УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

538.21

МАГНИТОПЛАЗМЕННЫЕ ВОЛНЫ В ВИСМУТЕ

В. С. Эдельман

1. ВВЕДЕНИЕ

1.1. Расчет простой модели

Исследования, посвященные изучению распространения в металлах незатухающих электромагнитных волн с частотами, меньшими плазменной, ведутся уже в течение десяти лет (первая работа¹, касающаяся висмута, появилась в 1961 г.), и теперь известны многие характерные черты этого явления.

В зависимости от соотношения чисел свободных электронов и дырок в металлах (и полупроводниках) могут иметь место два случая *). При $N_e \neq N_h$ возникают так называемые геликоидальные низкочастотные волны со спектром $\omega^2 \, \infty \, k^2 \, (\mathbf{kH})^2$. При $N_e = N_h$ область существования незатухающих волн сдвигается в СВЧ диапазон, а спектр их в сильных магнитных полях приобретает вид $\omega \, \infty \, kH$, что формально совпадает со спектром магнитогидродинамических волн в газовой плазме ³. Как известно, в чистых металлах $N_e = N_h$, если на одну элементарную ячейку их решетки приходится четное число электронов ⁴, так что подобная ситуация не является исключительной, и исследование распространения волн в этом случае представляет общий интерес.

Возможность существования при наложении магнитного поля волн с большой длиной затухания для металла с концентрациями носителей тока $N_e = N_h$, обладающими изотропным и квадратичным спектром, можно установить простым расчетом. Предположим, что поле **E** в металле изменяется по закону $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp [i (\mathbf{kr} - \omega t)]$, и, пренебрегая процессами столкновений ($\omega \tau \gg 1$), рассмотрим в линейном приближении по **E** движение носителей в постоянном поле **H** таком, что $\Omega_{e,h} \gg \omega$. Предположим, для простоты, что $d_{e,h} \ll \lambda = 2\pi/k$. Определив из уравнения Лоренца добавку к скорости носителей тока, из соотношения $\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E} = -e(N_h \delta \mathbf{V}_h - N_e \delta \mathbf{V}_e)$ найдем тензор проводимости

$$\sigma = \left\| \begin{array}{ccc} -i\omega c^2 H^{-2} \left(N_h m_h + N_e m_e \right); & 0; & 0; \\ 0; & -i\omega c^2 H^{-2} \left(N_h m_h + N_e m_e \right); & 0; \\ 0; & 0; & ie^2 \omega^{-1} \left(N_h / m_h + N_e / m_e \right) \right\|.$$
(1)

Из уравнения Максвелла, пренебрегая токами смещения (т. е. при $\omega \ll \omega_{nn}$), имеем

$$\mathbf{j} = ic^2 [\mathbf{k} [\mathbf{kE}]] / 4\pi\omega.$$

^{*)} Подробнее см. обзор ².

Пренебрегая членом $(ic^2/4\pi\omega)(k_yk_z/\sigma_{zz}) \approx (\omega/\Omega)^2$, получим дисперсионное уравнение

 $[\sigma_{xx} + (ic^2k^2/4\pi\omega)] [\sigma_{yy} + (ic^2k^2\cos^2\vartheta/4\pi\omega)] [\sigma_{zz} + (ic^2k^2\sin^2\vartheta/4\pi\omega)] = 0.$ (2)

Его два вещественных решения

$$k_{S} = \omega H^{-1} \left[4\pi \left(N_{h} m_{h} + N_{e} m_{e} \right) \right]^{1/2},$$

$$k_{P} = \omega H^{-1} \cos^{-1} \vartheta \left[4\pi \left(N_{h} m_{h} + N_{e} m_{e} \right) \right]^{1/2}$$
(3)

отвечают распространению с разной скоростью двух волн. Одна из них (S-волна) поляризована перпендикулярно плоскости, содержащей векторы H и k, другая (P-волна) поляризована в этой плоскости.

Учет релаксационных процессов приводит к затуханию волны. Вычислить его можно, заменив ω в σ_{ik} на $\omega + (i/\tau)$, а k представив как k' + ik'' (k' и k'' — вещественные). В результате несложных вычислений получим $k''/k' = 1/2\omega\tau^{-5}$.

Для большинства металлов $N \approx 10^{22} \ cm^{-3}$, $m \approx m_0$, и в поле $\sim 10^4 \ \sigma$ получим для k при $\omega \approx 6 \cdot 10^{10} \ ce\kappa^{-1}$ (при длине волны в вакууме 3 cm) оценку $k \approx 6 \cdot 10^4 \ cm^{-1}$. При $\omega \tau \approx 10^2$ длина затухания волны будет $\sim 3 \cdot 10^{-3} \ cm$, и для исследования волн либо необходимо работать с очень тонкими образцами, которые к тому же должны быть монокристаллами высокого качества, либо использовать значительно большие поля, $\sim 10^6 \ \sigma$.

Существуют металлы с аномально малым числом носителей тока. Это — мышьяк, сурьма, висмут и графит; из них наименьшими концентрациями носителей тока ~ 10^{17} см⁻³ и малыми эффективными массами ~ 10^{-1} m_0 обладают висмут и графит. Однако изготовление высококачественных кристаллов графита является трудной задачей, и существующие кристаллы графита существенно уступают образцам висмута по длительности времени релаксации, поэтому висмут предпочтителен как объект исследования.

Воспользовавшись результатами расчета, можно проверить, что предположения, положенные в его основу, в случае висмута можно экспериментально реализовать. Пусть $H \approx 10 \ \kappa \mathfrak{s}$ и $\omega \approx 6 \cdot 10^{10} \ ce\kappa^{-1}$. Используя параметры висмута $N = 3 \cdot 10^{17} \ cm^{-3}$, $m \approx 0.2 \ m_0$, получим $\omega/\Omega < 0.1$, $\omega/\omega_{\pi\pi} \approx$ $\approx 6 \cdot 10^{10}/10^{14} < 10^{-3}$. Волновой вектор $k \approx 2 \cdot 10^2 \ cm^{-1}$, $\lambda \approx 3 \cdot 10^{-2} \ cm$. При $H = 10 \ \kappa \mathfrak{s}$ для висмута максимальный диаметр орбиты $d \approx 6 \cdot 10^{-5} \ cm$. т. е. $d/\lambda \approx 2 \cdot 10^{-3}$. Время релаксации $\tau \approx 10^{-9} \ ce\kappa$ (см. п. 3.3); отсюда $k''/k' \approx 10^{-2}$ и волны слабо затухают. Приведенные соображения показывают, что висмут — удобный объект для исследования плазменных явлений в компенсированных металлах, и объясняют, почему, вплоть до настоящего времени, он остался практически единственным металлом, на котором эти явления изучены.

1.2. Тензор высокочастотной проводимости

Для понимания и детального анализа результатов экспериментов, особенно при $\omega \approx \Omega$ и $d \approx \lambda$, необходим точный расчет, учитывающий анизотропию энергетического спектра носителей тока и временную, и пространственную дисперсию. Объем статьи не позволяет приводить здесь точную теорию; ее изложение можно найти в обзоре². Ограничимся тем, что приведем выражение для тензора проводимости ⁶, которое нам понадобится в дальнейтем:

$$\sigma_{lk} = \frac{e^2}{2\pi^2\hbar^3} \sum_{e, h} \int_{-p_{z_0}}^{p_{z_0}} \frac{dp_{z}m}{\Omega} \sum_{n} \frac{v_l^{-n}(-\psi) v_k^n(\psi)}{in - [i(\omega - k_z \overline{v_z})/\Omega]} .$$
(4)

Первое суммирование ведется по всем участкам поверхности Ферми

$$\psi = \int_{0}^{\Phi} (\mathbf{k}\mathbf{v} - k_{z}\overline{v}_{z}) \, d\varphi', \quad \varphi = eHt/mc,$$

 $v_{k}^{n}(\psi)$ — *n*-я фурье-компонента разложения функции $v_{k}(\varphi) \exp [i\psi(\varphi)/\Omega]$. В сильных полях, разлагая σ_{lk} по ω/Ω , \mathbf{kv}/Ω , $\psi/\Omega \approx \mathbf{kv}/\Omega$ ($\mathbf{kv}/\Omega \approx$ $\approx d/\lambda$) и $k_z v_z/\omega$, можно получить ⁶ следующие выражения:

$$\sigma_{zz} = \frac{e^2}{2\pi^2\hbar^3} \frac{i}{\omega} \int dp_z m \bar{v}_l^2,$$

$$\sigma_{z\alpha} = -\sigma_{\alpha z} = \frac{e^2}{2\pi^2\hbar^3} \int \frac{dp_z}{\Omega} \begin{cases} \overline{-v_z (p_y - \overline{p}_y)}, & \alpha = x, \\ \overline{v_z (p_x - \overline{p}_x)}, & \alpha = y, \end{cases}$$

$$\sigma_{\alpha\beta} = \sigma_{\beta\alpha} = -\frac{ie^2\omega}{2\pi^2\hbar^3} \int \frac{dp_z}{m\Omega^2} \begin{cases} \overline{(p_y - \overline{p}_y)^2}, & \alpha = \beta = x, \\ \overline{(p_x - \overline{p}_x)^2}, & \alpha = \beta = y, \\ \overline{-(p_x - \overline{p}_x)(p_y - \overline{p}_y)}, & \alpha = x, \beta = y. \end{cases}$$
(5)

При квадратичном изотропном спектре выражения (5) сведутся, как легко вычислить, к компонентам (1).

1.3. Поверхность Ферми висмута

В дальнейшем нам придется обращаться к поверхности Ферми висмута (рис. 1). Напомним⁷, что она состоит из одной дырочной и трех электронных поверхностей. близких к эллипсоидам *). Для вычисления тензо-

ра проводимости (4), (5) надо знать величины скоростей, импульсов и эффективных масс только на уровне Ферми. Поэтому, пренебрегая отличиями формы поверхности от эллипсоидной, можно принять для энергетического спектра носителей тока в висмуте: для дырок

$$2\varepsilon_h = \frac{p_1^2}{M_1} + \frac{p_2^2}{M_2} + \frac{p_z^2}{M_3} , \qquad (6)$$

для одного из электронных эллипсоидов (в главных осях) 159

$$2\varepsilon_e = \frac{p_{\alpha}^2}{m_{\alpha}} + \frac{p_{\beta}^2}{m_{\beta}} + \frac{p_2^2}{m_2}; \qquad (7)$$

два других эллипсоида повернуты относительно его ($\pm 120^{\circ}$) вокруг три-



Рис. 1. Модель поверхности Ферми висмута.

гональной оси C_3 . В этих выражени-ях параметры равны ⁸ $2\varepsilon_h = 3,75 \cdot 10^{-14}$ эрг, $M_4 = M_2 = 0,063 m_0, M_3 = 0.65 m_0, 2\varepsilon_c = 5,78 \cdot 10^{-14}$ эрг, $m_{\varsigma} = 1,27 m_0, m_{\beta} = 1,15 \cdot 10^{-2} m_0, m_2 = 0,57 \cdot 10^{-2} m_0$. Большая ось (α) электронного эллипсоида направлена под углом 6²0' к базовой плоскости.

^{*)} Эллипсоиды расположены на гранях зоны Бриллюэна, и на каждую зону приходятся 6 половинок электроиных и 2 — дырочных эллипсоидов. Представленная на рис. 1 система эллипсоидов включает в себя также участки поверхности Ферми в соседних зонах Бриллюэна.

1.4. Пример расчета скорости волн

С помощью формул (4) — (7) и дисперсионного уравнения, которое в общем виде записывается в форме

$$\|\sigma_{lk} + [ic^2/4\pi\omega (k^2\delta_{lk} - k_lk_k]\| = 0,$$
(8)

можно рассчитать скорость волн в любом интересующем нас случае. Вычислим, например, асимптотическое значение скорости волн (т. е. в пределе сильных полей) при $\mathbf{H} \parallel C_1$, $\mathbf{k} \parallel C_2$. Воспользовавшись соображениями симметрии, легко получить, что $\sigma_{12}(1) = \sigma_{21}(1) = \sigma_{32}(1) = \sigma_{23}(1) \equiv 0$. $\sigma_{13}(1)$ не равно нулю, однако его появление связано с малым наклоном электронных эллипсоидов к базовой плоскости. Его величина оказывается пропорциональной квадрату этого угла и с точностью лучше 1% им можно пренебречь. Таким образом, в тензоре проводимости остаются только диагональные члены, и из дисперсионного уравнения (8) получаем

$$k^2 = 4\pi\omega\sigma_{33}(1)/ic^2.$$
(9)

Это решение отвечает незатухающей волне с $\mathbf{E} \parallel C_3$ (решение $k^2 = 4\pi\omega\sigma_{11}(1)/ic^2$ соответствует затухающей волне).

Воспользовавшись формулой (6) и уравнением Лоренца, найдем для величин, определяющих вклад дырок в σ_{33} (1), значения

$$p_{z_0} = p_1 = (2\varepsilon_h M_1)^{1/2}, \quad m = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial S}{\partial \varepsilon} = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial (\pi p_2 p_3)}{\partial \varepsilon} = (M_2 M_3)^{1/2};$$

$$p_y = p_{y_0} \cos \varphi, \quad p_{y_0}^2 = M_2 \left[2\varepsilon_h - (p_z^2/M_1) \right] = 2\varepsilon_h M_2 \left[1 - (p_z^2/p_{z_0}^2) \right];$$

$$\overline{p}_y = 0, \quad \overline{(p_y - \overline{p}_y)^2} = \overline{p_y^2} = p_{y_0}^2/2.$$

Подставив эти значения в интеграл формулы (5) для σ_{xx} , получим

$$\sigma_{33}^{h}(1) = -(i/3) \left(c^{2} \omega/\pi^{2} \hbar^{3} H^{2} \right) \left(2\varepsilon_{h} \right)^{3/2} M_{1}^{2} M_{3}^{1/2}.$$
⁽¹⁰⁾

Проделав аналогичные расчеты для электронов и просуммировав по всем трем эллипсоидам, получим

$$\sigma_{33}^{e}(1) = -i \left(6c^2 \omega / \pi^2 \hbar^3 H^2 \right) \left(2\varepsilon_e \right)^{3/2} m_{\alpha}^{1/2} m_{\beta}^{1/2} m_2^{3/2}.$$
(11)
Формулы (9) — (11) решают поставленную задачу.

Таблица I

Направление Н	Направление к	Направление Е	vH-1 (эксп.), 10-4 см/сек	vH-1 (расчет), 10-4 см/сек
C ₃	$\begin{bmatrix} C_3 \\ C_1 \\ C_2 \end{bmatrix}$	C_1 или C_2 C_2 C_1	$3,05{\pm}0,05$ $2,75{\pm}0,05$ $3,1{\pm}0,15$	$2,93{\pm}0,15$
C_2	$\begin{vmatrix} C_2 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_3 \\ C_1 \end{vmatrix}$	$ \begin{array}{c} C_{3} \\ C_{1} \\ C_{1} \\ C_{2} \\ C_{3} \end{array} $	$\begin{array}{c} 2,40{\pm}0,1\\ 1,90{\pm}0,05\\ 1,87{\pm}0,05\\ 2,73{\pm}0,1{*})\\ 2,30{\pm}0,05\end{array}$	$\begin{array}{c} 2,50{\pm}0,1\\ 2,07{\pm}0,08\\ 2,12{\pm}0,08\\ 2,45{\pm}0,1*)\\ 2,45{\pm}0,1\end{array}$
C ₁	$\begin{bmatrix} C_3 \\ C_3 \\ C_2 \\ C_2 \end{bmatrix}$	$\begin{array}{c} C_2\\ C_1\\ C_3\\ C_1 \end{array}$	$\begin{array}{c} 1,99{\pm}0,05\\ 5,5{\pm}0,2{*})\\ 6,15{\pm}0,15\\ 1,9{\pm}0,1{*})\end{array}$	$ \begin{vmatrix} 2,12\pm 0,08 \\ 6,09\pm 0,15*) \\ 6,09\pm 0,15 \\ 1,9\pm 0,08*) \end{vmatrix} $
*) Привс лом 7—10° к	/ дится значени соответствующ	і е vH-1/cos Ф, по цей оси. Расчети	олученное при напра ное значение дано дл	і влении Н под уг- я Н оси.

Скорость магнитоплазменных волн в висмуте 8

Вычисления, аналогичные проделанным в этом разделе, можно сделать при любых направлениях **H** и k; выкладки, однако, сильно усложняются при несимметричных направлениях **H** и k, так как необходим учет недиагональных членов, и объем работы сильно возрастает.

Численные результаты расчетов скорости волн при симметричных направлениях H и k представлены в табл. I.

2. ПОСТАНОВКА ЭКСПЕРИМЕНТА

2.1. Техника эксперимента

Выбор рабочей частоты f для исследования волн определяется тем, чтобы их затухание было мало, т. е. должно быть $\omega \tau \gg 1$, что приводит к ограничению $f \gg 1 \Gamma c \mu$. Эксперименты проводились от частот $\sim 10^8 c \mu^9$ до $\sim 600 \Gamma c \mu^{10}$, однако большинство измерений проделано при частотах



Рис. 2. Схема установки для исследования свойств магнитоплазменных волн ¹³.

10—20 Ггц, что диктуется техническими удобствами, связанными с хорошей освоенностью этого диапазона; возможностью работать в умеренных магнитных полях (~10 кэ и менее) и достаточно большим значением ωτ ≈ ≈ 10—100.

Распространение волн приводит к прозрачности металла и к изменению его поверхностного сопротивления. Поэтому для исследования волн годятся обычные методы регистрации изменения добротности и собственной частоты резонаторов, частью которых является образец (например, ¹¹), или регистрации сигнала СВЧ, прошедшего сквозь образец ¹². Одна из простых схем, обладающая чувствительностью $\Delta R/R \sim 10^{-4}$, достаточной для большинства исследований свойств волн, и удовлетворительно работающая в широком динамическом диапазоне изменений добротности, показана на рис. 2.

Сигнал от клистрона, модулированный частотой $\sim 1 \kappa z y$, проходит через резонатор, содержащий образец, после детектора усиливается узкополосным усилителем и поступает на пиковый детектор, выделяющий сигнал частоты 12 гу, соответствующий частоте модуляции магнитного поля (осуществляемой дополнительными катушками электромагнита). Этот сигнал после узкополосного усилителя и фазового детектора регистрируется двухкоординатным самописцем, на другую координату которого подается напряжение с датчика Холла, помещенного в зазоре электромагнита. При слабой связи резонатора с линиями прошедший через него сигнал $T \sim Q^2$ (Q — добротность резонатора), и схема регистрирует величину dT/dH. Как показывает опыт, Q определяется в основном поверхностным сопротивлением висмута, и, следовательно, регистрируется величина $dR^{-2}/dH = R^{-3} dR/dH$.

При работе в диапазоне частот 10—20 *Гец* удобно использовать полосковый резонатор ¹¹. Он обладает малыми размерами, большим коэффициентом заполнения и линейной поляризацией высокочастотных токов, что позволяет раздельно наблюдать волны с разной поляризацией.

Исследуемые образцы должны быть монокристаллами с большим временем свободного пробега носителей. Хорошие результаты получаются при использовании образцов, выращенных в разборных кварцевых формах ¹⁴. Значение τ для них может достигать $\sim 4 \cdot 10^{-9}$ сек (при T = 0.6 °K). Образцы имеют форму дисков 0.8 мм и толщиной 0.2-2 мм.

2.2. Экспериментально наблюдаемая картина

При падении СВЧ волны на поверхность образца часть ее проникает внутрь металла и возбуждает в нем магнитоплазменные волны. Так как скорость волн $v \ll c$, вектор **k** в металле направлен по нормали к поверхности раздела, независимо от угла падения внешней волны (если образец



Рис. 3. Осцилляции высокочастотного поверхностного сопротивления висмута, вызванные возбуждением стоячих волн¹⁵. к || C₃, H ⊥ C₂ || E, ϑ=−13°, f=9,60 Гги, D=0,47 мм, T=1,5 °K.

является стенкой резонатора, то его поверхность является поверхностью постоянной фазы, что соответствует углу падения $\pi/2$). При распространении внутри образца, имеющего форму плоскопараллельной пластинки, магнитоплазменные волны, отражаясь от поверхностей кристалла, интерферируют, в результате при

$$n\lambda/2 = D \tag{12}$$

и малом затухании волн возбуждаются резонансы Фабри — Перо⁶. скорость волны зависит от магнитного поля, поэтому при его изменении



Рис. 4. Осцилляции мощности СВЧ волны, прошедшей сквозь монокристалл висмута, связанные с возбуждением резонансов Релея ¹⁵.

В сильных полях проявляются резонансы Фабри-Перо, приводящие к появлению дополнительных пиков, расположенных посредине между основными. К $||C_3, H \perp C_1||E, \vartheta = 68^\circ$, f = 8,85 Гги, D = 1,0 мм, T = 1,5 °К. Ф-фаза сигнала сравнения, поступающего на детектор помямо образца.

нериодически выполняется условие (12), что ведет к резонансам поверхностного сопротивления (максимумы поглощения; рис. 3) и резонансам



Рис. 5. Осцилляции высокочастотного сопротивления монокристалла висмута, связанные с возбуждением резонансов Релея. Редкие осцилляции: к || C_3 || N, волны распространяются пергендикулярно плоскостям диска-образца; частные осцилляции: к \perp N, волны распространяются параллельно плоской поверхности. Н || C_2 || Е на плоской части, f=9,5 $\Gamma < u$, D=1,75 мм, $\wp = 17,8$ мм, T=1,6 °K.

в прозрачности (максимумы интенсивности прошедшего сигнала; рис. 4). По мере уменьшения магнитного поля длина волны уменьшается, затухание на толщине образца растет и резонансы размываются в осцилляции синусоидальной формы (см. рис. 3)⁵. При изучении прозрачности могут наблюдаться также резонансы Релея. Они связаны с интерференцией сигналов, прошедших сквозь образец и мимо образца. Периодичность определяется условием

$$n\lambda = D, \tag{13}$$

т. е. они вдвое реже резонансов Фабри — Перо (рис. 4). Сигналом сравнения может, в частности, служить паразитное просачивание СВЧ мощности через контакты образца с резонатором (или волноводом) на сторону образца, находящуюся вне резонатора ¹². Паразитное просачивание приводит к появлению резонансов Релея и при исследовании поверхностного сопротивления; на рис. 3 они проявляются в различии амплитуд четных и нечетных осцилляций.

Кроме резонансов, рассмотренных выше, могут возбуждаться и другие типы колебаний. Так, на образцах, имевших форму диска $\oslash 17,8$ мм, толщиной 1,74—2 мм, наблюдались осцилляции, связанные с распространением волн параллельно плоской поверхности (рис. 5). Эти волны возбуждались паразитными токами, текущими по торцам образца. Установлено, что их периодичность определяется условием (13), где D — диаметр образца.

3. СВОЙСТВА ВОЛН В СИЛЬНЫХ ПОЛЯХ

3.1. Осцилляции поверхностного сопротивления висмута (см. рис. 3) и его прозрачности (см. рис. 4) — экспериментально установленный факт. Эти опыты показывают, что в висмуте действительно могут распространять-



Рис. 6. Зависимость от H^{-1} порядка резонансов n, отнесенного к толщине образца ¹⁵.

H || k || C_3 , f=9,35 Feq. C-D=0,47 M.M; $\bullet-D=1,00$ MM ся слабозатухающие электромагнитные волны. Дополнительным доказательством связи осцилляций с волновыми процессами в металле служат опыты с образцами разной толщины. В формуле (12) λ есть функция только Н и ω , поэтому при заданных Н и ω для образцов толщиной D_1 и D_2 должно быть $n_1D_1^{-1} = n_2D_2^{-1}$; это соотношение подтверждается опытом (рис. 6).

Определив из (12) два значения n, отличающихся на единицу, и воспользовавшись определением производной, легко вывести соотношение для периода осцилляций $D\Delta H^{-1}|_{H,\ \omega} =$ = const.

3.2. Выясним, насколько правильно теория описывает поведение волн. Будем при этом рассматривать асимптотический случай сильных полей, когда дисперсия отсутствует.

Основной вывод теории—наличие слабозатухающих волн—уже доказан.

Тот факт, что в висмуте могут одновременно существовать две волны S и P, с разными скоростями (3), подтверждается записью осцилляций рис. 7, на которой одновременно видны осцилляции двух периодов, а также наблюдением волн различной скорости в зависимости от поляризации **E** (табл. I).

Для S-волны E || [Hk], для P-волны E || [H [Hk]] — такая поляризация соответствует условиям наилучшего наблюдения S- и P-осцилляций ⁶, ¹⁵.



Рис. 7. Запись осцилляций высокочастотного сопротивления висмута, демонстрирующая одновременное возбуждение волн двух типов; редкие осцилляции связаны с *S*волной, частые — с *P*-волной ¹⁵.

 $k \parallel C_3, H \perp C_1, \vartheta = 80^{\circ}, E \parallel C_2, f = 9,53 \text{ Fey}, D = 0,47 \text{ mm}, T = 1,5 \text{ °K}.$



Рис. 8. Зависимость порядка осцилляций *n* от обратного поля *H*⁻¹ для ряда направлений **H** и k¹⁵.

 $\begin{array}{c} \bullet -\mathbf{H} \mid\mid C_2, \, \mathbf{k} \mid\mid C_3, \, \mathbf{E} \mid\mid C_1, \, f=9,50 \, \, \textit{Fev}, \, D=1,74 \, \, \textit{mm}; \, \times -\mathbf{H} \mid\mid C_2, \, \mathbf{k} \mid\mid C_1, \, \mathbf{E} \mid\mid C_2, \, \mathbf{k} \mid \mathbf{E} \mid\mid C_2, \, \mathbf{k} \mid \mathbf{E} \mid\mid C_3, \, \mathbf{E} \mid \mathbf{E} \mid$

Перейдем к количественным соотношениям. Согласно формуле (3), $k \, \infty \, H^{-1}$, поэтому $n = 2D/\lambda = kD/\pi \, \infty \, H^{-1}$, т. е. осцилляции периодичны в функции от обратного магнитного поля. Такое поведение осцилляций демонстрирует рис. 8. Отклонение экспериментальных точек от прямых при уменьшении поля при H || k || C_3 вызвано пространственной дисперсией (см. гл. 5), а при H || k || C_2 — временной и пространственной дисперсией (см. гл. 6).

Воспользовавшись тем, что осцилляции периодичны, можно определить абсолютное значение $k = \pi H^{-1}/D\Delta H^{-1}$ и фазовую скорость волны $v = \omega/k = 2HfD\Delta H^{-1}$. В сильных полях величина vH^{-1} от поля не зависит, и ее удобно использовать в качестве характеристики волны. (Многие авторы используют так называемую плотность масс $[NF(m)]^{1/2} = H/2\pi^{1/2}\omega$; по своему происхождению она связана с расчетом скорости волны с использованием эллипсоидальной модели, и поэтому представляется нам менее удобной, чем следующая непосредственно из эксперимента величина vH^{-1} .) В табл. I приведены значения vH^{-1} , полученные на частоте ~9 Гец для ряда направлений H и k⁸.

Согласно формуле (3), фазовая скорость волны не зависит от частоты. В табл. II приведены значения vH^{-1} , полученные в разных работах при

Таблица II

f, Ггц	vH-1, 10-4 см/сек	Диапазон полей	<u>ω</u> Ω	$\frac{k\tilde{v}}{\Omega}$	Возмож- ная по- правьа на ди- сперсию, %	Литера- тура		
$\begin{array}{c} \sim 2\\ 9,27\\ \sim 9\\ 13 \div 18\\ 21,1\\ 27,07\\ 35,86\\ 52,6 \end{array}$	$\begin{array}{c} 2,58\\ 2,40\pm0,1\\ 2,40\\ 2,25*)\\ 2,36\pm0,1\\ 2,24\pm0,1\\ 2,23\pm0,1\\ 2,30\\ \text{pacter:}\\ 2,50\pm0,1\end{array}$	$\begin{array}{c c} 4-25 \\ 4-10 \\ 4-7 \\ 4-10 \\ 6-10 \\ 6-10 \\ 5-9 \end{array}$	$0,02 \\ 0,1 \\ 0,1 \\ 0,2 \\ 0,15 \\ 0,25 \\ 0,45$	$\begin{array}{c} 0,1\\ 0,1\\ 0,2\\ 0,1\\ 0,15\\ 0,4 \end{array}$	$\begin{vmatrix} <1 \\ +1 \\ +4 \\ +3 \\ +5 \\ +20 \end{vmatrix}$	9 8 16 12 8 8 8 8 17		
*) По-видимому, в работе 12 направление Е определено опшбочно. В таком случае величина 2,25.104 см/сек должна относится к случаю Е С ₁ , а здесь будет стоять величина 2,6.104 см/сек. При этом достигается лучшее согласие с экспериментом при Е С ₁ .								

Значения скорости вол
н при Н ||
 К || $C_2,$ Е || $C_3,$ полученные при разных частотах

Н || **k** || *C*₂, *E* || *C*₃. Все значения, полученные в диапазоне частот 2—50 *Гец*, практически совпадают между собой. Более подробное сравнение (для других направлений **Н**, **k** и **E**) проведено в ⁸, ¹⁸.

Остается проверить, что скорость *P*-волны пропорциональна соз ϑ (формула (3)). Для выяснения этого обстоятельства заметим, что на угловой диаграмме зависимости соз⁻¹ ϑ соответствует прямая линия и, значит, экспериментальные значения величины H/v для *P*-волны должны ложиться на прямую, перпендикулярную направлению k. Поскольку на анизотропию скорости *P*-волны, связанную с углом между H и k, при изменении направления H накладывается кристаллографическая анизотропия, экспериментальные точки для H/v на угловой диаграмме рис. 9 ложатся на прямую только при $\vartheta > 30^\circ$. Диаграммы, аналогичные рис. 9, построенные при других направлениях H и k, приведены в ⁶, ⁸. В табл. І приведены результаты расчета скорости волн с использованием эллипсоидальной модели поверхности Ферми висмута. Совпадение



Рис. 9. Зависимость $1/vH^{-1}$ от угла $\vartheta = \langle C_3, H$ при $H \perp C_1^{8}$. •-Е || C_2 ; $\times -E \perp C_2$. Вертикальные штрихи возле точек показывают ошибку измерений. На вырезке-часть диаграммы в большем масштабе.

в пределах погрешности вычисленных и измеренных значений vH^{-1} свидетельствует о количественном согласии теории и эксперимента и о возможности применения эллипсоидальной модели поверхности Ферми для расчета скорости волн.

3.3. Затухание волн

Затухание волн в сильных полях определяется релаксационными процессами и экспериментально может быть измерено по отношению амплитуд последовательных резонансов поверхностного сопротивления образца (порядка *n* и (n + 1)). Согласно расчету ⁵, при $k''D \ll 1$ (т. е. при длине затухания, много большей толщины образца) поверхностное сопротивление в резонансе равно

$$Z = \omega^2 \tau D / 4c n^2 \pi^2, \tag{12}$$

т. е. пропорционально n^{-2} , что неплохо согласуется с экспериментом (см. рис. 3). Значение $\omega \tau$, вычисленное на основании этой записи, равно ≈ 40 .

В обратном предельном случае, т. е. при $k''D \gg 1$, отношение амплитуд осцилляций порядков n_1 и $n_2 A_1/A_2 = n_2/n_1 \exp(-\pi\Delta n/\omega\tau)$. Учитывая, что при малых относительных изменениях импульса используется модуляционная методика, причем измеряется величина $\partial X/\partial H$ или $\partial R/\partial H$, а осцилляции имеют вид $Z \propto A \sin(H^{-1}/\Delta H^{-1})$, получим для отношения амплитуд осцилляций производной (при $\omega\tau \gg 1$) $A_1'/A_2' =$ $= n_1/n_2 \exp(-\pi\Delta n/\omega\tau)$, откуда $\omega\tau = \pi\Delta n/\ln(n_1A_2'/n_2A_1')$. Результат 5 уФН. т. 102, вып. 1 обработки одного из экспериментов приведен на рис. 10. По наклону прямой определено значение от = 45. В работах ^{9, 19, 20} получены значения $\tau \approx 0.5 - 0.1$ нсек, т. е. того же порядка

величины.

Так как $k''/k' = 1/2\omega \tau$ (п. 1.1), на длине затухания укладывается ~100 длин

Квантование Ландау, ярко выраженное в висмуте, приводит к особенностям в распространении волн, которые можно раз-

Изменения скорости волн (т. е. откло-

20

-1, 10⁻⁵ ə H

22

16 18

волн, и они с полным основанием могут

3.4. Квантовые эффекты

бить на две группы: 1) изменение скорости волн и 2) осцилляции их затухания.

считаться слабозатухающими.

1,6 1,4 1,2 1.0 0,8 50 60 70 80 n

Рис. 10. Зависимость логарифма отношения амплитуды осцилляций

Образец с D=1,74 мм. $H||C_3 |$ k|| C_1 , Е || C_2 , f=9,51 Гги, T=1,65 °К. Опре-деленное по наклону прямой $\omega\tau=45$.

ряде работ ^{12, 23-25}. На рис. 11 представлена зависимость плотности масс от магнитного поля при Н || k || C₁, E || C₂¹². Измерение скорости волн

> 3,0 щ 2.0 1,0 Û

Рис. 11. Зависимость плотности масс NF (m) от магнитного поля ¹².

10 12 14

Точки-эксперимент, сплошная и штриховая линии-расчет с раз-личным подбором параметров спектра висмута H || k || C₁, E || C₂.

в сильных полях позволяет изучать поведение висмута в ультраквантовой области.



6 Я



МАГНИТОПЛАЗМЕННЫЕ ВОЛНЫ В ВИСМУТЕ

Причина квантовых осцилляций затухания, очевидно, та же, что и осцилляций Шубникова — де Гааза, а именно — квантовые осцилляции длины свободного пробега электронов. Наличие осцилляций затухания волн отмечалось в целом ряде работ, например, в работах ⁹, ¹⁹, ²³, ²⁶. Этот эффект, по-видимому, может быть использован для измерения абсолютной величины осцилляций времени свободного пробега электронов ¹⁹.

4. ВРЕМЕННАЯ ДИСПЕРСИЯ

4.1. Гибридный резонанс²⁷

По мере уменьшения магнитного поля условия $\omega/\Omega \ll 1$ и kv/ $\Omega \ll 1$ перестают выполняться, что приводит к необходимости учета временной и пространственной дисперсии. Рассмотрим случай, когда $\omega/\Omega \approx 1$, но kv/ $\Omega \ll 1$, т. е. пространственная дисперсия несущественна. При таких условиях задача вычисления спектра волн может быть решена в достаточно общем виде², однако, имея в виду сопоставление с экспериментом, проводившимся лишь при k \perp H²⁷, ограничимся рассмотрением этого случая.

Рассматривая ту же модель, что и в п. 1.1, учитывая, однако, конечную величину ω/Ω , для тензора проводимости получим ²⁷

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = -i\omega \left(\frac{\omega_{\Pi\Pi e}}{\Omega_e^2 - \omega^2} + \frac{\omega_{\Pi\Pi h}^2}{\Omega_h^2 - \omega^2} \right),$$

$$\sigma_{xy} = -\sigma_{yx} = \frac{\omega_{\Pi\Pi h}^2}{\omega^2 - \Omega_h^2} \Omega_h - \frac{\omega_{\Pi\Pi e}^2}{\omega^2 - \Omega_e^2} \Omega_e,$$

$$\sigma_{zz} = i\omega_{\Pi\Pi}^2 / \omega,$$
(13)

где $\omega_{n\pi e}^2 = Ne^2/m_e$, $\omega_{n\pi h}^2 = Ne^2/m_h$. Решая дисперсионное уравнение, принимая во внимание равенство числа дырок и электронов, после несложных преобразований получим для волны, поляризованной перпендикулярно **H**:

$$k^{2} = \frac{4\pi e^{2}\omega^{2}}{c} \frac{N\left(m_{e} + m_{h}\right)}{\left(\Omega_{e}\Omega_{h} - \omega^{2}\right)m_{e}m_{h}}$$
 (14)

Легко убедиться, что при $\omega/\Omega \ll 1$ оно совпадает с решением (3).

Из анализа решения (14) следует:

1) Незатухающие волны могут существовать вплоть до поля так называемого гибридного резонанса ($\omega = (\Omega_e \Omega_h)^{1/2}$). При приближении к этому полю k возрастает до бесконечности (если не учитывать время релаксации). Решение вблизи гибридного резонанса носит приближенный характер, так как возрастание k требует учета пространственной дисперсии. В частности, условие границы существования волн $\omega = \Omega_e - \Omega_h$ тоже приближенно.

2) При отсутствии пространственной дисперсии и квадратичном спектре носителей тока не наблюдается особенностей в спектре волн, связанных с циклотронным резонансом. В связи с этим первые порядки циклотронных резонансов (т. е. при $\Omega = \omega$) при исследовании поверхностного сопротивления в отсутствие пространственной дисперсии наблюдаться не будут. Однако один из резонансов наблюдается в поле, меньшем поля гибридного резонанса, когда в реально осуществимых экспериментальных условиях (частота $f \leq 100 \ \Gamma z u$) необходим учет пространственной дисперсии.

Для висмута, как правило, реализуется более сложный, чем рассмотренный выше, случай, когда имеется три и более типов носителей с различными массами. При этом появляется несколько гибридных резонансов, а в промежутках между ними — диэлектрическая аномалия — особенность, отвечающая k = 0; при отсутствии релаксационных процессов это означало бы наличие однородного высокочастотного поля в образце. Пример зависимости k^2 (H) при трех группах носителей представлен на рис. 12.

Таблица III

Значения полей гибридного резонанса (ГР) и диэлектрической (ДА) аномалии при H ⊥ k, E ⊥ H при f = 70 Ггц, вычисленные в работе ²⁷

Направление Н	Направление к	Н _{гр} , кэ	^Н ДА, кэ
C ₃	$egin{smallmatrix} C_1 \ C_2 \end{pmatrix}$	1,45 1,45	_
C 2	C ₃ C ₁	$0,5 \\ 5,0 \\ 0,5 \\ 3,0$	0,9 0,95
C1	C ₂ C ₃	$0,25 \\ 0,7 \\ 0,25 \\ 2,5$	

Отметим, что незатухающие волны $(k^2 > 0)$ могут существовать не только при больших полях, но и в областях, ограниченных с двух сторон гибрид-



Рис. 12. Схематическая зависимость k^2 от магнитного поля при наличии двух гибридных резонансов $\omega = \omega_{h1}$ и $\omega = \omega_{h2}^{27}$.

, ограниченных с двух сторон гибридным резонансом и диэлектрической аномалией. Стоячих волн в таких областях до сих пор не наблюдалось. В табл. III приведены рассчитанные в работе ²⁷ поля гибридного резонанса и диэлектрической аномалии для ряда направлений **H** и **k**. Экспериментальные значения, полученные при f == 70 *Гец*²⁷, согласуются с расчетными.

4.2. Влияние временно́й дисперсии на спектр *Р*-волн

В некоторых случаях временна́я дисперсия может оказать существенное влияние на спектр волн и при $(\omega/\Omega)^2 \ll 1$. Рассмотрим в связи с этим

поведение *P*-волн при малых значениях соз ϑ^8 . Одна из экспериментально полученных зависимостей $k (H^{-1})$, представленная на рис. 13, заметно отличается от линейной. Во всей области наблюдения $(\omega/\Omega)^2 \ll 3 \cdot 10^{-2}$, $(kv/\Omega)^2 \ll 10^{-2}$, и при вычислении компонент тензора проводимости можно ограничиться их асимптотическим значением. Однако величина $(\omega tg \vartheta/\Omega)^2 \approx 0.4$, что означает необходимость учета в дисперсионном уравнении членов вида $k_u k_z$. В результате получается

$$k^{2} = \frac{4\pi\omega}{ic^{2}} \frac{\sigma_{yy}}{\cos^{2}\vartheta} \left(1 - \frac{\sigma_{yy}\sigma_{zz}}{\cos^{2}\vartheta}\right)^{-1},$$



Рис. 13. Зависимость волнового числа k от H^{-1} для *Р*-волны ⁸. Н $\perp C_3$, $k \parallel C_2$, ϑ =73,5° Е $\parallel C_1$, f=9,50 Гги, D=1,00 мм. \bigcirc -эксперимент; сплошная кривая-расчет по формуле (15), пунктирная прямая-асимптота.

Рассчитанная по формуле (15) кривая на рис. 13 согласуется с экспериментом.

5. ПРОСТРАНСТВЕННАЯ ДИСПЕРСИЯ

Пространственная дисперсия вызывается следующими причинами: 1) финитным движением носителей тока в плоскости, перпендикулярной полю H; параметром, определяющим поведение волн, служит величина $\mathbf{kv}_{\perp}/\Omega = kR \approx d/\lambda$; 2) инфинитным движением носителей тока вдоль поля H; дисперсия связана с членами тензора проводимости, содержащими $\mathbf{kv}_{z}/\omega \approx v_{e,h}/v$; 3) инфинитным движением носителей тока вдоль поля H; дисперсия связана с членами тензора проводимости, содержащими $\mathbf{kv}_{z}/\omega \approx v_{e,h}/v$; 3) инфинитным движением носителей тока вдоль поля H; дисперсия связана с членами тензора проводимости, содержащими величину \mathbf{kv}_{z}/Ω ; этот случай тесно связан с временной дисперсией и будет рассмотрен в следующей главе.

5.1. Пространственная дисперсия при Н 🛽 🛦

При **H** \perp **k** дисперсия приводит к изменению зависимости скорости волн от магнитного поля. Некоторые теоретические оценки, относящиеся к этому случаю, в предположении $\omega/\Omega \ll 1$ были получены в работе ²⁸, однако к висмуту они мало применимы, поскольку одновременное выполнение условий $\mathbf{kv}_{\perp}/\Omega \approx 1$ и $\omega/\Omega \ll 1$ возможно только при низких частотах ($f \approx 1 \Gamma c u$). Экспериментально отличие зависимости v(H) от линейной было замечено в ⁶ и позднее, при **H** $\parallel C_1 \perp \mathbf{k} \parallel C_2$, оно было наблюдено в работе ²⁹. При таком расположении векторов **H** и **k** сравнительно несложно провести расчет вплоть до поля *H* такого, что $\omega/\Omega_h \approx 1$; при этом $\omega/\Omega_e \ll 1$ (см. п. 1.3), и $d_e \ll d_h$. Таким образом, для вклада электронов нужно взять асимптотическое значение, полученное в п. 1.4, а для дырок вычислить $\sigma_{33}(1), \sigma_{22}(1)$ и $\sigma_{23}(1)$ по формулам (4), в которых нужно учесть члены $\sim (\psi/\Omega)^2 \approx (\mathbf{kv}/\Omega)^2$. При $\omega/\Omega_h = 1$ и $f = 36 \Gamma_{24}$, имеем $\psi/\Omega \ll 0.15$, а при $f = 9 \Gamma_{24} \psi/\Omega \ll 0.6$, и учитывать более высокие порядки ψ/Ω не нужно. Проведя хотя и громоздкие, но несложные расчеты, аналогичные проделанным в п. 1.4, получим

$$k^{2} = \frac{\omega^{2}}{H^{2}} \frac{1}{\pi \hbar^{3}} \left[\frac{2}{3} \left(2\varepsilon_{h} \right)^{3/2} M_{1}^{2} M_{3}^{1/2} + 6 \left(2\varepsilon_{e} \right)^{3/2} m_{\alpha}^{1/2} m_{\beta}^{1/2} m_{2}^{3/2} \right] \times \\ \times \left[1 + \frac{2e^{2}}{\omega^{2} \pi \hbar^{3} c} \frac{\omega^{2}}{\Omega_{h}^{2}} M_{1}^{-1/2} M_{3}^{-1/2} \left(2\varepsilon_{h} \right)^{5/2} \left(M_{1}^{1/2} + \frac{2\omega}{\Omega_{h}} \frac{M_{3}^{1/2}}{4 - \left(\omega/\Omega^{2} \right)} \right) \right]^{-1}.$$
(16)

Как следует из (16), при $\omega/\Omega \approx 1$ поправка в k на пространственную дисперсию пропорциональна ω^{-2} ; при частоте $\sim 9 \Gamma c \mu$ она составляет $\sim 15\%$,



Рис. 14. Зависимость k от обратного магнитного поля ¹⁵. н || C₁ ⊥ k || C₂, E || C₃, D=0,47 мм. ●-f=35,86 Гги; ○-f=9,35 Гги. Сплошная прямая-асимптота, пунктирная кривая-расчет по формуле (16).

при ~36 Ггц — ~1%. На рис. 14 результаты расчета сопоставляются с экспериментом. Расхождение теории с экспериментом при $\omega/\Omega_h > 1$ связано с необходимостью учета следующих членов разложения в тензоре проводимости.

5.2. Затухание Ландау

Пространственная дисперсия, связанная с дрейфом носителей вдоль магнитного поля, приводит не только к зависимости vH^{-1} от поля, но и к сильному затуханию воли при $kv_z/\omega > 1$, известному как затухание Ландау ³⁰, которое ограничивает возможность существования слабозатухающих волн. Как показано в работе², при $\mathbf{kv}_z/\omega \gg 1$ незатухающие волны, как правило, вообще не существуют. Исключение составляют случаи, когда $\mathbf{H} \perp \mathbf{k}$ и направление поля совпадает с осью симметрии того участка поверхности Ферми, для которого $\mathbf{kv}_z/\omega > 1$ (но не с осью симметрии всей поверхности Ферми как совокупности отдельных ее участков!) ^{31, 32}.

С экспериментальной точки зрения интересен случай $kv_z/\omega \approx 1$, который, правда, не поддается теоретическому рассмотрению в общем



Рис. 15. Спектр волны при сильной пространственной дисперсии ³¹,

Н || k || C₃, f=9,35 Гги, D=1,00 мм. Кривая 1-расчет при (ω/Ω)² ≤ 1; штриховая линия 2-расчет с учетом поправки на временную дисперскю, 3-асимптота, 4-расчет затухания при ωт=50; вертикльный штрих в конце кривой 1 показывает ошибку расчета, 1'-экспериментальная запись картины осцилляций.

виде. Поэтому, как и в п. 5.1, рассмотрим конкретный случай, а именно поведение волн при $\mathbf{H} \| \mathbf{k} \| C_3^{31}$. При такой ориентации поля и волнового вектора вследствие высокой симметрии в приближении $(\omega/\Omega)^2 \ll 1$ отсутствуют все недиагональные компоненты тензора проводимости и дисперсионное уравнение распадается на два одинаковых уравнения

$$i\sigma_{\perp} = c^2 k^2 / 4\pi\omega$$

где $\sigma_{\perp} = \sigma_{11}$ (3) = σ_{22} (3). При рассмотрении предстоящей задачи нужно учесть, что, согласно оценкам, сделанным по записи опытов (рис. 15) при $\mathbf{kv}_F/\omega \approx 1$, оказывается, что (ω/Ω)² $\leq 0,1$ (v_F и Ω в данном случае берутся для электронов). Учитывая это и воспользовавшись формулой (4), получим, что σ_{\perp} отличается от асимптотического значения (5) добавлением слагаемомого вида ⁶1

$$\frac{e^2}{2\pi^2\hbar^3}\int \frac{dp_z m}{\Omega^2} \frac{(\overline{v_\perp}\psi)^2}{i(\omega-k\overline{v}_z)} \,. \tag{17}$$

Так как в σ_{\perp} поле входит в виде множителя H^{-2} , то H^{-1} в явном виде выражается как функция параметра $s = \mathbf{k} \mathbf{v}_F / \omega$. Результат расчета, проведенного при s, изменяющимся в пределах s = 0 - 1,05, представлен на рис. 15. Там же пунктиром нанесена теоретическая кривая, учитывающая поправку за счет следующих членов разложения по $(\omega/\Omega)^2$. Согласие расчета с экспериментом оказывается удивительно хорошим; априори можно было ожидать существенных расхождений, связанных с отличием формы электронной поверхности Ферми от эллипсоидальной ³³, которое особенно заметно вблизи опорных точек.

Кроме вещественной части k', в этом случае возможно рассчитать и мнимую часть k''. Вводя в тензор проводимости комплексные k = k' + ik''и $\omega + (i/\tau)$ (вместо ω) и считая $k''/k' \ll 1$, $(\omega\tau)^{-1} \ll 1$ (что оказывается верным в рассматриваемой области полей), можно из дисперсионного уравнения получить в явном виде зависимость k''(s) (здесь $s = \mathbf{k}'\mathbf{v}_F/\omega$); она представлена на рис. 15. Относительное затухание по мере роста s плавно возрастает от значения $k''/k' = 1/2 \omega \tau$ при s = 0 до $\approx 0.8/\omega \tau$ при s = 1. При дальнейшем увеличении s появляется дополнительный, связанный с затуханием Ландау, член, пропорциональный $\chi^2 (s - 1)^2$, где χ — угол наклона электронного эллипсоида к базовой плоскости. Полагая $\omega \tau = 50$ (см. п. 3.3), нетрудно вычислить, что при изменении s образца толщиной 1 *мм* должна падать в 3 раза, что качественно согласуется с экспериментом (см. рис. 15). Относительная величина осцилляций импеданса составляет при этих условиях $\Lambda R/R \approx 10^{-2}$.

Решение в виде экспоненциально затухающей волны, которое предполагалось при вычислении тензора проводимости в^{2, 6}, существует только до тех пор, пока $k''/k' < 1/\omega\tau$, как только эти величины сравниваются, решение задачи в таком виде пропадает. Это представляется естественным, так как при сильном затухании Ландау поле в глубину плазмы изменяется по более сложному, чем экспоненциальный, закону ³⁰ и весьма существенным становится учет влияния границы образца, чего не делалось при расчете, проведенном для бесконечного металла. Учет границы может внести небольшие коррективы и в полученное нами решение при $k''/k' < 1\omega\tau$.

Поведение затухания при s > 1 можно довольно наглядно объяснить. Для этого рассмотрим сначала причины отсутствия затухания в том случае, если орбиты носителей тока обладают осью симметрии. При этом дающие вклад в затухание Ландау электроны, движущиеся вместе с волной, в системе координат, связанной с волной, находятся в постоянном электрическом поле, перпендикулярном магнитному (что обеспечивается равенством нулю компонент $\sigma_{z\alpha}$), и усредненное за циклотронный период воздействие электрического поля на движущийся по симметричной орбите электрон не приводит к диссипации энергии.

Аналогичные соображения позволяют понять и полученные выше результаты при $\mathbf{H} \| \mathbf{k} \| C_3$. Орбиты электронов в этом случае наклонены к магнитному полю. Очевидно, воздействие пространственно-неоднородного электрического поля на электроны, движущиеся по таким орбитам, приводит к появлению конечного затухания Ландау, возникновение которого связано с наклоном орбиты к магнитному полю за счет наклона последнего к оси эллипсоида. Так как диаметр орбиты для электронов, движущихся в фазе с волной, растет при росте s, начиная с нулевого значения при s = 1, когда в фазе с волной движутся электроны опорной точки, соответственно при s = 1, затухание равно нулю и постепенно возрастает при росте s, как это и было получено в расчете.

Если магнитное поле направлено под углом к волновому вектору и направлениям осей симметрии, то, как показано в работе³¹, по мере уменьшения поля при переходе границы затухания Ландау $\mathbf{kv}_z/\omega = 1$ последнее может появиться скачкообразно. Это связано с наличием в волне относительно небольшой компоненты E_z . Ясно, что это приведет к возникновению конечного поглощения сразу же, как только *s* станет больше единицы. Ширину области поля, в которой затухание резко возрастает, можно оценить, потребовав, чтобы за время свободного пробега фаза поля, которую «видит» электрон опорной точки, изменилась менее чем на π, что дает относительную ширину ~1/ωτ.

5.3. Измерение скорости электронов в висмуте

Появление границы затухания волн, обусловленного затуханием Ландау, связано с фермиевской статистикой носителей тока в металле, вследствие которой скорости электронов и дырок изменяются в ограничен-

ных пределах от $+v_F$ до $-v_F$, где v_F — максимальная дрейфовая скорость носителей тока при данном направлении магнитного поля, т. е. скорость в опорной точке. В висмуте при тех направлениях поля, при которых удалось наблюдать затухание Ландау, скорость электронов в опорной точке v_{Fe} превосходит v_{Fh} — скорость дырок. Таким образом, граница затухания Ландау определяется спектром электронов.

Скорость волны, соответствующая границе затухания Ландау, измеряется на опыте счетом числа осцилляций (начиная от $H^{-1} = 0$), и тем самым оказывается возможным измерить скорость электронов, зная, что положение границы затухания определяется условием $v = v_{Fe}$. Такие измерения проделаны в работах ^{13, 34}.

Как и при измерении любой физической величины, нужно выяснить вопрос о точности измерения фермиевской скорости. Если обратиться к записи опыта на рис. 15, то становится ясным, что из подоб-



Рис. 16. Запись опыта по измерению границы затухания Ландау H_л¹³.



ного опыта, не прибегая к расчету, трудно измерить скорость с точностью больше ~10%, что связано, с одной стороны, с изменением относительного затухания при s < 1, а с другой — с очень плавным ростом затухания при s > 1 (кривая 4 на рис. 15). Однако, как отмечалось в п. 5.2, затухание Ландау может возникать скачкообразно, что приведет к резко немонотонной зависимости амплитуды осцилляций от поля (см. рис. 16). В работе ¹³ предложен экспериментальный критерий, позволяющий устанавливать, совпадает ли видимая граница исчезновения осцилляций с границей затухания Ландау. Сущность его сводится к сопоставлению опытов на образцах различной толщины и на одном образце при кристаллографически эквивалентных направлениях поля, но при различных ориентациях его относительно направления волнового вектора. Последнее особенно удобно, если Н лежит в базовой плоскости, так как позволяет сопоставить несколько опытов на одном и том же образце. Если во всех этих случаях будет получаться одно и то же значение скорости (при Н под углом к k нужно, естественно, учитывать, что измеряется проекция v_z на направление **k**), то это,

очевидно, и есть скорость электронов в опорной точке. Относительная ошибка измерений будет при этом равна величине, обратной числу наблюдаемых осцилляций. Результат подобного анализа, проведенный при $k \parallel C_2$, $\mathbf{H} \perp C_3$, приведен на рис. 17. Как следует из рисунка, скорость, определенная из опыта по наблюдению границы затухания Ландау, соответствует скорости в опорной точке при $8^\circ \gg 4$ H, $C_2 \gg 3^\circ$. При 4 H, $C_2 > 8^\circ$ граница исчезновения осцилляций определяется либо затуханием



Рис. 17. Определение фермиевской скорости электрона в базисной плоскости.

СКОСТИ. Сплошная кривая-расчет по модели поверхности Ферми; ошибка может достигать $\pm 5\%$. Окрестности около некоторых точек указывают точность измерений. $k || C_2 \in || C_3, H \perp C_3. \bigcirc, \bigoplus, \bigoplus -D =$ =1,00 мм; \triangle , \triangle и наполовину темные треугольники D=0, 47 мм; $\bigcirc, \Delta-0 < 10^\circ$; \bigcirc и наполовину темные треугольники $-60^\circ > 0 > 50^\circ$; $\bigstar, \triangle -0 > 60^\circ$; \times -скорость, определеная по циклотронному презонансу, смещеному эффектом Допплаера. на смещенном эффектом Допплера циклотронном резонансе (п. 6.2), либо релаксационным затуханием. Для измерения скорости при \triangleleft H, $C_2 \ll 3^\circ$ нужно проводить измерения на более толстых (более 1 мм) образцах. Уменьшение затухания Ландау при уменьшении \triangleleft H, C_2 связано с отмечавшимся в п. 5.2 отсутствием затухания при H $||C_2||$ k.

5.4. Распространение электромагнитных возбуждений при **kv**_F/ω > 1 в условиях сильного затухания Ландау

При рассмотрении этого вопроса ограничимся качественными соображениями. Как уже было указано в п. 5.2, при $k''/k' \gg 1/\omega\tau$ решение в виде экспоненциально затухающей волны перестает удовлетворять системе из уравнений Максвелла и кинетического уравнения. Это можно объяснить следующим образом. Пусть от поверхности образца начинает распространяться волна с фазовой скоростью $v = \omega/k < v_F$. Электрическое поле волны приведет к нарушению равновесного распределе-

ния носителей тока. Так как имеются электроны, движущиеся со скоростью $v_F > v$, они «пронесут» информацию об электромагнитном поле на глубину свободного пробега l за время $\tau \approx l/v_F < l/v$. Если к тому же длина затухания волны меньше l (что и определяется условием $k''/k' > 1/\omega\tau$), то на расстоянии порядка l от поверхности поле будет определяться «быстрыми» электронами. Другими словами, по мере движения в глубь металла фазовая скорость увеличивается и стремится к значению v_F .

Изложенная картина распределения поля в металле аналогична той, которая имеет место при аномальном скин-эффекте. Это подобие вполне естественно, так как соответствующее аномальному скин-эффекту распределение высокочастотного поля в металле без магнитного поля есть предельный случай рассматриваемого явления при $H \rightarrow 0$.

Эти качественные соображения подтверждаются опытом (рис. 18). При появлении затухания Ландау амплитуда осцилляций падает на два порядка, однако осцилляции прослеживаются до циклотронного резонанса электронов, смещенного эффектом Допплера (п. 6.2). Усредненное по толщине образца значение волнового вектора может быть найдено счетом числа осцилляций: для опыта рис. 18 $\bar{\mathbf{k}} = (1,38 \pm 0,06) \cdot 10^3 \ cm^{-1}$. Наряду с этим, зная эффективную массу ³³ и скорость v_F (определяемую из записи этого же опыта по границе затухания Ландау), из условия резонанса $\Omega = \omega + \mathbf{k} \mathbf{v}_F$ можно вычислить значения k_{Π} у поверхности $k_{\Pi} = (1,76 \pm 0,1) \cdot 10^3$ см⁻¹. Различие k и k_{Π} , превышающее погрешность



Рис. 18. Запись осцилляций сопротивления ³¹.

Н $\perp C_3$ || Е, к || C_2 , ϑ =3°10, f=9,62 Геч, D=1,00 мм, T=1,5° К. H_e -поле сдвинутого эффектом Допплера циклотронного резонанса на электронах, H_{JI} -граничное поле затухания Ландау, H_h -сдвинутый эффектом Допплера циклотронный резонанс на дырках, связаный с волной, поляризация которой в сильных полях близка к направлению оси C_1 . С этой же волной связаны частые осцилляции, видимые в промежутке между H_{JI} и H_h • 1:30-место изменения усиления регистрирующей схемы в 30 раз.

измерения, согласуется с изложенными выше качественными соображениями: по мере удаления от поверхности k уменьшается, т. е. фазовая скорость волны растет.

6. ЦИКЛОТРОННЫЙ РЕЗОНАНС И ПРОСТРАНСТВЕННАЯ ДИСПЕРСИЯ

6.1. Циклотронный резонанс на кратных частотах

Проведенный в гл. 4 анализ показал, что в области магнитных полей, в которой возможно распространение волн, циклотронный резонанс $\omega/\Omega = 1$ не наблюдается. В ряде случаев поле гибридного резонанса $H_{\Gamma P}$ оказывается столь малым, что для более тяжелых носителей тока поля, отвечающие условию $n\Omega = \omega$, n = 2, 3, ..., больше $H_{\Gamma P}$. Такая ситуация осуществляется, например, при $\mathbf{H} || C_1, \mathbf{k} || C_2$. При этом на частоте $\sim 36 \ \Gamma cu H_{\Gamma P} \approx 500$ э и в полях больше $H_{\Gamma P}$ лежат резонансы для дырок с n 2, 3, 4, 5. Как известно, резонансы на кратных частотах возникают только при наличии пространственной дисперсии ³⁵, и, естественно, в гл. 4 они выпали из рассмотрения, так как при расчете пространственной дисперсией пренебрегали.

Согласно формуле (4), в σ_{ik} возможны резонансы любого порядка *n*, причем при эллипсоидальной поверхности Ферми соответствующие резонансные члены множатся на $(\psi/\Omega)^{2^n}$. Этот множитель отражает роль пространственной дисперсии и приводит к тому, что при $\psi/\Omega \ll 1$ резонансы в поверхностном сопротивлении (при конечном т) отсутствуют. Однако условие $\psi/\Omega \ll 1$ может быть достигнуто только при весьма больших частотах. Так, при f = 36 Ггц и n = 2 имеем $\psi/\Omega \approx 0.6$ (ср. со значением $\psi/\Omega \approx 0.15$ при n = 1; п. 5.1). Такая неоднородность высокочастотного поля позволяет наблюдать циклотронный резонанс на висмуте на высоких частотах ³⁶. При



Рис. 19. Запись поверхностного сопротивления висмута, демонстрирующая возбуждение резонансов на кратных частотах (nΩ = ω, n = 2, 3, 4, 5)¹⁵.
 H || C₁ ± k || C₂, E || C₃, f=35,9 Гги, D=0.47 мм, T=1,4°К. Н_{ГР}-поле гибридного резонанса. Стрелки nΩ=ω показывают значения поля, при которых выполняются условия резонанса для дырок.

исследовании спектра волн оказывается, что возбуждение резонансов на кратных частотах приводит как к изменению скорости волн, так и к сильному их затуханию и исчезновению осцилляций поверхностного сопротивления плоскопараллельной пластины, а в поверхностном сопротивлении полупространства висмута — к появлению циклотронного резонанса (рис. 19) (при интерпретации приведенной на рисунке записи надо иметь в виду, что при сильном затухании волн образец следует рассматривать как бесконечно толстый).

6.2. Циклотронный резонанс на частотах, смещенных эффектом Допплера

Рассмотрим влияние циклотронного резонанса на спектр волн в случае, если $\vartheta = \not\prec \mathbf{H}, \mathbf{k} \neq \pi/2$. Дрейф носителей тока вдоль вектора **k** приводит к тому, что за счет эффекта Допплера «видимая» ими частота внешнего поля становится равной $\omega - \mathbf{kv}_z$ и условия циклотронного резонанса при-

обретают вид $n\Omega = \omega - \mathbf{kv}_z$. Для рассматриваемой группы носителей тока благодаря фермиевской статистике v_z принимает значения от $-v_F$ до $+v_F$. Поэтому в любой точке внутри интервала полей, определяемого условиями ¹³

$$n\Omega_{in} = \omega + k (H_{1,n}) v_F \cos \vartheta, \quad n\Omega_{2n} = \omega - k (H_{2,n}) v_F \cos \vartheta, \quad (18)$$

есть носители, для которых выполняются условия резонанса.

Обращаясь к формуле (4), можно заключить, что при поле, лежащем в интервале (18), компоненты σ_{ik} будут иметь как мнимую, так и вещественную часть (даже при $\omega \tau \to \infty$), что приводит к затуханию волн.

Экспериментально появление затухания наиболее отчетливо можно наблюдать, делая записи осцилляций при различных углах ϑ , начиная с $\vartheta = \pi/2$. При этом возникает область сильного затухания, расширяющаяся по мере уменьшения угла ϑ вследствие увеличения проекции \mathbf{v}_F на \mathbf{k} (рис. 20). Аналогичное явление можно наблюдать и возле резонансов более высокого порядка (рис. 21).

По мере уменьшения угла ϑ граница H_{21} смещается в область слабых полей. в которой осцилляции поверхностного сопротивления, как правило, более не наблюдаются (из-за сильного релаксационного затухания, затухания Ландау, резонанса на кратных частотах, гибридного резонанса и т. д.). Граница затухания при поле H_{11} и связанный с ней резонанс на частоте, смещенной эффектом Допплера, может наблюдаться и при $\vartheta = 0$ ^{13, 16}. Теоретически это явление было рассмотрено в работе ³⁷.

Граница резонансного затухания волн хорошо наблюдается, если поле H_{11} больше граничного поля затухания Ландау или если затухание Ландау отсутствует, что имеет место, например, при $\mathbf{H} \| \mathbf{k} \| C_2$ при любой поляризации волн (п. 5.2). Запись осцилляций для этого случая при $\mathbf{E} \| C_1$ и $\mathbf{E} \| C_3$ представлена на рис. 22. Спектр волн при $\mathbf{E} \| C_3$ определяется в основном электронами, и соответственно этому осцилляции прекращаются на электронном резонансе. Пик в более слабом поле на этой записи соответствует дырочному резонансу для волны, поляризованной в проявляется при любой поляризации Н волна эллиптически поляризована. При





Стрелки показывают поля, которые при обработке экспериментов принимались за граничные. H_h -расчетное поле циклотронного резонанса первого порядка дырок опорной точки при $\vartheta = \pi/2$. $H \perp C_3 || E, k || C_2, f = 9,62$ $\Gamma_{2u}, D = 1,00$ мм, T = 1,5 °K.

резонансу для волны, поляризованной в сильных полях вдоль C_4 ; он проявляется при любой поляризации E, так как вблизи резонанса волна эллиптически поляризована. При E || C_4 спектр волн определяется дырками и заканчивается на дырочном резонансе. Электронный резонанс, расположенный в более сильном поле, влияния на спектр волн не оказывает.



Рис. 21. Запись опыта по измерению границ допплеровского затухания H_{11} , H_{12} и H_{21} ¹⁵... к || C_2 , $H \perp C_3$ || E, $\vartheta = 66^\circ$, f = 35,9 Гги, D = 1,00 мм.



Рис. 22. Запись опыта по измерению границ допплеровского затухания на дырках H_h (кривая 1) и электронах H_e (кривая 2).¹³

Стрелка H_e на кривой 1 указывает расчетное поле затухания на электронах для этой волны. Н || k || C₂, f=9,27 Гги, D=0,47 мм, T=1,5 °K. Знаками 1:5 и 1:10 отмечены места изменения. усиления измерительной схемы. Как было указано в п. 5.4, циклотронный резонанс на частоте, смещенной эффектом Допплера, может наблюдаться и для волн, испытывающих затухание Ландау.

6.3. Измерение скоростей дырок и электронов

Наблюдение циклотронного резонанса, смещенного эффектом Допплера, позволяет измерить скорости носителей в опорной точке поверхности Ферми, так как эффективные массы могут быть получены при изучении





Прямая проведена с использованием полученного при $\vartheta=0$ значения $v_{Fh}=2,46\cdot107$ см. сек-1. С. $\Box - v_{Fh}\cos\vartheta$ вычислялось по формуле (19); + – по формуле (20) при n=2; остальные по формуле (20); — расчет с $m_h=0,218$ m_0 ; — расчет с $m_h=0,212m_0$; •. $\Box - f=9,62$ Гги, D=1,00 мм; $\Delta - f=9,27$ Гги, D=0,47 мм. Остальные точки -f=35,86 Гги, D=0,47 мм. Вертикальные штрихи около некоторых точек показывают точность измерений.

циклотронного резонанса ³³. Дырочная поверхность, согласно нашим измерениям циклотронного резонанса, обладает аксиальной симметрией с точностью $\sim 0.1\%$. Поэтому если собрать результаты всех измерений дырочного резонанса при **H** $\perp C_3$ и использовать для обработки формулу

$$v_{Fh}\cos\vartheta = \frac{e}{m_h c} \frac{H_{11} - H_{12}}{k_{11} - k_{12}}$$
(19)

(если наблюдаются обе границы и расщепление мало, так что k_{12} можно определить экстраполяцией ^{13, 34}) или формулу

$$v_{Fh}\cos\vartheta = (\Omega_h - \omega)/k_{ii}, \qquad (20)$$

а затем отложить полученные данные в координатах $v_{Fh} \cos \vartheta$ и $\cos \vartheta$, то при правильно подобранном значении m_h *) все точки лягут на одну прямую (рис. 23). Найденные таким образом значения: $v_{Fh} = (2,46 \pm 0,1) \cdot 10^7 \ cm \cdot ce\kappa^{-1}$, и $m_h = 0,215 \ m_0$.

Так как массы электронов в опорной точке в работе ³³ определены достаточно надежно, значение v_{Fe} можно определить по формуле (20)

^{*)} Подбор m_h необходим, так как исследование циклотронного резонанса не позволяет определить массу дырок в опорной точке ³³.

непосредственно по записям типа представленной на рис. 22. Значения скоростей носителей тока, измеренные в работах ^{15, 38}, представлены в табл. IV.

> v_F (расчет), v_F (эксп.), Литера-10-7 см сек-1 тура 10-7 cm.cen-1 Дырки 2.46 ± 0.1 15 $2,55\pm0,15$ $\mathbf{H} \perp C_3$ 38 2,53 $2,55\pm0,15$ $\mathbf{H} \parallel C_2$ Электроны 15 $11,0\pm0,5$ $10,6\pm0,5$ 15Η || оси β элек- $7,4\pm0.4$ $7,4\pm0,3$ тронного эллипсоида

Скорости Ферми носителей тока в висмуте

Как и в случае измерения скорости по границе затухания Ландау (п. 5.3), возникает вопрос о точности измерений, который оказывается связанным с необходимостью расчета спектра. Задача эта требует очень громоздких вычислений и до сих пор была решена только для



Рис. 24. Зависимость резонансного затухания k''/k' от $(\Omega_h - \omega)/kv_{Fh}^{38}$. **Н** || **k** || C₁, **Е** || C₂, f=51,0 Геч. Кривая-расчет, экспериментальные точки приведены для образцов разной толщины в пределах $\sim 0,8-3$ мм. единственного случая — $\mathbf{H} \| \mathbf{k} \| C_1^{38}$. Результаты расчета затухания, совместно с экспериментально полученными в той же работе значениями, представлены на рис. 24.

Таблица IV

Для оценки точности определения скорости носителей тока в других случаях нужно оценить затухание вблизи границы. Так, при $\vartheta \approx \pi/2$, $\mathbf{H} \perp C_3$, $\mathbf{k} \parallel C_2$ вблизи границы затухания ¹⁵

$$\begin{split} k''/k' &\approx (3/4\pi) \, \frac{\Omega - \omega}{\omega} \times \\ &\times \left[1 - \frac{\Omega - \omega}{k v_{Fh} \cos \vartheta} \right]. \end{split}$$

В точке $\Omega = \omega + kv_{Fh} \cos \vartheta$ оно обращается в нуль, что приводит к «затягиванию» осцилляций в резонансную область. Предположим, что осцилляции видны, если ~ 10^{-4} мощности падающей волны возвращается к исследуемой поверхности образца после отражения от противоположной поверхности (что соответствует оценке чувствительности методики измерений к изменениям $\Delta R/R \approx 10^{-4}$). Тогда длина затухания для образца толщиной D = 1 мм должна составлять ~ 0.5 мм, т. е. $k'' \approx 20$ см⁻¹. Так как значение $k' \approx 10^3$ см⁻¹, то $k''/k' \approx 2\%$. Такое затухание достигается при $\vartheta = 80^\circ$, f = 9.6 Ггц при отходе от границы области затухания на $\sim 5\%$ ее полной ширины, что может дать при определении разности $H_{11} - H_{12}$ ошибку того же порядка величины.

Задача точного расчета спектра волн содержит не только вычислительные, но и принципиальные трудности. Действительно, как и в случае затухания Ландау, может реализоваться ситуация, в которой волна у поверхности образца затухает быстрее, чем на длине свободного пробега носителей тока, и тогда в образце возникает распределение поля, аналогичное рассмотренному в п. 5.4.

7. ЦИКЛОТРОННЫЕ ВОЛНЫ

Временная и пространственная дисперсии приводят к тому, что наряду с уже рассмотренными волнами, характерными для компенсированного металла, могут существовать волны другого класса — так называемые циклотронные волны (ЦВ). Это название указывает на то, что их появление связано с циклотронным резонансом. ЦВ существуют в любом металле. Экспериментально они наблюдались в висмуте ³⁹, ⁴⁰, ⁴¹ и в щелочных металлах ⁴², ⁴³.

Будем интересоваться «обыкновенной» ЦВ, в которой поле Е параллельно внешнему магнитному полю Н. При симметричных направлениях поля (например, $\mathbf{H} \parallel C_1$ или $\mathbf{H} \parallel C_2$) спектр ЦВ при $\mathbf{k} \perp \mathbf{H}$ определяется уравнением $\sigma_{zz} + (ic^2k^2/4\pi\omega) = 0$, где компонента σ_{zz} тензора проводимости определяется формулой (4).

В сильном магнитном поле при $\omega/\Omega \gg 1$ выполняется неравенство Ім $\sigma_{zz} > 0$ и распространение незатухающих волн оказывается невозможным. При значениях поли таких, что $\omega/\Omega \approx 1$ для какой-либо из групп носителей тока. существенную роль играют члены с n = 1 и ⁴⁰

 $\sigma_{zz} = \sigma_{zz} - \frac{ie^2}{2\pi^2 \hbar^3} \int_{-p_z}^{p_{z_0}} dp_z \frac{m\omega}{\Omega^2} \frac{P(\psi^2)}{1 - (\omega/\Omega)^2}$ (21)

где полином $P(\psi^2) > 0$ (вид) его зависит от формы' поверхности Ферми и направления H), а σ_{zz}^0 — медленно меняющаяся функция k и H, содержащая все остальные члены (ее величина мало отличается от значения σ_{zz} при $H \rightarrow \infty$). Из (21) следует, что при $1 \gg 1 - (\omega/\Omega)^2 > 0$ имеем Im $\sigma_{zz} <$ < 0, что приводит к возможности распространения незатухающих волн. В общем случае при поле, направленном под углом к оси симметрии резонирующей поверхности Ферми (ЦВ типа I), полином $P(\psi^2)$ начинается с константы, при этом нулевое значение k достигается не в резонансе, а при большем значении поля (при так называемой диэлектрической аномалии²⁷) и величина k растет при уменьшении поля; волны с малым значением k вблизи резонанса не существуют. Если же поле параллельно оси симметрии резонирующей поверхности Ферми (ЦВ типа II), то полином P (ψ²) начинается с квадратичного члена, что при $\psi^2 \ll 1$, $1/1 - (\omega/\Omega)^2 \gg 0$ соответствует спектру волн $k^2 \sim 1 - (\omega/\Omega)^2$. Как показывают расчеты, выполненные в работе 42, для волн типа II при заданном значении Н и ю могут одновременно существовать ЦВ с несколькими значениями k; по-видимому, это возможно и для волн I, поскольку различие между этими двумя случаями существует только при малых значениях k.

При $\mathbf{H} \parallel C_1$, $\mathbf{k} \parallel C_3$ наблюдались волны типа I, связанные с возбуждением циклотронного резонанса электронов массы 0,0162 m_0 (резонируют

⁶ УФН, т. 102, вып. 1

одновременно электроны двух эллипсоидов ³⁹⁻⁴¹). Эти ЦВ наблюдались на образцах толщиной 0,2—1 мм при температурах 1,5—4,2° К на частоте ~ 9,6 Ггц. При этом на одном из образцов (толщиной 0,21 мм) наблюда-

лось одновременно две серии осцилляций (рис. 25). Сопоставлением с опытом ⁴¹ по наблюдению прозрачности висмута в области ЦВ было установлено, что каждая последовательная осцилляция на рис. 25 отвечает изменению на единицу числа полуволн (а не целых волн, п. 2.2), укладывающихся на толщине образца.

Стоячие ЦВ типа II удалось обнаружить только на образце толщиной 0,2 мм при температуре 0,6 °К (достигалась откачкой паров He^3) и на частоте 19,1 Ггц ⁴⁰. Поле $H \parallel C_2$ и волны при этом связаны с резонансом



Рис. 25. Спектр циклотронных волн при k || C_3 , H || E || C_1^{40} . Вверху – запись эксперимента: f=9,80 Гги, D=0,21 мм, T=1,5 °K, внизу-азвисимость k от Ω/ω при малых k (соответствуют редким осцилляциям на экспериментальной записи). \bullet -f=9,60 Гги, D=1,00 мм; \bigcirc -f=9,51 Гги, D=0,47 мм; \bigtriangleup -f=9,80 Гги, D=0,21 мм.



Рис. 26. Спектр циклотронных волн ⁴⁰. к || C_3 , **H** || **E** || C_2 , j=19, 1 Гги; вверху-запись опыта при D=0,20 мм, j=0,65 °K; внизузависимость k от Ω/ω ; \bullet - за поле циклотронного резо анса принят нуль производной $\frac{\partial X}{\partial H}$; С - за поле циклотронного резонанса принят максимум производной $\frac{\partial X}{\partial H}$, сплошная криван-расчет.

электронов эллипсоида, большая ось которого перпендикулярна оси C₂. Запись опыта приведена на рис. 26.

С использованием эллипсоидальной модели поверхности Ферми рассчитан с точностью до членов ~ ψ^6 начальный участок спектра ЦВ (при малых ψ) в случае I. Результат приведен на рис. 25. Принятого приближения оказалось недостаточно для вычисления верхней ветви спектра (соответствующей более частым осцилляциям на рис. 25), и такой расчет пока еще не произведен.

При расчете спектра волн при Н || C_2 в качестве первого приближения была использована та же эллипсоидальная модель. Однако значение Ω/ω определялось по записи в опыте, а не вычислялось по значениям поля из модели. Различие здесь весьма значительно, так как масса электронов опорной точки $m_{\rm off} = 0.137 m_0^{-33}$ превосходит массу центрального сечения $m_e = 0.12 m_0$, использованную при определении параметров модели. На рис. 26 приведены результаты сопоставления опыта с расчетом. Различные группы точек отвечают разному выбору на записи эксперимента характерного места, отвечающего условию точного резонанса. Абсолютное значение k определялось экстраполяцией начального участка вблизи резонанса по закону $k^2 \sim 1 - (\omega/\Omega)^2$.

Согласно рис. 26, в этом случае, в отличие от представленного на рис. 25, существует значительное количественное расхождение как между измеренными и вычисленными значениями k, так и области полей, в которой возможно распространение волн. Причина этого связана в первую очередь с отличием спектра электронов от квадратичного ³³, однако этот вопрос требует дальнейшего исследования.

ЦВ, связанные с резонансом на дырочной поверхности, наблюдать нока не удалось. Согласно оценкам, при $\mathbf{k} \parallel C_3$ относительная ширина области существования этих ЦВ $\Delta H/H$ не должна превосходить ~ 0,5% и, очевидно, при значениях $\omega \tau$ для дырок 200—300, которыми обладали лучшие из образцов при температуре 0,6 °К на частоте 19 Ггц, обнаружить их невозможно.

Как показано в работе ⁴⁴, учет ЦВ необходим при изучении формы линии циклотронного резонанса в висмуте.

8. НЕКОТОРЫЕ ПЕРСПЕКТИВЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ВОЛН

Согласно изложенному в предыдущих главах, многочисленные исследования свойств электромагнитных волн в висмуте позволили установить характерные черты этого явления и связать их с целым рядом других эффектов — циклотронным резонансом, квантовыми осцилляциями, квантовыми поверхностными уровнями¹⁴ — путем описания их свойств с использованием модели поверхности Ферми. Таким образом, висмут оказался тем металлом, для которого установление динамических свойств носителей тока не осталось самоцелью, а позволило разобраться в широком круге явлений, связанных с распространением волн, таких как затухание Ландау, циклотронный резонанс на частотах, смещенных эффектом Допплера, циклотронные волны. В свою очередь исследование этих эффектов позволило уточнить ряд параметров спектра висмута. В результате поведение компенсированного металла в магнитном поле и поле электромагнитных колебаний достаточно исследовано, чтобы использовать в дальнейшем изучение распространения волн для установления спектра носителей тока в других полуметаллах, в первую очередь — в сурьме и графите. Имеются сообщения, что на этих полуметаллах наблюдались магнитоплазменные волны ^{45, 46}. Однако методические трудности, связанные с приготовлением высококачественных монокристаллов и с необходимостью работать в больших полях в связи с меньшей скоростью распространения волн, пока что не позволили провести детальное изучение плазменных явлений в этих полуметаллах. С другой стороны, поскольку энергетический спектр носителей тока как в сурьме, так и в графите известен вполне удовлетворительно, исследование волн может установить только некоторые новые его детали, что, по-видимому, не является актуальной задачей.

Значительно более интересным в связи с этим нам представляется применение магнитоплазменных волн для изучения сплавов, исследование которых обычными методами (например, при помощи эффекта де Гааза ван Альфена⁴⁷) позволяет получить весьма ограниченную информацию о динамике носителей тока.

Большой интерес могут представить также исследования релаксационных процессов путем измерения затухания волн, начатые в последнее время ^{19, 20}, в частности изучение электрон-фононного взаимодействия. Этим путем можно измерить времена релаксации в висмуте независимо как электронов, так и дырок, пользуясь тем обстоятельством, что существуют направления Н и Е, при которых сцектр волны определяется только дырками либо только электронами одного эллипсоида поверхности Ферми.

Большие перспективы, несомненно, связаны с исследованием нелинейчых эффектов, возникающих при распространении волн в висмуте, таких, как детектирование 48 и смещение колебаний 49. Эта область исследований остается пока почти нетронутой, и ряд новых явлений ждет своего открытия.

Институт физических проблем АН СССР

ОБОЗНАЧЕНИЯ

- С1, С2, С3-бисекторная, бинарная и тригональная оси кристалла висмута (в качестве индексов используются только цифры 1, 2, 3),
 - D-толщина образца,
 - d = 2pc/eH диаметр орбиты, Е-напряженность электриче-
 - ского поля волны,
 - е-индекс величины, относящейся к электронам,
 - f-частота волны,
 - Н постоянное магнитное поле,
 - h-индекс величины, относящейся к дыркам,
 - ј-плотность тока,
 - $\mathbf{k} = \mathbf{k}' + i\mathbf{k}''$ волновой вектор,
 - *l*-длина свободного пробега
- носителей тока, M₁, M₂, M₃-компоненты тензора масс дырок,
 - т-эффективная масса носителей тока,
 - то-масса свободного электрона.
- *m*₂, *m*_α, *m*_β компоненты тензора масс
 - электронов в главных осях, N — нормаль к поверхности образца,
 - N-концентрация носителей тока.
 - Р-индекс волны, поляризованной в сильных полях в плоскости (z, y),
 - р-импульс электронов (дырок),
 - r радиус-вектор,

- S-индекс волны, поляризованной в сильных полях перпендикулярно плоскости (z, y),
- $s = \mathbf{k} \mathbf{v}_z / \boldsymbol{\omega},$
- **у** скорость электронов (пырок),
- скорость волны, а с индексом - скорость носителей тока.
- x, y, z-оси координат; ось z всегда направлена вдоль поля Н (вектор к лежит в плоскости (z, y)),
 - **∆H-1** период осцилляций в обратном поле,
 - δ_{lk} —символ Кронекера, ε энергия Ферми,
- $\vartheta = \not\triangleleft \dot{\mathbf{H}}, \mathbf{k},$
- $\lambda = 2\pi/k$ длина волны, $\sigma_{ih}(l)$ тензор проводимости (l
 - направление магнитного поля),
 - т время свободного пробега, $\phi = e\hat{H}t/mc$ — угол в импульсном пространстве,
 - ()-знак усреднения по ф,
 - х угол наклона большой оси эллипсоида (ось α) к базовой плоскости, Ø

$$\Psi = \int (\mathbf{k}\mathbf{v} - k_z \overline{v}_z) \, d\varphi,$$

 $\Omega = eH/mc$ — циклотронная частота,

 $\omega = 2\pi f -$ угловая частота,

ωпл - плазменная частота.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- 1. S. J. Buchsbaum, J. K. Galt, Phys. Fluids 4, 1514 (1961). 2. Э. А. Канер, В. Г. Скобов, УФН 89, 367 (1966); Adv. in Phys. 17, 605 (1968). 3. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Электродинамика сплошных сред, М., Физматгиз, 1959, стр. 276.

- 4. Ј. М. Luttinger, Phys. Rev. **119**, 1153 (1960). 5. Л. А. Фальковский, ЖЭТФ **46**, 1820 (1964). 6. М. С. Хайкин, Л. А. Фальковский, В. С. Эдельман, Р. Т. Мина, ЖЭТФ 45, 1704 (1963).
- 7. Л. А. Фальковский, УФН 94, 3 (1968).
- 8. В. С. Эдельман, ЖЭТФ 54, 1726 (1968)
- 9. D. S. McLachlan, Phys. Rev. 147, 368 (1966).
 10. D. L. Carter, J. C. Picard. Sol. Stat. Com. 5, 719 (1967).
- 11. М. С. Хайкин, ПТЭ 3, 95 (1961). 12. G. E. Smith, G. A. Williams, IBM J. Res. and Developm. 8, 276 (1964). 13. М. С. Хайкин, В. С. Эдельман, ЖЭТФ 49, 1695 (1965).
- 14. М. С. Хайкин, УФН 96, 409 (1968).
- 15. В. С. Эдельман, Диссертация (ИФП АН СССР, 1967).

- 13. B. C. 5 de a b Mark, Ancceptanta (ACM ALCOCF, 1907).
 16. J. Kirsch, Phys. Rev. 133, A1390 (1964).
 17. B. W. Faughnan, J. Phys. Soc. Japan 20, 574 (1965).
 18. R. T. Isaakson, G. A. Williams, Phys. Rev. 177, 738 (1969).
 19. R. T. Isaakson, G. A. Williams, Phys. Rev. Lett. 22, 26 (1969).
 20. E. H. Marston, Y.-H. Kao, Phys. Kond. Mat. 9, 195 (1969).
 21. G. E. Smith, G. A. Barraff, J. M. Rowell, Phys. Rev. 135, A1118 (1964).
 22. H. H. Bark, B. B. France, and Word 52, 885 (1967).
- 22. Л. Н. Пелих, В. В. Еременко, ЖЭТФ 52, 885 (1967). 23. С. Guthmann, А. Libchaber, Compt. Rend. 265, Serie 13, 319 (1967). 24. S. Takano, H. Kawamura, Phys. Lett. 26A, 187 (1968). 25. D. L. Carter, Phys. Lett. A27, 679 (1968).

- 26. H. Kowamura, S. Nagata, T. Nakama, S. Takano, Phys. Lett. 15, 111 (1965).
- 27. G. E. Smith, L. C. Hebel, S. J. Buchsbaum, Phys. Rev. 129, 154 (1963).
- 28. I. Yokota, J. Phys. Soc. Japan 21, 1851 (1966).
- 29. W. L. Lupatkin, C. A. Nanney, Phys. Rev. Lett. 20, 212 (1968).

- 20. Л. Д. Ландау, ЖЭТФ 16, 574 (1946). 31. В. С. Эдельман, ЖЭТФ 56, 25 (1969). 32. Э. А. Канер, В. Г. Скобов, Phys. Lett. 25А, 105 (1967).
- 32. Э. А. Канер, В. Г. Скобов, Phys. Lett. 25A, 105 (1967).
 33. В. С. Эдельман, М. С. Хайкин, ЖЭТФ, 49, 107 (1965).
 34. В. С. Эдельман, В. Камберский, Труды LTX, М., Изд. ВИНИТИ, 1967.
 35. М. Я. Азбель, Э. А. Канер, ЖЭТФ 32, 896 (1957).
 36. L. С. Неbel, Phys. Rev. 138. А1641 (1965).
 37. Р. В. Miller, R. R. Hearing, Phys. Rev. Lett. 128, 126 (1962).
 38. S. Nagata, H. Kawamura, J. Phys. Soc. Japan 24, 480 (1968).
 39. В. С. Эдельман, М. С. Хайкин, ЖЭТФ 45, 826 (1963).
 40. В. С. Эдельман, М. С. Хайкин, ЖЭТФ 45, 826 (1963).

- 40. В. С. Эдельман, Письма ЖЭТФ 9, 302 (1969).
- 41. A. Libshaber, J. P. d'Haenens, частное сообщение. 42. P. M. Platzman, W. M. Walsh, Jr., E. Ni-Foo, Phys. Rev. 172, 689 (1968). 43. W. M. Walsh, Jr., P. M. Platzman, см. ³⁴, т. 3, стр. 214.

- 44. Н. Б. Бровцина, В. Г. Скобов, ЖЭТФ 56. 694 (1968). 45. G. A. Williams, Bull. Am. Phys. Soc. 8, 353 (1963). 46. M. Surma, J K. Furdiyna, H. C. Praddaude, Phys. Rev. Lett. 13, 710 (1964).
- 47. Н. Б. Брандт, Л. Г. Любутина, Н. А. Крюкова, ЖЭТФ 53, 134 (1967). 48. S. Y. Buchsbaum, G. E. Smith, Phys. Rev. Lett. 9, 342 (1962). 49. W. R. Wisseman, R. T. Batc, Bull. Am. Phys. Soc. 13, 437 (1968).