Ю. А. Кравцов. Метод геометрической оптики и его обобщения

Метод геометрической оптики занимает вполне определенное место в волновой теории и, казалось бы, не претендует на описание каких-либо дифракционных явлений.

Однако за последние десять-пятнадцать лет отношение к методу изменилось. Был предпринят ряд попыток ревизии установившихся представлений о границах применимости метода. Сейчас складывается, или даже уже сложилось, мнение, что в методе геометрической оптики содержится нечто большее, чем интуитивное представление о линиях в пространстве (лучах), вдоль которых распространяется энергия поля, и что формальные решения геометрооптических уравнений содержат определенные сведения о дифракционных процессах. Данный доклад посвящен обзору двух обобщений такого рода — *комплексной формы метода геометрической оптики* и *асимптотических методов нахождения поля в окрестности каустик*. Оба эти обобщения вызваны к жизни задачами, в которых приходится иметь дело с приближенным описанием поля при наличии каустик. Такие задачи стали актуальными в последнее время в оптике, радиофизике, теории плазмы, акустике и отчасти в квантовой механике.

Как известно, в область каустической тени лучи света не проникают и обычное лучевое приближение дает там нулевое значение поля. В действительности поле в области тени отлично от нуля, хотя и экспоненциально мало́. Комплексная форма лучевого метода как раз и предназначена для отыскания поля в этом случае. Кроме того, она пригодна и для описания полей в сильно поглощающих средах.

«Комплексная» геометрическая оптика отличается от обычной тем, что оперирует не с вещественными, а с комплексными лучами, которые определяются как комплексные решения лучевых уравнений [1–4]. Амплитуда и фаза находятся тогда в виде квадратур по комплексным траекториям. Единственное отличие от обычного лучевого метода заключается, пожалуй, только в том, что вводятся так называемые «правила отбора» комплексных лучей. Согласно этим правилам из всех траекторий отбираются только «физические» ветви, отвечающие затуханию поля при удалении от каустики (подробнее см. [5]). Тем самым удается описать дифракционное по своему происхождению просачивание поля в область тени. Как вещественная, так и комплексная форма лучевого метода непригодны в окрестности каустик, где они дают бесконечные значения поля. Разработанные в последнее время асимптотические методы снимают это ограничение приближения геометрической оптики.

В методе эталонных функций исходят из того, что искомое решение волновой задачи выражается через соответствующим образом подобранные известные функции *с неопределенными* аргументами и амплитудными факторами.

В простейшем случае гладкой каустики без петель и изломов (так называемая простая каустика) в качестве эталонной естественно использовать функцию Эйри $v(t)$ (точнее, функцию Эйри и ее производную в комбинации с осциллирующей экспоненциальной функцией) [6–8]. Оказывается, что подлежащие определению амплитудные множители перед функцией Эйри и ее производной, а также аргументы функции Эйри и экспоненты *алгебраически* выражаются через геометрооптические решения (т. е. через пару решений уравнения эйконала $(\nabla\psi)^2 = \varepsilon$ и уравнения переноса $\operatorname{div}(A^2\nabla\psi) = 0$). На удалении от каустики в области света такое эталонное решение переходит в сумму падающей и отраженной волн лучевого приближения, а в области тени — в затухающую волну «комплексной» геометрической оптики. Однако, в отличие от этих геометрооптических выражений, эталонное решение конечно на каустике.

Для каустик более сложной формы эталонные формулы должны быть соответствующим образом усложнены, но при этом остается в силе основное «геометрическое» утверждение: все подлежащие определению параметры эталонного решения выражаются через решения (как вещественные, так и комплексные) уравнений геометрической оптики [7, 8].

Подобные же результаты получаются и из *асимптотических интегральных представлений, предложенных* Масловым [9]. Эти представления получаются из рассмотрения волновых задач в смешанном координатно-импульсном пространстве, но найденные дифракционные решения тоже оказываются «привязанными» к лучам.

Кроме того, в докладе кратко описаны два других, более известных обобщения метода геометрической оптики: метод параболического уравнения (диффузионное приближение) [10, 11] и геометрическая теория дифракции, развиваемая Келлером и его последователями [1, 12]. В этих обобщениях геометрический «костяк» также играет исключительно важную роль.

ЛИТЕРАТУРА

1. J. B. Keller, Proc. Symp. Appl. Math. v. 8, McGrow-Hill, N. Y. 1958, стр. 27.
2. B. D. Secler, J. B. Keller. J. Acoust. Soc. Amer. **31** (2), 192 (1959).
3. J. B. Keller, F. C. Karal, J. Appl. Phys. **31** (6), 1039 (1960).
4. В. П. Маслов, ДАН **151** (2), 306 (1963).
5. Ю. А. Кравцов, Изв. вузов (Радиофизика) **10** (9/10), 1283 (1967).
6. Ю. А. Кравцов, Изв. вузов (Радиофизика) **7** (4), 664 (1964).
7. D. Ludwig, Comm. Pure Appl. Math. **19** (2), 215 (1966).
8. Ю. А. Кравцов, Акуст. ж. **14** (1), 3 (1968).
9. В. П. Маслов, Теория возмущений и асимптотические методы. М., Изд-во МГУ, 1965.
10. М. А. Леонтович, Изв. АН СССР, сер. физ., № 8, 16 (1944).
11. Л. А. Вайнштейн, Открытые резонаторы и открытые волноводы, М., «Сов. радио», 1966.
12. В. А. Боровиков, Дифракция на многоугольниках и многогранниках. М., «Наука», 1966.