e^{ikr(t_2)}e^{-ikr(t_1)}$ приводит к одинаковому результату для всех видов внешних полей²⁻⁴

$$e^{ikr(t_2)}e^{-ikr(t_1)} = \exp \left\{ i \left[\omega\tau + \frac{\mathcal{H}}{\mathcal{H} - \hbar\omega} (\mathbf{k}\rho - \omega\tau) \right] \right\}, \quad (2,20)$$

где

$$\rho = \mathbf{r}(t_2) - \mathbf{r}(t_1). \quad (2,21)$$

Найденная комбинация, очевидно, коммутирует с \mathcal{H} (см. (2,14)). Для рассмотрения коммутации ее с оператором \mathcal{F} следует учесть, что для того, чтобы воспользоваться соотношением (2,14), необходимо, чтобы все операторы зависели от одного времени. Проводя соответствующие разложения и опуская члены $\sim 1/\gamma^2$, получаем, что $e^{ikr(t_2)}e^{-ikr(t_1)}$ коммутирует с \mathcal{F} .

Таким образом, после проведения указанных операций все операторы в выражении (2,12) с принятой точностью коммутируют между собой. Поэтому все они, стоящие в обкладках начального состояния (средние в состоянии с большими квантовыми числами), могут быть заменены на классические значения. В итоге квадрат матричного элемента можно записать в следующем виде:

$$\langle i | M^*(t_2) M(t_1) | i \rangle = \exp \left\{ i \left[\omega\tau + \frac{e}{\epsilon'} (\mathbf{k}\rho - \omega\tau) \right] \right\} R^*(t_2) R(t_1), \quad (2,22)$$

где

$$R(t) = u_{s'}^+(\mathbf{p}') \alpha e u_s(\mathbf{p}). \quad (2.23)$$

Здесь $\varepsilon' = \varepsilon - \hbar\omega$, $\mathbf{p}' = \mathbf{p} - \hbar\mathbf{k}$. В этих выражениях ε , ε' , \mathbf{p} , \mathbf{p}' уже не операторы, а c -числа (значения энергии и импульса). Вся информация о спиновых и поляризованных состояниях содержится в величине $R(t)$, которая имеет форму матричного элемента перехода для свободных частиц (с учетом законов сохранения). Следовательно, все особенности излучения во внешнем поле в (2.22) содержатся в том, что в экспоненте появляется множитель ε/ε' (учет отдачи), а в (2.23) $\mathbf{p} = \mathbf{p}(t)$, причем эволюция импульса во времени берется в данном поле. Переход к классической теории состоит в том, что $\varepsilon' \rightarrow \varepsilon$, $\mathbf{p}' \rightarrow \mathbf{p}$ ($\hbar \rightarrow 0$), причем $R(t) \rightarrow ej$, j — классический ток.

Воспользовавшись явным видом спиноров $u(\mathbf{p})$ (2.11), легко получить

$$\left. \begin{aligned} R(t) &= \varphi_f^+ Q \varphi, \\ Q &= A + i\sigma B, \end{aligned} \right\} \quad (2.24)$$

где

$$A = \frac{e\mathbf{p}}{2} \left[\frac{1}{\varepsilon+m} + \frac{1}{\varepsilon'+m} \right], \quad \mathbf{B} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{[\mathbf{ep}]}{\varepsilon+m} - \frac{[\mathbf{ep}']}{\varepsilon'+m} \right\}. \quad (2.25)$$

Здесь мы пренебрегли членами $\sim 1/\gamma$; кроме того, повсюду считается, что конечные электроны являются ультраквантитативистскими. Учитывая малость времени излучения по сравнению с характерным периодом движения T (например, периодом обращения) $\tau \sim T/\gamma$, а также то, что период прецессии спина одного порядка с периодом движения, можно считать, что спиновое состояние за время излучения не меняется, т. е. с точностью до членов $\sim 1/\gamma$ имеем

$$\varphi(\xi(t_1)) = \varphi(\xi(t_2)) = \varphi(\xi(t)). \quad (2.26)$$

Тогда

$$R_2^* R_1 = \text{Sp} \left\{ \left(\frac{1+\sigma\xi_i}{2} \right) (A_2 - i\sigma B_2) \left(\frac{1+\sigma\xi_i}{2} \right) (A_1 + i\sigma B_1) \right\}, \quad (2.27)$$

где $R_i \equiv R(t_i)$ и т. д. Выражение (2.27) может быть использовано при рассмотрении любых явлений, в том числе спиновых и поляризационных, при излучении фотонов электроном в магнитном поле.

2.2. Переход с переворотом спина

Рассмотрим теперь радиационный переход с переворотом спина, т. е. $\xi_f = -\xi_i$. Вычисляя в этом случае след в (2.27), имеем

$$R_2^* R_1 |_{\text{spin-flip}} = \mathbf{B}_1 \mathbf{B}_2 - (\xi \mathbf{B}_1)(\xi \mathbf{B}_2) - i(\xi [\mathbf{B}_1 \mathbf{B}_2]). \quad (2.28)$$

Вычисление функции \mathbf{B} (2.25) дает

$$\mathbf{B} = \frac{\hbar}{2(\varepsilon+m)} [\mathbf{qe}], \quad (2.29)$$

где *)

$$\mathbf{q} = \frac{\mathbf{p}\omega}{\varepsilon+m} - \mathbf{k} = \omega \left(\frac{\mathbf{v}}{1+(1/\gamma)} - \mathbf{n} \right). \quad (2.30)$$

*) Как показано в приложении Б, на дираковский «вырожденный» спин действует эффективное электромагнитное поле \mathbf{H}_E (3.22). На этом языке на спин действует (член $\sigma \mathbf{B}$ в (2.24)), а значит, и спин переворачивает эффективное электромагнитное поле излученной волны (ср. (2.30) с (3.22) с учетом того, что мы имеем дело с фурье-компонентами).

Энергии и поле в современных ускорителях таковы, что $\chi \ll 1$, т. е. $\hbar\omega \ll \epsilon$. Поэтому все выражения могут быть представлены в виде рядов по постоянной Планка \hbar (фактически в виде рядов по χ (2,2)). Ввиду малости параметра разложения, для практических целей достаточно ограничиться членами низшего порядка. Очевидно, что для переходов с переворотом спина это есть порядок \hbar^2 . В полученных нами выражениях (2,28) — (2,29) коэффициент \hbar^2 вынесен явно. Это означает, что для вычисления членов $\sim \hbar^2$ все остальные члены, содержащие $\hbar\omega$, $\hbar\mathbf{k}$, внутри выражений можно опустить, т. е. следует положить $\epsilon' \rightarrow \epsilon$, $\mathbf{p}' \rightarrow \mathbf{p}$ в (2,22), (2,29). Отсюда ясно, что для решения задачи о переходе с переворотом спина в \hbar^2 -порядке вообще не требуется проводить распутывание.

Оставляя в (2,28) главные члены по \hbar и проводя суммирование по поляризациям фотона, получаем

$$\sum_{\lambda} R_2^* R_1 |_{sf} = \frac{\hbar^2}{4\epsilon^2} \left\{ \mathbf{q}_1 \mathbf{q}_2 \left(1 - \frac{(\xi \mathbf{k})^2}{\omega^2} \right) + \right. \\ \left. + \frac{\xi \mathbf{k}}{\omega^2} [(\mathbf{q}_1 \xi) (\mathbf{q}_2 \mathbf{k}) + (\mathbf{q}_2 \xi) (\mathbf{q}_1 \mathbf{k})] - i \left(\xi - \frac{(\xi \mathbf{k}) \mathbf{k}}{\omega^2} \right) [\mathbf{q}_1 \mathbf{q}_2] \right\}. \quad (2,31)$$

Причем разложения входящих в (2,22), (2,31) величин по степеням относительного времени τ имеют вид

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{q}_1 &= (\omega \mathbf{v} - \mathbf{k}) - \frac{\omega \tau}{2} \dot{\mathbf{v}} - \frac{\omega \mathbf{v}}{\gamma} + \dots, \\ \mathbf{q}_2 &= (\omega \mathbf{v} - \mathbf{k}) + \frac{\omega \tau}{2} \dot{\mathbf{v}} - \frac{\omega \mathbf{v}}{\gamma} + \dots, \\ \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1 &= \tau \mathbf{v} + \frac{\tau^3}{24} \ddot{\mathbf{v}} + \dots \end{aligned} \right\} \quad (2,32)$$

Для получения полной вероятности радиационного перехода с переворотом спина в единицу времени следует после подстановки (2,32) в (2,31) и (2,22) подставить полученное выражение в формулу (2,12) и провести интегрирование по относительному времени τ и конечным состояниям фотона. Последнее оказывается удобным выполнить до интегрирования по τ с помощью формулы

$$\int e^{-ihy} f(k_\mu) \frac{d^3 k}{\omega} = -f(i\partial_\mu) \frac{4\pi}{(y_0 - i\epsilon_0)^2 - \mathbf{y}^2} (\epsilon_0 \rightarrow 0), \quad (2,33)$$

где *)

$$y_0 = \tau = t_2 - t_1, \quad \mathbf{y} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1, \quad y^2 = y_0^2 - \mathbf{y}^2 = \tau^2 \left[(1/\gamma^2) + \frac{\tau^2 \dot{\mathbf{v}}^2}{12} \right]. \quad (2.34)$$

После интегрирования по конечным состояниям фотона получаем для вероятности перехода с переворотом спина в единицу времени

$$\begin{aligned} W^\xi &\equiv \frac{dw}{dt} = \\ &= \frac{\alpha}{\pi} \frac{\hbar^2}{m^2} \gamma^5 |\dot{\mathbf{v}}|^3 \oint \frac{dz}{\left(1 + \frac{z^2}{12}\right)^3} \left[\frac{3}{z^4} - \frac{5}{12z^2} + \left(\frac{1}{z^4} + \frac{5}{12z^2} \right) (\xi \mathbf{v})^2 - \frac{2i}{z^3 |\dot{\mathbf{v}}|} (\xi [\mathbf{v} \dot{\mathbf{v}}]) \right], \end{aligned} \quad (2,35)$$

*) Заметим, что формулами типа (2,33) можно пользоваться только в случае, когда показатель экспоненты в интеграле не содержит членов $\hbar\omega$. Такая ситуация возникает непосредственно при вычислении членов низшего порядка ($\sim \hbar^0$ при вычислении полной вероятности, $\sim \hbar^2$ при вычислении вероятности перехода с переворотом спина). Однако эта формула может быть полезна и при вычислении поправок следующих порядков, для чего необходимо члены в экспоненте, содержащие $\hbar\omega$, разложить в степенной ряд.

где сделана замена $z = \tau |\mathbf{v}| \gamma$, а контур интегрирования проходит ниже вещественной оси и замыкается в нижней полуплоскости. Отсюда видно, что основной вклад в интеграл дает область $|\mathbf{v}| \tau \sim 1/\gamma$. Входящие в формулу (2,35) контурные интегралы легко вычисляются; в результате имеем

$$I_{n,m} \equiv \oint \frac{dz}{z^n \left(1 + \frac{z^2}{12}\right)^m} = \frac{i n \pi (12)^{\frac{1-n}{2}}}{(m-1)!} \left(\frac{n+1}{2}\right) \left(\frac{n+1}{2} + 1\right) \cdots \left(\frac{n+1}{2} + m - 2\right). \quad (2,36)$$

В итоге получаем следующее окончательное выражение для полной вероятности радиационного перехода с переворотом спина в единицу времени ^{5,6}:

$$W^c = \frac{5\sqrt{3}}{16} \alpha \frac{\hbar^2}{m^2} \gamma^5 |\dot{\mathbf{v}}|^3 \left\{ 1 - \frac{2}{9} (\xi \mathbf{v})^2 + \frac{8\sqrt{3}}{15} (\xi [\mathbf{v} \dot{\mathbf{v}}]) \right\}. \quad (2,37)$$

Отметим, что этот результат имеет место для произвольного магнитного поля (при выполнении слабого ограничения (2,17), (2,19)).

Проведем анализ полученного выражения. Для продольной поляризации $(\xi [\mathbf{v} \dot{\mathbf{v}}]) = 0$ остающиеся члены $1 - \frac{2}{9} (\xi \mathbf{v})^2$ не зависят от того, направлен спин по скорости или против нее, так что излучение не меняет спиновых состояний с продольной поляризацией. Иное положение возникает в случае поперечной поляризации $(\xi \mathbf{v}) = 0$. В этом случае вероятность перехода зависит от ориентации спина. Для электронов ($e < 0$) вероятность перехода из состояния со спином «по полю» в состояние со спином «против поля» больше вероятности обратного перехода. Для позитронов ($e > 0$) имеет место противоположная ситуация: вероятность перехода из состояния со спином «против поля» в состояние со спином «по полю» больше вероятности обратного перехода. Таким образом, возникающая в результате поляризация («радиационная поляризация») является поперечной *) и для электронов направлена против поля, а для позитронов — по полю. Для определения степени поляризации необходимо решить соответствующее кинетическое уравнение, что будет сделано в следующем разделе.

Соколов и Тернов ¹ провели расчет традиционным способом с использованием точных решений уравнений Дирака в однородном магнитном поле. Сложность расчета не позволила обобщить результат даже на слабо-неоднородные поля. Приведенный выше вывод следует статьям В. М. Каткова и автора ^{2, 3, 5, 6}.

3. КИНЕТИКА РАДИАЦИОННОЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ

Из формулы (2,37) следует возможность возникновения поперечной поляризации электронов и позитронов во внешнем поле. Для того чтобы выяснить, как реализуется эта возможность, необходимо получить и решить кинетическое уравнение для поляризационной матрицы плотности с учетом взаимодействия с полем излучения. Этот круг вопросов и будет рассмотрен ниже.

*) Это обстоятельство очевидно заранее: аксиальный вектор возникающей поляризации может быть направлен лишь вдоль единственного аксиального вектора, фигурирующего в задаче $[\mathbf{v} \dot{\mathbf{v}}]$ (или, что то же самое, \mathbf{H}).

3.1. Уравнение для вектора спина с учетом затухания

Учитывая квазиклассический характер движения электрона большой энергии во внешнем поле, уравнение для поляризационной матрицы плотности удобно представить в виде уравнения для вектора спина (удвоенного среднего значения оператора спина в системе покоя электрона) ξ . Таким образом речь идет о получении уравнения типа Баргмана — Мишеля — Телегди (БМТ)⁷ с учетом взаимодействия с полем излучения. Введем гейзенберговский оператор спина электрона в системе покоя $\sigma(t)$ ($\sigma^+(t) = \sigma(t)$), среднее значение которого

$$\xi_0(t) = \langle t_0 | \sigma(t) | t_0 \rangle \quad (3,1)$$

есть вектор спина в системе покоя частицы. Без учета взаимодействия с полем излучения изменение этого вектора во времени для частиц с заданным аномальным магнитным моментом определяется уравнением БМТ (в квазиклассическом пределе, т. е. для полей, слабо меняющихся на длинах порядка \hbar/mc , и узких волновых пакетов).

После включения взаимодействия с полем излучения (мы используем, как и в предыдущем разделе, представление взаимодействия) эволюция вектора состояния во времени определяется матрицей $U(t, t_0)^*$:

$$|t\rangle = U(t, t_0) |t_0\rangle. \quad (3,2)$$

Изменение среднего значения спина во времени с учетом взаимодействия с полем излучения есть

$$\begin{aligned} \langle t | \sigma(t) | t \rangle - \langle t_0 | \sigma(t_0) | t_0 \rangle &= \langle t_0 | U^\dagger(t, t_0) \sigma(t) U(t, t_0) | t_0 \rangle - \\ &- \langle t_0 | \sigma(t_0) | t_0 \rangle = \langle t_0 | U^\dagger(t, t_0) [\sigma(t), U(t, t_0)] | t_0 \rangle + \langle t_0 | \sigma(t) - \sigma(t_0) | t_0 \rangle. \end{aligned} \quad (3,3)$$

Здесь последний член определяет изменение среднего спина в отсутствие поля излучения. Представим матрицу рассеяния $U(t, t_0)$ в виде разложения теории возмущений по электромагнитной константе связи e :

$$U(t, t_0) = I + iT(t, t_0) = I + i[T_1(t, t_0) + T_2(t, t_0) + \dots]. \quad (3,4)$$

Из условия унитарности матрицы рассеяния получаем

$$T_1 - T_1^\dagger = 0, \quad i(T_2^\dagger - T_2) = T_1^\dagger T_1 = 2 \operatorname{Im} T_2, \quad (3,5)$$

С учетом этих соотношений и (3,1) можно переписать (3,3) в виде

$$\begin{aligned} \xi(t) - \xi(t_0) &= \langle t_0 | \left\{ T_1^\dagger \sigma(t) T_1 - \frac{1}{2} [\sigma(t) T_1^\dagger T_1 + T_1^\dagger T_1 \sigma(t)] + \right. \\ &\quad \left. + i [\sigma(t) \operatorname{Re} T_2] \right\} | t_0 \rangle + \xi_0(t) - \xi_0(t_0), \end{aligned} \quad (3,6)$$

причем здесь

$$\xi(t_0) = \xi_0(t_0), \quad (3,7)$$

поскольку взаимодействие с полем излучения включается в момент времени t_0 .

Перейдем к вычислению отдельных членов в (3,6). В матрицу входит оператор рождения (или уничтожения) фотона, поэтому матричный элемент

$$\langle t_0 | T_1 | t_0 \rangle = 0, \quad (3,8)$$

⁷⁾ Отметим, что введенный вектор состояния $|i\rangle$ является двухкомпонентным спинором, а $U(t, t_0)$ -матрица — 2×2 матрица, действующая в пространстве этих спиноров. В дальнейшем под символом $\operatorname{Re} U$ будет пониматься эрмитова часть матрицы, а $i\operatorname{Im} U$ будет обозначать антиэрмитову часть матрицы.

поскольку вектор состояния $|t_0\rangle$ описывает состояние электрона в поле (без фотонов). Это обстоятельство учтено в (3,6). При вычислении членов, содержащих комбинацию $T_1^+ T_1$, следует учесть, что отличны от нуля только матричные элементы T_1 для перехода в однофотонное состояние, т. е.

$$\langle t_0 | T_1^+ T_1 | t_0 \rangle = \sum_n \langle t_0 | T_1^+ | n \rangle \langle n | T_1^+ | t_0 \rangle = \int d^3k \sum_{s_n, \lambda} \langle t_0 | T_1^+ | t_0, k \rangle \langle k, t_0 | T_1 | t_0 \rangle, \quad (3,9)$$

где интегрирование ведется по импульсам фотона, а суммирование — по спинам электрона s_n и поляризациям фотона λ ; $\langle k, t_0 | T_1 | t_0 \rangle$ — матричный элемент перехода в однофотонное состояние с фотоном (\mathbf{k}, λ) (излучения фотона, ср. (2,8)). В соответствии с результатами предыдущего раздела ((2,22) — (2,25)) этот матричный элемент имеет вид

$$\langle k, t_0 | T_1 | t_0 \rangle = \frac{e}{(2\pi)^{3/2} \sqrt{2\hbar\omega}} \varphi_n^+ \left[\int_{t_0}^t Q(t) e^{+i\frac{e}{\epsilon'}(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r}(t))} dt \right] \varphi_i. \quad (3,10)$$

На основании аргументов, которые привели нас к формуле (2,26) и которые в используемых нами терминах означают, что характерное время изменения матричных элементов операторов T_1 есть время излучения ($\tau \sim T_c/\gamma$), в то время как характерное время изменения $\sigma(t)(\xi(t))$ есть T_c (T_c — например, период обращения), мы можем с точностью до членов $\sim 1/\gamma$ пренебречь зависимостью $\sigma(t)$ от времени. С учетом этого обстоятельства и (3,9), (3,10) имеем

$$\begin{aligned} \Delta\xi_1 &\equiv \langle t_0 | \left\{ T_1^+ \sigma T_1 - \frac{1}{2} [\sigma T_1^+ T_1 + T_1^+ T_1 \sigma] \right\} | t_0 \rangle = \\ &= \frac{e^2}{4\pi\hbar} \frac{1}{(2\pi)^2} \int \frac{d^3k}{\omega} \int_{t_0}^t dt_1 \int_{t_0}^t dt_2 \sum_{\lambda} \mathbf{S} \exp \left\{ -\frac{i\epsilon}{\epsilon'} [\omega(t_2 - t_1) - \mathbf{k}(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)] \right\}, \end{aligned} \quad (3,11)$$

где

$$\mathbf{S} = \text{Sp} \left\{ \left[Q_2^+ \sigma Q_1 - \frac{1}{2} (\sigma Q_2^+ Q_1 + Q_2^+ Q_1 \sigma) \right] \frac{(I + \sigma\xi)}{2} \right\}. \quad (3,12)$$

Воспользовавшись соотношением

$$Q_1 \sigma = \sigma Q_1 + 2 [\mathbf{B}_1 \cdot \sigma], \quad (3,13)$$

нетрудно вычислить след (3,12):

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{S} &= \mathbf{S}_A + \mathbf{S}_B, \\ \mathbf{S}_A &= -[(A_1 \mathbf{B}_2 + A_2 \mathbf{B}_1) \xi], \\ \mathbf{S}_B &= -2i[\mathbf{B}_2 \mathbf{B}_1] + \mathbf{B}_2(\xi \mathbf{B}_1) + \mathbf{B}_1(\xi \mathbf{B}_2) - 2\xi(\mathbf{B}_1 \mathbf{B}_2). \end{aligned} \right\} \quad (3,14)$$

Полученное выражение для \mathbf{S} содержит члены двух типов: квадратичные по $\mathbf{B}_{1,2}$ ($\mathbf{S}_B \sim \hbar^2$ (ср. (2,29))) и линейные по $\mathbf{B}_{1,2}$, $A_{1,2}$ ($\mathbf{S}_A \sim \hbar$). Эти члены приводят к разным физическим следствиям, поэтому мы рассмотрим их отдельно. Умножим \mathbf{S} (3,14) на ξ :

$$(\mathbf{S}\xi) = (\mathbf{S}_B\xi) = 2 \{(\mathbf{B}_1\xi)(\mathbf{B}_2\xi) - \xi^2(\mathbf{B}_1\mathbf{B}_2) - i(\xi[\mathbf{B}_2\mathbf{B}_1])\} = -2R_2^* R_1|_{sf}, \quad (3,15)$$

так что член $(\mathbf{S}\xi)$ выражается через квадрат матричного элемента радиационного перехода с переворотом спина (2,28). Заметим, что, в отличие от предыдущего раздела, где мы рассматривали задачу для одного электрона ($|\xi| = 1$), в данном разделе мы ведем рассмотрение для ансамбля электронов (на языке одного из представлений матрицы плотности), так

что, вообще говоря, $|\xi| \neq 1$. Дальнейшее вычисление интеграла (3,11) с S_B совпадает с проделанным в предыдущем разделе *), поскольку члены при заданных структурах с ξ выделяются однозначно. Таким образом, ответ следует прямо из формулы (2,37):

$$\frac{\Delta \xi_{1B}}{\Delta t} = -\frac{1}{T} \left\{ \xi - \frac{2}{9} (\xi v) \xi + \frac{8}{5 \sqrt{3} |\dot{v}|} [\dot{v} \dot{v}] \right\}, \quad (3,16)$$

где

$$\frac{1}{T} = \frac{5 \sqrt{3}}{8} \alpha \frac{\hbar^2}{m^2} \gamma^5 |\dot{v}|^3. \quad (3,17)$$

Рассмотрим теперь член $\frac{\Delta \xi_{1A}}{\Delta t}$. Как видно из (3,14), структура этого члена типа $[F_A \xi]$ **). В отличие от (3,16), члены такого типа описывают вращение ξ , а не изменение $|\xi|$ (очевидно, $\xi_{1A} \Delta \xi_{1A} = 0$, т. е. $\Delta (\xi_{1A}^2) = 0$).

Используя явные выражения для A , B (2,25), (2,29) и проводя суммирование по поляризациям фотона и разложения (2,32), получим, сохранив члены до порядка $1/\gamma^2$ (это порядок членов $\sum_\lambda A_1 A_2$, $\sum_\lambda B_1 B_2$):

$$\sum_\lambda (A_1 B_2 + A_2 B_1) = \frac{\hbar \omega^2 (\epsilon + \epsilon')}{2 \epsilon'^2 \gamma} [nv]. \quad (3,18)$$

Векторное произведение $[nv]$ является нечетной функцией углов вылета фотона, поэтому, подставив S_A (3,14) с учетом (3,18) в интеграл (3,11), видим, что интеграл обращается в нуль при интегрировании по конечным состояниям фотона, т. е.

$$\frac{\Delta \xi_{1A}}{\Delta t} = 0. \quad (3,19)$$

Это обстоятельство не случайно и связано с инвариантностью относительно отражения времени. Действительно, при $t_1 \rightarrow -t_1 t_2 \rightarrow -t_2$ имеем $\xi \rightarrow -\xi$, $\frac{d\xi}{dt} \rightarrow \frac{d\xi}{dt}$, в то время как интеграл $\int_\lambda (A_2 B_1 + A_1 B_2)$ в (3,11)

не меняет знака при этой замене.

Перейдем теперь к члену с $\text{Re } T_2$. Для его вычисления необходимо знать функцию Грина электрона в магнитном поле (см. приложение А). Воспользовавшись формулами (A,1), (A,5), получаем при тех же предположениях относительно $\sigma(t)$, что и в (3,11):

$$\langle t_0 | i[\sigma, \text{Re } T_2] | t_0 \rangle = \langle i | \text{Sp} \left[\left(\frac{1+\xi\sigma}{2} \right) i[\sigma, \sigma(-\text{Re } D)] \right] | i \rangle = \int_{t_0}^t dt \frac{2\mu'}{\gamma} [\xi H_R]. \quad (3,20)$$

Напомним, что H_R (A,4) есть магнитное поле в системе покоя электрона (если в лабораторной системе поля E и H), в пределе $\chi \rightarrow 0$, $\mu' = \frac{\alpha}{2\pi} \frac{e}{2m}$. Итак,

$$\frac{d\xi_2}{dt} = \frac{2\mu'}{\gamma} [\xi H_R] = \left(\frac{g-2}{2} \right) \frac{e}{m\gamma} [\xi H_R], \quad (3,21)$$

т. е. мы получили член вращения, пропорциональный аномальному магнитному моменту электрона.

*) Необходимо, чтобы разность времени $t - t_0 \gg \tau \sim \frac{1}{|\dot{v}| \gamma}$.

**) F_A — аксиальный вектор, построенный из векторов задачи.

Наконец, входящая в (3,6) разность $\zeta_0(t) - \zeta_0(t_0) = \frac{\Delta\zeta_0}{\Delta t} \Delta t$ описывает изменение вектора спина электрона во внешнем поле в отсутствие взаимодействия с полем излучения. В квазиклассическом пределе можно получить непосредственно из уравнения для спинового оператора уравнения Дирака (см., например, ⁸⁾):

$$\frac{d\zeta_0}{dt} = \frac{e}{\epsilon} [\zeta H_E], \quad H_E = H + \frac{1}{1+(1/\gamma)} [Ev]. \quad (3,22)$$

Таким образом, картина рассматриваемого явления следующая. В отсутствие взаимодействия с полем излучения спин прецессирует согласно уравнению (3,22). Включение взаимодействия с полем излучения приводит к эффектам двух типов:

1. Появляются новые виды членов вращения, связанные с появлением у электрона, вследствие взаимодействия с полем излучения, аномального магнитного момента (3,21). Сумма (3,21) и (3,22) дает уравнение движения спина электрона с аномальным магнитным моментом во внешнем поле (уравнение БМТ) *).

2. Кроме того, появляются члены (члены затухания (3,16)), не сводящиеся к вращению и меняющие $|\zeta|$.

В итоге мы получаем следующее уравнение движения спина ансамбля электронов во внешнем поле с учетом эффектов излучения (3,16), (3,21), (3,22):

$$\frac{d\zeta}{dt} = \frac{e}{\epsilon} [\zeta (\eta H_R + H_E)] - \frac{1}{T} \left(\zeta - \frac{2}{9} (\zeta v) v + \frac{8}{5 \sqrt{3} |v|} [\dot{v} \dot{v}] \right), \quad (3,23)$$

причем H_E определено в (3,22), H_R — в (A,4), $\frac{1}{T}$ — в (3,17), $\eta \equiv \frac{g-2}{2} = \frac{\alpha}{2\pi}$. Следует иметь в виду, что вращательные члены в (3,23) порядка $\hbar^0 (\chi^0)$ (мы не учтываем следующих поправок по $\hbar (\chi)$ к вращательным членам, поскольку они малы и не приводят к новым качественным эффектам), в то время как члены затухания порядка $\hbar^2 (\chi^2)$, однако их следует сохранять, так как они приводят к новым качественным эффектам — изменению $|\zeta|$.

Тем не менее такое различие в порядках величин во многом упрощает решение кинетического уравнения (3,23) и позволяет во многих случаях рассматривать эффекты вращения и затухания раздельно.

3.2. Решение кинетического уравнения

Мы рассмотрим решение уравнения (3,23) в магнитном поле ($E = 0$) в случае больших энергий $\gamma \gg 1$, поскольку только в этом случае имеет смысл учитывать члены, связанные с затуханием. Оказывается удобным ввести систему осей (Б,18) (приложение Б). Тогда уравнение (3,23) можно переписать в виде (ср. (Б,13))

$$\left. \begin{aligned} \dot{\zeta}_1 &= -\Omega \zeta_2 - \frac{7}{9T} \zeta_1, \\ \dot{\zeta}_2 &= \Omega \zeta_1 + \omega \zeta_3 - (\zeta_2/T), \\ \dot{\zeta}_3 &= -\omega \zeta_2 - \frac{1}{T} \left(\zeta_3 + \frac{8}{5 \sqrt{3}} \right), \end{aligned} \right\} \quad (3,24)$$

*.) В этом смысле проведенный расчет представляет прямой вывод уравнения БМТ. Можно было рассуждать в обратном порядке. Исходя из общего представления для $\text{Re } T_2$ (A, 1), (A, 5) независимо от коэффициентов, легко видеть (3,20), что это — член вращательного типа. Но тогда он может быть равен только члену с аномальным моментом в уравнении БМТ. Отметим что из (3,19) следует, что зависимость коэффициентов в уравнении БМТ от поля (χ) входит только через аномальный магнитный момент электрона.

где частоты Ω и ω определяются формулами (Б.17), а $\frac{1}{T} = (3.17)$. Система (3.24) описывает движение спина ансамбля электронов с учетом затухания в произвольном магнитном поле.

В качестве простейшей иллюстрации характера решений системы уравнений (3.24) рассмотрим движение электрона в однородном магнитном поле при $\mathbf{v} \perp \mathbf{H}$. В этом случае $\Omega = \eta\gamma\omega_0$ ($\omega_0 = |\dot{\mathbf{v}}| = \frac{eH}{\varepsilon}$ — ларморова частота), $\omega = 0$, причем Ω , T не зависят от времени. Тогда решение системы таково:

$$\left. \begin{aligned} \zeta_1 &= \zeta_{\perp}(0) \cos(\Omega t + \varphi_0) e^{-8t/9T}, \\ \zeta_2 &= \zeta_{\perp}(0) \sin(\Omega t + \varphi_0) e^{-8t/9T}, \\ \zeta_3 &= \left(\zeta_3(0) + \frac{8}{5\sqrt{3}} \right) e^{-t/T} - 8/5\sqrt{3}, \end{aligned} \right\} \quad (3.25)$$

где мы учли, что $\Omega \gg 1/T$ (отброшены члены $\sim \chi^4$). Отсюда вытекает, что компоненты $\zeta_1(t)$, $\zeta_2(t)$ затухают за характерное время $t \sim T$ (3.17), в то время как компонента $\zeta_3(t)$ выживает, причем через время $t \gg T$ имеем

$$\zeta_1 = \zeta_2 = 0, \quad \zeta_3 = -\frac{8}{5\sqrt{3}} = -0,924. \quad (3.26)$$

Этот результат не зависит от начальной поляризации электронов. В частности, если в начале электроны были не поляризованы, то

$$\zeta_1(t) = \zeta_2(t) = 0, \quad \zeta_3(t) = -\frac{8}{5\sqrt{3}} (1 - e^{-t/T}). \quad (3.27)$$

Выражения (3.25) — (3.27) определяют кинетику радиационной поляризации в однородном поле. Заметим, что для электронов ($e < 0$) вектор $[\mathbf{vv}]$ направлен по полю, т. е. возникающая поляризация ориентирована против магнитного поля \mathbf{H} , для позитронов ($e > 0$) вектор $[\mathbf{vv}]$ направлен против поля, а возникающая поляризация ориентирована по полю (см. сноску на стр. 448). Таким образом, мы действительно убедились, что последний член в формуле (3.23) имеет природу, совершенно отличную от остальных членов: в то время как эти члены приводят к вращению спина, не меняя его модуля, член с $1/T$ в (3.23) изменяет модуль $|\zeta|$. Процесс радиационной поляризации протекает так, что на быструю прецессию вектора спина во внешнем поле накладывается медленный процесс затухания поперечных полю компонент спина.

Численные значения времени поляризации в реальных условиях приведены в таблице. (Установки ВЭИП-2 ($R = 150$ см) и ВЭИП-3

Время радиационной поляризации

Энергия, Мэв	Магнитный радиус кри- визны, см	Время радиацион- ной поляри- зации, мин	Энергия, Мэв	Магнитный радиус кри- визны, см	Время радиацион- ной поляри- зации, мин
500	150	177	1000	750	693
600	150	73	2000	750	22
700	150	33	3000	750	0,95

($R = 750$ см) в Новосибирске.) Эти времена порядка времени работы накопителей, так что поляризационные эффекты вполне наблюдаемы.

Еще одно замечание касается зависимости от времени величины степени поляризации. Из (3,27) следует, что

$$|\zeta_3(\infty)| = 0,924, \quad |\zeta_3(T)| = 0,584, \quad |\zeta_3(T/4)| = 0,204, \quad (3,28)$$

так что уже через сравнительно небольшие времена (ср. таблицу) можно наблюдать поляризационные эффекты *).

Рассмотрим теперь случай, когда электрон движется в однородном поле по винтовой линии ($\mathbf{vH} \neq 0$). Тогда из (Б,17) немедленно следует, что $\omega = \eta e \frac{H_{||}}{\epsilon} = \eta \omega_0 \frac{H_{||}}{H_{\perp}} = \frac{\Omega}{\gamma} \frac{H_{||}}{H_{\perp}} \ll \Omega$ (если угол между \mathbf{v} и \mathbf{H} много больше $1/\gamma$). В решении уравнения (3,24) новым обстоятельством, по сравнению с (3,25), является появление незатухающей компоненты ζ_1 , так что асимптотический вектор поляризации ($t \gg T$) лежит в плоскости (1,3) и образует с осью e_3 угол $\sim \frac{\omega}{\Omega} = \frac{1}{\gamma} \frac{H_{||}}{H_{\perp}}$. Винтовое движение можно получить из кругового с помощью преобразования Лоренца вдоль магнитного поля. Поскольку $\xi^2 = -s^2$ есть квадрат 4-вектора, асимптотическая степень поляризации при винтовом движении такая же, как при круговом. Этот же результат следует, естественно, из системы (3,24), если учесть, что в коэффициентах при $1/T$ сохранены только старшие члены разложения по $1/\gamma$, так что в решении также следует сохранять только старшие члены разложения по $1/\gamma$.

При рассмотрении движения электрона в неоднородном поле можно, как правило, пренебречь первым членом в ω (Б,17) по сравнению со вторым, содержащим градиенты поля. Степень возникающей поляризации, вообще говоря, меняется (по сравнению с однородным полем) и может быть найдена, если $|\omega/\Omega| \gg 1/\gamma$ (в противном случае коэффициенты в уравнениях (3,24) имеют недостаточную точность, впрочем поправки тогда пренебрежимо малы ($\sim 1/\gamma^2$)).

В практически интересных случаях электроны совершают малые колебания в неоднородном поле вокруг равновесной (круговой) орбиты. Отношение $|\omega/\Omega| \ll 1$ и имеет порядок $\frac{z_0}{R\gamma\gamma}$ (z_0 — амплитуда колебаний, R — средний радиус орбиты). Система (3,24) может решаться с помощью теории возмущений по параметру ω/Ω . В первом приближении имеем

$$\left. \begin{aligned} \zeta_+(t) &= e^{A(t)} \left[\zeta_+^0(0) + i \int_0^t \omega \zeta_3^0(\tau) e^{-A(\tau)} d\tau \right], \\ \zeta_3(t) &= \zeta_3^0(t) - e^{- \int_0^t \frac{d\tau}{T}} \operatorname{Im} \zeta_+^0(0) \int_0^t \omega(\tau) e^{B(\tau)} d\tau, \end{aligned} \right\} \quad (3,29)$$

где $\zeta_+(t) = \zeta_1(t) + i\zeta_2(t)$, $\zeta_-(t) = \zeta_+^*(t)$; ζ_3^0 , ζ_+^0 — решения нулевого приближения (см. 3,25);

$$A(t) = \int_0^t \left(-\frac{8}{9T} + i\Omega \right) d\tau, \quad B(t) = A(t) + \int_0^t \frac{d\tau}{T}. \quad (3,30)$$

Отличие от случая движения в однородном поле состоит в том, что в ζ_1 , ζ_2 появляются незатухающие члены малой ($\sim \omega/\Omega$) амплитуды, в ζ_3 появляется затухающий член, линейный по ω/Ω . Незатухающая поправка

*) См. раздел 6.

к ζ_3 появляется только в следующем приближении, она имеет вид

$$\Delta\zeta_3 = \frac{8}{5\sqrt{3}} e^{-\int_0^t \frac{d\tau}{T}} \operatorname{Re} \left[\int_0^t \omega(\tau) e^{B(\tau)} \int_0^\tau \omega(\tau_1) e^{-A(\tau_1)} d\tau_1 \right]. \quad (3,31)$$

Рассмотрим теперь конкретный пример. Пусть электроны совершают малые (бетатронные) колебания вдоль оси 3 в поле, которое в плоскости $x_3=0$ имеет вид $H_3=H_0 \left(\frac{R}{r} \right)^n$, $H_\varphi=H_r=0$. Тогда в осцилляторном приближении имеем

$$x_3 = x_3^0 \cos(\omega_3 t + \beta_3), \quad \rho = \rho_0 \cos(\omega_r t + \beta_r), \quad \dot{\varphi} = \omega_0(1-\rho), \quad (3,32)$$

где

$$\rho = \frac{r-R}{r}, \quad \omega_r = \sqrt{1-n} \omega_0, \quad \omega_3 = \sqrt{n} \omega_0, \quad \omega_0 = \frac{eH_0}{\varepsilon}.$$

Для этого случая

$$\Omega = \Omega_0(1-n\rho), \quad \omega = -\frac{\dot{nx}_3}{R}, \quad \frac{1}{T} = \frac{1}{T_0}(1-3n\rho). \quad (3,33)$$

Подставляя (3,32) – (3,33) в (3,29), получаем для компонент спина

$$\left. \begin{aligned} \zeta_1(t) &= c \frac{\Omega_0}{\omega_3} \sin(\omega_3 t + \beta_3) \zeta_3^0(t) + \text{затухающие члены}, \\ \zeta_2(t) &= -c \cos(\omega_3 t + \beta_3) \zeta_3^0(t) + \text{затухающие члены}, \\ \zeta_3(t) &= \zeta_3^0(t) + \text{затухающие члены}, \end{aligned} \right\} \quad (3,34)$$

где

$$\begin{aligned} \zeta_3^0(t) &= -\frac{8}{5\sqrt{3}} + \left(\zeta_3(0) + \frac{8}{5\sqrt{3}} \right) e^{-t/T_0}, \\ c &= \frac{nx_3^0}{R} \frac{\omega_3^2}{\omega_3^2 - \Omega^2}. \end{aligned} \quad (3,35)$$

Незатухающая поправка к ζ_3 (3,31) имеет вид

$$\Delta\zeta_3 = \frac{2}{5\sqrt{3}} \left(\frac{nx_3^0}{R} \right) \frac{\omega_3^2}{\omega_3^2 - \Omega^2} \cos 2(\omega_3 t + \beta_3). \quad (3,36)$$

Полученные выражения определяют процесс поляризации в неоднородном поле. Видно, в частности, что асимптотическая степень поляризации меняется на величину $\sim \left(\frac{x_3^0}{R} \right)^2$, если мы находимся вдали от резонанса $\Omega_0 \sim \omega_3$ (см. раздел 6).

Первые оценки кинетики радиационной поляризации проводились с помощью элементарных уравнений баланса¹ в случае однородного поля. Приведенное выше рассмотрение следует статьям В. М. Каткова, В. М. Страховенко и автора^{10, 11}.

4. ДИНАМИКА ПОЛЯРИЗАЦИИ, ДЕПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ ЭФФЕКТЫ

В предыдущем разделе было показано, что при длительном движении электронов (позитронов) в магнитном поле они поляризуются вдоль направления $[\mathbf{v}\mathbf{v}]$. Естественно, что возникают вопросы динамики движения спина, управления поляризацией пучка, а также ее сохранения. В кинетическом уравнении (3,23) есть члены, соответствующие вращению вектора спина и изменению модуля вектора спина. Последние приводят

к возникновению радиационной поляризации. Характерные частоты движения спина (см. (Б,19) приложения Б) есть $\Omega = \frac{1}{t_\Omega} \approx \alpha\gamma\omega_0$ (ω_0 — частота обращения электрона в поле H_\perp), в то время как обратное время («частота») поляризации (3,17) $\frac{1}{T} \sim \alpha\gamma\omega_0\chi^2$. Отношение этих времен

$$\frac{t_\Omega}{T} \sim \chi^2. \quad (4,1)$$

Поскольку $\chi \ll 1$ с большим запасом, то для изучения движения спина и связанных с ним явлений деполяризации, если времена этих явлений много меньше T , можно опустить члены с затуханием и рассматривать уравнение БМТ (Б,6), (Б,13). Ниже мы ограничимся рассмотрением этого случая.

При движении в однородном поле H_0 (при $E = 0$, $(vH_0) = 0$) имеем из (Б,6)

$$\frac{d(\zeta H_0)}{dt} = 0. \quad (4,2)$$

т. е. сохраняется проекция вектора спина на направление поля *).

В накопителях роль H_0 играет среднее по орбите ведущее поле. При появлении неоднородностей поля (и поля $H_{||}$) эта проекция уже не сохраняется. Таким образом, все эффекты изменения направления поляризации (поворота спина) так или иначе связаны с неоднородностью магнитного поля **). Неоднородная часть $|H_i| \ll |H_0|$; поэтому, вообще говоря, эффекты дополнительного поворота невелики. Однако если в H_i есть гармоники, резонирующие со средней частотой прецессии, спин может повернуться на большой угол. Если поворот спина проходит некогерентно, это означает деполяризацию пучка («динамическая деполяризация»). Существует еще один механизм деполяризации, связанный с появлением стохастических элементов в движении (например, квантовые флуктуации излучения приводят к стохастическому размытию энергии пучка). Вследствие этого может возникнуть диффузия среднего значения спина, что также ведет к деполяризации («стохастическая деполяризация»). Ниже мы подробно рассмотрим динамику движения спина ζ , а также оба механизма деполяризации.

4.1. Динамика движения спина, динамическая деполяризация^{13,31 ***)}

Мы рассмотрим движение спина при условии малых колебаний частиц относительно равновесного движения ($|H_i| \ll |H_0|$). Задача о динамической деполяризации в целом сводится к нахождению таких условий, при которых решение уравнения (Б,6) дает заметное отклонение вектора ζ от первоначального направления (оси поляризации), а также к анализу перемешивания различных отклонений вектора ζ для отдельных

*) Поскольку в такой ситуации поляризация направлена по (напротив) вектору H , это означает сохранение поляризации. В общем случае периодического движения (см. приложение В) сохраняется проекция вектора спина на периодическое решение уравнения (Б,6).

**) В общем случае имеют место колебания частиц относительно равновесной (периодической) траектории и, как показано в приложении В, соответствующее движение вектора спина возле периодического решения n уравнения (Б, 6), причем роль вектора $H_0/|H_0|$ играет n . Дальнейшее рассмотрение, для определенности, будет вестись в терминах H_0 , H_i .

***) Этот круг вопросов рассматривался также в работах^{12, 34-38}.

частиц и связанный с этим перемешиванием деполяризации пучка. Процесс перемешивания, как правило, имеет место вследствие разброса параметров (энергии, импульса, координат и т. д.) частиц в пучке. Уравнения (Б,6) во многом аналогичны уравнениям для движения заряженных частиц во внешнем поле и могут решаться с помощью тех же методов. При этом оказывается удобным использовать уравнения для движения спина в форме (Б,13).

а) Нерезонансный случай. В приложении Б указано, что в реальных условиях $\Omega \gg \omega$. Поэтому решения можно искать с помощью теории возмущений по степеням ω/Ω . Представим решения уравнений (Б,13) в виде

$$\left. \begin{aligned} \zeta_1 &= \sqrt{1-\zeta^2} \cos \Phi, \\ \zeta_2 &= \sqrt{1-\zeta^2} \sin \Phi, \\ \zeta_3 &= \zeta, \end{aligned} \right\} \quad (4,3)$$

где

$$\Phi = \int \Omega dt + \varphi. \quad (4,4)$$

Введенные функции ζ , Φ удовлетворяют уравнениям

$$\dot{\zeta} = -\omega \sqrt{1-\zeta^2} \sin \Phi, \quad \dot{\varphi} = \frac{\zeta \omega}{\sqrt{1-\zeta^2}} \cos \Phi. \quad (4,5)$$

Последние уравнения содержат в правой части ω и поэтому удобны для решения с помощью последовательных приближений. В нулевом приближении $\omega = 0$, $\zeta = \zeta_0 = \text{const}$, $\varphi = \varphi_0 = \text{const}$. В этом случае из (4,3) следует, что проекция вектора спина на ось 3 сохраняется, а перпендикулярная к оси 3 проекция вращается со средней частотой $\bar{\Omega} \left(\bar{\Omega}t = \int_0^t \Omega dt \right)$,

т. е. имеет место прецессия вектора спина ζ вокруг оси 3 с указанной средней частотой. В первом приближении из (4,5) следует, что

$$(\Delta\zeta)_1 = -\sqrt{1-\zeta_0^2} \psi_s, \quad (\Delta\varphi)_1 = \frac{\zeta_0}{\sqrt{1-\zeta_0^2}} \psi_s, \quad (4,6)$$

где

$$\psi_s = \int_0^t \omega \sin \Phi_0 dt, \quad \psi_c = \int_0^t \omega \cos \Phi_0 dt, \quad \Phi_0 = \int \Omega dt + \varphi_0, \quad (4,7)$$

так что полное решение в первом приближении

$$\left. \begin{aligned} \zeta_1^1 &= \sqrt{1-\zeta_0^2} \cos \Phi_0 + \zeta_0 \alpha_1, \\ \zeta_2^1 &= \sqrt{1-\zeta_0^2} \sin \Phi_0 + \zeta_0 \alpha_2, \\ \zeta_3^1 &= \zeta_0 - \psi_s \sqrt{1-\zeta_0^2}, \end{aligned} \right\} \quad (4,8)$$

где

$$\alpha_1 = \psi_s \cos \Phi_0 - \psi_c \sin \Phi_0, \quad \alpha_2 = \psi_s \sin \Phi_0 + \psi_c \cos \Phi_0. \quad (4,9)$$

Из решения (4,8) следует, что на прецессию спина накладываются малые колебания (рис. 1). Формально, решения первого приближения могут быть получены из решений нулевого приближения с помощью матрицы преобразования S :

$$\zeta^1 = S \zeta^0, \quad S = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \alpha_1 \\ 0 & 1 & \alpha_2 \\ -\alpha_1 & -\alpha_2 & 1 \end{pmatrix}. \quad (4,10)$$

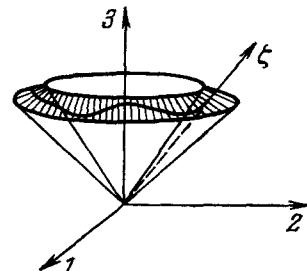


Рис. 1.

С точностью до членов второго порядка эта матрица является ортогональной ($S^T = S^{-1}$, $\det S = 1$), т. е. соответствует реальным поворотам, и представляет последовательность поворотов на малый угол α_1 в плоскости (1,3) и на малый угол α_2 в плоскости (2,3), так что при преобразовании координат с помощью матрицы S ось 3 поворачивается на угол $\sqrt{\alpha_1^2 + \alpha_2^2}$.

Полученный результат применим, если поправочные члены, найденные по теории возмущений, малы. При $\omega = \text{const}$ порядок величины этих членов, очевидно, $\omega/\bar{\Omega} \ll 1$. В общем случае следует разложить $\omega(t)$ в ряд Фурье. Если среди гармоник разложения будут гармоники, кратные $\bar{\Omega}$ ($\bar{\Omega}t = \int_0^t \Omega dt$), то в величинах (4,7) появятся малые знаменатели, т. е. эти величины могут стать большими. Гармоники $\omega(t)$ кратны всем характерным частотам задачи, т. е. если

$$\bar{\Omega} = N\omega_0 + N_1\omega_z + N_2\omega_x + N_3\omega_s \quad (4,11)$$

(где $\omega_0, \omega_z, \omega_x, \omega_s$ — частоты обращения z --, r -бетатронных и синхротронных колебаний), то полученное выше решение неприменимо. Это условие есть условие резонанса.

б) Движение спина вблизи резонанса. Пусть средняя частота $\bar{\Omega}$ близка к некоторой резонансной гармонике Ω_n (4,11):

$$\bar{\Omega} = \Omega_n + \delta. \quad (4,12)$$

При решении задачи о движении вектора спина ζ часто оказывается удобным найти систему координат, в которой проекция спина на некоторое направление сохраняется, а затем рассмотреть движение этой системы относительно исходной. В нерезонансном случае такой переход осуществляется матрицей S^T . Однако особенно полезен такой подход в резонансной области. Переходим в систему, врачающуюся с частотой Ω_n относительно нашей исходной:

$$\begin{pmatrix} \zeta_1 \\ \zeta_2 \\ \zeta_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \Phi_n & -\sin \Phi_n & 0 \\ \sin \Phi_n & \cos \Phi_n & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \zeta_x \\ \zeta_y \\ \zeta_z \end{pmatrix}, \quad (4,13)$$

где $\Phi_n = \psi_n + \varphi_n$, $\psi_n = \Omega_n t$. Фаза φ_n постоянна и будет выбрана ниже. Если $\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3$ удовлетворяют системе уравнений (Б,13), то $\zeta_x, \zeta_y, \zeta_z$ удовлетворяют уравнениям (в дальнейшем принимается во внимание одна гармоника)

$$\left. \begin{array}{l} \dot{\zeta}_x = -\delta \zeta_y + \omega \sin \Phi_n \zeta_z, \\ \dot{\zeta}_y = \delta \zeta_x + \omega \cos \Phi_n \zeta_z, \\ \dot{\zeta}_z = -\omega \sin \Phi_n \zeta_x - \omega \cos \Phi_n \zeta_y. \end{array} \right\} \quad (4,14)$$

В правой части этой системы стоят только малые частоты δ, ω (переменные $\zeta_x, \zeta_y, \zeta_z$ — медленные). В такой ситуации следует использовать метод усреднения Боголюбова ¹⁴, состоящий в том, что коэффициенты при малых параметрах (в нашем случае — частотах) усредняются по времени *) (т. е. сохраняются нулевые члены в разложениях в ряды Фурье).

*) Отброшенные осцилляторные члены учитываются в высших приближениях метода усреднения, которые мы здесь не будем рассматривать.

Проводя такое усреднение, имеем

$$\left. \begin{array}{l} \overline{\omega \sin \Phi_n} = \omega_c \sin \varphi_n + \omega_s \cos \varphi_n, \\ \overline{\omega \cos \Phi_n} = \omega_c \cos \varphi_n - \omega_s \sin \varphi_n, \end{array} \right\} \quad (4.15)$$

где

$$\omega_c = \overline{\omega \cos \psi_n}, \quad \omega_s = \overline{\omega \sin \psi_n}. \quad (4.16)$$

Выбирая фазу φ_n так, что

$$\sin \varphi_n = \frac{\omega_s}{\omega_n}, \quad \cos \varphi_n = -\frac{\omega_c}{\omega_n}, \quad \omega_n = \sqrt{\omega_c^2 + \omega_s^2}, \quad (4.17)$$

получаем

$$\overline{\omega \sin \Phi_n} = 0, \quad \overline{\omega \cos \Phi_n} = -\omega_n. \quad (4.18)$$

После усреднения (4.18) уравнение (4.14) приобретает вид

$$\left. \begin{array}{l} \dot{\zeta}_x = -\delta \zeta_y, \\ \dot{\zeta}_y = \delta \zeta_x - \omega_n \zeta_z, \\ \dot{\zeta}_z = \omega_n \zeta_y. \end{array} \right\} \quad (4.19)$$

Эти уравнения формально совпадают с уравнением движения в магнитном поле, вектор которого лежит в плоскости (x, z) : $\mathbf{u} = \mathbf{u}(-\omega_n, 0, -\delta)$. Для получения решения при постоянной расстройке частоты δ можно ввести систему координат, ось z которой совпадает с \mathbf{u} , в которой решение имеет очевидный вид

$$\left. \begin{array}{l} z_1 = \sqrt{1-z^2} \cos(\omega_p t + \varphi_s), \\ z_2 = \sqrt{1-z^2} \sin(\omega_p t + \varphi_s), \\ z_3 = z = \text{const}, \end{array} \right\} \quad (4.20)$$

где $\omega_p = |\mathbf{u}| = \sqrt{\omega_n^2 + \delta^2}$, фаза φ_s задается начальными условиями. Для перехода в систему координат x, y, z необходимо произвести поворот

$$\begin{pmatrix} \zeta_x \\ \zeta_y \\ \zeta_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \delta/\omega_p & 0 & \omega_n/\omega_p \\ 0 & 1 & 0 \\ -\omega_n/\omega_p & 0 & \delta/\omega_p \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{pmatrix} \quad (4.21)$$

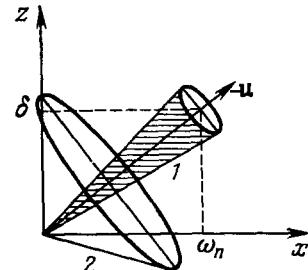


Рис. 2.

и найденные величины подставить в (4.13).

Полученные результаты имеют простой наглядный смысл. Вектор спина медленно прецессирует вокруг оси \mathbf{u} , направление которой определяется взаимоотношением между ω_n и δ . Если $\delta \gg \omega_n$, то вектор \mathbf{u} направлен почти по оси z , так что мы приходим к нерезонансному случаю: вектор \mathbf{u} прецессирует вокруг оси z , а вектор спина медленно прецессирует вокруг \mathbf{u} , причем все углы прецессии малы. Однако ситуация меняется при $\delta \ll \omega_n$, когда вектор \mathbf{u} направлен под большим углом к оси z . Тогда углы прецессии вектора ζ вокруг \mathbf{u} могут быть большими (см. рис. 2, где z соответствует поляризации, первоначально направленной по оси z (3), и в свою очередь вектор \mathbf{u} быстро прецессирует вокруг оси z). Поскольку δ — величина расстройки частоты (расстояние до резонанса), естественно считать эффективной шириной резонанса $\delta = \omega_n$. Если вектор спина попадает внутрь резонанса, то он сильно отклоняется от первоначального положения. В силу того, что разные

частицы отклоняются неодинаково (и могут иметь разные фазы), может происходить деполяризация *) пучка.

в) Быстрое прохождение резонанса. Актуальным случаем является пересечение частицей спинового резонанса, т. е. когда частота прецессии Ω меняется, в определенный момент $\Omega(t) = \Omega_n (\delta = 0)$ (см. (4.11), (4.12)). Такая ситуация реализуется при ускорении поляризованных частиц, а также при колебаниях энергий в иакопителе.

Мы рассмотрим сначала случай быстрого прохождения, когда расстройка δ меняется достаточно быстро и члены, содержащие ω в уравнении (4.14), можно рассматривать как возмущение и применять к ним метод усреднения Боголюбова¹⁴. Тогда в нулевом приближении

$$\left. \begin{aligned} \zeta_1 &= \zeta_{\perp}^0 \cos \left(\int \delta dt + \varphi_f \right), \\ \zeta_2 &= \zeta_{\perp}^0 \sin \left(\int \delta dt + \varphi_f \right), \\ \zeta_3 &= \zeta_0 = \text{const}, \quad \zeta_{\perp}^0 = \sqrt{1 - \zeta_0^2}, \end{aligned} \right\} \quad (4.22)$$

так что проекция спина на ось З не меняется, $\zeta_3^{+\infty} = \zeta_3^{-\infty}$. Применяя метод усреднения (см. (4.18)) к уравнению (4.14), получаем в первом приближении теории возмущений поправку к ζ_3 :

$$\delta\zeta_3(\infty) = \zeta_{\perp}^0 \omega_n \int_{-\infty}^{+\infty} dt \sin \left[\int_0^t \delta(t) dt + \varphi_n \right], \quad (4.23)$$

где

$$\varphi_n = \int_{-\infty}^0 \delta dt + \varphi_f. \quad (4.24)$$

Полученное выражение (4.23) является универсальным для быстрого прохождения через резонанс. Для получения конкретных результатов следует задать определенную модель $\delta(t)$. Для простейшего случая $\delta = \Gamma_0 t$, $\Gamma_0 = \text{const}$ имеем

$$\zeta_3^{+\infty} = \zeta_3^{-\infty} + \delta\zeta_3(\infty), \quad (4.25)$$

где

$$\begin{aligned} \delta\zeta_3(\infty) &= \zeta_{\perp}^0 \omega_n \int_{-\infty}^{+\infty} \sin \left(\frac{\Gamma_0 t^2}{2} + \varphi_n \right) dt = \\ &= \zeta_{\perp}^0 \sqrt{\frac{2\pi\omega_n^2}{\Gamma_0}} \sin(\varphi_n + \pi/4). \end{aligned} \quad (4.26)$$

Очевидно, что основной вклад в интеграл дает область $t \sim 1/\sqrt{\Gamma_0}$, в то время как время поворота спина (в «медленных» переменных (4.14)) $\sim 1/\omega_n$. Условие применимости использованного приближения таково:

$$1/\sqrt{\Gamma_0} \ll 1/\omega_n. \quad (4.27)$$

Это и есть условие быстрого прохождения через резонанс, в такой ситуации спин не успевает повернуться за время прохождения. Если прохождение связано с изменением энергии, то $\Gamma_0 = \eta\omega_0 \frac{dy}{dt}$. Сильная зависимость

*) Заметим, однако, что динамическое размешивание («динамическая деполяризация») как при движении вблизи резонанса, так и в рассмотренных ниже случаях прохождения резонанса, как правило, не дает $\zeta_3 = 0$. Для полного исчезновения поляризации в задаче должен участвовать стохастический механизм (см. разделы 4.1, д), 4.2).

результата (4,23), (4,25) от фазы имеет прозрачный физический смысл — возмущение $\sim \omega$ накладывается на основное движение (4,22) и смещает ζ_3 в зависимости от фазы основного движения (и набежавшей фазы). Найдем еще добавку первого приближения к поперечным компонентам (4,22). Проводя этот расчет точно так же, как (4,22) — (4,26), получаем

$$|\delta\zeta_+(\infty)| = \zeta_0 \sqrt{\frac{2\pi\omega_n^2}{\Gamma_0}}. \quad (4,28)$$

г) Медленное прохождение через резонанс. Теперь мы рассмотрим прохождение через резонанс, когда выполняется неравенство, обратное *) (4,27):

$$\sqrt{\Gamma_0} \ll \omega_n. \quad (4,29)$$

В этом случае за время прохождения спин совершает много поворотов вокруг оси \mathbf{u} , т. е. можно считать, что спин прецессирует в каждый момент времени вокруг мгновенной оси \mathbf{u} , но сама ось прецессии поворачивается на угол порядка π . В каждый заданный момент в нулевом приближении можно пользоваться полученными выше выражениями (4,20), (4,21), полученными в предположении, что $\delta = \text{const}$. При повороте оси \mathbf{u} на угол π спин адиабатически следует за осью \mathbf{u} , т. е.

$$\zeta_z^{+\infty} = -\zeta_z^{-\infty}. \quad (4,30)$$

Итак, при медленном прохождении через резонанс спин переворачивается. Можно найти неадиабатические поправки с помощью теории возмущений, примененной к уравнениям (4,19) с решениями нулевого приближения (4,20), (4,21). Если учесть, что приращение угла прецессии $\cos \beta = \delta/\omega_p$ есть

$$\frac{d}{dt} \cos \beta = \frac{\Gamma_0 \omega_n}{\omega_n^2 + \Gamma_0^2 t^2} \sin \beta, \quad (4,31)$$

то из (4,19) — (4,21) имеем в первом приближении теории возмущений

$$\delta\zeta_z = -\zeta_{\perp}^0 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\Gamma_0 \omega_n}{\omega_n^2 + \Gamma_0^2 t^2} \cos \left[\int_0^t \sqrt{\omega_n^2 + \Gamma_0^2 t'^2} dt' + \varphi_r \right], \quad (4,32)$$

где

$$\varphi_r = \int_{-\infty}^0 \omega_p dt + \varphi_s. \quad (4,33)$$

Основной вклад в интеграл в аргументе косинуса в (4,32) дает интервал t , когда этот аргумент ~ 1 , т. е. $t \sim \frac{1}{\omega_n} \ll \frac{1}{\sqrt{\Gamma_0}}$. Но тогда $\Gamma_0^2 t^2 \ll \ll \Gamma_0 \ll \omega_n^2$ и аргумент косинуса есть $\omega_n t$. Вычисляя интеграл (4,32), получаем (рис. 3)

$$\zeta_z^{+\infty} = -\zeta_z^{-\infty} - \zeta_{\perp}^0 \pi e^{-\frac{\omega_n^2}{\Gamma_0}} \cos \varphi_r, \quad (4,34)$$

причем $\frac{\omega_n^2}{\Gamma_0} \gg 1$. Экспоненциальная малость неадиабатических поправок связана с симметричным прохождением (скорости прохождения Γ_0 до

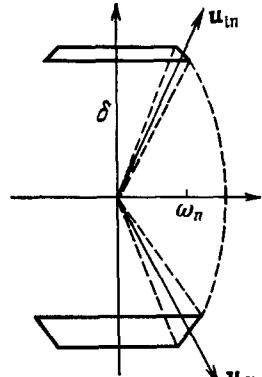


Рис. 3.

*) Общий случай прохождения через резонанс (в том числе и при $\sqrt{\Gamma_0} \sim \omega_n$) рассмотрен в работе ¹³.

и после прохождения одинаковы). В противном случае получим степенную малость.

д) Пример преднамеренной деполяризации пучка. При экспериментальном исследовании степени поляризации пучка, а также при проведении опытов с поляризованными частицами желательно уметь деполяризовать пучок. Из приведенного выше рассмотрения следует, что имеется несколько способов динамической деполяризации (с участием стохастических механизмов (см. сноску на стр. 460)):

1) установление средней частоты движения спина $\bar{\Omega}$ вблизи резонансной (4,11);

2) многократное быстрое прохождение через резонанс (4,25), (4,26) с размешиванием по фазе;

3) медленное прохождение через резонанс с размешиванием по фазе (4,34) и времени прохождения.

Можно также искусственно сдвигаться на резонанс введением внешнего электромагнитного поля или вводить внешнее деполяризующее электромагнитное поле. Мы рассмотрим пример реализации последнего способа.

Введем внешнее поле $H_{||}$ на длине l (длина орбиты $2L$):

$$H_{||} = H_{||}^0 \sin \omega_h t, \quad (4,35)$$

где

$$\omega_h = \omega_h^0 + \delta\omega \sin \Omega_m t. \quad (4,36)$$

Частота ω_h^0 может быть настроена на спиновую частоту (ср. (4,11)):

$$\omega_h^0 = \bar{\Omega} - n\omega_0, \quad (4,37)$$

причем $\delta\omega \sin \Omega_m t$ — расстройка, изменяющая свой знак с частотой Ω_m . Модуляция частоты обеспечивает многократное прохождение резонанса.

Частота ω (Б,17) есть

$$\omega = (g/2) \omega_0 \frac{H_{||}^0}{H_z} \sin \omega_h t. \quad (4,38)$$

Частота ω_n вычисляется по формулам (4,16), (4,17):

$$\omega_n = \frac{g}{2} \omega_0 \frac{H_{||}^0}{H_z} \frac{\sin \left(n\pi \frac{l}{L} \right)}{2\pi n} \approx \frac{g}{2} \omega_0 \frac{H_{||}^0}{H_z} \frac{l}{2L}. \quad (4,39)$$

Для быстрого прохождения необходимо, чтобы согласно (4,27) имело место неравенство

$$\dot{\delta}(t=0) = \delta\omega \Omega_m \gg \omega_n^2. \quad (4.40)$$

При однократном прохождении, если начальные фазы спина не коррелированы, имеем (см. (4,26))

$$\overline{\delta \zeta_z^2} = \zeta_{\perp}^2 \frac{\pi \omega_n^2}{\Gamma_0}. \quad (4,41)$$

Учитывая, что время однократного прохождения резонанса есть $T_r = \frac{\pi}{\Omega_m}$ и что отклонения складываются квадратично (что означает, что средний по ансамблю спин $\langle \zeta \rangle$ диффундирует), получаем из (4,41) для времени деполяризации

$$\tau_{\text{dep}} \approx T_r \frac{\Gamma_0}{\pi \omega_n^2} = \frac{\dot{\delta}(0)}{\Omega_m \omega_n^2} = \frac{1}{\omega_0} \frac{\delta\omega}{\omega_0} \frac{1}{\left(\frac{H_{||}^0}{H_z} \frac{l}{2L} \right)^2}; \quad (4,42)$$

если выбрать $\delta\omega/\omega_0 \sim 10^{-4}$, $H_{||}^0/H_z \sim 10^{-3}$, $l/2L \sim 10^{-3}$, то время деполяризации составляет несколько секунд в типичных условиях электронных накопителей.

4.2. Стохастическая деполяризация¹⁵

Наряду с обсуждавшимися выше механизмами деполяризации, существует еще специфический механизм, связанный со стохастическим характером процесса излучения. Этот механизм также действует только в неоднородных полях, но выполнение резонансных условий (4.11) теперь не обязательно. Эффект вызывается тем, что скачки энергии (углов и т. д.), связанные с квантовым характером процесса излучения (либо любым другим стохастическим процессом, например рассеянием на газе), будучи разложенными в интеграл Фурье, содержат, в частности, гармоники, дающие резонанс (4.11). Поэтому в основе явления и здесь лежит резонанс с той неприятной особенностью, что его, вообще говоря, нельзя избежать с помощью выбора параметров (энергии ϵ , поля H и т. д.).

Мы рассмотрим процесс стохастической деполяризации вдали от динамических резонансов (4.11). Тогда движение спина описывается в первом порядке по ω/Ω формулами (4.8). Построим

$$\left. \begin{aligned} \zeta_{\perp}^2 &= \zeta_1^2 + \zeta_2^2 = \zeta_{\perp}^{02} + 2\zeta_{\perp}^0\zeta_3^0\psi_s, \\ \zeta_3^2 &= \zeta_3^0 - 2\zeta_{\perp}^0\zeta_3^0\psi_s. \end{aligned} \right\} \quad (4.43)$$

Величины ζ_3^0 , ζ_{\perp}^0 постоянны при постоянной энергии. Величины ζ_3 , ζ_{\perp} — мгновенные проекции спина на ось 3 и на перпендикулярную ей плоскость, ζ_3^0 , ζ_{\perp}^0 — средние, около которых происходят колебания ζ_3 , ζ_{\perp} (см. раздел 4.1).

При излучении фотона энергия электрона испытывает скачок $\Delta\epsilon$, в то же время относительная вероятность переворота спина в радиационном переходе имеет порядок χ^2 (см. раздел 2) и ничтожно мала по сравнению с вероятностью радиационного перехода без переворота спина. Поэтому величины ζ_3 , ζ_{\perp} не меняются в момент излучения. Однако в момент излучения происходит скачкообразное изменение величины ψ_s в (4.43), пропорциональное скачку энергии $\Delta\epsilon$. Так как величины ζ_3 , ζ_{\perp} не меняются, это означает скачкообразное изменение средних ζ_3^0 , ζ_{\perp}^0 . Компенсация потерь на излучение возвращает ψ_s (точнее, амплитуды в (4.43)) к первоначальным значениям. Однако совокупность таких скачков приводит к стохастической раскачке («диффузии спина») ζ_3^0 , ζ_{\perp}^0 , а значит, и ζ_3 , ζ_{\perp} .

Такие же рассуждения можно применить к скачкам углов при излучении, а также к любому другому стохастическому механизму (например, многократному рассеянию на газе), в котором в индивидуальных актах относительная вероятность перехода с переворотом спина мала.

Приведенные выше рассуждения позволяют получить общие формулы, характеризующие стохастическую (квантовую) деполяризацию. Пусть скачкообразное изменение испытывает параметр ξ (энергия, угол и т. д.), тогда

$$\Delta\psi_s = \frac{d\psi_s}{d\xi} \Delta\xi = \left(\frac{d}{d\xi} \int \omega \sin \Phi_0 dt \right) \Delta\xi; \quad (4.44)$$

при этом скачки испытывают величины ζ_3^0 , ζ_{\perp}^0 , т. е. угол наклона вектора спина ($\operatorname{tg}\theta = \frac{\zeta_{\perp}^0}{\zeta_3^0}$), причем из (4.43) следует, что

$$\Delta\psi_s = \Delta\theta. \quad (4.45)$$

Тогда время деполяризации (время диффузии спина на угол порядка единицы) есть

$$1/\tau_{\text{dep}} \approx \frac{d(\Delta\theta)^2}{dt} = \left(\frac{d\psi_s}{d\xi} \right)^2 \frac{(\Delta\xi)^2}{dt} = \left(\frac{d\psi_s}{d\xi} \right)^2 \frac{1}{2} \int (\Delta\xi)^2 dW(\Delta\xi), \quad (4.46)$$

где $dW(\Delta\xi)$ — вероятность перехода в единицу времени с данным скачком параметра $\Delta\xi$.

В качестве примера *) рассмотрим стохастическую деполяризацию вследствие скачков энергии $\Delta\varepsilon$ в магнитотормозном излучении при вынужденных колебаниях вдоль оси З во время движения электрона в аксиально-симметричном, магнитном поле **). В этом случае ψ_s (4,7) имеет вид

$$\psi_{sh} = -\frac{x_{3k}^0}{2R} k^2 \eta \gamma \frac{\sin [\omega_0(k-\eta\gamma)t]}{k-\eta\gamma} + \text{нерезонансные члены}, \quad (4,47)$$

где взят член с k -й гармоникой возмущений, x_{3k}^0 — амплитуда колебаний; в формуле (4,47) мы выписали явно только дающий основной вклад резонансный член. Подставляя (4,47) в (4,44), (4,46), получаем

$$\begin{aligned} 1/\tau_{dep} &= \frac{1}{8} \sum_k \left(\frac{x_{3k}^0}{R} \right)^2 \left[\frac{k\eta\gamma}{k-\eta\gamma} \right]^4 \frac{1}{e^2} \frac{d(\Delta\varepsilon)^2}{dt} = \\ &= \frac{55}{192\sqrt{3}} \frac{\hbar r_0}{mR^3} \gamma^5 \sum_k \left[\frac{k\eta\gamma}{k-\eta\gamma} \right]^4 \left(\frac{x_{3k}^0}{R} \right)^2, \end{aligned} \quad (4,48)$$

где $r_0 = \frac{e^2}{4\pi\hbar m} = 2,8 \cdot 10^{-13}$ см — классический радиус электрона. Величина средней квадратичной флюктуации энергии вычисляется следующим образом:

$$\frac{1}{e^2} \frac{d(\Delta\varepsilon)^2}{dt} = \frac{1}{2e^2} \int (\hbar\omega)^2 dW(\vartheta, \omega) = \frac{55}{48\sqrt{3}} \frac{r_0\hbar}{mR^3} \gamma^5, \quad (4,49)$$

где $dW(\vartheta, \omega)$ — вероятность излучения фотона в единицу времени ^{1, 2}.

Из (4,48) видно, что эффект стохастической деполяризации сильнейшим образом зависит от энергии, сильно зависит от номера ближайшей резонансной гармоники, от расстояния до резонанса ($k - \eta\gamma$) и от амплитуды x_{3k}^0 . Оценим эффект при определенных значениях параметров: энергия $\varepsilon = 6$ ГэВ, $R = 3 \cdot 10^3$ см, $k - \eta\gamma = 1/2$, $k = 14,15$ и $x_{3k}^0 = 0,1$ см. Тогда $\tau_{dep} = 25$ сек (при этих же условиях время поляризации $T = 190$ сек).

Таким образом, в рассмотренной ситуации надо применить специальные меры для сохранения поляризации (подавлять резонансные вынужденные колебания).

Проведем еще оценку деполяризации при движении вблизи спинового резонанса, где роль стохастического механизма играет радиационное затухание колебаний. Подставляя в ψ_s (4,7) ближайшую к спиновому резонансу гармонику ω (расстройка δ — (4,12), частота ω_n — (4,17)), получим из (4,46)

$$1/\tau_{dep} \approx \overline{(\Delta\psi_s)^2}/\Delta t \simeq (\omega_n/\delta)^2 \tau_0^{-1}; \quad (4,50)$$

τ_0 — время радиационного затухания. Эта формула может быть использована для оценки ширины резонанса.

Для простых оценок влияния деполяризующих эффектов стохастического типа на степень радиационной поляризации введем деполяризующий член (диффузионного типа) в уравнение для ζ_3 (3,24) при $\omega = 0$:

$$\dot{\zeta}_3^r = -\frac{1}{T} (\zeta_3^r + 8/5\sqrt{3}) - \zeta_3^r/\tau_{dep}. \quad (4,51)$$

*) Ряд примеров стохастической деполяризации («диффузии спина») для конкретных условий накопителей рассмотрен недавно в работе ³⁹.

**) Движение спина весьма чувствительно также к скачкам вертикального угла, особенно при связи z - и r -колебаний, когда скачки пропорциональны квантовым флюктуациям энергии.

Решение его имеет вид

$$\zeta_3^r(t) = [\zeta_3^r(0) - \zeta_3^r(\infty)] \exp \left\{ - \left(\frac{1}{T} + \frac{1}{\tau_{\text{dep}}} \right) t \right\} + \zeta_3^r(\infty), \quad (4,52)$$

где

$$\zeta_3^r(\infty) = - \frac{8}{5\sqrt{3}} \frac{1}{1+(T/\tau_{\text{dep}})}.$$

Очевидно, что в присутствии деполяризующих эффектов степень радиационной поляризации падает.

4.3. Другие деполяризационные эффекты

Помимо рассмотренных выше эффектов необходимо учитывать деполяризацию при рассеянии на атомах остаточного газа, тормозном излучении на атомах остаточного газа, рассеянии частиц внутри пучка и т. п. Однако элементарные оценки показывают, что все указанные эффекты пренебрежимо малы. Это связано с тем, что вероятность переворота спина, например, при рассеянии или тормозном излучении на малый угол подавлена в γ^2 раз.

В качестве иллюстрации приведем время деполяризации за счет внутреннего рассеяния электронов внутри пучка¹⁹:

$$1/\tau_{\text{dep}} = \frac{c\pi r_0^2}{V\gamma^2} N_0 \ln \frac{1}{\theta_0}; \quad (4,53)$$

V — объем пучка, θ_0 — минимальный угол рассеяния, N_0 — число частиц в пучке.

Для установки ВЭПП-2 $\tau_{\text{dep}} \sim 10^8$ сек (ср. таблицу на стр. 453).

5. ИЗМЕРЕНИЕ ПОЛЯРИЗАЦИИ ЭЛЕКТРОНОВ

Возникшая в результате длительного движения в магнитном поле поляризация должна измеряться и контролироваться экспериментально. Ниже мы обсудим методы измерения поперечной поляризации электронов и позитронов большой энергии, движущихся в накопителе, которые, как это будет видно ниже, обладают рядом специфических особенностей.

5.1. Измерение поляризации в экспериментах по взаимодействию частиц высокой энергии

Сечения двухчастичных реакций весьма чувствительны к поляризациям электрона и позитрона. Ниже мы приведем сечения этих реакций для поперечно (и антипараллельно) поляризованных электронов и позитронов в системе центра инерции.

Сечение образования пары псевдоскалярных частиц ($\pi^+\pi^-$, K^+K^- , $K_L^0 K_S^0$) при анигилиации поперечно (и антипараллельно) поляризованных электрона и позитрона имеет вид^{16 *}

$$d\sigma_{2p} = d\sigma_{2p}^0 [1 + |\zeta_1| |\zeta_2| (2 \sin^2 \varphi - 1)], \quad (5,1)$$

где $|\zeta_1|$, $|\zeta_2|$ — степень поляризации позитронов и электронов, φ — угол между плоскостью рождения (плоскость, проходящая через импульсы начальной частицы p и конечной частицы q) и плоскостью, перпендикулярной направлению спина (плоскость орбиты), $d\sigma_{2p}^0$ — сечение для

*) Во всех сечениях мы будем отбрасывать члены $\sim 1/\gamma^2$.

неполяризованных частиц:

$$d\sigma_{2p}^0 = \frac{r_0^2}{32\gamma^2} \frac{q^4}{e^3} \sin^2 \vartheta |F(4\epsilon^2)|^2 d\Omega, \quad (5.2)$$

где $q = \sqrt{\epsilon^2 - m_p^2}$, $F(s)$ — формфактор, $r_0 = \frac{\alpha}{m}$ — классический радиус электрона ($r_0 = 2,82 \cdot 10^{-13}$ см), ϑ — угол между \mathbf{p} и \mathbf{q} . Если начальные частицы полностью поляризованы, $|\zeta_1| = |\zeta_2| = 1$, то $d\sigma_{2p}(\varphi = 0) = 0$ (плоскость рождения совпадает с плоскостью орбиты) и $d\sigma_{2p}(\varphi = \pi/2) = 2d\sigma_{2p}^0$ (плоскость рождения перпендикулярна плоскости орбиты, так что вектор спина лежит в плоскости рождения). Запрет при $\varphi = 0$ является следствием сохранения четности при аннигиляции поперечно поляризованных частиц. Из соображений, связанных с сохранением четности, сохранением спиральности в электромагнитных взаимодействиях при высоких энергиях (с точностью $\sim 1/\gamma$) и однофотонностью канала при аннигиляции поперечно поляризованных электрона и позитрона, вытекает ряд других запретов^{17, 18}. В частности, три псевдоскалярных мезона (3π , $K\bar{K}\pi^0$) не могут рождаться в плоскости, в которой лежит вектор спина. В реальной ситуации поляризация является частичной: для времени $t \gg T$ (см. (3.17)) $d\sigma_{2p}(\varphi = 0) = 0,14d\sigma_{2p}^0$, $d\sigma_{2p}(\varphi = \pi/2) = 1,86d\sigma_{2p}^0$ (ср. (3.26)).

Сечение образования псевдоскалярного мезона и фотона ($\pi^0(\eta) + \gamma$) имеет вид¹⁸

$$d\sigma_{p\gamma} = d\sigma_{p\gamma}^0 \left[1 + |\zeta_1||\zeta_2|(1 - 2 \sin^2 \varphi) \frac{\sin^2 \vartheta}{1 + \cos^2 \vartheta} \right]; \quad (5.3)$$

здесь $d\sigma_{p\gamma}^0$ — сечение для неполяризованных частиц:

$$d\sigma_{p\gamma}^0 = \frac{\alpha}{2\tau m_0^3} \left(\frac{q}{\epsilon} \right)^3 (1 + \cos^2 \vartheta) \left| \frac{G(4\epsilon^2)}{G(0)} \right|^2 d\Omega, \quad (5.4)$$

где τ — время жизни для распада мезона на два фотона, m_0 — масса мезона, $q/\epsilon = 1 - \frac{m_0^2}{4\epsilon^2}$, ϑ — угол вылета конечных частиц. Для полностью поляризованных частиц $d\sigma_{p\gamma}(\vartheta = \pi/2, \varphi = \pi/2) = 0$ (импульс конечных частиц направлен по направлению спина), $d\sigma_{p\gamma}(\vartheta = \pi/2, \varphi = 0) = 2d\sigma_{p\gamma}^0$ (импульс конечных частиц перпендикулярен направлению спина).

Сечение рождения пары фермионов со спином 1/2 при аннигиляции поперечно (антитаралльно) поляризованных электрона и позитрона¹⁶ имеет вид

$$d\sigma_{2f} = \frac{r_0^2}{16\gamma^2} \frac{q}{\epsilon} \left\{ 2 |F_1 + \mu F_2|^2 - \left(\frac{q}{\epsilon} \right)^2 \sin^2 \vartheta \left[|F_1|^2 - \frac{\epsilon^2 \mu^2}{M^2} |F_2|^2 \right] [1 + |\zeta_1||\zeta_2|(2 \sin^2 \varphi - 1)] \right\} d\Omega, \quad (5.5)$$

где F_1, F_2 — электромагнитные формфакторы, μ — аномальный магнитный момент. Для рождения пары мюонов ($F_1 = 1, F_2 = 0$) имеем

$$d\sigma_{2\mu} = \frac{r_0^2}{16\gamma^2} \frac{q}{\epsilon} \left\{ 2 - \frac{q^2}{\epsilon^2} \sin^2 \vartheta [1 + |\zeta_1||\zeta_2|(2 \sin^2 \varphi - 1)] \right\} d\Omega. \quad (5.6)$$

Для релятивистских мюонов $q/\epsilon \approx 1$, и мы имеем для полностью поляризованных частиц $d\sigma_{2\mu}(\vartheta = \pi/2, \varphi = \pi/2) = 0$ (импульс мюона направлен по спину) и $d\sigma_{2\mu}(\vartheta = \pi/2, \varphi = 0) = 2d\sigma_{2\mu}^0$ (импульс мюона перпендикулярен спину). При рождении пары барионов поляризационные эффекты деформируются формфакторами.

Сечение двухквантовой аннигиляции имеет вид

$$d\sigma_{2\gamma} = \frac{r_0^2}{4\gamma^2 (1 - v^2 \cos^2 \vartheta)} \{1 + \cos^2 \vartheta + |\zeta_1||\zeta_2| \sin^2 \vartheta (1 - 2 \sin^2 \varphi)\}, \quad (5.7)$$

где v — скорость начальных частиц. Имеем для полностью поляризованных частиц $d\sigma_{2y}(\theta = \pi/2, \varphi = \pi/2) = 0$, $d\sigma_{2y}(\theta = \pi/2, \varphi = 0) = 2d\sigma_{2y}^0$.

Следует иметь в виду, что для случая рождения пары псевдоскалярных мезонов запреты имеют место для плоскостей (не зависят от угла рождения конечных частиц), в то время как для всех остальных реакций они имеют место только, если импульс конечных частиц перпендикулярен импульсу начальных¹⁷.

Приведем для справок сечение упругого рассеяния поперечно (антипараллельно) поляризованных электрона и позитрона:

$$d\sigma_{e+e-} = \frac{r_0^2}{16v^2} \left(\frac{3 + \cos^2 \theta}{1 - \cos \theta} \right)^2 \left[1 + \frac{|\xi_1| |\xi_2| \sin^4 \theta}{(3 + \cos^2 \theta)^2} (1 - 2 \sin^2 \varphi) \right]. \quad (5,8)$$

Для этого процесса азимутальная асимметрия также максимальна при $\theta = \pi/2$, но степень асимметрии заметно меньше, чем у процессов, рассмотренных выше, так как зависящий от ориентации спинов член входит с дополнительным множителем 1/9.

5.2. Эффекты в внутреннем рассеянии и измерение поляризации¹⁹

Мы рассмотрели способы измерения поляризации, основанные на измерении сечения взаимодействия при высоких энергиях. Следует, однако, иметь в виду, что при этом:

а) спин электронов находится в дополнительном поле встречного пучка и должны быть исследованы (методами, изложенными в предыдущей главе) связанные с этим деполяризующие эффекты;

б) в той или иной форме может возникнуть вопрос о происхождении наблюдаемых эффектов, которые приписываются поляризации. Поэтому желательно иметь независимые способы измерения поляризации каждого из пучков. Ниже мы рассмотрим такие способы.

Мы нечтем с метода, использующего взаимодействие частиц внутри пучка. Как известно, важной причиной потерь частиц в накопителях с высокой интенсивностью является упругое рассеяние электронов внутри сгустков²⁰. Если такое рассеяние происходит на достаточно большой угол и причем так, что частицы, обладающие большим поперечным и малым продольным импульсом (в системе покоя пучка (с. п.)), приобретают большой продольный импульс, то при пересчете в лабораторную систему (л. с.) продольный импульс подвергается релятивистскому преобразованию и может оказаться больше допустимого. В результате частицы теряются. При некоторых условиях именно этим эффектом, который называют иногда «тушек-эффектом» или «AdA-эффектом», определяется время жизни пучка в накопителе. Эффекты внутреннего рассеяния (ЭВР) зависят от поляризации частиц, поскольку сечение электрон-электронного рассеяния на большие углы, определяющие ЭВР, существенно зависит от поляризации электронов, в частности сечение рассеяния одинаково и полностью поляризованных электронов на угол $\pi/2$ обращается в нуль в нерелятивистском пределе. Эта зависимость ЭВР от поляризации может быть в принципе использована для измерения поляризации электронов в накопителе:

а) по анализу зависимости времени жизни (при условии, что оно определяется ЭВР) от поляризации;

б) по анализу зависимости выбывающих из пучка пар частиц от поляризации.

Найдем время жизни пучка поляризованных частиц по отношению к ЭВР. Здесь мы, как обычно²⁰⁻²², будем считать, что:

- 1) все частицы в пучке имеют одинаковую энергию (разброс по энергиям значительно меньше допустимого);
- 2) $\delta q_z \ll \delta q$ ($\delta q_z, \delta q$ — среднеквадратичный импульс вертикальных и радиальных колебаний соответственно).

Рассматривая общий случай, когда энергия поперечных колебаний является релятивистской, при вычислениях нельзя пользоваться так называемым приближением малых углов (в котором сохраняются только члены $\sin^{-4}\theta$), поскольку оно имеет недостаточную точность (10—30%), а зависящие от поляризации члены имеют структуру, которая не может быть определена в этом приближении.

Ниже приводятся результаты вычислений, проводимых известным образом^{21, 22}, для коэффициента α , определяющего время жизни пучка τ (τ — время, за которое число частиц уменьшается в два раза):

$$1/\tau = \alpha N_0, \quad (5,9)$$

где N_0 — начальное число частиц в пучке.

Для прямоугольного распределения радиальных импульсов электронов в пучке имеем

$$\alpha = \frac{2\pi r_0^2 c}{V(\Delta p)^2 \sqrt{3} \delta q} \left\{ 2 \sqrt{1 + (\delta p)^2} - \frac{23}{4} + \ln \frac{2}{\eta} + \ln \frac{\delta p}{1 + \sqrt{1 + (\delta p)^2}} + \right. \\ \left. + \frac{2}{\delta p} \ln (\delta p + \sqrt{1 + (\delta p)^2}) - \frac{\xi_1 \xi_2}{4} + \frac{1}{y} (3 + \xi_1 \xi_2) \right\}, \quad (5,10)$$

где V — объем пучка в л. с., Δp — максимально допустимое отклонение импульса от равновесного в л. с., δp — максимальный импульс распределения, связанный со среднеквадратичным $\delta q = \delta p / \sqrt{3}$, $\eta = \Delta p / e$, e — энергия электронов в л. с., $y = \frac{\delta p}{\eta}$; использована система единиц $m = 1$.

При выводе этой формулы мы систематически разлагали все величины по степеням $1/e^2$, η^2 , $1/y^2$ и оставляли только старшие члены разложения. В реальных условиях $\eta \sim 10^{-2}$, y меняется в интервале $10-10^3$, когда энергия электронов составляет 10^2-10^3 . В нерелятивистском приближении $\delta p \ll 1$ получаем

$$\alpha_N = \frac{2\pi r_0^2 c}{V(\Delta p)^2 \sqrt{3} \delta q} \left[\ln y - \frac{7}{4} - \frac{\xi_1 \xi_2}{4} + \frac{1}{y} (3 + \xi_1 \xi_2) \right]. \quad (5,11)$$

в ультрарелятивистском пределе

$$\alpha_R = \frac{2\pi r_0^2 c}{V(\Delta p)^2 \sqrt{3} \delta q} \left[2 \sqrt{3} \delta q - \frac{23}{4} + \ln \frac{2}{\eta} - \frac{\xi_1 \xi_2}{4} \right]. \quad (5,12)$$

Для гауссова распределения радиальных импульсов электронов имеем

$$\alpha = \frac{2\sqrt{\pi} r_0^2 c}{V(\Delta p)^2 \delta q} \left\{ \ln \frac{2}{\eta} - \frac{7}{4} - \frac{\xi_1 \xi_2}{4} + \right. \\ \left. + 2\sqrt{\pi} \delta q e^{1/(\delta q)^2} \left(1 + \frac{1}{2(\delta q)^2} \right) (1 - \Phi(1/\delta q)) - \sqrt{\pi} \int_0^{1/\delta q} e^{x^2} (1 - \Phi(x)) dx \right\}, \quad (5,13)$$

где $\Phi(x)$ — интеграл вероятности.

В нерелятивистском приближении $\delta q \ll 1$ имеем

$$\alpha_N = \frac{2\sqrt{\pi} r_0^2 c}{V(\Delta p)^2 \delta q} \left\{ \ln y - \frac{3+2C}{4} - \frac{\xi_1 \xi_2}{4} \right\}, \quad (5,14)$$

где C — постоянная Эйлера, $C = 0,577\dots$

В ультрарелятивистском пределе

$$\alpha_R = \frac{2\sqrt{\pi} r_0^2 c}{V(\Delta p)^2 \delta q} \left\{ 2\sqrt{\pi} \delta q - \frac{23}{4} + \ln \frac{2}{\eta} - \frac{\xi_1 \xi_2}{4} \right\}. \quad (5,15)$$

Величина α слабо зависит от вида распределения по импульсам, особенно в ультрарелятивистском пределе (а также в промежуточной области²²); по этой причине можно пользоваться для оценок более простыми формулами для прямоугольного распределения. Указанный факт связан с тем, что основной вклад в ЭВР дают малые углы рассеяния и область малых скоростей в распределении. Из этого же обстоятельства следует, что относительный вклад констант в α (в том числе и зависящих от поляризации) остается заметным вплоть до $\delta q \approx 1$, и только тогда, когда импульс большинства электронов становится релятивистским $\delta q \gg 1$, этот вклад существенно падает.

Проведем оценку относительного вклада членов, зависящих от поляризации, для установки ВЭПП-2 в Новосибирске при энергии $e = 700 M\text{эв}$, при которой характерное время радиационной поляризации составляет около 30 мин (см. раздел 3), $\eta \approx 10^{-2}$, $\delta q = 1$ ($\delta p = \sqrt{3}$). Тогда относительный вклад зависящих от поляризации членов при полной поляризации электронов в α (формула (5,13)) составляет около 6%.

5.3. Измерение поляризации по комптоновскому рассеянию²³

При комптоновском рассеянии циркулярно поляризованных фотонов на попечечно поляризованных электронах большой энергии в сечении процесса возникают члены, зависящие от вектора поляризации электрона. При лобовом столкновении лазерных фотонов (с энергией ω_1) с электронами большой энергии конечные фотонны вылетают в основном в узкий конус с углом $\sim 1/\gamma$ относительно направления начального электрона и имеют энергию

$$\omega_2 = \frac{2e\lambda}{1+n^2+2\lambda}, \quad (5,16)$$

где $\lambda = \frac{2\omega_1 e}{m^2}$, угол вылета фотона $\vartheta = n/\gamma \ll 1$. Сечение процесса в низшем по e^2 порядке имеет вид (см. ^{24, 25})

$$d\sigma = d\sigma_0 + d\sigma_1 \xi_2 |\xi_1| \sin \varphi, \quad (5,17)$$

где $d\sigma_0$ — сечение для неполяризованных частиц, ξ_2 — степень циркулярной поляризации фотонов, φ — угол между плоскостью, перпендикулярной вектору ξ_1 , и плоскостью рассеяния. Заметим, что входящий в (5,17) корреляционный член вида $\xi_2 (\xi_1 k_2)$ является единственным возможным из соображений P - и T -инвариантности. Коэффициент азимутальной асимметрии имеет вид

$$\mathcal{F} = \frac{d\sigma_1}{d\sigma_0} = -\frac{2\lambda n(1+n)^2}{2\lambda^2(1+n^2)+(1+n^2+2\lambda)(1+n^4)}; \quad (5,18)$$

\mathcal{F} достигает экстремума $\mathcal{F}_{ex} \approx -1/3$ при $\lambda \approx 1$, $n \approx 1$. Для существующих в настоящее время накопителей и лазеров $\lambda \ll 1$; тогда

$$d\sigma_0 = \frac{4r_0^2(1+n^4)n dn d\varphi}{(1+n^2)^4}, \quad d\sigma_1 = \frac{8r_0^2 \lambda n^2 dn d\varphi}{(1+n^2)^4}. \quad (5,19)$$

Максимальное значение коэффициента асимметрии \mathcal{F}_{max} достигается при $n = 0,76$ и равно $\mathcal{F}_{max} = -1,14\lambda$. Коэффициент асимметрии для проинтегрированных по углу рассеяния сечений $0 \leq \vartheta \leq \vartheta_0 = n_0/\gamma$

составляет для $n_0 = 2 \mathcal{P}_0 = -0,8\lambda$ и для $n_0 \gg 1 \mathcal{P}_0 = -0,6\lambda$. Поэтому следует использовать максимально коротковолновые источники фотонов. Эффект асимметрии в формуле (5,17) максимальен при $\varphi = \pm \pi/2$, т. е. когда вектор ξ_1 лежит в плоскости рассеяния, так что при $\xi_2(\mathbf{k}_2\xi_1) < 0$ сечение максимально и при $\xi_2(\mathbf{k}_2\xi_1) > 0$ сечение минимально.

Если использовать криптоновый лазер (энергия фотона $\omega_1 = 3,5 \text{ эв}$ ²⁶) в качестве источника фотонов, то $\lambda \approx 0,09$ для $\varepsilon = 3,5 \text{ Гэв}$, так что полная асимметрия «вверх — вниз» при $n_0 = 2$ достигает $\sim 14\%$. При мощности лазера 1 вт , числе электронов в накопителе $N_e = 10^{11}$, площади сечения пучка $s = 10^{-2} \text{ см}^2$ и $\Delta\varphi \sim 0,1$ число конечных фотонов составляет $\sim 10^4 \text{ сек}^{-1}$.

5.4. Рассеяние на поляризованной электронной мишени и измерение поляризации

Азимутальная асимметрия имеется также в сечении рассеяния поперечно поляризованных быстрых электронов на поляризованной электронной мишени²⁷:

$$d\sigma = d\sigma_0 + d\sigma_1 |\xi_1| |\xi_2| \cos(2\varphi + \varphi_1), \quad d\sigma_1 = (r_0^2 2\gamma) d\Omega_c, \quad (5,20)$$

где $d\sigma_0$ — мёллеровское сечение, $|\xi_2|$ — степень поляризации электронов мишени, угол φ определен как в (5,17). Вектор ξ_2 выбран в плоскости, перпендикулярной вектору импульса начального электрона (тогда асимметрия максимальна), φ_1 — угол между векторами ξ_1 и ξ_2 , $d\Omega_c$ — элемент телесного угла в с. ц. и. Наибольшая асимметрия имеет место при $2\varphi + \varphi_1 = 0$ или π . Например, при $\xi_1 \parallel \xi_2 (\varphi_1 = 0)$ это соответствует $\varphi = 0$ (плоскость рассеяния перпендикулярна вектору ξ_1) и $\varphi = \pi/2$ (вектор ξ_1 лежит в плоскости рассеяния). Коэффициент асимметрии $\mathcal{P} = d\sigma_1/d\sigma_0$ максимальен при угле рассеяния $\vartheta = \sqrt{2/\gamma}$ (что соответствует углу рассеяния в с. ц. и. $\vartheta_c = \pi/2$) и равен $\mathcal{P}_{\max} = 0,11$. Для проинтегрированных по углу рассеяния сечений,

$$\sqrt{2/\gamma} \operatorname{tg} \vartheta_c/2 \leq \vartheta \leq \sqrt{2/\gamma} \operatorname{ctg} \vartheta_c/2,$$

коэффициент асимметрии

$$\mathcal{P}_0 = \frac{\sin^2 \vartheta_c}{8 + \sin^2 \vartheta_c}. \quad (5,21)$$

Для $\vartheta_c = 75^\circ \mathcal{P}_0 = 0,1$. Малость коэффициента асимметрии не позволяет использовать в качестве мишени намагниченный ферромагнетик, где $|\xi_2| < 0,09$, так что полная асимметрия «вверх — вниз» $< 2\%$. По-видимому, целесообразно использовать в качестве мишени атомные пучки, где поляризация электронов может быть доведена до $|\xi_2| \sim 1$ и полная асимметрия при $\vartheta_c = 75^\circ$ достигает 20% . Для известных плотностей поляризованных атомных пучков ($n \sim 10^{11} \text{ см}^{-3}$) при $\varepsilon = 700 \text{ Мэв}$, $N_e \sim 10^{11}$, размере области взаимодействия $\sim 1 \text{ см}$, $\vartheta_c = 75^\circ$, $\Delta\varphi \sim 0,1$ число расеянных электронов $\sim 10 \text{ сек}^{-1}$.

Указанные выше методы являются, с нашей точки зрения, наиболее перспективными для определения поперечной поляризации электронов большой энергии в накопителе. Следует отметить, что относительный вклад членов, зависящих от поляризации электронов, для комптоновского рассеяния лазерных фотонов растет с энергией (так что метод удобен при энергии в несколько гигаэлектрон-вольт), для ЭВР — падает с энергией (так что метод удобен при энергии в несколько сотен мегаэлектрон-вольт) и для рассеяния на электронной мишени не зависит от энергии (т. е. этот метод применим для любой энергии при достаточности числа событий).

5.5. Другие методы

Обсудим другие методы определения поперечной поляризации электронов большой энергии:

а) сечение рассеяния поперечно поляризованных электронов на поляризованной ядерной мишени с точностью до членов $\sim 1/\gamma$ не зависит от поляризации электрона, что является следствием сохранения спиральности (см., например, ²⁸);

б) степень циркулярной поляризации тормозного кванта при рассеянии электронов в кулоновском поле зависит от поляризации электронов; для проинтегрированного по углам вылета конечного электрона сечение степень циркулярной поляризации кванта для поперечно поляризованных начальных быстрых электронов при оптимальных условиях не превышает 10% ²⁹; кроме того, необходимое в этом методе измерение поляризации кванта представляет само по себе достаточно сложную задачу; просуммированное по поляризации конечных частиц сечение тормозного излучения с учетом всех кулоновских поправок с точностью до членов $-1/\gamma$ имеет такую же структуру, как борновское сечение, и, следовательно, не зависит от поляризации электрона ²⁹;

в) квантовые поправки к интенсивности синхротронного излучения, зависящие от поляризации электрона, имеют порядок $\chi = \frac{H}{H_0}\gamma$ и весьма малы.

Таким образом, перечисленные в этом разделе способы являются малопригодными для определения поперечной поляризации электронов.

Для определения поперечной поляризации электронов перспективным является также метод с преобразованием поперечной поляризации в продольную *). Этого можно достичь, например, за счет прецессии спина электрона относительно скорости в магнитном поле, перпендикулярном вектору спина и импульсу. Угол поворота электрона в таком магнитном поле, при котором поперечная поляризация переходит в продольную, может быть найден из уравнения (Б,6); он равен

$$\Delta\Phi = \frac{\pi}{2\gamma\eta}. \quad (5,22)$$

Такой же результат получится, если вместо магнитного использовать электрическое поле, направленное вдоль вектора спина при условии, что $\eta\gamma^2 \gg 1$. Измерение полученной продольной поляризации может быть легко проведено, например, в опытах по рассеянию на поляризованной электронной мишени (вклад членов, зависящих от поляризации ~ 1) или в опытах по рассеянию на поляризованной протонной мишени.

6. ЭКСПЕРИМЕНТ ПО ИЗУЧЕНИЮ РАДИАЦИОННОЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ

Экспериментальное изучение радиационной поляризации электронов было проведено недавно на накопителе ВЭПП-2 в Новосибирске ³². Для измерения поляризации был использован описанный в разделе 5.2 метод, использующий зависимость эффектов внутреннего рассеяния от поляризации электронов в пучке ¹⁹. При выбранной энергии ($\varepsilon = 650 \text{ МэВ}$) время поляризации $T \approx 50 \text{ мин}$ и теоретическая степень поляризации (3,27) за время эксперимента $|z_3(2T)| \approx 0,80$. В данном эксперименте весьма важно исключить влияние деполяризующих факторов (см. раздел 4). Для этого прежде всего необходимо находиться достаточно далеко от спиновых резонансов (4,11). Результаты конкретного анализа резонансных

*) См. также приложение В.

гармоник для накопителя ВЭПП-2 приведены на рис. 4, на котором частоты приведены в единицах ω_0 ($v = \eta\gamma = \left(\frac{g-2}{2}\right)\gamma$, $v_z = \frac{\omega_z}{\omega_0} = 0,8093$, $v_x = \frac{\omega_x}{\omega_0} = 0,7614$) и указан порядок резонанса ³². Время деполяризации («высота резонанса») на рис. 4 оценивалось (см. раздел 4.1, б)) в предположении, что динамическое размешивание происходит вследствие разброса амплитуд бетатронных колебаний, а стохастическим механизмом является радиационное затухание. Ясно, что если ω_n (4.17) удовлетворяет

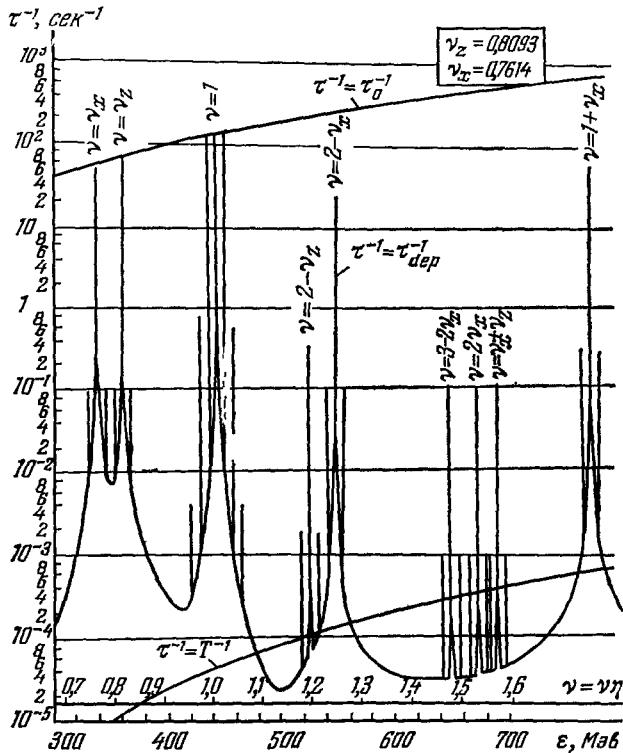


Рис. 4.

$\omega_n \gg \tau_0^{-1}$, то $\tau_{dep}^{-1} \sim \tau_0^{-1}$ (ср. (4.50)); если же $\omega_n \ll \tau_0^{-1}$, то $\tau_{dep}^{-1} \sim \omega_n (\omega_n \tau_0)$. Эта ситуация описывается интерполяционной формулой

$$\tau_{dep}^{-1} = \tau_0^{-1} \frac{\omega_n^2}{\omega_n^2 + \tau_0^{-2}} \quad (6.1)$$

Ширины резонансов на рис. 4 («крылья резонансов») оценивались согласно (4.50). На рис. 4 приведены также времена радиационной поляризации T и радиационного затухания τ_0 . Из рис. 4 видно, что в области ниже $\epsilon = 500$ МэВ пучок электронов практически не поляризуется. Заметим, что по мере роста энергии $1/T$ быстро растет, и при более высоких энергиях можно ожидать, что деполяризующие факторы будут играть меньшую роль. В соответствии с проведенным анализом рабочая точка была выбрана при энергии $\epsilon = 650$ МэВ. С учетом деполяризующих эффектов (4.53) ожидаемая степень радиационной поляризации $|\xi_r(2T)| \approx 0,66$.

Измерения проводились следующим образом. Пучок электронов в накопителе поляризовался в течение времени $t \sim 2T$, а частицы, выбы-

вающие из пучка вследствие ЭВР, регистрировались двумя счетчиками. Затем пучок деполяризовался с помощью наложения внешнего продольного поля (раздел 4.1,д)) за время (4,42) $\tau_{dep} \sim 100$ сек. При этом согласно (5,13) скорость выбывания частиц из пучка возрастает (т. е. возрастает число отсчетов в счетчиках). На рис. 5 приведены результаты опыта при энергии $\varepsilon = 638,8 \pm 0,8$ Мэв, где виден скачок в скорости счета (нормированной на квадрат тока), происходящий при включении деполяризующего поля *). Из величины скачка вытекает следующее значение степени поляризации пучка электронов: $|\zeta_3^{exp}(2T)| = 0,52 \pm 0,13$, (6,2)

что не противоречит приведенному выше ожидаемому значению степени деполяризации с учетом деполяризующих эффектов $|\zeta_3(2T)| \approx 0,66$, хотя и несколько меньше его. Таким образом, получены первые экспериментальные указания на существование эффекта радиационной поляризации. Естественно желательно дальнейшее ее экспериментальное исследование, в особенности устранение влияния деполяризующих эффектов.

В заключение автор считает своим приятным долгом выразить глубокую благодарность В. М. Каткову и А. Н. Скрипинскому за многочисленные обсуждения проблемы радиационной поляризации и ценные замечания. Автор благодарен В. М. Страховенко за дискуссии, Я. С. Дербеневу, А. М. Кондратенко, А. Н. Скрипинскому, Г. М. Тумайкину, Ю. М. Шатунову за предоставленную возможность ознакомиться с их работами до публикации.

ПРИЛОЖЕНИЯ

A. ВЫЧИСЛЕНИЕ $\langle t_0 | \text{Re } T_2 | t_0 \rangle$

По определению, $\langle t_0 | T_2 | t_0 \rangle$ есть элемент матрицы рассеяния второго порядка по константе связи e , взятый между одночастичными состояниями, т. е. вклад диаграммы собственной энергии. Этот вклад найден (при произвольном значении χ) в работе 8. Учитывая, что в разделе 3 используется вектор состояния, являющийся двухкомпонентным спинором, т. е. $|t_0\rangle = \varphi |i\rangle$, имеем, используя формулу (2) работы 8,

$$\begin{aligned} \langle t_0 | T_2 | t_0 \rangle &= T_{qq}^{(2)} = \int dt (T_1^{(2)} + T_2^{(2)}) (\zeta [vs]) = \\ &= i \int dt \langle i | \varphi^+ (D_0 + i\sigma D) \varphi | i \rangle, \end{aligned} \quad (\text{A},1)$$

*) Тем самым мы имеем метод для весьма точных абсолютных измерений энергии электронов в накопителе, поскольку $(g - 2)/2$ -фактор электрона известен весьма точно. При использованном методе деполяризации точность определяется полосой частотной модуляции $\delta\omega$ (4,36).

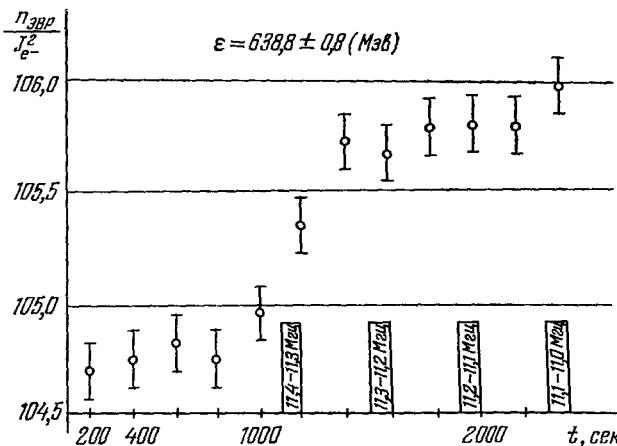


Рис. 5.

где $\mathbf{s} = \dot{\mathbf{v}} / |\dot{\mathbf{v}}|$,

$$\begin{aligned} T_2^{(2)} &= -\frac{\alpha m^2}{2\pi e} \int_0^\infty \frac{u \, du}{(1+u)^3} \left[L_{1/3} \left(\frac{2u}{3\chi} \right) + \frac{i}{V^3} K_{1/3} \left(\frac{2u}{3\chi} \right) \right], \\ L_{1/3}(z) &= \int_0^\infty dx \sin \frac{3z}{2} \left(x + \frac{x^3}{x} \right); \end{aligned} \quad (\text{A},2)$$

$K_{1/3}(z)$ — функции Макдональда. Имеется однозначная связь между членами $T_1^{(2)}$ и D_0 и $T_2^{(2)}$ и D ; поэтому из $T_2^{(2)}$ можно определить и D (член $T_1^{(2)}(D_0)$ не дает вклада в (3,20) и поэтому здесь не приведен). Учитывая, что

$$(\zeta [\mathbf{v}\mathbf{s}]) = -\frac{e\tilde{F}_{\mu\nu}p^\mu s^\nu}{\sqrt{|eF_{\lambda\sigma}p^\sigma|^2}} = -\frac{2\mu_0(\zeta H_R)}{m\chi}, \quad (\text{A},3)$$

где s^ν — 4-вектор поляризации, $\mu_0 = \frac{e}{2m}$, $\tilde{F}_{\mu\nu} = \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} F^{\alpha\beta}$, $F^{\alpha\beta}$ — тензор внешнего поля, H_R — магнитное поле в системе покоя частицы

$$H_R = \gamma \left[H - \frac{\mathbf{v}(\mathbf{v}H)}{1+1/\gamma} - [\mathbf{v}\mathbf{E}] \right]. \quad (\text{A},4)$$

Из (A,1) — (A,3) имеем

$$\langle i | \varphi^+ \operatorname{Re} D\varphi | i \rangle = -\frac{\mu'}{\gamma} H_R, \quad \frac{\mu'}{\mu_0} = \frac{\alpha}{2\pi} \frac{2}{\chi} \int_0^\infty \frac{u \, du}{(1+u)^3} L_{1/3} \left(\frac{2u}{3\chi} \right). \quad (\text{A},5)$$

Величина μ' есть аномальный магнитный момент электрона в e^2 -порядке по взаимодействию с полем излучения и с учетом всех порядков по внешнему полю⁸. При $\chi \ll 1$ $\mu'/\mu_0 = \frac{\alpha}{2\pi} (1 - 12\chi^2 \ln \chi + \dots)$. Если ограничиться точностью $\mu'/\mu_0 = \alpha/2\pi$, то результат (A,5) может быть получен также с использованием работы³⁰, как это было проделано в работе¹⁰.

Б. УРАВНЕНИЕ ДЛЯ ДВИЖЕНИЯ СПИНА ВО ВНЕШНEM ПОЛЕ

В разделе 3 в рамках квантовой электродинамики было получено уравнение движения спина электрона (среднего значения оператора спина в системе покоя). Если сохранить в нем члены порядка $\hbar^0 (\chi^0)$ (т. е. опустить члены затухания), то это уравнение переходит в уравнение БМТ. Последнее не содержит постоянной Планка \hbar и может быть получено на основе чисто классических соображений, как прямое релятивистское обобщение уравнений движения механического (спинового) момента (при заданном гиромагнитном отношении $\mu = \frac{ge}{2m} \frac{\xi\hbar}{2}$) в магнитном поле в системе покоя частицы:

$$\dot{\mathbf{j}} = [\mu \mathbf{H}]. \quad (\text{B},1)$$

Если положить $\mathbf{J} = \frac{1}{2} \xi \hbar$, то

$$\frac{d\xi}{dt} = \frac{eg}{2m} [\xi \mathbf{H}]. \quad (\text{B},2)$$

Введем 4-вектор s^μ такой, что в системе покоя электрона $s = (0, \xi)$. Очевидно, если u^μ — 4-вектор скорости $u = (\gamma, \gamma \mathbf{v})$, то $(su) = 0$. Отсюда следует $s_0 = (\mathbf{v}\mathbf{s})$ и в системе покоя

$$\frac{ds_0}{dt} = (\xi \dot{\mathbf{v}}). \quad (\text{B},3)$$

Релятивистским обобщением (B,2), (B,3) является уравнение БМТ⁷

$$\frac{ds^\mu}{d\tau} = \frac{e}{m} \left\{ \frac{g}{2} F^{\mu\nu} s_\nu + \left(\frac{g-2}{2} \right) u^\mu (F^{\lambda\nu} s_\lambda u_\nu) \right\}; \quad (\text{B},4)$$

здесь τ — собственное время. Учитывая, что

$$\mathbf{s} = \xi + \frac{\mathbf{p}(\mathbf{p}\xi)}{m(e+m)}, \quad s_0 = \frac{(\mathbf{p}\xi)}{m}, \quad (\text{B},5)$$

можно от уравнения для s (Б,4) перейти к уравнению для ζ . В итоге получаем (3,23) без членов затухания *) (см. (3,19), (3,22)):

$$\frac{d\zeta}{dt} = [\zeta F], \quad F = \frac{e}{\epsilon} \left[\left(\frac{g-2}{2} \right) H_R + H_E \right]. \quad (\text{Б},6)$$

Обсудим правую часть уравнения БМТ в форме (Б,6). На магнитный момент действует магнитное поле H_R в системе покоя частицы, если в л. с. поля H и E . Следует, однако, иметь в виду, что приращение вектора спина $\Delta\zeta = \frac{d\zeta}{dt} \Delta t$ состоит из частей, одна из которых обязана вращению в поле H_R , а вторая является кинематической и связана с «поворотом» спина из-за того, что движение электрона во внешнем поле является ускоренным (иначе говоря, вследствие того, что системы покоя в моменты времени t и $t + \Delta t$ различны и повернуты одна относительно другой**)). Последнее приращение нетрудно вычислить, используя формулы для преобразований Лоренца

$$(\Delta\zeta)_{\text{kin}} = \gamma^2 \frac{[\zeta [v \Delta v]]}{1+\gamma}. \quad (\text{Б},7)$$

Полное изменение ζ есть (ср. (Б,6))

$$\begin{aligned} \frac{d\zeta}{dt} &= \frac{e}{\epsilon} \frac{g}{2} [\zeta H_R] + \gamma^2 \frac{[\zeta \dot{[v v]}]}{1+\gamma} = \\ &= \frac{e}{\epsilon} \left[\zeta \left[\left(\frac{g}{2} - 1 \right) H_R + H_R + \frac{\gamma^2}{1+\gamma} ([v [v H]] + [v E]) \right] \right] = [\zeta F]. \end{aligned} \quad (\text{Б},8)$$

Отсюда видно, что фактически поле H_R воздействует только на аномальную часть момента, в то время как эффективное поле H_E (Б, 6), (3,22), которое можно считать действующим на «врожденный» момент спинорной частицы, оказывается сильно ослабленным по сравнению с H_R при больших энергиях ($\gamma \gg 1$). Именно поэтому, хотя аномальный магнитный момент электрона (в единицах $\frac{e\hbar}{2mc}$) весьма мал, $\left(\frac{g-2}{2} \right) = \frac{1}{2\pi} + \dots$, члены с ним весьма существенны, поскольку содержат дополнительную степень γ .

В уравнение (Б,6) (см. (3,10), (3,22)) входят поля H и E и скорость частицы, которая определяется этими же полями. Поэтому форма (Б,6) не всегда удобна. Оказывается полезным записать уравнение (Б,6) так, чтобы в качестве коэффициентов в правой части были только независимые переменные. Наборов независимых величин несколько; мы выберем набор $v, \dot{v}, H_{||}, E_{\perp}$ ($H_{||}$ и E_{\perp} — компоненты полей по скорости и перпендикулярно скорости).

Учитывая, что

$$H_{\perp} = \frac{1}{v^2} \left\{ [v E] - \frac{e}{\epsilon} [\dot{v} v] \right\}, \quad (\text{Б},9)$$

получаем для уравнения БМТ (Б,6)

$$F = -(1 + \eta\gamma) \frac{[\dot{v} v]}{v^2} + \frac{2\mu}{\gamma^2 v^2} [v E] + \frac{2\mu}{\gamma} \frac{(H v) v}{v^2}, \quad (\text{Б},10)$$

где $\mu = \frac{g}{2} \frac{e}{2m}$, $\eta = \left(\frac{g}{2} - 1 \right)$. Если ввести орты

$$e_1 = \frac{v}{|v|}, \quad e_2 = \frac{\eta\gamma\dot{v}_{\perp} - \frac{2\mu}{\gamma^2} E_{\perp}}{\sqrt{|\eta\gamma\dot{v}_{\perp} - \frac{2\mu}{\gamma^2} E_{\perp}|}}, \quad e_3 = [e_1 e_2] \quad (\text{Б},11)$$

и разложить вектор ζ по этим ортам:

$$\zeta = \zeta_1 e_1 + \zeta_2 e_2 + \zeta_3 e_3, \quad (\text{Б},12)$$

*) Если по отношению к некоторой вращающейся системе вектор A не меняется и его изменение относительно неподвижной системы обусловлено только вращением, то $\dot{A} = [\Omega A]$, где Ω — угловая скорость (частота) вращения. Уравнение (Б,6) именно такого типа. Ясно, что $(\dot{\zeta}\zeta) = 0$, $\zeta^2 = \text{const}$ при $F = \text{const}$, $F\zeta = \text{const}$, т. е. вектор ζ прецессирует вокруг оси F с частотой $|F|$.

**) Этот факт называют иногда прецессией Томаса.

то из (Б,10) следует следующая система уравнений¹³:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\zeta_1}{dt} &= -\Omega\zeta_2, \\ \frac{d\zeta_2}{dt} &= \Omega\zeta_1 + \omega\zeta_3, \\ \frac{d\zeta_3}{dt} &= -\omega\zeta_2, \end{aligned} \right\} \quad (\text{Б,13})$$

где частоты

$$\Omega = \frac{1}{|\mathbf{v}|} \left| \gamma\eta\dot{\mathbf{v}}_{\perp} - \frac{2\mu}{\gamma^2} \mathbf{E}_{\perp} \right|, \quad \omega = (\dot{\mathbf{e}}_2\mathbf{e}_3) + \frac{2\mu H_{||}}{\gamma}, \quad (\text{Б,14})$$

или

$$\frac{d\zeta}{dt} = [\zeta \mathbf{u}], \quad (\text{Б,15})$$

где частота \mathbf{u} имеет компоненты

$$\mathbf{u} = (\omega, 0, -\Omega). \quad (\text{Б,16})$$

Итак, в выбранной системе единичных векторов вектор спина движется вокруг оси \mathbf{e}_3 с частотой Ω и вокруг оси \mathbf{e}_1 (направления скорости) с частотой ω .

Если электрическое поле $\mathbf{E} = 0$, то $\dot{\mathbf{v}} = \mathbf{v}_{\perp}$ и выражения для частот приобретают вид

$$\Omega = \eta\gamma \frac{|\dot{\mathbf{v}}|}{|\mathbf{v}|}, \quad \omega = \frac{(\dot{\mathbf{e}}_3\mathbf{v})}{|\dot{\mathbf{v}}|} + \frac{2\mu H_{||}}{\gamma} = \eta \frac{eH_{||}}{\epsilon} + \frac{(\dot{\mathbf{v}}\dot{\mathbf{H}})}{|\dot{\mathbf{v}}||\mathbf{H}_{\perp}|}, \quad (\text{Б,17})$$

причем для не зависящих от времени полей $\dot{\mathbf{H}} = (\mathbf{v}\nabla)\mathbf{H}$, а в качестве ортов выбираются векторы

$$\mathbf{e}_1 = \frac{\mathbf{v}}{|\mathbf{v}|}, \quad \mathbf{e}_2 = \frac{\dot{\mathbf{v}}}{|\dot{\mathbf{v}}|}, \quad \mathbf{e}_3 = \frac{[\mathbf{v}\dot{\mathbf{v}}]}{|\mathbf{v}||\dot{\mathbf{v}}|}. \quad (\text{Б,18})$$

Первый член в ω (Б,17) весьма мал по сравнению с Ω (их отношение $\sim \frac{1}{\gamma} \frac{H_{||}}{H_{\perp}}$, причем обычно $H_{||} < H_{\perp}$). Поэтому в неоднородных полях основную роль играет второй член, явно зависящий от неоднородностей поля. В типичных условиях накопителей частицы совершают малые колебания с частотой ω_{0s} и амплитудой a . Тогда

$$\frac{\omega}{\Omega} \approx \frac{(\mathbf{v}\nabla)H}{\gamma\eta\omega_0 H_{\perp}} \sim \frac{\omega_{0s}a}{\gamma\eta\omega_0 R} \ll 1. \quad (\text{Б,19})$$

Это обстоятельство систематически использовано в работе.

Уравнения движения (Б,13) определяют движение вектора спина относительно подвижной системы, но именно эта система является физически выделенной.

В. ЭВОЛЮЦИЯ ВЕКТОРА СПИНА ПРИ ПЕРИОДИЧЕСКОМ ДВИЖЕНИИ

В случае, когда в уравнении (Б, 6) $\mathbf{F}(t) = \mathbf{F}(t + T)$, особый интерес представляют периодические решения этого уравнения, которые означают, что в заданном месте траектории существует устойчивое направление поляризации, повторяющееся через оборот³¹. Обозначим такие решения через

$$\mathbf{n}(t+T) = \mathbf{n}(t), \quad \mathbf{n}^2 = 1, \quad \dot{\mathbf{n}} = [\mathbf{n}\mathbf{F}]. \quad (\text{Б,1})$$

Любое решение уравнения (Б,6) можно разложить по трем ортогональным решениям \mathbf{x}_m ($m = 1, 2, 3$):

$$\mathbf{n}(t) = \sum n_m \mathbf{x}_m(t), \quad (\text{Б,2})$$

где n_m — константы. Тогда условие периодичности преобразует вид

$$\sum_m n_m \mathbf{x}_m(t) = \sum_m n_m \mathbf{x}_m(t+T) \quad (\text{Б,3})$$

или

$$\sum_m (\delta_{km} - \Lambda_{km}) n_k = 0, \quad (\text{Б,4})$$

где

$$\Lambda_{km} = \mathbf{x}_k(t) \mathbf{x}_m(t+T). \quad (\text{B},5)$$

Система (B,4) имеет решения, если

$$\det(I - \Lambda) = 0. \quad (\text{B},6)$$

Это условие выполняется всегда, поскольку постоянная матрица Λ соответствует реальным вращениям $\Lambda^T \Lambda = I$, $\det \Lambda = 1$ (имеет место общая теорема существования периодических решений однородных линейных систем дифференциальных уравнений с периодическими коэффициентами; см., например, ³³). Так как два любых решения уравнения (B,6) удовлетворяют условию $\frac{d(\xi_a \xi_b)}{dt} = 0$, для произвольного начального направления спина $(\xi_n) = \text{const}$. Отсюда следует, что вектор спина вращается вокруг периодического решения \mathbf{n} , фиксированного для данного азимута, сохраняя проекцию на направление \mathbf{n} . Общее решение уравнения (B,6) может быть разложено по \mathbf{n} и двум векторам η в плоскости, перпендикулярной \mathbf{n} . Пусть $2\pi\nu$ — угол, на который поворачивается поперечное к \mathbf{n} решение за оборот; в комплексной форме это условие $\eta(t+T) = e^{-2\pi i\nu} \eta(t)$. Разлагая $\eta(t)$ по базису $x_m(t)$, имеем

$$\sum_k (e^{-2\pi i\nu} \delta_{km} - \Lambda_{km}) \eta_k = 0, \quad (\text{B},7)$$

так что необходимо найти собственные значения матрицы

$$\det(\lambda I - \Lambda) = 0, \quad \lambda = e^{-2\pi i\nu}. \quad (\text{B},8)$$

Одно из них, очевидно, есть $\lambda = 1$, два других получаются из условий

$$\sum_{k=1}^3 \lambda_k = \text{Sp } \Lambda, \quad \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = \det \Lambda = 1, \quad (\text{B},9)$$

$$\lambda_1 = 1, \quad \lambda_2 = e^{-2\pi i\nu}, \quad \lambda_3 = e^{2\pi i\nu}, \quad \cos 2\pi\nu = \frac{\text{Sp } \Lambda - 1}{2}.$$

Соответствующие собственные решения \mathbf{n} , η , η^* ортогональны, если $\cos 2\pi\nu \neq 1$. Общее решение можно записать в виде

$$\xi(t) = \xi_n \mathbf{n} + \frac{1}{2} (c\eta + c^*\eta^*), \quad (\text{B},10)$$

где $\xi_n = \text{const}$, c и $c^* = \text{const}$. В случае резонанса ($\cos 2\pi\nu = 1$) имеет место вырождение $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 1$ и все решения являются периодическими.

Существование устойчивого периодического решения позволяет создать в заданной точке траектории (например, в точке встречи пучков в накопителях) любую поляризацию. Например, при больших энергиях, таких, что $\pi/2\gamma\eta \ll 1$, введя в прямоугольный промежуток накопителя радиальное магнитное поле, угол поворота в котором $\pi/2\gamma\eta$ (см. (5,22)), можно преобразовать поперечную поляризацию в продольную, а после области встречи снова преобразовать ее в поперечную. Правда, степень поляризации в такой ситуации будет несколько меньше, чем в однородном поле, из-за радиационной поляризации в радиальном поле.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. А. А. Соколов, И. М. Тернов, ДАН СССР **153**, 1052 (1963).
2. V. N. Ваег, V. M. Катков, Phys. Lett. **25A**, 492 (1967).
3. В. Н. Байер, В. М. Катков, ЖЭТФ **53**, 1478 (1967).
4. В. Н. Байер, В. М. Катков, ЖЭТФ **55**, 1542 (1968).
5. V. N. Ваег, V. M. Катков, Phys. Lett. **24A**, 327 (1967).
6. В. Н. Байер, В. М. Катков, ЖЭТФ **52**, 1422 (1967).
7. V. Bargmann, L. Michel, V. Telegdi, Phys. Rev. Lett. **2**, 435 (1959).
8. В. Н. Байер, В. М. Катков, В. М. Страховенко, ДАН СССР **197**, 66 (1971).
9. D. Fradkin, R. Good, Rev. Mod. Phys. **33**, 343 (1961).
10. В. Н. Байер, В. М. Катков, В. М. Страховенко, ЖЭТФ **58**, 1695 (1970).
11. V. N. Ваег, V. M. Катков, V. M. Strakhovenko, Phys. Lett. **31A**, 198 (1970).
12. F. Lubosowicz, E. Thorndike, Rev. Sci. Instr. **33**, 454 (1962).
13. Я. С. Дербенев, А. М. Кондратенко, А. Н. Скрипинский, ЖЭТФ **60**, 1216 (1971).
14. Н. Н. Боголюбов, Ю. М. Митропольский, Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний, М., Гостехиздат, 1958.

15. В. Н. Байер, Ю. Ф. Орлов, ДАН СССР **165**, 783 (1965).
 16. В. Н. Байер, В. С. Фадин, ДАН СССР **161**, 74 (1965).
 17. И. Б. Хриполович, ЯФ **3**, 762 (1966).
 18. В. Н. Байер, В. А. Хозе, ЯФ **5**, 1257 (1967).
 19. В. Н. Байер, В. А. Хозе, Атомная энергия **25**, 440 (1968).
 20. С. Bergnardi, G. Cogazz, G. Di Giugno et al., Phys. Rev. Lett. **10**, 407 (1963).
 21. B. Gittelman, D. Ritsmon, Preprint HELP-291, Stanford, 1963.
 22. U. Volk, Preprint DESY 67/5, 1967.
 23. В. Н. Байер, В. А. Хозе, ЯФ **9**, 409 (1969).
 24. Х. А. Толыхук, УФН **63**, 761 (1957).
 25. В. Б. Берестецкий, Е. М. Лифшиц, Л. П. Питалевский, Релятивистская квантовая теория, ч. 1, М., «Наука», 1968.
 26. R. Raapapen, Appl. Phys. Lett. **9**, 34 (1966).
 27. А. А. Красин, Л. Н. Розенцвейг, ЖЭТФ **32**, 353 (1957).
 28. В. А. Хозе, ЯФ **7**, 1994 (1968).
 29. H. Olesen, L. Maximon, Phys. Rev. **114**, 887 (1959).
 30. I. Schwinger, Phys. Rev. **82**, 664 (1952).
 31. Я. С. Дербенев, А. М. Кондратенко, А. Н. Скринский, ДАН СССР, **192**, 1255 (1970).
 32. А. Н. Скринский, Г. М. Тумайкин, Ю. М. Шатунов, см., например, Материалы VI зимней школы по теории ядра и физики высоких энергий, Л., ФТИ им. А. Ф. Иоффе АН СССР, 1971.
 33. С. Лешец, Геометрическая теория дифференциальных уравнений, М., ИЛ, 1961.
 34. V. Froissart, R. Stora, Nuclear Instr. and Methods **7**, 297 (1960).
 35. Х. А. Симонян, Ю. Ф. Орлов, ЖЭТФ **45**, 173 (1963).
 36. Х. А. Симонян, Труды IV Международной конференции по ускорителям, М., Атомиздат, 1964, стр. 915.
 37. Ю. А. Плисе, Л. М. Сороко, там же, стр. 912.
 38. П. Р. Зенкевич, там же, стр. 919.
 39. Я. С. Дербенев, А. М. Кондратенко ЖЭТФ **62** (1972).
-