1971 г. Январь Том 103, вып. 1
УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

530.145

МОЖНО ЛИ ИСПОЛЬЗОВАТЬ УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ В ФИЗИКЕ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ? *)

П. А. М. Дирак

Постановка вопроса. Теория S-матрицы. Лоренц-инвариантность. Квантовая электродинамика. Формулировка метода. Вакуумное состояние. Интерпретация решения.

Физика высоких энергий стимулировала развитие ряда новых математических способов расчета и объяснения экспериментальных результатов. Многие из этих методов весьма слабо связаны с методами, используемыми в других разделах физики, многие же сами по себе остаются в ряде отношений несовершенными или просто неудовлетворительными. Они применялись с переменным успехом. Методы, основанные на уравнениях движения, совершенно необходимые для физики низких энергий, оказались трудно приложимыми к физике высоких энергий, и от них в значительной мере пришлось отказаться. Но если мы верим в единство физики, мы должны верить и в то, что некоторые основные идеи одинаково применимы ко всем ее областям. Не следовало бы в таком случае использовать уравнения движения в физике высоких энергий, подобно тому как мы это делаем в физике низких энергий? Мне кажется, да; это нужно сделать. Математически изящная теория имеет больше шансов оказаться правильной, чем уродливая теория, лишь увязывающая между собой отдельные экспериментальные данные.

Попробуем точно уяснить себе, что означают уравнения движения. Введем набор величин A, любого в математическом отношении характера, чтобы описать физическое состояние в некоторый момент времени. Тогда уравнения движения имеют вид

$$dA/dt = f(A). \tag{1}$$

Интегрируя эти уравнения, можно вычислить значения A в более поздний момент времени, выраженные через первоначальный набор величин A.

Детерминизм, заключенный в уравнениях движения, вообще говоря, не соблюдается в атомном мире. Однако имеется квантовая механика, основанная на уравнениях движения, которые справедливы в области малых энергий, причем существующий здесь детерминизм между наблюдениями нарушается лишь самими этими наблюдениями. Резонно поставить вопрос, нет ли аналогичной теории, основанной на уравнениях движения, которые применимы и в физике высоких энергий.

---

*) P. A. M. D i r a c, Can Equations of Motion Be Used in High-Energy Physics?, Phys. Today 23 (4), 29 (1970). Перевод И. М. Беккермана.

После 37-летней деятельности в качестве профессора математики П. А. М. Дирак, получивший в 1932 г. Нобелевскую премию за создание релятивистской теории электрона, покинул Кембриджский университет в связи с достижением преклонного возраста. Это, однако, не означает, что Дирак покинул физику. Он провел академический год в Нью-Йоркском университете в Стони-Брук и в центре теоретических исследований в Корал-Гэйблз, где «сосредоточился главным образом на исследовании логических основ, на которых покоится квантовая электродинамика».

До сих пор уравнения движения не играли какой-либо существенной роли в этой области физики, если не считать некоторых ограниченных разделов электродинамики. Трудности использования уравнений движения в теории, которая должна учитывать релятивистские закономерности, столь серьезны, что многие физики-теоретики предпочитают отказываться от подобных попыток и строят теории, не связанные с уравнениями движения.

ТЕОРИЯ S-МАТРИЦЫ

Некоторые физики считают, и вполне справедливо, что величины, входящие в уравнения движения, а именно, динамические переменные, относящиеся к какому-то моменту времени, не слишком тесно связаны с экспериментальными результатами, и они, эти физики, утверждают, что теорию не следовало бы формулировать через величины, непосредственно связанные с наблюдениями. Это вполне разумный аргумент, и именно он привел Вернера Гейзенберга к построению в 1925 г. матричной механики, развившейся в нашу современную квантовую механику.

Задача номер один в физике высоких энергий — расчет вероятностей испускания, поглощения и рассеяния частиц. Если предположить, что здесь справедливы те же общие принципы, которые столь успешно работают в физике низких энергий, то эти вероятности задаются квадратами модулей некоторых чисел, называемых амплитудами вероятностей. Собранные вместе амплитуды вероятностей образуют S-матрицу. Таким образом, знание S-матрицы дало бы все необходимые для физики высоких энергий сведения.

Если бы мы располагали уравнениями движения, то, проинтегрировав их, мы могли бы получить S-матрицу. Но S-матрица, видимо, существует и независимо от существования уравнений движения. Это убеждение, имеющее под собой серьезные основания, характерно для школы физиков, которую можно назвать школой «без уравнений движения». Из общих физических принципов известны некоторые свойства S-матрицы, а привлекая экспериментальные результаты, можно найти много дополнительных сведений о ней. Физики указанной школы надеются получить исчерпывающую информацию, которая позволит полностью определить S-матрицу.

Несмотря на успехи S-матричной школы, мне кажется, что физика высоких энергий должна опираться на уравнения движения, поскольку они совершенно необходимы для описания явлений, происходящих при малых энергиях. Физика высоких энергий ведь составляет всего лишь небольшую ветвь физики вообще. Теории в таких областях, как физика твердого тела, атомная и молекулярная спектроскопия, химическая физика, основываются — и достаточно надежно — на уравнениях движения. Мы верим в единство физики. Уравнения движения, столь плодотворные в большинстве направлений физики, не могут быть просто отвергнуты для одной из ее ветвей. Хотя эти уравнения, возможно, придется модифицировать, включив в них, вероятно, переменные иного вида, они все же должны были бы сохранить основную структуру уравнения (1). В результате мы получили бы дифференциальные уравнения во времени, интегрирование которых привело бы к выражениям, допускающим сравнение с экспериментом.

ЛОРЕНЦ-ИНВАРИАНТНОСТЬ

Теория, основанная на уравнениях движения, в которых время входит независимо от координат, неинвариантна относительно преобразований Лоренца. Но это отнюдь не означает, что теория ошибочна. Наши требования сводятся к тому, чтобы результаты, следующие из этой теории, обладали лоренц-инвариантностью, и, прежде чем признать теорию правильной, нужно было бы доказать их лоренц-инвариантность. Такое доказательство вполне можно было бы провести, но не в нем дело.

Кроме того, возможно, что лоренц-инвариантность приложима лишь к полной теории, учитывающей все элементарные частицы и виды взаимодействий между ними. К неполной же теории, ограничивающейся только некоторыми частицами, не предъявляется требование лоренц-инвариантности. Все современные теории являются неполными. Более того, нам пока еще не известны все существующие в природе элементарные частицы. Поэтому, возможно, нет оснований настаивать, чтобы современные теории были лоренц-инвариантными.

Если считать, что уравнения движения должны быть применимы в физике высоких энергий, то естественно было бы взять уравнения, которые успешно описывают явления из области малых энергий, и попытаться обобщить их на процессы, происходящие при все более и более высоких энергиях, причем в ходе этой процедуры нет нужды требовать точной лоренц-инвариантности. Мы должны потребовать приближенной лоренц-инвариантности в приложении к меньшим энергиям и стараться постепенно повышать эту точность.

Такой подход существенно отличается от теории S-матрицы, где лоренц-инвариантность соблюдается с самого начала и на всех последующих этапах развития.

КВАНТОВАЯ ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

Физика низких энергий подчиняется квантовой электродинамике, объект которой — заряженные частицы, взаимодействующие с электромагнитным полем. Очевидно, она применима ко всем физическим процессам при энергиях вплоть до нескольких сотен мегаэлектрон-вольт, при которых возможно рождение новых частиц. Поэтому следует начать с формулировки уравнений квантовой электродинамики в подходящей для наших целей форме. Здесь возникает довольно много проблем.

Из теории Максвелла и релятивистской теории электрона получаются точные уравнения движения. Можно решать их методом возмущений, полагая взаимодействие между электронами и полем малым. Решения записываются в виде степенных рядов относительно константы связи $e^2/\hbar c$, являющейся малой величиной. Однако вскоре мы приходим к расходящимся интегралам.

Лэмб, Бете и другие физики предложили правила устранения расходимостей, с тем чтобы результат оказывался конечным. В итоге таким методом удалось объяснить с высокой степенью точности некоторые физические эффекты, в частности лэмбовский сдвиг и аномальный магнитный момент электрона. Обычная квантовая электродинамика, вытекающая из этой процедуры, принимается большинством физиков. Мне же она кажется неудовлетворительной.

Чтобы построить какую-либо теорию, основанную на уравнениях движения, нужно использовать их в соответствии со стандартными законами математики и пренебрегать лишь величинами, которые действительно малы, а отнюдь не бесконечны. При каких же условиях применима обычная математика?

Из-за бесконечностей, возникающих в квантовой электродинамике, уравнения движения не имеют решений, и их следует модифицировать. Бесконечности обусловлены процессами в области высоких энергий, когда теория не может быть справедливой, так как она не учитывает других частиц, которые вступают там в игру. Но поскольку мы не осведомлены об этих частицах в той мере, чтобы учесть их в уравнениях движения, приходится вообще исключить из рассмотрения высокоэнергетические процессы, иначе мы не могли бы оперировать с уравнениями. Таким образом, мы освобождаемся от бесконечностей, но ценой отказа от лоренц-инвариантности. Последний недостаток считается меньшим злом, чем неприменимость стандартной математики.

ФОРМУЛИРОВКА МЕТОДА

Используемые в данной работе динамические переменные включают операторы рождения и исчезновения электронов и фотонов в различных состояниях. Пусть η_n — операторы рождения (n означает стационарное состояние некоторых изолированных частиц), а η_n^* — операторы исчезновения. Гамильтониан H имеет вид

$$H = E + V;$$

здесь E — собственная энергия всех частиц, которую можно записать как

$$E = \sum \omega_n \eta_n \eta_n^*,$$

где ω_n — энергия частицы в состоянии n. Энергию взаимодействия V можно выразить в виде некоторого степенного ряда относительно η и η^*. Пользуясь методом возмущений, мы полагаем V малой величиной.

Имеется состояние $|0\rangle$, в котором отсутствуют какие-либо частицы («бесчастичное состояние»). При этом для всех n выполняется условие

$$\eta_n^* |0\rangle = 0.$$

Любое состояние $|P\rangle$ можно выразить как

$$|P\rangle = \psi(\eta)|0\rangle, \tag{2}$$

где $\psi(\eta)$ — степенной ряд операторов рождения η. Если $|P\rangle$ нормировано, то квадраты модулей коэффициентов в $\psi(\eta)$ дают вероятности того, что данные количества частиц находятся в данных конкретных состояниях.

В шрёдингеровском представлении $|P\rangle$ изменяется соответственно уравнению

$$i\hbar d|P\rangle/dt = H|P\rangle.$$

Это уравнение движения показывает зависимость $|P\rangle$ от времени. Записав

$$|P\rangle = \psi(\eta, t)|0\rangle,$$

можно вычислить, как изменяются указанные выше вероятности со временем.

Предположим, что в момент $t = 0$ величина $|P\rangle$ отвечает бесчастичному состоянию, т. е.

$$|P\rangle_{t=0} = |0\rangle.$$

Тогда

$$i\hbar (d|P\rangle/dt)_{t=0} = H|0\rangle = V|0\rangle.$$

Это выражение не обращается в нуль. Таким образом, поскольку V включает в себя операторы рождения и исчезновения, мы получаем, что частицы возникают. Спустя некоторое время $|P\rangle$ не будет уже означать бесчастичное состояние, с которого мы начали. Следовательно, бесчастичное состояние не является стационарным.

ВАКУУМНОЕ СОСТОЯНИЕ

Резонно определить «вакуумное состояние» $|v\rangle$ как стационарное состояние с наинизшей энергией. Оно удовлетворяет уравнению

$$i\hbar d|v\rangle/dt = \lambda|v\rangle,$$

где λ — действительное число, которое в данном случае принимает минимальное значение. Такое определение логичным образом учитывает любые отклонения от вакуумного состояния, в том числе возрастание энергии. Вакуумное состояние в самом деле обладает этим свойством для всех известных физических полей, за исключением гравитационного, которое не играет роли в атомной физике.

Мы, таким образом, приходим к мысли, что вакуумное состояние есть нечто существенно отличное от бесчастичного состояния. Используя уравнение (2), можно одно из них выразить через другое, а именно

$$|v\rangle = \psi_0(\eta)|0\rangle,$$

где ψ_0 зависит от t по экспоненциальному закону:

$$\psi_0 \sim e^{-i\lambda t\hbar}.$$

Если взять H с соответствующим образом обрезанным рядом, чтобы исключить бесконечности, можно попытаться вычислить ψ_0 и найти вероятности для данного количества частиц, находящихся в вакуумном состоянии. Но так как здесь нельзя воспользоваться методом возмущений, расчеты будут связаны со значительными трудностями; дело в том, что последние члены в выражении, учитывающем возмущения, более существенны, чем предыдущие. Хотя в принципе расчеты возможны, они вряд ли принесли бы большую пользу, ибо их результаты сильно зависели бы от обрезания ряда. Пока мы не знаем в точности, где или как производить обрезание, могут иметь значение лишь такие результаты, которые не чувствительны к этому обрезанию.

Возможно, следовало бы попытаться построить теорию, не зная ψ_0, особенно если учесть, что экспериментатора скорее интересует отклонение от вакуума, чем сам вакуум.

Состояние, которое является отклонением от вакуумного, можно выразить как результат действия некоторого оператора K на вакуумное состояние, а именно, $K\,|v\rangle$. Уравнение Шрёдингера для этого случая имеет вид

$$i\hbar \frac{d}{dt}(K|v\rangle) = HK|v\rangle, \tag{3}$$

или

$$i\hbar \frac{dK}{dt}|v\rangle = HK|v\rangle - i\hbar K\frac{d}{dt}|v\rangle = (HK-KH)|v\rangle.$$

Это уравнение справедливо только при условии, что выбранный нами оператор K удовлетворяет соотношению

$$i\hbar \frac{dK}{dK} = HK - KH, \tag{4}$$

которое представляет собой гейзенберговское уравнение движения. Если нам удастся найти решения этого уравнения, то тем самым, даже не зная $|v\rangle$, мы получим решения и для уравнения Шрёдингера (3).

ИНТЕРПРЕТАЦИЯ РЕШЕНИЯ

Но каким образом, найдя решение уравнения (4), мы можем воспользоваться им? Нужно как-то физически интерпретировать его. В соответствии с обычными правилами физической интерпретации квантовой механики, следует выразить $K \mid v\rangle$ в форме соотношения (2):

$$K \mid v\rangle = \psi_1(\eta) \mid 0\rangle,$$

и вычислить ψ_1 для любого момента времени, а затем из волновой функции ψ_1 можно рассчитать вероятности существования различных частиц. Используя волновую функцию ψ_0, чтобы сравнить это распределение вероятностей с соответствующим распределением для вакуумного состояния, можно убедиться, что в состоянии $K \mid v\rangle$ имеются избыточные или, наоборот, недостающие частицы. Однако указанный метод интерпретации требует знания ψ_0 и в наших условиях не может быть использован.

Мне хотелось бы предложить иной метод интерпретации. Введем выражение $K \mid 0\rangle$, такое, что

$$K \mid 0\rangle = \psi_2(\eta) \mid 0\rangle,$$

и вычислим ψ_2 для любого момента времени. При соответствующей нормировке ψ_2 дает распределение вероятностей частиц. При этом нет необходимости знать ψ_0. Но для каждого случая, когда находится распределение вероятностей, нужно иметь различные нормирующие множители.

Хотя данный метод физической интерпретации не согласуется с обычными законами квантовой механики, он тем не менее представляется вполне разумным паллиативом, которым целесообразно воспользоваться в настоящее время. Он, в сущности, сглаживает сложные эффекты флуктуаций вакуума.

Изложенный метод можно применить для расчета лэмбовского сдвига и аномального магнитного момента. Оператор K соответствовал бы при этом рождению в некоторый момент электрона в статическом электрическом или магнитном поле. В таком случае решение уравнения (4) не зависит от обрезания. Если выполнить последовательно и логично все расчеты, то единственным отклонением от общепринятых принципов будет новый метод физической интерпретации.

Можно попытаться провести аналогичный расчет, полагая, что K есть оператор рождения фотона в некоторый момент времени. В данном случае решение уравнения (4) сильно зависит от обрезания. Это решение соответствовало бы фотону, обладающему значительной массой покоя, а без обрезания — даже бесконечной массой. Указанный серьезный дефект теории должен быть устранен путем изменения вида гамильтониана. Но прежде чем распространять эту теорию на область более высоких энергий, надо иметь возможность включать в рассмотрение все другие частицы и взаимодействия.